Der philosophischste Dichter unseres, wie man wenigstens früher annahm, vorzugsweise philosophischen Volkes, Schiller hat seinem Wallenstein die Worte in den Mund gelegt:

> Es giebt keinen Zufall;
> Und was uns blindes Ohngefähr nur dünkt,
> Gerade das steigt aus den tiefsten Quellen.

Ein wahres Wort, wenn auch nicht in dem Sinne wahr, welchen der von der zwingenden Allgewalt des Sterneneinflusses, von der weissagenden Kraft der Träume erfüllte Redner selbst ihm beilegt. Ein wahres Wort, [sofern Zufall Nichts anderes bedeutet als das Eintreffen eines Thatbestandes, ohne daß vorher Vorhandenes ihn nothwendig machte.] Nein, alsdann giebt es keinen Zufall. Der Hagelschlag, welcher ein Saatfeld trifft und die Hoffnungen des Landmannes zerstört, der plötzliche Tod eines Fürsten, eines Staatsmannes, der politische Verstrickungen unerwartet knüpft und löst, die Karte selbst in der Hand des Spielers, welche ihm gestattet, einen entscheidenden Stich an sich zu nehmen: Sie alle beruhen selbst wieder auf Voraussetzungen, auf Gründen, die der Eine unpersönlich eine Verkettung von Naturgesetzen, der Andere persönlichen unmittelbaren Eingriff eines außerweltlichen und überweltlichen Lenkers der Dinge nennen wird, aber der Eine würde die Stetigkeit der von ihm soeben anerkannten unverbrüchlichen Gesetze vernichten, der Andere an der Allmacht und Allweisheit jenes höchsten Wesens sündigen, wenn sie behaupteten, ganz beliebig habe statt des Eingetretenen auch das Entgegengesetzte desselben sich ereignen können. Beide sind sie nicht befugt von regelloser Willkür zu reden. Es giebt kein blindes Ohngefähr, keinen blinden Zufall.

Und doch kennen wir keine einem gebildeten Volke alter wie neuer Zeit angehörende Sprache, welche des Wortes entbehrte für das, was soeben als nicht vorhanden bezeichnet wurde. Dieser Widerspruch erläutert sich aus der Neigung des Menschen alles auf sich zu beziehen und rückwärts von sich aus die Welt der Erscheinungen zu modeln. Die Empfindungen, welche in uns vorgehen, werden nach außen verlegt. Wir nennen den Zufall blind, wenn unser geistiges Auge nicht bis dahin reicht, wo seine Wurzeln liegen. Setzen wir aber diese Schlußfolgerung fort, so führt sie uns dahin in der oben erklärten Worterklärung nur wenige Silben zu ändern, um völlig Erlaubtes auszusprechen, um das zu gewinnen, was Zufall genannt zu werden verdient. Statt Vorhandenes sagen wir Bekanntes.

Zufall ist das Eintreffen eines Thatbestandes, ohne daß vorher Bekanntes ihn nothwendig machte.

Damit gewinnen wir zugleich sofort den Einblick in eine wichtige Veränderung, welche nicht selten eintritt. Was in einem weltgeschichtlichen Zeitraume Zufall, oder wenn es allzusehr gegen die alltägliche Gewohnheit verstieß, Wunder genannt wurde, verwandelt sich bei fortschreitender Erkenntniß in vollständig genau begründete, oftmals im Voraus zu bestimmende Ereignisse, und umgekehrt wird durch den gewonnenen wirklichen Zusammenhang manches vermeintliche Abhängigkeitsverhältniß zu nichte gemacht.

1987;-
30; 57 Jahre alt
wäre ich dann
1956

Zufall wurde es Jahrhunderte lang genannt, wenn der Wind von Süd nach Südwest, von Nord nach Nordost umzuschlagen pflegte und nicht etwa die entgegengesetzte Veränderung eintrat. Da veröffentlichte Dove das nach ihm benannte Winddrehungsgesetz, und von Zufall redet Niemand mehr, der von Witterungskunde auch nur den entferntesten Begriff hat.

Ein die Menschheit erschreckendes Wunder bildeten die zu verschiedenen Zeiten beobachteten Blutregen. Ehrenberg hat nachgewiesen, daß von Blut und Wunder dabei keine Rede sein kann, daß es mit einfachen, wenn auch nicht stets denselben Dingen dabei zugeht.

Constantinopel wurde am 19. Mai 1453 von den Türken erobert. Am 12. Mai des folgenden Jahres fand eine vollkommene Mondfinsterniß statt. Wieder zwei Jahre später 1456 erschien ein Komet weit sichtbar am Himmel. Niemand zweifelte an dem ursächlichen Zusammenhange dieser Ereignisse. Oeffentliche Gebete wurden veranstaltet, Gott möge den Kometen und die Türken fernhalten. Der Komet war kein anderer als der gegenwärtig sogenannte Halley'sche Komet mit fast genau 76 jähriger Umlaufszeit, dessen letztes Erscheinen 1835 von dem berühmten Königsberger Astronomen Bessel beschrieben worden ist, der 1911 mit gewohnter Pünktlichkeit sich wieder einstellen wird, voraus erwartet, Niemand Furcht einjagend; und auch die Angst vor den Türken ist seitdem gewichen, außer etwa bei Solchen, die unvorsichtig genug waren, dem durchlöcherten Staatssäckel derselben einen Theil ihres Vermögens anzuvertrauen. Daß aber zwischen dem Erscheinen eines Kometen und einem politischen Ereignisse ein Zusammenhang überhaupt nicht stattfindet, diese Ueberzeugung hat sich nachgrade so sehr Bahn gebrochen, daß die entgegengesetzte Annahme Aberglaube gescholten wird.

Freilich werden nicht alle Meinungen mit diesem Namen belegt, die ihn verdienen. Kometenjahr und Weinjahr gilt noch an vielen Orten als gleichbedeutend, und ganz besonders fest auch in sonst gebildeten Kreisen haftet der Aberglaube von einem Zusammenhange zwischen Witterung und Mondwechsel. Das rührt daher, daß man es hier mit zwei Naturerscheinungen zu thun hat, daß eine einheitliche Auffassung des Weltganzen es uns näher legt, zwischen solchen eine gegenseitige Beziehung als beziehungslose Selbstständigkeit zu vermuthen, und daß man mit so zum Voraus beinflußter Beobachtung die seltenen Fälle des Zusammentreffens einer Witterungsveränderung mit einer neuen Mondphase sich wohl bemerkte, die unvergleichbar häufigeren Fälle des Nichtzusammentreffens außer Acht ließ und ihnen entgegen das vereinzelt auftretende Nachher zu einem allgemeinen Weil umfolgerte. Der vorher genannte Bessel hat in 50jähriger Beobachtungsreihe dieses einen vermeinten Zusammenhang leugnende Ergebniß der Witterungskunde über allen Zweifel erhoben. [1])

Das zuletzt erwähnte Beispiel führt mich näher zu dem eigentlichen Gegenstande dieses Vortrages heran. Durch Jahre hindurch fortgesetzte Beobachtungen, sagte ich, sei ein naturwissenschaftlicher Satz außer Zweifel gebracht. Gewiß hat dieser Ausspruch keinem Hörer Etwas fremdartiges. Fremdartig klingt es uns auch nicht, wenn von statistischen Erhebungen die Rede ist. Jeder ist geneigt selbst den Ausdruck zu gebrauchen, die Gesetze der Wahrscheinlichkeit lassen Dieses oder Jenes vermuthen. Und wenn man nun unbescheiden genug wäre zu fragen: was ist denn eigentlich Wahrscheinlichkeit?

Ich glaube nicht ganz Ueberflüssiges mir als Aufgabe gestellt zu haben, wenn ich die Beantwortung dieser Frage übernehme, wenn ich versuche, so weit es ohne mathematische Vorkenntnisse vorauszusetzen möglich ist, in die Anfangsgründe der sogenannten Wahrscheinlichkeitsrechnung und in die Deutung ihrer Ergebnisse einzuführen.

Wahrscheinlich nennt Aristoteles eine Behauptung, wenn dieselbe Allen, oder der Mehrzahl, oder den Vernünftigen, und zwar diesen wieder entweder Allen, oder der Mehrzahl von ihnen, oder doch den Weisesten derselben wahr zu sein scheint.

Diese Wahrscheinlichkeit ist nun noch gewaltig verschieden von der mathematischen Wahrscheinlichkeit, mit der wir es zu thun haben, bei der es nicht einzig auf die höheren der Gewißheit nahen Grade der Möglichkeit ankommt, sondern auf irgend welche Grade der Möglichkeit bis an jene untere Grenze, wo sie zur Unmöglichkeit wird. Ihre Spur läßt sich in Europa nicht über das XV. Jahrhundert hinaus aufwärts verfolgen.

In einem Commentare zu Dante's Göttlicher Komödie, der 1477 zu Venedig im Drucke erschien, findet sich die Bemerkung, der Wurf 4 lasse mit drei Würfeln sich nur so erzielen, daß zwei Würfel 1 Auge, der dritte Würfel 2 Augen nach oben zeigen; der Wurf 3 fordere gar, daß alle drei Würfel 1 Auge oben haben; in ähnlich seltener Weise seien 17 und 18 mit drei Würfeln zu werfen, und deshalb nenne man diese Würfe azari. Der Sinn dieses Wortes bedeutet nämlich „schwierige Würfe", abgeleitet von dem arabischen asar schwierig, und azari selbst hat sich dann umgewandelt in hasard, das französische Wort für Zufall überhaupt [2]).

Im XVI. Jahrhunderte begegnen wir Jean Borrel, der in seiner unter dem Schriftstellernamen Butteo veröffentlichten logistica die Aufgabe löste, alle mit vier Würfeln möglichen Würfe zu finden.

