
CALCUL DES TRIANGLES.

Pour faire ces calculs avec toute l'exactitude possible, et sans y rien négliger qui puisse produire un effet appréciable, il faut avoir égard à la figure de la terre, et suivre pas à pas les opérations que nous avons exécutées, en commençant par celles qui servent de fondement à tout le reste, c'est-à-dire par la mesure des bases, et d'abord par les moyens qui nous ont servi à placer de cent en cent toises les piquets sur lesquels nous sommes dirigés dans cette mesure.

Nous supposons la terre un ellipsoïde formé par la révolution d'un demi-ellipse autour de son petit axe.

Ainsi l'équateur et tous les parallèles seront des cercles.

Tous les méridiens seront des ellipses parfaitement égales à l'ellipse génératrice; ce qui au reste doit s'écarter bien peu de la figure véritable dans le fuseau si étroit qui renferme tous nos triangles.

Formules pour calculer les parties de l'ellipsoïde.

Soit DE (*pl. XI, fig. 19*) le diamètre de l'équateur $CE = \frac{1}{2} DE =$ demi-grand axe $= m$; DPE la moitié nord du méridien elliptique $CP =$ demi-petit axe $= n$; $DP'E$ le demi-cercle circonscrit;

aF l'ordonnée du cercle : la partie AF sera l'ordonnée à l'ellipse, aT la tangente au cercle au point a , AT sera la tangente à l'ellipse au point A .

En effet, imaginons que le demi-cercle DPE , tournant autour de son axe DE , arrive en une situation telle que $P'P$ soit perpendiculaire au demi-petit axe de l'ellipse, le demi-petit axe sera la projection orthographique du rayon CP' ; et si l'on nomme I l'inclinaison du cercle sur l'ellipse, on aura

$$CP = CP'. \cos. I \text{ ou } n = m. \cos. I \text{ et } \cos. I = \frac{n}{m} \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \text{La perpendiculaire } P'P &= m. \sin. I = (1 - \cos^2. I)^{\frac{1}{2}} = \left(1 - \frac{n^2}{m^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{m^2 - n^2}{m^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{(m+n)(m-n)}}{m} \dots (2) \end{aligned}$$

$$\text{tang. } I = \frac{\sqrt{(m+n)(m-n)}}{m} \cdot \frac{n}{m} = \frac{\sqrt{(m+n)(m-n)}}{a} \dots (3)$$

Mais

$$\cos. I = \frac{1 - \text{tang}^2. \frac{1}{2} I}{1 + \text{tang}^2. \frac{1}{2} I}$$

d'où

$$\text{tang}^2. I = \frac{1 - \cos. I}{1 + \cos. I} = \frac{1 - \frac{n}{m}}{1 + \frac{n}{m}} = \frac{m - n}{m + n} \dots (4)$$

L'équation $\sin^2. I = \frac{m^2 - n^2}{m^2}$ fait voir que $\sin^2. I$ est le carré de l'excentricité de l'ellipse. Soit e cette excentricité en parties du rayon :

$$\sin. I = e; \cos. I = \frac{n}{m} = \left(\frac{1 - e^2}{1}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ et } \text{tang}^2. \frac{1}{2} I = \frac{1 - (e - e)^{\frac{1}{2}}}{1 + (e - e)^{\frac{1}{2}}}$$

Ces dernières expressions supposent $m = 1$.

Soit a l'aplatissement, $(1 - a)$ sera le petit axe

$$a = 1 - \cos. I = 2 \sin^2. \frac{1}{2} I \dots \dots \dots (5)$$

$2 \sin^2. \frac{1}{2} I$ est donc égal à l'aplatissement.

$$\text{tang}^2. \frac{1}{2} I = \frac{1 - \cos. I}{1 + \cos. I} = \frac{a}{(2 - a)} = \left(\frac{\frac{1}{2} a}{1 - \frac{1}{2} a} \right) = \left(\frac{m}{m + n} \right) \dots (6)$$

nous supposons $m - n = 1$.

$$1 + \cos. I = 2 - a = 2 \cos^2. \frac{1}{2} I$$

donc

$$\cos^2. \frac{1}{2} I = 1 - \frac{1}{2} a \dots \dots \dots (7)$$

Une ordonnée quelconque aF du cercle aura pour projection orthographique la ligne $AF = aF \cos. I$.
Donc

$$aF - AF = aF. (1 - \cos. I) = AF 2 \sin^2. \frac{1}{2} I = a. aF$$

Les ordonnées de la projection seront égales aux ordonnées correspondantes du cercle multipliées par une constante $\cos. I$, ou diminuées d'une quantité proportionnelle à l'abscisse aF ; ce qui fait voir que notre ellipse peut être considérée comme la projection orthographique d'un cercle dont l'inclinaison a pour sinus l'excentricité de l'ellipse.

La tangente aT du cercle aura pour projection une ligne droite qui tombera toute entière hors de l'ellipse, avec laquelle elle n'aura de commun que le point A , projection du point a . Donc AT sera tangente à l'ellipse au point A .

Menons la normale ALM jusqu'à la rencontre en M

avec le petit axe ; ALT sera la latitude telle qu'on l'observe au point A . Soit $L = ALT$.

Menons de même la normale aC , c'est-à-dire le rayon au point a du cercle, et soit $aCT = l$. l sera la latitude dans le cercle circonscrit.

$$\begin{aligned} \text{tang. } FTA &= \text{cot. } FAT = \text{cot. } L = \frac{AF}{FT} \\ \text{tang. } aTF &= \frac{aF}{FT} = \text{cot. } aCL = \text{cot. } l \end{aligned}$$

donc

$$\frac{\text{cot. } L}{\text{cot. } l} = \frac{AF}{aF} = \frac{aF \cdot \cos I}{aF} = \cos I$$

donc

$$\text{tang. } l = \cos I \cdot \text{tang. } L = \frac{n}{m} \cdot \text{tang. } L \dots \dots (8)$$

et par conséquent (t. I, p. 150)

$$\begin{aligned} L - l &= \text{tang}^2 \cdot \frac{1}{2} I \cdot \frac{\sin. 2 L}{\sin. 1''} - \frac{1}{2} \cdot \text{tang}^4 \cdot \frac{1}{2} I \cdot \frac{\sin. 4 L}{\sin. 2''} \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \text{tang}^6 \cdot \frac{1}{2} I \cdot \frac{\sin. 6 L}{\sin. 3''} - \text{etc.} \\ &= \left(\frac{m-n}{m+n} \right) \cdot \frac{\sin. 2 L}{\sin. 1''} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m-n}{m+n} \right)^2 \cdot \frac{\sin. 4 L}{\sin. 2''} + \text{etc.} \\ &= \left(\frac{a}{2-a} \right) \cdot \frac{\sin. 2 L}{\sin. 1''} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2-a} \right)^2 \cdot \frac{\sin. 4 L}{\sin. 2''} + \text{etc.} \quad (9) \end{aligned}$$

M. Duséjour et M. Legendre font grand usage de cette latitude. Le premier en a donné une table calculée sur la formule $\text{tang. } l = \frac{n}{m} \cdot \text{tang. } L$; mais la série est beaucoup plus commode. Il suffit de logarithmes à cinq décimales, et l'on aura beaucoup plus de précision qu'en employant la formule finie avec des logarithmes à sept décimales.

On fait aussi grand usage en astronomie de la lati-

tude ACE réduite au centre de la terre. Soit λ cette nouvelle latitude :

$$\text{tang. } l = \frac{aF}{CF}; \quad \text{tang. } \lambda = \frac{AF}{CF} = \frac{aF \cos. I}{CF}$$

donc

$$\frac{\text{tang. } \lambda}{\text{tang. } l} = \frac{aF \cos. I}{aF}$$

ou

$$\text{tang. } \lambda = \cos. I. \text{ tang. } l = \cos^2. I. \text{ tang. } L = \frac{n^2}{m^2} \text{ tang. } L$$

d'où (t. I, p. 150)

$$\begin{aligned} L - \lambda &= \left(\frac{1 - \frac{n^2}{m^2}}{1 + \frac{n^2}{m^2}} \right) \cdot \frac{\sin. 2L}{\sin. 1''} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 - \frac{n^2}{m^2}}{1 + \frac{n^2}{m^2}} \right)^2 \cdot \frac{\sin. 4L}{\sin. 2''} + \text{etc.} \\ &= \left(\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2} \right) \cdot \frac{\sin. 2L}{\sin. 1''} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2} \right)^2 \cdot \frac{\sin. 4L}{\sin. 2''} + \text{etc.} \quad (10) \end{aligned}$$

Si l'on suppose $m - n = 1$, on aura

$$L - \lambda = \left(\frac{m + n}{m^2 + n^2} \right) \cdot \frac{\sin. 2L}{\sin. 1''} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{m + n}{m^2 + n^2} \right)^2 \cdot \frac{\sin. 4L}{\sin. 2''} + \text{etc.}$$

Cette formule sera commode pour calculer la table de l'angle de la verticale avec le rayon, dont on fait un grand usage pour les parallaxes. En effet

$$L - \lambda = ALF - LCA = CAL$$

On peut, dans les formules (9) et (10), négliger le troisième terme sans risquer jamais une erreur de 0^o006, même en supposant $\frac{1}{2830}$ d'aplatissement :

$$AF = aF \cos. I = m. \sin. l. \cos. I; \quad CF = m. \cos. l$$

$$\begin{aligned}
\overline{CA} &= \overline{AF}^2 + \overline{CF}^2 = m^2 \sin^2 L \cos^2 I + m^2 \cos^2 L \\
&= \frac{m^2 \cos^2 I}{\operatorname{cosec}^2 L} + \frac{m^2}{\sec L} = \frac{m^2 \cos^2 I}{1 + \cot^2 L} + \frac{m^2}{1 + \tan^2 L} \\
&= \frac{m^2 \cos^2 I \tan^2 L + m^2}{1 + \tan^2 L} = m^2 \left(\frac{1 + \cos^2 I \tan^2 L}{1 + \cos^2 I \tan^2 L} \right) \\
&= m^2 \left(\frac{1 + \cos^4 I \tan^2 L}{1 + \cos^2 I \tan^2 L} \right) = m^2 \left(\frac{\cos^2 L + \cos^4 I \sin^2 L}{\cos^2 L + \cos^2 I \sin^2 L} \right) \\
&= m^2 \left(\frac{\cos^2 L + \cos^2 I (1 - \sin^2 I) \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right) \\
&= m^2 \left(\frac{\cos^2 L + \cos^2 I \sin^2 L - \sin^2 I \cos^2 I \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right) \\
&= m^2 \left(\frac{\cos^2 L + \sin^2 L - \sin^2 I \sin^2 L - \sin^2 I \cos^2 I \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right) \\
&= m^2 \left(\frac{1 - \sin^2 I \sin^2 L - \sin^2 I \cos^2 I \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right) \\
&= m^2 \left(1 - \frac{\sin^2 I \cos^2 I \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right)
\end{aligned}$$

et

$$CA = m \left[\left(1 - \frac{\sin^2 I \cos^2 I \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \dots \dots \dots (11)$$

d'où

$$\begin{aligned}
CA &= \log. m - \frac{1}{2} K \left[\left(\frac{\sin^2 I \cos^2 I \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2 I \cos^2 I \sin^2 L}{1 - \sin^2 I \sin^2 L} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \text{etc.} \right] \\
&= \log. m - K. \left[\frac{1}{2} \sin^2 I + \frac{1}{32} \sin^4 I - \frac{1}{96} \sin^6 I \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{1}{2} \sin^2 I + \frac{1}{4} \sin^4 I + \frac{1}{64} \sin^6 I \right) \cos. 2 L \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{32} \sin^4 I + \frac{1}{32} \sin^6 I \right) \cos. 4 L - \frac{7}{96} \sin^6 I \cos. 6 L - \text{etc.} \right] (12)
\end{aligned}$$

Mais l'aplatissement

$$a = 2 \sin^2 \frac{1}{2} I = \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} I \cos^2 \frac{1}{2} I}{\cos^2 \frac{1}{2} I} = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 I}{1 - \sin^2 \frac{1}{2} I} = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 I}{1 - \frac{1}{2} a}$$

donc

$$a - \frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2} \sin^2 I; \sin^2 I = 2a - \frac{1}{2} a^2; \sin^4 I = 4a^2 - 4a^3; \sin^6 I = 8a^3$$

donc

$$\begin{aligned}
\log. CA &= \log. m - K \left[\frac{1}{2} a - \frac{1}{4} a^2 - \frac{10}{96} a^3 - \left(\frac{1}{2} a + \frac{1}{4} a - \frac{1}{2} a^2 \right) \cos. 2 L \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} (a + a^3) \cos. 4 L - \frac{7}{96} a^3 \cos. 6 L + \text{etc.} \right] (13)
\end{aligned}$$

quantité suffisamment approchée, et dans laquelle on pourroit même négliger les a^3 . En exprimant par une seule lettre chacune des constantes de cette formule, on aura

$$\log. \text{ rayon de la terre} = \log. m - P + Q. \cos. 2L - R. \cos. 4L + S. \cos. 6L$$

formule commode pour calculer la table des logarithmes des rayons de la terre, dont on se sert pour les parallaxes. J'ai donné cette formule sans démonstration dans le discours préliminaire des tables du bureau des longitudes, en supposant $m = 1$.

Nous avons trouvé

$$\overline{CF}^2 = \frac{m^2}{1 + \cos^2. I. \text{tang}^2. L} = \frac{m^2. \cos^2. L}{1 - \sin^2. I. \sin^2. L}$$

d'où

$$CF = \frac{m. \cos. L}{(1 - \sin^2. I. \sin^2. L)^{\frac{1}{2}}}, \text{ c'est le rayon du parallèle. . . (14)}$$

$$\overline{AF}^2 = \frac{m^2. \cos^2. I. \text{tang}^2. L}{1 + \text{tang}^2. L} = \frac{m^2. \cos^4. I. \text{tang}^2. L}{1 + \cos^2. I. \text{tang}^2. L} = \frac{m^2. \cos^4. I. \sin^2. L}{\cos^2. L + \cos^2. I. \sin^2. L} = \frac{m. \cos^4. I. \sin^2. L}{1 - \sin^2. I. \sin^2. L}$$

donc

$$AF = \frac{m. \cos^2. I. \sin. L}{(1 - \sin^2. I. \sin^2. L)^{\frac{1}{2}}}. (15)$$

De l'expression 14 on tire

$$\begin{aligned} \log. CF &= \log. m + \log. \cos. L - \frac{1}{2} \log. (1 - \sin^2. I. \sin^2. L) \\ &= \log. m + \log. \cos. L + \frac{1}{2} K (\sin^2. I. \sin^2. L + \frac{1}{2} \sin^4. I. \sin^2. L \\ &\quad + \frac{1}{8} \sin^6. I. \sin^2. L + \text{etc. . . (16)} \end{aligned}$$

formule commode et très-convergente.

Dans la sphère $\log. CF = \log. m + \log. \cos. L$, dans le sphéroïde il faut ajouter $\frac{1}{2} K (\sin^2. I. \sin^2. L$

+ etc.), Donc les rayons des parallèles sont plus grands dans le sphéroïde que dans la sphère; donc les degrés de longitude sont aussi plus grands.

La seule inspection de la figure 19 donne les formules suivantes.

$$AT = AF. \sec. L = \frac{m. \cos^{\circ} I. \tan g. L}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (17)$$

$$FT = AF. \tan g. L = \frac{m. \cos^{\circ} I. \sin. L. \tan g. L}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (18)$$

$$LF = AF. \cot. L = \frac{m. \cos^{\circ} I. \cos. L}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (19)$$

$$LT = AT. \operatorname{cosec}. L = \frac{m. \cos^{\circ} I}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (20)$$

$$CT = \frac{m^{\circ}}{CF} = \frac{m. (1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}}{\cos. L} \dots \dots \dots (21)$$

$$AL = LF. \sec. L = \frac{m. \cos^{\circ} I}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (22)$$

$$CL = CF - CL = \frac{m. \sin^{\circ} I. \cos. L}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (23)$$

$$CM = CL. \tan g. L = \frac{m. \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (24)$$

$$LM = CL. \sec. L = \frac{m. \sin^{\circ} I}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (25)$$

$$AM = AL + LM = \frac{m. (\cos^{\circ} I + \sin^{\circ} I)}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \\ = \frac{m}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (26)$$

$$At = AM. \cot. L = \frac{m. \cot. L}{(1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (27)$$

$$Ct = CT. \cot. L = \frac{m. (1 - \sin^{\circ} I. \sin^{\circ} L)^{\frac{1}{2}}}{\sin. L} \dots \dots \dots (28)$$

Le point M est celui où la normale coupe le grand axe, et CM augmentant comme le sinus de la latitude, il en résulte que deux normales ne sauroient se rencontrer dans l'axe si les latitudes sont différentes; et si les normales sont aussi dans deux méridiens dif-

férens elles ne se rencontreront nulle part, car les plans de ces méridiens n'ont de points communs que ceux qui sont dans l'axe.

Soient A et A' (*pl. XI, fig. 20*) deux points dont les latitudes soient L et $L' = (L + dL)$, nous aurons, en supposant $m = 1$:

$$\begin{aligned}
 CM &= \sin^2. I. \sin. L + \frac{1}{2}. \sin^4. I. \sin^3. L + \frac{1}{4}. \sin^6. I. \sin^5. L \\
 CM' &= \sin^2. I. \sin. L' + \frac{1}{2}. \sin^4. I. \sin^3. L' + \frac{1}{4}. \sin^6. I. \sin^5. L' \\
 CM' - CM &= e^2. \sin. (L' - \sin. L) + \frac{1}{2} e^4. (\sin^3. L' - \sin^3. L) \\
 &= e^2. 2 \sin. \frac{1}{2}. (L' - L). \cos. \frac{1}{2}. (L' + L) \\
 &+ \frac{1}{2} e^4. (\frac{3}{4}. \sin. L' - \frac{3}{4}. \sin. L - \frac{1}{4}. \sin. 3 L' + \frac{1}{4}. \sin. 3 L) \\
 &= e^2. \sin. dL. \cos. (L + \frac{1}{2} dL) + \frac{1}{2} e^4. 2 \sin. \frac{3}{2} dL. \cos. (L + \frac{1}{2} dL) \\
 &- \frac{1}{8} e^4. 2 \sin. \frac{1}{2} dL. \cos. \frac{1}{2}. (L' + L) \\
 &= e^2. \sin. dL. \cos. L. \cos. \frac{1}{2} dL - e^2. \sin. dL. \sin. L. \sin. \frac{1}{2} dL \\
 &+ \frac{3}{4} e^4. \sin. dL. \cos. L - \frac{3}{8} e^4. \sin. dL. \cos. 3 L \\
 &= (e^2 + \frac{1}{4} e^4). \sin. dL. \cos. L - \frac{1}{2} e^2. \sin^2. dL. \sin. L \\
 &- \frac{3}{8} e^4. \sin. dL. \cos. 3 L \\
 &= e^2. \sin. dL. \cos. L - \frac{1}{2} e^2. \sin^2. dL. \sin. L \\
 &+ \frac{3}{4} e^4. \sin. dL. (\cos. L - \cos. 3 L) \\
 &= e^2. \sin. dL. \cos. L - \frac{1}{2} e^2. \sin^2. dL. \sin. L \\
 &+ \frac{3}{4} e^4. \sin. dL. \sin. L. \sin. 2 L \\
 &= e^2. \sin. dL. \cos. L - \frac{1}{4} e^2. \sin^2. dL. \sin. L \\
 &+ \frac{3}{2} e^4. \sin. dL. \sin^2. L. \cos. L \dots \dots \dots (29)
 \end{aligned}$$

sin. I est un facteur de l'ordre de dL . on voit donc que nous avons négligé tous les termes qui passent le troisième ordre. Ceux du quatrième sont en effet insensibles, et nous verrons même que ceux du troisième n'auront presque jamais d'effet qu'on ne puisse négliger.

L'angle $MAM' = PMA - PM'A = (90^\circ - L) - (90^\circ - L - x) = x$ est l'erreur de la latitude

quand on la rapporte à l'oblique AM' au lieu de la rapporter à la normale AM . Or

$$\begin{aligned} MAM' &= \left(\frac{MM'}{AM}\right) \cdot \sin. (AMM') + \frac{1}{2} \left(\frac{MM'}{AM}\right)^2 \cdot \sin. 2 (AMM') \\ &\quad + \frac{1}{3} \text{ etc.} \\ &= \left(\frac{CM' - CM}{AM}\right) \cdot \sin. (180^\circ - 90^\circ + L) + \frac{1}{2} \left(\frac{CM' - CM}{AM}\right)^2 \cdot \sin. (180^\circ + 2L) \\ &\quad + \frac{1}{3} \text{ etc.} \\ &= \left(\frac{CM' - CM}{AM}\right) \cdot \sin. (90^\circ + L) - \frac{1}{2} \left(\frac{CM' - CM}{AM}\right)^2 \cdot \sin. 2L + \frac{1}{3} \text{ etc.} \\ &= \left(\frac{CM' - CM}{AM}\right) \cdot \cos. L - \frac{1}{2} \left(\frac{CM' - CM}{AM}\right)^2 \cdot \sin. 2L + \text{etc.} \end{aligned}$$

mais

$$\begin{aligned} (CM' - CM) &= e^2 \cdot \sin. dL \cdot \cos. L - \frac{1}{2} e^2 \cdot \sin^2. dL \cdot \sin. L \\ &\quad + \frac{1}{2} e^4 dL \cdot \sin^2. L \cdot \cos. L \\ \frac{1}{AM} &= (1 - e^2 \cdot \sin^2. L)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} e^2 \cdot \sin^2. L - \frac{1}{8} e^4 \cdot \sin^4. L \\ \frac{CM' - CM}{AM} &= (e^2 \cdot \sin. dL \cdot \cos. L - \frac{1}{2} e^2 \cdot \sin^2. dL \cdot \sin. L \\ &\quad + \frac{1}{2} e^4 \cdot \sin. dL \cdot \sin^2. L \cdot \cos. L) \cdot (1 - \frac{1}{2} e^2 \cdot \sin^2. L - \frac{1}{8} e^4 \cdot \sin^4. L) \\ &= e^2 \cdot \sin. dL \cdot \cos. L - \frac{1}{2} e^2 \cdot \sin^2. dL \cdot \sin. L \\ &\quad + e^4 \cdot \sin. dL \cdot \sin^2. L \cdot \cos. L \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} MAM' = x &= e^2 \cdot \sin. dL \cdot \cos^2. L - \frac{1}{2} e^2 \cdot \sin^2. dL \cdot \sin. L \cdot \cos. L \\ &\quad + e^4 \cdot \sin. dL \cdot \sin^2. L \cdot \cos^2. L \\ &\quad - e^4 \cdot \sin^2. dL \cdot \sin. L \cdot \cos^3. L \\ &= e^2 \cdot \sin. \delta \cdot \cos. Z \cdot \cos^2. L - \frac{1}{2} e^2 \cdot \sin^2. \delta \cdot \cos^2. Z \cdot \sin. L \cdot \cos. L \\ &\quad + e^4 \cdot \sin. \delta \cdot \cos. Z \cdot \sin^2. L \cdot \cos^2. L \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

car, soit δ l'arc de distance entre les deux signaux à la surface de la terre, $dD = \delta \cdot \cos. Z$, à fort peu près.

Les plans $AA'M$ et $AA'M'$ ont pour intersection commune la corde AA' autour de laquelle ils font un angle qu'il faut évaluer.

Soit (*fig. 21*) CMM' une partie de l'axe de la terre

dont C est le centre; AA' la corde de l'arc de distance entre deux signaux; AM et $A'M'$ les deux normales. Du point A et du rayon arbitraire Aa décrivons les trois arcs an , nm et ma ; ils formeront un triangle sphérique. L'arc nm mesurera l'angle $MAM' = x$ que nous venons de déterminer. an et am sont les angles que fait la corde AR' avec la normale AM et l'oblique AM . Ces angles diffèrent très-peu de 90° , et valent $90^\circ - \frac{1}{2} \delta$ à très-peu près.

anm est le supplément à 180° de l'azimut A' sur l'horizon de A compté du nord, et l'angle extérieur $an\omega$ est cet azimut; amn est l'azimut rapporté à la ligne oblique AM' ; l'angle nam est l'angle des deux plans à leur intersection en AA' . Or

$$\sin. ma : \sin. n :: \sin. nm : \sin. a = \frac{\sin. mn. \sin. n}{\sin. ma} = \frac{\sin. x. \sin. Z}{\cos. \frac{1}{2} \delta}$$

donc

$$\begin{aligned} nam &= \frac{x. \sin. Z}{\cos. \frac{1}{2} \delta} = x. \sin. Z. = e^2 \delta. \sin. Z. \cos. Z. \cos^2. L \\ &= 2 a \delta. \sin. Z. \cos. Z. \cos^2. L \\ &= a \delta. \sin. 2 Z. \cos^2. L \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

quantité du second ordre et toujours fort petite. Remarquons que $e^2 = 2 a$ est quantité du premier ordre. a est ici l'aplatissement.

Le même triangle sphérique donne encore

$$\begin{aligned} \text{tang. } m &= \frac{\sin. n}{\sin. mn. \cot. an. - \cos. mn. \cos. n} \\ &= \frac{\sin. Z}{\sin. x. \text{tang. } \frac{1}{2} \delta + \cos. x. \cos. Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tang.} Z - \operatorname{tang.} m &= \frac{\sin. (Z - m)}{\cos. Z. \cos m} = \operatorname{tang.} Z - \frac{\sin. Z}{\sin. x. \operatorname{tang.} \frac{1}{2} \delta + \cos. x. \cos. Z} \\ &= \frac{\operatorname{tang.} Z. \sin. x. \operatorname{tang.} \frac{1}{2} \delta + \sin. Z. \cos. x - \sin. Z}{\sin. x. \operatorname{tang.} \frac{1}{2} \delta + \cos. x. \cos. Z} \end{aligned}$$

ou

$$\sin. (Z - m) = \frac{\operatorname{tang.} x. \operatorname{tang.} \frac{1}{2} \delta. \operatorname{tang.} Z - 2 \sin. Z. \sin^2. \frac{1}{2} x \cos. m}{1 + \operatorname{tang.} \frac{1}{2} \delta. \sin. x}$$

ou bien en raison de ce que Z diffère très-peu de m

$$\begin{aligned} (Z - m) &= x. \operatorname{tang.} \frac{1}{2} \delta. \sin^2. - \text{etc.} \\ &= \frac{1}{2} e^2 \delta. \operatorname{tang.} \delta. \sin. 2 Z. \cos^2. L \dots (32) \end{aligned}$$

quantité du troisième ordre qui est toujours insensible. On peut donc supposer qu'il n'y a aucune différence entre l'azimut rapporté à la normale et l'azimut rapporté à l'oblique AM' , terminée au pied de la normale AM' .

L'arc du cercle AA' tracé dans le plan $AA'M$ n'a que les deux points A et A' de commun avec l'arc AA' tracé dans le plan $AA'M'$; le plus grand écart de ces deux arcs sera vers le milieu. Pour le mesurer nous avons déjà l'angle des deux plans (formule 31); l'arc étant δ la corde sera $2 \sin. \frac{1}{2} \delta$; la flèche, $1 - \cos. \frac{1}{2} \delta = 2 \sin^2. \frac{1}{4} \delta$; l'écart des deux arcs ou le petit arc qui en joindra les milieux sera donc $2 (nam) \sin^2. \frac{1}{4} \delta$.

$$\text{ou } e^2 \delta. \sin. 2 Z. \cos^2. L \sin^2. \frac{1}{4} \delta = \frac{1}{16} e^2. \sin^2. \delta. \sin. 2 Z. \cos^2. L. \dots (33)$$

La longueur de nos petits arcs, qui seroit M' dans la sphère avec le rayon $= 1$, sera

$$M' (1 - e^2. \sin^2. L)^{\frac{1}{2}} \text{ ou } M' (1 + 2^2. \sin^2. L)^{\frac{1}{2}}$$

selon que, pour l'évaluer, nous prendrons la normale AM ou la normale $A'M'$. Or

$$\begin{aligned}
 M(1 - e^2 \sin^2 L)^{\frac{1}{2}} &= M' - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 L' \\
 M(1 - e^2 \sin^2 L)^{\frac{1}{2}} &= M - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 L \\
 \text{La différence sera} \dots &= -M \left(\frac{1}{2} e^2 \sin^2 L' - \sin^2 L \right) \\
 &= -M \frac{1}{2} e^2 \sin(L' - L) \sin(L + L') \\
 &= -\frac{1}{2} e^2 M \sin dL \sin 2L \\
 &= -\frac{1}{2} e^2 M^2 \cos Z \sin 2L \dots \dots (34)
 \end{aligned}$$

quantité du troisième ordre, et qu'on pourra toujours négliger, car elle n'est pas de 0.06 sur le plus grand de nos côtés entre Dunkerque et Barcelone, et elle ne sera guère plus considérable dans les côtés qui joindront Ivica au continent, puisque Z alors différera peu de 90° , et $\cos Z$ sera par conséquent une petite fraction.

Soit AA' l'élément de la courbe du méridien, $AA' = dA$ (fig. 19).

$$\begin{aligned}
 Au = dA \sin L = -dCF &= -d \left(\frac{m \cos L}{(1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}} \right) \\
 &= -\frac{m d \cos L}{(1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}} \\
 &= -\frac{\frac{1}{2} m \cos L d (1 - \sin^2 I \sin^2 L)}{(1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{\frac{3}{2}}} \\
 &= -\frac{m d L (1 - \sin^2 I) \sin L}{(1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{\frac{3}{2}}}
 \end{aligned}$$

donc

$$\frac{dA}{dL} = \frac{m \cos^2 I}{(1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{\frac{3}{2}}} \dots \dots \dots (35)$$

$\frac{dA}{dL}$ est le rayon de courbure du méridien. Soit r ce rayon :

$$r = m \cos^2 I (1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{-\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (36)$$

$$\log r = \log m + 2 \log \cos I + K \left(\frac{3}{2} \sin^2 I \sin^2 L + \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \sin^4 I \sin^4 L \right) \dots \dots (37)$$

L'équation 35 donne

$$m = \left(\frac{dA}{dL} \right) \cdot \frac{(1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}}{\cos^2 I} \dots \dots \dots (37)$$

C'est le rayon de l'équateur ; ainsi, pour le déterminer, il suffit de connoître à une latitude donnée L le rapport $\left(\frac{dA}{dL} \right)$ ou le nombre de toises dA qui répond à un changement dL de latitude. Alors, quand on connoît m on s'en sert pour trouver $n = m \cdot \cos I$.

Si l'on développe l'expression

$$\frac{dA}{m \cdot dL \cdot \cos^2 I} = (1 - \sin^2 I \sin^2 L)^{-\frac{1}{2}}$$

on aura, en mettant e^2 pour $\sin^2 I$,

$$\begin{aligned} \frac{dA}{m \cdot dL \cdot \cos^2 I} &= 1 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2 L + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} e^4 \sin^4 L \\ &\quad + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} e^6 \sin^6 L + \text{etc.} \\ &= 1 + \frac{3}{2} \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2^2} e^2 + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 2^4} e^4 \\ &\quad + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^5} e^6 \\ &\quad + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2^6} e^8 + \text{etc.} \\ &\quad - \left\{ \begin{aligned} &\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} e^2 + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4}{2^3} e^4 \\ &+ \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 2^3} e^6 \\ &+ \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^7} e^8 \end{aligned} \right\} \cdot \cos 2 L \\ &\quad + \left\{ \begin{aligned} &\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1}{2} e^4 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{6}{2 \cdot 2^3} e^6 \\ &+ \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 2^7} e^8 \end{aligned} \right\} \cdot \cos 4 L \\ &\quad - \left(\frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{1}{2^3} e^5 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \frac{8}{1 \cdot 2^7} e^8 \right) \cdot \cos 6 L \\ &\quad + \left(\frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \frac{1}{2^7} e^8 \right) \cdot \cos 8 L \end{aligned}$$

La loi de cette série est assez évidente pour que l'on puisse la continuer à volonté. En intégrant on aura

$$\begin{aligned} \frac{A}{\cos^2 I} = & \left\{ 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1 \cdot 2^2} e^2 + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 2^2} e^4 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^2} e^6 \right\} L \\ & - \frac{1}{2} \left\{ \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} e^2 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 4 \cdot 2^3} e^4 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 2^3} e^6 \right\} \cdot \sin. 2 L \\ & + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2^3} e^4 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{6}{1 \cdot 2^3} e^6 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3} e^8 \right) \cdot \sin. 4 L \\ & - \frac{1}{6} \left(\frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1}{2^3} e^6 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{8}{1 \cdot 2} \cdot \frac{7}{2^3} e^8 \right) \cdot \sin. 6 L \\ & + \frac{1}{8} \left(\frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{1}{2^3} e^8 \right) \cdot \sin. 8 L - \text{etc.} \dots \dots \dots (39) \end{aligned}$$

Il n'y a pas de constante à ajouter, parce que A et L deviennent zéro en même temps. Cette série donne donc la valeur d'un arc quelconque du méridien commençant à l'équateur, et terminé au point où la latitude est L . Elle se réduira au premier terme si $L = 90^\circ$.

Soit, pour abrégé,

$$\frac{A}{\cos^2 I} = aL - \beta \cdot \sin. 2 L + \gamma \cdot \sin. 4 L - \delta \cdot \sin. 6 L + \epsilon \cdot \sin. 8 L$$

Soit un autre arc dont la latitude extrême soit L' , on aura de même

$$\frac{A'}{\cos^2 I} = aL' - \beta \cdot \sin. 2 L' + \gamma \cdot \sin. 4 L' - \delta \cdot \sin. 6 L' + \epsilon \cdot \sin. 8 L'$$

d'où

$$\begin{aligned} \frac{(A' - A)}{\cos^2 I} &= a \cdot (L' - L) - \beta \cdot (\sin. 2 L' - \sin. 2 L) + \gamma \cdot (\sin. 4 L' - \sin. 4 L) \\ &\quad - \delta \cdot (\sin. 6 L' - \sin. 6 L) \\ &= a \cdot (L' - L) - 2 \beta \cdot \sin. (L' - L) \cdot \cos. (L' + L) \\ &\quad + 2 \gamma \cdot \sin. 2 (L' - L) \cdot \cos. 2 (L' + L) \\ &\quad - 2 \delta \cdot \sin. 2 (L' - L) \cdot \cos. 3 (L' + L) \end{aligned}$$

Soit Q le quart du méridien $\frac{Q}{\cos^2 I} = a 90^\circ$. Donc

$$\frac{Q}{A' - A} = \frac{Q \cdot \sec^2 I}{(A' - A) \cdot \sec^2 I} = \frac{a \cdot 90^\circ}{[2(L' - L) - 2\beta \sin(L' - L) \cos(L' + L) + 2\gamma \sin 2(L' - L) \cos 2(L' + L) - 2\delta \sin 3(L' - L) \cos 3(L' + L)]}$$

En se bornant aux e^6 , qui suffiront toujours, —

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 \\ \beta &= \frac{3}{8} e^2 + \frac{15}{32} e^4 + \frac{525}{1024} e^6 \\ \gamma &= \frac{15}{256} e^4 + \frac{105}{1024} e^6 \\ \delta &= \frac{35}{3072} e^6 \\ \frac{2\beta}{\alpha} &= \frac{3}{4} e^2 + \frac{3}{8} e^4 + \frac{111}{512} e^6 \\ \frac{2\gamma}{\alpha} &= \frac{15}{128} e^4 + \frac{15}{128} e^6 \\ \frac{2\delta}{\alpha} &= \frac{35}{1536} e^6 \end{aligned}$$

On peut même supprimer les e^6 , qui ne font pas une toise sur le quart du méridien, et l'on aura

$$\begin{aligned} Q &= \left(\frac{A' - A}{L' - L} \right) \cdot (90^\circ) \cdot \left[1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{3}{8} e^4 \right] \cdot \frac{\sin(L' - L) \cos(L' + L)}{(L' - L)} \\ &+ \frac{9}{16} e^4 \cdot \frac{\sin^2(L' - L) \cos^2(L' + L)}{(L' - L)^2} \\ &- \frac{15}{128} e^4 \cdot \frac{\sin 2(L' - L) \cos 2(L' + L)}{(L' - L)} \dots \dots \dots 40 \end{aligned}$$

Si $(A' - A)$ est donné en toises, le quart du méridien sera pareillement en toises; pour l'avoir en lignes il faudra le multiplier par 864; le mètre en sera la dix-millionième partie.

Soit μ le mètre en lignes,

$$\mu = 0.0000864 \cdot (1.570796326795) \cdot (A' - A) \cdot \left\{ \begin{aligned} &1 + \left(\frac{3}{4}e^2 + \frac{5}{8}e^4 \right) \cdot \frac{\sin(L' - L) \cdot \cos(L' + L)}{(L' - L)} \\ &+ \frac{9}{16}e^4 \cdot \frac{\sin^2(L' - L) \cdot \cos^2(L' + L)}{(L' - L)^2} \\ &- \frac{15}{128}e^4 \cdot \frac{\sin 2(L' - L) \cdot \cos 2(L' + L)}{(L' - L)} \end{aligned} \right\}$$

$$= \frac{0.000135716802635 \cdot (A' - A)}{(L' - L)} \cdot \left\{ \begin{aligned} &1 + \frac{3}{4} \left(e^2 + \frac{1}{2}e^4 \right) \cdot \frac{\sin(L' - L) \cdot \cos(L' + L)}{(L' - L)} \\ &+ \frac{9}{16}e^4 \cdot \frac{\sin^2(L' - L) \cdot \cos^2(L' + L)}{(L' - L)^2} \\ &- \frac{15}{128}e^4 \cdot \frac{\sin 2(L' - L) \cdot \cos 2(L' + L)}{(L' - L)} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Si l'on a deux arcs différens, pour évaluer le mètre on laissera indéterminées e^2 et e^4 , et l'on en tirera la valeur de e^2 en résolvant une équation du second degré.

Si l'aplatissement étoit nul, la valeur du mètre se réduiroit au premier terme. Les trois suivans sont donc la correction due à l'aplatissement.

Si l'on avoit $(L + L') = 90^\circ$, la correction se réduiroit au terme

$$+ \frac{0.0001357168 \cdot (A' - A)}{(L' - L)} \cdot \frac{13}{128} e^4 \cdot \frac{\sin 2(L - L')}{(L' - L)}$$

quantité presque insensible.

La latitude de Montjouy	= 41° 21' 45"
Celle du Panthéon	= 48° 50' 50"
$L' L$	= 90° 12' 35"

La correction d'aplatissement sera donc encore bien légère :

$$Q = m a \cdot \cos^2 I \cdot (90^\circ) = m a \cdot (1 - e^2) \cdot (90^\circ) \\ = m \cdot (90^\circ) \cdot \left(1 - \frac{5}{4}e^2 - \frac{1}{16}e^4 - \frac{1}{128}e^6 \right) \dots \quad (42)$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{1}{12} Q &= m \cdot 1^{\circ} \cdot (1 - \frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{64} e^4 - \frac{1}{1152} e^6) \\ &= m \cdot 1^{\circ} \cdot (1 - e^2) \cdot (1 - \frac{1}{4} e^2 + \frac{15}{64} e^4 + \frac{171}{1152} e^6) \dots \quad (43) \end{aligned}$$

c'est le degré moyen.

L'expression générale d'un degré est

$$1^{\circ} \cdot (1 - e^2) \cdot (1 - e^2 \cdot \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}$$

Égalant ces deux valeurs on a

$$1 - e^2 \cdot \sin^2 L = (1 + \frac{1}{4} e^2 + \frac{15}{64} e^4 + \frac{171}{1152} e^6)^{-\frac{2}{3}}$$

d'où

$$e^2 \cdot \sin^2 L = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{32} e^4 + \frac{1}{64} e^6$$

et

$$\sin^2 L = \frac{1}{4} + \frac{1}{32} e^2 + \frac{1}{64} e^4 \dots \dots \dots (44)$$

On voit donc que la latitude du degré moyen diffère très-peu de 45° , car $\sin^2 45^{\circ} = \frac{1}{2}$:

$$\sin^2 L - \sin^2 45^{\circ} = \frac{1}{32} e^2 + \frac{1}{64} e^4 = \sin(L - 45^{\circ}) \cdot \sin(L + 45^{\circ})$$

Soit

$$x = (L - 45^{\circ})$$

donc

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x = \frac{1}{32} e^2 + \frac{1}{64} e^4 = \frac{1}{32} e^2 \cdot (1 + \frac{1}{2} e^2)$$

et

$$\begin{aligned} \sin^2 x &= \frac{1}{16} \cdot (e^2) \cdot (1 + \frac{1}{2} e^2) = \frac{1}{16} e^2 \cdot (1 + \frac{1}{2} e^2) \\ &= \frac{1}{16} \cdot (2a + a^2 - 2a^3 + a^4) = \frac{1}{8} 2a \end{aligned}$$

ou

$$\sin x = \frac{1}{16} a \text{ à fort peu près}$$

$$x = \frac{a}{3 \cdot 2 \cdot \sin 1''} = \frac{10 a}{\sin 32''} = \frac{10 a}{\sin 320''}$$

Soit

$$a = \frac{1}{110}; \quad x = 4' 20''$$

Soit

$$a = \frac{1}{100}; \quad x = 3' 25''$$

Ainsi il faudroit que la latitude moyenne fût de . . . 45° 3' ou 4'
 Celle de Dunkerque étant de 51° 2'
 Le demi-arc seroit 5° 59'
 Et la plus petite latitude 39° 4'

M. Méchain se proposoit de prolonger notre méridien jusqu'au pic de Los-Masons, dans Ivice. La latitude de ce point est 39° 7' environ, Ainsi l'arc entier auroit eu la condition requise, à 3 ou 4' près.

Nous aurons trouvé

$$\frac{A' - A}{Q} = \frac{\alpha \cdot (L' - L) - 2\beta \cdot \sin(L' - L) \cdot \cos(L' + L) + 2\gamma \cdot \sin 2(L' - L) \cdot \cos 2(L' + L) - 2\delta \cdot \sin 3(L' - L) \cdot \cos 3(L' + L)}{\alpha 90^\circ = \alpha \frac{1}{4} \pi}$$

Donc

$$A' - A = \frac{2Q}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & (L' - L) - \frac{2\beta}{\alpha} \cdot \sin(L' - L) \cdot \cos(L' + L) \\ & + \frac{2\gamma}{\alpha} \cdot \sin 2(L' - L) \cdot \cos 2(L' + L) \\ & - \frac{2\delta}{\alpha} \cdot \sin 3(L' - L) \cdot \cos 3(L' + L) \end{aligned} \right\}$$

$$= \frac{2Q}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & (L' - L) \\ & - \left[\frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{8} e^4 + \frac{11}{128} e^6 \right] \cdot \sin(L' - L) \cdot \cos(L' + L) \\ & + \frac{1}{128} (e^4 + e^6) \cdot \sin 2(L' - L) \cdot \cos 2(L' + L) \\ & - \frac{3}{128} e^6 \cdot \sin 3(L' - L) \cdot \cos 3(L' + L) \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Cette formule donnera directement un arc quelconque du méridien, compris entre les parallèles dont les latitudes sont L et L' .

