

AVERTISSEMENT.

CE second volume contient le reste de nos observations de tout genre avec une partie des calculs.

La mesure des deux bases, qu'on y trouvera d'abord, auroit dû terminer le premier volume qui par ce moyen eût renfermé toute la partie géodésique. Je l'ai séparée des triangles pour que les deux volumes fussent plus égaux; mais quand je pris ce parti, je n'avois pas tous les manuscrits de M. Méchain; je ne connoissois ni toutes ses observations d'azimut, ni les observations bien plus nombreuses qu'il a faites de la latitude de l'Observatoire impérial après le rapport des commissaires et l'adoption du mètre définitif; enfin je ne pouvois prévoir tout ce que les observations de Barcelone me forceroient d'ajouter à ma rédaction primitive. Ce sont ces additions importantes qui, contre mon intention, m'ont forcé de donner au tome second une centaine de pages de plus qu'au premier.

Nous avons pu dans la partie géodésique nous borner au résultat définitif de chaque série. Quand l'angle est constant, que les objets observés sont immobiles, la réduction de chacun des angles partiels est la même que

celle de l'angle moyen qui résulte de toutes les observations. Donner tous les détails n'auroit eu que le médiocre avantage de montrer la progression qui règne entre les différens multiples d'un même angle ; or il suffit de dire que cette marche est toujours régulière, même dans les séries qui diffèrent le plus ; la preuve en sera dans nos registres qui resteront en dépôt à l'Observatoire impérial. Ce qui, pour le dire en passant, prouve que les différences entre les séries d'un même angle mesuré à des jours ou à des heures différentes, ne doivent pas être imputées à l'observateur, mais aux circonstances extérieures qui avoient changé.

Dans les observations d'azimut et de latitude, l'astre change à chaque instant de position ; chaque observation exige une réduction différente ; il falloit donc publier ces observations dans le plus grand détail et joindre à chacune la réduction qui lui est propre, ou ne donner que les quantités réduites et qu'on auroit été comme forcé d'adopter de confiance. Nous aurions épargné deux ou trois cents pages, mais personne n'auroit pu vérifier nos calculs, ni juger en connoissance de cause.

Non seulement nous étions convenus, M. Méchain et moi, de publier toutes nos observations fidèlement copiées sur les originaux avec les réductions calculées ; j'ai cru devoir y joindre encore des tables construites sur des formules que je démontre, et par le moyen

desquelles on pourra vérifier sans peine et dans l'instant les réductions au méridien et les corrections de la réfraction moyenne, d'après l'état du baromètre et du thermomètre.

M. Méchain pendant son séjour en Espagne se donnoit la peine de calculer directement pour chaque jour la position apparente de l'étoile, et pour chaque observation particulière la réduction au méridien et la réfraction. Il a depuis adopté l'usage de ces tables que je construisois d'avance, et qui diminuent singulièrement la fatigue et l'ennui des calculs, sans rien ôter à la précision, qu'elles augmentent plutôt en rendant les erreurs presque impossibles. Les calculs qu'il a faits ainsi des deux manières prouvent la bonté de la méthode abrégée, ou plutôt ces tables ont prouvé la grande exactitude que M. Méchain savoit mettre dans tous ses calculs ainsi que dans toutes ses observations.

Cette sûreté, cette précision qui le distinguoient, et qui étoient universellement reconnues, auroient dû le rassurer sur une singularité qui l'a prodigieusement inquiété, et que présentent ses observations de latitudes faites en 1792 à Montjouy et l'année suivante à Barcelone.

Ces diverses observations sont les unes comme les autres faites avec un soin extrême et les attentions les plus recherchées. Les séries marchent avec la plus

grande régularité ; l'accord n'est pas moins grand entre les différentes étoiles. Elles attestent l'observateur le plus habile et le plus scrupuleux. Toutes conduisent à la même conclusion , et cette conclusion est assez étrange.

La différence entre les deux latitudes est de $3^{\circ}24'$ plus grande qu'elle ne devoit être d'après la distance des deux observatoires , distance qui est parfaitement connue , et qui n'est que de 950 toises.