Aber noch ist der Begriff von der mathematischen Wahr=

scheinlichkeit nicht mit Bewußtsein aufgestellt; noch fehlt vor allen Dingen der Name. Dieser Fortschritt erfolgte 1654 und ist das Verdienst von Blaise Pascal.[3]) Derselbe Schriftsteller, der anderthalb Jahre später in seinen Provinzialbriefen den Kampf gegen den Probabilismus führen sollte, ist der Erfinder der Probabilität. Schon hatte der Pascal's Namen führende Satz in der Geometrie die Bewunderung der Mathematiker erregt, seine Urheberschaft barometrischer Höhemessungen und Witterungsbeobachtungen das Interesse auch der Laien wachgerufen, die bereits satyrisch sich zuspitzende Polemik gegen Pater Noël die Lacher auf seine Seite gebracht, eine in Frankreich jederzeit besonders mächtige Partei, als er im Sommer 1654, eben 30 Jahre alt geworden und in Paris ein vermuthlich etwas lockeres Leben führend, in die Hände eines berüchtigten Spielers, des Chevalier de Méré, gerieth, in dessen Gesellschaft ihm nur allzu häufig Gelegenheit geboten wurde, die edlen Würfel und deren Gebrauch genau kennen zu lernen und den Unterricht in dieser Kunst theuer zu bezahlen. Bei einer solchen Sitzung entspann sich nun die Frage, wie der Einsatz zwischen zwei Spielern zu theilen sei, welche eine auf mehrere Würfe sich ausdehnende Partie unterbrechen müssen, ohne daß einer von ihnen die zum Gewinn ausreichende Anzahl von ihm günstigen Einzelwürfen angemerkt hätte.

Nehmen wir etwa ein bestimmtes, recht lehrreiches Beispiel, welches jedoch nicht dasjenige ist, über welches Pascal und de Méré in Streit geriethen. Nehmen wir an, sie hätten mit 3 Würfeln gespielt, jeder Wurf hätte einem der Spieler einen Strich eingetragen, und zwar sei derselbe Pascal gemacht worden, so oft die geworfene Augenzahl eine grade war, im entgegengesetzten Falle, bei ungrader Augenzahl, habe de Méré den Strich sich ankreiden dürfen. Den Gesammteinsatz von 40 Livres sollte ein=

streichen, wer zuerst 6 Striche hätte. Nun hätte Pascal deren 5, de Méré 3 gehabt, als sie abgerufen wurden. Wie sollten sie die 40 Livres theilen?

Wer diese Frage so obenhin und ohne genaue Erwägung aller in's Gewicht fallenden Umstände zu beantworten unternimmt, kann zu sehr verschiedenen Verhältnißzahlen gelangen. Man kann sagen, die Partie sei unentschieden, jeder nehme also seine 20 Livres zurück, welche er eingesetzt hatte. Freilich dürfte nicht leicht Jemand die Unbilligkeit dieses Vorschlages verkennen, bei welchem die schon erzielten Theilgewinne für Nichts erachtet wurden, bei welchem gleichsam der im Wettrennen zum Vorrang Gelangte seinem zurückgebliebenen Nebenbuhler einfach gleichgestellt wird. Das geht nicht an, die beiden Spieler müssen, der eine zu einem größeren, der andere zu einem kleineren Theile ihren Anspruch geltend machen. Vielleicht soll die Theilung im Verhältnisse der von jedem Spieler erzielten Striche stattfinden? Pascal's Antheil mußte sich zu dem von de Méré wie 5 zu 3 verhalten, Ersterer $\frac{5}{8}$, Letzterer $\frac{3}{8}$ der zu theilenden 40 Livres, d. h. also Ersterer 25, Letzterer 15 Livres bekommen? Auch diese Auffassung ist irrig, weil sie nur die vollzogenen Würfe, nicht die zur Entscheidung nothwendigen berücksichtigt. Es kommt ja beim Wettrennen nicht darauf an, wie w e i t Jemand vom Ausgangspunkte, sondern wie n a h e beim Zielpunkte er ist. Derselbe Vorsprung, etwa von einer Pferdelänge, hat eine ganz andere Wichtigkeit 10 Schritte vom Ziele entfernt, oder am Anfange der Rennbahn. Im ersten Falle sichert er nahezu den Gewinn, im zweiten Falle ist noch Raum genug für die überraschendsten Veränderungen in der Reihenfolge der Wettbewerber. Sollen demnach nur die noch fehlenden Striche in Rechnung kommen? Und wenn solches der Fall ist, sollen sie einfach in Gestalt einer umgekehrten Verhältnißrechnung zur Geltung gelangen? Soll Pascal, dem nur ein Strich fehlt, 3 mal so viel erhalten als de Méré, dem 3 Striche fehlen, also der Erstere 30 Livres, der Zweite 10 Livres? Fast möchten wir so entscheiden. Aber so einleuchtend dieses Theilungsverfahren im ersten Augenblicke erscheint, so ist es doch nicht richtig, sondern Pascal muß 35 Livres, de Méré nur 5 Livres heimtragen, wie wir jetzt nachweisen wollen.

Denken wir uns einen Augenblick, daß abgesehen von irgend welchen Bedingungen oder Vorereignissen zwischen Pascal und de Méré 3 Spiele vorzunehmen gewesen seien, so leuchten 8 verschiedene Möglichkeiten des Erfolges ein. Erstlich de Méré gewinnt alle 3 Spiele; zweitens Pascal gewinnt sie sämmtlich; ferner giebt es 3 Möglichkeiten dafür, daß de Méré 2 Spiele gewinnt und Pascal nur 1, welches eben das erste, zweite oder dritte der drei gespielten Spiele sein kann; und endlich giebt es eben so viele, also wieder drei Möglichkeiten, daß Pascal 2 Spiele und de Méré nur 1 gewinnt. Treten nun die bekannten Voraussetzungen hinzu, so bietet nur der erste Fall dem de Méré Gewinn. Nur wenn das Glück ihn dreimal nach einander begünstigt, wird er Sieger, die sieben anderen, von vorn herein eben so möglichen Fälle bevorzugen sämmtlich Pascal. Würden alle 8 Möglichkeiten zum Austrage kommen und der Siegespreis jedesmal 5 Livres betragen, so würde Pascal 7mal gewinnend sich 35 Livres, de Méré nur 1mal gewinnend 5 Livres sich aneignen. Bleiben alle Möglichkeiten bloße Möglichkeit, ohne daß eine sich thatsächlich zu erfüllen die Gelegenheit hat, so muß die Theilung allen gleichmäßig gerecht werden, sie muß den Verhältnißzahlen 7 und 1 entsprechen; der Eine muß 35, der Andere 5 Livres erhalten.

Bin ich mit dieser Auseinandersetzung allgemein verständlich gewesen? ich wünsche es sehnlich, aber ich fürchte das Gegentheil wird der Wahrheit weit näher kommen, und könnte zum Troste derer, die sich den immerhin etwas verwickelten Gedankengang anzueignen nicht im Stande waren, und zu meinem Troste, der ich nicht fähig war die Sache noch klarer darzustellen, das Beispiel der ersten Betheiligten aufführen, welche über ihre Theilungsaufgabe sich nicht zu einigen vermochten. Pascal konnte de Méré nicht zur Anerkenntniß des theoretisch einzig wahren Verfahrens bringen, und wir würden unrecht daran thun, hierin nur Streitlust, die allerdings gewöhnlichste Untugend von Spielern, oder eigennütziges Versperren gegen die Wahrheit bei de Méré erkennen zu wollen. „Er ist, so schreibt darüber Pascal an Fermat, ein geistvoller Mann, aber er ist nicht Mathematiker, und das ist, wie Sie wissen, ein großer Fehler."

Dem Adressaten dieses Briefes war der gleiche Vorwurf nicht zu machen. Peter von Fermat,[4]) geb. im August 1608 in Beaumont de Lomagne, gest. 12 Januar 1665 in Castres, war, so einheimisch er auf den weitest entlegenen Gebieten sich fühlen mochte, vorzugsweise Mathematiker. Mag es nun die Geschichte der französischen Gerichtshöfe, der französischen Literatur sein, welche seine Thätigkeit im Parlament zu Toulouse, seine Gedichte in französischer, italienischer und lateinischer Sprache aufgezeichnet hat, seine Leistungen auf mathematischem Gebiete sind Eigenthum der Menschheit und haben ihm mit vollem Rechte den Ruhm des geistvollsten Vertreters dieser Wissenschaft auf französischem Boden verschafft. Der einzige Tadel, den die Geschichte der Fortschritte des menschlichen Geistes gegen Fermat erheben könnte, ist der gleiche, welchen er selbst in einem Briefe an Roberval gegen sich ausspricht: „Ich zweifle nicht, daß die Sache der weiteren Glättung fähig gewesen wäre, aber ich bin der Faulste der Menschen." Und dieser in der That im Verhältnisse zu seiner Genialität nicht gar arbeitsame Gelehrte ist gleichwohl der Mitbegründer der Rechnungsweisen des Unendlichen, ist einer der eigenartigsten Forscher in den Geheimnissen der von jedem Rechnungsverfahren unabhängigen Eigenschaften der Zahlen, ist mit Pascal gemeinschaftlich der Erfinder der Wahrscheinlichkeitsrechnung geworden. In dem Briefwechsel der Beiden finden sich Namen und Grundzüge dieser Wissenschaft mit dem Bewußtsein, daß es um ein Neues, um ein Bedeutsames sich handelt. Meine nächste Aufgabe muß es nun sein, die wichtigsten Begriffsbestimmungen dieser Wahrscheinlichkeitsrechnung zu entwickeln.

Ich habe gezeigt, daß bei einem Spiele, dessen Einzelheiten uns jetzt völlig gleichgültig sein können, 8 Möglichkeiten auftreten, von welchen 7 zu Gunsten des einen, 1 zu Gunsten des anderen Spielers den Ausschlag geben. In dem Verhältnisse dieser Zahlen, sagte ich weiter, habe die Theilung des Einsatzes zu erfolgen, Pascal also $\frac{7}{8}$ und de Méré $\frac{1}{8}$ der Summe zu empfangen. Diese Brüche, $\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{8}$, nennt man nun seit Pascal's Briefwechsel mit Fermat mit sehr bald allgemein sich einbürgerndem Kunstausdrucke die mathematische Wahrscheinlichkeit des Gewinnes des einen und des anderen Spielers. Sie wird erhalten, indem wir die Anzahl der überhaupt vorhandenen Möglichkeiten 8 zum Nenner eines Bruches wählen, dessen Zähler die Anzahl 7, beziehungsweise 1, der den betreffenden Spieler begünstigenden Fälle bildet. Das heißt: Die mathematische Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wird erhalten, indem man die Anzahl der dem Eintreffen des Ereignisses günstigen Fälle durch die Anzahl der überhaupt möglichen Fälle theilt. Die Wahrscheinlichkeit solcher Ereignisse, die einander ausschließen, und von welchen somit eines, aber auch nur eines, eintreten muß, ergänzen sich wie in unserem Beispiel $\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{8}$ stets zur Einheit, worauf wir im Folgenden noch zurückkommen werden.