Si l'on suppose $L = 0$, on aura la distance à l'équateur

$$A = \frac{2Q}{\pi} \cdot \left\{ \begin{aligned} & L' - \left(\frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{8} e^4 + \frac{11}{128} e^6 \right) \cdot \sin 2L' \\ & + \frac{1}{128} (e^4 + e^6) \cdot \sin 4L' - \frac{3}{128} e^6 \cdot \sin 6L' \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Si l'on suppose $L' = 90^\circ$, on aura la distance au pôle

$$A' - A = \frac{2Q}{\pi} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (90^\circ - L) + (\frac{1}{8} e^4 + \frac{1}{16} e^6) \cdot \sin. 2L \\ - (\frac{11}{24} e^4 + e^6) \cdot \sin. 4L \\ + (\frac{11}{3072} e^6 \cdot \sin. 6L \end{array} \right\} \quad (47)$$

On aura le rayon de l'équateur par la formule (42), qui donne

$$m = \frac{Q}{(1 - e^2) \cdot a \cdot 90^\circ} = \frac{2Q}{\pi \cdot (1 - \frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{24} e^4 - \frac{1}{256} e^6)} = \frac{2Q}{\pi} \cdot (1 + \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{24} e^4 + \frac{11}{256} e^6) \dots \quad (48)$$

Ensuite

$$n = m \cdot (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = m \cdot (1 - \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{8} e^4 - \frac{1}{16} e^6) = \frac{2Q}{\pi} \cdot (1 - \frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{24} e^4 - \frac{11}{256} e^6) \dots \quad (49)$$

d'où

$$\frac{m - n}{m} = \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{8} e^4 + \frac{1}{16} e^6 = \text{aplatissement} \dots \quad (50)$$

On trouveroit la même chose plus directement par la formule

$$\begin{array}{l} 1 - a = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{8} e^4 - \frac{1}{16} e^6 \\ 1 - e^2 = 1 - 2a + a^2 \end{array}$$

Donc

$$e^2 = 2a - a^2; \quad e^4 = 4a^2 - 4a^3 + a^4; \quad e^6 = 8a^3 - 8a^4 + 3a^5$$

Donc

$$m = \frac{2Q}{\pi} \cdot (1 + \frac{1}{4} a + \frac{1}{16} a^2 + \frac{1}{32} a^3) \dots \quad (51)$$

$$n = \frac{2Q}{\pi} \cdot (1 - \frac{1}{2} a - \frac{1}{16} a^2 - \frac{1}{32} a^3) \dots \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \log. m &= \log. \left(\frac{2Q}{\pi} \right) + K. \left[\left(\frac{1}{2} e^2 + \frac{7}{14} e^4 + \frac{11}{112} e^6 \right) - \frac{1}{2} ()^2 + \frac{1}{3} ()^3 \right] \\ &= \log. \left(\frac{2Q}{\pi} \right) + K. \left(\frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{4} e^4 + \frac{1}{112} e^6 \right) \dots \dots \dots (53) \\ &= \log. \left(\frac{2Q}{\pi} \right) + K. \left(\frac{1}{2} a + \frac{1}{14} a^2 - \frac{1}{112} a^3 \right) \dots \dots \dots (54) \\ \log. n &= \log. \left(\frac{2Q}{\pi} \right) - K. \left[\left(\frac{1}{2} e^2 + \frac{7}{14} e^4 + \frac{11}{112} e^6 \right) - \frac{1}{2} ()^2 + \frac{1}{3} ()^3 \right] \\ &= \log. \left(\frac{2Q}{\pi} \right) - K. \left(\frac{1}{2} e^2 + \frac{7}{14} e^4 + \frac{11}{112} e^6 \right) \dots \dots \dots (55) \\ &= \log. \left(\frac{2Q}{\pi} \right) - K. \left(\frac{1}{2} a + \frac{7}{14} a^2 + \frac{11}{112} a^3 \right) \dots \dots \dots (56) \end{aligned}$$

()² ()³ sont des expressions abrégées des puissances du terme précédent.

Ces formules nous serviront à calculer les logarithmes des deux axes, quand nous aurons le quart du méridien et l'aplatissement. Nous savons d'avance que le quart du méridien sera de 10000000 de mètres: Ainsi 2 Q = 20.0000.00 mètres, quelle que soit la valeur du mètre en parties de la toise.

Nous aurons donc

Or $\log. 2 Q = 7.30102.999957$
 C. log. $\pi = 9.50285.01273$
 donc $\log. \left(\frac{2Q}{\pi} \right) = 6.80388.01230$

c'est la constante des logarithmes de m et de n ou des deux demi-axes.

Nous avons donné ci-dessus (16) la formule qui sert à calculer le logarithme du rayon d'un parallèle quelconque. En ajoutant à ce dernier logarithme celui d'un arc quelconque exprimé en parties du rayon, ou log. (arc en secondes) + log. sin. 1", on aura la valeur de cet arc en mètres.

La formule (46) donneroit un arc quelconque du méridien en prenant l'équateur pour point de départ. On réduiroit en secondes la latitude L , et $\log. L'$ seroit $\log. (L' \text{ en secondes}) + \log. \sin. 1''$.

La formule (45) donneroit l'arc terminé par les latitudes L et L' .

La formule (47) donneroit la distance au pôle pour un point quelconque du méridien.

Les formules (17-24) serviroient enfin à calculer toutes les parties de l'ellipsoïde terrestre, et former une table beaucoup plus complète encore que celle qui est dans le tome III des *Tables de Berlin*, pag. 164 et suivantes.

Si l'on veut le degré qui est égal à celui de la sphère circonscrite, la formule sera

$$(1 - e^2) \cdot (1 - e^2 \cdot \sin^2. L)^{-\frac{1}{2}} = 1$$

d'où

$$\sin^2. L = \frac{1 - (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}}{e^2} = \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} e^4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} e^6) \dots (57)$$

On voit donc que L diffère peu de l'arc qui a pour sinus $\sqrt{\frac{1}{2}}$

Veut-on le degré égal à celui de la sphère inscrite, la formule sera

$$(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = (1 - e^2 \cdot \sin^2. L)^{\frac{1}{2}}$$

$$(1 - e^2) = (1 - e^2 \cdot \sin^2. L)^2$$

ou

$$(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - e^2 \cdot \sin^2. L$$

$$\sin^2. L = \frac{1 - (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}}{e^2}$$

$$\sin^2. L = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} e^4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} e^6 \dots (50)$$

Ces deux latitudes diffèrent donc très-peu de celles qui ont pour sinus $\sqrt{\frac{2}{5}}$ et $\sqrt{\frac{1}{5}}$. Ces deux dernières latitudes sont complémens l'une de l'autre à 90° .

Ces différentes formules nous seront utiles, soit pour calculer la grandeur du méridien et le mètre, soit pour distinguer les quantités qu'il nous sera permis de négliger, d'avec celles qu'il faudra faire entrer dans nos calculs. Nous allons d'abord chercher les moyens de résoudre les triangles primitifs entre Dunkerque et Barcelone, et de déterminer la longueur de tous leurs côtés d'après les bases que nous avons mesurées à Melun et à Perpignan.

Courbure des bases.

PAR le soin que nous avons pris de réduire à l'horizon toutes les règles que l'inégalité du terrain nous forçoit de placer dans des plans inclinés, notre base est composée d'une suite de lignes droites de deux toises et quelques lignes chacune, en y comprenant la languette de chaque règle; le tout formant un polygone de 3021 côtés à Melun et de 2787 à Perpignan.

Ainsi (*pl. XI, fig. 21*) la règle AB ayant sur le terrain une position qui faisoit avec l'horizontale AB' un angle BAB' , cet angle a été reconnu au moyen de l'équerre EQV où l'alidade marquoit l'angle $mQn = BAB'$. On a donc d'abord calculé la différence des lignes AB et AB' pour la retrancher de la longueur mesurée; après quoi la ligne AB a été réduite elle-même au niveau de la mer, c'est-à-dire à la ligne ab .

Par ces deux réductions nos bases sont des polygones $mabc$ circonscrits à la courbe terrestre.

Si la terre étoit sphérique, tous les rayons mC , aC , bC , etc. de ce polygone seroient tous égaux et concourroient au centre C de la sphère. Tous les angles, tels que aCi , se trouveroient par la formule

$$\text{tang. } aCi = \frac{ai}{Ci} = \frac{1''}{3271226}$$

ou

$$aCi = \frac{1''}{3271226 \cdot \sin. 1''} = 0''063$$

Donc

$$Cai = 89^\circ 59' 59''937 \text{ et } mab = 179^\circ 59' 59''874$$

On voit donc combien peu mab diffère d'une ligne droite.

La différence de l'arc à la tangente est

$$\frac{(ai)^3}{3(Ci)^3} = \frac{1''^3}{3(3271226)^3}$$

et la différence du polygone circonscrit à l'arc total est

$$\frac{6076}{3(Ci)^2} = 0'000000.00005.55$$

et par conséquent insensible. Notre polygone seroit donc un arc de grand cercle, dans l'hypothèse de la terre sphérique.

Si nos arcs étoient dans la direction du méridien, nos arcs seroient des arcs elliptiques dont le rayon de courbure seroit

$$\frac{(1 - e^2) \cdot (Ci)}{(1 - e^2 \cdot \sin^2 L)^{3/2}} = (1 - e^2) \cdot \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \cdot \sin^2 L\right) \cdot (Ci)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{4} e^2 - \frac{3}{4} e^4 \cdot \cos. 2L\right) \cdot (Ci)$$

$$aCi = \frac{1}{3271226. \sin. 1''. (1 - \frac{1}{2} e^2). (1 + 3 \cos. 2 L)} \\ = 0''063. [1 + \frac{1}{2} e^2. (1 + 3 \cos. 2 L)] = 0''063. \left[1 + \frac{a}{2}. (1 + 3 \cos. 2 L)\right]$$

Si nos bases étoient dans une direction perpendiculaire au méridien nous aurions

$$aCi = \frac{ai}{3271226. \sin. 1''. (1 - e^2. \sin^2. L)^{\frac{3}{2}}} = 0''063. (1 + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. L) \\ = 0''063. \left(1 + \frac{\sin^2. L}{300}\right)$$

Si nos bases étoient dans une direction intermédiaire, en sorte que le rayon de courbure fût moyen proportionnel géométrique entre les rayons de moindre ou plus grande courbure, nous aurions

$$aCi = \frac{0''063}{1 - \frac{1}{2} e^2. \cos. 2 L} = 0''063. \left(1 + \frac{\cos. 2 L}{300}\right) \\ = 0''063 + 0''00012. \cos. 2 L$$

et dans toutes ces suppositions nous pouvons tirer les mêmes conséquences qui avoient lieu dans l'hypothèse sphérique ; mais dans tout ceci nous avons supposé que la base étoit toute entière dans un plan vertical faisant un angle droit, aigu ou nul avec le méridien. Dans la réalité nos arcs sont des courbes à double courbure ; à la vérité cette seconde courbure paroît devoir être encore plus insensible que la première. En effet, le sphéroïde différant beaucoup moins de la sphère que la sphère ne diffère d'un plan, les termes que la considération du sphéroïde introduiroit dans l'expression de notre base doivent être d'un ordre plus élevé que ceux qui proviennent de la sphéricité, et par conséquent d'une

extrême petitesse. Pour assigner la limite que ces termes ne sauroient atteindre, suivons pas à pas les opérations du tracé de nos bases.

Soit M le sommet du signal de Melun (*pl. XI, fig. 22*), C le coude formé vers le milieu de la base.

L'arc dans le vertical CAM est d'environ trois mille toises; l'arc MBC , intersection de la surface terrestre par un vertical qui passe par le zénith de M , est sensiblement égal en longueur à CAM , dont le plan passe par le zénith de C . Ces deux arcs forment à la surface une espèce de fuseau dont la corde est la droite CM . La plus grande largeur de ce fuseau est (Form. 33.)

$$\frac{1}{4} a \cdot \frac{K^3}{R^3} \cdot \sin. Z. \cos. Z. \cos^2. L = \frac{1}{4} a \cdot \frac{K^3}{R^3} \cdot \sin. 2 Z. \cos^2. L \\ = \left(\frac{K^3}{2400 R^3} \right) \cdot \sin. 2 Z. \cos^2. L$$

en supposant $a = \frac{1}{800}$. Exprimons la largeur en lignes, elle sera

$$\frac{K^3 \times 0.36 \cdot \sin. 2 Z. \cos^2. L}{R^3}$$

soit $K = 3000$ toises. La largeur sera donc

$$0.0009084 \cdot \sin. 2 Z. \cos^2. L$$

pour un arc de 6000 toises la largeur sera huit fois plus grande, ou $0.0072672 \cdot \sin. 2 Z. \cos^2. L$; pour un arc de 60000 toises la largeur seroit mille fois plus grande encore, ou $7.2672 \cdot \sin^2. Z. \cos^2. L$. En France, $\cos^2. L = \frac{1}{2}$, à fort peu près. La largeur de notre plus grand fuseau n'est donc que de 0.00045 à peu près, quantité tout à fait insensible. Pour un côté de 60000

toises elle seroit en France 3^{le} . $\sin. 2 Z$, quantité fort au-dessous des erreurs nécessaires dans les meilleures observations. Nous pouvons donc supposer que nos deux verticaux n'en font qu'un, et que tous les côtés de nos triangles sont des intersections de la surface de la terre par des verticaux qui passent à la fois par les deux signaux.

Après avoir transporté mon cercle de C en a , j'ai marqué le point b dans l'intersection abM du vertical passant par le zénith de a . Le vertical $MB'a$ passant par le zénith de M formoit avec abM un second fuseau un peu plus étroit que le premier, puisque la corde étoit de cent toises plus courte.

Transportant de nouveau mon cercle en b sur l'intersection abM , j'ai marqué le point c , qui m'a donné un troisième fuseau plus étroit encore que le second, et ainsi de suite.

Le premier fuseau étant de $0^{\text{le}}00045$, le second de $0^{\text{le}}00041$, le troisième de $0^{\text{le}}00033$, le quatrième de $0^{\text{le}}00029$, le cinquième de $0^{\text{le}}00027$, le sixième de $0^{\text{le}}00023$, le septième de $0^{\text{le}}00020$, le huitième de $0^{\text{le}}00018$, le neuvième de $0^{\text{le}}00016$, le dixième de $0^{\text{le}}00014$, le onzième de $0^{\text{le}}00012$, le douzième de $0^{\text{le}}00010$, le treizième de $0^{\text{le}}00008$, le quatorzième de $0^{\text{le}}00007$, le quinzième de $0^{\text{le}}00006$ et le seizième de $0^{\text{le}}00005$, etc. il est visible que deux verticaux consécutifs tels que abM , aAM , ne s'écartoient nulle part de $0^{\text{le}}0001$, et que trente écarts pareils ne feroient encore que $0^{\text{le}}003$; en sorte que si les inégalités du terrain m'eussent permis de considérer

du point *C* tous mes piquets, je n'en eusse pas vu un seul s'écarter du vertical primitif *CAM* d'un $\frac{3}{10000}$ de ligne, quantité mille fois au-dessous des erreurs de l'alignement dont nous avons évalué les effets au chapitre des bases, p. 30.

Nous pouvons donc conclure que l'effet de la double courbure est absolument insensible, non seulement pour nos bases, mais même pour le plus grand côté de nos triangles, qui n'est que de 30000 toises, et qu'on pourroit le négliger même pour un côté de 100000 toises. Quant à l'arc du méridien il n'a qu'une simple courbure, du moins en supposant la terre un solide de révolution, et rien ne prouve jusqu'ici bien évidemment le contraire; et s'il y a un aplatissement dans le sens des parallèles, en attendant qu'on ait pu l'apercevoir il est bien permis de le supposer nul ou moindre encore que celui des méridiens.

Nous supposerons donc sans aucun scrupule que les côtés de nos triangles sont tous formés par l'intersection de la surface de la terre et d'un vertical, et que l'angle entre deux signaux quelconques est celui de deux plans verticaux dont l'intersection commune est la normale au lieu de l'observation. Mais les trois angles d'un triangle sphéroïdique se rapportent à trois normales différentes qui n'ont aucun point de concours, pas même considérées deux à deux, parce qu'elles sont toutes dans des plans différens, sauf le cas qui n'est jamais arrivé, que deux signaux fussent tous deux dans le même méridien ou sur le même parallèle. Rien ne lie donc les

trois angles d'un triangle sphéroïdique; nous ne pouvons les rapporter à aucune pyramide qui puisse nous fournir l'expression de la relation qu'ils ont entre eux. Nous ne pouvons avoir cette expression qu'en rapportant les trois angles à l'une des trois normales ou à une normale moyenne entre les trois, et dans cette supposition nous altérons au moins deux des angles observés. Heureusement nous voyons par la formule (32) que ces altérations sont insensibles et fort au-dessous des erreurs inévitables de l'observation.

On élude cette difficulté d'une manière fort simple, en abandonnant les triangles, soit sphériques, soit sphéroïdiques, pour ne considérer que le triangle rectiligne formé par les trois cordes. Ces triangles ont l'avantage que la somme de leurs angles est constamment égale à deux droits, ce qui fait juger de l'accord des observations. Or la réduction de l'angle observé, rapporté à la vraie normale, est la même dans la sphère et dans le sphéroïde. Cette réduction à l'angle des cordes dépend, il est vrai, de l'arc de distance entre les deux signaux; mais imaginons sur la corde qui joint les signaux un arc sphéroïdique et un arc du cercle osculateur; il est démontré que ces deux arcs ne diffèrent que d'une très-petite fraction de toise. Or, soit P et Q les cordes menées aux deux signaux, et A l'angle observé que l'on veut réduire, la correction sera (t. I, p. 144)

$$+ 0^{\circ}00000.00000.00005.8557. \sin. 1''. (P - Q)^2. \cot. \frac{1}{2} A$$

$$- 0^{\circ}00000.00000.00005.8557. \sin. 1''. (P + Q)^2. \tan. \frac{1}{2} A$$

Mais il est aisé de voir que dix et vingt toises d'erreur

sur P et Q en toises, n'auront aucun effet sensible sur la correction. La justesse de cette réduction est donc indépendante de la figure sphéroïdique de la terre; de plus, les trois réductions pour un même triangle, calculées par cette formule, se sont toujours trouvées égales à l'excès sphérique calculé par les méthodes de la page 148 du tome I: d'où il suit que l'excès sphéroïdique est sensiblement égal à l'excès sphérique. Il est donc fort indifférent pour l'exactitude des résultats que l'on calcule les triangles des cordes ou les triangles sphériques, et j'ai trouvé les mêmes quantités par les deux méthodes (1).

Nos triangles, soit rectilignes, soit sphériques, ont tous leurs sommets à la surface de la terre et dans la normale du lieu. La surface de ces triangles s'élève donc, en allant vers l'équateur, comme la surface de la terre. Nos bases réduites au niveau de la mer doivent donc s'accorder ensemble aussi bien que sur une sphère ou sur un plan. La différence entre la base conclue et la base mesurée ne peut donc venir que des petites erreurs inévitables dans une opération si compliquée.

(1) M. Legendre a nouvellement traité cette question dans nos *Mémoires* pour 1805. Son analyse savante a confirmé pleinement toutes les conséquences auxquelles j'étois arrivé par trois voies différentes, mais toutes également élémentaires.

Calcul des triangles des cordes et des triangles sphériques.

Le calcul des triangles formés par les cordes n'offre aucune difficulté. A l'aide d'une table entre la corde et l'arc, on changera chaque corde en un arc, si l'on en a besoin sous cette forme.

Dans les triangles sphériques, si nous désignons par A, A', A'' les trois angles, et par C, C', C'' les trois côtés, nous aurons

$$\sin. A : \sin. C :: \sin. A' : \sin. C'$$

Nous connoissons tous les angles, il nous suffira donc d'avoir le sinus d'un seul côté pour calculer ceux de tous les autres.

Nos bases sont des cordes; mais nous connoissons assez bien ce que vaut en minutes et secondes un côté donné en toises, pour connoître la différence entre une corde donnée et son arc, ou entre un arc donné et sa corde, la différence entre l'arc et le sinus, et même la différence entre la corde et le sinus. En effet

$$\text{corde } A = A - \frac{1}{14} A^3 + \text{etc.}$$

$$\sin. A = A - \frac{1}{6} A^3 + \text{etc.}$$

donc

$$\text{corde } A - \sin. A = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{14}\right) A^3 = \left(\frac{4-3}{24}\right) A^3 = \frac{1}{24} A^3$$

Soit B la base en ligne droite ou en corde, l'arc B $=$ corde $B + \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{B^3}{R^2}\right)$; le sinus de $B =$ corde $B - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{B^3}{R^2}\right)$, R étant le rayon de la terre en toises. Ces

deux corrections sont également faciles à calculer ; elles diffèrent par le signe, et la seconde est le triple de la première. Ces corrections se réduisent facilement en tables.

Nous aurons donc le sinus d'un côté ; nous en concluons le sinus de tous les autres. Tous ces sinus seront exprimés en toises, comme le sinus de la base, et le calcul aura la même simplicité que celui des triangles rectilignes. Nous n'aurons pas besoin d'altérer nos angles, qui resteront purement sphériques et serviront sans aucune variation pour le calcul des parties de la méridienne interceptées dans les divers triangles ; au lieu que dans la méthode de M. Legendre, le même angle appartenant toujours consécutivement à deux triangles inégaux en surface, on est obligé d'y appliquer successivement deux corrections différentes, puisqu'elles sont chacune le tiers d'un excès sphérique différent, après quoi le même angle doit de nouveau être considéré comme sphérique pour le calcul des azimuts et des latitudes.

Soit un arc quelconque A , et soit $\sin. A = xA$,

$$\sin. A = A - \frac{A^3}{1.2.3} + \frac{A^5}{1.2.3.4.5} - \text{etc.}$$

$$= A \left(1 - \frac{A^2}{6} + \frac{A^4}{120} - \text{etc.} \right)$$

donc

$$x = 1 - \frac{1}{6} A^2 + \frac{1}{120} A^4; \quad \log. x = \log. \left(1 - \frac{1}{6} A^2 + \frac{1}{120} A^4 \right)$$

$$= -K. \left[\frac{1}{6} A^2 \left(1 - \frac{1}{10} A^2 \right) \right] + -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{6} A^2 \left(1 - \frac{1}{10} A^2 \right) \right]^2 + -\frac{1}{3} \text{etc.}$$

$$= -K. \frac{A^2}{6} \left(1 + \frac{A^2}{30} \right) = -\frac{1}{3} K A^2$$

car le terme $\frac{A^4 K}{180}$ est toujours insensible. K est le module des tables.

Cette expression suppose les arcs en toises; pour les réduire en parties de l'unité il faut diviser A par R . Donc

$$\log. x = - \frac{K. A^2}{6 R^2}$$

Nous ne connoissons pas R en toises, mais nous connoissons la valeur du degré; ainsi nous savons que le degré moyen ne diffère pas considérablement de 57008^t . Donc

$$R \times \text{arc } 1^\circ = 57008 \quad \text{ou} \quad R = \frac{57008}{\text{arc } 1^\circ} = \frac{57008 \times 180^\circ}{\pi}$$

ou soit D la valeur de 1° $R = \left(\frac{180}{\pi}\right) D$ et $\frac{1}{R} = \frac{\pi}{180 \cdot D}$.

Ainsi

$$\log. x = - \frac{K}{6} \cdot \frac{A^2}{R^2} = - \left(\frac{K}{6}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{180}\right)^2 \cdot \frac{A^2}{D^2} \dots (59)$$

La valeur de $\log. x$ dépendra donc de celle que nous supposerons au degré D . Ainsi, supposant $A = 10000$ toises, et au degré les valeurs suivantes, nous aurons pour $\log. x$ les quantités que renferme la table ci-jointe.

VALEUR du degré.	LOGARITHME x pour 1000 toises.	Différence.
57080	0.00000.06767.37	
57070	06769.34	2.37
57060	06772.11	2.37
57050	06774.49	2.38
57040	06776.86	2.38
57030	06779.24	2.38
57020	06781.62	2.38
57010	06784.00	2.38
57000	06786.38	2.38
56990	06788.76	2.38
56980	06791.14	2.38

Ainsi, en nous bornant à huit décimales, nous aurions

$$\log. x = 0.00000.0681$$

Cette valeur peut donc servir pour toutes nos opérations; mais comme le degré moyen entre tous ceux que nous avons mesurés ne diffère pas sensiblement de 57020, j'ai choisi cette valeur et pris pour logarithme $x = 0.00000.06781.62$, en supposant $A = 1000$ toises, et comme $\log. x$ est proportionnel au carré de A , pour $A = 100$ toises, il sera

$$0.00000.00000.67816.26$$

et si je fais une table pour toutes les valeurs de A de 100 en 100 toises, la différence seconde de la table sera

$$0.00000.00001.35632.4$$

Pour le prouver par le fait, convertissons 14088^s.2858
 en secondes 4.14886
 Log. 3600^s 3.55630
 C. 57020 5.24397

Nous trouverons 14088.2858 = 14' 49"5 2.94913

Au logarithme de 18088.2858 4.14885.84218
 Ajoutons $\frac{1}{4}$. *log. cos.* 14' 94"5 9.99999.86539

Et nous aurons, comme ci-dessus, *log. sin.* *A* . . . 4.14885.70757

A présent

$$\text{corde } A = A - \frac{1}{24} A^3 = A. (1 - \frac{1}{24} A^2)$$

donc

$$\log. \text{corde } A = \log. A - \frac{K}{24} A^2 = \log. A - \frac{1}{24} \frac{K}{6} A^2 = \log. A - \frac{1}{4} \log. x$$

Ainsi, pour réduire l'arc à la corde, il faut en retrancher $\frac{1}{4}$ de *log. x* ou y ajouter $\frac{1}{4}$. *log. cos. A*.

log. A 4.14885.84218
 - *log. x* - 9 99999.86539; $\frac{1}{4}$ 9.99999.96635

log. corde A = 14088^s.2858 4.14885.80853

On a de même

$$A = \text{tang. } A - \frac{1}{3} \text{ tang}^3 A = \text{tang. } A. (1 - \frac{1}{3} \text{ tang}^2 A)$$

et

$$\log. A = \log. \text{tang. } A - \frac{1}{3} K. \text{tang}^2 A$$

d'où

$$\begin{aligned} \log. \text{tang. } A &= \log. A + \frac{1}{3} K. \text{tang}^2 A \\ &= \log. A + \frac{1}{3} K A^2 \\ &= \log. A + \frac{1}{4} K A^2 \\ &= \log. A + 2 \log. x \\ &= \log. A + \frac{1}{4} \log. \text{sec. } A \\ &= \log. A + \frac{1}{4} \text{compt. arith. log. cos. } A \dots (61) \end{aligned}$$

Par exemple, soit

$A = 2^\circ = 72000''$	$\log. \text{ tang. } A$	$8.54308.38049$
$\frac{1}{2} \log. \cos. A$		$9.99991.17863$
Idem		$9.99991.17863$
		$8.54290.73775$
$\log. A$, parties du rayon		$8.54290.73775$
$C. \log. \sin. 1''$		$5.31442.51332$
		$3.85733.25107$
$\log. 72000''$		$3.85733.25107$

Ces remarques peuvent avoir leur utilité dans les calculs astronomiques : ainsi nous avons trouvé (t. I, p. 140)

$$\text{tang. } \frac{1}{2} x = b - (a - b). b^2 + \frac{1}{2}. 4(a - b)^2. b^3 - \frac{1}{2}. 4^2. (a - b)^3. b^4 + \text{etc.}$$

série dont la loi est évidente, et dont on peut calculer autant de termes qu'on voudra. Ensuite, pour avoir $\frac{1}{2} x$ au lieu de $\text{tang. } \frac{1}{2} x$, nous avons transformé cette série en une autre dont la loi n'est pas visible ou seroit du moins peu simple. On pourroit donc préférer l'expression de $\text{tang. } \frac{1}{2} x$ comme plus commode, et pour avoir $\frac{1}{2} x$, au logarithme de $\text{tang. } \frac{1}{2} x$, on ajouteroit $\frac{1}{2} \log. \cos. \frac{1}{2} x$; ce qui sera toujours facile, parce que $\frac{1}{2} x$ sera toujours un petit arc dont le cosinus variera fort peu. Ainsi il suffit de connoître à quelques secondes près l'arc $\frac{1}{2} x$ par sa tangente.

Si l'on avoit une formule qui donnât $\sin. A$, on en déduiroit la valeur de A par la formule

$$\frac{1}{2} \log. \cos. A + \log. A = \log. \sin. A$$

ou

$$\log. A = \log. \sin. A - \frac{1}{2} \log. \cos. A = \log. \sin. A + \frac{1}{2} \text{compl. arith. } \cos. A$$

La table dont nous venons d'expliquer la construction

et l'usage a pour argument A en toises. Il seroit encore plus commode qu'elle eût pour argument le logarithme de l'arc ou du sinus en toises; car c'est ce logarithme que le calcul donne immédiatement, et il est plus court et plus exact de ne pas employer les nombres mêmes, la construction de la table en sera même plus aisée.

En effet, $\log. x = -\left(\frac{K}{6}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{180 D}\right)^2 \cdot A^2$. Cette valeur se calcule au moyen des logarithmes. Au lieu de prendre A^2 pour argument prenons $\log. A$, nous aurons

$$\log. x = -\log. \left(\frac{K}{6}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{180 D}\right)^2 + 2 \log. (A) = 5.83133.33700 2 + \log. A$$

Nous donnerons à $\log. A$ toutes les valeurs depuis 3.0 jusqu'à 4.0, c'est-à-dire depuis 1000 toises jusqu'à 10000. C'est ainsi que j'ai calculé la table II ci-après. Nous en verrons plus loin les usages, mais nous nous en servirons dès à présent pour convertir en sinus la base de Melun que nous avons rapportée ci-dessus en arc.

Soit donc $\log.$ base de Melun en toises et en arc.	3.78361.06224
Pour 3.783 la table donne à retrancher	2496.51
A raison de 11.52 pour 0.001, nous aurons pour 0.0006	6.912
Ou	0.115
	3.78361.03721.5

Cette préparation bien simple nous met en état de calculer toute la chaîne des triangles depuis Dunkerque jusqu'à Barcelone par la trigonométrie sphérique, et sans le moindre embarras relatif à la petitesse des arcs qui sont les côtés des triangles. Il est vrai que nous

n'aurons ainsi que les logarithmes des sinus des côtés; mais la table II les changera, si nous voulons, en logarithmes de ces arcs, et les corrections que nous y prendrons seront toujours additives. Observons que si l'on calculoit avec les logarithmes à sept décimales, ce qui est très-suffisant, les corrections x se prendroient à vue, et qu'on n'auroit pas l'embarras des parties proportionnelles.

	STATIONS.	ANGLES sphériques.	LOGARITHMES des sinus.
1	Dunkerque	42° 6' 9" 73	9.82637.39216
	Watten	74 28 45.28	9.98386.68557
	Cassel	63 25 6.17	9.95148.21779
		180 0 1.18	
3	Watten	69° 34' 45" 38	9.97181.18092
	Cassel	79 48 35.35	9.99309.48079
	Fiefs	30 36 40.94	9.70689.88412
		180 0 1.67	

Formation de tableau complet des triangles.

LA première colonne renferme les numéros des triangles tels qu'ils sont dans le tableau des angles, t. I, p. 513.

A côté du nom de chaque station, on voit dans la troisième colonne les angles sphériques tels qu'on les

a donnés tom. I, p. 513 et suiv. ; c'est-à-dire corrigés du tiers de la somme des trois erreurs. Ces angles et ces sinus s'emploieront sans la moindre altération dans tous les calculs qui nous restent à faire pour trouver la direction et la longueur de notre méridienne.

Les logarithmes des sinus ont été calculés de deux manières différentes par les tables de Vlacq à dix décimales. Ainsi le sinus du premier angle ou de $42^{\circ} 6' 9'' 73$, a été trouvé en ajoutant au sinus de $42^{\circ} 6' 0''$ la partie proportionnelle pour $9'' 73$ et ensuite en retranchant du sinus de $42^{\circ} 6' 10''$ la partie pour $0'' 27 = 10'' - 9'' 73$.

Ces doubles calculs ont encore été comparés à d'autres où l'on s'étoit servi des tables de Callet qui n'ont que sept décimales pour s'assurer qu'on ne s'étoit pas trompé dans les dizaines de secondes, car la première vérification prouvoit seulement que les parties proportionnelles avoient été calculées très-exactement.

Dans ces calculs on n'a eu aucun égard aux secondes différences ; on avoit commencé par se démontrer qu'elles ne devoient jamais avoir d'effet qui fût de la moindre importance.

Notre base ne se trouve qu'au 43° triangle ; cependant pour la suite des calculs, il m'a paru commode de ne pas intervertir l'ordre, et j'ai laissé sous une forme indéterminée le sinus de la distance de Dunkerque à Cassel c'est-à-dire que j'ai pris ce sinus pour unité. Les sinus de tous les autres côtés ont ainsi été exprimés provisoirement en parties de ce premier sinus. La base de Melun qui est un des côtés du 43° triangle s'est

trouvée de même exprimée en parties du premier sinus. En comparant le sinus calculé de la base de Melun, à celui de la base mesurée en toises, j'ai trouvé le logarithme constant qu'il falloit ajouter à tous les sinus calculés jusqu'alors pour les réduire en toises.

Exemple de ces calculs.

Complément arith. .	Sinus Watten	0.01613.31443
	Sinus Cassel	9.95148.21779
	Sinus Dunkerque-Watten.	9.96761.53222
	Logarithme constant	4.14885.70758
Sinus Dunkerque-Watten en toises.		4.11647.23980
Complément arith. .	Sinus Watten	0.01613.31443
	Sinus Dunkerque	9.82637.39216
	Sinus Watten-Cassel *	9.84250.70659
	Logarithme constant	4.14885.70758
Sinus Watten-Cassel en toises.		3.99136.41417

Le logarithme du sinus (Watten-Cassel *) servira de base au second triangle :

	Sinus Watten-Cassel *	9.84250.70659
Complément arith. .	Sinus Fiefs	0.29310.11588
	<i>log. p.</i>	0.13560.82247
	Sinus Watten	9.97181.18092
	Sinus Cassel-Fiefs	0.10742.00339
	Logarithme constant	4.14885.70758
Sinus Cassel-Fiefs en toises		4.25627.71097
	<i>log. p.</i>	0.13560.82247
	Sinus Cassel	9.99309.48079
	Sinus Watten-Fiefs	0.12870.30326
	Logarithme constant	4.14885.70758
Sinus Watten-Fiefs en toises		4.27756.01084

Le logarithme constant n'a été connu et placé sous chaque sinus qu'après le calcul du quarante-troisième triangle.

J'ai continué de cette manière jusqu'au quarante-troisième triangle où j'ai trouvé pour le sinus de la distance de Lieursaint à Melun :

$$\begin{array}{r} \log. \sin. A \dots\dots\dots 9.63475.32963 \\ \text{Mais la mesure de la base a donné } (\log. \sin. A') \cdot 3.78361.03721 \\ \hline \text{Donc } \log. \text{const.} \dots\dots\dots 4.14885.70758 \end{array}$$

Ce logarithme est ce qu'il faut ajouter au *log. sin.* de tous les côtés dans les quarante-trois triangles calculés jusqu'à Melun ; c'est le logarithme sinus de la distance de Dunkerque à Cassel.

Reprenons l'explication des colonnes du tableau général.

La première présente le numéro tel qu'on le trouve au tableau des angles, tome I, page 543 et suivantes.

La seconde, le nom de la station.

La troisième, les angles sphériques.

Tout, jusqu'au quarante-troisième triangle, est conforme au tableau du tome I, page 513 ; mais ici, dans le tableau des angles sphériques on trouvera, à partir de Melun jusques vers Perpignan, des changemens de 0"1 ou 0"05 dans les angles. Nous allons en rendre compte à l'instant.

La quatrième, l'excès sphérique.

La cinquième, les logarithmes des sinus des angles sphériques.

La sixième colonne donne les logarithmes des sinus des côtés opposés exprimés en toises.

La septième, les logarithmes des côtés en arcs et en toises.

La huitième, les arcs eux-mêmes en toises.

La neuvième, les cordes des arcs précédens, aussi en toises.

La dixième, les hauteurs au-dessus de la mer; ces hauteurs sont celles des sommets des signaux.

La onzième, la hauteur du sol qui portoit le signal.

La douzième, les distances vraies des sommets des signaux en ligne droite inclinée à l'horizon.

La treizième, les côtés opposés en mètres.

Tous ces nombres de toises ou de mètres ne sont là que pour la curiosité du lecteur. Tous les calculs ont été faits sur les logarithmes, sans y faire entrer aucun nombre.

En continuant jusqu'à Perpignan le calcul des triangles sur la base de Melun, nous aurions trouvé pour le logarithme arc de la

distance du Vernet à Salces 3.77859.23288

Tandis que, suivant la mesure, nous avons eu 3.77860.30659

La différence est 0.00001.07371

$$\text{Et elle répond à } \frac{0^{\circ}01 \times 1.07371}{72308} = \frac{0^{\circ}0107371}{72308} = 0^{\circ}14849$$

c'est-à-dire à 10^e 8'3 ou 128'3.

Cette différence est quadruple de celle dont nous ne croyons pas pouvoir répondre sur la mesure de chacune des bases, et si l'on nous passe 64 lig. pour la somme

des erreurs inévitables dans ces deux mesures, il en résultera 64 l. pour l'erreur à répartir entre tous les angles des 60 triangles intermédiaires; c'est-à-dire entre 180 angles, nous aurions donc pu fort bien, et à plus juste titre qu'en 1718, conclure que la seconde base confirmoit la première et ne rien changer aux côtés calculés; nous aurions pu retrancher 64 lig. de la base de Perpignan et les ajouter à celle de Melun, et calculer tout sur une base moyenne. La commission a préféré de calculer l'arc entre Dunkerque et Évaux sur la base de Melun, et d'employer ensuite celle de Perpignan, à calculer l'arc entre Évaux et Montjoux; il en résulte seulement cet inconvénient très-léger, que l'on donne ainsi à la distance d'Ornat à Sermur deux valeurs différentes, et que l'on trouble un peu l'accord des angles et des azimuts dans cette partie de la méridienne.

Pour rétablir l'harmonie j'ai cru qu'il me seroit permis de faire aux angles entre Melun et Perpignan des changemens très-légers qui accorderont les deux bases. La Caille en avoit donné l'exemple dans la méridienne vérifiée. Il retranchoit 5" d'un angle pour les ajouter à un autre angle du même triangle. Je n'avois pas besoin de corrections si fortes, et c'est ce qui m'a encouragé à me les permettre. Dans le triangle 44 j'ai retranché 0"1 à l'angle de Torfou, et ajouté 0"05 à chacun des deux autres. Ces changemens sont imperceptibles en eux-mêmes, mais agissant toujours dans le même sens, ils produisent l'effet que j'avois en vue, celui de faire disparaître la différence entre les deux bases que je crois

plus certaines encore que nos angles. Changeant ainsi mes angles de manière à diminuer le sinus qui se trouve au dénominateur et augmenter celui qui est au numérateur, j'augmentois progressivement tous les côtés, et je me trouvai juste à Perpignan. Je n'eus pas même besoin d'aller jusques-là, le 95^e triangle est le dernier où les corrections aient été $- 0''1$ et $+ 0''05$. Au 96^e les corrections n'étoient plus que $- 0''05$ et $+ 0''05$, et le 3^e angle étoit intact. Au 97^e elles étoient encore $- 0''05$ et $+ 0''05$; aux 98, 99 et 100^e $- 0''01$ et $+ 0''01$, et après cela nulles. J'aurois pu arriver au même but en réduisant tous les angles aux simples dixièmes de secondes, et obtenir de cette façon des petits changemens qui auroient tout accordé et n'auroient semblé dus qu'au hasard. Mais je n'ai voulu me permettre rien dont je ne rendisse le compte le plus scrupuleux, et d'ailleurs on a le résultat des calculs de la commission, auxquels on pourra s'en tenir si l'on veut, et je trouvois cet avantage à conserver les centièmes, que mes angles sphériques approchoient d'autant plus de leur véritable valeur, et devoient me fournir plus d'accord entre les calculs que je ferois par différentes méthodes pour être plus assuré des résultats.

Telles sont donc les raisons des différences que l'on trouve entre les angles sphériques du tableau complet des triangles et ceux du tableau qui termine le tome I^{er}.

Les sinus des côtés opposés que présente la sixième colonne sont calculés d'après les angles corrigés comme nous venons de dire; ces sinus supposent le degré

moyen de $57020'$ et rayon de la terre $= \frac{57020' \times 180}{\pi}$
 $= \frac{1026360'}{\pi}$.

Pour réduire les logarithmes de ces sinus à ceux de l'arc contenu dans la colonne 7^e, on y a ajouté les quantités prises dans la table II avec le logarithme employé comme argument.

Pour exemple de ces calculs, soit <i>log. sin.</i> (Dunkerque-Watten)	4.14885.70758
Dans la table II, en diminuant d'une unité la caractéristique 4, on trouve pour 3.148, la correction 0.00000.00130.47, d'où je conclus que pour 4.148 j'aurai la correction	0.00000.13407
Avec une différence de 62 parties pour 0.001.	
On aura donc	Pour 0.0008 49.6
On voit qu'il faut multiplier	Pour 5 3.10
62 par 0.8570758	Pour 7 434
	Pour 07 4
Ainsi le logarithme du côté sera	4.14885.84218
Dans les tables de Vlacq on trouve, pour 14088.0000 = <i>n</i> , le logarithme	4.14884.93430
La soustraction me donne <i>d. log. n</i> =	0.00000.90788
<i>Compl. log.</i> (module) = <i>log. 2.302685</i>	0.36222
<i>log. n.</i>	4.14885
<i>log. d log. n.</i>	4.95803
<i>log. dn</i> = 0.2945	9.46910
<i>n</i> =	14088.0000
<i>n + dn</i> = côté cherché	14088.2945

Quand on se sert des tables de Vlacq qui ont dix décimales, le calcul des parties proportionnelles est extrêmement fastidieux; l'attention se perd et l'on se

trompe. Il est plus sûr de faire ce calcul au moyen des petites tables à cinq décimales en faisant

$$dn = \left(\frac{n \cdot d \log. n}{\text{module}} \right)$$

Dans les tables anti-logarithmiques de Dodson pour le logarithme 4.14885 on trouveroit le nombre 14088.021314

Avec une différence de 324392 à multiplier par les cinq dernières figures 84218 du logarithme du côté en arc, le produit seroit 273197

Ainsi le côté en arc seroit. 14088.29451

Ce qui confirme le calcul de la petite formule *dn* ci-dessus.

Pour trouver le logarithme de l'arc par celui du sinus nous avons ajouté ci-dessus 0.13460

Le quart de cette correction est 0.03365

Otons cette quantité du logarithme du côté 4.14885.84218

Et nous aurons pour le logarithme de la corde. 4.14885.80853

On pourra donc trouver ainsi les logarithmes des cordes. J'ai cru fort inutile de les rapporter à côté des logarithmes du sinus et de l'arc dont la différence divisée par 4 donnera la correction soustractive qui changera le logarithme de l'arc en celui de la corde.

Le logarithme de la corde 4.14885.80153 répond au nombre 14088^t.283546; pour avoir ce nombre sans passer par le logarithme, il sera plus court de chercher dans la table III avec l'arc en toises une correction soustractive qui dans notre exemple se trouvera de 0^t.0110: ainsi l'arc étant 14088^t.2945 la corde sera 14088^t.2835.

Cette table est calculée sur la formule

$$(A - \text{corde } A) = \frac{\frac{1}{4} A^3}{R^2} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{R} \cdot \frac{A^3}{R^2} \right) = \frac{1}{4} (A - \sin. A)$$

On la trouvera ci-après, avant le tableau complet des triangles.