Au lieu d'attribuer, comme il auroit pu , cette anomalie aux inégalités de la terre , il vouloit en trouver la cause dans les erreurs de ses observations. Il désira recommencer toutes , et ne l'ayant pu il vouloit supprimer les observations de Barcelone qui ne lui avoient pas été demandées , et qu'il n'avoit faites que pour mettre à profit son séjour en Espagne après le refus des passeports qu'il avoit sollicités pour rentrer en France. La commission , d'après le compte succinct qu'il lui rendit de ces dernières observations , crut devoir s'en tenir aux observations de Montjouy , qui lui étoient présentées comme plus directes et préférables en ce qu'elles avoient été faites à quelques pieds seulement de l'extrémité sud des triangles , au lieu que les autres exigeoient une réduction d'une minute à fort peu près.

Mais en examinant avec le plus grand scrupule ces observations de Barcelone , je ne les ai trouvées ni moins

bonnes, ni moins nombreuses, ni moins certaines que celles de Montjouy. Elles me paroissent constater un fait déjà soupçonné, qui n'a rien que de très-vraisemblable et qui maintenant me semble avéré; c'est-à-dire, l'influence très-sensible des irrégularités locales de la terre.

Dépositaire des manuscrits de M. Méchain depuis l'instant où ils sont revenus d'Espagne, j'ai cru qu'il étoit de mon devoir de publier tout sans la moindre réserve pour constater un fait aussi intéressant. On peut sans beaucoup d'inconvéniens laisser aux astronomes la critique et le choix de leurs observations, quand il s'agit d'un point ordinaire ou d'un élément qui peut se vérifier journellement dans tous les observatoires, comme l'obliquité de l'écliptique ou les réfractions. Mais quand il s'agit d'observations qu'on n'a pas l'occasion de répéter à volonté et d'opérations telles que celles qui ont pour objet de déterminer la grandeur et la figure de la terre, alors l'astronome qui est chargé d'une mission publique, doit au gouvernement qui l'a employé, et à tous les savans qui liront son ouvrage, le compte le plus scrupuleux de tout ce qu'il a observé. Il peut avoir son avis et en exposer les raisons, mais il doit par une publication entière mettre ses lecteurs à portée de tirer de son travail toutes les conséquences auxquelles ce travail peut conduire.

Le résultat très-inattendu de ces observations de Bar-

celone comparées à celles de Montjouy démontre la nécessité de la règle à laquelle je m'étois soumis dès le premier instant, de conserver précieusement tous les originaux et de reporter chaque jour dans un registre toutes les observations, avant d'entreprendre aucun calcul, afin de prévenir tout soupçon en me mettant moi-même dans l'impossibilité de rien changer ou de rien soustraire. Si M. Méchain n'a pas jugé que cette précaution fût indispensable, si les registres qu'il nous a laissés n'ont été formés que long-temps après, et s'ils ne sont pas revêtus à chaque page de la signature de ses coopérateurs depuis le premier jour jusqu'au dernier, nous avons au moins presque tous les originaux de ses observations et des preuves irrécusables qui démontrent l'authenticité de tout ce que nous possédons; mais il est probable que nous n'avons pas toutes ses observations de latitude et d'azimut, et il nous manque les originaux de quelques angles terrestres, et notamment ceux des stations où il n'a pas été lui-même.

En avant ou à la suite de chaque espèce d'observations j'expose les formules qui servent à les réduire ou à déterminer le degré de précision qu'on en peut attendre.

Ces formules étoient déjà pour la plupart dans mon mémoire sur la détermination de l'arc du méridien, ouvrage rédigé à la hâte, et qui n'avoit été destiné d'abord qu'aux membres de la commission chargés d'examiner tout le travail. Toutes ces formules ont été depuis

adoptées dans divers Traités de Géodésie. Elles sont ici augmentées, simplifiées, moins incomplètes quand elles ne sont qu'approximatives et démontrées le plus souvent d'une manière nouvelle.