Wählen wir noch einige einfachere Beispiele, um des Begriffes der mathematischen Wahrscheinlichkeit recht Herr zu werden. Aus einem gewöhnlichen Whistspiele von 52 Karten lasse ich blindlings eine Karte ziehen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit ein Aß zu ziehen? Die Anzahl der überhaupt möglichen Fälle ist dieselbe wie die der Karten 52, denn jede dieser Karten kann ja gezogen werden und eine von ihnen muß gezogen werden. Günstige Fälle bieten sich bei dieser Aufgabe 4, weil 4 Asse vorhanden sind. Die Wahrscheinlichkeit irgend ein Aß zu ziehen ist also $\frac{4}{52}$ oder $\frac{1}{13}$. Umgekehrt giebt es unter den 52 Karten 48, welche kein Aß sind. Die Wahrscheinlichkeit kein Aß zu ziehen ist $\frac{48}{52}$ oder $\frac{12}{13}$. Jede gezogene Karte muß ein Aß sein oder kein Aß sein, ein Drittes ist unmöglich; in der That ergänzen sich $\frac{1}{13}$ und $\frac{12}{13}$ zur Einheit.

Ueberall wo es sich um Karten, um Würfel und dergleichen handelt, also in den meisten älteren der Wahrscheinlichkeitsrechnung entnommenen Beispielen, bei welchen Herrichtungen zu Glücksspielen fast dieselbe sich vordrängende Bedeutung haben wie die Frösche für die Laboratorien der Physiologie, fordert die Aussprache des Beispiels von selbst zum Eingehen von Wetten heraus. Das richtige Wettverhältniß wird stets durch die mathematischen Wahrscheinlichkeiten der einander ausschließenden Ereignisse geboten, für welche die Wettenden jeweil Partei ergreifen. Die Wette, aus einem Whistspiele blindlings kein Aß zu ziehen, darf demnach nach Billigkeit und Vernunft nur nach den Einsätzen 12 gegen 1 vorgeschlagen und angenommen werden. So will es die Wahrscheinlichkeitsrechnung, und wie Laplace einmal sagt: „Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist im Grunde Nichts anderes als der in Rechnung gebrachte gesunde Menschenverstand; sie lehrt dasjenige mit Genauigkeit bestimmen, was ein richtiger Verstand durch eine Art von Instinkt fühlt, ohne sich immer Rechenschaft davon geben zu können."

Ich bleibe bei meinem Whistspiele und der blindlings zu ziehenden Karte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit ein schwarzes Aß zu ziehen? Die Möglichkeiten überhaupt haben sich nicht verändert; 52 Karten sind es nach wie vor. Die günstigen Fälle dagegen haben sich auf die Hälfte verringert; nur 2 schwarze Asse sind im ganzen Whistspiele vorhanden. Die Wahrscheinlichkeit unseres Ereignisses ist also nur $\frac{2}{52}$ oder $\frac{1}{26}$, die des entgegengesetzten Ereignisses $\frac{50}{52}$ oder $\frac{25}{26}$. Hier muß 25 gegen 1 gewettet werden, daß man kein schwarzes Aß ziehe.

Beiläufig zeigt sich somit, daß das Wettverhältniß bei aller Abhängigkeit von der mathematischen Wahrscheinlichkeit sich nicht genau in demselben Maßstabe wie Letztere ändert. Von den beiden nach einander von uns berechneten Wahrscheinlichkeiten, $\frac{1}{13}$ und $\frac{1}{26}$, ist die Erste genau doppelt so groß als die Zweite, aber das eine Mal muß 12 gegen 1, das andere Mal nicht etwa 2 mal 12 oder 24 gegen 1, sondern 25 gegen 1 gewettet werden. Auch diese, wenn man die in unseren Auseinandersetzungen enthaltene überaus einfache Begründung kennt, so naturgemäße, so einleuchtende Wahrheit hat als unbegründet vorgetragenes Zahlenergebniß für den Laien etwas recht auffallendes, und wirklich hat es in den ersten hundert Jahren der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht an theilweise sehr lebhafter Polemik gegen ähnliche Behauptungen gefehlt. Auf einen auch nur andeutungsweisen Bericht über jene Streitigkeiten, bei welchen sogar ein d'Alembert auf irrigem Wege sich befand, muß freilich hier verzichtet werden.

Wieder ein Whistspiel in der Hand frage ich nach der Wahrscheinlichkeit blindlings Piqueaß zu ziehen. Die Antwort lautet sofort, sie sei $\frac{1}{52}$, weil unter den 52 angebotenen Karten nur 1 Piqueaß sich befindet.

Nun können wir aber rückwärts aus den kleineren Wahrscheinlichkeiten die größeren wieder aufbauen, als aus jenen zusammengesetzt. Ich meine so: die Frage nach der Wahrscheinlichkeit irgend ein Aß zu ziehen beantworten wir gewiß richtig, wenn wir sagen, sie setze sich zusammen aus der Wahrscheinlichkeit Piqueaß, Treffleaß, Coeuraß oder Carreauaß zu greifen, weil jedes dieser Ereignisse unseren Wunsch irgend ein Aß zu bekommen erfüllt. Jedes bestimmte Aß, das wurde zuletzt entwickelt, gelangt mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{52}$ in die Hand des Ziehenden. Die vier Wahrscheinlichkeiten der vier Asse vereinigen sich also zu $\frac{1}{52}$ viermal genommen, d. h. zu $\frac{4}{52}$ oder $\frac{1}{13}$ wie vorher. Ganz natürlich! Gewiß. Aber mit diesem natürlichen Ergebnisse haben wir den zweiten wichtigen Satz der Wahrscheinlichkeitsrechnung gefunden:

Die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens irgend eines von mehreren Ereignissen setzt sich aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse zusammen.

Ein anderes ist die soeben erörterte Zusammensetzung von Wahrscheinlichkeiten, ein anderes die Wahrscheinlichkeit eines zusammengesetzten Ereignisses, d. h. eines solchen, welches durch das Zusammentreffen mehrerer Einzelereignisse sich bildet, wenn also gefragt wird: wie groß ist die Wahrscheinlichkeit nicht etwa daß Dieses oder Jenes, sondern daß Dieses und Jenes ein-trete? Es seien z. B. zwei Würfel gegeben, jeder von sechs Flächen begrenzt, welche der Reihe nach mit 1 bis 6 Augen bezeichnet sind; wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mit diesen Würfeln 4 und 4 zu werfen? Ich behaupte $\frac{1}{36}$, denn es giebt nur eine Art diesem Wunsche zu genügen, während im Ganzen 36 Würfe möglich sind. Jeder Würfel läßt nämlich für sich 6 Würfe zu, und da jeder Wurf des einen mit jedem einzelnen Wurfe des anderen Würfels zusammen stattfinden kann, so vervielfachen sich die beiden Zahlen 6 mal 6 zu 36. Derselbe Bruch $\frac{1}{36}$ ist aber auch das Product der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ mit dem rechts fallenden Würfel 4 zu werfen in die gleich große Wahrscheinlichkeit mit dem links fallenden Würfel denselben Wurf zu thun.

Es ist einleuchtend, daß es genau um die gleichen Zahlen sich handeln würde, wenn die Frage nach der Wahrscheinlichkeit gestellt wäre, mit einem Würfel zweimal nach einander 4 zu werfen, da die einzige Veränderung der Auseinandersetzung darin bestände, daß man statt von einem rechts und einem links fallenden Würfel von einem ersten und einem zweiten Wurfe zu reden hätte.

Ganz ähnlich berechnet sich die Wahrscheinlichkeit irgend sonstiger zusammengesetzter Ereignisse. Piqueaß aus dem ganzen Kartenspiel zu ziehen, besaß die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{52}$. Wir können die Aufgabe in etwas veränderter Form uns vorlegen, jene nunmehr bekannte Auflösung hier zur Verwerthung zu bringen. Wir können nämlich das Ziehen der Karte als Aufeinanderfolge von zwei Thätigkeiten auffassen, indem wir zunächst aus dem ganzen Spiele 4 Packete von je 13 Karten bilden und dann ziehen lassen. Jetzt wird Piqueaß gefunden, wenn aus dem richtigen Packete, d. h. aus dem, welches eben Piqueaß enthält, die richtige Karte entnommen wird. Aus dem Packete von 13 Karten eine bestimmte zu greifen, hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{13}$; unter 4 Packeten das richtige zu langen, hat die Wohrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$; und wenn ich $\frac{1}{4}$ mal $\frac{1}{13}$ nehme, bekomme ich in der That $\frac{1}{52}$.

Oder um ein letztes Beispiel zu wählen, seien 2 Urnen vor uns. In der einen befinden sich 5 weiße, 3 schwarze, 1 blaue Kugel, in der anderen 3 weiße mit 12 schwarzen und 5 blauen Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit aus beiden Urnen in welche wir blindlings die Hände gesteckt haben, gleichzeitig weiße, beziehungsweise schwarze, blaue Kugeln zu ziehen? Die erste Urne läßt 5 und 3 und 1, d. h. 9 verschiedene Möglichkeiten einer ergriffenen Kugel zu, die zweite 3 und 12 und 5, das ist 20. Jede Möglichkeit der ersten Urne vereinigt sich mit jeder der zweiten, im Ganzen sind also 9 mal 20 oder 180 Möglichkeiten vorhanden. Günstig unserem in erster Linie genannten Vorhaben, weiß mit beiden Händen zu ziehen, sind 5 Kugeln der ersten, 3 der zweiten Urne. Auch hier wieder kann jede günstige Kugel der ersten Urne mit jeder günstigen Kugel der zweiten Urne zusammentreffen: 5 mal 3 vervielfachen sich zu 15 günstigen Fällen, und somit ist 5 mal 3 getheilt durch 9 mal 20 oder, was genau dasselbe giebt, $\frac{5}{9}$ mal $\frac{3}{20}$ d. h. $\frac{1}{12}$ die gesuchte Wahrscheinlichkeit. Aber $\frac{5}{9}$ und $\frac{3}{20}$ sind die Wahrscheinlichkeiten aus jeder Urne für sich eine weiße Kugel zu ziehen, welche hier mit einander vervielfacht werden mußten. Nach demselben Verfahren entsteht die Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{9}$ mal $\frac{12}{20}$ oder $\frac{1}{5}$ zwei schwarze Kugeln, die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{9}$ mal $\frac{5}{20}$ oder $\frac{1}{36}$ zwei blaue Kugeln zugleich zu ziehen. Allgemein also gilt die Regel:

Die Wahrscheinlichkeit eines zusammengesetzten Ereignisses entsteht durch die gegenseitige Vervielfachung der Wahrscheinlichkeiten der Einzelereignisse, welche zugleich stattfinden sollen.