Avant que la commission prît connoissance de notre travail, j'avois calculé tous les triangles de Dunkerque à Montjoux par les angles rectilignes formés par les cordes. Mais les angles différoient de quelques fractions de seconde des angles arrêtés depuis par la commission. J'ai depuis calculé tous les mêmes triangles par la méthode de M. Legendre, et ce sont ces derniers calculs qui ont été comparés à ceux des trois autres membres de la commission, et il a été fait sur les angles qu'elle avoit arrêtés. J'ai depuis refait tous ces calculs en entier par la même méthode, mais avec les angles modifiés, comme j'ai dit, pour faire accorder les deux bases; enfin je les ai refaits une dernière fois sur les angles sphériques, et ces derniers calculs sont ceux que je présente ici.

M. Méchain de son côté avoit calculé tous les triangles en donnant une valeur hypothétique approchée à la distance de Dunkerque à Cassel, se réservant d'ajouter une constante aux logarithmes de tous les côtés ainsi déterminés.

Il avoit fait ces mêmes calculs deux fois avec des logarithmes à huit décimales toujours sur la base hypothétique. Ces calculs n'ont point été achevés.

Antérieurement encore il avoit tout calculé suivant

ma méthode des cordes, et m'avoit envoyé de cette manière tous les triangles de Dunkerque à Rodès, tandis que je préparois à Melun la mesure de la première base. Voilà tout ce que j'ai retrouvé dans ses manuscrits. Je suis pourtant presque sûr qu'il avoit calculé les longitudes, les latitudes, les azimuts de tous les signaux par ma méthode des cordes. Il avoit aussi fait quelques essais de la méthode de M. Legendre et de celle de Duséjour; mais personne que je sache n'a vu ces calculs, je ne les ai point retrouvés.

J'avois encore avec sept décimales seulement calculé tous les triangles, comme on faisoit autrefois, sans m'embarrasser de l'excès sphérique et en réduisant toutes les sommes d'angles à 180° , regardant l'excès comme uniquement dû aux erreurs d'observation, et distribuant l'erreur également sur les trois angles. Voyant que les résultats s'accordoient mieux que je n'avois espéré, avec ceux des méthodes qui me sembloient plus rigoureuses, j'ai voulu déterminer *à priori* l'erreur de cette ancienne méthode, et voici ce que j'avois trouvé.

La somme des angles d'un triangle sphérique ABC est

$$180^\circ + \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin. A = 180^\circ + \frac{1}{3} \cdot AB \cdot CB \cdot \sin. B \\ = 180^\circ + \frac{1}{3} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin. C$$

(tome I, page 147). Je sousentends dans ces expressions la constante $\left(\frac{1}{R^2 \cdot \sin. 1''}\right)$. En prenant le tiers de ces trois expressions la somme des trois angles est

$$180^\circ + \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin. A + \frac{1}{3} \cdot AB \cdot CB \cdot \sin. B + \frac{1}{3} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin. C$$

En distribuant l'excès également, et en retranchant le tiers de chacun des angles, on faisoit

$$A' = A - \frac{1}{3} \omega, \quad AB, AC, \sin. A$$

$$B' = B - \frac{1}{3} \omega, \quad AB, CB, \sin. B$$

$$C' = C - \frac{1}{3} \omega, \quad AC, BC, \sin. C$$

On faisoit ensuite l'analogie

$$\begin{aligned} AC &= \frac{BC \sin. B'}{\sin. A'} = \frac{BC \sin. (B - \frac{1}{3} \omega, AB, CB, \sin. B)}{\sin. (A - \frac{1}{3} \omega, BA, CA, \sin. A)} \\ &= \frac{BC (\sin. B \cos. \frac{1}{3} \omega - \cos. B \frac{1}{3} \omega, AB, CB, \sin. B)}{(\sin. A \cos. \frac{1}{3} \omega - \cos. A \frac{1}{3} \omega, BA, CA, \sin. A)} \end{aligned}$$

(Je fais, pour abrégér, $\frac{1}{3} \omega = \frac{1}{3}$ excès sphérique.)

$$\begin{aligned} &= \frac{BC (\sin. B - \cos. B \sec. \frac{1}{3} \omega, AB, CB, \sin. B)}{(\sin. A - \cos. A \sec. \frac{1}{3} \omega, BA, CA, \sin. A)} \\ &= \frac{\left(\frac{BC \sin. B}{\sin. A}\right) - \left(\frac{BC \sin. B}{\sin. A}\right) \sec. \frac{1}{3} \omega, AB, CB, \cos. B}{1 - \frac{1}{3} \omega, BA, CA, \cos. A, \sec. \frac{1}{3} \omega} \\ &= \frac{BC \sin. B}{\sin. A} \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{3} \omega, AB, CB, \cos. B, \sec. \frac{1}{3} \omega}{1 - \frac{1}{3} \omega, BA, CA, \cos. A, \sec. \frac{1}{3} \omega}\right) \end{aligned}$$

Or $\frac{1}{3} \omega$ va bien rarement à 1" et jamais à 1'5, du moins dans les opérations faites jusqu'ici. On peut donc supposer $\sec. \frac{1}{3} \omega = 1$ surtout dans les termes aussi petits que ceux où il entre comme facteur.

On faisoit donc

$$\begin{aligned} AC &= \frac{BC \sin. B}{\sin. A} \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{3} \omega, AB, CB, \cos. B}{1 - \frac{1}{3} \omega, BA, CA, \cos. A}\right) \\ &= \frac{BC \sin. B}{\sin. A} \cdot (1 - \frac{1}{3} \omega, AB, CB, \cos. B + \frac{1}{3} \omega, BA, CA, \cos. A, \text{etc.}) \\ &= \frac{BC \sin. B}{\sin. A} \cdot (1 - \frac{1}{3} \omega, AB, BD, + \frac{1}{3} \omega, BA, AD) \quad (Pl. XI, fig. 25.) \\ &= \frac{BC \sin. B}{\sin. A} \cdot [1 - \frac{1}{3} \omega, AB, (BD - AD)] \end{aligned}$$

Mais

$$(BD - AD) = \frac{(BC + CA) \cdot (BC - CA)}{AB} = \left(\frac{BC^2 - CA^2}{AB} \right)$$

Donc on faisoit

$$\begin{aligned} AC &= \frac{BC \cdot \sin. B}{\sin. A} \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \frac{(BC^2 - CA^2)}{AB} \right] \\ &= \frac{BC \cdot \sin. B}{\sin. A} \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \cdot (BC^2 - CA^2) \right] \\ &= \frac{BC \cdot \sin. B}{\sin. A} - \frac{1}{2} \cdot \frac{BC^3 \cdot \sin. B}{\sin. A} + \frac{1}{2} \cdot \frac{BC \cdot CA^2 \cdot \sin. B}{\sin. A} \\ &= \frac{BC \cdot \sin. B}{\sin. A} - \frac{1}{2} \cdot \frac{BC^3 \cdot \sin. B}{\sin. A} + \frac{1}{2} \cdot CA^2 \end{aligned}$$

ou

$$AC = (BC - \frac{1}{2} \cdot BC^3) \cdot \frac{\sin. B}{\sin. A} + \frac{1}{2} \cdot CA^2$$

ou

$$AC - \frac{1}{2} \cdot CA^2 = (BC - \frac{1}{2} \cdot BC^3) \cdot \frac{\sin. B}{\sin. A}$$

ou, ce qui revient au même

$$\sin. AC = \frac{\sin. BC \cdot \sin. B}{\sin. A}$$

C'est-à-dire que l'on faisoit l'équivalent de l'analogie que demande le triangle sphérique, et que l'on se conformoit d'avance et sans le savoir, comme par instinct, au théorème de M. Le Gendre que j'ai ainsi trouvé en cherchant autre chose, après avoir fait autrefois quelques essais inutiles pour en trouver la démonstration que M. Le Gendre n'a donnée que depuis.

Dans les transformations que l'on vient de voir nous avons négligé les termes

$$\left(\frac{1}{2} AB. CA. \cos. A\right), \left(\frac{1}{2} BA. CA. \cos. A\right)^2$$

et

$$\left(\frac{1}{2} AB. CB. \cos. B\right), \left(\frac{1}{2} BA. CA. \cos. A\right),$$

$$\left(\frac{1}{2} AB. CB. \cos. B\right), \left(\frac{1}{2} BA. CA. \cos. A\right)$$

et d'autres plus petits encore. Nous avons encore négligé

$$\sec \frac{1}{2} \omega = 1 + \operatorname{tang} \frac{1}{2} \omega \operatorname{tang} \frac{1}{2} \omega = 1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \omega$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} AB. AC. \sin. A\right)^2$$

En faisant $\sec \frac{1}{2} \omega = 1$ nous avons donc négligé le petit terme $\frac{1}{8} \overline{AB}^2 \overline{AC}^2 \sin^2 A$ dont le produit par $(\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2)$ auroit été du sixième ordre.

Dans la dernière transformation, celle où nous avons mis $\sin AC$ au lieu de $\sin \left(AC - \frac{1}{6} \overline{AC}^3\right)$ et $\sin BC$ au lieu de $\left(BC - \frac{1}{6} \overline{BC}^3\right)$ nous n'avons négligé que des quantités du cinquième ordre.

Notre approximation sera donc suffisamment exacte tant que l'on pourra négliger les quantités du cinquième ordre, c'est-à-dire, tant que $\frac{A^6}{R^5}$ sera une quantité insensible dans nos calculs: or dans la supposition que nous avons faite pour R , $\left(\frac{A^6}{R^5}\right) = \left(\frac{100000^6}{R^5}\right) = 0.0027$ quantité qui sera toujours au-dessous des erreurs de l'observation; en conséquence la méthode ancienne et le théorème de M. Le Gendre ont plus que l'exactitude à laquelle on peut prétendre, quand même on auroit à

calculer des côtés de 100000 toises, et personne n'en a mesuré de pareils.

On peut donc, d'après ce qu'on vient de lire, suivre la méthode ancienne toutes les fois qu'il s'agit simplement de calculer les côtés des triangles. L'excès sphérique n'est plus alors qu'un objet de curiosité qui peut faire juger de l'exactitude des observations; mais l'excès sphérique étant renfermé dans des bornes assez étroites, on peut avoir une idée exacte de la précision obtenue sans faire ce petit calcul, et nous avons donné tome I, pag. 166, une méthode graphique pour trouver cet excès avec une précision suffisante.

Mais la méthode ancienne ne peut s'appliquer également aux triangles dans lesquels les triangles primitifs sont décomposés par la méridienne ou la perpendiculaire qui les traverse. Dans ces triangles nouveaux on a besoin de connoître les angles sphériques; c'est alors qu'il faut indispensablement recourir au théorème de M. Le Gendre ou à l'une des méthodes que nous exposerons quand nous serons arrivés au calcul de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et Barcelone.

En attendant continuons l'explication de notre tableau complet des triangles primitifs. Il nous reste à dire comment nous avons calculé les hauteurs des signaux au-dessus de la mer et les distances en lignes droites entre les sommets des signaux. Ces distances nous ont paru nécessaires parce que ce sont elles en

effet que l'on observeroit véritablement si l'on vouloit faire une opération trigonométrique où l'on prendroit pour base un des côtés de nos triangles.

Soit, *pl. X, fig. 21*, M' le centre de la terre, A et A' les sommets des deux signaux, ZAA' l'angle entre le zénith du signal A et le sommet du signal A' , VAA' l'angle entre le zénith du signal A' et le sommet du signal A :

$$ZAA' = 180^\circ - A'AM'$$

$$VAA' = 180^\circ - AAM'$$

$$\begin{aligned} ZAA' + VAA' &= 360^\circ - (A'AM' + AAM') \\ &= 360^\circ - (180^\circ - M') \\ &= 180^\circ + M' \dots \dots \dots (59) \end{aligned}$$

Ainsi la somme des deux distances au zénith observée réciproquement aux signaux devoit surpasser 180° d'une quantité égale à l'angle M' , c'est-à-dire, à l'arc de grand cercle mené d'un signal à l'autre sur la terre réputée sphérique.

Pour que cette équation fût vraie, il faudroit que dans les deux observations on eût placé le centre du cercle au sommet même du signal; et c'est ce qui n'a jamais lieu dans la pratique. Le cercle est toujours au-dessous des sommets A et B d'une quantité que j'ai nommée dH , et qui se trouve parmi les observations dans la préface de chacune des stations.

En suivant la formule donnée, tome I, pag. 152, si l'on nomme D la distance rectiligne qui joint les deux

signaux, δ la distance au zénith observée, et Δ la distance corrigée on aura

$$\Delta = \delta + \left(\frac{dH}{D}\right) \cdot \frac{\sin. \delta}{\sin. 1''} + \text{etc.}$$

le premier terme suffisant toujours.

Je n'ai point donné ces corrections à la suite de mes distances au zénith pour épargner la place de deux lignes à la suite de chaque observation. M. Méchain a donné ces corrections dans toutes les stations qu'il a faites depuis Rieupeiroux jusqu'à Montjouy; mais il a calculé ces corrections un peu différemment parce qu'il réduisoit tout au pied du signal et non pas au sommet.

Je vais donc réunir ici toutes les distances observées avec les distances corrigées qui seules serviront pour les calculs des différences de niveau, et par la suite pour la réfraction terrestre quand nous nous occuperons de la détermination de cet élément.

Distances des signaux au zénith, réduites pour le calcul de la réfraction terrestre et de la différence de niveau.

SIGNAUX.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Dunkerque.</i>		
Gravelines	90° 3' 53.3	90° 4' 37.4
Cassel	89 50 23.3	89 50 52.6
Watten, pointe du clocher .	89 59 53.5	90 0 25.0

SIGNAUX.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Watten.</i>		
Gravelines	90° 11' 49".6	90° 12' 43".6
Cassel	89 48 45.8	89 49 38.4
Fiefs	89 57 18.0	89 57 18.0
Helfaut	89 59 0.4	90 0 7.5
Dunkerque	90 10 47.0	90 11 6.7
<p>Pour le signal de Dunkerque j'ai réduit la distance à la pointe du clocher.</p> <p>Pour Fiefs je n'ai point fait de réduction, parce que de Fiefs j'ai observé le parapet de la tour, qui étoit à la hauteur du centre du cercle, ou du moins il ne s'en falloit pas de l'épaisseur de la lunette.</p> <p>Pour les autres signaux, j'ai réduit au sommet du signal que j'ai fait placer au-dessus du clocher.</p>		
<i>Cassel.</i>		
Dunkerque	90 21 46.4	90 21 59.4
Watten	90 18 31.0	90 18 49.7
Fiefs	90 4 12.7	90 4 22.9
Mesnil	90 9 17.0	90 9 25.7
Helfaut	90 15 49.0	90 16 6.1
Béthune . . (brume)	90 17 42.7	90 17 54.0
<p>Pour le signal de Dunkerque on pourroit prendre pour distance corrigée 90° 21' 46".</p>		
<i>Fiefs.</i>		
Watten	90 19 25.8	90 20 25.7
Cassel	90 11 16.2	90 12 19.1
Helfaut	90 20 2.0	90 21 42.3
Mesnil	90 9 44.5	90 11 32.8
Sauti	90 8 48.0	90 9 50.6
Bonnières	90 11 5.8	90 12 22.5

SIGNAUX.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Béthune.</i>		
Cassel	89° 56' 2" 4	89° 56' 20" 4
Helfaut	90 3 56.5	90 4 13.6
Fiefs	89 44 9.7	89 44 34.6
Mesnil	89 31 22.5	89 32 12.8
<i>Mesnil.</i>		
Cassel	90 9 19.0	90 9 41.9
Fiefs	89 58 3.7	89 58 49.6
Béthune	90 31 19.2	90 32 4.1
Sauti	90 1 45.3	90 2 23.3
<i>Sauti.</i>		
Fiefs	90 5 2.1. Soir.	90 5 55.2
Mesnil	90 7 6.0. Soir.	90 8 22.1
Bonnières	90 8 9.0. Soir.	90 9 42.7
Beauquène	90 8 17.3. Soir.	90 10 3.8
Mailli	90 9 23.8. Soir.	90 11 18.9
<i>Bonnières.</i>		
Fiefs	90 1 57.5	90 3 16.5
Sauti	89 57 23.3	89 59 17.1
Beauquène	90 3 31.3	90 5 24.0
<i>Beauquène.</i>		
Sauti	89 54 4.0	89 56 20.9
Bonnières	90 3 0.5	90 4 59.8
Mailli	90 1 13.5. Soir.	90 3 52.5
Vignacourt	90 5 43.8	90 8 11.3
Bayonvilliers	90 11 28.2	90 12 47.9

SIGNAUX.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Mailli.</i>		
Sautf.	89° 53' 18".2	89° 54' 52".7
Beauquène	90 0 44.0	90 2 25.6
Bayonvillers	90 11 2.6	90 12 6.5
Villers-Bretonneux	90 9 48.0	90 10 52.1
<i>Bayonvillers.</i>		
Mailli	89 57 58.8	89 59 9.2
Beauquène	90 0 17.0	90 1 13.1
Villers-Bretonneux	89 55 41.0	89 59 11.7
Arvillers	89 59 1.0	90 1 12.0
Sourdon	89 59 17.2	90 0 29.3
<i>Villers - Bretonneux.</i>		
Mailli	89 58 36.4	89 59 51.6
Bayonvillers	90 1 21.6	90 3 6.2
Arvillers	90 1 53.4	90 3 42.0
Sourdon	89 58 24.2	89 59 56.8
Amiens	89 59 59.7	90 1 54.8
Vignacourt	90 2 49.1	90 3 53.7
Beauquène	89 58 34.0. Soir.	89 59 44.0
<i>Arvillers.</i>		
Bayonvillers	90 2 25.4	90 4 37.2
Villers-Bretonneux	90 2 4.4	90 3 47.0
Sourdon	89 57 7.6	89 58 40.6
Coivrel	90 0 9.7	90 1 26.1

SIGNAUX.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Sourdon.</i>		
Arvillers	90° 8' 1" 1	90° 8' 59" 5
Villers-Bretonneux	90 8 31.6	90 9 26.4
Vignacourt	90 8 23.2	90 8 52.5
Amiens	90 7 26.5	90 8 15.9
Noyers	89 57 56.2. Soir.	89 58 49.5
Coivrel	90 4 43.2	90 5 34.7
<i>Vignacourt.</i>		
Beauquène	89 56 48.5	89 58 43.2
Villers-Bretonneux	90 7 50.8	90 8 57.8
Amiens	90 3 50.4	90 5 54.8
Sourdon	90 6 10.0	90 7 1.3
<i>Amiens.</i>		
Villers-Bretonneux	89 55 43.4	90 5 40.1
Vignacourt	89 50 19.1	90 0 41.3
<i>Coivrel.</i>		
Arvillers	90 8 6.6	90 8 44.1
Sourdon	90 3 10.5	90 3 50.8
Noyers	89 58 38.4	89 59 17.8
Clermont	90 5 5.9	90 5 44.4
Jonquières	90 5 44.4	90 6 22.8
Saint-Christophe	90 1 45.3	90 2 10.9

SIGNAUX.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Noyers.</i>		
Sourdon	90° 8' 24".8	90° 8' 46".4
Coivrel	90 8 53.3	90 9 13.8
Clermont	90 10 11.5	90 10 31.0
<i>Clermont.</i>		
Noyers	89 58 48.9	89 59 8.4
Coivrel	90 3 56.5	90 4 16.5
Jonquières	90 5 12.5	90 5 31.6
Saint-Christophe	89 54 10.9	89 54 34.3
Dammartin	90 4 54.7	90 5 5.3
Saint-Martin-du-Tertre	89 58 57.5	89 59 11.8
<i>Jonquières.</i>		
Coivrel	90 3 19.6	90 3 56.5
Clermont	90 4 24.9	90 5 00.2
Saint-Christophe	89 52 17.1	89 53 2.6
Saint-Martin-du-Tertre	90 3 21.5	90 3 40.5
Dammartin	90 3 43.5	90 4 4.7
<i>Saint-Christophe.</i>		
Coivrel	90 12 45".9	90 13 32.7
Clermont	90 13 30.3	90 14 52.4
Jonquières	90 13 47.2	90 15 13.8
Saint-Martin-du-Tertre	90 2 41.4	90 3 42.8
Dammartin	90 6 5.2	90 7 9.8

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Saint-Martin-du-Tertre.</i>		
Clermont	90° 14' 9".0	90° 14' 55".1
Saint-Christophe	90 6 44.0	90 7 40.5
Dammartin	90 6 31.7	90 7 27.4
Panthéon	90 15 11.0	90 15 59.1
<i>Dammartin.</i>		
Jonquières	90 12 20.0	90° 13' 19".0
Clermont	90 12 0.0	90 12 54.6
Saint-Christophe	90 2 47.8	90 4 22.1
Saint-Martin-du-Tertre	90 1 34.3	90 3 2.7
Bellassise	90 10 15.0	90 11 39.2
Panthéon	90 13 28.0	90 14 34.2
Invalides	90 14 9.0	90 15 12.9
<i>Panthéon.</i>		
Saint-Martin-du-Tertre	89 56 32.0	89 57 20.1
Dammartin	90 0 40.5	90 1 22.2
Bellassise	90 4 28.9	90 5 14.7
Brie	90 5 45.0	90 6 39.2
Montlhéri	90 3 43.6	90 4 41.9
Torfou	90 4 37.3	90 5 16.2
Invalides	90 0 20.25	90 9 10.2
<i>Bellassise.</i>		
Dammartin	89 58 42.0	89 59 57.8
Panthéon	90 7 33.6	90 8 39.1
Brie	90 6 7.0	90 7 55.4
Invalides	90 10 55.5	90 11 33.8

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Brie.</i>		
Panthéon	90° 3' 45" 0	90° 5' 28" 0
Bellassise	89 58 24.0	90 0 48.5
Montlhéri	90 2 58.4	90 4 43.4
Tour de Croy	89 59 31.5	90 1 10.6
Malvoisine	90 0 2.7	90 1 53.8
<i>Montlhéri.</i>		
Panthéon	90 5 16.9	90 5 58.6
Brie	90 6 51.5	90 7 30.9
Malvoisine	89 59 11.4	90 0 9.7
Torfou	89 53 37.7	89 55 0.7
Tour de Croy	89 54 48.6	89 55 44.7
Lieursaint	90 9 44.0	90 10 19.3
Saint-Yon	89 52 22.3	89 53 57.7
<i>Malvoisine.</i>		
Brie	90 8 6.0	90 10 10.5
Forêt	90 3 43.0	90 6 6.6
Montlhéri	90 2 49.5	90 4 43.1
Torfou	89 59 56.8	90 2 13.5
Bruyères	90 14 32.0	90 16 16.4
Chapelle-la-Reine	90 13 15.4	90 4 34.9
Montlhéri	90 7 0.2	90 7 24.5
Lieursaint	90 13 59.2	90 14 24.9
Melun	90 16 47.3	90 17 11.1
<i>Lieursaint.</i>		
Montlhéri	89 58 0.1	89 58 45.1
Malvoisine	89 51 43.6	89 52 41.1
Melun	90 6 12.6	90 7 31.8

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	Dist. RÉDUITES.
<i>Melun.</i>		
Malvoisine	89° 48' 9".1	89° 49' 2".3
Lieusaint	89 56 6.7	89 57 25.9
<i>Tor fou.</i>		
Montlhéri	90 7 50.0	90 9 57.3
Malvoisine	90 3 27.4	90 5 15.0
Chapelle-la-Reine	90 8 41.3	90 9 25.6
Panthéon	90 10 25.3	90 11 7.9
Bruyères	90 29 22.6	90 32 47.9
Forêt	90 5 40.0	90 7 14.7
Saint-Yon	89 56 42.4	90 2 53.1
Tour de Méréville	89 56 52.0	89 58 7.3
<i>Bruyères.</i>		
Malvoisine	89 52 31.3	89 52 52.7
Tor fou	89 29 6.0	89 29 59.6
<i>Forêt.</i>		
Malvoisine	90 0 46.0	90 1 31.1
Chapelle-la-Reine	90 4 32.0	90 5 6.5
Tor fou	89 58 14.0	89 59 9.6
Pithiviers Bas de la Flèche	90 4 9.5	90 4 48.1
Lanterne	90 2 39.6
<i>Chapelle-la-Reine.</i>		
Malvoisine	90 2 37.1	90 4 31.2
Forêt	90 4 22.4	90 6 9.8
Pithiviers	90 3 23.1	90 5 3.3
Boiscommun	90 4 0.0	90 5 23.3
Bromeille	89 58 24.0	90 1 26.8

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Pithiviers.</i> — Les corrections sont nulles.		
Chapelle-la-Reine	90° 6' 26"6	
Forêt	90 6 29.3	
Boiscommun	90 0 59.5	
Châtillon	89 57 18.0	
Orléans	90 6 5.6	
Bromeille	90 3 31.1	
Tour de Méréville	90 4 3.0	
<i>Boiscommun.</i>		
Chapelle-la-Reine	90 8 51.4	90 9 13.2
Pithiviers	90 5 32.1	90 6 13.2
Châtillon	89 56 47.0	89 58 4.5
Châteauneuf	90 5 53.0	90 6 25.2
<i>Haut de Châtillon.</i>		
Boiscommun	90 3 53.8	90 5 25.4
Pithiviers	90 7 51.4	90 8 52.4
Orléans	90 4 39.0	90 5 7.6
Châteauneuf	90 7 10.9	90 7 53.7
<i>Châteauneuf.</i>		
Boiscommun	90 0 34.6	90 2 5.2
Châtillon	89 57 30.4	89 59 12.4
Orléans	89 58 54.1	90 0 22.5
Vouzon	90 2 25.3	90 3 42.1

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Orléans.</i>		
Châteauneuf	90° 4' 47".4	90° 10' 32".5
Châtillon	90 3 22".5	90 7 48.9
Chaumont	90 5 17.5	90 9 27.9
Vouzon	90 5 14.0	90 9 39.9
<i>Vouzon.</i>		
Châteauneuf	90 5 40.0	90 7 36.4
Orléans	90 2 36.8	90 4 20.1
Chaumont	89 57 40.4	90 1 58.5
Soëme	90 6 42.4	90 7 55.7
Sainte-Montaine	90 4 11.6	90 5 15.4
Ennordre	90 4 53.7	90 5 41.9
Oison	89 58 53.3	89 59 35.6
<i>Chaumont.</i>		
Vouzon	89 55 57.3	89 59 58.9
Orléans	90 2 34.9	90 4 6.0
Soëme	90 5 2.6	90 6 52.7
<i>Soëme.</i>		
Vouzon	90 1 10.9	90 2 58.4
Chaumont	90 3 22.6	90 4 51.3
Ennordre	89 51 9.5	89 53 57.8
Sainte-Montaine	89 54 7.7	89 57 47.9
Méry	89 45 10.0	89 46 55.6
Aubigny	89 52 31.2	89 54 37.4

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Oison.</i>		
Châteauneuf	90° 18' 17".7	90° 18' 42".3
Vouzon	90 17 25.5	90 17 55.1
Soème	90 19 14.7	90 19 58.3
Aubigny	90 17 8.7	90 19 53.5
<i>Sainte-Montaine.</i>		
Vouzon	90 5 53.7	90 6 32.0
Soème	90 7 8.3	90 8 38.3
Ennordre	89 51 24.4	89 53 25.1
<i>Ennordre.</i>		
Vouzon	90 10 26.0	90 11 4.4
Soème	90 11 41.1	90 13 10.6
Sainte-Montaine	90 5 46.7	90 8 23.6
Méri	89 39 25.6	89 40 58.3
Morogues	89 33 15.9	89 34 7.0
<i>Méri.</i>		
Soème	90 22 23.0	90 23 19.2
Ennordre	90 21 57.4	90 23 30.1
Morogues	89 36 10.8	89 37 19.2
Bourges	90 13 19.6	90 14 14.7
<i>Morogues.</i>		
Ennordre	90 36 40.3	90 37 36.6
Méri	90 30 4.7	90 31 20.2
Tour de Bourges	90 32 0.3	90 32 53.3
Dun	90 26 40.9	90 27 14.1

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Bourges.</i>		
Méri	89° 55' 4"8	89° 55' 55"6
Morogues	89 38 11.8	89 38 56.2
Dun	90 6 15.8	90 7 2.9
Chezal-Benoît	90 8 15.7	90 8 49.2
Morlac	90 6 27.8	90 6 57.2
<i>Dun.</i>		
Morogues	89 51 34.0	89 51 57.2
Bourges	90 3 23.0	90 4 2.2
Morlac	90 1 22.9	90 1 59.9
Belvédère	89 40 0.0	89 41 2.2
<i>Morlac.</i>		
Bourges	90 10 45.1	90 11 14.5
Dun	90 9 49.0	90 10 33.4
Belvédère	89 49 40.8	89 50 46.3
Cullan	89 41 25.8	89 42 27.2
Saint-Saturnin	89 41 1.5	89 41 48.5
<i>Belvédère.</i>		
Dun	90 25 31.6	90 26 35.9
Morlac	90 16 54.4	90 17 50.8
Cullan	89 56 39.0	89 57 24.2
<i>Saint - Saturnin.</i>		
Morlac	90 28 57.6	90 29 32.9
Cullan	90 14 7.6	90 15 5.5
Laage	89 40 11.6	89 40 53.4

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Cullan.</i>		
Morlac	90° 26' 0"0	90° 26' 52"9
Belvédère	90 12 38.5	90 13 23.7
Saint-Saturnin	89 51 29.4	89 52 35.9
Laage	89 36 38.4	89 37 20.6
Arpheuille	89 55 15.0	89 55 39.5
<i>Laage.</i>		
Cullan	90 32 54.8	90 33 37.0
Saint-Saturnin	90 28 4.8	90 28 52.8
Arpheuille	90 8 48.8	90 9 29.3
Sermur	89 53 44.8	89 54 10.7
Orgnat	90 7 47.7	90 8 21.2
Toulx	89 38 46.7	89 39 57.4
Évaux	90 17 12.9	90 18 6.6
<i>Arpheuille.</i>		
Cullan	90 22 47.0	90 23 34.5
Laage	90 0 47.0	90 2 5.5
Sermur	89 45 38.5	89 46 38.4
<i>Sermur.</i>		
Laage	90 22 46.6	90 23 53.5
Arpheuille	90 27 4.3	90 28 24.2
Orgnat	90 28 0.6	90 29 38.7
Puy-de-Dôme	89 17 8.1 en hiv. 89 18 31.0 en été.	89 19 27.6 89 51 55.1
Mendren	89 50 18.4	89 51 18.5
Les Bordes	89 58 40.6	90 0 18.5
Lafagitière	89 49 8.8	89 50 39.7
Herment	89 54 20.4	89 55 17.5
Mont d'Or	89 5 44.1	89 6 30.2

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Évaux.</i>		
Laage	89° 47' 31".6	89° 51' 6".6
Orgnat	89 55 32.3	89 58 3.4
<i>Orgnat.</i>		
Laage	90 5 12.0	90 5 53.1
Sermur	89 41 30.6	89 42 17.2
Évaux	90 13 58.8	90 14 45.1
Mendren	89 40 45.6	89 41 19.1
Toulx	89 44 13.9	89 45 19.0
Les Bordes	89 36 17.6	89 37 2.7
Arbre de Saint-Michel . . .	89 44 15.6	89 44 46.5
<i>Les Bordes.</i>		
Orgnat	90 34 25.4	90 35 8.1
Sermur	90 11 32.7	90 12 16.7
La Fagitière	89 44 36.6	89 45 49.1
<i>La Fagitière.</i>		
Sermur	90 22 13.9	90 22 54.8
Les Bordes	90 20 28.9	90 21 41.4
Herment	90 11 40.5	90 12 28.9
Bort	90 11 3.2	90 11 32.2
Meimac	89 49 12.6	89 50 8.2
<i>Herment.</i>		
Sermur	90 16 31.8	90 17 16.5
La Fagitière	89 58 12.8	89 59 1.2
Bort	90 7 33.0	90 8 2.9

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Bort.</i>		
Herment	90° 10' 52".5	90° 11' 22".4
La Fagitière	90 6 30.4	90 6 59.4
Meimac	89 54 19.2	89 54 56.5
Aubassin	90 22 12.9	90 22 48.0
Violan	88 46 29.7	88 47 7.8
Mont d'Or	88 14 49.1	88 15 27.5
<i>Meimac.</i>		
La Fagitière	90 18 48.8	90 19 44.4
Bort	90 19 7.3	90 19 44.6
Aubassin	90 30 49.1	90 31 17.2
<i>Aubassin.</i>		
Meimac	89 47 46.8	89 48 14.9
Bort	89 51 55.3	89 52 30.4
Violan	88 42 1.4	88 42 35.3
La Bastide	90 1 52.8	90 2 23.9
<i>Violan.</i>		
Bort	91 25 51.0	91 26 28.9
Aubassin	91 32 45.3	91 33 19.2
La Bastide	91 7 9.9	91 7 34.3
Montsalvi	91 6 26.5	91 7 52.3
Puy Mary	89 30 59.8	89 33 46.9

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>La Bastide.</i>		
Aubassin	90° 15' 4" 0	90° 15' 47" 1
Puy Violan	89 15 8.2	89 15 42.0
Montsalvi	90 2 12.8	90 3 3.2
Rieupeyrroux	90 11 13.8	90 11 42.3
Cantal	89 7 39.8	89 8 9.4
Col de Cabre	89 14 19.0	89 14 50.1
Grosse montagne	89 6 30.8	89 7 2.6
Signal	89 15 10.0	
Seuil de la chapelle St-Laurent près Saint-Mammet	90 6 45.0	
<i>Montsalvi.</i>		
Puy Violan	89 13 58.2	89 14 24.0
La Bastide	90 11 30.1	90 12 6.4
Rieupeyrroux	90 12 41.8	90 13 6.3
Rodez	90 20 10.5	90 20 40.1
Cantal	88 48 54.5	88 49 22.0
Col de Cabre	89 1 58.0	89 2 25.4
Grosse montagne	88 58 2.7	88 58 30.2
<p>Les distances du signal de Montsalvi au Cantal, au col de Cabre et à la grosse montagne ne sont ici déterminées que grossièrement : ainsi l'on ne peut compter sur les distances au zénith corrigées.</p>		
<i>Rieupeyrroux.</i>		
La Bastide	90 16 14.4	90 16 51.6
Montsalvi	90 9 28.0	90 10 12.1
Rodez	90 18 15.4	90 19 33.8
Cantal	89 42 19.6	89 42 43.0
Col de Cabre	89 48 42.2	89 49 5.5

STATIONS.	DISTANCES OBSERV.	DIST. RÉDUITES.
<i>Rodez.</i>		
Montsalvi	89° 57' 56".4	89° 58' 38".4
Rieupeiroux	89 52 7.0	89 53 8.9
Signal de la Gaste	89 33 32.7	89 34 29.1

Les stations suivantes sont de M. Méchain, qui a donné, tome I, les distances réduites telles qu'elles doivent entrer dans le calcul de la réfraction et des différences de niveau. Nous ne donnerons ici que ces dernières distances.

<i>Rieupeiroux.</i>		Montredon	90° 36' 3".7
		Cambatjou	90 21 20.6
Rodez	90° 18' 5".1	Montalet	89 49 0.9
La Gaste	89 57 54.0	La Rogière	89 44 1.4
Puy Saint-Georges	90 37 52.8	<i>Puy Saint-Georges.</i>	
Alby	90 54 19.0	Rieupeiroux	89 38 6.9
La Rogière	89 46 7.1	La Gaste	89 22 31.7
<i>Rodez.</i>		Puy Cambatjou	89 30 33.4
Rieupeiroux	89 54 32.1	Montredon	92 0 36.7
La Gaste	89 35 39.5	Tour de la cathédrale	91 6 17.4
La Rogière	89 14 43.8	<i>Cambatjou.</i>	
Montsalvi	89 59 44.9	La Gaste	89 52 23.9
Cantal	89 29 13.6	Puy Saint-Georges	90 42 8.9
Puy Violan	87 45 15.0	Montredon	90 38 1.1
<i>La Gaste.</i>		Montalet	89 2 53.3
Rodez	90 35 58.4	<i>Montredon.</i>	
Rieupeiroux	90 20 4.2	Puy Saint-Georges	90 13 38.6
Puy Saint-Georges	90 52 31.7	Cambatjou	89 33 29.8
Alby	91 1 26.2		

Montalet	89° 1' 5" 5
Saint-Pons	89 30 35.3
Nore	89 7 44.8
Castres	91 23 21.9
Pic des Pyrénées	89 38 54.3
Rieupeiroux	60 2 29.2
La Gaste	89 47 56.1

Distances au zénith de plusieurs autres points remarquables, mais qui n'appartiennent pas aux triangles qui ont l'un de leurs sommets à Nore.

Montalet.

La Gaste	90 34 14.9
Cambatjou	91 8 46.5
Montredon	91 15 37.3
Nore	90 13 8.6
Saint-Pons	90 48 17.9
Pic du Canigou	89 50 5.2
La mer (direction du sud à l'est)	91 3 29.1

La Gaste	90° 30' 9" 6
Cambatjou	90 39 48.2
Rieupeiroux	90 50 37.3
Pic du Canigou	89 28 47.6
Pic de la Estella	90 3 58.5
Tour de Batterie	90 15 14.2
Costa-Bona	89 47 16.6

Alaric.

Saint-Pons.

Montalet	89 20 20.2
Montredon	90 48 59.7
Nore	89 40 50.3
Alaric	90 44 43.3
Narbonne	91 25 35.0
Beziers	91 22 11.5
Pic des Pyrénées	89 56 4.2
Puy-Prigue	89 34 38.2
Pic de Salfare	90 19 36.4
La mer (direction ouest)	90 57 5.1

Saint-Pons	89 24 57.6
Nore	89 5 6.3
Carcassonne	91 9 21.4
Bugarach	89 10 21.2
Tauch	89 30 13.6
Pic du Canigou	88 30 10.8
Narbonne	91 5 58.2
Beziers	90 43 36.0
La mer (direct à l'est)	90 43 28.0

Carcassonne.

Nore.

Montredon	91 9 16.5
Château de Montredon	91 7 22.5
Montalet	90 3 59.7
Saint-Pons	90 30 20.7
Alaric	91 10 15.3
Carcassonne	92 30 18.1
Castelnaudary	91 28 11.0
Castres	92 13 59.8
Pic du midi de Bigore	90 15 51.4
Puy-Prigue	89 26 13.7
Pic de Salfare	90 23 52.6
La mer (direction du sud vers l'est)	91 1 28.2
Id. (direct. 90° sud-est)	91 0 38.2

Nore	87 40 54.1
Bugarach	89 1 31.0
Pic du Canigou	88 34 5.8
Mont St-Barthélemy	88 14 53.3
Castelnaudary	89 59 21.3

Pic de Bugarach.

Carcassonne	91 43 23.6
Alaric	91 6 22.7
Tauch	90 52 55.7
Porcerol	91 28 20.6
Puy de la Estella	89 23 57.9
Pic du Canigou	87 51 13.3
Mont St-Barthélemy	88 50 1.5
La mer (direction du sud à l'est)	91 1 27.4

Tauch.

Alaric	90° 41' 57".7
Bugarach	89 17 22.9
Forceral	91 7 14.25
Espira	91 49 50.7
Narbonne	91 17 37.1
Beziers	90 54 51.0
Perpignan	91 39 14.8
Fort de Bellegarde	90 40 3.1
La mer (direction du sud à l'est)	90 51 25.7

Forceral.

Espira	90 16 7.0
Tauch	89 2 6.8
<i>Idem</i>	89 2 4.5
Bugarach	88 44 45.4
<i>Idem</i>	88 44 58.3
Pic du Canigou	85 50 53.3
Estella	87 21 1.3
Puy-Camellas	89 43 53.9
Perpignan	91 31 6.0
Bellegarde	90 13 53.25
Salces	91 50 38.3
Vernet	91 26 26.6
Tautavel	90 0 43.4
La mer (direction du sud à l'est)	90 39 32.45

Espira.

Tauchal	88 16 14.2
Vernet	89 50 1.8
Salces	91 50 12.9
Pic du Canigou	92 41 48.6
Tour de Bellegarde	87 9 0.7
Perpignan	90 10 13.5
Tour de Rivesaltes	91 22 37.8
La mer (direct. est)	92 43 7.6
La même	90 37 37.9
La même	90 36 33.1

Vernet.

Salces	90 7 59.1
Espira	88 15 51.7

Forceral	88° 16' 19".9
Tautavel	88 3 48.0
Perpignan	89 5 23.4

Salces.

Espira	87 22 27.9
Vernet	89 57 25.0
Tautavel	87 49 24.4
Rivesaltes	89 40 29.7
Perpignan	89 47 27.0
Pic du Canigou	87 3 26.5
Cap de Leucate	89 53 43.6
A Salces, distance du sommet du signal	89 31 6.6

Pont de l'Agly.

Terme septentr.	90 2 26.9
Terme austr.	89 51 10.1

Rivesaltes.

Terme boréal de la base (hauteur)	90 18 56.7
Terme austral (haut)	90 10 30.3
Pont de l'Agly	90 51 57.7
La mer (direct. est)	90 13 14.6

Perpignan.

Terme bor. de la base	90 16 39.2
Espira	88 44 53.9
Tauch	88 34 19.0
Forceral	88 36 24.5
Puy-Camellas	88 49 25.0
Pic du Canigou	86 26 22.7
La mer (dir. nord-est)	90 14 54.9
<i>Idem</i> sud-est	90 14 58.7
<i>Idem</i> sud-est	90 14 56.8

Estella.

Forceral	92 50 41.1
Bugarach	90 55 9.9
Puig-se-Calme	90 30 13.35
Notre-Dame-du-Mont	91 19 17.45

CALCUL DES TRIANGLES.

735

Puy-Camellas 92° 34' 6" 85
 Perpignan 92 53 48.4
 La mer (dir. nord-est). 91 13 48.6

Tour de Bateria 90° 15' 41" 0
 Roca-Corva 91 16 27.0
 Matagall 89 50 8.85
 Puig-Rodòs 90 50 45.4

Puy-Camellas.

Roca-Corva.

Perpignan 91 24 11.1
 Tautavel 90 28 21.9
 Forcéral 90 31 7.5
 Bugarach 89 45 26.3
 Estella 87 36 38.1
 Notre-Dame-du-Mont. 89 6 6.1
 Figuières 91 48 15.3
 Tour du cap Mongò . . 90 57 23.2
 Parelada 91 55 32.4
 Castellon 91 27 57.6
 Tour de la Mala-Vehina 91 46 54.1
 Fort de la Trinité . . 91 8 43.7
 La mer (dir. sud-est) . 90 48 17.5

Notre-Dame-du-Mont. 89 42 37.1
 Puig-se-Calm 88 54 56.7
 Matagall 89 6 0.0
 La mer (dir. vers l'est). 90 56 7.2

Signal de Matagall ou de Monsén.

Notre-Dame-du-Mont.

Roca-Corva 91 11 55.0
 Puig-se-Calm 90 26 8.9
 Puig-Rodòs 91 45 54.4
 Mont-Matas 91 9 9.8

Puig-Rodòs.