Tous mes calculs ont été faits par la trigonométrie sphérique : dans toutes les mesures de degrés qui ont précédé la nôtre on n'avoit employé que la trigonométrie rectiligne, et l'on avoit négligé la courbure des arcs terrestres. Dans ces derniers tems on a trouvé des moyens fort ingénieux pour corriger cette erreur et ramener à la trigonométrie rectiligne les formules des triangles sphériques, lorsque les côtés de ces triangles sont fort petits. Mais il m'a semblé que les véritables formules sphériques étoient encore préférables, et qu'on en pouvoit faciliter l'usage au moyen de trois équations bien simples, qui même n'en sont qu'une, qui peut se renfermer dans une table subsidiaire d'un usage très-facile, et qui alors remplace avec avantage toutes les règles différentes qu'on a données jusqu'ici. Voici ces formules :

$$\text{Log. cos. } A = -3 \log. \left(\frac{A}{\sin. A} \right) = +3 \log. \left(\frac{\sin. A}{A} \right)$$

$$\text{Log. sin. } A = \log. A + \frac{1}{3} \log. \cos. A = \log. A - \frac{1}{3} \log. \left(\frac{A}{\sin. A} \right)$$

$$\text{Log. tang. } A = \log. A - \frac{1}{3} \log. \cos. A = \log. A + \frac{1}{3} \log. \left(\frac{A}{\sin. A} \right)$$

Tant que l'arc A ne passera pas quatre ou cinq degrés, ces formules auront toute l'exactitude requise, car en supposant 6° l'erreur seroit à peine de $\frac{1}{3}$ de toise ou deux pieds.

Dans ce cas, $\log. \left(\frac{A}{\sin. A} \right)$ est une quantité qui varie fort lentement. Pour la trouver avec une grande précision, il suffit de connoître l'arc à quelques secondes près, ce qui est toujours facile. Ainsi un arc étant donné en toises on sait toujours à fort peu près ce qu'il vaut en secondes ; mais pour éviter au calculateur cette petite recherche j'ai fait une table de la correction $\frac{1}{3} \log. \left(\frac{A}{\sin. A} \right)$; l'arc étant donné en toises, on trouve à vue dans la table ce qu'il faut retrancher de son logarithme pour avoir le logarithme de son sinus, en doublant la correction on a ce qu'il faut ajouter au logarithme de l'arc toujours en toises pour avoir le logarithme de la tangente exprimée pareillement en toises. Enfin en triplant la correction et prenant le complément arithmétique on a le logarithme du cosinus, le rayon étant supposé l'unité.

Au moyen de cette table il n'y a aucune formule de trigonométrie sphérique qui ne puisse facilement s'appliquer aux problèmes géodésiques.

Les mêmes formules s'appliquent également à nombre de problèmes astronomiques dans lesquels on a de petits triangles sphériques à calculer, comme dans les calculs des éclipses et dans celui des parallaxes de toute espèce. Alors même on n'a plus besoin de table subsidiaire, les arcs étant exprimés en degrés minutes et secondes, les tables donnent tout naturellement $\log. \cos. A$, et tout

se réduit aux formules suivantes dont l'erreur en supposant $A = 6^\circ$ n'est guère que 0"055.

$$\text{Log. sin. } A = \text{log. } A \text{ en secondes} + \text{log. sin. } 1'' + \frac{1}{3} \text{log. cos. } A$$

$$\text{Log. tang. } A = \text{log. } A \text{ en secondes} + \text{log. sin. } 1'' - \frac{1}{3} \text{log. cos. } A.$$

Avec ma table subsidiaire j'ai pu calculer tous les triangles comme sphériques et sans altérer aucun angle, et même je n'ai eu besoin de ma table que deux fois, l'une pour la base de Melun, et l'autre pour celle de Perpignan. A la vérité je n'avois ainsi que les sinus des côtés en toises au lieu des côtés mêmes; mais ces sinus me suffisoient pour les calculs subséquens, comme on le verra dans le troisième volume, et d'ailleurs ma table me donnoit les moyens de changer les sinus en arcs par la simple addition d'un nombre pris à vue. Elle me donnoit aussi le moyen de changer les sinus en cordes, les cordes en arcs ou les arcs en cordes, suivant la méthode dont je voudrois faire choix pour calculer l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et de Barcelone.

J'ai trouvé partout le plus grand accord entre les calculs faits par cette nouvelle méthode et ceux que j'avois exécutés plus anciennement par les méthodes connues.