Hier schließt sich fast mit Nothwendigkeit eine Bemerkung über die Größe der Brüche an, welche ich mathematische Wahrscheinlichkeit genannt habe. [Mathematische Wahrscheinlichkeit, das kann nicht oft genug wiederholt werden, ist der Bruch, welcher entsteht, wenn die Zahl der einem Ereignisse günstigen Fälle durch die Zahl der überhaupt möglichen Fälle getheilt wird. Die größte Wahrscheinlichkeit, d. h. Gewißheit ergibt sich, wenn alle Fälle günstig sind. Es ist gewiß, aus einer nur 10 schwarze Kugeln und keine Kugel von anderer Farbe enthaltenden Urne eine schwarze Kugel zu ziehen; es ist gewiß mit 3 Würfeln zwischen 3 und 18 Augen zu werfen u. dergl. Die Gewißheit entspricht somit der Zahl eins, denn 1 ist ja der Werth eines jeden Bruches, dessen Zähler und Nenner gleich groß sind. Im Gegensatze dazu entspricht die kleinste Wahrscheinlichkeit, die Unmöglichkeit, der Zahl Null als dem Werthe eines jeden Bruches, dessen Nenner beliebig groß und dessen Zähler 0 ist, weil in der That unmöglich so viel heißt, als daß kein Ereigniß unserem Vorhaben günstig sein kann. Unmöglich ist es mit einem Würfel 9 Augen zu werfen, aus einer nur schwarze Kugeln enthaltenden Urne eine blaue Kugel zu ziehen u. dergl. Alle anderen Wahrscheinlichkeiten, welche weder Gewißheit noch Unmöglichkeit bieten, bei denen es zwar günstige Fälle giebt, aber neben diesen auch ungünstige, müssen zwischen 0 und 1 liegen, echte Brüche sein, weil bei ihnen der Nenner größer ist als der Zähler. Jetzt wird es auch verständlich sein, warum diejenigen echten Brüche, welche die Wahrscheinlichkeiten entgegengesetzter Ereignisse messen, sich zur Einheit ergänzen. Es ist ja gewiß, daß Eines derselben eintreten wird! Der eine Spieler oder der andere muß gewinnen. Der Würfel muß grad oder ungrad fallen. Ein Aß oder kein Aß muß gezogen werden.

Mit einem echten Bruche vervielfacht, wird das Vervielfachte selbst verkleinert — $\frac{5}{9}$ mal $\frac{3}{20}$ oder $\frac{1}{12}$ ist sowohl weniger als $\frac{5}{9}$, als auch weniger als $\frac{3}{20}$ — und so zeigt es sich, daß zusammengesetzte Ereignisse stets eine kleinere Wahrscheinlichkeit besitzen als die einzelnen Theilereignisse, eine um so kleinere je vielfältiger ihre Zusammensetzung ist. Es wird immer weniger wahrscheinlich keine 4 mit einem gegebenen richtig gearbeiteten Würfel zu werfen, je häufiger der Wurf wiederholt werden soll, und während die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses bei einem Wurfe $\frac{5}{6}$, bei zwei Würfen noch $\frac{25}{36}$ ist, sinkt sie bei zwölf Würfen fast auf $\frac{1}{9}$ herab.

Wie verhält sich nun die Erfahrung zu den bisher ausgesprochenen Sätzen? Welches ist die practische Bedeutung der Zahlen, welche wir theoretisch entstehen sehen? Ich sage, die Zahlen seien theoretisch entstanden, und dieses Wort rechtfertigt sich, da in sämmtlichen bisher besprochenen Beispielen es sich um ganz genau bekannte Vorbedingungen der Möglichkeiten handelte. Um mich noch deutlicher auszudrücken: Die Flächenzahl der Würfel und ihre Bezeichnung, die Anzahl der Karten und ihre Bemalung, die Anzahl der Kugeln in den Urnen und ihre Farbe, waren ganz bestimmt gegeben und mit ihnen auch die Anzahl der überhaupt möglichen Fälle. Aehnlich verhält es sich mit den in den einzelnen Beispielen als günstig bezeichneten Fällen. Alle diese Fälle selbst zu bilden, giebt es Vorschriften, welche man als einen Theil der Mathematik zu lehren pflegt, welche aber vielleicht eben so gut als Abschnitt der allgemeinen Denklehre gelten dürften: die sogenannte Combinatorik, als wissenschaftlich zusammenhängend seit dem Jahre 1666 vorhanden, seit der Dissertation De arte combinatoria, über die Kunst des Combinirens, mittelst welcher der 20jährige Leibnitz, der jugendliche Magister der Philosophie und Doktor der Rechte, den Keim zu einer allgemeinen Charakteristik, zu einer Universalsprache zu legen beabsichtigte. Der Erfolg blieb nicht aus, aber er war ein anderer, als Leibnitz ihn geplant hatte. Nicht der Sprache, nicht der Vereinfachung zwischenvolklichen Verkehrs kam sein Versuch zu gut, sondern zunächst der Wahrscheinlichkeitsrechnung, ähnlich wie seine Monadologie statt auf metaphysischem Gebiete, gleichfalls auf mathematischem, als Differentialrechnung sich siegreich erweisen sollte. Die sämmtlichen Combinationen also, die sämmtlichen Möglichkeiten lassen sich zum Voraus a priori entwickeln und zählen. Unter ihnen treten ebenso a priori die dem zu untersuchenden Ereignisse günstigen Fälle sofort hervor. Wieder im Voraus läßt alsdann das Verhältniß der beiden Zahlen durch bloße Ueberlegung, durch geistiges Anschauen, das heißt eben durch Theorie sich berechnen, so daß man mit besonderem Kunstausdrucke hier von der Wahrscheinlichkeit a priori redet, ermittelt, ohne daß man einen Würfel, ein Kartenspiel, eine Urne mit Kugeln zur Hand hätte. Jetzt greifen wir in Wirklichkeit zu diesen seither nur gedachten Bestandtheilen unserer Aufgaben. Was zeigt sich alsdann?

Die mathematische Genauigkeit ist sprichwörtlich. Wenn wir durch Hülfsmittel der Geometrie den Nachweis geliefert haben, zwei Räume von sehr verschiedenartiger Umgrenzung seien der Fläche nach gleich; wenn wir alsdann diese Räume aus einem und demselben Stoffe herstellen, überall gleich dick, um die Verwandlung der Fläche in einen Körper unschädlich zu machen, und die Wage zur Prüfung anwenden, so wird dieselbe einstehen und die Richtigkeit unserer Rechnung bestätigen. Wenn die theoretische

Mechanik die Leistungsfähigkeit einer durch Dampf etwa beweg- ten Vorrichtung ermittelt hat, so wird der Versuch mit der Rech- nung innerhalb selbst wieder zu berechnender Grenzen überein- stimmen müssen. Wenn, um ein schon benutztes Beispiel wieder- holt in Anwendung zu bringen, die Astronomie mathematisch fand, daß der Halley'sche Komet 1911 wieder uns sichtbar werden wird, so ist kein Zweifel gestattet, daß er auf den bestimmten Tag sich einstellen werde. Wenn wir nun a priori wissen, die Wahr- scheinlichkeit mit einem Würfel 4 Augen zu werfen ist $\frac{1}{6}$, wird auch hier die Erfahrung mathematisch genau mit der Theorie sich decken? Wird, wenn man einen vollständig gleichmäßig ge- arbeiteten Würfel in einem Becher schüttelt und nacheinander 6 Würfe thut, in der That jeder Wurf eine neue Fläche nach oben bringen, so daß jeder überhaupt mögliche Wurf einmal und nur einmal vorkommt? Wir können diese Frage um so sicherer mit **nein** beantworten, als wenn wir auf sie selbst die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnungen anwenden wollten, ihre Bejahung nur die Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{324}$, also wenig mehr als $\frac{1}{65}$ besitzt.

Warum nun diese Nichtübereinstimmung des Ereignisses mit der Rechnung, durch welche wir insgemein weit weniger über- rascht uns fühlen, als wir es sein sollten?

Weil eben hier das vorhanden ist, was wir **Zufall** nann- ten, weil neben den bekannten Bedingungen, welche in der Ge- stalt und der Bezeichnung des Würfels gegeben sind, noch so und so viele andere uns unbekannte Bedingungen in Wirksamkeit treten. Die Art, wie der Würfel in den Becher gelangt, wie der Becher geschüttelt wird, die Unebenheiten an der inneren Fläche des Bechers, an welche der Würfel anstreift, die Geschwin- digkeit, mit welcher der Würfel am Rande des Bechers sich losreißt, der Widerstand der selten ganz ruhigen Luft, das sind so einige von den Bestandtheilen, die gemeinschaftlich den großen Unbekannten, die den Zufall des Wurfes bilden.

Wollte man aber mit Fragen fortfahrend auch darüber Rechenschaft verlangen, wie die Sache sich dann verhalten würde, wenn alle jene kleinen Einflüsse entfernt wären, so lautet die Antwort hierauf sehr einfach. Dann würde die Sache sich gar nicht verhalten! Ohne Hineinbringen des Würfels in den Becher, ohne Schütteln, ohne Werfen giebt es keinen Wurf, läßt also die Art des Wurfes sich so wenig besprechen, als wenn Jemand wissen wollte, welches Wetter sein würde ohne Wärmestrahlung, ohne Luftströmungen, ohne Verdunstung, ohne Elektricität, kurzum welches Wetter sein würde, wenn es gar kein Wetter gäbe.

Es ist vorauszusehen, daß durch diese Abweisung des Wurfes an sich, wie man mehr phrasenhaft als sinnerfüllt jene sich selbst widersprechende Voraussetzung nennen möchte, die vorher vielleicht zu hoch gespannten Erwartungen über die praktische Bedeutung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihr Gegentheil umschlagen möchten. Wenn der Zufall Alles ist, was bleibt dann der Wahrscheinlichkeit übrig?

Das Gesetz zu sein im Zufall.