Puy-Camellas 91 4 24.1
 Tour de Bateria . . . 89 29 32.5
 Puy-la-Estella 88 55 1.4
 Canigou 87 26 46.45
 Costa-Bona 87 55 9.2
 Puig-se-Calm 89 22 34.8
 Roca-Corva 90 26 11.65
 Figuières 92 54 59.7
 Cap Mongò 91 32 59.4
 Parelada 92 28 11.6
 Castellon 92 7 24.2
 Tour de la Mala-Vehina 92 9 11.7
 Fort de la Trinité . . 91 38 30.3
 La mer (dir. nord-est). 90 59 38.3

Puig-se-Calm 87 27 0.8
 Matagall 88 24 35.1
 Mont-Matas 91 0 10.9
 Mont-Serrat 89 52 10.5
 Signal de Serrateix . . 90 40 52.3
 La mer (direction du sud à l'est) 90 58 3.4

Mont-Matas.

Puy-se-Calm.

Signal de Matagall . . 88 5 35.9
 Puig-Rodòs 89 18 9.3
 St-Laurent-du-Mont . 88 38 48.9
 Mont-Serrat 89 2 28.1
 Valvidrera 90 3 56.9
 Tour de Montjouy . . 90 53 48.9
 La mer (direction du sud à l'est) 90 38 30.5

Mont-Serrat.

Costa-Bona 88 27 18.3
 La Estella 89 50 30.6
 Notre-Dame-du-Mont. 90 51 17.0
 Id. pour le signal de 1792 90 51 2.3

Puig-Rodòs 90 25 11.9
 Mont-Matas 91 15 43.0
 Valvidrera 91 32 14.9

Valvidrera.

Mont-Serrat	88° 41' 21"5
<i>Id.</i> tour de l'abbaye	89 31 49.7
Mont-Matas	90 4 31.3
Montjouy	91 42 19.2
Barcelone	92 42 4.55
<i>Id.</i> tour de la citadelle	92 39 50.7
<i>Id.</i> sommet de la lanterne du port	92 37 51.5
Campanille de Saint-Pierre-Martyr	91 30 50.1
Tour de Castel-de-Fells	91 16 35.2
La mer (dir. sud-est)	90 38 38.9

Montjouy.

Mont-Matas	89 14 29.65
<i>Idem</i>	89 14 41.9
Valvidrera	88 21 38.3
Matarò	90 22 49.0
Barcelone (fanal du port	94 55 38.5
<i>Id.</i> tour de la citadelle	92 51 57.5
<i>Id.</i> tour septentrionale de la cathédrale	93 8 14.2
<i>Id.</i> pointant sur la balustrade de la tour	93 13 58.15
Saint-Pierre-Martyr	88 21 10.3

Las Agujas	89 5 48.3
Autre sommet de la Siera Morella	89 4 58.3
Castel-de-Fells	90 27 49.4
Ile de Mayorque	90 14 44.4
La mer (direction du sud 30° est)	90 25 30.5
2 ^e série, au même point	90 25 34.7
3 ^e série, centre du cercle	90 25 6.6
4 ^e série, le cercle comme la précédente	90 25 25.8
5 ^e série, <i>Idem</i>	90 25 24.7
6 ^e série	90 23 59.25

Tour septentrionale de la cathédrale de Barcelone.

Valvidrera	87 20 21.0
Montjouy	86 44 51.7
Signal sur la terrasse de Fontana-de-Oro	95 36 5.2

Signal de Fontana-de-Oro.

Girouette de la tour septentrionale de la cathédrale	83 50 29.9
Montjouy	85 1 43.9

Ces réductions supposent que l'on connoît la distance rectiligne des signaux, et le calcul des triangles a donné cette distance réduite au niveau de la mer. Pour évaluer l'erreur, soit K la distance connue ou la corde de l'ellipsoïde, et D la distance vraie $= K + x$. On aura donc

$$\Delta = \delta + \left(\frac{dH}{K+x} \right) \cdot \frac{\sin. \delta}{\sin. 1''}$$

$$= \delta + \left(\frac{dH}{K} \right) \cdot \frac{\sin. \delta}{\sin. 1''} \left(1 - \frac{x}{K} + \frac{x^2}{K^2} - \text{etc.} \right)$$

Soit N la normale au point de l'ellipse par lequel

passé l'axe du signal prolongé, $(N + dN)$ la normale prolongée jusqu'au sommet du signal

$$N + dN : N :: D : K$$

d'où

$$D - K = \frac{K dN}{N} = x \text{ et } \frac{x}{K} = \left(\frac{dN}{N}\right)$$

Ainsi

$$\Delta - \delta = \left(\frac{dN \cdot \sin. \delta}{K \cdot \sin. 1''}\right) \cdot \left(1 - \frac{dN}{N} + \frac{dN^2}{N^2} - \text{etc.}\right)$$

Dans le cas le plus défavorable $\left(\frac{dN \cdot \sin. \delta}{K \cdot \sin. 1''}\right) \cdot \left(\frac{dN}{N}\right)$ ne va pas à 0^o02. On peut donc négliger cette erreur, et faire dans tous les cas

$$(\Delta - \delta) = \frac{dH \cdot \sin. \delta}{K \cdot \sin. 1''}$$

Désormais nous nommerons δ les distances au zénith corrigées comme nous venons de le dire, et telles qu'elles sont dans la table des pages 715 et suivantes.

Différence de niveau sur le sphéroïde.

Si la terre étoit sphérique, deux objets seroient de niveau quand ils seroient dans une même surface sphérique qui auroit pour centre le centre même de la terre, quel que fût d'ailleurs le rayon de cette surface.

Si la terre est une ellipsoïde de révolution, deux objets seront de niveau quand ils seront à la surface d'un ellipsoïde semblable et concentrique à l'ellipsoïde terrestre.

La distance de A au zénith de A' (*pl. XI, fig. 20*)

est l'angle $\angle VA'A = 180^\circ - \angle AA'M'$; mais la distance de A' au zénith de A est l'angle $\angle ZAA' = 180^\circ - \angle MAA'$, AM étant la normale au point A .

Les deux distances au zénith sont dans des plans différens, parce que les deux normales AM et $A'M'$ ne se coupent nulle part. Rien n'exprime la relation des deux distances. Réduisons la seconde à l'oblique AM' , menée au pied de la normale $A'M'$.

Prolongeons en Z (*pl. XI, fig. 20*) la normale MA Z sera le véritable zénith de A .

Prolongeons en Z' l'oblique $M'A$, Z' sera un zénith fictif auquel nous rapporterons la distance de A' au zénith de A qui s'observe relativement à la normale AM .

Le triangle sphérique nam donne

$$\cos. n. \sin. mn. \sin. na. + \cos. mn. \cos. na = \cos. ma$$

ou

$$- \cos. Z. \sin. x. \sin. \delta' - \cos. x. \cos. \delta' = - \cos. \delta''$$

Mais x n'étant jamais de $6''$, on peut supposer $\cos. x = 1$. Alors

$$\cos. \delta'' - \cos. \delta' = \sin. x \cos. Z. \sin. \delta'$$

$$2 \sin. \frac{x}{2} (\delta' - \delta'') = \frac{\sin. x \cos. Z. \sin. \delta'}{\sin. \frac{x}{2} (\delta' + \delta'')}$$

et

$$\delta' - \delta'' = x \cos. Z$$

et enfin

$$\delta'' = \delta' - x \cos. Z \dots \dots \dots (60)$$

Cette correction ne change jamais de signe, parce que x et $\cos. Z$ en changent toujours tous deux à la fois. Ainsi, pour calculer les différences de niveau sur

le sphéroïde, nous commencerons par appliquer à la seconde distance observée la correction $-x \cos. Z$.

Comme j'allois du nord au midi j'ai nommé première distance ou δ celle du signal plus méridional observé à la station la plus septentrionale, et seconde distance ou δ' la distance observée au signal plus méridional, et cette seconde distance δ' je la change en δ'' en retranchant $x \cos. Z$. Nous aurons alors

$$\begin{aligned} \delta' + \delta'' &= VAA + ZAA' = 180^\circ - M'AA + 180^\circ - MAA' \\ &= 180^\circ + (180^\circ - M'AA - MAA') \\ &= 180^\circ + M' \dots \dots \dots (61) \end{aligned}$$

Mais les distances δ et δ' ou δ'' ne sont pas les distances qui s'observent. Ces dernières sont diminuées de la réfraction terrestre, qui est supposée proportionnelle à l'angle des deux normales ou à l'angle M , et qui par conséquent est égale pour les deux observations. Soit r cette réfraction, ce seront donc $\delta + r$ et $\delta'' + r$ qu'il faudra faire égales à $VAA + ZAA'$ ou à $180^\circ + M'$. Ainsi nous aurons

$$\delta + r + \delta'' + r = 180^\circ + M' = 180^\circ + C \dots \dots (62)$$

en nommant C l'angle au pied de la verticale. On en déduit

$$2r = 180^\circ + C - \delta - \delta''$$

et

$$r = \frac{1}{2} C - \frac{1}{2} (\delta + \delta'' - 180^\circ) \dots \dots \dots (63)$$

et

$$\frac{r}{C} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta + \delta'' - 180^\circ}{C} \right) \dots \dots \dots (64)$$

$$\delta + r = 90^\circ + \frac{1}{2} C + \frac{1}{2} (\delta - \delta'') \dots \dots \dots (65)$$

$$\delta'' + r = 90^\circ + \frac{1}{2} C - \frac{1}{2} (\delta - \delta'') \dots \dots \dots (66)$$

Les côtés $A'M'$ et AM' étant inégaux, les angles $M'AA$ et $M'AA'$ seront inégaux.

Soit y leur demi-différence, on aura

$$\begin{aligned} \text{tang. } y &= \left(\frac{A'M' - AM'}{A'M' + AM'} \right) \cdot \cot. \frac{1}{2} M' = \frac{A'M' - AM'}{2 A'M' \cdot \text{tang. } \frac{1}{2} M'} \\ &= \frac{A'M' - AM'}{A'M' \cdot \text{tang. } M'} = \frac{A'M' - AM'}{K} \end{aligned}$$

à fort peu près. D'où

$$K \cdot \text{tang. } y = (A'M' - AM')$$

K étant donné en toises, il faut que $(A'M' - AM')$ soit aussi en toises. Ainsi l'on aura

$$K \cdot \text{tang. } y = \frac{R \cdot (A'M' - AM')}{(1 - e^2 \cdot \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (67)$$

R étant le rayon de l'équateur en toises. Nous aurons ainsi

$$M'AA' = 90^\circ - \frac{1}{2} M' + y = 90^\circ - \frac{1}{2} C + y \dots \dots (68)$$

et

$$M'AA = 90^\circ - \frac{1}{2} C - y \dots \dots \dots (69)$$

Soit maintenant $A'A$ la corde de l'ellipsoïde terrestre (*pl. XI, fig. 24*), C le pied de la normale de la station nord, S et S' deux signaux élevés au-dessus de la surface de l'ellipsoïde, Σ et Σ' les deux signaux également déplacés par la réfraction,

$$VSS = \delta + r; \quad ZSS' = \delta' + r$$

Soit SS' parallèle à la corde de l'ellipsoïde, $S'S''$ sera la différence de niveau ou la quantité qu'il faudra re-

trancher de l'élévation du point S' pour avoir celle du point S .

Le triangle $S'SS''$ donne

$$\sin. S' : SS'' :: \sin. S'SS'' : S'S'' = \frac{SS'' \sin. S'SS''}{\sin. S'}$$

Ainsi

$$\begin{aligned} dN &= - \frac{K. \sin. (S'SC - S''SC)}{\sin. (\delta + r)} \\ &= - \frac{K. \sin. (180^\circ - \delta'' - r - A'AC)}{\sin. (\delta + r)} \\ &= - \frac{K. \sin. (\delta'' + r + A'AC)}{\sin. (\delta + r)} \\ &= - \frac{K. \sin. (\delta'' + r + 90^\circ - \frac{1}{2} C + y)}{\sin. (\delta + r)} \\ &= - \frac{K \cos. (\delta'' + r - \frac{1}{2} C + y)}{\sin. (\delta + r)} \\ &= - \frac{K. \cos. (180^\circ + C - \delta - 2r + r - \frac{1}{2} C + y)}{\sin. (\delta + r)} \\ &= + \frac{K \cos. (\delta + r - \frac{1}{2} C + y)}{\sin. (\delta + r)} \\ &= + \frac{K. \cos. (\delta + r - \frac{1}{2} C). \cos. y + \sin. (\delta + r - \frac{1}{2} C). \sin. y}{\sin. (\delta + r - \frac{1}{2} C). \cos. \frac{1}{2} C + \cos. (\delta + r - \frac{1}{2} C). \sin. \frac{1}{2} C} \\ &= \frac{K. \left(\frac{\cos. y}{\cos. \frac{1}{2} C} \right) \cot. (\delta + r - \frac{1}{2} C) + K. \left(\frac{\sin. y}{\cos. \frac{1}{2} C} \right)}{1 + \tan. \frac{1}{2} C. \cot. (\delta + r - \frac{1}{2} C)} \\ &= + K. \sec. \frac{1}{2} C. \cot. (\delta + r - \frac{1}{2} C) \\ &\quad - K. \sec. \frac{1}{2} C. \tan. \frac{1}{2} C. \cot^2. (\delta + r - \frac{1}{2} C) \\ &\quad + K. \sin. y. \dots \dots \dots (70) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} dN &= - K. \sec. \frac{1}{2} C. \cot. (\delta'' + r - \frac{1}{2} C) \\ &\quad - K. \sec. \frac{1}{2} C. \tan. \frac{1}{2} C. \cot^2. (\delta'' + r - \frac{1}{2} C) \\ &\quad + K. \sin. y. \dots \dots \dots (71) \end{aligned}$$

Ces formules serviront quand on aura δ ou δ'' seulement; mais alors il faudra supposer r connue.

Éliminons r , la formule (70) deviendra.

$$\begin{aligned} dN &= -K. \sec. \frac{1}{2} C. \cot. (\delta + \frac{1}{2} C - \frac{1}{2} \delta - \frac{1}{2} \delta'' + 90^\circ - \frac{1}{2} C) \text{ etc.} \\ &= -K. \sec. \frac{1}{2} C. \cot. (\frac{1}{2} \delta - \frac{1}{2} \delta'' + 90^\circ) \text{ etc.} \\ &= +K. \sec. \frac{1}{2} C. \text{tang.} (\frac{1}{2} \delta'' - \frac{1}{2} \delta) \text{ etc.} \\ &= +K. \sec. \frac{1}{2} C. \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta'' - \delta) \\ &\quad - K. \sec. \frac{1}{2} C. \text{tang.} \frac{1}{2} C. \text{tang}^2. \frac{1}{2} (\delta'' - \delta) + K. \sin. y. (72) \end{aligned}$$

La formule (71) donneroit la même chose.

La formule (72) est indépendante de la réfraction ; elle suppose seulement que les deux réfractions sont égales. Elle n'est donc en erreur que de la demi-différence inconnue qui peut exister entre les deux réfractions.

Mais (formule 62)

$$\delta'' = \delta' - x \cos. Z$$

ainsi

$$\begin{aligned} dN &= +K. \sec. \frac{1}{2} C. \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - x \cos. Z - \delta) - \text{etc.} \\ &= +K. \sec. \frac{1}{2} C. \left(\frac{\text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) - \text{tang.} \frac{1}{2} (x \cos. Z)}{1 + \text{tang.} \frac{1}{2} (x \cos. Z) \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta)} \right) - \text{etc.} \\ &= +K. \sec. \frac{1}{2} C. \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \\ &\quad - K. \text{tang.} \frac{1}{2} Z \cos. Z. \text{tang}^2. \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \\ &\quad - \frac{1}{2} K. \text{tang.} x \cos. Z \\ &= +K. \sec. \frac{1}{2} C. \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \\ &\quad - K. \sec. \frac{1}{2} C. \text{tang.} \frac{1}{2} C. \text{tang}^2. \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \\ &\quad + K. \sin. y - \frac{1}{2} K. \text{tang.} x \cos. Z \dots \dots \dots (73) \end{aligned}$$

car x n'étant que de 4 à 5', le terme $K. \text{tang.} \frac{1}{2} x \cos. Z. \text{tang}^2. \frac{1}{2} (\delta' - \delta)$ est toujours insensible.

Supposez x et $y = 0$, la formule conviendra à la terre sphérique, et δ'' sera $= \delta'$. Ainsi la correction

de l'aplatissement se réduit aux deux très-petits termes $K. \sin. y$ et $\frac{1}{2} K. \text{tang. } x \cos. Z$. Or, formule (67)

$$K. \text{tang. } y \text{ ou } K. \sin. y = R. (A'M' - AM')$$

et (fig. 20)

$$\begin{aligned} \sin. AM'M : \sin. AMM' &:: AM : AM' \\ &= \frac{AM' \sin. AMM'}{AM'M} = \frac{AM \cos. L}{\cos. (L+x)} \\ &= \frac{AM \cos. L}{\sin. L \cos. x - \sin. L \sin. x} \\ &= \frac{AM. \sec. x}{1 - \text{tang. } x. \text{tang. } L} = \frac{AM. (1 + \text{tang. } x. \text{tang. } \frac{1}{2} x)}{1 - \text{tang. } x. \text{tang. } L} \end{aligned}$$

Mais x (formule 29) est une quantité du second ordre dont nous pouvons négliger le carré. Nous aurons donc

$$\begin{aligned} AM &= \frac{AM}{1 - \text{tang. } x. \text{tang. } L} = AM (1 + \text{tang. } x. \text{tang. } L) \\ &= (1 + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. L + \frac{1}{8} e^4. \sin^4. L) (1 + \text{tang. } x. \text{tang. } L) \\ &= 1 + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. L + \frac{1}{8} e^4. \sin^4. L + \text{tang. } x. \text{tang. } L \\ &\quad + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. L \text{tang. } x. \text{tang. } L. \end{aligned}$$

Or nous avons de même

$$A'M' = 1 + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. (L + dL) + \frac{1}{8} e^4. \sin^4. (L + dL)$$

donc

$$\begin{aligned} A'M' - AM &= \frac{1}{2} e^2. [\sin^2. (L + dL) - \sin^2. L] \\ &\quad + \frac{1}{8} e^4. [\sin^4. (L + dL) - \sin^4. L] \\ &\quad - \text{tang. } x. \text{tang. } L (1 + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. L) \\ &= \frac{1}{2} e^2. \sin. dL \sin. (2L + dL) \\ &\quad + \frac{1}{8} e^4. [\sin^2. (L + dL) - \sin^2. L]. [\sin^2. (L + dL) + \sin^2. L] \\ &\quad - \text{tang. } x \text{tang. } L (1 + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. L) \end{aligned}$$

A présent (formule 29)

$$\sin. x \text{ ou } \text{tang. } x = e^2. \sin. dL \cos^2. L - \frac{1}{2} e^3. \sin^3. dL. \sin. L \cos. L \\ + e^4. \sin. dL. \sin^2. L \cos^2. L$$

donc

$$\text{tang. } x. \text{ tang. } L = e^2. \sin. dL. \sin. L. \cos. L - \frac{1}{2} e^3. \sin^3. dL \sin^2. L \\ + e^4. \sin. dL. \sin^3. L. \cos. L$$

et

$$\text{tang. } x. \text{ tang. } L (1 + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. L) = e^2. \sin. dL. \sin. L. \cos. L \\ - \frac{1}{2} e^3. \sin^3. dL. \sin^2. L \\ + e^4. \sin. dL. \sin^3. L \cos. L \\ + \frac{1}{2} e^4. \sin. dL \sin^3. L \cos. L$$

Et par conséquent

$$AM' - AM = \frac{1}{2} e^2. \sin. dL. \cos. dL \sin. 2 L + \frac{1}{2} e^3. \sin^2. dL \cos. 2 L \\ + \frac{1}{4} e^4. \sin. dL. \sin. 2 L \sin^2. L \\ - e^2. \sin. dL. \sin. L \cos. L + \frac{1}{2} e^3. \sin^2. dL. \sin^2. L \\ - \frac{1}{2} e^4. \sin. dL. \sin^3. L \cos. L \\ = + \frac{1}{2} e^2. \sin^2. dL. (\cos. 2 L + \sin^2. L) \\ = \frac{1}{2} e^2. \sin^2. dL \cos^2. L \\ = \frac{\frac{1}{2} e^2 K^2 \cos^2. Z \cos^2. L}{R^2}$$

en négligeant tous les termes du quatrième ordre.
Ainsi

$$AM' - AM = K. \sin. y = \frac{\frac{1}{2} e^2. K^2. \cos^2. Z. \cos^2. L}{R}$$

Mais

$$\frac{1}{2} K. \sin. x \cos. Z = \frac{1}{2} K. e^2 \sin. dL. \cos. Z \cos^2. L \\ - \frac{1}{4} K e^3. \sin^2. dL \cos. Z. \sin. L \cos. L \\ + \frac{1}{4} K e^4. \sin. dL \cos. Z. \sin^2. L \cos^2. L$$

donc

$$\begin{aligned}
 K. \sin. y - \frac{1}{2} K. \sin. x \cos. Z &= \left(\frac{\frac{1}{2} e^2}{R}\right) K^2. \cos^2. Z. \cos^2. L \\
 &\quad - \left(\frac{\frac{1}{2} e^2}{R}\right) K^2. \cos^2. Z \cos^2. L \\
 &\quad + \left(\frac{\frac{1}{2} e^2}{R^2}\right) K^3. \cos^3. Z. \sin. L \cos. L \\
 &\quad - \left(\frac{\frac{1}{2} e^2}{R}\right) K^2. \cos^2. Z. \sin^2. L \cos^2. L \\
 &= \left(\frac{\frac{1}{2} a}{R^2}\right) K^3 \cos^3. Z. \sin. L \cos. L \\
 &\quad - \left(\frac{a e^2}{R}\right) K^2 \cos^2. Z. \sin^2. L \cos^2. L. \dots \dots \dots (74)
 \end{aligned}$$

Le premier de ces termes, même pour le triangle d'Ivice, n'ira pas à 0'06 $\cos^3. Z. \sin. L \cos. L$.

Le second est encore moindre : ainsi le résultat des deux corrections se réduit à des quantités qu'on peut toujours négliger.

Le calcul des différences de niveau sera donc le même sur le sphéroïde qu'il seroit sur la sphère, quand on aura observé les deux distances réciproques des signaux au zénith.

Mais si l'on n'avoit que la distance d observée dans le lieu le plus boréal, il est évident que l'on auroit alors à calculer la correction $K. \text{tang. } y$ qui ne seroit pas détruite par la correction $- x \cos. Z$; mais dans ce cas il faudra faire une hypothèse sur la constante de la réfraction, et l'erreur de cette hypothèse sera le plus souvent beaucoup plus forte que le terme $K. \text{tang. } y$ qu'il est assez inutile de calculer.

Si l'on n'avoit que la distance d' , on mettroit pour d' sa valeur $d' - x \cdot \cos. Z$ dans la formule (71), qui deviendrait

$$\begin{aligned} dN &= - \frac{K \cdot [1 + \text{tang. } x \cdot \cos. Z \cdot \text{tang. } (d' + r - \frac{1}{2} C)]}{\text{tang. } (d' + r - \frac{1}{2} C) - \text{tang. } x \cdot \cos. Z} \\ &= - \frac{K \cdot [1 + \text{tang. } x \cdot \cos. Z \cdot \text{tang. } (d' + r - \frac{1}{2} C) \cdot \text{cot. } (d' + r - \frac{1}{2} C)]}{1 - \text{tang. } x \cdot \cos. Z \cdot \text{cot. } (d' + r - \frac{1}{2} C)} - \text{etc.} \\ &= - K \cdot \text{cot. } (d' + r - \frac{1}{2} C) - \text{tang. } x \cdot \cos. Z - \text{etc.} \dots (75) \end{aligned}$$

et le terme $-\text{tang. } x \cdot \cos. Z$ détruiroit encore le terme $+ K \cdot \sin. y$.

On n'aura donc à songer à l'aplatissement que dans le seul cas où l'on auroit uniquement la distance au zénith observé dans le plus boréal des deux lieux dont on cherche la différence de niveau.

La correction se réduit au terme

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} R e^2 \cdot \sin^2. dL \cdot \cos^2. L &= \frac{1}{2} R e^2 \cdot \frac{K^2}{R^2} \cdot \cos^2. Z \cdot \cos^2. L \\ &= \frac{a}{R} K^2 \cdot \cos^2. Z \cdot \cos^2. L \end{aligned}$$

et la formule (70) devient

$$\begin{aligned} dN &= K \cdot \sec. \frac{1}{2} C \cdot \text{cot. } (d' + r - \frac{1}{2} C) \\ &\quad - K \cdot \sec. \frac{1}{2} C \cdot \text{tang. } \frac{1}{2} C \cdot \text{cot. } (d' + r - \frac{1}{2} C) \\ &\quad + \left(\frac{a}{R} \right) K^2 \cdot \cos^2. Z \cdot \cos^2. L \dots \dots \dots (76) \end{aligned}$$

Elle seroit environ $0^t 34. \cos^2. Z \cdot \cos^2. L$ pour un côté de 30000 toises, ce qui en France ne vaut guère que $0^t 15. \cos^2. Z$, et peut d'autant plus se négliger que dans ce cas on suppose la réfraction connue, et qu'elle

est sujette à des variations bien plus fortes que cette petite correction.

De

$$dN = \frac{K \cdot \sec. \frac{1}{2} C \cdot \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta)}{1 - \text{tang.} \frac{1}{2} C \cdot \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta)}$$

on tire

$$dN - dN \cdot \text{tang.} \frac{1}{2} C \cdot \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) = K \cdot \sec. \frac{1}{2} C \cdot \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta)$$

et

$$\begin{aligned} \text{tang.} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) &= \frac{dN}{K \cdot \sec. \frac{1}{2} C + K \cdot \text{tang.} \frac{1}{2} C} = \frac{dN \cdot \cos. \frac{1}{2} C}{K + dN \cdot \sin. \frac{1}{2} C} \\ &= \frac{\left(\frac{dN}{K}\right) \cdot \cos. \frac{1}{2} C}{1 + \left(\frac{dN}{K}\right) \cdot \sin. \frac{1}{2} C} \end{aligned}$$

et enfin

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) &= K \cdot \frac{dN}{K} \cdot \frac{\sin. (90^\circ - \frac{1}{2} C)}{\sin. 1''} - \left(\frac{dN}{K}\right)^2 \cdot \frac{\sin. (180^\circ - \frac{1}{2} C)}{\sin. 2''} \\ &+ \left(\frac{dN}{K}\right)^3 \cdot \frac{\sin. (270^\circ - \frac{1}{2} C)}{\sin. 3''} - \text{etc.} \\ &= \left(\frac{dN}{K}\right) \cdot \frac{\cos. \frac{1}{2} C}{\sin. 1''} - \left(\frac{dN}{K}\right)^2 \cdot \frac{\sin. \frac{1}{2} C}{\sin. 2''} \\ &- \left(\frac{dN}{K}\right)^3 \cdot \frac{\cos. \frac{1}{2} C}{\sin. 3''} + \text{etc.} \dots (77) \end{aligned}$$

série dont le premier terme suffira presque toujours. Elle suppose que la station boréale est la plus élevée des deux; si c'étoit le contraire on changeroit le signe des termes où dN est à une puissance impaire.

dN étant pris positivement, la demi-différence $\frac{1}{2} (\delta' - \delta)$ sera additive à la distance observée dans la station moins élevée pour avoir la distance qu'on

n'auroit pu observer dans la plus élevée ; elle se retrancheroit de la distance observée dans le lieu plus élevé, si cette distance étoit la seule que l'on connût.

Ces calculs supposent la valeur K de la parallèle à la corde de l'ellipsoïde ; le calcul des triangles donne la corde même, qui est toujours plus petite. Soit h la hauteur du signal au-dessus de la mer, la valeur trouvée pour dN devra se multiplier par $\frac{N+h}{N} = \left(1 + \frac{h}{N}\right)$. h ne passe pas 910^t, $N > 3270000$; $\frac{h}{N}$ ne passe donc pas $\frac{9}{327000} = \frac{1}{36333} = n$. La plus grande différence de niveau n'est que de 630 toises, et $\frac{630}{36333} = \frac{1}{6} = 1$ pied environ. On pourroit négliger cette erreur qui sera bien rare ; il est aisé d'en tenir compte.

Il nous reste à examiner le cas où l'un des signaux seroit à l'horizon, comme il arrive quand on a observé l'horizon de la mer.

Soit (*pl. XI, fig. 24*) S la mer. Du point S' on a observé $\angle S'S\Sigma = \delta$; ainsi

$$\angle S'S\Sigma = \delta + r = \delta + nC = 90^\circ + C$$

car $\angle S'SC = 90^\circ$. On a donc

$$C - nC = (\delta - 90^\circ)$$

et

$$C = \left(\frac{\delta - 90^\circ}{1 - n}\right)$$

Or

$$\begin{aligned}
SS'' = dN &= \frac{SS' \sin. S'SS''}{\sin. S''} = \frac{SS' \sin. (S'SC - S''SC)}{\sin. S''} \\
&= \frac{SS' \sin. (90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} C - y)}{\sin. (90^\circ - \frac{1}{2} C - y)} = \frac{SS' \sin. (\frac{1}{2} C - y)}{\cos. (\frac{1}{2} C + y)} \\
&= SS' \left(\frac{\text{tang. } \frac{1}{2} C - \text{tang. } y}{1 - \text{tang. } \frac{1}{2} C \cdot \text{tang. } y} \right) \\
&= SS' \cdot \text{tang. } \frac{1}{2} C - SS' \cdot \text{tang. } y, \text{ car on peut négliger le} \\
&\text{dénominateur.} \\
&= CS \cdot \text{tang. } C \cdot \text{tang. } \frac{1}{2} C - CS \cdot \text{tang. } C \cdot \text{tang. } y \\
&= \frac{1}{2} CS \cdot \text{tang}^2. C - CS \cdot \text{tang. } C \cdot \text{tang. } y \\
&= \frac{1}{2} CS \cdot \text{tang}^2. \left(\frac{\delta - 90^\circ}{1 - n} \right) - K \cdot \text{tang. } y \\
&= \frac{\frac{1}{2} CS}{(1 - n)^2} \cdot \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ) - K \cdot \text{tang. } y \\
&= \frac{\frac{1}{2} R \cdot \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ)}{(1 - e^2 \sin^2. L)^{\frac{1}{2}} \cdot (1 - n)^2} - \frac{1}{2} R e^2 \sin^2. dL \cos^2. L \\
&= \frac{\frac{1}{2} R \cdot \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ)}{(1 - e^2 \sin^2. L)^{\frac{1}{2}} \cdot (1 - n)^2} \\
&= \frac{\frac{1}{2} R e^2 \cdot \text{tang}^2. C \cdot \cos^2. L \cdot \cos^2. Z}{(1 - e^2 \sin^2. L)^{\frac{1}{2}}} \\
&= \frac{\frac{1}{2} R \cdot \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ)}{(1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2. L) \cdot (1 - n)^2} \\
&= \frac{\frac{1}{2} R e^2 \cdot \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ) \cdot \cos^2. L \cdot \cos^2. Z}{(1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2. L) \cdot (1 - n)^2} \\
&= \frac{\frac{1}{2} R \cdot \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ)}{(1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2. L) \cdot (1 - n)^2} \cdot (1 - e^2 \cos^2. L \cdot \cos^2. Z) \\
&= \frac{\frac{1}{2} R \cdot \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ)}{(1 - a \sin^2. L) \cdot (1 - n)^2} \cdot (1 - 2 a \cos^2. L \cdot \cos^2. Z). \quad (78)
\end{aligned}$$

Nous avons supposé le point de station plus voisin du pôle que le point observé de la mer. Dans le cas contraire, nous avons vu, page 746, que les deux corrections se détruisent.

On pourroit faire du facteur $2 a \cos^2. L \cdot \cos^2. Z$ une table dépendante des argumens L et Z , qui don-

neroit les nombres par lesquels il faudroit multiplier le terme $\frac{\frac{1}{2} R. \text{tang}^2. (\delta - 90^\circ)}{(1 - a \sin^2. L). (1 - n)^2}$ pour avoir la correction; mais je n'en ai fait nul usage, parce qu'en France $2 a. \cos^2. L$ diffère peu de a , en sorte que la correction est tout au plus de $\frac{1}{5000}$ du terme principal. Or le facteur $\frac{1}{(1 - n)^2}$, qui est souvent incertain, produit par ses variations des erreurs beaucoup plus fortes que cette correction.

Hauteurs des signaux et du sol au-dessus de la laisse de basse mer à Dunkerque.

Dunkerque, hauteur de la tour	161 ^p		
Hauteur du signal	19		
	<hr/>		
	180 =	30'	
Différence du niveau entre le pied de la tour et la laisse de basse mer	4.67		
	<hr/>		
Élévation du signal au-dessus de la mer	34.67		Sol. 4'67
Watten par Dunkerque	34.67 + 20.35 = . . .	55.02	
Balustrade de la tour	55.02 - 1.32 = . . .	53.70	38.70
Signal	55.02 + 1.33 = . . .	56.35	
Cassel par Dunkerque	34.67 + 63.32 = 97.99	97.33	85.00
Par Watten	55.02 + 41.64 = 96.66		
Graveline par Dunkerque	34.67 - 1.31 33.36	33.04	
Par Watten	56.35 - 23.62 32.73		
Fiefs par Watten	53.70 + 63.75 117.45	117.80	98.30
Par Cassel	97.33 + 20.82 118.15		
Mesnil par Cassel	93.33 + 0.82 98.15	98.27	95.20
Par Fiefs	117.80 - 19.40 98.40		
Béthune par Cassel	97.33 - 48.43 48.90	48.00	19.30
Par Mesnil	98.27 - 51.07 47.90		

DIFFÉRENCES DE NIVEAU.

751

Helfaut par Cassel.....	97.33	—	35.44	=	61.89	} 62.40	Sol.
Par Watten.....	55.02	+	7.30		62.32		
Par Fiefs.....	117.80	—	56.37		61.43		
Par Béthune.....	47.20	+	16.59		63.79		
Sauti par Fiefs.....	117.80	—	10.33		107.47	} 108.40	84.20
Par Mesnil.....	98.27	+	11.01		109.28		
Bonnières par Fiefs.....	117.80	—	19.58		98.22	} 95.50	78.00
Par Sauti.....	108.38	—	15.59		92.79		
Beauquène par Sauti.....	108.38	—	18.04		90.34	} 92.62	73.00
Par Bonnières.....	95.50	—	0.60		94.90		
Mailli par Sauti.....	108.38	—	19.99		88.39	} 90.25	73.00
Par Beauquène.....	92.62	—	0.51		92.11		
Bayonvillers par Beauquène..	92.62	—	26.15		66.47	} 66.70	42.40
Par Mailli.....	90.25	—	23.33		66.92		

Les incertitudes viennent de la réfraction qui étoit fort variable. Temps humide et chaud ; il paroît qu'elles se sont compensées pour Bayonvillers.

Villers-Bretonneux par Mailli.	92.25	—	19.74	=	72.51	} 71.38	54.60
Par Bayonvillers.....	66.70	+	3.55		70.25		

La hauteur du sol de Villers-Bretonneux doit être celle de la base de ce nom, car cette base aboutissoit à l'axe du clocher. Voyez *Méridienne vérifiée*, page 42. La terrasse dont il y est fait mention, et qui s'élevoit de 13 pieds au-dessus du reste de la base, s'élevoit presque autant au-dessus du pied du clocher. On pourra donc supposer 55 toises pour l'élévation de cette base au-dessus de la mer.

Vignacourt par Beauquène...	92.62	—	11.55	=	81.07	} 81.52	66.00
	71.38	+	10.59		81.97		
Amiens par Villers-Bretonneux	71.38	+	4.40		75.78	} 75.71	20.7
Par Vignacourt.....	81.52	—	5.88		75.64		

La hauteur du clocher d'Amiens est de 55 toises.

Arvillers par Bayonvillers....	66.70 + 3.29 = 69.99	} 70.78	56.0
Par Villers-Bretonneux..	71.38 + 0.10 71.48		
Sourdon par Villers-Breton..	71.38 + 13.86 85.24	} 85.58	73.0
Par Arvillers.....	70.78 + 14.14 84.92		
Par Vignacourt.....	81.52 + 5.06 81.52		
Coivrel par Arvillers.....	70.78 + 12.23 83.10	} 82.95	73.0
Par Villers-Bretonneux..	85.58 - 2.69 82.89		
Noyers par Sourdon.....	85.58 + 14.94 100.52	} 99.58	87.0
Par Coivrel.....	82.89 + 15.76 98.67		
Clermont par Coivrel.....	82.85 - 2.38 80.57	} 80.62	
Par Noyers.....	99.58 - 18.90 80.68		
Jonquières par Coivrel.....	82.95 - 3.96 78.99	} 79.35	76.0
Par Clermont.....	80.62 - 0.90 78.72		
St-Christophe par Clermont..	80.62 + 28.20 108.82	} 108.71	106.0
Par Jonquières.....	79.35 + 29.25 108.60		
St-Martin-du-Tertre par Clermont.....	80.62 + 35.75 116.37	} 116.22	
Par St-Christophe.....	108.71 + 7.37 116.08		
Dammartin par Clermont....	80.60 + 23.92 104.52	} 104.59	
Par Jonquières.....	79.35 + 26.09 105.44		
Par St-Christophe.....	108.71 - 4.95 103.76		
Par St-Martin.....	116.22 - 8.32 107.50		

Je ne tiens pas compte de l'observation de St-Martin.

Panthéon par St-Martin.....	116.22 - 40.74 = 75.48	} 73.41	
Par Dammartin.....	104.57 - 33.23 71.34		
Signal de l'Observ. Panthéon.	69.91 - 24.53 45.38	Toit de l'escalier.	
		44.0	Plateforme.
Dôme des Invalides. Panthéon.	73.41 + 0.02 73.43		
Observatoire rue de Paradis..	69.91 - 41.0 28.91		
Collège Mazarin.....	69.91 - 31.67 38.24	Boule au-dessus de la croix.	
Assomption.....	69.91 - 20.18 49.73		
Salpêtrière.....	69.91 - 22.11 46.80		
Dôme des Invalides. St-Louis.	- 22.14 47.77		
Val-de-Grace.....	- 9.92 59.99		
St-Sulpice. Tour boréale....	- 15.62 54.25		

Pyramide de Montmartre. Pan-					
théon.....	69.91	—	8.05	=	61.86
Rue de Paradis.....	28.91	+	31.15		60.06
					} 60.96
Belvédère Flécheux.....	69.91	+	1.17		71.08
	28.91	+	42.02		70.93
					} 71.00
Observatoire par le Belvédère					
Flécheux.....	71.00	+	25.66		45.34
Nous avons trouvé ci-dessus.....					45.38
					Parapet.
					Toit de l'escalier.
Tourde Croy à Châtillon-Brie.	71.29	+	20.17		91.46
Par Montlhéri.....	76.17	+	22.32		95.00
			—	3.5	
Par le Panthéon.....	69.91	+	22.33		92.2
					} 93.0

Quoique les deux résultats soient très-peu d'accord, il paroît par les élévations de Belleassise, Brie, Montlhéri et Torfou que le milieu n'est pas fort éloigné de la vérité.

Belleassise par Dammartin...	104.57	—	23.15	=	81.42		
Par le Panthéon.....	73.41	+	7.81		81.22	} 81.32	
Brie par le Panthéon.....	73.41	—	2.30		71.11		
	81.32	—	9.85		71.47	} 71.29	
						43.0	
Montlhéri par Brie.....	71.29	+	5.34		76.63		
Par le Panthéon.....	73.41	+	2.31		75.72	} 76.17	
						70.0	
Malvoisine par Brie.....	71.29	+	14.76		86.05		
Par Montlhéri.....	76.17	+	9.33		85.50	} 85.78	
Lieusaint par Montlhéri.....	76.17	—	18.01		58.16		
Par Malvoisine.....	85.76	—	26.46		59.33	} 58.74	
						45.9	
Melun par Malvoisine.....	85.78	—	37.02		48.76		
Par Lieusaint.....	58.74	—	8.93		49.81	} 49.28	
						36.1	
Coude de la base {	par Melun.....	49.28	—	6.70	—	0.06	41.91
	par Lieusaint..	58.74	—	15.40	—	0.66	42.68
	par Malvoisine..	85.78	—	43.54	—	0.66	41.58
							} 42.06

Cette hauteur du sol au coude est à fort peu près la hauteur moyenne de la base.

Le sommet du signal de Melun est au-dessus de la lunette de . . .					6.70
Hauteur du signal					13.17
D'où le sol du signal étoit au-dessous de la lunette de					6.47
Le sommet du signal de Lieursaint est au-dessous de la lunette de Melun. de					15.40
Le signal de Lieursaint est élevé de					12.83
Donc le sol de Lieursaint est au-dessus de la lunette de Melun à . .					2.57
A cette quantité ajoutons la hauteur de la lunette à Melun . . .					6.47
Donc la différence entre le sol des signaux est					9.04
C'est la différence de niveau entre les deux extrémités de la base, les distances réciproques au zénith donnoient pour différence des sommets.					8.97
Différence des hauteurs des signaux					0.34
Différence de niveau des extrémités de la base					9.27
Ci-dessus.					9.04
Milieu entre les deux					9.15
Torfou par le Panthéon	73.41 +	15.86 =	89.27	} 89.24	76.00
Par Montlhéri	76.17 +	13.50 =	89.67		
Par Malvoisine	85.50 +	3.27 =	88.77		
Bruyères par Malvoisine	85.50 -	32.79 =	52.71	} 53.38	52.0
Par Torfou	89.24 -	35.18 =	54.60		
Forêt par Malvoisine	85.50 -	6.87 =	78.63	} 79.02	
	89.24 -	9.82 =	79.42		
Chapelle-la-Reine par Malvois.	85.50 -	0.12 =	85.38	} 83.23	64.0
Par Forêt	79.02 +	2.06 =	81.08		

Cette hauteur est fondée sur deux observations fort incertaines. Il paroît cependant par celle qui suit que le résultat moyen ne s'écarte pas beaucoup de la vérité. Il semble que la réfraction étoit plus foible qu'elle n'est ordinairement en hiver.

Pithiviers par Forêt	79.02 +	6.70 =	85.72	} 85.93	63.0
Par Chapelle-la-Reine	83.23 +	2.91 =	86.14		
Boiscom. par Chapelle-la-Rein.	83.23 +	9.67 =	92.90	} 92.91	73.0
Par Pithiviers	85.93 +	7.00 =	92.93		

DIFFÉRENCES DE NIVEAU. 755

Châtillon par Pithiviers.....	85.93 + 12.51 = 98.44	} 98.28	87.5
Par Boiscommun.....	92.91 + 5.21 = 98.12		
Châteauneuf par Boiscommun.	92.91 - 7.41 = 85.50	} 86.29	68.0
Par Châtillon.....	98.28 - 13.20 = 85.08		
Orléans par Châtillon.....	98.28 + 6.29 = 104.37	} 104.25	60.0
Par Châteauneuf.....	86.29 + 17.83 = 104.12		
Vouzon par Châteauneuf....	82.29 + 7.87 = 94.16	} 93.14	75.0
Par Orléans.....	104.25 - 12.13 = 92.12		
Chaumont par Orléans.....	104.25 - 10.30 = 93.95	} 94.27	72.0
Par Vouzon.....	93.14 + 1.46 = 94.60		
Oison par Vouzon.....	93.14 + 54.19 = 147.33	} 144.87	141.0
Par Châteauneuf.....	86.29 + 56.13 = 142.42		

A Châteauneuf on a employé la réfraction 0.08 C. Il auroit fallu une réfraction plus forte pour faire accorder les deux résultats. Le premier est fondé sur des observations réciproques, mais faites par un temps horrible. Même remarque pour Soême à peu près.