Pour former le tableau complet des triangles qui termine ce volume, j'avois besoin de la hauteur des signaux au-dessus du niveau de la mer. Chacune de ces hauteurs

a été déterminée par les distances réciproques des deux signaux au zénith, et toujours par deux stations différentes dont les hauteurs étoient connues par les calculs précédens.

L'effet incertain et variable des réfractions terrestres n'a pas empêché que la hauteur de Rodès au-dessus des moyennes eaux de la mer à Dunkerque ne se soit trouvée précisément égale à la hauteur de ce même clocher au-dessus de la Méditerranée. Ainsi nos triangles fournissent entre Dunkerque et Barcelone environ deux cents points dont les hauteurs paroissent certaines à une ou deux toises près, et l'on pourroit par des opérations semblables en déduire avec une précision presque égale celles de tous les points de la France de proche en proche.

Ces mêmes hauteurs prises deux à deux fournissent les moyens de déterminer la constante de la réfraction terrestre, et cette constante est à peu près 0.079; elle peut se réduire à presque rien par des temps chauds et pluvieux; dans les temps froids elle peut aller à 0.09 et même 0.10. Dans l'hiver par les temps de brouillard elle peut monter à 0.15, 0.16 et 0.17; mais ces cas extrêmes sont bien rares; je ne les ai guères trouvés qu'à Bonnières en été et à Boiscommun en hiver, et le résultat moyen et le plus sûr est 0.079.

Le tableau complet donne encore les distances vraies

des sommets des signaux ou les côtés des triangles inclinés à l'horizon.

Toutes ces distances et ces hauteurs sont exprimées en toises, ce qui étoit nécessaire, puisque le mètre n'est pas encore déterminé, et que les règles qui ont servi à mesurer les deux bases étoient de doubles toises dont les divisions étoient des fractions décimales de la toise simple. Cependant par anticipation j'ai donné les distances réduites au niveau de la mer en mètres d'après le rapport fixé par la commission des poids et mesures.

Le troisième et dernier volume qui est sous presse, contiendra la détermination de l'arc mesuré, celle de l'aplatissement par la comparaison de notre arc avec celui du Pérou mesuré par Bouguer et La Condamine; la fixation du mètre; les longitudes, les latitudes, les azimuts, les distances à la méridienne et à la perpendiculaire de Dunkerque pour tous les points observés, et enfin la comparaison de notre méridienne avec celle qui a été vérifiée en 1739 par MM. Cassini et La Caille. J'y donnerai ensuite tous les mémoires de M. de Borda sur la dilatation des règles de platine et de cuivre, et sur la longueur du pendule à Paris, les différens rapports faits à la commission sur toutes les parties du travail, et le volume finira par les expériences de M. Lefèvre-Gineau pour la détermination du kilogramme.

Tous les originaux et registres d'observations ont été déposés à l'Observatoire pour y être conservés avec le plus grand soin. Sur ma demande le bureau des longitudes a nommé des commissaires pour recevoir ce dépôt et prendre connoissance des notes que j'ai cru devoir ajouter aux manuscrits de M. Méchain, dans la vue d'exposer ses méthodes de calcul sur lesquelles il n'a pas laissé le moindre renseignement, ou de fixer d'une manière durable ce qu'il n'a marqué souvent qu'au crayon qui pourroit cesser d'être lisible avec le temps. Ces commissaires sont MM. Bouvard, Burckhardt et Biot. Dans la séance du 12 août ils ont fait leur rapport, et leur conclusion est que *j'ai pleinement satisfait à l'engagement annoncé de déposer tous les originaux, mon registre-journal, et les copies diverses des observations ou calculs de M. Méchain.* Il me reste quatre volumes de registres où mes observations et mes calculs sont rangés dans l'ordre le plus naturel. Je les déposerai de même ainsi que ma correspondance originale avec M. Méchain, dont on verra quelques fragmens aux articles de Dunkerque et de Barcelone.

J'ai hasardé, page 531, quelques conjectures qui pourront recevoir quelques modifications quand nous aurons pu nous procurer des renseignemens plus précis sur la position respective des observatoires de Barcelone et Montjouy.