Zwischen Pascal und Fermat entstand 1654 die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Der Briefwechsel Beider wurde 1679 gedruckt. Schon vorher hatte der Holländer Christian Huyghens Andeutungen erhalten und in Folge derselben 1657 Untersuchungen über das Würfelspiel veröffentlicht [5]). 1666 hat mit Bezug auf eine Aufgabe ähnlicher Natur ein anderer berühmter Holländer Baruch Spinoza [5]), einen seiner ziemlich glücklichen Streifzüge auf das mathematische Gebiet unternommen. Das erste Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung verfaßte Jakob Bernoulli, der große

Basler Gelehrte, der Aelteste eines Geschlechtes von Mathematikern, welches die Erfindungsgabe in den schwierigsten Fragen der Wissenschaft in Erbpacht genommen zu haben schien. Jakob Bernoulli starb 1705. Aus seinem Nachlasse gab der Neffe Nikolaus Bernoulli 1713 die Ars conjectandi, die Kunst der Vermuthung, im Drucke heraus, ein leider unvollendet gebliebenes, aber selbst in seiner des Abschlusses mangelnden Gestalt unsterbliches Meisterwerk. In ihm hat Jakob Bernoulli den mathematischen Beweis für einen Lehrsatz geliefert, der ihn, wie er selbst sagt, 20 Jahre lang beschäftigt hat[7]), und der in folgenden Worten etwa sich ausspricht: Bei Häufung von Beobachtungen heben die zufälligen d. h. durchaus unbekannten Bestimmungsgründe sich gegenseitig auf, und das Ergebniß stimmt um so näher mit der Berechnung nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung überein, als die Häufung der Beobachtungen selbst in's Ungemessene zunimmt. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung besitzt also keinerlei Werth für einen bestimmten einzelnen Fall, ist dagegen zuverlässig als Durchschnittsrechnung.

Dieses Gesetz, das Gesetz der großen Zahlen, wie es seit Poisson[8]) gemeiniglich genannt wird, ist das Gesetz im Zufall. Der durch Jakob Bernoulli zuerst geführte, durch Andere mehrfach wiederholte Beweis desselben ist so unanfechtbar, wie nur irgend ein Satz der angewandten Mathematik, und ihm fehlt auch die Bestätigung durch die Erfahrung nicht mehr, nachdem man gelernt hat, die Frage in richtiger Weise zu stellen.

Von hervorragendem Verdienste in der Wahrscheinlichkeitsrechnung war Karl Friedrich Gauß, einer der größten, vielleicht der größte Mathematiker dieses Jahrhunderts. Seine 1809 veröffentlichte Erfindung der Methode der kleinsten

Quadrate[9]), in welcher der Vorrang ihm vergeblich zu Gunsten von Legendre streitig gemacht worden ist, und die den Beobachtungswissenschaften eine vorher nie gekannte Sicherheit der Berechnungen verschaffte, gehört diesem Abschnitt der Mathematik an. Gerade in seinen Vorlesungen über diese Methode der kleinsten Quadrate pflegte Gauß zu erzählen, wie er in einem auffallenden Beispiele die Prüfung der Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch die Erfahrung vorgenommen habe. In Göttingen, wo er von 1807 bis zu seinem 1855 erfolgten Tode der Sternwarte vorstand, hatte er lange Zeit die Gewohnheit, allabendlich mit denselben drei Freunden Whist zu pielen und notirte einige Jahre hindurch, wie viele Asse jeder Spieler in jedem Spiel hatte. Es zeigte sich, daß nahezu übereinstimmend oft ein Jeder von ihnen kein Aß, 1, 2, 3 und 4 Asse gehabt hatte, und daß diese einzelnen Anzahlen untereinander auch das von der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorgeschriebene Verhältniß boten.

Daß dazu jahrelanges Notiren erforderlich ist, und es nicht etwa genügt, an einem oder ein Paar Abenden den Versuch anzustellen, das kann auch ohne den mathematischen Beweis des Bernoulli'schen Gesetzes, durch die, man darf wohl sagen unendlich große Anzahl der überhaupt möglichen, von einander verschiedenen Whistspiele erläutert werden, welche sich auf 53—54 Tausend Quintillionen beziffert. Da der Sinn für so große Zahlen uns zu mangeln pflegt, so ist es wohl am Platze, durch Einführung einer größeren Einheit eine Verdeutlichung anzubahnen. Seit dem Jahre 1392 etwa hat das Kartenspiel weitere Verbreitung gefunden. Denken wir seit jener Zeit 200 Millionen Menschen, reichlich die Durchschnittsbevölkerung von Europa, Tag und Nacht anhaltend mit Kartengeben beschäftigt, so daß jede Aus-theilung nebst dem vorangehenden Mischen nur 2 Minuten in Anspruch nehmen soll. Die kleinen Nothwendigkeiten, als Essen, Trinken, Schlafen bleiben so wichtiger Beschäftigung gegenüber ganz außer Betracht. Außerdem soll seither niemals ein Spiel sich wiederholt haben. Alsdann verhält sich die Zahl der so vorgekommenen Spiele zu der der überhaupt möglichen, wie 1 zu 2663 Milliarden.

Das Gesetz der großen Zahlen belehrt uns also über die Art und Weise, in welcher die Natur die Werthe der sogenannten Wahrscheinlichkeit a priori zur Erscheinung bringt; aber es thut mehr als das. Es läßt uns auch eine Wahrscheinlichkeit a posteriori erkennen, bei welcher die praktisch wichtigsten Folgerungen sich ergeben.

Denken wir uns eine Urne und in derselben eine beträchtliche Anzahl von Kugeln, etwa 6000, enthalten, von welchen 1000 schwarz, 2000 weiß, 3000 blau gefärbt sein mögen. Die Wahrscheinlichkeit, blindlings eine Kugel von bestimmter Farbe herauszuziehen, ist hier a priori für jede der drei Farben durch das Verhältniß der Anzahl solcher Kugeln gegeben, und somit für die schwarzen Kugeln $\frac{1}{6}$, für die weißen $\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{3}$, für die blauen $\frac{3}{6}$ oder $\frac{1}{2}$. Zieht man etwa 1200 Mal nacheinander, wobei selbstverständlich die gezogene Kugel jedes Mal wieder in die Urne hineinkommt und jedes Mal genügend geschüttelt wird, so steht nach dem Gesetze der großen Zahlen zu erwarten, daß beiläufig 200,400,600 schwarze, weiße, blaue Kugeln herauskommen. Der angestellte Versuch möge uns in der That 199 statt 200 schwarze, 405 statt 400 weiße, 596 statt 600 blaue Kugeln geliefert haben. Nun trete ein unbefangener Dritter hinzu, welchem die Versuche und ihr Ergebniß mitgetheilt werden, welcher aber über den ursprünglichen Thatbestand selbst,

d. h. über die in der Urne wirklich vorhandenen Kugeln gar Nichts weiß, dem also das Ziehen einer Kugel irgend welcher Farbe reiner Zufall ist. Er wird das Gesetz der großen Zahlen zum Rückschlusse auf das Verhältniß der in der Urne vorhandenen Kugeln verwerthen, und wenn wir vorhin für die zu ziehenden Kugeln im Voraus das Verhältniß 1 zu 2 zu 3 ankündigten, so wird sein nach der Hand erzielter Schluß dahin lauten, die in der Urne vorhandenen Kugeln der drei Farben werden sich wie 199 zu 405 zu 596 verhalten. Er wird aber damit sich nicht begnügen. Vorausgesetzt, daß eine genügend ausgedehnte Versuchsreihe vorliege, um das Gesetz der großen Zahlen als erfüllt betrachten zu können, wird er seinen den Versuchen entnommenen Zahlen die Kraft absoluter Wahrheit beilegen, und alsdann darf er und wird er weiter folgern, daß eine genügend lang fortgesetzte Wiederholung der Versuche nach denselben Verhältnißzahlen auf schwarze, weiße und blaue Kugeln sich vertheilen werde.

Mit anderen Worten, der von Jakob Bernoulli zuerst bewiesene mathematische Lehrsatz enthält die zweifellose Bestätigung des stets im gewöhnlichen Leben angewandten Schlußverfahrens: Es werde, wenn nicht neue bestimmende Momente hinzutreten, eine Reihe von Ereignissen, welche hinlänglich oft beobachtet worden sind, sich auch weiter wiederholen, ein Schlußverfahren, welches unabhängig ist von der Kenntniß der wirklichen Ursachen jener Ereignisse, welches deshalb jene Ereignisse in dem allein zulässigen Sinne des Wortes als zufällig bezeichnen darf, und welches in der Wissenschaft den Namen der Wahrscheinlichkeitsrechnung a posteriori erhalten hat. Die Wahrscheinlichkeit künftiger Ereignisse wird nicht schlechtweg im Voraus bestimmt, sondern erst hinterdrein, nachdem eine nicht unerhebliche Zukunft bereits zur Vergangenheit geworden ist. Auf diese Wahrscheinlichkeit a posteriori hat sich selbst eine ganz eigene Wissenschaft gründen lassen, die Statistik.

Es wäre unverantwortlich, wenn nicht auch über einige hier auftretende Fragen ein Orientirungsversuch angestellt würde, in so engen Schranken er sich bei der Unermeßlichkeit des nach allen Seiten hin sich öffnenden Gebietes zu halten haben wird. Können wir doch das eigentliche Gebiet so gut wie nicht betreten und müssen uns begnügen, von der Grenze aus Blicke nach einigen wenigen Richtungen hinaus zu senden. Lassen wir zuerst einen Punkt der Bevölkerungslehre zum Augenmerk wählen, wenden wir uns sodann in wenigen Beispielen zu der Auffindung regelmäßig wirkender Ursachen auf Grund der Wahrscheinlichkeitsrechnung, und schließen wir mit einem Hinweis auf das neueste, der Wissenschaft kaum erst gewonnene Arbeitsfeld, auf die Moralstatistik.

In allen gebildeten Ländern giebt es sogenannte Standesbücher, in welche Geburten und Todesfälle verzeichnet werden, am zuverlässigsten da, wo die gesammte Standesbuchführung einer und derselben Persönlichkeit anvertraut ist und keine Zersplitterung in confessionell getrennte Listen die Gefahr der Irrthümer vergrößert. Außerdem pflegen in den meisten Ländern zu bestimmten Zeiten Bevölkerungsaufnahmen gemacht zu werden, deren letzte in Deutschland am 1. December 1875 stattfand. Wenn auch die Zwecke, zu welchen alle diese Listen verwerthet zu werden pflegen, der mannigfaltigsten Natur sind und alle Gebiete des Familienrechtes, des Besteuerungswesens, der Waffenpflicht u. s. w. berühren, so kann doch für eine nicht unerhebliche Zahl von Fragen, welche bei der Volkszählung an jeden Einzelnen gestellt werden, kein solcher bürgerlicher oder staatlicher Zweck zur sofortigen Begründung dienen. Wozu brauchen die Herren im statistischen Bureau in Berlin zu wissen, in welchem Jahre ich geboren bin? Diesen Ausruf konnte man zur Zeit der Volkszählung aus manchem Munde, und nicht selten aus recht schönem Munde vernehmen. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist es, welche dieser Zahlen bedarf, um aus ihnen weit mehr herauszulesen, als auf den ersten Anblick darin zu stehen scheint. Zahlenschreiben ist Handwerk, Zahlenlesen Geisteswerk.