Soême par Vouzon.....	93.14 - 9.02 = 84.12	} 86.60	70.0
Par Oison.....	144.87 - 55.75 = 89.12		

A Soême *N* étoit inconnu, on a fait la réfraction = 0.08 C.

Sainte-Montaine par Vouzon.	93.14 + 3.50 = 96.64	} 95.39	81.0
Par Soême.....	84.12 + 10.02 = 94.14		
Ennordre par Vouzon.....	93.14 + 13.63 = 106.77	} 106.42	102.0
Par Soême.....	86.62 + 20.93 = 107.55		
Par Sainte-Montaine....	96.64 + 8.31 = 104.95		
Méri par Soême.....	86.62 + 63.16 = 149.98	} 150.56	147.0
Par Ennordre.....	106.42 + 44.73 = 151.15		
Morogues par Ennordre....	106.42 + 121.03 = 227.45	} 127.48	223.0
Par Méri.....	150.56 + 76.96 = 227.52		
Bourges par Méri.....	150.56 - 32.42 = 118.14	} 118.14	81.0
Par Morogues.....	227.48 - 109.34 = 118.14		

Dun par Morogues.....	227.48	—	114.16	=	113.32	} 112.85	92.0
Par Bourges.....	118.14	—	5.76		112.38		
Morlac par Bourges.....	118.14	+	14.61		132.75	} 131.47	122.0
Par Dun.....	112.85	+	17.34		130.19		
Belvédère par Dun.....	112.85	+	54.91		167.76	} 167.52	161.0
Par Morlac.....	131.47	+	35.81		167.28		
Cullan par Morlac.....	131.47	+	65.16		196.63	} 195.78	193.5
Par Belvédère.....	167.52	+	27.41		194.93		
Saint-Saturnin par Morlac...	131.47	+	91.40		228.87	} 222.45	219.0
Par Cullan.....	195.78	+	26.24		222.08		
Laage par Cullan.....	195.78	+	103.21		298.99	} 299.44	296.0
Par Saint-Saturnin.....	222.45	+	77.44		299.89		
Arpheuille par Cullan.....	195.78	+	88.17		285.95	} 284.62	274.0
Par Laage.....	299.44	—	14.15		285.29		
Sermur par Laage.....	299.44	+	88.89		388.33	} 388.97	381.0
Par Arpheuille.....	284.62	+	105.00		389.62		
Puy-de-Dôme par Sermur...	388.97	+	368.72		757.69	} 758.64	759.0
	388.97	+	369.67		758.64		

La première détermination suppose la réfraction 0.08 C, la seconde 0.075. En employant la distance de Sermur au Puy-de-Dôme prise dans la méridienne vérifiée, la hauteur du Puy-de-Dôme diminueroit de deux toises. Voyez tome I, page 240. Je n'ai fait aucun usage de l'observation de brumaire, les deux de prairial s'accordent à une seconde.

Orgnat par Laage.....	299.44	—	5.70	=	293.74	} 295.05	289.0
Par Sermur.....	388.97	—	96.61		292.36		
Eveux par Laage.....	299.44	—	37.49		261.95	} 260.36	239.0
Par Orgnat.....	293.05	—	34.27		258.78		
Les Bordes Orgnat.....	293.05	+	122.42		415.47	} 414.45	411.0
Par Sermur.....	388.97	+	24.46		413.43		
La Fagitière par Sermur.....	388.97	+	70.97		459.94	} 450.46	456.0
Par les Bordes.....	314.45	+	44.53		458.98		

DIFFÉRENCES DE NIVEAU.

757

Herment par Sermur.....	388.97 + 44.30 = 433.67	} 494.05	422.0
Par La Fagitière.....	459.46 - 25.03 = 434.43		
Bort par La Fagitière.....	459.46 - 14.13 = 445.33	} 444.69	441.0
Par Herment.....	434.05 + 10.00 = 444.05		
Meimac par La Fagitière....	459.46 + 47.90 = 507.36	} 505.91	502.0
Par Bort.....	444.69 + 59.77 = 504.46		
Mont-d'Or par Sermur.....	388.97 + 579.58 = 968.55	} 968.85	969.0
Par Bort.....	444.69 + 124.46 = 969.15		
Toulx Ste-Croix par Laage...	299.44 + 51.31 = 350.75	} 349.92	340 en viron.
Par Orgnat.....	293.05 + 56.02 = 349.07		
Arbre de St-Mich. par Orgnat.	293.05 + 139.29 = 432.34	} 432.34	426.0
Aubassin par Bort.....	444.69 - 77.77 = 366.92		
Par Meimac.....	505.91 - 137.91 = 368.00	} 367.46	364.0
Puy-Violan par Bort.....	444.69 + 378.29 = 822.98		
Par Aubassin.....	367.46 + 453.66 = 821.12	} 822.06	818.0
La Bastide par Aubassin....	367.46 + 38.79 = 406.25		
Par Violan.....	822.05 - 415.20 = 406.66	} 806.45	401.0
Chapelle Saint-Laurent par La Bastide.....	402.00 - 7.40 = 396.60		
Puy-Mary par Violan.....	818.5 + 33.00 = 851.50	Sommet de la montagne.	
Montsalvy par Violan.....	822.06 - 395.44 = 426.60	} 427.77	424.0
Par La Bastide.....	406.45 + 22.47 = 428.92		
Rieupeiroux par La Bastide..	406.45 + 22.40 = 428.85	} 417.12	411.0
Par Montsalvy.....	427.77 - 10.65 = 417.12		

L'observation de La Bastide a été faite le soir, et la distance au zénith étoit trop foible de 1' au moins, probablement de deux, ce qui accorderoit tout. Je m'en tiens au résultat de Montsalvy confirmé par Rodez.

Rodez par Montsalvy.....	427.77 - 67.04 = 360.73	} 361.67
Par Rieupeiroux.....	417.12 - 54.51 = 362.61	
Cantal par La Bastide.....	406.45 + 546.43 = 952.88	} 952.99
Par Rieupeiroux.....	417.12 + 532.97 = 950.09	
Par Montsalvy.....	427.77 + 528.24 = 956.01	

Le peu d'accord vient peut-être des distances au

Cantal qui ne sont pas assez connues. L'erreur ne doit pas excéder deux ou trois toises.

Col de Calabre.....	406.45 + 465.55 =	868.0	} 867.3
Montsalvy.....	427.77 + 444.33	872.1	
Rieupéroux.....	417.12 + 444.67	861.79	

Hauteurs au-dessus de la mer Méditerranée, à Barcelone, calculées d'après les observations de M. Méchain.

On trouve, page 495 du premier volume (1), que la hauteur du bord des créneaux de la tour de Montjouy au-dessus de la mer a été trouvée par un nivellement de 105.096 toises.

Aux pages 499 et 500, on trouve différentes distances de la mer au zénith de la tour. Si l'on calcule toutes ces observations par la formule

$$H = \frac{R}{2(0.92)^2} \cdot \text{tang}^2 (\delta - 90^\circ)$$

ou, ce qui revient au même, par la formule

$$\log. H = 6.28053 + 2 \log. \text{tang} (\delta - 90^\circ)$$

on aura les quantités suivantes :

(1) M. Méchain avoit annoncé le détail de cette opération. J'en ai trouvé deux copies dans ses manuscrits ; j'en extrais seulement les mesures suivantes :

Du bord de la mer au seuil de la porte de la tour . . .	660 ^p	5 ^p	1 ^l
Hauteur de la tour jusqu'aux créneaux	73	10	0
Total	734	3	1

Ces pieds sont des tiers de la vare de Castille ; M. Méchain les a réduites en toises de France, d'après le livre de D. Georges Juan et de D. Antoine de Ulloa. La hauteur de la tour est de 6.7 toises.

DIST. AU ZÉNITH.		<i>H</i>
90° 25' 30" 5	107.4 — 0.08	107.5
25 34.68	107.1 — 0.08	107.2
25 6.6	103.2 + 0.25	103.5
25 26.0	105.9 + 0.25	106.2
25 24.7	105.7 + 0.25	106.5
23 59.25	94.2 + 6.30	100.5
Milieu		105.2
Pour 3" = $\frac{1}{7}$ épaisseur du fil . . .		0.4
		105.6
Nivellement		105.1
		0.5

Pour accorder ces différentes séries entre elles avec le nivellement, il faudroit changer le coefficient $n = 0.08$ de la réfraction terrestre. Mais on doit remarquer que toutes ces observations ayant été faites vers le coucher du soleil, la réfraction devoit élever la mer plus que dans l'état moyen et faire paroître la hauteur de la tour trop petite. Elles prouvent qu'une observation de l'horizon de la mer prise isolément peut donner une erreur de 5 à 6 toises. Nous nous en tiendrons donc au résultat du nivellement, et nous en déduirons les élévations des signaux jusqu'à Rodez en venant de la Méditerranée, comme nous avons fait ci-dessus en venant de la basse mer à Dunkerque.

Élévation du pied des signaux au-dessus de la Méditerranée.

Valvidrera par Montjouy	105 ^t 10 + 136 ^t 42 =	241.52	} 241.02
Par la mer directement		240.53	
Mont-Matas par Montjouy	105.10 + 135.34 =	240.44	} 239.50
Par Valvidrera	241.00 — 1.60	239.44	
Mer		238.80	
Mont-Serrat par Valvidera	241.00 + 394.41	635.41	} 634.15
Par Matas	239.50 + 393.42	632.92	
Puig-Rodos par Matas	239.50 + 301.95	541.45	} 542.46
Par Mont-Serrat	634.15 — 98.58	541.57	
Mer		544.34	
Matagalls par Matas	239.50 + 629.64	869.14	} 870.62
Par Rodos	542.50 + 329.62	872.12	
Puig-se Calm-Rodos	542.50 + 235.04	777.54	} 776.87
Par Matagalls	870.60 — 94.41	776.19	
Roca-Corva par Matagalls	870.60 — 362.80	507.80	} 508.83
Par Puig-se-Calm	776.87 — 265.99	510.88	
Mer		507.81	
N. D. du Mont par Roca-Corva	508.83 + 67.53	576.36	} 575.63
Par Puig-se-Calm	776.87 — 199.95	576.92	
Mer		573.60	
Estella par N. D. du Mont	575.63 + 334.73	910.36	} 908.41
Par Puig-se-Calm	776.87 + 129.59	906.46	
Mer	<i>n</i> . 0.08	879.49	
	<i>n</i> . 0.09	896.10	
	<i>n</i> . 0.10	912.70	

Il faut donc supposer $n = 0.10$. L'observation est du 12 brumaire, vers le coucher du soleil.

Camellas par N. D. du Mont	575.63 — 199.19 =	376.44	} 375.80
Par Estella	908.41 — 534.09	374.32	
Mer		376.65	
Perpignan par Camellas	375.80 — 338.20	37.60	} 37.20
Par Estella	36.23 + 1.06	37.29	
Par Forcerat	257.20 — 220.60	36.60	

DIFFÉRENCES DE NIVEAU.

Forceral par Camellas	375.80 — 118.11	257.69	} 257.20
Par Estella	908.40 — 651.60	256.80	
Mer		251.80	
Bugarach par Estella	908.41 — 281.28	627.13	} 627.28
Par Forceral	257.20 + 370.24	627.44	
Mer		609.15	
Tauch par Forceral	257.20 + 190.82	448.02	} 447.81
Par Bugarach	626.28 — 178.55	447.63	
Espina par Forceral	257.20 — 26.73	230.47	} 229.66
Par Tauch	447.81 — 217.30	230.51	
Mer		228.02	
Vernet par Forceral	257.20 — 244.14	13.06	} 12.75
Par Espira	229.66 — 217.22	12.44	
Salces par Espira	229.66 — 226.90	2.76	} 3.14
Par Vernet	12.75 — 9.23	3.52	
Nivellement			6.14
Différence			3.00

Mais ce nivellement n'est peut-être pas bien sûr en ce qu'on ne l'a conduit qu'au bord d'un étang, qui pour- tant communiquoit en ce moment avec la mer, au rap- port des pêcheurs interrogés par M. Méchain. Nous n'aurons donc aucun égard à ce nivellement dans ce qui va suivre. Au reste il sera bien aisé d'ajouter trois toises à toutes les observations jusqu'à Rodez, si l'on veut partir de ce nivellement, qui est moins direct et moins sûr, ou d'ajouter une toise et demie seulement, si l'on veut prendre le milieu entre les deux.

Alaric par Bugarach	627.28 — 324.87	302.41	} 303.85
Par Tauch	447.81 — 143.05	304.76	
Mer		304.40	
Carcassonne par Bugarach	627.28 — 551.90	75.38	} 76.31
Par Alaric	303.85 — 226.60	77.25	
Nore par Carcassonne	76.31 + 538.52	614.83	} 615.84
Par Alaric	303.85 + 313.01	616.86	

Mer		594.58	}			
Mer		609.40				
Saint-Pons par Alaric	303.85 + 222.86	526.71	}	525.84		
Par Nore	615.84 — 90.56	525.28				
Mer		525.54				
Montrédon par Nore	615.84 — 330.96	284.88	}	284.81		
Par Saint-Pons	525.84 — 241.10	284.74				
Montalet par Montrédon	284.21 + 355.65	639.89	}	640.30		
Par Saint-Pons	525.84 + 114.87	640.71				
Combatjou par Montrédon	284.81 + 120.34	405.15	}	405.41		
Par Montalet	640.30 — 234.62	405.68				
Puy St-Georges par Montrédon	284.41 — 30.18	254.23	}	255.93		
Par Combatjou	405.41 — 147.99	257.42				
La Gaste par Combatjou	405.41 + 65.58	470.99	}	471.43		
Par Saint-Georges	255.93 + 215.94	471.87				
Rieupeiroux par Saint-Georges	255.93 + 151.36	407.29	}	407.45		
Par La Gaste	471.43 — 63.81	407.62				
Rodes par La Gaste	471.43 — 111.97	359.46	}	359.15		
Par Rieupeiroux	407.45 — 48.60	358.85				
On peut ajouter pour le nivellement de Salces				1.5		
Et l'on aura pour un milieu entre les deux nivellemens				360.65		
J'ai trouvé au-dessus de la mer à Dunkerque				361.67		
En partant du nivellement de Salces				362.15		
En partant du nivellement de Montjouy				359.15		
Milieu entre les quatre résultats				360.92		
Milieu entre les deux nivellemens. Méditerranée				360.65		
Océan, basse mer				361.67		
Élévation moyenne au-dessus de la mer				361.16		
Différence entre la Méditerranée et la basse mer à Dunkerque				1.02		

Mais la mer moyenne est de 0.97 plus haute que la basse mer ; en ajoutant cette quantité à toutes les hauteurs depuis Dunkerque jusqu'à Rodez, nous aurons haut. au-dessus de l'Océan 360.70, au-dessus de la méditerranée 360.65. Au reste il y a sans doute un peu de hasard dans cet accord si parfait de nos mesures. On

voit en effet que les deux déterminations d'une même hauteur diffèrent ordinairement de 1 et 2 toises et quelquefois 3 toises ; elles s'accordent quelquefois un peu mieux ; mais quand la différence est plus grande , on peut voir que les observations sont données comme douteuses. Nous ne dirons donc pas que ces observations prouvent que les deux mers ont exactement le même niveau , mais seulement que nos mesures ne prouvent aucune inégalité sensible.

Ces observations de hauteurs n'étoient pour nous que des objets très-secondaires ; elles ne devoient nous servir qu'à réduire nos bases au niveau de la mer , et nous les connoissons avec plus d'exactitude qu'il ne faut pour cet objet. Si nous avions été chargés de faire un nivellement très-exact , nous aurions pris d'autres précautions ; nous aurions divisé les intervalles ; nous aurions tâché que les observations réciproques de deux signaux eussent été simultanées et faites vers le milieu du jour et par un beau tems. Mais ces précautions eussent coûté trop de temps , de dépenses et de peines , et , malgré tant de soins , l'incertitude des réfractions est telle que nous aurions pu bien difficilement répondre de deux pieds au lieu de dix ou de douze dont on est en droit de dire que nos élévations au-dessus des deux mers peuvent être en erreur. En effet , M. Méchain a beaucoup plus que moi multiplié ces observations , et cependant on trouve dans ses hauteurs , comme dans les miennes des différences de 2 , 3 et même 4 toises. Pour ne citer que celle de 3 et 4 , voyez Matagalls , Roca-

Corva , Estella , Vernet et Puy-Saint-Georges. J'ai des erreurs pareilles à Beauquène , Mailli , au Panthéon , Chapelle-la-Reine , Évaux , Meimac. Je ne compte pas Oison ni Rieupeiroux par La Bastide. J'ai donc six différences de 3 à 4 toises sur 71 stations, M. Méchain 5 sur 29. Il m'est arrivé d'observer pendant tout l'hiver de 1792 à 1793 et jusqu'à la fin de décembre 1795. Malgré tout cela mes erreurs ne sont ni plus fortes , ni plus nombreuses ; c'est qu'elles ne dépendent pas des observations , mais des variations déréglées des réfractations terrestres. Malgré cet obstacle , qui probablement sera toujours insurmontable , ce n'est pas un des résultats les moins curieux de notre opération qu'une centaine de points entre Dunkerque et Barcelone dont on connoît la hauteur au-dessus de la mer avec une précision de 1 ou 2 toises , et qui peuvent servir à déterminer avec une précision presque égale celle de tout point d'où l'on peut découvrir un ou deux des sommets de nos triangles. De proche en proche on pourroit en tirer le nivellement assez exact de toute la France.

Ajoutons aux points principaux ci-dessus les hauteurs de quelques points secondaires observés par M. Méchain , et que j'ai calculés en supposant la réfraction terrestre = 0.08 C.

Alby par Rieupeiroux	122	} 124 Tourelle de la Cathédrale.
Par Lagaste	126	
Par Puy-Saint-Georges	124	
La Roguère par Rieupeiroux	729	} 730.5
Par Lagaste	732	
Plomb-de-Cantal par Rodès	945	
J'ai trouvé	950, 53 et 56 milieu 951	

Castres par Montrédon	123	
Canigou par Nore	1224	} incertaine à cause de la distance peu connue.
Par Montalet	1250	
Par Carcassonne	1426	} Milieu des 7 . . . 1431
Par Alaric	1432	
Par Bugarach	1426	
Par Forceral	1431	
Par Espira	1411	
Par Salces	1458	
Par Perpignan	1432	
Narbonne par Saint-Pons	32	} 34 Tour de la Cathédrale.
Par Alaric	33	
Par Tauch	37	
Par la mer j'ai trouvé	33	

Mais c'étoit vers le soir, et l'on peut remarquer que presque toutes les observations de ce genre faites par M. Méchain ont eu lieu vers le soir. C'est l'instant où l'horizon est mieux terminé et plus distinct. Mais la réfraction plus forte que vers le milieu du jour doit faire juger la mer trop haute et la station trop peu élevée.

Béziers par Saint-Pons	51	} 58
Par Alaric	58	
Par Tauch	62	
Clocher de Saint-Pons	233	
Puy Prigue par Saint-Pons	1432	
Par Nore	1432	
Pic de Salfare par Saint-Pons	682	} 677.5
	673	
Castelnaudari par Nore	116	} 117
Par Carcassonne	118	
Tour de Bateria par Nore	737	} 740
Par N. D. du M.	742	
Par Secalm	740	
Cost bonne par Nore	1258	} 1263
Par N. D. du M.	1265	
Par Secalm	1265	
Mont St-Barthelemi par Carcassonne	1220	} 1222
Par Bugarach	1224	

Bellegarde par Tauch	221	} 225 Tour.
Par Forcerai	228	
Par Espira	227	
Tautavel par Vernet	259	} 261
Par Salces	260	
Par Camellas	265	
Rivesaltes par Espira	24	} 25
Par Salces	26	
Cap de Leucate par Salces		19
Tour de Figuières par Camellas	36	} 39
Par N. D. du M.	42	
Tour de la Muga par Camellas	51	} 51 $\frac{1}{2}$
Par N. D. du M.	52	
Clocher de Perelada par Camellas	30	} 31
Par N. D. du M.	32	
Castellon par Camellas	27	} 26 $\frac{1}{2}$
Par N. D. du M.	26	
Malavichina par Camellas	54.7	} 54.5
Par N. D. du M.	54.4	
Fort de la Trinité par Camellas	48.1	} 48.1
Par N. D. du M.	48.2	
St-Laurent du Mont par Matas	572	572
St-Pierre Martyr par Valvidrera	204.7	} 204.65
Par Montjouy	204.6	
Castel de Fells par Valvidrera	35.6	} 35.4
Par Montjouy	35.3	
Las Agujas par Montjouy	283	
Mataro par Montjouy	32.4	Bas de Flèche.
Barcelone. Cathéd. par Valvidrera	34	} 34.5
	35	
Citadelle { par Montjouy	22	} 21.5
{ par Valvidrera	21	
Fanal par Valvidrera	14	} 14.5
Par Montjouy	15	

Pour faciliter le calcul de tous ces lieux que l'on n'a observés que de loin, et dont on n'a point les distances réciproques, j'ai donné une forme différente à la formule qui n'emploie que la distance δ .

$$\begin{aligned}
 dN &= K. \cot. (\delta - 0.42 C) + K. \tan. \frac{1}{2} C. \cot. (\delta - 0.42 C) \\
 &= K. \cot. \delta + 0.42 K. \tan. C + 0.42 K. \tan. C. \cot. \delta \\
 &\quad + K. \tan. \frac{1}{2} C. \cot. \delta \\
 &= K. \cot. \delta + \frac{0.42}{R} K_1 + 0.42 \frac{K^2}{R} \cot. \delta + \frac{1}{2} \frac{K^2 \cot. \delta}{R^2} \\
 &= K. \cot. \delta + 0.00000.0128 K_1 + 0.00000.01284 K_1 \cot. \delta \\
 &= K. \cot. \delta + \frac{0.00000.0128 K^2}{\sin^2. \delta} = K. \cot. \delta + 0.00000.01284 K_1
 \end{aligned}$$

car le terme 0.00000.1284 K² cot. ² δ sera presque toujours insensible. On peut réduire en table le terme 0.00000.01284 K². Voici cette table : les corrections y sont comme les carrés des distances ; si la distance étoit 10 fois moindre, la correction seroit 100 fois plus petite.

TABLE pour corriger les différences de niveau de l'effet de la réfraction terrestre.

DIST.	CORRECT.	DIFFÉR.	DIST.	CORRECT.	DIFFÉR.	DIST.	CORRECT.	DIFFÉR.
Toises.	Toises.	Toises.	Toises.	Toises.	Toises.	Toises.	Toises.	Toises.
1000	0.13		18000	41.6		35000	157.3	
2000	0.51	0.38	19000	46.4	4.8	36000	166.4	9.1
3000	1.16	0.55	20000	51.4	5.0	37000	175.8	9.4
		0.89			5.2			9.6
4000	2.05		21000	56.6	5.5	38000	185.4	9.9
5000	3.21	1.16	22000	62.1	5.8	39000	195.3	10.1
6000	4.62	1.41	23000	67.9	6.1	40000	205.4	10.4
		1.67						
7000	6.29	1.93	24000	74.0	6.3	41000	215.8	10.7
8000	8.22	2.18	25000	80.3	6.5	42000	226.5	10.9
9000	10.40	2.44	26000	86.8	6.8	43000	237.4	11.2
10000	12.84	2.70	27000	93.6	7.1	44000	248.6	11.4
11000	15.54	2.95	28000	100.7	7.3	45000	260.0	11.7
12000	18.49	3.21	29000	108.0	7.6	46000	271.7	11.9
13000	21.70	3.47	30000	115.6	7.8	47000	283.6	12.2
14000	25.17	3.72	31000	123.4	8.1	48000	295.8	12.5
15000	28.89	3.98	32000	131.5	8.3	49000	308.3	12.7
16000	32.87	4.24	33000	139.8	8.6	50000	321.0	13.0
17000	37.11	4.49	34000	148.4	8.9	51000	334.0	13.3
18000	41.60		35000	157.3		52000	347.3	

Le coefficient n , que nous avons supposé 0.08, pouvant varier de 0.07 à 0.09, et même quelquefois à 0.10, on voit que notre coefficient $0.42 = 0.50 - 0.08$ peut varier de 42 à 40, 41 et 43; ce seroit $\frac{1}{42}$ ou $\frac{1}{43}$ à ajouter ou retrancher à tous les nombres de la table, ce qui peut produire une ou deux toises d'erreur quand la distance est de 18000 toises.

Au moyen de cette table on n'a plus qu'à calculer le terme $K. \cot. \delta$.

Presque toutes les hauteurs de la table précédente ont été déterminées de deux points différens. On peut les regarder comme sûres dans les limites que nous avons dites; celles qui n'ont été déterminées que d'un seul point peuvent être douteuses, non seulement parce que la réfraction peut avoir été assez différente de la moyenne, mais parce que la distance n'aura pas été assez bien connue, ou enfin par quelque faute de calcul.

Distances des sommets des signaux.

PAR la manière dont nous avons calculé nos triangles tous nos côtés sont réduits à l'horizon de la mer, et par conséquent plus courts que l'arc terrestre qui joint les pieds des signaux, qui d'ailleurs sont différemment élevés au-dessus de la mer. La ligne droite qui les joint est donc plus grande que la corde de l'arc dont nous venons de parler. Ainsi (*pl. XI, fig. 25*) nous n'avons que la corde EF ou l'arc EF . La droite qui joint le pied des signaux est $A'B'$; corde de l'arc terrestre, AaB . C'est

la seule que l'on pourroit observer si l'on vouloit prendre un des côtés de nos triangles pour base d'une opération nouvelle. Il s'agit donc de déterminer la différence entre la corde EF qu'on trouve dans le tableau complet de nos triangles, et la droite AB .

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{CA}^2 + \overline{CB}^2 - 2 CA \cdot CB \cdot \cos. C \\ &= R^2 + R^2 - 2 RR \cdot \cos. C\end{aligned}$$

$$\overline{EF}^2 = (R + h)^2 + (R + H)^2 - 2 (R + H) (R + h) \cdot \cos. C$$

donc

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 - \overline{EF}^2 &= R^2 + 2 Rh + h^2 + R^2 + 2 RH + H^2 \\ &\quad - 2 (R^2 + Rh + RH + Hh) \cdot \cos. C \\ &\quad - R^2 - R^2 + 2 R \cdot \cos. C\end{aligned}$$

$$(EF + x)^2 - EF^2 = 2 Rh + h^2 + 2 RH + H^2 - 2 (Rh + RH + Hh) \cdot \cos. C$$

$$(K + x)^2 - K^2 = 2 Rh + h^2 + 2 RH + H^2 - 2 (Rh + RH + Hh) \cdot (1 - \frac{x}{K} \cdot \sin. C)$$

$$\begin{aligned}2 Kx + x^2 &= 2 Rh + h^2 + 2 RH + H^2 \\ &\quad - 2 Rh - 2 RH - 2 Hh \\ &\quad + RH \cdot \sin^2. C + RH \cdot \sin^2. C \\ &\quad + Hh \sin^2. C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2 K + x) x &= H^2 + h^2 - 2 Hh + \frac{RH \cdot K^2}{R^2} + \frac{Rh \cdot K^2}{R^2} \\ &\quad + \frac{Hh \cdot K^2}{R^2} \\ &= (H^2 + h^2 - 2 Hh) + \frac{HK^2}{R} + \frac{hK^2}{R} \\ &\quad + \frac{Hh \cdot K^2}{R^2}\end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned}x &= \frac{(H - h)^2}{2 K + x} + \frac{(H + h) K^2}{R \cdot (2 K + x)} + \frac{Hh \cdot K^2}{R^2 \cdot (2 K + x)} \\ &= \frac{\left(\frac{H - h}{2 K}\right)^2}{1 + \frac{x}{2 K}} + \frac{\left(\frac{H + h}{2 RK}\right) K^2}{\left(1 + \frac{x}{2 K}\right)} + \frac{\frac{Hh \cdot K}{2 R \cdot K}}{1 + \frac{x}{2 K}}\end{aligned}$$

$$x = \left[\frac{(H - h)^2}{K^2} + \frac{(H + h) K}{2 K} + \frac{Hh \cdot K}{2 R^2} \right] \cdot \left(1 - \frac{x}{2 K}\right)$$

2.

Soit $x' = \frac{(H-h)_1}{2K}$, x' différera très-peu de x . Donc

$$\begin{aligned}
 x &= \left[\frac{(H-h)^2}{2K} + \frac{(H+h)K}{2R} + \frac{HhK}{2R^2} \right] \cdot \left(1 - \frac{(H-h)^2}{4K^2} \right) \\
 &= \frac{(H-h)^2}{2K} + \frac{(H+h)K}{2R} + \frac{HhK}{2R^2} - \frac{(H-h)^2}{8K^3} - \text{etc.} \\
 &= \frac{(H-h)^2}{2K} - \left(\frac{(H-h)^2}{2K} \right)^2 \cdot \frac{1}{2K} + \frac{(H+h)K}{2R} + \frac{HhK}{2R^2}
 \end{aligned}$$

De ces quatre termes il n'y aura même que le premier et le troisième qui vaudront la peine d'être calculés.

Pour exemple choisissons celui de nos triangles où la différence $(H - h)$ est la plus forte, c'est le triangle entre Estella, Camellas et Forceral :

H	=	968		<i>compl. K</i> ...	5.90881		<i>compl. log. 2 R</i>	3.18482
h	=	376		$\frac{1}{2}$	9.69877		K	4.09119
$H + h$	=	1284			3.10856		$H + h$	3.10856
$H - h$	=	532			2.72591		<i>log. 3^e terme</i>	0.38457
K	=	12336.422		<i>log. 1^{er} terme</i> ..	1.44225		H	2.95809
1 ^{er} terme	... +		27.685		<i>id.</i>	1.44225		h	2.57519
2 ^e -		0.038		<i>compl. 2 K</i>	5.60778		K	4.09119
3 ^e +		2.424		<i>log. 2^e terme</i> ..	3.49228		<i>compl. 2 R</i>	6.66927
4 ^e +		0.000					<i>log. 4^e terme</i>	6.29374
$K + x$	=		12366.500						

On pourra donc toujours négliger le quatrième terme et presque toujours le second, x est ici le plus fort que puissent fournir nos triangles. La distance entre les signaux de Camellas et d'Estella en ligne droite est donc 12366^t500.

Il ne nous reste plus qu'à donner la réfraction terrestre calculée sur la formule (65) ci-dessus, pag. 739.

Réfraction terrestre déterminée par les distances réciproques au zénith.

NOMS DES STATIONS.		FACT. n.	NOMS DES STATIONS.		FACT. n.
	Dunkerque, Watten.....	0.0803		Clermont, Saint-Martin.....	0.0707
	Dunkerque, Cassel.....	0731		Saint-Christophe, St.-Martin..	0757
	Watten, Cassel.....	0888		Jonquières, Dammartin.....	0740
	Watten, Fiels.....	0549		St.-Christophe, Dammartin..	0484
5	Cassel, Fiels.....	0.0607	45	Dammartin, Belleassise.....	0.0933
	Cassel, Mesnil.....	0.0676		Saint-Martin, Panthéon.....	0.0778
	Fiels, Mesnil.....	0288		Dammartin, Panthéon.....	0618
	Cassel, Béthune.....	0814		Panthéon, Belleassise.....	0802
	Mesnil, Béthune.....	0969		Panthéon, Brie.....	0665
10	Fiels, Sauti.....	0.0857	50	Brie, Belleassise.....	0.0633
	Mesnil, Sauti.....	0.0955		Panthéon, Montlhéri.....	0.0833
	Fiels, Bonnières.....	0035		Montlhéri, Brie.....	0554
	Sauti, Bonnières.....	0861		Brie, Malvoisine.....	0393
	Sauti, Beauquène.....	1623		Montlhéri, Malvoisine.....	0930
15	Bonières, Leauquène.....	0.0231	55	Montlhéri, Lieursaint.....	0.0965
	Sauti, Mailli.....	0.1475		Malvoisine, Lieursaint.....	0.0962
	Mailli, Beauquène.....	1147		Melun, Malvoisine.....	1723
	Beauquène, Bayouvillers.....	0702		Melun, Lieursaint.....	1113
	Mailli, Bayouvillers.....	0667		Panthéon, Torfou.....	0574
20	Mailli, Villersbretonneux.....	0.0861	60	Torfou, Montlhéri.....	0.1194
	Bayouvillers, Villersbretonn..	0.0051		Malvoisine, Torfou.....	0.0165
	Beauquène, Vignacourt.....	1051		Malvoisine, Bruyères.....	0880
	Villersbretonneux, Vignacourt.	0640		Torfou, Bruyères.....	1960
	Villersbretonneux, Amiens.....	0527		Malvoisine, Forêt.....	1471
25	Vignacourt, Amiens.....	0.0937	65	Torfou, Forêt.....	0.0779
	Bayouvillers, Arvillers.....	0.0833		Malvoisine, Chapelle-la-Reine..	0.1574
	Villersbretonneux, Arvillers..	0832		Forêt, Chapelle-la-Reine....	1007
	Villersbretonneux, Sourdon..	0545		Forêt, Pithiviers.....	1381
	Arvillers, Sourdon.....	1126		Chapelle-la-Reine, Pithiviers..	1199
30	Arvillers, Coivrel.....	0.0843	70	Chapelle-la-R., Boiscommun..	0.0966
	Sourdon, Coivrel.....	0.0796		Pithiviers, Boiscommun.....	0.1264
	Sourdon, Noyers.....	1497		Pithiviers, Châtillon.....	0983
	Coivrel, Noyers.....	1273		Boiscommun, Châtillon.....	1584
	Coivrel, Clermont.....	0733		Chapelle-la-R., Boiscommun..	1646
35	Noyers, Clermont.....	0.0979	75	Châtillon, Châteauneuf.....	0.1761
	Coivrel, Jonquières.....	0.0605		Boiscommun, Châteauneuf....	0.1352
	Clermont, Jonquières.....	0707		Brouillard.....	1493
	Clermont, Saint-Christophe...	0297		Idem.....	1592
	Jonquières, Saint-Christophe..	0656		Idem.....	1511
40	Clermont, Dammartin.....	0.0920		Idem.....	0.1591

NOMS DES STATIONS.		FACT. n.	NOMS DES STATIONS.		FACT. n.
	Boiscommun, Châteauneuf ...	0.1604		Bordes, la Fagitière.....	0.0814
	<i>Idem.</i>	1535		Hermant, Sermur.....	0.826
	<i>Idem.</i>	1467		Hermant, la Fagitière.....	0.710
	<i>Idem.</i>	1659		Bort, la Fagitière.....	0.874
	<i>Idem.</i>	0.1751	120	Bort, Hermant.....	0.0333
76	Orléans, Châtillon	0.1055		Meimac, la Fagitière.....	0.0775
	Orléans, Châteauneuf.....	1015		Meimac, Bort.....	0.782
	Vouzon, Châteauneuf.....	1122		Aubassin, Bort.....	0.872
	Vouzon, Orléans.....	0740		Aubassin, Meimac.....	0.776
80	Vouzon, Oison.....	0.0899	125	Bort, Puy-Violan.....	0.1011
	Vouzon, Soème.....	0.0577		Puy-Violan, Aubassin.....	0.0746
	Vouzon, Sainte-Montaine.....	0859		La Bastide, Aubassin.....	0.656
	Soème, Sainte-Montaine.....	-0.311		Puy-Violan, la Bastide.....	0.739
	Vouzon, Ennordre.....	+0.126		Montsalvi, Puy-Violan.....	0.177
85	Ennordre, Sainte-Montaine.....	0.2977	130	Montsalvi, la Bastide.....	0.0772
	Soème, Ennordre.....	0.0462		Rieupeirox, la Bastide.....	0.0612
	Soème, Méri.....	1000		Rieupeirox, Montsalvi.....	0.604
	Méri, Ennordre.....	2052		Montsalvi, Rodès.....	0.607
	Ennordre, Morogues.....	0745		Rodès, Rieupeirox.....	0.733
90	Méri, Morogues.....	0.0794	135	<i>Idem.</i> , M. Méchain.....	0.0766
	Méri, Bourges.....	0.1027		Rieupeirox, Lagaste.....	0.0681
	Bourges, Morogues.....	0961		Rodès, Lagaste.....	0.663
	Dun, Morogues.....	0874		Rieupeirox, Saint-Georges..	0.652
	Bourges, Dun.....	0.384		Lagaste, Combatjou.....	0.802
95	Morlac, Bourges.....	0.1425	140	Lagaste, Saint-Georges.....	0.0552
	Morlac, Dun.....	0.0710		Saint-Georges, Montredon...	0.0719
	Dun, Belvédère.....	0614		Saint-Georges, Combatjou....	0.805
	Belvédère, Morlac.....	0649		Combatjou, Montredon.....	0.727
	Cullan, Morlac.....	0593		Combatjou, Montalet.....	0.668
100	Cullan, Belvédère.....	0.0656	145	Montredon, Montalet.....	0.0627
	Saint-Saturnin, Morlac.....	0.0893		Montalet, Nore.....	0.0655
	Saint-Saturnin, Cullan.....	0435		Montredon, Nore.....	0.673
	Laage, Cullan.....	0861		Montredon, Saint-Pons.....	0.991
	Laage, Saint-Saturnin.....	0808		Saint-Pons, Alarie.....	0.962
105	Arpheuille, Cullan.....	0.0784	150	Nore, Saint-Pons.....	0.0758
	Arpheuille, Laage.....	0.0807		Nore, Alarie.....	0.0746
	Sermur, Laage.....	0818		Nore, Carcassonne.....	0.843
	Sermur, Arpheuille.....	0838		Alarie, Carcassonne.....	0.753
	Orgnat, Laage.....	0737		Carcassonne, Bugarach.....	1.062
110	Orgnat, Sermur.....	0.0950	155	Alarie, Bugarach.....	0.0717
	Evaux, Laage.....	0.0574		Alarie, Tauch.....	0.0769
	Evaux, Orgnat.....	0677		Salces, Vernet.....	0.720
	Bordes, Orgnat.....	0998		Salces, Espira.....	0.832
	Bordes, Sermur.....	0649		Vernet, Espira.....	0.848
115	La Fagitière, Sermur.....	0.0729	160	Vernet, Forcéral.....	0.0763

NOMS DES STATIONS.		FACT. n.	NOMS DES STATIONS.		FACT. n.
Espira, Tauch.....	0.0860		N.-D.-du Mont, Roca.....	0.1063	
Espira, Forceral.....	0848		Roca, Puy-se-Calm.....	0810	
Tauch, Bugarach.....	1125		Roca, Matagalls.....	0695	
Tauch, Forceral.....	0764		Puy-se-Calm, Matagalls.....	0702	
165 Bugarach, Forceral.....	0.0992	180	Puy-se-Calm, Rodès.....	0.0617	
Bugarach, Estella.....	0.0706		Matagalls, Rodès.....	0.0563	
Perpignan, Forceral.....	0884		Matas, Matagalls.....	1048	
Forceral, Estella.....	0897		Rodès, Montserrat.....	0712	
Forceral, Camellas.....	0841		Rodès, Matas.....	0704	
170 Camellas, Perpignan.....	0.0691	185	Montserrat, Matas.....	0.0697	
Estella, Camellas.....	0.0853		Montserrat, Valvidrera.....	0.0717	
Camellas, N.-D.-du-Mont....	0851		Matas, Valvidrera.....	0738	
Estella, Puy-se-Calm.....	0652		Matas, Montjouy.....	0779	
Estella, N.-D.-du-Mont.....	0728		189 Valvidrera, Montjouy.....	0.0776	
175 N.-D.-du-Mont, Puy-se-Calm..	0.0742				

Remarques. Les quarante-cinq premiers résultats ont été obtenus depuis le mois de mai jusqu'en novembre, c'est-à-dire dans la saison où l'on observe le plus communément. Ils offrent cependant des inégalités très-sensibles.

Le 12^e est négatif. Les deux observations sont du mois de juillet. A Fiefs le temps étoit très-chaud et orageux, et le clocher de Bonnières se voyoit mal. Cette dernière circonstance devoit augmenter la distance au zénith de quelques secondes. En diminuant de 9^e la distance observée on auroit $n = 0.0020$; mais il n'en est pas moins sûr qu'à l'instant des deux observations la réfraction étoit à peu près nulle. Elle étoit encore assez foible quand on observoit Beauquène de Bonnières; elle étoit plus forte quand on observoit Sauti, et cependant l'observation de Sauti a été faite entre les deux autres, et toutes trois sont de dix à onze heures du matin. Fiefs

étoit presque au nord, Sauti vers l'est, et Beauquène au sud-ouest.

La réfraction étoit encore très-foible à Fiefs quand on observoit le Mesnil, tandis que toutes les observations faites au Mesnil indiquent le plus souvent une réfraction plus forte que la moyenne.

Sauti, dans toutes les combinaisons, indique une forte réfraction. Il est au milieu d'un bois, et tous ces clochers se voient au-delà de bois d'une étendue assez considérable.

La première dizaine donne par un milieu . . .	0.07082
La seconde	0.08495
La troisième	0.07415
Milieu des trois premières dizaines	0.07664

La réfraction a toujours été assez forte à Noyers. Nous étions aux premiers jours d'octobre, et les observations se faisoient vers le soir.

La quatrième dizaine donne par un milieu . . .	0.08468
Les quatre dizaines donnent	0.07865
Les quarante-cinq premières donnent	0.07796

Les cinq dernières sont d'été; les cinq suivantes sont d'hiver ou d'un temps froid et pluvieux. Elles indiquent pourtant la réfraction peu forte.

La cinquième dizaine donne	0.7119
Et les cinquante	0.077158
Les dix suivantes sont de plein hiver et donnent	0.09301
Les soixante	0.07956
La septième dizaine est d'un hiver très-rigou-	
reux et donne	0.10982
Les soixante et dix	0.08407

Les observations de Boiscommun ont été faites par un temps de brouillard ; celles de Pithiviers et Châtillon sur la neige et par un froid très-rigoureux.

A Boiscommun j'ai répété les observations un grand nombre de fois, pour voir si les changemens du baromètre et de l'hygromètre influoient sur la réfraction : je n'ai rien pu remarquer.

J'ai laissé pendant plusieurs heures l'instrument bien callé et la lunette dirigée sur Châteauneuf, dans l'intervalle des observations de distances au zénith, et je n'ai pas vu de variations sensibles dans la hauteur, si ce n'est en observant le clocher de Chapelle-la-Reine (tome I, page 165).

Il paroît que c'est le brouillard qui influe surtout sur les réfractions, et qui donne pour n des valeurs de 0.14 à 0.17. Je laisse donc à part les observations non numérotées de Boiscommun.

La dixaine suivante présente des irrégularités singulières. Les observations de Vouzon, Soème et Sainte-Montaine ont été faites par des temps affreux. D'Ennordre à Méri le rayon visuel rasoit une plaine couverte de bruyères, et les ondulations étoient excessives. Il en étoit de même à peu près d'Ennordre à Méri et Soème. Les 89 et 90 ont été observées par des temps plus doux quoique pluvieux.

Les dix donnent	0.09241
Les cinq dixaines d'hiver de 40 à 90 donnent . .	0.09743
La dixième est entièrement d'été, elle donne pourtant	0.08493
Les cent réunies donnent	0.088667
Les dix suivantes sont d'été et donnent	0.07931

Les dix suiv. de 110 à 120, quoique d'été, donnent	0.08586
De 120 à 130, été pluvieux	0.07706
De 130 à 140 le milieu est	0.06772

A commencer de 135 toutes les observations sont de M. Méchain qui a toujours fait plusieurs séries pour la même distance, et qui, à l'exception de quelques stations de Nore au Vernet, n'a guère observé passé le mois d'octobre, et presque toujours sur des montagnes où le rayon visuel ne rasoit pas le sol.