Nehmen wir einmal an, was freilich nicht wahr ist, wofür aber nachträglich Verbesserungen eintreten, deren eine uns hier zu beschäftigen hat, die Bevölkerung eines Landes bleibe sich unverändert gleich, sei stationär, wie der Kunstausdruck lautet. Jährlich komme dieselbe Anzahl von Geburten vor, dieselbe ihr gleiche Anzahl von Todesfällen stets über gleiche Altersklassen der Verstorbenen vertheilt, und sämmtliche Geburten wie sämmtliche Todesfälle fänden zu gleicher Zeit am Schlusse des Jahres statt. Alsdann genügt, wie Edmund Halley, der Berechner des nach ihm benannten Kometen und Begründer der mathematischen Sterblichkeitstheorien, 1693 gezeigt hat[10]), die Todtenliste eines einzigen Jahres, um die Bevölkerungszahl theoretisch zu berechnen. Es seien beispielsweise 10,000 Menschen in dem der Beobachtung unterworfenen Gebiete in dem einen Jahre, dessen Todtenliste man besitzt, gestorben. Nach unserer Voraussetzung stehen ihnen gleich viele, also auch 10,000 Geburten gegenüber, und nach einem anderen Theile unserer Voraussetzung verhielt es sich ebenso seit Menschengedenken. Unter den 10,000 Verstorbenen mögen sich 3226 Kinder von 1 Jahre befinden. Sie gehören zu den 10,000 vor einem Jahre Geborenen, von welchen folglich noch 6774 am Leben sind, und allgemein können wir sagen, von 10,000 Neugeborenen überleben 6774 das erste Jahr. Ferner mögen unter den 10,000 Verstorbenen 462 Kinder von 2 Jahren sich befinden. Es ist klar, daß dieselben zu den 10,000 vor zwei Jahren Geborenen gehören, von denen nach Jahresfrist, d. h. jetzt vor einem Jahre noch 6774 am Leben waren. Zieht man die 462 jüngst Verstorbenen ab, so bleiben 6312 Kinder von zwei Jahren, die heute leben, und allgemein überleben von 10,000 Neugeborenen 6312 das zweite Jahr. Ich will den Gedanken noch an einem weiteren Jahrgange entwickeln. Es mögen unter denselben 10,000 Verstorbenen 219 Kinder von 3 Jahren sich befunden haben. Ihre Geburt fand vor 3 Jahren statt. Von den damals Geborenen waren nach zwei Jahren, d. h. wieder jetzt vor einem Jahre 6312 am Leben, davon ab 219, bleiben 6093 Kinder von drei Jahren als Theil der gegenwärtigen Bevölkerung und zugleich der Satz, daß von 10,000 Neugeborenen 6093 das dritte Jahr überschreiten. In Bezug auf die Bevölkerung lehrt uns somit unsere für die ersten drei Lebensjahre ausführlich erörterte Schlußfolge, daß dieselbe in jenen niederen Altersklassen bestehen muß: aus 10,000 Neugeborenen, aus 6774 Einjährigen, aus 6312 Zweijährigen, aus 6093 Dreijährigen, daß also zusammen 29179 Kinder unter 4 Jahren gegenwärtig leben. Aehnlich läßt die Rechnung sich über alle Altersklassen wegführen bis zur höchsten, die an dem betreffenden Orte überhaupt noch Lebende in sich schließt, also etwa bis zum 100sten Jahre.

Jetzt tritt die Volkszählung ein, welche uns gestattet, die berechnete Liste der Bevölkerung mit der wirklich vorhandenen, Theorie und Praxis miteinander zu vergleichen. Es kann Niemand überraschen, daß die Zahlen um so weniger stimmen, ein je höheres Lebensalter verglichen wird, daß vielmehr bei diesen höheren Altersklassen die Theorie stets eine erheblich größere Zahl liefert, als ihr in Wirklichkeit angehören. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Die Bevölkerung ist nämlich nicht stationär, sie nimmt gegenwärtig in den meisten Ländern noch regelmäßig zu, und zwar dadurch, daß der Geburten alljährlich mehr sind als der Todesfälle. Wenn nun die Geburten einen bestimmten Prozentsatz der Bevölkerung bilden, so müssen der niedrigeren Zahl der Bevölkerung weniger Geburten entstammen, und vor 60 Jahren beispielsweise, einem Zeitraum, zu welchem in Deutschland die Bevölkerung ziemlich genau halb so groß war wie heute, wurden statt 10,000 nur 5000 in einem Jahre geboren. Die 53 Verstorbenen von 60 Jahren, welche unsere gegenwärtige Todtenliste zeigt, bilden also nicht die Anzahl, welche unter 10,000 Neugeborenen in diesem Alter gestorben wären, sondern nur unter 5000. Bei verdoppelter Zahl der Geburten müssen wir die Zahl der Verstorbenen gleichfalls verdoppeln. Wir ziehen somit, wenn wir die Zahlen der Todtenliste unverändert lassen, 53 ab, wo wir 106 abziehen sollten, und erhalten somit einen zu großen Rest von theoretisch noch Lebenden. Kennen wir dagegen die Zahl der Geburten eines jeden Jahres, so sind wir im Stande, aus der einen wirklichen Todtenliste durch nachträglich vorgenommene Vergrößerung der Zahlen in der soeben angedeuteten Weise eine ideale Todtenliste herzustellen, wie ich diese verbesserte Liste nennen möchte, eine Liste, welche uns eine stationäre Bevölkerung, wenigstens in Bezug auf die stets gleiche Zahl der Geburten und der Todesfälle versinnlicht und zur Herstellung der thatsächlichen Bevölkerung nach den Halley'schen Vorschriften führt.

In der Wirklichkeit dreht sich nun die Sache meistens um. Wir kennen die nach dem Halley'schen Principe errechnete Anzahl von Menschen eines gewissen Alters. Wir kennen auch die thatsächlich vorhandene Anzahl der in diesem Alter Stehenden. Aus beiden Zahlen können wir nach Methoden, welche der Hauptsache nach von Leonhard Euler herstammen, der zuerst die Zinszinsrechnung auf die menschliche Bevölkerung und ihre Zunahmen verwandte[11]), berechnen, wie viele Geburten damals stattfanden, als jene Altersklasse in der Wiege lag, d. h. jene Zahl 5000, welche ich vorher als erfahrungsmäßig gegeben annahm.

Ist jene Annahme gleichfalls gerechtfertigt, besitzen wir so weit zurück durchaus zuverlässige Geburtslisten, um so viel besser! Zu viel Controle, ein zu hoher Grad von Zuverlässigkeit läßt sich bei Dingen so wichtiger Natur gar nicht erreichen. Man erwäge nur, daß es bei der ganzen angestellten Rechnung weit weniger um die Bevölkerung und ihre Bewegung sich handelt — die würde man aus wiederholten Volkszählungen ohne irgend welche Altersangaben mit vollständig hinreichender Genauigkeit erkennen — als um die Sterblichkeit der Menschen. Wissen wir erst, daß von 10,000 Neugeborenen so viele nach 1, so viele nach 2, 3, 4 u. s. w. Jahren sterben, so erhalten wir durch Vereinigung der Lebensjahre, welche jeder dieser Neugeborenen bis zu seinem Tode verbrachte und durch Theilung durch 10,000 die **mittlere Lebensdauer** Aller. Wir erhalten ferner die **wahrscheinliche Lebensdauer** der Menschen in einem beliebigen Alter durch Befragung unserer idealen Todtenliste um die Zeit, nach welcher genau die Hälfte der in der fraglichen Altersklasse vorhandenen Menschen weggestorben sein werden. Solcher Art sind die Gegenstände unseres Wissensdurstes. Schon den Römern schienen solche Fragen der Beantwortung würdig und der Beantwortung fähig, wie aus einer Pandektenstelle zu der sogen. Lex Falcidia hervorgeht[12]) Seit Erfindung der Wahrscheinlichkeitsrechnung richtete darauf zuerst Jan de Witt 1671 seine Aufmerksamkeit[13]). Und in der That ist es nicht eine müssige Neugier, welche solche Fragen stellt. Auf ihrer Befriedigung beruht das ganze System der Lebensversicherungen, der Renten-Anstalten u. s. f. in einer Ausdehnung, welche ihrer Wichtigkeit ebenbürtig ist, und welche es zum Schutze der Interessen von Tausenden und aber Tausenden Wittwen und Waisen mit Nothwendigkeit erheischt, die Grundmauern so unerschütterlich als möglich aufzubauen. Der Kitt aber, welcher denselben als Bindemittel dient, ist Nichts anderes, als das Gesetz im Zufall, als das Gesetz der großen Zahlen, als die Zuversicht, eine durch Beobachtungen über Millionen von Menschen gewonnene Verhältnißzahl werde die Folge von unverbrüchlichen, wenn auch in den meisten Fällen uns unbekannten Natur- oder Gesellschafts-Gesetzen sein.

Wie aber, wenn einmal eine erfahrungsmäßige Verhältnißzahl für irgend welche Erscheinungen gewonnen wurde und nun eine selbstverständlich wieder hinreichend ausgedehnte Beobachtungsreihe eine Abweichung von dem an allen anderen Orten zutreffenden Zahlengesetze zeigt? Zufall, sagt man alsdann wieder. Wohl! Wird aber auch der Mann der Wissenschaft sich damit begnügen? Ist er nicht der naturgemäße Feind des Zufalls? Die Wissenschaft will und soll fortschreiten, sie will und soll Unbekanntes erforschen. Nennen wir Zufall das Eintreffen eines Thatbestandes, ohne daß vorher Bekanntes ihn nothwendig machte, so dürfen wir hinzufügen: Wissenschaft heiße den Zufall vernichten. Diese Vernichtung aber kann entweder auf einen Schlag oder stückweise sich vollziehen. Es können plötzlich die sämmtlichen Theile eines Ereignisses, oder doch wenigstens die wesentlichen Theile desselben, durch die erkannte Grundlage gesichert werden, oder es kann so viel geleistet werden, daß das Vorhandensein besonderer, vielleicht nebensächlicher Gründe den gegebenen Thatsachen abgerungen wird, während in der Hauptsache die alte Unsicherheit, der Zufall, Sieger bleibt. So ging es am Ende des vorigen und Anfange dieses Jahrhunderts bezüglich des Verhältnisses der Knaben- und Mädchengeburten in Paris.