De 140 à 150	0.07185
De 150 à 160	0.08053
De 160 à 170	0.08608
De 170 à 180	0.07733
De 180 à 189	0.07194
Les 89 dernières	0.09768
Le milieu entre les 189	0.08388

En rejetant les observations faites dans le brouillard et dans le temps décidément pluvieux, il restera 159 observations qui par un milieu donneront 0.07876

Les 17 observations de l'horizon de la mer donnent par un milieu 0.0783

J'ai rejeté de 57 à 69 inclusivement, de 71 à 75, de 76 à 88. Pour avoir quelque chose de plus précis il faudroit des observations réciproques, simultanées, en très-grand nombre.

M. Méchain avoit commencé des calculs semblables pour la partie espagnole de la Méridienne; mais comme il n'avoit rien achevé, j'ai cru devoir tout recommencer d'autant plus que ne trouvant pas ses formules, je ne concevois pas trop d'abord quelle méthode il avoit ima-

ginée. En examinant ses calculs, voici à peu près comme je soupçonne qu'il aura raisonné.

Supposons qu'on ait mesuré les deux distances réciproques δ et δ' au zénith, on aura

$$dN = K. \cot. \delta + (\frac{1}{2} - n) K. \text{tang. } C$$

n est là pour tenir compte de la réfraction. Négligeons d'abord la réfraction nous aurons

$$\begin{aligned} dN &= K. \cot. \delta + \frac{1}{2} K. \text{tang. } C = K. \cot. \delta + \frac{\frac{1}{2} K^2}{R} \\ &= K. \cot. \delta + \frac{K^2}{2R} \end{aligned}$$

On aura de même pour l'autre distance

$$dN = K. \cot. \delta' + \frac{K^2}{2R}$$

Ces deux valeurs de dN devraient être égales au signe près, et elles le seroient si l'on n'eût pas négligé la réfraction; leur inégalité sera proportionnelle à la réfraction négligée. Elle sera donc propre à faire connoître la réfraction; il suffira de la diviser par $K \sin. 1''$.

La réfraction connue on aura

$$n = \frac{r}{C}$$

Exemple. On avoit trouvé

$\delta' = 91^{\circ} 15' 48''$ distance de Matas au zénith de Montserrat.

et

$\delta = 89^{\circ} 2' 28''$ distance de Montserrat au zénith de Matas.

K	4.30784	4.30784	$C. \log. R$	3.48550	
$\cot. \delta'$	8.34347		$\cot. \delta$..	8.22369	$C. \log. 2$	9.69847
- 448'03		2.65131	+ 340'03	2.53153	$\log. \text{constant.}$	3.18427
+ 63.09			+ 63.09		$2 \log. K$	8.61568
$dN = 384.94$			$dM' = 403.12$			1.79995
$dN' = 403.12$						

Ces deux valeurs diffèrent à cause de la réfraction négligée ; l'une est trop forte et l'autre trop faible. L'effet de la réfraction diminue δ' et sa cotangente, mais en diminuant δ il augmentoit sa cotangente.

$\frac{1}{2}(dN' - dN'')$	$= 9^{\circ}09$	0.95856
$C. K$		5.69216
$\text{compl. sin. } I''$		5.31443
$R = I' 32''/3$		1.96515
$C. K$		5.69216
$C. \log. \text{constant}$		1.20040
$n = 0.07206$		8.85771

Montserrat est donc élevé de..... 393' 98 au dessus de Matas.

Mais Matas est au-dessus de la mer de.. 240.56

Donc l'élevation de Montserrat..... 634.54

Pour comparer K et R il falloit réduire K en secondes ; c'est ce qu'on fait au moyen du logarithme constant dont le complément est 1.20040.

Calculons le même exemple par ma méthode.

$\delta'' = 91^{\circ} 15' 48''$		$\delta' + \delta - 180^{\circ} = 18^{\circ} 16''$...	3.03981	
$\delta = 89 \quad 2 \quad 28$		$\frac{1}{2} R. \sin. I''$	0.89944	
$\delta' - \delta = 2 \quad 13 \quad 20$	K	4.30784	$C. \log. K$	5.69216
$\frac{1}{2}(\delta' - \delta) = 1 \quad 6 \quad 40$	tang. ...	8.28769	- 0.42794.....	9.63138
	$dN = 394^{\circ}03$...	2.59553	$\frac{1}{2} = +$	0.5
Ci-dessus	$dN'' = 393.98$		$n =$	0.07206
	Différence =	0.05	Ci-dessus ..	0.07206

Cette méthode de M. Méchain est très-ingénieuse, mais elle est un peu longue. Elle donne dN avec une précision suffisante ; mais la valeur qu'elle fait trouver pour n est un peu trop dépendante de celle de

$\frac{1}{2} (dN' - dN)$. Supposons en effet $\frac{1}{2} (dN' - dN) = 9^t24$, c'est-à-dire, plus forte de 0^t15 , et nous aurons $n = 0.07325$ au lieu de 0.07206 . Or la formule qui donne dN n'étant qu'approximative, on ne peut pas répondre de 0^t15 , ni par conséquent de 0.001 sur n . Il sera toujours plus exact de recourir aux données primitives. Malgré ces petits inconvénients j'ai cru qu'on verroit cette méthode avec plaisir. En voici une seconde que je trouve sans aucun renseignement dans un autre manuscrit qui n'est point complet.

A Matas, Montserrat . . .	$\delta = 89^\circ 2' 28''$	<i>log. constant</i> 8.79960
A Monserrat, Matas . . .	$\delta' = 91^\circ 15' 48''$	<i>K</i> . . . 4.30784
$\delta + \delta' - 180 = \dots$	18 16	$K'' = 21' 20''7$ 3.10744
<i>K</i> = . . .	21 20.7	
Double réfraction . . .	3 4.70	<i>C. K''</i> . . . 6.89256
Réfraction . . .	1 32.35	1.96544
		$0.07211 = n$. 8.85800
$90^\circ - \delta$	$0^\circ 57' 32''$	
$\frac{1}{2} K''$	+ 10 40.3	
Réfraction	- 1 32.3	
$\frac{1}{2} (\delta - \delta')$	1 6 40.0	<i>sin</i> . . . 8.28761
$90^\circ + - K$	90 10 40	<i>C. sin</i> . . . 0.00000
		<i>K</i> . . . 4.30784
	$dN = 393^t 96$	2.59545
Hauteur de Matas . . .	240.56	
Hauteur de Montserrat . . .	634.52	

C'est tout simplement la méthode trigonométrique ; elle est plus longue que mes formules, et quand on a tant de calculs pareils à exécuter, le moindre avantage devient précieux. Quand on ne gagneroit que deux lo-

garithmes à chaque opération, ce seroit ici au total près de 400 logarithmes de moins à chercher.

Il nous reste à voir comment M. Méchain calculoit les observations de l'horizon de la mer. Voici son premier calcul pour Montjouy.

Suivant moi

Degré du grand cercle....	570508	4.7562418	$\frac{1}{2}$	9.69897
Rayon du cercle.....		1.7581226	$R^2 (1 + \frac{1}{2} n)$..	6.51543
Log. $\frac{1}{2}$ pour la réfraction.	1.172414	0.0690809	$C. (1 - n) = (0.92)^2$..	0.07242
		0.3010300	log. constant.....	6.28682
		<u>6.8844953</u>	$\text{tang.}^2 (\delta - 90)$	5.74336
$2 \log. (2 R'')$		1.2309102	$dN = 107^{\circ}20$	2.03018
Log. constant.....		5.6535851		
$(25' 35'' 59)''$		6.3725480		
$dN = 106^{\circ}208$		2.026133		

La différence entre ces deux valeurs de dN vient de ce que j'ai fait n un peu trop fort; en faisant $n = 0.076$, j'aurois eu à très peu près la même valeur pour dN .

D'autres observations m'ont donné.	$\left\{ \begin{array}{l} 107.2 \\ 107.1 \\ 103.5 \\ 106.5 \\ 106.2 \\ 100.5 \end{array} \right.$
Le nivellement a donné	105.1
	+ 0.1

Ces distances ont été mesurées dans une direction sud 30° à l'est, ainsi $Z = 30^\circ$.

Nous devrions ajouter $0^{\circ}13$ pour l'aplatissement. Nous aurons donc au total $0^{\circ}2$ pour l'excès des distances sur le nivellement. Quelques légers changemens à la va-

leur de n accorderoient ces observations. Mais on voit qu'une observation unique ne seroit pas sûre à 6 toises près sur cent, même dans des circonstances qui paroissent favorables. Il est vrai que la dernière de ces séries, celle qui donne la moindre hauteur a été faite vers le soir, et que la réfraction devoit être plus forte que la moyenne.

Les distances réciproques doivent être plus sûres en ce qu'elles ne supposent que l'égalité des deux réfractations et qu'on a la chance des compensations.

J'ai calculé de même toutes les autres observations de la mer ; en voici la table :

STATIONS.	MER.	DIST. récipr.	DIFFÉR.	n .	MER.	DIST. récipr.	DIFFÉR.
Montjoux	106.0	105.1	+ 1.0	74			
Valvidrera	244.2	241.5	+ 2.7	78	241.8	241.4	+ 0.4
Rodès	552.9	541.5	+ 11.4	70	547.1	542.2	+ 4.9
Matas	242.3	239.8	+ 2.5	70	240.0	240.5	- 0.5
Roca	515.8	509.3	+ 6.5	75	511.4	510.6	+ 0.8
Noire-Dame-du-Mont	581.3	575.2	+ 6.1	75	576.6	578.5	+ 1.9
Estella	801.0	808.4	- 17.4	88	802.0	813.0	- 31.0
Camellas	382.4	375.4	+ 7.0	75	378.6	378.9	- 0.3
Perpignan	36.7	36.5	+ 0.2	80			
Forceral	255.6	257.2	- 1.6	81			
Espira	231.3	229.0	+ 2.3	78			
Alarie	309.4	304.4	+ 5.0	76			
Saint-Pons	534.0	526.6	+ 7.4	75			
Bugarach	618.2	626.3	+ 8.1	81			
Tauch	432.5	446.9	- 14.4	95			
Nore	616.4	616.4	+ 0.0	80			
Montalet	660.1	641.3	+ 18.8	70			

La colonne n indique les valeurs qu'il faudroit donner au facteur de la réfraction pour accorder la mer

avec les distances réciproques. Le milieu entre toutes ces valeurs est $n = 0.0783$.

Les trois dernières colonnes contiennent les quantités trouvées par M. Méchain. Il n'a pas poussé plus loin ces calculs. Sa manière pour tenir compte de l'aplatissement est de donner aux degrés du grand cercle différentes valeurs, suivant l'angle qu'ils font avec le méridien.

Ainsi à Monjouy il suppose . . .	57050.8	36°	S. E.
A Valvidrera	57102.8	51	S. E.
A Matas	57087.9	18	S. E.
A Rodòs	57020.5	41	S. E.
A Roca	57211.9	92	E.
A Notre-Dame-du-Mont . . .	57102.8	45	N. E.
A Camellas	57102.8	45	S. E.
A Estella	57007.2	80	N. E.

Le manuscrit ne dit pas comment on a trouvé ces valeurs des degrés, et l'on ne voit pas bien comment à Roca et Estella une différence de 10° dans l'azimut en produit une de 200 toises dans la valeur du degré.

Par la première des tables suivantes on trouvera la correction soustractive qui changera le logarithme de l'arc en celui de sinus. Pour passer du sinus à l'arc la correction seroit additive.

Dans la table II, dont les logarithmes sont à douze décimales, on trouve ce qu'il faut ajouter à $\log. \sin. A$ pour avoir $\log. A$.

Si la caractéristique étoit plus forte d'une unité que celles de la table, on centupleroit la correction; ainsi auprès du logarithme 3.000 de sinus A on trouve la correction $+ 0.00000.00067.81$ à douze décimales. Si l'on avoit 4000 au lieu de 3800, la correction seroit $0.00000.06781$.

Pour passer du $\log.$ de A à celui de $\tan g. A$, on ajouteroit le double du nombre donné par l'une ou l'autre de ces tables.

TABLE I.

Différences entre le logarithme du sinus et celui de l'arc.

Côtés en toises.	LOGARITHME π à 11 décimales.	Différ.	Côtés en toises.	LOGARITHME π à 11 décimales.	Différ.
100	0.00000.00000.7	2.0	3100	0.00000.00651.7	
200		2.7	3200		42.7
300		6.1	3300	.694.4	44.1
400		10.9	3400	.738.5	45.5
500		17.0	3500	.784.0	46.7
				.830.7	48.2
600		24.4	3600	.878.9	49.5
700		33.2	3700	.928.4	50.9
800		43.4	3800	.979.3	52.2
900		54.9	3900	1.031.5	53.6
1000		67.8	4000	1.085.1	54.9
1100		82.1	4100	1.140.0	56.3
1200		97.7	4200	1.196.3	57.6
1300		114.6	4300	1.253.9	59.0
1400		132.9	4400	1.312.9	60.4
1500		152.6	4500	1.373.3	61.7
1600		173.6	4600	1.435.0	63.1
1700		196.0	4700	1.498.1	64.4
1800		219.7	4800	1.562.5	65.8
1900		244.8	4900	1.628.3	67.1
2000		271.3	5000	1.695.4	68.5
2100		299.1	5100	1.763.9	69.8
2200		328.2	5200	1.833.7	71.3
2300		358.7	5300	1.905.0	72.5
2400		390.6	5400	1.977.5	73.9
2500		423.9	5500	2.051.4	75.3
2600		458.4	5600	2.126.7	76.6
2700		494.4	5700	2.203.3	78.0
2800		531.7	5800	2.281.3	79.4
2900		570.3	5900	2.360.7	80.7
3000	0.00000.00610.3	40.0	6000	0.0000002.441.4	82.0
		41.4			

CÔTÉS en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.	CÔTÉS en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.
6100	0.0000002.503.4		9600	0.0000006.249.9	
6200	2.606.8	83.4	9700	6.380.8	130.9
6300	2.691.6	84.8	9800	6.513.1	132.3
6400	2.777.8	86.2	9900	6.646.7	133.6
6500	2.865.2	87.4	10000	6.781.6	134.9
		88.9			136.3
6600	2.954.1		10100	6.917.9	137.7
6700	3.041.3	90.2	10200	7.055.6	139.0
6800	3.135.8	91.5	10300	7.194.6	140.4
6900	3.228.7	92.9	10400	7.335.0	141.7
7000	3.323.0	94.3	10500	7.466.7	143.1
		95.6			
7100	3.418.6	97.0	10600	7.619.8	144.5
7200	3.515.6	98.3	10700	7.764.3	145.8
7300	3.613.9	99.7	10800	7.910.7	147.1
7400	3.713.6	101.1	10900	8.057.2	148.6
7500	3.814.7	102.4	11000	8.205.8	149.8
7600	3.917.1	103.7	11100	8.355.6	151.3
7700	4.020.8	105.1	11200	8.506.9	152.5
7800	4.125.9	106.5	11300	8.659.4	154.0
7900	4.232.4	107.8	11400	8.813.4	155.3
8000	4.340.2	109.2	11500	8.968.7	156.6
8100	4.449.4		11600	9.125.3	158.1
8200	4.560.0	110.6	11700	9.283.4	159.3
8300	4.671.9	111.9	11800	9.442.7	160.7
8400	4.784.1	113.2	11900	9.603.4	162.1
8500	4.999.8	115.7	12000	9.765.5	163.5
		115.9			
8600	5.015.7	117.3	12100	9.929.0	164.8
8700	5.133.0	118.7	12200	10.095.8	166.1
8800	5.251.7	120.0	12300	10.259.9	167.5
8900	5.371.7	121.4	12400	10.427.4	168.9
9000	5.493.1	122.8	12500	10.596.3	170.2
9100	5.615.9	124.1	12600	10.766.5	171.6
9200	5.740.0	125.4	12700	10.938.1	172.9
9300	5.865.4	126.8	12800	11.111.0	174.3
9400	5.992.2	128.2	12900	11.285.3	175.6
9500	0.0000006.120.4	129.5	13000	0.0000011.460.9	177.0

Côtés en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.	Côtés en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.
13100	0.0000011.637.9	178.4	16600	0.0000018.687.4	225.9
13200	11.816.3	179.7	16700	18.913.3	227.1
13300	11.996.0	181.1	16800	19.140.4	228.6
13400	12.177.1	182.4	16900	19.369.0	229.9
13500	12.359.5	183.8	17000	19.598.9	231.2
13600	12.543.3	185.1	17100	19.830.1	232.6
13700	12.728.4	186.5	17200	20.062.7	234.0
13800	12.914.9	187.9	17300	20.296.7	235.3
13900	13.102.8	189.2	17400	20.532.0	236.7
14000	13.292.0	190.5	17500	20.768.7	238.0
14100	13.482.5	192.0	17600	21.006.7	239.4
14200	13.674.5	193.2	17700	21.246.1	240.8
14300	13.867.7	194.7	17800	21.486.9	242.1
14400	14.062.4	196.0	17900	21.739.0	243.4
14500	14.258.4	197.3	18000	21.992.4	244.9
14600	14.455.7	198.7	18100	22.247.3	246.1
14700	14.654.4	200.1	18200	22.463.4	247.6
14800	14.854.5	201.4	18300	22.711.0	249.0
14900	15.055.9	202.7	18400	22.960.0	250.1
15000	15.258.6	204.2	18500	23.210.1	251.6
15100	15.462.8	205.5	58600	23.461.7	252.9
15200	15.668.3	206.8	18700	23.714.6	254.4
15300	15.875.1	208.2	18800	23.969.0	255.6
15400	16.083.3	209.5	18900	24.224.6	257.0
15500	16.292.8	210.9	16006	24.481.6	258.4
15600	16.503.7	212.3	19100	24.740.0	259.8
15700	16.716.0	213.6	19200	24.999.8	261.1
15800	16.929.6	215.0	19300	25.260.9	262.4
15900	17.144.6	216.3	19400	25.523.3	263.8
16000	17.360.9	217.7	19500	25.787.1	265.2
16100	17.578.6	219.1	19600	26.052.3	266.5
16200	17.797.7	220.4	19700	26.318.8	267.2
16300	18.018.1	221.7	19800	26.586.7	269.2
16400	18.239.8	223.2	19900	26.855.9	270.6
16500	0.0000018.463.0	124.4	20000	0.0000027.126.5	271.9

Côtés en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.	Côtés en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.
20100	0.0000027.398.4	273.3	23600	0.0000037.770.9	320.8
20200	27.671.7	274.7	23700	38.091.7	322.1
20300	27.946.4	276.0	23800	38.413.8	323.5
20400	28.222.4	277.4	23900	38.737.3	324.8
20500	28.499.8	278.7	24000	39.062.1	326.2
20600	28.778.5	280.1	24100	39.388.3	327.6
20700	29.058.6	281.4	24200	39.715.9	328.9
20800	29.340.0	282.8	24300	40.044.8	330.2
20900	29.622.8	284.2	24400	40.375.0	331.7
21000	29.907.0	285.4	24500	40.706.7	332.9
21100	30.192.4	286.9	24600	41.039.6	334.4
21200	30.479.3	288.2	24700	41.374.0	335.7
21300	30.767.5	289.6	24800	41.709.7	337.0
21400	31.057.1	290.9	24900	42.046.7	338.4
21500	31.348.0	292.3	25000	42.385.1	339.8
21600	31.640.3	293.7	25100	42.724.9	341.1
21700	31.934.0	295.0	25200	43.066.0	342.5
21800	32.229.0	296.3	25300	43.408.5	343.8
21900	32.525.3	297.7	25400	43.752.3	345.2
22000	32.823.0	299.1	25500	44.097.5	346.5
22100	33.122.1	300.4	25600	44.444.0	347.9
22200	33.422.5	301.8	25700	44.791.9	349.3
22300	33.724.3	303.1	25800	45.141.2	350.6
22400	34.027.4	304.6	25900	45.491.8	351.9
22500	34.332.0	305.8	26000	45.843.7	353.4
22600	34.637.8	307.2	26100	46.197.1	354.6
22700	34.945.0	308.6	26200	46.551.7	356.1
22800	35.253.6	309.9	26300	46.907.8	357.4
22900	35.563.5	311.3	26400	47.265.2	358.7
23000	35.874.8	312.6	26500	47.623.9	360.1
23100	36.187.4	314.0	26600	47.984.0	361.5
23200	36.501.4	315.3	26700	48.345.5	362.8
23300	36.816.7	316.7	26800	48.708.3	364.2
23400	37.133.4	318.1	26900	49.072.5	365.5
23500	0.0000037.451.5	319.4	27000	0.0000049.438.0	366.9

Côtés en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.	Côtés en toises.	LOGARITHME x à 11 décimales.	Différ.
27100	0.0000049.804.9	368.2	30600	63.500.4	415.7
27200	50.173.1	369.6	30700	63.916.1	417.0
27300	50.542.7	371.0	30800	64.333.1	418.5
27400	50.913.7	372.3	30900	64.751.6	419.8
27500	51.286.0	373.7	31000	65.171.4	421.1
27600	51.659.7	375.0	31100	65.592.5	422.5
27700	52.034.7	376.4	31200	66.015.0	423.8
27800	52.411.7	377.7	31300	66.438.8	425.2
27900	52.788.8	379.1	31400	66.864.0	426.6
28000	53.167.9	380.4	31500	67.290.6	427.9
28100	53.548.3	381.8	31600	67.718.5	429.3
28200	53.938.1	383.2	31700	68.147.8	430.6
28300	54.313.3	384.5	31800	68.578.4	432.0
28400	54.697.8	385.9	31900	69.010.4	433.4
28500	55.083.7	387.2	32000	69.443.8	434.7
28600	55.470.9	388.6	32100	69.878.5	436.0
28700	55.859.5	390.0	32200	70.314.5	437.5
28800	56.249.5	391.3	32300	70.752.0	438.7
28900	56.640.8	392.6	32400	71.190.7	440.1
29000	57.033.4	394.8	32500	71.630.8	441.5
29100	57.427.4	395.4	32600	72.072.3	442.9
29200	57.822.8	396.7	32700	72.515.2	444.2
29300	58.219.5	398.1	32800	72.959.4	445.5
29400	58.617.6	399.4	32900	73.404.9	446.9
29500	59.017.0	400.8	33000	73.851.8	448.3
29600	59.417.8	402.2	33100	74.300.1	449.6
29700	59.820.0	403.5	33200	74.749.7	451.0
29800	60.223.5	404.8	33300	75.200.7	452.3
29900	60.628.3	406.3	33400	75.653.0	453.7
30000	61.034.6	407.5	33500	76.106.7	455.1
30100	61.442.1	409.0	33600	76.561.8	456.4
30200	61.851.1	410.3	33700	77.010.2	457.7
30300	62.261.4	411.6	33800	77.475.9	459.1
30400	62.673.0	413.0	33900	77.935.0	460.5
30500	0.0000063.086.0	414.4	34000	78.395.5	461.8

Côtés en toises.	LOGARITHME π à 11 décimales.	Différ.	Côtés en toises.	LOGARITHME π à 11 décimales.	Différ.
34100	0.0000078.857.3	463.2	37100	0.0000093.342.9	503.9
34200	79.320.5	464.6	37200	93.846.8	505.2
34300	79.785.1	465.9	37300	94.352.0	506.6
34400	80.251.0	467.2	37400	94.858.6	507.9
34500	80.718.2	468.6	37500	95.366.5	109.3
34600	81.186.8	470.0	37600	95.875.8	510.7
34700	81.656.8	471.3	37700	96.386.5	512.0
34800	82.128.1	472.7	37800	96.898.5	513.3
34900	82.600.8	474.0	37900	97.411.8	514.8
35000	83.074.8	475.4	38000	97.926.6	516.1
35100	83.550.2	476.8	38100	98.442.7	517.4
35200	84.027.0	478.1	38200	98.960.1	518.8
35300	84.505.1	479.4	38300	99.478.9	520.1
35400	84.984.5	480.9	38400	99.999.0	521.5
35500	85.465.4	482.1	38500	100.520.5	622.9
35600	85.947.5	483.6	38600	101.043.4	524.2
35700	86.431.1	484.8	38700	101.567.6	525.6
35800	86.915.9	486.3	38800	102.093.2	526.9
35900	87.402.2	487.6	38900	102.620.1	528.3
36000	87.889.8	488.9	39000	103.148.4	529.7
36100	88.378.7	490.3	39100	103.678.1	531.0
36200	88.869.0	491.7	39200	104.209.1	532.3
36300	88.360.7	493.0	39300	104.741.4	533.7
36400	89.853.7	494.4	39400	105.275.1	535.1
36500	90.348.1	495.8	39500	105.810.2	536.4
36600	90.843.9	497.0	39600	106.346.6	537.8
36700	91.340.9	498.5	39700	106.884.4	539.2
36800	91.839.4	499.8	39800	107.423.6	540.4
36900	92.339.2	501.2	39900	107.964.0	541.9
37000	0.0000092.840.4	502.5	40000	0.0000108.505.9	543.2

Nota. Dans la table II on a supprimé tous les zéros qui précèdent les figures significatives.

Si la caractéristique du logarithme sin. A étoit 4 au lieu de 3, on chercheroit avec la caractéristique 3, et l'on centupleroit la correction trouvée, en avançant tous les chiffres de deux rangs vers la gauche.

TABLE II ou table des logarithmes de $\left(\frac{A}{\sin. A}\right)$.

A douze décimales.

ARGUMENT, log. sin. de A en toises.

Log. sin. A.	Log. $\left(\frac{A}{\sin. A}\right)$.	Différ.	Log. sin. A.	Log. $\left(\frac{A}{\sin. A}\right)$.	Différ.	Log. sin. A.	Log. $\left(\frac{A}{\sin. A}\right)$.	Différ.
2.000	0.68	0.39						
2.1	1.07	0.63	21	74.70		51	85.77	0.40
2.2	1.70	1.00	22	75.05	0.35	52	86.17	0.39
2.3	2.70	1.58	23	75.39	0.35	53	86.56	0.40
2.4	4.38	2.50	24	75.74	0.35	54	86.96	0.40
2.5	6.78	3.96	25	76.39	0.35	55	87.36	0.41
2.6	10.74	6.29	26	76.44	0.26	56	87.77	0.40
2.7	17.03	9.97	27	76.80	0.35	57	88.17	0.41
2.8	17.00	15.79	28	77.15	0.36	58	88.58	0.41
2.9	42.79	25.02	29	77.51	0.35	59	88.99	0.40
3.000	67.81	0.31	3.030	77.86	0.36	3.060	89.39	0.42
3.001	68.13	0.32	31	78.22	0.36	61	89.81	0.42
2	68.44	0.32	32	78.58	0.37	62	90.23	0.41
3	68.76	0.32	33	78.95	0.36	63	90.64	0.42
4	69.08	0.32	34	79.31	0.37	64	91.06	0.42
5	69.40	0.32	35	79.68	0.37	65	91.48	0.42
6	69.72	0.32	36	80.05	0.36	66	91.90	0.43
7	70.04	0.32	37	80.41	0.38	67	92.33	0.42
8	70.36	0.33	38	80.79	0.37	68	92.75	0.43
9	70.69	0.32	39	81.16	0.38	69	93.18	0.43
3.010	71.01	0.33	3.040	81.54	0.37	3.070	93.61	0.43
11	71.34	0.33	41	81.81	0.38	71	94.04	0.44
12	71.67	0.33	42	82.29	0.38	72	94.48	0.43
13	72.00	0.33	43	82.67	0.38	73	94.91	0.44
14	72.33	0.34	44	83.05	0.38	74	95.35	0.44
15	72.67	0.33	45	83.43	0.38	75	95.79	0.45
16	73.00	0.34	46	83.81	0.39	76	96.24	0.44
17	73.34	0.34	47	84.20	0.39	77	96.68	0.45
18	73.68	0.34	48	84.99	0.39	78	97.13	0.44
19	74.02	0.34	49	84.98	0.40	79	97.57	0.45
3.020	74.36	0.34	3.050	85.38	0.39	3.080	98.02	0.46

Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A)	Différ.
81	98.48		116	115.70		151	135.91	0.62
82	98.93	0.45	117	116.13	0.53	152	136.56	0.63
83	99.39	0.46	118	116.77	0.54	153	137.19	0.64
84	99.85	0.46	119	117.31	0.54	154	137.83	0.63
85	100.31	0.46	3.120	117.85	0.54	155	138.46	0.64
86	100.77		121	118.39		156	139.10	0.64
87	101.24	0.47	122	118.94	0.55	157	139.74	0.65
88	101.70	0.46	123	119.49	0.55	158	140.39	0.65
89	102.17	0.47	124	120.04	0.55	159	141.04	0.65
3.090	102.84	0.48	125	120.60	0.56	3.160	141.69	0.65
91	103.12		126	121.15		161	142.34	0.66
92	103.60	0.48	127	121.71	0.56	162	143.00	0.66
93	104.07	0.47	128	122.27	0.55	163	143.66	0.66
94	104.55	0.48	129	122.84	0.57	164	144.32	0.67
95	105.03	0.48	3.130	123.41	0.57	165	144.99	0.67
96	105.52		131	123.98		166	145.66	0.67
97	106.01	0.49	132	124.55	0.57	167	146.33	0.68
98	106.50	0.49	133	125.12	0.57	168	147.01	0.67
99	106.99	0.49	134	125.70	0.58	169	147.68	0.68
3.100	107.48	0.50	135	126.28	0.58	3.170	148.36	0.69
101	107.98		136	126.86		171	149.05	0.69
102	108.48	0.50	137	127.45	0.59	172	149.74	0.69
103	108.98	0.50	138	128.04	0.59	173	150.43	0.69
104	109.48	0.50	139	128.63	0.59	174	151.12	0.70
105	109.98	0.51	3.140	129.22	0.60	175	151.82	0.71
106	110.49		141	129.82		176	152.52	0.70
107	111.00	0.51	142	130.42	0.60	177	153.23	0.71
108	111.51	0.51	143	131.02	0.60	178	153.93	0.71
109	112.03	0.52	144	131.62	0.61	179	154.64	0.72
3.110	112.55	0.52	145	132.23	0.61	3.180	155.35	0.72
111	113.07		146	132.84		181	156.07	0.72
112	113.59	0.52	147	133.45	0.61	182	157.79	0.73
113	114.11	0.53	148	134.07	0.62	183	157.52	0.73
114	114.64	0.53	149	134.69	0.62	184	158.25	0.73
115	115.17	0.53	3.150	135.31	0.63	185	158.98	0.73

Loc. sin. A.	Log. $\frac{A}{\sin. A}$.	Différ.	Loc. sin. A.	Log. $\frac{A}{\sin. A}$.	Différ.	Loc. sin. A.	Log. $\frac{A}{\sin. A}$.	Différ.
186	159.71		221	187.64		256	220.46	
187	168.45	0.74	222	188.51	0.87	257	221.48	1.02
188	161.19	0.74	223	189.38	0.87	258	222.50	1.02
189	161.93	0.74	224	190.25	0.87	259	223.53	1.03
3.190	162.68	0.75	225	191.13	0.88	3.260	224.56	1.03
		0.75			0.88			1.04
191	163.43	0.75	226	192.01	0.89	261	225.60	1.04
192	164.18	0.76	227	192.90	0.89	262	226.64	1.04
193	164.94	0.76	228	193.79	0.89	263	227.68	1.04
194	165.70	0.77	229	194.69	0.90	264	228.73	1.05
195	166.47	0.77	3.230	195.59	0.90	265	229.79	1.06
		0.77			0.90			1.06
196	167.24	0.77	231	196.49	0.91	266	230.85	1.06
197	168.01	0.78	232	197.40	0.91	267	231.91	1.07
198	168.79	0.78	233	198.31	0.91	268	232.98	1.07
199	169.57	0.78	234	199.22	0.91	269	234.06	1.08
3.200	170.35	0.78	235	200.14	0.92	3.270	235.14	1.08
		0.78			0.92			1.09
201	171.13	0.79	236	201.06	0.93	271	236.23	1.09
202	171.92	0.80	237	201.99	0.93	272	237.32	1.09
203	172.73	0.80	238	202.92	0.93	273	238.42	1.10
204	173.52	0.80	239	203.86	0.94	274	239.52	1.10
205	174.32	0.80	3.240	204.80	0.94	275	240.62	1.10
		0.80			0.94			1.11
206	175.12	0.81	241	205.74	0.95	276	241.73	1.12
207	175.93	0.81	242	206.69	0.96	277	242.85	1.12
208	176.74	0.81	243	207.65	0.96	278	243.97	1.12
209	177.56	0.82	244	208.61	0.96	279	245.09	1.13
3.210	178.38	0.82	245	209.57	0.97	3.280	246.22	1.13
		0.82			0.97			1.14
211	179.20	0.83	246	210.54	0.97	281	247.36	1.14
212	180.03	0.83	247	211.51	0.97	282	248.50	1.14
213	180.86	0.83	248	212.48	0.97	283	249.65	1.15
214	181.69	0.83	249	213.46	0.98	284	250.80	1.15
215	182.53	0.84	3.250	214.45	0.99	285	251.96	1.16
		0.84			0.99			1.16
216	183.37	0.85	251	215.44	1.00	286	253.12	1.17
217	184.22	0.85	252	216.44	1.00	287	254.29	1.18
218	185.07	0.85	253	217.44	1.00	288	255.47	1.18
219	185.92	0.86	254	218.44	1.01	289	256.65	1.18
3.220	186.78	0.86	255	219.45	1.01	3.290	257.83	1.18
		0.86			1.01			1.19

Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A)	Différ.
291	259.02	1.20	326	304.32	1.41	361	357.54	1.65
292	260.22	1.20	327	305.73	1.41	362	359.19	1.66
293	261.42	1.20	328	307.14	1.42	363	360.85	1.67
294	262.62	1.21	329	308.56	1.42	364	362.52	1.67
295	263.83	1.22	3.330	309.98	1.43	365	364.19	1.68
296	365.05	1.23	331	311.41	1.44	366	365.77	1.69
297	266.28	1.23	332	312.85	1.44	367	367.56	1.70
298	267.51	1.23	333	314.29	1.45	368	369.29	1.71
299	268.74	1.24	334	315.74	1.46	369	370.97	1.71
3.300	269.98	1.25	335	317.20	1.46	3.370	372.68	1.72
301	271.23	1.25	336	318.66	1.47	371	374.40	1.73
302	272.48	1.26	337	320.13	1.48	372	376.13	1.74
303	273.74	1.26	338	321.61	1.49	373	377.47	1.74
304	275.00	1.27	339	323.10	1.49	374	379.61	1.75
305	276.27	1.28	3.340	324.59	1.50	375	381.36	1.76
306	277.55	1.28	341	326.09	1.50	376	383.12	1.77
307	278.84	1.29	342	327.59	1.51	377	384.89	1.78
308	280.12	1.29	343	329.10	1.52	378	386.67	1.78
309	281.41	1.30	344	330.62	1.53	379	388.45	1.79
3.310	282.71	1.30	345	332.15	1.53	3.380	390.24	1.80
311	284.01	1.31	346	333.58	1.54	381	392.04	1.81
312	285.32	1.32	447	335.22	1.55	382	393.85	1.82
313	286.64	1.32	348	336.77	1.55	883	395.67	1.83
314	287.96	1.33	349	338.32	1.56	384	397.50	1.83
315	289.29	1.33	3.350	339.88	1.57	385	399.33	1.84
316	290.62	1.34	351	341.45	1.58	386	401.17	1.85
317	291.96	1.35	352	343.03	1.59	387	403.02	1.86
318	293.31	1.36	353	344.61	1.60	388	404.88	1.87
319	294.67	1.36	354	346.20	1.61	389	406.75	1.88
3.320	296.03	1.37	355	347.80	1.61	3.390	408.63	1.89
321	297.40	1.37	356	349.41	1.62	391	410.52	1.90
322	298.77	1.38	357	351.02	1.63	392	412.42	1.90
323	300.15	1.38	358	352.64	1.63	393	414.32	1.91
324	301.53	1.39	359	354.27	1.64	394	416.23	1.92
325	302.92	1.40	3.360	355.90	1.65	395	418.15	1.93

Log. sin. A.	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$.	Differ.	Loc. sin. A.	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$.	Differ.	Loc. sin. A.	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$.	Differ.
3.396	420.08	1.94	431	493.55	2.28	466	579.87	2.68
397	422.02	1.95	432	495.83	2.29	467	582.45	2.69
398	423.97	1.96	433	498.12	2.30	468	585.24	2.70
399	425.93	1.96	434	500.42	2.31	469	587.94	2.71
3.400	427.89	1.97	435	502.73	2.32	3.470	590.65	2.73
401	429.86	1.98	436	505.05	2.33	471	593.38	2.74
402	431.84	2.00	437	507.38	2.34	472	596.12	2.75
403	433.84	2.01	438	509.72	2.35	473	598.87	2.76
404	435.85	2.01	439	512.07	2.37	474	601.63	2.78
405	437.86	2.02	3.440	514.44	2.37	475	604.41	2.79
406	439.88	2.03	441	516.81	2.38	476	607.20	2.80
407	441.91	2.04	442	519.19	2.40	477	610.00	2.82
408	443.95	2.05	443	521.59	2.41	478	612.82	2.83
409	446.00	2.06	444	524.00	2.42	479	615.65	2.84
3.410	448.06	2.07	445	526.42	2.43	3.480	618.49	2.85
411	450.13	2.08	446	528.85	2.44	481	621.34	2.87
412	452.21	2.09	447	531.29	2.45	482	624.21	2.88
413	454.30	2.09	448	533.74	2.46	483	627.09	2.90
414	456.39	2.10	449	536.20	2.48	484	629.99	2.91
415	458.49	2.11	3.450	538.68	2.49	485	632.90	2.92
416	460.60	2.13	451	541.17	2.50	486	635.82	2.93
417	462.73	2.14	452	543.67	2.51	487	638.75	2.95
418	464.87	2.15	453	546.18	2.52	488	641.70	2.96
419	467.02	2.16	454	548.70	2.53	489	644.66	2.98
3.420	469.18	2.17	455	551.23	2.54	3.490	647.64	2.99
421	471.35	2.17	456	553.77	2.56	491	650.63	3.00
422	473.52	2.18	457	556.33	2.57	492	653.63	3.02
423	475.70	2.19	458	558.90	2.58	493	656.65	3.03
424	477.89	2.21	459	561.48	2.59	494	659.68	3.05
425	480.10	2.22	3.460	564.07	2.60	495	662.73	3.06
426	482.32	2.23	461	566.67	2.62	496	665.79	3.07
427	484.55	2.24	462	569.29	2.63	497	668.86	3.08
428	486.79	2.25	463	571.92	2.64	498	671.94	3.10
429	489.04	2.25	364	574.56	2.65	499	675.04	3.12
3.430	491.29	2.26	465	577.21	2.66	3.500	678.16	3.13

Loc. sin. A.	Loc. A ($\frac{A}{\sin. A}$)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A ($\frac{A}{\sin. A}$)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A ($\frac{A}{\sin. A}$)	Différ.
3.501	681.29	3.15	3.536	800.45	3.69	3.571	940.44	4.34
502	684.44	3.16	537	804.14	3.71	572	944.78	4.36
503	687.60	3.17	538	807.85	3.73	573	949.14	4.38
504	690.77	3.19	539	811.58	3.75	574	953.52	4.40
505	693.96	3.20	3.540	815.33	3.76	575	957.92	4.42
506	697.16	3.22	541	819.09	3.78	576	962.34	4.44
507	700.38	3.23	542	822.87	3.80	577	966.78	4.47
508	703.61	3.25	543	826.67	3.82	578	971.25	4.49
509	706.86	3.26	544	830.49	3.83	579	975.74	4.50
3.510	710.12	3.28	545	834.32	3.85	3.580	980.24	4.52
511	713.40	3.29	546	838.17	3.87	581	984.76	4.55
512	716.69	3.31	547	842.04	3.89	582	989.31	4.57
513	720.00	3.32	548	845.93	3.91	583	993.88	4.59
514	723.32	3.34	549	849.84	3.92	584	998.47	4.61
515	726.66	3.36	3.550	853.76	3.94	585	1003.98	4.63
516	730.02	3.37	551	857.70	3.96	586	1007.71	4.65
517	733.39	3.38	552	861.66	3.97	587	1012.36	4.67
518	736.77	3.40	553	865.63	3.99	588	1017.03	4.69
519	740.17	3.42	554	869.62	4.01	589	1021.72	4.72
3.520	743.59	3.43	555	873.63	4.03	3.590	1026.44	4.74
521	747.02	3.45	556	877.66	4.05	591	1031.18	4.76
522	750.47	3.46	557	881.71	4.07	592	1035.94	4.78
523	753.93	3.48	558	885.78	4.09	593	1040.72	4.80
524	757.41	3.50	559	889.87	4.11	594	1045.52	4.83
525	760.91	3.51	3.560	893.98	4.13	595	1050.35	4.85
526	764.42	3.53	561	898.11	4.15	596	1055.20	4.87
527	767.95	3.55	562	902.26	4.17	597	1060.07	4.89
528	771.50	3.56	563	906.43	4.19	598	1064.96	4.92
529	775.06	3.57	564	910.62	4.20	599	1069.88	4.94
3.530	778.63	3.60	565	914.82	4.22	3.600	1074.82	4.96
531	782.23	3.61	566	919.04	4.24	601	1079.78	4.98
532	785.84	3.63	567	923.28	4.26	602	1084.76	5.01
533	789.47	3.64	568	927.54	4.28	603	1089.77	5.03
534	793.11	3.66	569	931.82	4.30	604	1094.80	5.05
535	796.77	3.68	3.570	936.12	4.32	605	1099.85	5.08

Loc. <i>sin. A.</i>	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$	Différ.	Loc. <i>sin. A.</i>	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$	Différ.	Loc. <i>sin. A.</i>	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$	Différ.
3.606	1104.93	5.10	3.641	1298.17	5.99	3.676	1525.22	7.04
607	1110.03	5.12	642	1304.16	6.02	677	1532.26	7.08
608	1115.15	5.15	643	1310.18	6.05	678	1539.34	7.11
609	1120.30	5.17	644	1316.23	6.08	679	1546.45	7.14
3.610	1125.47	5.19	645	1322.31	6.11	3.680	1553.59	7.17
611	1130.66	5.22	646	1328.42	6.13	681	1560.76	7.20
612	1135.88	5.25	647	1334.55	6.16	682	1567.96	7.24
613	1141.13	5.27	648	1340.71	6.19	683	1575.20	7.27
614	1146.40	5.29	649	1346.90	6.21	684	1582.47	7.30
615	1151.69	5.31	3.650	1353.11	6.24	685	1589.77	7.34
616	1157.00	5.34	651	1359.35	6.27	686	1597.18	7.37
617	1162.34	5.37	652	1365.62	6.30	687	1604.48	7.40
618	1167.71	5.39	653	1371.92	6.34	688	1611.88	7.44
619	1173.10	5.41	654	1378.26	6.37	689	1619.32	7.48
3.620	1178.51	5.44	655	1384.63	6.40	3.690	1626.80	7.51
621	1183.95	5.46	656	1391.03	6.42	691	1634.31	7.54
622	1189.41	5.49	657	1397.45	6.44	692	1641.85	7.58
623	1194.90	5.52	658	1403.89	6.48	693	1649.43	7.61
624	1200.42	5.54	659	1410.37	6.51	694	1657.04	7.65
625	1205.96	5.57	3.600	1416.88	6.54	695	1664.69	7.68
626	1211.53	5.59	661	1423.42	6.57	696	1672.37	7.72
627	1217.12	5.62	662	1429.99	6.60	697	1680.09	7.76
628	1222.74	5.64	663	1436.59	6.63	698	1687.85	7.79
629	1228.38	5.67	664	1443.22	6.66	699	1695.64	7.82
3.630	1234.05	5.70	665	1449.88	6.69	3.700	1703.46	7.87
631	1239.75	5.72	666	1456.57	6.73	701	1711.33	7.90
632	1245.47	5.75	667	1463.30	6.76	702	1719.23	7.94
633	1251.22	5.77	668	1470.06	6.79	703	1727.17	7.97
634	1256.99	5.80	669	1476.85	6.82	704	1735.14	8.01
635	1262.79	5.83	3.670	1483.67	6.84	705	1743.15	8.04
636	1268.62	5.86	671	1490.51	6.87	706	1751.19	8.08
637	1274.48	5.89	672	1497.38	6.91	707	1759.27	8.12
638	1280.37	5.91	673	1504.29	6.94	708	1767.39	8.16
639	1286.28	5.93	674	1511.23	6.98	709	1775.55	8.20
3.640	1292.21	5.96	675	1518.21	7.01	3.710	1783.75	8.23

Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A.)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A.)	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. A (sin. A.)	Différ.
3.711	1791.98	8.27	3.746	2105.40	9.72	3.781	2473.62	11.42
712	1800.25	8.31	747	2115.12	9.76	782	2485.04	11.47
713	1808.56	8.35	748	2124.88	9.80	783	2496.51	11.53
714	1816.91	8.39	749	2134.68	9.85	784	2508.04	11.58
715	1825.30	8.42	3.750	2144.53	9.90	785	2519.61	11.63
716	1833.72	8.46	751	2154.43	9.95	786	2531.24	11.69
717	1842.18	8.50	752	2164.38	9.99	787	2542.93	11.74
718	1850.68	8.54	753	2174.37	10.04	788	2554.67	11.79
719	1859.22	8.58	754	2184.41	10.08	789	2566.46	11.84
3.720	1867.80	8.62	755	2194.49	10.13	3.790	2578.26	11.90
721	1876.42	8.67	756	2204.62	10.18	791	2590.20	11.96
722	1885.09	8.70	757	2214.80	10.22	792	2602.16	12.02
723	1893.79	8.74	758	2225.02	10.27	793	2614.18	12.06
724	1902.53	8.79	759	2235.29	10.32	794	2626.24	12.12
725	1911.32	8.83	3.760	2245.61	10.36	795	2638.36	12.18
726	1920.15	8.86	761	2255.97	10.42	796	2650.54	12.24
727	1929.01	8.90	762	2266.39	10.46	797	2662.78	12.29
728	1937.91	8.94	763	2276.85	10.51	798	2675.07	12.34
729	1946.85	8.99	764	2287.36	10.55	799	2687.41	12.40
3.730	1955.84	9.03	765	2297.91	10.61	3.800	2699.81	12.46
731	1964.87	9.07	766	2308.52	10.66	801	2712.27	12.53
732	1973.94	9.11	767	2319.18	10.70	802	2724.80	12.58
733	1983.05	9.15	768	2329.88	10.75	803	2737.38	12.63
734	1992.20	9.20	769	2340.63	10.81	804	2750.01	12.69
735	2001.40	9.24	3.770	2351.44	10.85	805	2762.70	12.75
736	2010.64	9.28	771	2362.29	10.91	806	2775.45	12.81
737	2019.92	9.32	772	2373.20	10.95	807	2788.26	12.87
738	2029.24	9.36	773	2384.15	11.01	808	2801.13	12.93
739	2038.60	9.41	774	2395.16	11.05	809	2814.06	12.99
3.740	2048.01	9.46	775	2406.21	11.11	3.810	2827.05	13.05
741	2057.47	9.50	776	2417.32	11.17	811	2840.10	13.11
742	2066.97	9.54	777	2428.49	11.21	812	2853.21	13.17
743	2076.51	9.58	778	2439.69	11.25	813	2866.38	13.23
744	2086.09	9.63	779	2450.95	11.31	814	2879.61	13.29
745	2095.72	9.68	3.780	2462.26	11.36	815	2892.90	13.35

Loc. <i>sin. A</i>	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$	Différ.	Loc. <i>sin. A</i>	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$	Différ.	Loc. <i>sin. A</i>	Loc. $\frac{A}{\sin. A}$	Différ.
3.816	2906.25		3.851	3414.55		3.886	4011.75	
817	2919.67	13.42	852	3430.32	15.77	887	4030.27	18.52
818	2933.15	13.48	853	3446.15	15.83	888	4048.87	18.60
819	2946.69	13.54	854	3462.05	15.90	889	4067.56	18.69
3.820	2960.29	13.60	855	3478.03	15.98	3.890	4086.33	18.77
		13.66			16.06			18.86
821	2973.95		856	3494.09		891	4105.19	
822	2987.68	13.73	857	3510.22	16.13	892	4124.14	18.95
823	3001.47	13.79	858	3526.42	16.20	893	4143.18	19.04
824	3015.32	13.85	859	3542.69	16.27	894	4162.31	19.13
825	3029.24	13.92	3.860	3559.04	16.35	895	4181.52	19.21
		13.98			16.43			19.30
826	3043.22		861	3575.47		896	4200.82	
827	3057.27	14.05	862	3591.98	16.51	897	4220.21	19.39
828	3071.38	14.11	863	3608.56	16.58	898	4239.69	19.48
829	3085.55	14.17	864	3625.21	13.65	899	4259.26	19.57
3.830	3099.80	14.25	865	3641.95	16.74	3.900	4278.92	19.66
		14.31			16.42			19.75
831	3114.11		866	3658.77		901	4298.67	
832	3128.49	14.38	867	3675.65	16.88	902	4318.51	19.84
833	3142.92	14.43	868	3692.61	16.96	903	4338.44	19.93
834	3157.43	14.51	869	3709.65	17.04	904	4358.46	20.02
835	3172.00	14.57	3.870	3726.77	17.12	905	4378.58	20.12
		14.64			17.21			20.21
836	3186.64		871	3743.98		906	4398.79	
837	3201.35	14.71	872	3761.26	17.28	907	4419.09	20.30
838	3216.13	14.78	873	3778.62	17.36	908	4439.49	20.40
839	3230.98	14.85	874	3796.07	17.45	909	4459.99	20.50
3.840	3245.89	14.91	875	3813.59	17.52	3.910	4480.58	20.59
		14.98			17.60			20.68
841	3260.87		876	3831.19		911	4501.26	
842	3275.92	15.05	877	3848.87	17.68	912	4522.03	20.77
843	3291.04	15.12	878	3866.64	17.77	913	4542.90	20.87
844	3306.24	15.20	879	3884.49	17.85	914	4563.87	20.97
845	3321.50	15.26	3.880	3902.42	17.93	915	4584.93	21.06
		15.33			18.01			21.17
846	3336.83		881	3920.43		916	4606.10	
847	3352.23	15.40	882	3938.53	18.10	917	4627.36	21.26
848	3367.70	15.47	883	3956.71	18.18	918	4648.72	21.36
849	3383.25	15.55	884	3974.97	18.26	919	4670.18	21.46
3.850	3398.86	15.61	885	3993.32	18.35	3.920	4691.74	21.56
		15.69			18.43			21.66

Loc. sin. A.	Loc. $\left(\frac{A}{\sin. A}\right)$	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. $\left(\frac{A}{\sin. A}\right)$	Différ.	Loc. sin. A.	Loc. $\left(\frac{A}{\sin. A}\right)$	Différ.
3.921	4713.40	21.75	3.951	5411.70	24.98	3.981	6213.46	28.68
922	4735.15	21.86	952	5436.68	25.09	982	6242.14	28.81
923	4757.01	21.95	953	5461.77	25.21	983	6270.95	28.95
924	4778.96	22.06	954	5486.98	25.33	984	6299.90	29.08
925	4801.02	22.16	955	5512.31	25.44	985	6328.98	29.21
926	4823.18	22.26	656	5537.75		986	6358.19	29.35
927	4845.46	22.36	957	5563.31	25.56	987	6337.54	29.49
928	4867.82	22.46	958	5588.99	25.68	988	6417.03	29.62
929	4890.28	22.57	959	5614.79	25.80	989	6446.65	29.75
3.930	4922.85	22.68	3.960	5640.71	25.92	3.990	6476.40	29.90
931	4935.53	22.79	961	5666.75	26.04	991	6506.30	30.03
932	4958.32	22.88	962	5692.90	26.15	992	6536.33	30.17
933	4981.20	22.99	963	5719.18	26.28	993	6566.50	30.31
934	5004.19	23.10	964	5745.58	26.40	994	6596.81	30.44
935	5027.29	23.20	965	5772.10	26.52	995	6627.25	30.59
936	5050.49	23.31	966	5798.74	26.64	996	6657.84	30.74
937	5073.80	23.42	967	5825.51	26.77	997	6688.58	30.87
938	5097.22	23.53	968	5852.40	26.89	998	6719.45	31.01
939	5120.75	23.64	969	5879.41	27.01	999	6750.46	31.16
3.940	5144.39	23.75	3.970	5906.55	27.14	4.000	6781.62	
941	5168.14	23.85	971	5933.81	27.26			
942	5191.99	23.96	972	5961.20	27.39			
943	4215.95	24.07	973	5988.71	27.51			
944	5240.02	24.19	974	6015.36	27.65			
945	5264.21	24.30	975	6044.13	27.77			
946	5288.51	24.42	976	6072.03	27.90			
947	5312.93	24.52	977	6100.05	28.02			
948	5337.45	24.63	978	6128.21	28.16			
949	5362.08	24.75	979	6156.50	28.29			
3.950	5386.83	24.87	3.980	6184.91	28.41			
					28.55			

On voit qu'au logarithme 4.000 répond le logarithme 0.00000.06781.62 centuple du logarithme qui répond au logarithme 3.000. On a donc pu se dispenser de prolonger la table au-delà de 4,000; ainsi quand la caractéristique sera 4 on cherchera avec 3, et l'on centuplera le nombre trouvé.

Table II. Différence de l'arc à la corde.

A.	$\frac{A}{\text{corde } A}$	Différence.	A.	$\frac{A}{\text{corde } A}$	Différence.
Toises.	Toises.	Toises.	Toises.	Toises.	Toises.
1000	0 ^e 0000	0.0000	21000	0 ^e 6361	0.0054
2000	0.0000	0.0001	22002	0.0415	0.0059
3000	0.0001	0.0002	23000	0.0474	0.0065
4000	0.0003	0.0002	24000	0.0539	0.0071
5000	0.0005	0.0003	25000	0.0619	0.0077
6000	0.0008	0.0005	26000	0.0687	0.0083
7000	0.0013	0.0007	27000	0.0770	0.0089
8000	0.0020	0.0009	28000	0.0859	0.0095
9000	0.0029	0.0011	29000	0.0954	0.0101
10000	0.0040	0.0013	30000	0.1055	0.0108
11000	0.0053	0.0015	31000	0.1163	0.0116
12000	0.0068	0.0018	32000	0.1279	0.0124
13000	0.0086	0.0021	33000	0.1403	0.0132
14000	0.0107	0.0025	34000	0.1535	0.0140
15000	0.0132	0.0028	35000	0.1675	0.0148
16000	0.0160	0.0032	36000	0.1823	0.0156
17000	0.0192	0.0036	37000	0.1979	0.0164
18000	0.0228	0.0040	38000	0.2143	0.0173
19000	0.0268	0.0044	39000	0.2316	0.0182
20000	0.0312	0.0049	40000	0.2498	

Pour avoir la différence de l'arc au sinus on quadruplera les nombres de la table.

Pour avoir la différence de la corde au sinus on les triplera.

Pour avoir la différence de l'arc à la tangente on les multipliera par 8.

La table II fournit de même un moyen facile pour changer un logarithme sinus en logarithme tangente et pour avoir le logarithme cosinus du même arc.

Supposons que le $\log. \sin. A = 4.00000.$

Vous aurez par la table $\log. A = 4.00000.06781.62$

Triplez la correction, $\log. \text{tang. } A = 4.00000.20344.86$

Enfin $\log. \cos. A = \log. \sin. A - \log. \text{tang. } A = 9.99999.79655.14$

TABLEAU COMPLET DES TRIANGLES.

N ^o	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
1	Dunkerque	42° 6' 9".73	— 0".34	9.82637.39216	3.99136.41417
	Watten	74 28 45.28	— 0.45	9.98386.68557	4.14885.70758
	Cassel	63 25 6.17	— 0.39	9.95148.21779	4.11647.23980
		180 0 1.18	— 1.18		
2	Dunkerque	46 52 0.32	— 0.21	9.86318.34478	3.98004.62061
	Watten	45 33 44.65	— 0.23	9.85370.63681	3.97056.91264
	Gravelines	87 34 15.89	— 0.42	9.99960.06397
		180 0 0.86	— 0.86		
3	Watten	69 34 45.38	— 0.54	9.97181.18092	4.25627.71098
	Cassel	79 48 35.35	— 0.68	9.99309.48079	4.27756.01085
	Fiefs	30 36 40.94	— 0.45	9.70689.88412
		180 0 1.67	— 1.67		
4	Watten	74 39 23.20	— 0.28	9.98423.76331	4.03081.35696
	Cassel	42 37 35.73	— 0.21	9.83882.11224	3.88539.70588
	Helfaut	61 43 1.78	— 0.22	9.94478.82052
		180 0 0.71	— 0.71		
5	Cassel	36 10 59.00	— 0.11	9.77112.20692	4.05376.35984
	Fiefs	34 3 15.47	— 0.12	9.74817.11992	4.03081.27284
	Helfaut	109 45 46.64	— 0.88	9.97363.55806
		180 0 1.11	— 1.11		

TABLEAU COMPLET DES TRIANGLES.

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
3.99136.47934	9803.1307	9803.1270	34.7	4.7	9803.680	19106.6604
4.14885.84218	14088.2945	14088.2836	55.0	38	14088.878	27458.6015
4.11647.35575	13075.9593	13075.9505	97.3	85	...	25485.5237
3.98004.68247	9550.9556	9550.9522	34.7	5	9551.183	18615.1620
3.97056.97186	9344.7937	9344.7905	55.0	38	9344.895	18213.3449
...	33.0
4.25627.93172	18041.7773	18041.7543	55.0	38	18042.350	35164.0841
4.27756.25533	18947.9637	18947.9371	97.3	85	18948.738	36930.2746
...	117.8	98
4.03081.43510	10735.3041	10735.2992	55.0	38	10734.006	20923.4923
3.88539.74589	7680.6409	7680.6391	97.3	85	7680.829	14969.8502
...	62.4
4.05376.44671	11317.8639	11317.8582	97.3	85	11318.616	22058.9320
4.03081.35099	10735.2833	10735.2784	167.8	98	10735.810	20923.4600
...	62.4

no.	NOMS DES STATIONS.	Angles sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
6	Cassel	29° 50' 27" 95	— 0.41	9.69687.71120	4.02022.22380
	Fiefs	91 11 19.40	— 0.93	9.99990.65238	4.32325.16498
	Mesnil	58 58 14.45	— 0.46	9.93293.19838
		180 0 1.80	— 1.80		
7	Cassel	39 42 10.51	— 0.51	9.80536.96804	4.07020.54812
	Béthune	78 39 44.58	— 0.73	9.99144.13090
	Fiefs	61 38 6.71	— 0.56	9.94445.33493	4.20928.91501
		180 0 1.80	— 1.80		
8	Béthune	62 55 40.04	— 0.16	9.94960.15601
	Mesnil	87 31 2.11	— 0.27	9.99059.21409	4.07021.28188
	Fiefs	29 33 18.14	— 0.16	9.99307.64863	3.76369.71661
		180 0 0.59	— 0.59		
9	Cassel	75 53 9 5	— 0.64	9.98668.77110	4.23316.70639
	Béthune	37 29 18.86	— 0.4	9.78433.42176
	Helfaut	66 37 33.2	— 0.55	9.96281.15113	4.20929.08633
		180 0 1.6	— 1.64		
10	Helfaut	43 8 13.37	— 0.28	9.83189.46401	4.07020.64911
	Béthune	41 10 25.44	— 0.26	9.81845.31810	4.05376.50321
	Fiefs	95.41 22.48	— 0.77	9.99765.52128
		180 0 1.29	— 1.29		
11	Fiefs	42 59 49.63	— 0.22	9.83375.99118	4.10232.22074
	Mesnil	102 38 9.63	— 0.80	9.98934.16782	4.25791.39709
	Sauti	34 22 1.98	— 0.22	9.75165.99453
		180 0 1.24	— 1.24		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.02022.29824	10476.6632	10476.6587	97.3	85	10477.173	20419.3999
4.32 25.46548	21050.1238	21050.0875	117.8	98	21050.720	41027.4615
.	98.3	95
4.07020.64182	11754.5611	11754.5548	97.3	85	11755.355	22910.0697
4.20929.09281	16191.6433	16191.6267	48.0	19
.	117.8	98	16192.202	31558.1053
.	48.0	19
4.07021.37576	11754.7597	11754.7531	98.3	95	11755.547	22910.4568
3.61369.73946	5803.5990	5803.5983	117.8	98	5804.456	11311.4268
4.23316.90485	17106.8107	17106.7911	97.3	85	17107.139	33341.8001
4.20929.37558	16191.7072	16191.6906	48.0	19
.	62.4	. . .	16192.260	31558.2298
4.07020.74281	11754.5885	11754.5821	62.4	. . .	11755.376	22910.1231
4.05376.59011	11317.9013	11317.8955	48.0	19	11318.653	22059.0038
.	117.8	98
4.10232.32938	12656.7819	12656.7739	117.8	98	12657.303	24668.5310
4.25791.61950	18109.9060	18109.8828	98.3	95	18109.451	35276.8695
.	108.4	84

N ^{os} .	NOMS DES STATIONS.	Angles sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
12	Fiefs	34 32 51.42	— 0.34	9.75365.27131	4.01559.91326
	Sauti	54 45 8.66	— 0.38	9.91204.43611	4.16999.07806
	Bonnières	90 42 1.39	— 0.75	9.99996.75515
		180 0 1.47	— 1.47		
13	Bonnières	51 56 49.41	— 0.25	9.89621.83227	3.95625.81411
	Sauti	64 36 51.99	— 0.29	9.95590.09394	4.01594.07578
	Beauquène	63 26 19.42	— 0.28	9.95155.93142
		180 0 0.82	— 0.82		
14	Sauti	52 57 13.04	— 0.18	9.90208.34907	3.89121.00380
	Beauquène	59 3 27.81	— 0.19	9.93332.82005	3.92245.47478
	Mailli	67 59 19.73	— 0.21	9.96713.15938
		180 0 0.58	— 0.58		
15	Mailli	78 53 28.70	— 0.38	9.99178.56172	4.12250.51842
	Villersbretonneux	35 10 33.65	— 0.25	9.76049.04709
	Beauquène	65 55 58.56	— 0.28	9.96050.34709	4.09122.30379
		180 0 0.91	— 0.91		
16	Villersbretonneux	35 4 56.87	— 0.29	9.75048.26215	3.92384.31416
	Vignacourt	65 14 50.05	— 0.33	9.95814.46641
	Beauquène	79 40 14.14	— 0.44	9.99290.57910	4.15726.43111
		180 0 1.06	— 1.06		
17	Villersbretonneux	99 5 50.46	— 0.83	9.99450.24124	4.27352.44046
	Vignacourt	31 49 57.92	— 0.30	9.72217.43686	4.00119.63609
	Sourdon	49 4 12.98	— 0.23	9.87824.23189
		180 0 1.36	— 1.36		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.01159.98480	10270.6954	10270.6913	117.8	98	10271.119	20017.9612
4.16999.22641	14790.8204	14790.8077	108.4	84	14791.456	28827.8502
.....	95.5	78
3.95625.86955	9041.8792	9041.8763	95.5	78	9042.320	17622.9542
4.01594.14876	6373.8865	10373.8820	108.4	84	10374.206	20219.0844
.....	92.6	73
3.89121.04489	7784.1366	7784.1348	108.4	84	7784.387	15171.5671
3.92245.52223	8364.7935	8364.7912	92.6	73	8365.257	16303.2886
.....	90.2	73
4.12250.63764	13258.8659	13258.8568	90.2	73	13259.326	25842.0148
.....	71.4	55
4.09122.40702	12337.4122	12337.4147	92.6	73	12337.883	24046.0875
.....
3.92384.36191	8391.5774	8391.5753	71.4	55	8391.923	16355.4914
.....	81.5	66
4.15726.57102	14363.6796	14363.6680	92.6	73	14364.062	27995.3371
.....
4.27352.67946	18772.7024	18722.6765	71.4	55	18773.179	36588.6839
.....	81.5	66	10027.793	19544.1613
.....	85.6	73

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME Sinus des angles.	LOGARITHME Sinus des côtés opposés
18	Villersbretonneux	60 20 43.56	— 0.24	9.93963.18309	3.97417.71078
	Sourdon	52 0 56.00	— 0.22	9.89662.42388	3.93176.96797
	Arvillers	67 38 21.16	— 0.26	9.96605.09240
		180 0 0.72	— 0.72		
19	Beauquêne	52 5 17.43	— 0.19	9.89705.34925	4.09241.44426
	Mailli	98 8 55.18	— 0.55	9.99559.29183	4.19095.38685
	Bayonvillers	29 45 48.30	— 0.17	9.69584.90878
		180 0 0.91	— 0.91		
20	Mailli	19 15 24.14	— 0.13	9.51825.21427	3.61624.17409
	Bayonvillers	79 54 16.09	— 0.18	9.99322.31563	4.09121.27635
	Villersbretonneux	80 50 20.26	— 0.18	9.99442.48355
		180 0 0.49	— 0.49		
21	Bayonvillers	102 20 57.90	— 0.15	9.98983.29827	3.93175.53605
	Villersbretonneux	49 27 35.23	— 0.04	9.88078.49926	3.82270.73703
	Arvillers	28 11 27.13	— 0.07	9.67431.93721
		180 0 0.26	— 0.26		
22	Villersbretonneux	75 1 3.02	— 0.30	9.98497.93103	4.04634.31811
	Sourdon	44 27 3.75	— 0.22	9.84528.38454	3.90664.77161
	Amiens	60 31 54.00	— 0.25	9.93983.24902
		180 0 0.77	— 0.77		
23	Villersbretonneux	24 4 48.74	— 0.07	9.61067.62054	3.88844.10507
	Vignacourt	25 10 55.58	— 0.06	9.62889.61730	3.90666.10183
	Amiens	130 44 16.13	— 0.58	9.87949.94658
		180 0 0.45	— 0.45		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT- sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS OPPOSÉS en mètres.
3.97417.78699	9422.7544	9422.7510	71.4	55	9423.102	18365.2931
3.93177.01827	8546.1433	8546.1404	85.6	73	8546.378	16656.7460
.....	70.8	56
4.09241.54748	12371.3041	12371.2960	92.6	73	12371.760	24112.1244
4.19095.55024	15522.2796	15522.2649	90.2	73	15522.779	30253.4917
.....	66.7	42
3.61624.18602	4132.7761	4132.7758	90.2	73	4132.930	8054.9318
4.09121.37457	12337.1202	12337.1128	66.7	42	12337.542	24045.4987
.....	71.4	55
3.93175.58658	8545.8617	8545.8592	66.7	42	8546.053	16656.1975
3.82270.76671	6648.2550	6648.2537	71.4	55	6648.435	12727.6923
.....	70.8	56
4.04634.40205	11126.1272	11126.1217	71.4	55	11126.471	21685.2290
3.90664.81573	8065.8132	8065.8111	85.6	73	8066.097	15720.5654
.....	75.7	21
3.88844.14564	7734.6641	7734.6523	71.4	55	7734.861	15075.1434
3.90666.14595	8066.0602	8066.0581	81.5	66	8066.807	15721.0466
.....	75.7	21

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
24	Arvillers	60 29 18.89	— 0.31	9.93964.77923	4.02817.40189
	Sourdon	69 17 28.16	— 0.33	9.97099.24698	4.05951.86964
	Coivrel	50 13 13.86	— 0.27	9.88565.10412
		180 0 0.91	— 0.91		
25	Sourdon	62 33 21.29	— 0.33	9.94814.92877	4.03763.09402
	Coivrel	57 10 38.82	— 0.30	9.92446.19290	4.01394.35815
	Noyers	60 16 0.83	— 0.31	9.93869.23664
		180 0 0.94	— 0.94		
26	Coivrel	62 21 38.68	— 0.35	9.94737.78133	4.05808.80070
	Noyers	59 57 15.31	— 0.34	9.93733.02461	4.04804.04398
	Clermont	57 41 7.0	— 0.34	9.92692.07466
		180 0 1.03	— 1.03		
27	Coivrel	62 59 9.47	— 0.37	9.94982.66581	4.06722.48669
	Clermont	58 32 27.30	— 0.35	9.93095.56901	4.04835.38989
	Jonquières	58 28 24.29	— 0.34	9.93064.22310
		180 0 1.06	— 1.06		
28	Clermont	49 18 58.93	— 0.25	9.87985.28597	3.95733.99792
	Jonquières	53 5 25.91	— 0.26	9.90286.48632	3.98035.19827
	Saint-Christophe	77 35 36.00	— 0.33	9.98973.77474
		180 0 0.81	— 0.84		
29	Coivrel	32 49 39.79	— 0.13	9.73409.12713	3.98032.57844
	Clermont	107 51 26.38	— 0.74	9.97855.62177	4.22479.07308
	Saint-Christophe	39 18 54.82	— 0.12	9.80180.59267
		180 0 0.99	— 0.99		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS Arcs en mètres.
4.02817.47910	10670.2548	10670.2503	70.8	56	10670.550	20796.7171
4.05951.95884	11468.8425	11468.8365	85.5	73	11469.188	22353.1937
.....	82.9	73
4.03763.17467	10905.1526	10905.1474	85.6	73	10905.596	21254.5415
4.01394.43046	10326.2897	10326.2853	82.9	73	10326.765	20126.3165
.....	99.6	87
4.05808.88932	11431.1229	11431.1170	82.9	73	11431.584	22279.6768
4.04804.12859	11169.6943	11169.6887	99.6	87	11169.975	21770.1429
.....	80.6
4.06722.57911	11674.1640	11674.1587	82.9	73	11674.459	22753.3728
4.04835.47462	11177.7591	11177.7535	80.6	11178.068	21785.8615
.....	79.3	76
3.95734.05364	9064.4308	9064.4278	80.6	9065.040	17666.9073
3.98035.26022	9557.6826	9557.6791	79.3	76	9558.235	18628.2731
.....	108.7
3.98032.64038	9557.1060	9557.1025	82.9	73	9557.659	18627.1473
4.22479.26403	16780.2643	16780.2453	80.6	16780.888	32705.3489
.....	108.7

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
30	Clermont	54 39 57.66	— 0.33	9.91158.08831	4.10640.38258
	Saint-Christophe	87 43 28.46	— 0.56	9.99965.74299	4.19448.03726
	Saint-Martin	37 36 35.07	— 0.30	9.78552.90400
		180 0 1.19	— 1.19		
31	Saint-Christophe	62 36 58.37	— 0.45	9.94838.63494	4.11276.80883
	Saint-Martin	56 20 9.00	— 0.43	9.92028.03977	4.08466.21367
	Dammartin	61 2 53.96	— 0.45	9.94202.20868
		180 0 1.33	— 1.33		
32	Clermont	38 1 22.43	— 0.43	9.78956.40310	4.11275.46396
	Dammartin	48 1 54.16	— 0.48	9.87128.97640
	Saint-Martin	93 56 45.33	— 1.01	9.99896.92568	4.32215.98655
		180 0 1.92	— 1.92		
33	Clermont	65 57 33.31	— 0.67	9.96059.25181	4.28842.99571
	Jonquières	80 45 32.16	— 0.91	9.99432.65762	4.32216.40152
	Dammartin	33 16 56.70	— 0.59	9.73938.74279
		180 0 2.17	— 2.17		
34	Jonquières	36 15 48.57	— 0.66	9.77195.44027
	Dammartin	81 18 52.89	— 0.03	9.99499.10137	4.33580.46993
	Saint-Martin	62 25 20.94	— 0.71	9.94762.25509	4.28843.62364
		180 0 2.40	— 2.40		
35	Saint-Martin	76 2 31.25	— 0.72	9.98698.33953	4.23832.76828
	Dammartin	57 20 18.42	— 0.57	9.92524.66515	4.17659.09389
	Panthéon	46 37 12.12	— 0.50	9.86142.38008
		180 0 1.79	— 1.79		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS oppos. Arcs en toises.	CÔTÉS oppos. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.10640.49328	12776.2951	12776.2869	80.6	. . .	12776.799	24901.4667
4.19448.20333	15648.8358	15648.8244	108.7	. . .	15649.516	30500.1536
.	116.2
4.11276.92282	12964.9017	12964.8932	108.7	. . .	12965.434	25269.0678
4.08466.31382	12152.4300	12152.4229	116.2	. . .	12152.856	23685.5313
.	104.6
4.11275.57794	12964.5002	12964.4917	80.6	. . .	12965.024	25268.285 ³
.	104.6
4.32216.28456	20997.2711	20997.2350	116.2	. . .	20997.939	40924.4487
4.28843.25169	19428.1978	19428.1687	80.6	. . .	19428.848	37866.268 ⁴
4.32216.70052	20997.4717	20997.4366	79.3	76	20998.141	40924.8407
.	104.6
.	79.3	76
4.33580.78830	21667.4530	21667.4133	104.6	. . .	21668.685	42230.6607
4.28843.87942	19428.4787	19428.4500	116.2	. . .	19429.120	37866.8138
4.23832.97151	17310.3013	17311.2810	116.2	. . .	17311.919	33740.3597
4.17659.24683	15017.3211	15017.3080	104.6	. . .	15118.014	29269.3083
.	73.4

N ^{os} .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
36	Dammartin	59 52 2.86	— 0.63	9.93694.90590	4.19746.73730
	Panthéon	48 17 35.15	— 0.59	9.87306.35723	4.13358.08863
	Bellassise	71 50 23.96	— 0.75	9.97781.03688
		180 0 1.97	— 1.97		
37	Dammartin	63 49 26.66	— 0.71	9.95300.72539	4.23208.62086
	Bellassise	70 30 24.54	— 0.77	9.97436.48451	4.25344.37998
	Invalides	45 40 10.71	— 0.43	9.85450.19316
		180 0 1.91	— 1.91		
38	Panthéon	37 1 41.00	— 0.34	9.77974.50870	3.97848.07259
	Bellassise	57 21 2.28	— 0.34	9.92530.58366	4.12404.14756
	Brie	85 37 17.95	— 0.55	9.99873.07341
		180 0 1.23	— 1.23		
39	Panthéon	61 13 48.41	— 0.47	9.94278.15308	4.11730.35626
	Brie	55 51 49.21	— 0.44	9.91787.54074	4.09239.74393
	Montlhéri	62 54 23.77	— 0.48	9.94951.94438
		180 0 1.39	— 1.39		
40	Brie	39 42 39.00	9.80544.19166	3.96319.10176
	Montlhéri	74 38 4.00	9.98419.18426	4.14193.99437
	Tour de Croy	65 39 17.00	9.95955.54616
		180 0 0.00		
41	Brie	40 32 37.94	— 0.28	9.81293.34751	3.94708.15573
	Montlhéri	65 18 40.75	— 0.34	9.95836.82940	4.09251.63762
	Malvoisine	74 8 42.32	— 0.39	9.98315.54803
		180 0 1.01	— 1.01		

LOGARITHME des côtés opposés.	Côtés oppo. Arcs en toises.	Côtés oppo. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉ. Arcs en mètres.
4.19746.80567	15756.8013	15756.7859	104.6	. . .	15757.196	30710.5823
4.13358.21409	13601.3539	13601.3440	73.4	. . .	13601.895	26509.5364
.	81.3
4.23208.81834	17064.2885	17064.2691	104.6	. . .	17064.707	33258.9227
4.25344.59796	17924.4548	17924.4333	81.3	. . .	17925.080	34735.4183
.	73.4
3.97848.13401	9516.5896	9516.5861	73.4	. . .	9516.800	18548.1814
4.12404.27126	13305.8528	13305.8436	81.3	. . .	13306.159	25939.594 ⁰
.	71.3	43
4.11730.47265	13101.0845	13101.0757	73.4	. . .	13101.404	25534.4931
4.09239.84774	12370.8194	12370.8123	71.3	43	12371.112	24111.1797
.	76.2	70
3.96319.15880	9187.3781	9187.3750	71.3	43	17906.5361
4.14194.12475	13865.6824	13865.6720	76.2	70	27024.7224
.
3.94708.20888	8852.8293	8852.8265	71.3	43	8853.138	17254.4882
4.09251.75892	12374.2130	12374.2055	76.2	70	12374.608	24117.7939
.	85.8

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
42	Montlhéri	49 34 22.56	— 0.20	9.88151.70643	3.92268.17369
	Malvoisine	76 47 43.21	— 0.28	9.98836.28610	4.02952.65335
	Lieusaint	53 37 54.93	— 0.22	9.90591.68848
		180 0 0.70	— 0.70		
43	Malvoisine	40 36 56.84	— 0.13	9.81356.99297	3.78361.03721
	Lieusaint	75 39 29.83	— 0.19	9.98625.01102	3.95629.05526
	Melun	63 43 33.82	— 0.17	9.95264.12944
		180 0 0.49	— 0.49		
44	Montlhéri	55 10 1.23	— 0.14	9.91424.81670	3.86675.13100
	Malvoisine	43 52 3.44	— 0.12	9.84072.98094	3.79323.29524
	Torfou	80 57 55.76	— 0.17	9.99457.84144
		180 0 0.43	— 0.43		
45	Malvoisine	21 15 12.46	— 0.00	9.55930.12268	3.58561.23130
	Torfou	114 54 56.52	— 0.28	9.95757.31019	3.98388.41882
	Bruyères	43 49 51.32	— 0.02	9.84044.02238
		180 0 0.30	— 0.30		
46	Montlhéri	19 37 23.00	9.52612.02932	3.32902.19427
	Torfou	58 19 54.00	9.92998.13053	3.73288.29548
	Saint-Yon	102 2 43.00	9.99033.13028
		180 0 0.00		
47	Malvoisine	53 22 25.16	— 0.15	9.90446.84449	3.92163.94992
	Torfou	81 36 50.14	— 0.23	9.99533.14395	4.01250.24938
	Forêt	45 0 45.25	— 0.17	9.84958.02557
		180 0 0.55	— 0.55		

LOGARITHME des côtés opposés.	Côtés oppo- sés. Arcs en toises.	Côtés oppo- sés. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	Côtés. Arcs en mètres.
3.92268.22119	8369.1673	8369.1643	76.2	70	8369.596	16311.8133
4.02952.83104	10703.5616	10703.5567	85.8	. . .	10703.885	20861.6332
.	58.7	46
3.78361.06225	6075.9001	6075.8993	85.8	11832.4063
3.95629.11071	9042.5539	9042.5510	58.7	46	9042.968	17624.2684
.	49.3	36
3.86675.16771	7357.8627	7357.8612	76.2	70	7358.415	14340.7436
3.79323.32141	6212.1595	6212.1579	85.8	. . .	6212.490	12107.7262
.	89.2	76
3.58561.24136	3851.3449	3851.3446	85.8	. . .	3852.093	7506.4121
3.98388.48179	9635.7347	9635.7308	89.2	76	9636.174	18780.3989
.	53.4	52
3.32902.19736	2133.1528	2133.1528	76.2	70		4157.5929
3.73288.31530	5406.0885	5406.0879	89.2	76		10536.6643
.
3.92163.99719	8349.1059	8349.1036	85.8	. . .	8349.419	16272.7129
4.01250.32122	10292.0814	10292.0770	89.2	76	10292.878	20059.6433
.	79.0

N ^{os} .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
48	Malvoisine	70 51 38.21	— 0.44	9.97530.48350	4.12834.09899
	Forêt	62 47 29.98	— 0.40	9.94907.26299	4.10210.87848
	Chapelle-la-Reine	46 20 52.99	— 0.34	9.85946.65390
		180 0 1.18	— 1.18		
49	Forêt	68 35 59.69	— 0.53	9.96897.54614	4.15842.32868
	Chapelle-la-Reine	51 5 13.80	— 0.43	9.89103.67968	4.08048.46202
	Pithiviers	60 18 47.96	— 0.49	9.93889.31645
		180 0 1.45	— 1.45		
50	Chapelle-la-Reine	35 31 38.0	9.36424.31702	3.96382.22363
	Pithiviers	29 55 18.0	9.69793.99617	3.89751.90277
	Bromeille	114 33 4.0	9.95884.42207
		180 0 0.0		
51	Forêt	57 11 18.0	9.92451.51277	4.00530.30172
	Pithiviers	30 40 20.0	9.70767.74504	3.78846.53403
	Méréville	92 8 22.0	9.99969.66886
		180 0 00.0		
52	Chapelle-la-Reine	31 58 53.36	— 0.34	9.72398.50808	3.96332.13430
	Pithiviers	91 55 6.18	— 0.67	9.99975.66805	4.23909.29427
	Boiscommun	56 6 1.77	— 0.30	9.91908.70246
		180 0 1.31	— 1.31		
53	Pithiviers	31 53 2.57	— 0.09	9.72279.99886	3.68817.38298
	Boiscommun	52 33 5.64	— 0.07	9.89976.62990	3.86514.01402
	Châtillon	95 33 52.13	— 0.18	9.99794.75018
		180 0 0.34	— 0.34		

LOGARITHME des côtés opposés.	Côtés oppos. Arcs en toises.	Côtés oppos. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	Côtés. Arcs en mètres.
4.12834.22145	13438.2345	13438.2250	85.8	. . .	13438.967	26191.6108
4.10210.98701	12650.5635	12650.5555	79.2	. . .	12651.081	24656.4112
.	83.2	64
4.15842.46934	14402.0625	14402.0508	79.0	. . .	14402.603	28070.1468
4.08048.56026	12036.0949	12036.0880	83.2	64	12036.432	23458.7894
.	85.9	63
3.96382.28104	9200.7411	9200.7380	83.2	64	17932.5811
3.89751.94507	7898.0422	7898.0403	85.9	63	15393.5733
.
4.00530.37124	10222.8713	10222.8680	79.0	19729.8466
3.78846.55963	6144.2031	6144.2023	85.9	63	11975.2766
.
3.96332.19155	9190.1355	9190.1324	83.2	64	9190.452	17911.9104
4.23909.49822	17341.8323	17341.8118	85.9	63	17342.330	33799.8657
.	92.9	73
3.68817.39911	4877.2386	4877.2381	85.9	63	4877.479	9505.9163
3.86514.05046	7330.6166	7330.6151	92.9	73	7330.973	14287.6400
.	98.3	87

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
54	Boiscommun	62 31 30.55	— 0.11	9.94802.81193	4.01897.22307
	Châtillon	93 0 17.48	— 0.24	9.99940.30128	4.07034.71242
	Châteauneuf	24 28 12.45	— 0.13	9.61722.97184
		180 0 0.48	— 0.48		
55	Châtillon	50 28 6.87	— 0.31	9.88720.95908	4.08112.74685
	Châteauneuf	87 35 9.39	— 0.58	9.99961.44034	4.19353.22811
	Orléans	41 56 44.95	— 0.32	9.82505.43530
		180 0 1.21	— 1.21		
56	Châteauneuf	73 48 14.19	— 0.60	9.98241.27522	4.19425.37675
	Orléans	58 27 25.66	— 0.49	9.93056.64708	4.14240.74952
	Vouzon	47 44 21.70	— 0.46	9.86928.64532
		180 0 1.55	— 1.55		
57	Orléans	22 7 35.10	— 0.24	9.57593.95925	3.79657.86405
	Vouzon	87 38 40.05	— 0.44	9.99963.28757	4.22027.19237
	Chaumont	70 13 45.79	— 0.26	9.97361.47195
		180 0 0.94	— 0.94		
58	Vouzon	94 40 24.06	— 0.39	9.99855.37351	4.13794.88174
	Chaumont	53 19 3.54	— 0.15	9.92991.57505	4.06931.08328
	Soëme	27 0 33.11	— 0.17	9.65718.35582
		180 0 0.71	— 0.71		
59	Vouzon	89 3 17.2	9.99994.08986	4.38780.42963
	Oison	34 37 43.6	9.75454.48671
	Châteauneuf	56 18 59.2	9.92018.24810	4.30804.58787
	Ce triangle est inutile.	180 0 0.0		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.01897.29708	10446.5520	10446.5474	92.9	73	10446.967	20360.7121
4.07034.80620	11758.3955	11758.3891	98.3	87	11759.244	21917.5431
.....	86.3	68
4.08112.78539	12053.9075	12053.9006	98.3	87	12054.393	23493.5068
4.19353.39367	15614.7105	15614.6956	86.3	68	15615.567	30433.6421
.....	104.2	60
4.19425.54264	15640.6727	15640.6577	86.3	68	15641.198	30484.2434
4.14240.88018	13880.6212	13880.6108	104.2	60	13881.036	27053.8386
.....	93.1	75
3.79657.89063	6260.0659	6260.0648	104.2	60	6260.852	12201.0975
4.22027.37939	16606.3350	16606.3171	93.1	75	16606.880	32366.3546
.....	94.3	72
4.13795.00676	13738.8410	13738.8309	93.1	75	13739.257	26777.5038
4.06931.17659	11730.3715	11730.3651	94.3	72	11730.734	22862.9233
.....	86.6
4.38780.43415	24423.5248	24423.4679	93.1	75	24224.610	47602.3435
4.30804.86805	20325.8483	20325.8155	144.9	141
.....	86.3	68	20326.860	39615.8221