Alle Fragen, welche auf die Geburt des Menschen sich beziehen, gehören zu den räthselhaftesten und entziehen sich schon dadurch der eingehenden Besprechung, selbst wenn ihrer Behandlungsfähigkeit vor einer zahlreicheren Versammlung nicht aus anderen Gründen die engsten Grenzen gesteckt wären. Eine von den wenigen feststehenden Thatsachen ist die, daß die männlichen Geburten über die weiblichen überwiegen, und zwar durchgängig in dem Verhältnisse von 17 zu 16. Diese Zahlen sind durch weitverbreitete langjährige Beobachtungen erhalten[14]), welche bis auf die Untersuchungen eines Engländers, John Graunt, im Jahre 1666 zurückgehen[15]). „Vor diesem war es, so sagt Süßmilch, ein deutscher Schriftsteller aus der Mitte des vorigen Jahrhunderts, noch keinem Manne aufgefallen, daß Jeder eine Frau bekomme." Freilich, möchte ich hinzusetzen, ergreift die Natur nach der Geburt für das sogenannte schwächere Geschlecht Partei und rafft in den beiden ersten Lebensjahren einen so viel größeren Bruchtheil der Knaben als der Mädchen dahin, daß vom Alter von zwei Jahren an die weibliche Bevölkerung über die männliche in der Mehrheit ist. Am Ende des vorigen Jahrhunderts war die Mehrzahl der Knabengeburten bereits eine der Wissenschaft erworbene Kenntniß, wenn auch das Verhältniß 17 zu 16 erst in neuesten Werken ermittelt worden ist. Laplace, der Verfasser eines durch Anwendung neuer mathematischer Kunstgriffe und Erfindungen in vielen Beziehungen bahnbrechenden Werkes über Wahrscheinlichkeitsrechnung, zog die Geburten von 30 Departements in Frankreich aus den Jahren 1800, 1801 und 1802 zu Rathe[16]), wobei diejenigen Gegenden allein berücksichtigt wurden, in welchen die Verwaltung so gut eingerichtet war, daß man von dort her vertrauenswürdiger Aufzeichnungen gewärtig sein durfte. Er erhielt 110,312 Knaben, 105,287 Mädchen, also fast genau 22 Knaben auf 21 Mädchen. Ausgeschlossen war von diesen Zahlen die Geburtsliste von Paris. Diese, oder vielmehr die Taufliſten aus den Jahren 1745 bis 1784, welche allein Laplace zugängig waren, lieferten 393,386 Knaben, 377,555 Mädchen, auch wieder mehr Knaben als Mädchen, aber nur im Verhältnisse von 25 zu 24. Ist es nun wahrscheinlich, so fragte sich Laplace, daß die Verschiedenheit der beiden Verhältnisse $\frac{22}{21}$ und $\frac{25}{24}$ auf beliebig veränderliche und deshalb um so schwerer zu ermittelnde Veranlassung hin eintrat, oder ist vielmehr anzunehmen, daß ein besonderer örtlicher Grund für diese Verschiedenheit vorhanden ist, der nicht ohne Weiteres beliebig sich ändern wird, sondern auch in Zukunft maßgebend bleibend unsere Nachforschung herausfordert?

Mittelst feiner mathematischer Analyse, deren Wesen ich freilich auch nicht annähernd hier schildern kann, ohne Begriff und Eigenschaften der sogenannten erzeugenden Function in einem Grade als bekannt vorauszusetzen, wie es kaum bei Fachgelehrten zutreffen möchte, fand Laplace, daß man 238 gegen 1 für das Vorhandensein eines besonderes Grundes der angeführten Thatsache wetten könne.

Nun suchte er diesen Grund zu ermitteln, und er fand ihn. Das die für Frankreich maßgebende Verhältnißzahl verändernde örtliche Element war das Findelhaus. Dorthin gelangten auch außerhalb Paris geborene Kinder, und in letzterem Falle, wie die Zahlen beweisen, muthmaßlich meistens Mädchen. Von 1749 bis 1809 nahm das Findelhaus 163,499 Knaben, 159,405 Mädchen, also beiläufig in dem Verhältnisse 39 zu 38 auf, noch ungünstiger für die Zahl der Knaben als jenes Pariser Verhältniß, und wurden die Findelkinder ganz weggelassen, so zeigten die Pariser Geburten dasselbe Zahlenverhältniß, wie die aus den 30 Departements, das Verhältniß 22 zu 21.

In diesem Beispiele hat also die Wahrscheinlichkeitsrechnung dahin geführt, zuerst für eine bestimmte Regelwidrigkeit eine regelmäßig wirkende Ursache zu erschließen und in Folge dieses Schlusses die Ursache selbst zu erkennen. Ein anderes Beispiel ähnlichen Verfahrens will ich einem ganz anderen Gebiete der Wissenschaft entlehnen, der Astronomie.

Als allgemein bekannt darf vorausgesetzt werden, daß nach dem gegenwärtig als richtig erachteten Weltsystem die Planeten um die Sonne sich bewegen, in ihrer kegelschnittförmigen Bahn bestimmt einestheils durch eine einmal auf irgend eine Weise erlangte, nach der Berührungslinie an die Bahn gerichtete Geschwindigkeit, anderntheils durch die Anziehung der Sonne. Diese Anziehung denkt man sich nun freilich nicht als eine der Sonne allein, man möchte sagen persönlich innewohnende, sondern als allgemeine Massenanziehung. Jeder Planet wird angezogen und zieht an gleich wie die Sonne, und die Wirkung eines jeden größeren Planeten wird bemerklich bei den Bahnen der ihm im Sonnensystem zunächst verlaufenden, seiner Anziehung vorzugsweise unterworfenen Planeten. Das sind die sogenannten Störungen, welche der Astronom unter Voraussetzung der Kenntniß der Massen der einzelnen Planeten und ihrer Bahn im Allgemeinen voraus zu berechnen im Stande ist, und so die genaue Bahn der unserer Sonnenwelt angehörenden Körper sich verschafft. Für die wichtigeren Planeten war in den ersten 40 Jahren unseres Jahrhunderts die Rechnung genau ausgeführt und stimmte auch, abgesehen von einer einzigen Ausnahme, in befriedigender Weise mit der Beobachtung. Uranus, seit dem 13. März 1781 durch William Herschel entdeckt, wollte allein nie an den vorausbestimmten Punkten des Himmels sich einfinden. Die Störungen durch die bekannten großen Planeten, durch Jupiter und namentlich durch Saturn, reichten nicht aus, den unregelmäßigen Lauf des Uranus zu erklären. Schon 1840 entnahm Bessel daraus Veranlassung zu den Worten[17]: „Ich meine, daß eine Zeit kommen werde, wo man die Auflösung des Räthsels vielleicht in einem neuen Planeten finden werde, dessen Elemente aus ihren Wirkungen auf den Uranus erkannt und durch die auf den Saturn bestätigt werden könnten."

Das ist ein Schlußverfahren ganz verwandter Natur, wie ich es vorher von Laplace mittheilte. Die Zahlen der häufig angestellten Beobachtungen stimmten nicht zu den aus anderen Beobachtungsreihen erhaltenen Zahlen. Die große Wahrscheinlichkeit eines örtlich wirkenden Einflusses war gewonnen und mit ihr der Wunsch, diesem Einflusse auf die Spur zu kommen. Le Verrier hat das gegenwärtig nicht mehr bestrittene Verdienst, durch eine äußerst mühselige umgekehrte Störungsrechnung das Vorhandensein jenes neuen Planeten endgültig bewiesen und dessen Bahn, ohne jede Beobachtung des Planeten selbst, so genau bestimmt zu haben, daß es Galle am 23. September 1846 gelang, denselben, den Neptun, aufzufinden.

Mit fast schwindelnder Bewunderung erfüllen uns solche Wagnisse des menschlichen Geistes, erfüllt uns der Gedanke, daß solche Wagnisse mit Erfolg gekrönt sein konnten. Wahrlich kein geringfügiges Werkzeug kann es sein, welches Aufgaben von der genannten Art bewältigen hilft, und so steigt unwillkürlich wieder das Ansehen, in welchem die Wahrscheinlichkeitsrechnung bei uns zu stehen hat, zu Anfang dieses Vortrages vielleicht überschätzt, dann zu gering geachtet, jetzt ihren wirklichen Werth enthüllend. Aber wir sind noch nicht zu Ende. Noch auf eine Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung habe ich zugesagt die Aufmerksamkeit zu richten, noch auf einem Gebiete das Gesetz der großen Zahlen dahin auszunutzen, daß die Rückverfolgung des Weges von den Ereignissen zu ihren Bewegsgründen mindestens versucht werde, auf einem Gebiete, daß dem Menschen am erforschungswürdigsten erscheinen muß, denn es ist kein anderes als das Seelenleben des Menschen selbst. Die sogenannte Moralstatistik erheischt ein letztes Verweilen.

Schon Jakob Bernoulli war die unermeßliche Tragweite des von ihm entdeckten Grundgedankens, der nach dem Gesetze der großen Zahlen herstellbaren Wahrscheinlichkeit a posteriori, nicht entgangen. In der unvollendet gebliebenen IV. Abtheilung seiner ars conjectandi wollte er — die Ueberschrift giebt darüber Auskunft [18]) — den Nutzen und die Anwendung der vorangegangenen Lehren auf staatliche, sittliche und ökonomische Verhältnisse zum Gegenstande der Untersuchung machen. Das Jahr 1699 sah hierauf in England zwei absonderliche Schriften erscheinen: Die mathematischen Principien der christlichen Theologie von John Craig und eine anonyme Abhandlung in der von der Londoner Königlichen Gesellschaft veröffentlichten Sammlung über die Glaubwürdigkeit von Zeugnissen, beide ohne wissenschaftlichen Werth[19]). Nikolaus Bernoulli, der Neffe und der Herausgeber der nachgelassenen Schrift des Jakob Bernoulli, wie ich schon früher erwähnt habe, zugleich geistreicher Mathematiker und feiner Jurist, setzte das Werk des Oheims gewissermaßen fort, indem er 1709 ein Büchlein über die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen auf die Rechtsgelehrsamkeit herausgab. Er entwickelte darin mit Rücksicht auf die aus den Sterblichkeitslisten ersichtliche mittlere Lebensdauer, wann ein Verschollener als todt anzusehen sei und entschied sich für denjenigen Zeitpunkt, nach welchem von 3 Altersgenossen des Abwesenden in der Heimath 2 gestorben sein würden, wonach also die wahrscheinliche Lebensdauer in der Auffassung dieses Schriftstellers von der des Halley, der unter 2 Altersgenossen einen gestorben wissen wollte, wesentlich verschieden ist, wie überhaupt diesem Begriffe im Gegensatze zu der stets zweifellosen mittleren Lebensdauer immer etwas willkürliches und darum von einem Buche zum andern oftmals wechselndes anhaftet. Außerdem untersuchte unser Verfasser den Werth zweifelhafter Schulden, die Gründung von Ausstattungskassen und die Wahrscheinlichkeit, ob ein Angeklagter schuldig sei oder nicht, je nach der Anzahl der gegen ihn vorliegenden Zeugnisse, eine Zusammenstellung ziemlich bunter Natur. Es war ein eigenthümliches, neckisches Spiel, daß im Jahre 1744 der Gerichtshof zu Basel einmal nach der Verschollenheitslehre von Nikolaus Bernoulli in einem Rechtsfalle entschied, bei welchem es sich um ein Vermächtniß handelte, welches einem unbekannt wo Abwesenden und falls dieser todt war, unmittelbar seinen Kindern in Basel zu=

fallen sollte. Unter der letzteren Voraussetzung, welche das Gericht als vorhanden annahm, gingen die Gläubiger des verschollenen Vaters leer aus. Einer der Gläubiger, der durch diese Entscheidung mit seinen Ansprüchen an die Erbmasse abgewiesen wurde, war kein anderer als Nikolaus Bernoulli selbst[20]). Eine andere Richtung wieder schlugen seit der Mitte des XVIII. Jahrhunderts Daniel Bernoulli und Buffon ein, welche die moralische Erwartung in Rechnung brachten[21]), d. h. nachzuweisen suchten, daß eine Summe stets einer zwiefachen Werthschätzung bedürfe, als Summe überhaupt und als Bruchtheil des Vermögens dessen, dem sie gegeben, beziehungsweise genommen werde. Auch hier wieder ist die Wissenschaft nur die Dollmetscherin des natürlichen Menschenverstandes, der sehr wohl begreift, daß eine Ausgabe von 10 M. weit entfernt ist, die gleiche zu sein, wenn sie aus der Tasche eines Handwerkers oder eines Millionärs fließt. Condorcet, einer jener von der selbstmörderischen Gier der französischen Revolution verschlungenen Parteiführer, ein Mitglied der sogenannten Gironde, wandte die Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Entscheidungsgründe von Gerichten und von politischen Versammlungen an[22]), höchst merkwürdige Untersuchungen, in deren Bereich auch die Frage nach der besten Wahlgesetzgebung fällt. Aber alle diese Anwendungen bilden doch nicht die Moralstatistik, wenngleich das Wort Moral dabei nicht selten in Gebrauch trat.

Unter Moralstatistik hat man vielmehr zu verstehen, was ein neuester Schriftsteller theilweise richtig die Gesetzmäßigkeit in den scheinbar willkürlichen menschlichen Handlungen nennt, ein Untersuchungsgebiet, erstmalig berührt durch Süßmilch 1742 in einer Schrift, welche mit den ersten Worten des mehrere Zeilen füllenden Titels „Die göttliche

Ordnung" genannt zu werden pflegt, dann der allgemeinen Bearbeitung überwiesen durch Quetelet seit 1830. Ich nannte die angeführte Definition nur theilweise richtig, weil in derselben ein Urtheil enthalten ist, welchem ich wenigstens nicht beistimmen kann, und welches zu fällen der Moralstatistiker als solcher keinenfalls genöthigt ist. Ob menschliche Handlungen willkürlich sind oder scheinen, mit anderen Worten ob der Mensch frei ist, ob bestimmt in allem seinen Thun und Lassen, die Frage ist wahrlich von zu großer Tragweite, um nebensächlich entschieden zu werden, so lange die Entscheidung noch irgend einem Zweifel unterworfen ist. Außerdem bedarf die Wahrscheinlichkeitsrechnung dieser Entscheidung nicht. Rede man doch einfach von der Gesetzmäßigkeit der als willkürlich bezeichneten menschlichen Handlungen, so greift man der Berechtigung oder Nichtberechtigung jener Bezeichnung nicht vor, man schafft nur aus dem Beginne der Untersuchung einen Streitpunkt weg, über welchen die Arbeitsgemeinschaft gleich tüchtiger, aber über jenen Punkt verschieden denkender Männer in die Brüche gehen kann, und man beeinflußt nicht im Geringsten die Freiheit der Folgerungen, für welche auch der entschiedenste Determinist in die Schranken zu treten pflegt. Wenn wir eine Liste der Selbstmorde vor uns haben, eine zweite Liste der Verbrechen, welche gegen Andere begangen wurden, eine dritte Liste der Verurtheilungen und Freisprechungen, welche von den Gerichten ausgingen u. s. w., so können wir die Gleichmäßigkeit, die Gesetzmäßigkeit der hier auftretenden Zahlen zum Ausgangspunkte von Schlußreihen benutzen, welche kaum verschieden ausfallen, wie man auch zu der heiklen Frage menschlicher Freiheit oder Unfreiheit sich stellen mag. Daß z. B. in demselben Lande innerhalb der verhältnißmäßig kurzen Zeit, seit welcher solche Aufzeichnungen vorgenommen werden, Zahl und Art der Verbrechen sich Jahr für Jahr so genau wiederholen, wie irgend andere, auf verwickelte Ursachen zurückführbare Ereignisse, das ist eine Regelmäßigkeit, die uns erstaunen, überraschen kann, ja das Jahresbudget, welches die menschliche Gesellschaft dem Schaffotte und dem Zuchthause zu zahlen hat, wie ein oft wiederholtes Wort Quetelet's lautet, kann uns mit Entsetzen erfüllen, aber leugnen läßt sich die Thatsache nicht. Ist sie nun vorhanden, woran Niemand mehr zweifelt, was ist daraus zu folgern? Nur soviel, daß nach dem Gesetze der großen Zahlen dieselbe Regelmäßigkeit andauern werde, so lange dieselben Verhältnisse stattfinden. Mehr folgern zu wollen, wäre heute eben so leichtfertig, als es Selbstverblendung wäre, jene Regelmäßigkeit nicht sehen zu wollen. Ob insbesondere die genannten Verhältnisse nur durch die Lage und die klimatische Verschiedenheit der einzelnen Länder, ob durch die Höhe der Kornpreise, ob durch den sittlichen Entschluß der das Volk ausmachenden einzelnen Menschen gebildet werden, das ist eine Frage, welche mit dem gegenwärtigen Materiale um so weniger beantwortet werden kann, als dasselbe nicht nur zeitlich, sondern auch räumlich sehr eingeschränkt sich fast ausschließlich auf Perioden und Länder bezieht, welche in jeder der genannten Beziehungen auf's Engste verwandt sind.

Mit der Abweisung der Beantwortung der Frage nach der Verantwortlichkeit für verbrecherische menschliche Handlungen auf Grundlage des gegenwärtigen Materials, scheine ich eine künftige Beantwortung als möglich in Aussicht zu stellen, und in der That ist das meine zuversichtliche Hoffnung, deren Entwickelung meine Schlußworte bilden sollen.

Freiheit des Menschen, Bestimmtheit des Menschen! Dieser

Gegensatz schließt mit in sich den weiteren Gegensatz der Möglichkeit und Unmöglichkeit sittlicher Vervollkommnung, denn ohne Freiheit giebt es überhaupt keine Sittlichkeit. Wem die Letztere mehr ist, als ein aus Buchstaben zusammengesetztes Wort, wer mit dem Dichter des Glaubens ist: „Die Tugend, sie ist kein leerer Wahn, der Mensch kann sie üben im Leben", der, aber auch nur der darf der Gesetzgebung eine andere als blos strafende Aufgabe stellen, darf der Strafe eine andere Begründung geben, als die der Verhinderung an der Verübung weiterer, dem Einzelnen oder der Gesammtheit schädlichen Handlungen. Noch sind — freuen wir uns dessen — die gesetzgebenden Kräfte aller Staaten von der Möglichkeit, auch anderer als bloß abwehrender Gesetze erfüllt. Hebung des Wohlstandes der Völker wird durch Entfesselung ihrer wirthschaftlichen Fähigkeiten, höhere Bildung derselben durch Verbesserung des Schulwesens beabsichtigt und angebahnt. Hier öffnet sich ein Versuchsfeld, wie die Naturforscher es lieben, um sich zu überzeugen, ob der Veränderung absichtlich unterworfene Bedingungen auf ein Ereigniß von Einfluß seien oder nicht. Man lasse der Gesetzgebung Zeit, die Wirkung auszuüben, welche sie beabsichtigt, und man versäume es nicht, inzwischen die Verbrecherlisten und ähnliches statistisches Material aller Arten sorglichst anzusammeln. Wenn der Mensch Nichts ist, als eine gezähmte Bestie, vor Kette und Peitsche sich hütend, so lange nicht die erregte Leidenschaft ihn der wilden Naturanlage zurückgiebt, so wird es keiner Gesetzgebung der Welt gelingen, die Verbrechen zu mindern, dem Schaffotte und dem Zuchthause ihr Budget zu schmälern. Wenn aber umgekehrt der Mensch innerhalb der Schranken, welche Natur und Gewohnheit ihm gesetzt haben, nur einen Fuß breit frei ist, wenn er vermöge dieser Freiheit seinen Charakter zu veredeln im Stande ist, dann müssen bei guten bürgerlichen Einrichtungen die Spuren dieser Veredlung vielleicht nach Jahrzehnten, vielleicht nach einem Jahrhunderte erst in den Verbrecherlisten wahrnehmbar sein. Man hat sehr fein die Entscheidung, ob der Mensch frei sei, ob nicht, von der Thatsache des Vorhandenseins, des Nichtvorhandenseins des menschlichen Gewissens abhängig gemacht[23]). In der Moralstatistik ist dem Gewissen der Menschheit Gelegenheit gegeben, sich zu äußern.