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
60	Vouzon	40 53 7.5	9.81594.17701	4.13962.53679
	Oison	33 49 51.9	9.74565.73768	4.06934.09745
	Soème	105 17 0.6	9.95436.22809
	Ce triangle est inutile.	180 0 0.0		
61	Vouzon	25 3 47.42	- 0.15	9.62697.36520	3.75774.43902
	Soème	94 42 18.91	- 0.36	9.99853.38994	4.12930.46367
	Sainte-Montaine . .	60 13 54.30	- 0.12	9.93854.09955
		180 0 0.63	- 0.63		
62	Soème	34 34 51.38	- 0.04	9.75401.93348	3.63069.90051
	Sainte-Montaine . .	95 54 58.17	- 0.14	9.99768.06735	3 87436.03438
	Ennordre	49 30 10.68	- 0.05	9.88106.47199
		180 0 0.23	- 0.23		
63	Vouzon	19 23 7.0	9.52103.17966	3.87436.26160
	Soème	129 17 7.0	9.88874.26057	4.24207.34251
	Ennordre	31 19 46.0	9.71598.03589
	Ce triangle est inutile.	180 0 0.0		
64	Soème	35 7 27.04	- 0.08	9.75993.24532	3.85910.81008
	Ennordre	108 17 52.93	- 0.34	9.97746.58046	4.07664.14520
	Méry	36 34 40.53	- 0.08	9.77518.46962
		180 0 0.50	- 0.50		
65	Ennordre	47 23 37.62	- 0.12	9.86689.17639	3.99100.81041
	Méri	99 42 6.94	- 0.41	9.99374.37869	4.11786.01272
	Morogues	32 54 16.11	- 0.14	9.93499.17605
		180 0 0.67	- 0.67		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.13962.74192	13792.0542	13792.0439	93.1	75	13793.012	26881.2183
4.06934.19078	11731.1857	11731.1704	144.9	141	11731.539	22864.5102
.....	86.6	70
3.75774.46124	5724.5930	5724.5923	93.1	75	5724.914	11157.44 ¹²
4.12930.59368	13468.8773	13468.8677	86.6	70	13469.278	26251.3347
.....	95.4	81
3.63069.91289	4272.6679	4272.6675	86.6	70	4273.013	8327.5861
3.87436.07240	7487.9119	7487.9103	95.4	81	7488.376	14594.2143
.....	106.4	102
3.87436.29962	7487.9511	7487.9495	93.1	75	7488.426	14594.2907
4.24207.54927	17461.2565	17461.2356	86.6	70	17461.842	34032.6279
.....	106.4	102
3.85910.84552	7229.5032	7229.5017	86.6	70	7230.471	14090.5663
4.07664.47135	11930.1173	11930.1106	106.4	102	11931.183	23252.2352
.....	150.6	147
3.99100.87552	9795.0973	9795.0935	106.4	102	9798.127	19091.0031
4.11786.12942	13117.8082	13117.7999	150.6	147	13120.011	25567.0882
.....	227.5	223

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
66	Méri	77 55 22.32	— 0.46	9.99027.97090	4.14410.43583
	Morogues	58 39 21.78	— 0.34	9.93148.84178	4.08531.30671
	Bourges	43 25 17.01	— 0.31	9.83718.34548
		180 0 1.11	— 1.11		
67	Morogues	15 21 24.5	9.42296.59075	3.63308.
	Bourges	43 50 47.8	9.84056.40643	4.05068.
	Vasselai	120 47 47.7	9.93398.83249
		180 0 0.0		
68	Les Ais	26 23 16.0	9.64781.71423
	Bourges	50 28 8.0	9.88721.15543	3.87248.
	Vasselai	103 8 36.0	9.98847.16745	3.97374.
		180 0 0.0		
69	Morogues	33 36 17.41	— 0.20	9.74308.76909	4.11857.54226
	Bourges	110 27 11.77	— 1.28	9.97171.98952	4.34720.76269
	Dun	35 56 32.47	— 0.17	9.76861.66267
		180 0 1.65	— 1.65		
70	Bourges	40 27 26.55	— 0.30	9.81216.58385	4.14394.82536
	Dun	101 48 16.56	— 1.09	9.99071.65743	4.32249.89893
	Morlac	37 44 18.61	— 0.33	9.78679.30074
		180 0 1.72	— 1.72		
71	Dun	41 17 13.47	— 0.12	9.81943.34909	3.97528.91026
	Morlac	35 21 26.73	— 0.15	9.76243.49543	3.91829.05660
	Belyvédère	103 21 20.54	— 0.47	9.98809.26417
		180 0 0.74	— 0.74		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	Côtés. Arcs en mètres.
4.14410.56751	13934.9584	13934.9478	150.6	147	13935.529	27159.7438
4.08531.40716	12170.6752	12170.6681	227.5	223	12171.534	23721.0913
.....	118.1	81
.....	4206.2	227.5	223	8373.4
.....	11237.8	118.1	81	21902.8
.....
.....	7456.6	118.1	81	1462.9
.....	9413.2	18346.7
.....	9416.5	Méridienne	vérifiée	p. 217
4.11857.65934	13139.4321	13139.4232	227.5	223	13139.932	25609.2340
4.34721.09823	22243.9025	22243.8596	118.1	81	22245.888	43354.1799
.....	112.8	92
4.14394.95695	13929.9505	13929.9399	118.1	81	13931.618	27149.9832
4.32250.19839	21013.6737	21013.6375	112.8	92	21014.546	40956.4190
.....	131.5	122
3.97528.97078	9446.9085	9446.9051	112.8	92	9447.908	18412.3703
3.91829.10315	8284.9718	8284.9695	131.5	122	8286.238	16147.7132
.....	167.5	161

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
72	Morlac	74 5 48.24	— 0.33	9.98305.12165	4.07101.78901
	Belvédère	55 25 0.79	— 0.27	9.91556.00601	4.00352.67338
	Cullan	50 29 11.83	— 0.26	9.88732.24290
		180 0 0.86	— 0.86		
73	Morlac	37 28 27.45	— 0.17	9.78419.30552	3.90400.01366
	Cullan	92 36 35.30	— 0.42	9.99954.93123	4.11935.63936
	Saint-Saturnin	49 54 58.02	— 0.18	9.88371.96524
		180 0 0.77	— 0.77		
74	Cullan	60 16 9.00	— 0.26	9.93870.21910	4.04502.17011
	Saint-Saturnin	80 51 28.93	— 0.34	9.99444.81277	4.10076.76379
	Laage	38 52 22.91	— 0.24	9.79763.06264
		180 0 0.84	— 0.84		
75	Cullan	33 18 2.32	— 0.10	9.73959.78306	4.11877.71600
	Laage	114 54 53.89	— 1.26	9.95757.56742	4.33675.50036
	Arpheuille	31 47 5.28	— 0.13	9.72158.83085
		180 0 1.49	— 1.49		
76	Laage	56 19 32.95	— 0.61	9.92022.98350	4.23564.19215
	Arpheuille	84 11 26.13	— 0.98	9.99776.37599	4.31317.58461
	Sermur	39 29 3.07	— 0.56	9.80336.50735
		180 0 2.15	— 2.15		
77	Laage	42 53 41.32	— 0.56	9.83292.67355	4.14684.89042
	Sermur	50 27 49.72	— 0.57	9.88717.97885	4.20110.19573
	Orgnat	86 38 31.10	— 1.01	9.99925.36776
		180 0 2.14	— 2.14		

LOGARITHME des côtés opposés.	Côtés oppos. Arcs en toises.	Côtés oppos. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. dusol.	DISTANCE vraie des signaux.	Côtés. Arcs en mètres.
4.07101.88291	11776.5704	11776.5639	131.5	122	11777.666	22952.9664
4.00352.74231	10081.5527	10081.5486	167.5	161	10083.108	19649.3151
.....	195.8	193
3.90400.05725	8016.7912	8116.7892	131.5	122	8017.969	15625.0194
4.11935.75686	13163.0814	13163.0745	195.8	193	13165.002	25655.3273
.....	222.4	219
4.04502.25355	11092.3237	11092.3183	195.8	193	11093.619	21619.3448
4.10076.87165	12611.5573	12611.5494	222.4	219	12614.506	24580.3870
.....	299.4	296
4.11877.83319	13145.5370	13145.5281	195.8	193	13147.014	25621.1326
4.33675.82013	21714.9189	21714.8788	299.4	296	21717.463	42323.1715
.....	384.6	274
4.23564.39288	17204.5742	17204.5543	299.4	296	17208.366	33532.3447
4.31317.87148	20567.3678	20567.3338	284.6	274	20571.087	40086.5525
.....	389.0	381
4.14685.02378	14023.3004	14023.2896	299.4	296	14027.077	27331.9260
4.20110.36694	15889.2599	15889.2442	389.0	381	15890.796	30968.7490
.....	295.0	289

N ^{os} .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
78	Lange	61 12 37.87	— 0.41	9.94269.99480	4.14945.06777
	Orgnat	38 0 39.25	— 0.37	9.78944.77343	3.99619.84640
	Evaux	80 46 44.20	— 0.54	9.99435.12276
		180 0 1.32	— 1.32		
79	Sermur	62 7 48.10	— 0.57	9.94645.75428	4.16096.14440
	Orgnat	59 1 41.36	— 0.55	9.93319.37566	4.14769.76578
	Bordes	58 50 32.19	— 0.53	9.93234.50030
		180 0 1.65	— 1.65		
80	Sermur	33 45 52.26	— 0.31	9.74490.36014	3.93127.56848
	Bordes	80 3 31.08	— 0.45	9.99342.95899	3.17980.16732
	Lafagitière	66 10 37.80	— 0.38	9.96132.55745
		180 0 1.14	— 1.14		
81	Sermur	52 5 47.77	— 0.49	9.89710.32364	4.10648.91279
	Lafagitière	58 48 46.35	— 0.52	9.93221.01881	4.14159.60794
	Hermant	69 5 27.47	— 0.58	9.97041.57819
		180 0 1.59	— 1.59		
82	Lafagitière	69 20 48.19	— 0.83	9.97115.14565	4.31537.81777
	Hermant	75 18 45.67	— 0.95	9.98557.19247	4.32979.86458
	Bort	35 20 28.60	— 0.68	9.76226.24066
		180 0 2.46	— 2.46		
83	Lafagitière	49 57 51.74	— 0.33	9.88402.72211	4.21932.65331
	Bort	30 56 10.42	— 0.37	9.71103.38326	4.04633.31446
	Meimac	99 5 59.59	— 1.05	9.99449.93338
		180 0 1.75	— 1.75		

TABLEAU COMPLET DES TRIANGLES.

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.14945.20273 3.99619.91304	14107.5640 9912.8637	14107.5544 9912.8598	299.4 293.0 260.4	296 289 239	14108.905 9914.812	27496.1585 19320.534
4.16096.28671 4.14769.89966	14486.4799 14050.7335	14886.4680 14050.7227	389.0 293.0 414.4	381 289 411	14492.184 14053.940	28234.6794 27385.3937
3.93127.61561 4.17980.32253	8536.4280 15128.7563	8536.4255 15128.7427	389.0 414.4 459.5	381 411 456	8539.866 15130.902	16637.8096 29486.4994
4.10649.02353 4.14159.73812	12778.8039 13854.7082	12778.7966 13854.6978	389.0 459.5 434.0	381 456 422	12781.329 13857.913	24906.3564 27003.3332
4.31538.10756 4.32980.17556	20671.9324 21369.8639	20671.8979 21369.8258	459.5 434.0 444.7	456 422 441	20674.841 21373.078	40290.3527 41650.6467
4.21932.83951 4.04633.39840	16570.2246 11125.8701	16570.2008 11125.8646	459.5 444.7 505.9	456 441 502	16574.363 11129.546	32295.9741 21684.7279

N ^{os} .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
84	Bort	80 5 59.00	— 1.18	9.99348.40630	4.34305.40130
	Meimac	52 5 36.04	— 0.79	9.89708.40063	4.24665.39562
	Aubassin	47 48 27.72	— 0.79	9.86975.65831
		180 0 2.76	— 2.76		
85	Bort	65 4 1.59	— 0.89	9.95751.25466	4.26159.29570
	Aubassin	53 45 12.21	— 0.78	9.90659.33893	4.21067.37998
	Violan	61 10 48.69	— 0.82	9.94257.35458
		180 0 2.49	— 2.49		
86	Violan	51 10 11.50	— 0.99	9.89154.20566	4.29933.58210
	Aubassin	83 15 22.36	— 0.55	9.99698.47570	4.40477.85216
	Bastide	45 34 29.62	— 0.94	9.85379.91927
		180 0 3.48	— 3.48		
87	Violan	40 19 25.66	— 1.07	9.81097.57305	4.23211.34693
	Bastide	65 18 18.08	— 1.28	9.95834.63479	4.37948.40867
	Montsalvy	74 22 20.05	— 1.44	9.98364.07827
		180 0 3.79	— 3.79		
88	Bastide	57 30 4.00	— 1.12	9.92603.45569	4.40198.59599
	Montsalvy	87 43 24.66	— 1.98	9.99965.71118	4.47560.85147
	Rieupeiroux	34 46 35.49	— 1.05	9.75616.20664
		180 0 4.15	— 4.15		
89	Montsalvy	34 12 36.16	— 0.72	9.74991.27509	4.15190.16370
	Rieupeiroux	56 0 3.88	— 0.72	9.91857.97236	4.32056.86096
	Rodez	89 47 22.82	— 1.42	9.99999.70736
		180 0 2.86	— 2.86		

LOGARITHME des côtésopposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.34305.73045	22032.1716	22032.1288	444.7	441	22037.807	42941.5086
4.24665.60679	17646.3979	17646.3764	501.9	502	17648.948	34393.4752
.....	367.5	364
4.26159.52192	18263.9715	18263.9476	444.7	441	18285.132	35597.1488
4.21067.55891	16243.3495	16243.3327	367.5	364	16261.186	31658.8825
.....	822.1	819
4.29933.85126	19922.2558	19922.2250	822.1	819	19925.359	38829.2055
4.40478.28957	25397.0279	25396.9633	367.5	364	25411.773	49199.7367
.....	406.4	401
4.23211.54443	17065.3596	17065.3402	822.1	819	17068.057	33261.0103
4.37948.79799	23960.5881	23960.5465	406.4	401	23963.769	46700.0630
.....	427.8	424
4.40199.03123	25234.2447	25234.1819	406.4	401	25237.629	49182.4663
4.47561.45743	29896.1026	29896.0081	427.8	424	29899.924	58268.5979
.....	417.1	411
4.15190.30020	14187.4062	14187.3950	427.8	424	14190.620	27651.7738
4.32057.15977	20920.4776	20920.4409	417.1	411	20924.230	40774.7764
.....	361.7	318

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtes opposés.
90	{ Rieupeiroux	40 1 11.10	— 0.40	9.80824.58425	4.10596.06679
	{ Rodez	94 21 13.02	— 0.94	9.99874.50459	4.29645.98713
	{ Lagaste	45 37 37.62	— 0.40	9.85418.68116
		180 0 1.74	— 1.74		
91	{ Rieupeiroux	52 4 10.50	— 0.81	9.89694.37040	4.21746.29465
	{ Lagaste	56 49 37.83	— 0.83	9.92272.78714	4.24325.71139
	{ Saint-George	71 6 14.30	— 0.99	9.97594.06289
		180 0 2.63	— 2.63		
92	{ Lagaste	53 18 30.94	— 0.62	9.90410.14092	4.15875.24804
	{ Saint-George	60 3 57.39	— 0.66	9.93781.88247	4.19246.98959
	{ Cambatjou	66 37 33.67	— 0.72	9.96281.18752
		180 0 2.00	— 2.00		
93	{ Saint-George	49 43 15.43	— 0.51	9.88247.03507	4.10806.08614
	{ Cambatjou	71 15 30.05	— 0.64	9.97633.94076	4.20192.99184
	{ Montredon	59 1 16.21	— 0.54	9.93316.19696
		180 0 1.69	— 1.69		
94	{ Cambatjou	90 17 11.31	— 0.80	9.99999.45714	4.25945.02944
	{ Montredon	44 49 47.31	— 0.39	9.84019.11319	4.10764.68551
	{ Montalet	44 53 2.96	— 0.39	9.84860.51384
		180 0 1.58	— 1.58		
95	{ Montredon	24 58 27.53	— 0.36	9.62553.04845	3.95330.88666
	{ Montalet	96 19 49.06	— 0.90	9.99734.39122	4.32512.22944
	{ Saint-Pons	58 41 44.98	— 0.31	9.93167.19123
		180 0 1.57	— 1.57		

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.10596.17726	12763.2646	12763.2564	417.1	411	12767.740	24876.0697
4.29646.25275	19790.7625	19790.7322	361.8	318	19794.659	38572.9203
.....	471.4	471
4.21746.47926	16499.2724	16499.2548	417.1	411	16505.845	32157.6856
4.24325.91929	17508.9134	17508.8924	471.4	471	17513.749	34125.5129
.....	256.0	256
4.15875.38892	14412.9835	14412.9718	471.3	471	14417.861	28091.4322
4.19247.15413	15576.5567	15576.5447	256.0	256	15578.823	30359.2799
.....	405.4	405
4.10806.19768	12825.1359	12825.1276	255.9	256	12829.743	24996.6592
4.20193.16370	15919.5812	15919.5654	405.4	405	15921.362	31027.8463
.....	284.8	285
4.25945.25342	18174.0849	18174.0607	405.4	405	18185.648	35421.9565
4.10764.79684	12812.9157	12812.9074	284.8	285	12824.613	24972.8415
.....	640.0	640
3.95330.94136	8980.6840	8980.6811	284.8	285	8983.413	17503.6817
4.32512.53253	21140.9902	21140.9533	640.3	640	21150.381	41204.5635
.....	525.8	526

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
96	Montredon	36 8 25.11	— 0.60	9.77067.87320	4.09956.56066
	Saint-Pons	61 23 36.44	— 0.66	9.94345.90450	4.27234.59196
	Nore	82 28 0.69	— 0.98	9.99623.54199
		180 0 2.24	— 2.24		
97	Saint-Pons	51 22 11.76	— 0.47	9.89275.83295	4.23539.52686
	Nore	93 47 1.65	— 1.12	9.99905.22814	4.34168.92203
	Alaric	34 50 48.65	— 0.47	9.75692.86676
		180 0 2.06	— 2.06		
98	Nore	45 2 10.57	— 0.39	9.84975.97459	4.08582.59518
	Alaric	48 8 53.37	— 0.40	9.87208.20053	4.10813.82112
	Carcassonne	86 48 57.56	— 0.71	9.99932.90628
		180 0 1.50	— 1.50		
99	Alaric	75 30 28.85	— 0.85	9.98595.72962	4.30190.96175
	Carcassonne	68 25 47.08	— 0.76	9.96846.77563	4.28442.00776
	Bugarach	36 3 46.26	— 0.58	9.76987.36305
		180 0 2.19	— 2.19		
100	Alaric	41 53 53.32	— 0.40	9.82465.19099	4.10957.30081
	Bugarach	45 21 2.52	— 0.42	9.85212.70570	4.13704.81551
	Tauch	92 45 5.86	— 0.88	9.99949.89794
		180 0 1.70	— 1.70		
101	Bugarach	41 57 26.78	— 0.32	9.82515.23349	4.02047.46999
	Tauch	82 52 31.57	— 0.58	9.99663.37372	4.19195.61022
	Forcerat	55 10 2.92	— 0.37	9.91425.06432
		180 0 1.27	— 1.27		

LOGARITHME des côtésopposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS, Arcs en mètres.
4.09956.66793	12576.7110	12576.7032	284.8	285	12580.372	24512.4699
4.27234.82966	18721.8299	18721.8042	525.8	526	18731.822	36489.5315
.....	515.8	616
4.23539.72737	17194.8057	17194.7858	615.8	616	17200.554	33513.3057
4.34169.25017	21963.0425	21963.0012	303.8	304	11973.427	42807.7735
.....	76.3	60
4.08582.69587	12185.0318	12185.0247	615.8	616	12189.285	23749.0228
4.10814.93271	12827.7187	12827.7104	303.8	304	12842.631	25001.6931
.....	76.3	60
4.30191.23412	20040.7210	20040.6900	303.8	304	20052.676	39060.0985
4.28442.25906	19249.6391	19249.6112	76.3	76	19252.246	37518.2510
.....	627.3	627
4.10957.41314	12869.8692	12869.8608	303.8	304	12879.436	25083.8460
4.13704.94299	13710.3781	13710.3680	627.3	627	13715.861	26722.0284
.....	447.8	448
4.02047.54451	10482.7553	10482.7507	627.3	627	10490.310	20431.2737
4.19195.77437	15558.1421	15558.1273	447.8	448	15570.744	30323.3890
.....	257.2	257

N ^{os} .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
102.	Tauch	45 53 40.57	— 0.10	9.82462.19867	3.84799.20873
	Forceral	41 29 48.53	— 0.11	9.82123.72731	3.84460.73737
	Espira	96 36 31.38	— 0.27	9.99710.45993
		180 0 0.48	— 0.48		
103.	Forceral	55 32 44.53	— 0.13	9.91623.16002	3.84302.44689
	Espira	67 56 9.42	— 0.17	9.96696.93938	3.89376.22625
	Vernet	56 31 6.49	— 0.14	9.92119.92186
		180 0 0.44	— 0.44		
104.	Espira	57 45 19.01	— 0.08	9.92725.58696	3.77860.30555
	Vernet	43 25 33.74	— 0.08	9.83722.06736	3.68856.78595
	Salces	78 49 7.53	— 0.12	9.99167.72831
		180 0 0.28	— 0.28		
105.	Bugarach	39 44 57.56	— 0.48	9.80579.29448	4.13287.04407
	Forceral	93 8 41.17	— 1.05	9.99934.55041	4.32642.30030
	Estella	47 6 23.28	— 0.48	9.86487.86064
		180 0 2.01	— 2.01		
106.	Forceral	45 24 17.59	— 0.43	9.85253.23996	4.99118.83954
	Estella	82 59 3.11	— 0.71	9.99673.59854	4.23539.19812
	Camillas	51 36 40.89	— 0.45	9.89421.44449
		180 0 1.59	— 1.59		
107.	Estella	46 9 21.85	— 0.37	9.85807.33778	4.06354.10999
	Camillas	83 36 45.92	— 0.61	9.99729.58067	4.20276.35288
	N. D. du Mont . . .	50 13 53.59	— 0.38	9.88572.06732
		180 0 1.36	— 1.36		

TABLEAU COMPLET DES TRIANGLES.

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
3.84799.24240	7046.8060	7046.8047	447.8	448	7848.036	13754.4827
3.84460.77053	6992.1012	7992.0999	257.2	257	7003.363	13627.8611
.....	229.7	230
3.84302.47980	6966.6630	6966.6617	257.2	257	6970.673	13578.2811
3.89376.26783	7830.0165	7830.0146	229.7	230	7832.478	15260.9887
.....	12.7	13
3.77860.33001	6006.2485	6006.2477	229.7	230	11706.3985
3.68856.80211	4881.6656	4881.6651	12.7	13	9514.5449
.....
4.13287.16912	13579.1220	13579.1122	627.8	628	13609.513	26466.2057
4.32642.60521	21204.4031	21204.3659	257.2	257	21226.319	41328.157
.....	908.4	908
4.09118.94275	12336.4280	12336.4206	257.2	257	12356.537	24044.1496
4.23539.39862	17194.6756	17194.6557	908.4	908	17198.556	33513.0519
.....	375.8	376
4.06354.20086	11575.5599	11575.5537	908.4	908	11585.465	22561.1898
4.20276.52541	15950.1678	15950.1519	375.8	376	15969.216	31037.4605
.....	575.6	576

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
108	{ Estella	41 30 27.50	— 0.53	9.82133.00086	4.19024.28865
	{ N. D. du Mont . .	95 29 5.05	— 1.31	9.99800.71025	4.36691.99805
	{ Secalm	43 0 29.82	— 0.53	9.83385.06509
		180 0 2.37	— 2.37		
109	{ N. D. du Mont . .	56 4 9.79	— 0.39	9.91892.84998	4.11438.76842
	{ Secalm	42 47 36.58	— 0.36	9.83209.86872	4.02755.78715
	{ Roca	81 8 14.95	— 0.57	9.99478.37022
		180 0 1.32	— 1.32		
110	{ Secalm	77 26 11 28	— 0.89	9.98947.44705	4.29685.57693
	{ Roca	62 40 52 92	— 0.70	9.94864.18035	4.25602.31023
	{ Matagalls	39 52 58.00	— 0.61	9.80700.63853
		180 0 2.20	— 2.20		
111	{ Secatus	34 53 7.57	— 0.52	9.75734.84830	4.05130.34231
	{ Matagalls	78 42 53.54	— 0.78	9.99152.08911	4.28547.58312
	{ Rodos	66 24 0.81	— 0.62	9.96206.81623
		180 0 1.92	— 1.92		
112	{ Matagalls	85 56 48.24	— 0.89	9.99891.23679	4.30849.68806
	{ Rodos	60 34 7.29	— 0.53	9.93999.09470	4.24957.54597
	{ Matas	33 29 6.39	— 0.50	9.74171.89104
		180 0 1.92	— 1.92		
113	{ Rodos	61 32 52.59	— 1.12	9.94409.56135	4.30744.76519
	{ Matas	56 38 53.57	— 1.07	9.92184.80924	4.28520.01308
	{ Montserrat	61 48 17.16	— 1.13	9.94514.48422
		180 0 3.32	— 3.32		

TABLEAU COMPLET DES TRIANGLES.

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.19024.45151	15496.8888	15496.8742	908.4	908	15508.858	30204.0033
4.36692.36517	23276.8204	23276.7712	575.6	576	13287.515	45367.3745
.....	776.9	777
4.11438.88327	13013.3417	13013.3331	575.6	576	13029.145	25363.4791
4.02755.97527	10655.1546	10655.1497	776.9	777	10660.336	20767.2862
.....	508.3	508
4.29685.84303	19808.8121	19808.7817	776.9	777	19825.576	38608.0996
4.25602.53071	18031.2281	18231.2052	508.3	508	18040.049	35143.5234
.....	870.6	871
4.05130.42820	11253.9310	11253.9262	776.9	777	11277.060	21934.3233
4.28547.83563	19296.4917	19296.4636	870.6	871	19129.322	37609.5684
.....	542.5	542
4.30849.96882	20346.5675	20346.9345	870.6	871	20355.002	39656.5942
4.24957.75990	17765.2057	17765.4847	541.5	542	17787.797	34625.6205
.....	239.5	240
4.30745.04460	20297.8690	20297.8363	541.5	542	20309.042	39561.2896
4.28520.26527	19284.2456	19284.2175	239.5	240	19290.529	37585.7003
.....	634.1	634

N ^o .	NOMS DES STATIONS.	ANGLES sphériques.	Excès sphérique.	LOGARITHME. Sinus des angles.	LOGARITHME. Sinus des côtés opposés.
114	Matas	49 35 52.10	— 0.20	9.88167.75975	4.20037.38645
	Montserrat	27 25 5.84	— 0.29	9.66321.37455	3.98191.00126
	Valvidrera	102 59 3.49	— 0.94	9.98875.63849
		180 0 1.43	— 1.43		
115	Matas	28 30 4.95	— 0.11	9.67868.20960	3.66953.06668
	Valvidrera	73 5 0.73	— 0.14	9.98078.93974	3.97163.79682
	Montjouy	78 24 54.73	— 0.16	9.99106.14418
		180 0 0.41	— 0.41		

Le logarithme du côté qui a servi de base à chaque triangle se trouve toujours au triangle précédent. Ainsi dans le triangle 105 la base est le côté opposé à l'angle Montjouy, c'est-à-dire, la distance entre Matas et Valvidrera. Or la distance entre Matas et Valvidrera est opposée à Montserrat. Son logarithme est. . . 3.98191.00126
 Ajoutez à ce logarithme le complément du sinus de Montjouy . . . 0.00893.85582

La somme sera 3.99084.85708
 A cette somme ajoutez successivement *log. sin.* Matas. 9.67868.20960
 et *log. sin.* Valvidrera. 9.98078.93974

Et vous retrouverez le *log. sin.* des deux côtés dans le triangle 115. { 3.66953.06668
 { 3.97163.79682

On peut avoir une autre vérification en ajoutant le *log. sin.* du premier angle au *log. sin.* du second côté et réciproquement, les deux sommes doivent être égales.

Log. sin. Matas. 9.67868.20960 *l. sin.* Valvidr. . . 9.98078.93974
Log. sin. Matas, Montjouy . . 3.96163.79682 Matas, Montj. . . 3.66953.06668
 3.65032.00642 3.65032.00642

Tous les calculs du tome III ont été faits avec les logarithmes sinus de ces angles et de ces côtés sans y employer un seul des nombres qui suivent.

LOGARITHME des côtés opposés.	CÔTÉS OPPOS. Arcs en toises.	CÔTÉS OPPOS. Cordes en toises.	HAUT. sur la mer.	HAUT. du sol.	DISTANCE vraie des signaux.	CÔTÉS. Arcs en mètres.
4.20037.55709	15862.6438	15862.6282	239.5	250	15875.617	30916.8732
3.98191.06366	9592.0324	9592.0288	634.1	634	9592.484	18695.2221
.....	241.0	421
3.66953.08148	4672.3010	4672.3006	239.5	240	4778.095	9106.4856
3.97163.85634	9367.8206	9367.8173	241.0	240	9370.770	18258.2257
.....	105.1	105

Les logarithmes des côtés opposés ont été placés ici pour ceux qui voudroient calculer l'arc du méridien entre Dunkerque et Barcelone par la méthode de M. Legendre.

Je n'ai fait aucun usage des arcs en toises, si ce n'est pour trouver leurs cordes aussi en toises, dont j'avois besoin pour calculer la distance vraie des signaux.

Les côtés en mètres ont été calculés au moyen d'une table fort exacte de conversion des toises en mètres.

Pour avoir le logarithme des cotés exprimés en mètres, on ajouteroit le logarithme constant 0.28981.99927 au logarithme de l'arc en toises.

(Faint, illegible table content)

Triangles secondaires.

NOMS DES STATIONS.	ANGLES.	SINUS.	LOGARITH. côtés opposés.	CÔTÉS opposés.
Rieupeiroux	56° 1' 50"	9.9187303	4.4827928	30394.3
Lagaste	91 17 7	9.9998907	4.5639532	36639.8
La Rosière	32 41 3	9.7324000	4.2964625	
Rodez	111 18 47	9.9692334	4.4828017	30395.0
Lagaste	45 39 29	9.8544161	4.3679844	23333.7
La Rosière	23 1 44	9.5923935	4.1059618	
Rieupeiroux	67 24 44	9.9653392	4.3717980	23540.1
Lagaste	61 40 14	9.9445979	4.3510667	22442.7
Alby	50 55 2	9.8899937	4.2964625	
Rieupeiroux	52 29 38	9.8994310	4.4236424	26524.2
Lagaste	91 12 50	9.9999025	4.5241139	33420.3
Montrédon	36 17 32	9.7722511	4.2964525	
Montrédon	61 6 50	9.9422967	4.2733132	18763.5
Montalet	60 52 58	9.9413256	4.2723419	18721.6
Nore	58 0 12	9.9284362	4.2594520	
Nore	52 36 33	9.9001003	4.2408778	17413.1
Carcassonne	91 34 2	9.9998375	4.3400143	21908.6
Castelnaudari	35 49 25	9.7673725	4.1081493	
Saint-Pons	73 43 0	9.9822201	4.4267793	26655.1
Alaric	54 0 42	9.9080219	4.3515811	22468.9
Beziers	52 16 18	9.8981331	4.3416925	
Saint-Pons	41 39 45	9.8226528	4.1990009	15812.5
Alaric	70 55 25	9.9754702	4.3518183	22481.1
Narbonne	67 24 50	9.9653444	4.3416925	
Alaric	105 35 12	9.9837278	4.5197774	33096.1
Tauch	50 53 46	9.8898637	4.4259133	26663.3
Beziers	23 31 2	9.6009996	4.1370494	
Alaric	88 40 26	9.9998837	4.3157066	20687.4
Tauch	49 49 50	9.8831730	4.1989959	15812.3
Narbonne	41 29 44	9.8212265	4.1370494	

TABLEAU COMPLET DES TRIANGLES. 841

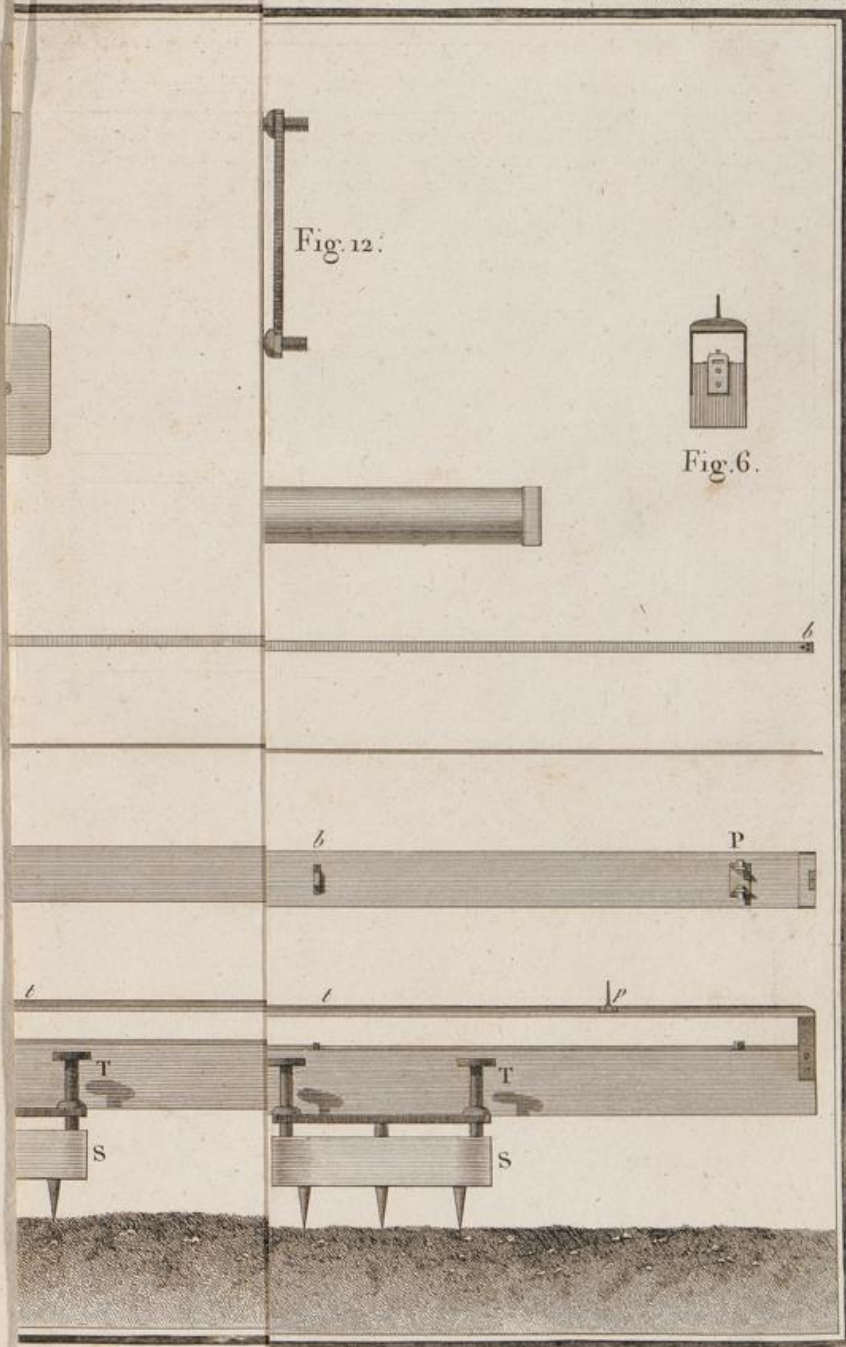
NOMS DES STATIONS.	ANGLES.	SINUS.	LOGARITH. côtés opposés.	COTÉS opposés.
Nore	140° 59' 36"	9.7989392	4.7867123	61194.5
Saint-Pons	31 34 27	9.7190012	4.7067743	50906.6
Puyprigue	7 25 57	9.1117936		
Carcassonne	50 4 15	9.8847039	4.4010227	25178.1
Bugarach	92 18 46	9.9996461	4.5159649	32806.8
Saint-Barthélemi	37 36 59	9.7855965		
Carcassonne	65 25 34	9.9587672	4.5629355	36554.0
Alaric	96 55 37	9.9968184	4.6009867	39901.3
Canigou	17 38 49	9.4816587		
Bugarach	50 36 26	9.8880748	4.1949748	15666.6
Forceral	79 15 58	9.9923338	4.2992338	19917.4
Canigou	50 7 36	9.8850577		
Espira	58 11 33	9.9293291	3.8564810	7185.9
Salces	86 32 43	9.9992101	3.9263620	8440.4
Perpignan	35 15 44	9.7614161		
Forceral	63 55 20	9.9533722	3.9263746	8440.6
Espira	67 29 53	9.9656094	3.9386118	8681.8
Perpignan	48 34 47	9.8749900		
Forceral	60 51 47	9.9412421	4.1767283	15022.0
Camellas	30 19 3	9.7031119	3.9385981	8681.6
Perpignan	88 49 10	9.9999078		
Stella	55 29 5	9.9150141	4.1767066	15021.2
Camellas	81 55 44	9.9956767	4.2564692	18049.7
Perpignan	42 35 11	9.8303969		
Tauch	33 11 49	9.7383957	3.9386033	8681.8
Forceral	105 25 9	9.9840800	4.1842876	15285.8
Perpignan	41 23 2	9.8202678		
Forceral	119 23 21	9.9401709	4.3154205	20673.8
Espira	43 20 2	9.8364816	4.2117312	16282.9
Bellegarde	17 16 37	9.4727428		
Salces	60 26 38	9.9394559	3.6413830	4379.1
Espira	43 41 41	9.8393623	3.5412894	3477.6
Rivesaltes	75 51 41	9.9866409		

NOMS DES STATIONS.	ANGLES.	SINUS.	LOGARITH. côtés opposés.	Côtés opposés.
Salces	18° 22' 10"	9.4985076	3.4651836	2918.7
Rivesaltes	139 34 10	9.8119273		
Vernet	22 3 40	9.5747202	3.5413962	3470.5
Forceral	62 12 15	9.9467502	3.8506998	7090.8
Vernet	40 9 27	9.8094863	3.7134359	5169.3
Tautavel	77 38 18	9.9898127		
Vernet	59 47 9	9.9365894	3.8191928	6594.7
Salces	68 18 14	9.9680894	3.8506928	7090.8
Tautavel	51 54 37	9.8959999		
Camellas	80 22 30	9.9938431	4.3058452	20223.0
Notre-Dame-du-Mont . .	65 16 7	9.9582193	4.2702214	18630.4
La Trinité	34 21 23	9.7515399		
Camellas	56 0 10	9.9185884	4.0312712	10746.6
Notre-Dame-du-Mont . .	60 44 33	9.9407317	4.0534145	11308.8
Figuières	63 15 17	9.9508592		
Camellas	64 29 46	9.9554742	4.3332057	21538.0
Notre-Dame-du-Mont . .	86 29 11	9.9991828	4.3769143	23818.5
Mouga	29 1 3	9.6858105		
Camellas	71 45 39	9.9776131	4.1167228	13083.5
Notre-Dame-du-Mont . .	51 4 4	9.8909181	4.0300278	10715.9
Perelada	57 10 17	9.9244323		
Camellas	81 10 19	9.9948244	4.1634028	14568.1
Notre-Dame-du-Mont . .	47 5 30	9.8647744	4.0333528	10798.2
Malavéhina	51 44 11	9.8949636		
Camellas	72 1 5	9.9782508	4.1946639	15655.4
Notre-Dame-du-Mont . .	63 17 28	9.9509982	4.1674113	14703.2
Castellon	44 41 27	9.8471289		
Notre-Dame-du-Mont . .	50 54 0	9.9370921	4.2235100	16730.5
Puy-se-Calm	66 50 24	9.9635093	4.2499272	17779.8
Costebonne	53 15 36	9.9038266		
Notre-Dame-du-Mont . .	78 52 54	9.9917712	4.3054238	20203.5
Puy-se-Calm	52 17 53	9.8982878	4.2119404	16290.8
Gironne	48 49 13	9.8765919		

TABLEAU COMPLET DES TRIANGLES. 843

NOMS DES STATIONS.	ANGLES.	SINUS.	LOGARITH. côtés opposés.	CÔTÉS opposés.
Notre-Dame-du-Mont	98° 16' 57"	9.9954465	4.3665465	23256.6
Puy-se-Calm	40 27 50	9.8122237	4.1833237	15251.9
Tour de Bateria	41 15 13	9.8191445		
Notre-Dame-du-Mont	97 28 6	9.9963002	4.2065029	16088.0
Roca-Corva	41 29 2	9.8211265	4.0313292	10748.0
Figuières	41 2 52	9.8173571		
Notre-Dame-du-Mont	155 6 22	9.6242191	4.3655636	23204.0
Roca-Corva	13 44 56	9.3759690	4.1173135	13101.3
Bellegarde	11 8 42	9.2862153		
Notre-Dame-du-Mont	22 48 45	9.5885145	3.8852733	7678.4
Roca-Corva	124 38 18	9.9152712	4.2120300	16294.1
Girone	32 32 57	9.7308010		
Notre-Dame-du-Mont	4 6 46	8.8556397	3.7252802	5312.3
Puy-se-Calm	7 57 50	9.1416032	4.0112437	10262.3
Aulot	167 55 24	7.3206040		
Matas	37 15 59	9.7821296	4.1040335	12706.7
Rodos	38 34 17	9.7948290	4.1167329	13083.8
Saint-Laurent	104 9 44	9.9865958		
Matas	19 22 56	9.5209660	3.9572955	9063.5
Montserrat	28 37 29	9.6803996	4.1167291	13083.7
Saint-Laurent	131 59 35	9.8711209		
Montserrat	33 10 49	9.7382058	4.1040329	12706.7
Rodos	22 58 37	9.5914654	3.9572925	9063.4
Saint-Laurent	123 50 34	9.9193756		
Rodos	66 37 15	9.9627948	4.2897513	19487.3
Montserrat	48 6 11	9.8717755	4.1987320	15803.0
Serrateix	65 16 34	9.9582455		
Valldrera	15 29 1	9.4264506	3.0965853	1249.1
Montjouy	71 16 49	9.9763958	3.6466200	4432.2
Barcelone	93 14 10	9.9993069		
Valldrera	20 13 38	9.5387547	3.2201646	1660.2
Montjouy	83 6 46	9.9968548	3.6782647	4767.2
Citadelle	76 39 36	9.9881209		

NOMS DES STATIONS.	ANGLES.	SINUS.	LOGARITH. côtés opposés.	CÔTÉS opposés.
Valvidrera	11° 49' 8"	9.3113697	3.0211022	1049.8
Montjoux	102 27 18	9.9896570	3.6993895	5004.8
Fanal	65 43 34	9.9597983		
Valvidrera	22 28 9	9.5822750	3.5323459	3406.8
Montjoux	9 8 32	9.2010848	3.1511557	1416.3
Saint-Pierre	148 23 19	9.7194599		
Valvidrera	101 59 45	9.9904111	4.2643781	18381.4
Montjoux	47 18 40	9.8663146	4.1402816	13812.8
Abbaye de Montserrat	30 41 35	9.7079436		
Valvidrera	82 35 14	9.9963551	4.0115731	10270.1
Montjoux	70 35 45	9.9746031	3.9898211	9768.4
Castel de Fels	26 49 1	9.6543128		
Montjoux	9 13 6	9.2046546	2.3871123	243.8
Barcelone	45 55 33	9.8563905	3.0388482	1093.6
Fontana-de-Oro	124 51 21	9.9141276		
Montjoux	134 49 32	9.8508032	4.2611017	18243.2
Matas	23 48 58	9.6061691	4.0164676	10386.4
Las Agujas	21 21 30	9.5613395		
Montjoux	90 7 26	9.9999987	4.9689558	93101.3
Las Agujas	83 28 15	9.9971740	4.9661311	92497.7
Torellas	6 24 19	9.0475104		
Montjoux	156 58 16	9.5923935	4.4091916	25656.2
Las Agujas	15 53 0	9.3811339	4.1979320	15773.6
Mataró	9 6 44	9.1996694		
Matas	23 31 48	9.6012224	4.0515116	11259.3
Montjoux	137 4 12	9.8332137	4.2835029	19209.1
Silla-Morella	19 24 0	9.5212488		
Montjoux	146 49 40	9.7381123	4.1900792	15491.0
Las Agujas	13 51 0	9.3790894	3.8310563	6777.3
Château de Mougat	19 19 20	9.5196711		



Gravé par E. Collin.