

---

IV. ABSCHNITT.

NÄHERE UNTERSUCHUNG DER BEWEGUNG UND IHRER  
GESETZE.

---

§. 36.

Wäre es denkbar, daß eine Bewegung nach allen Richtungen zugleich gieng, so würde eine solche auf die Benennung absolute Bewegung (im Gegensatz der nach einzelnen Richtungen gehenden bedingten oder relativen) Anspruch machen können. Um daher über die absolute Bewegung zu bestimmten Vorstellungen zu gelangen, sind wir genöthigt, bei ihrer empirischen (im Endlichen gegebenen) Darstellung, ihr eine Bahn zuzuweisen, die während sie im Raume gegeben ist, die Bewegung dennoch als Unendliche erblicken läßt, und eine solche Bewegung würde diejenige seyn, welche auf einen gewissen Raum beschränkt, nach der Richtung einer Curve statt findend weder Anfang noch

Ende hat. Wirklich finden Bewegungen der Art in der Natur statt, welche von einem Punkte ausgehend wieder in denselben zurückkehren, um wieder von vorne anzufangen, und so sich ins Unendliche zu reproduciren. Wir nennen diese Bewegungen in ihrer Beziehung zur Natur organische, und diejenige der Weltkörper ist eine für uns anschauliche organische Bewegung, während die ähnliche Bewegung der einzelnen Organismen (welche den organischen Bestand derselben zur Folge hat) nur insofern sinnlich wahrgenommen wird, als wie sie mechanisch ist, d. h. als wie sie sich nur durch Einwirkung äusserer Kräfte (Potenzen) wieder reproducirt.

1) Die Art wie sich die einzelnen Glieder der Erde für uns sinnlich wahrnehmbar bewegen, ist von derjenigen der Erde selbst sehr verschieden; sie gehen von einem Punkte aus, um bei einem anderen Punkte, als wie der ist wo sie ausgingen, wieder aufzuhören. Es sind mechanische Bewegungen, selbst wenn sie auch von Grundkräften bewirkt werden, und so in Rücksicht ihrer Entstehung auf die Benennung dynamische Bewegung Anspruch machen können. Den organischen Werth der Gesamtbewegungen des einzelnen Organismus erschliessen wir aus ihrem Leben und ihrer Selbstständigkeit, ohne ihn in den einzelnen Bewegungsverhältnissen durch Anschauung zu erkennen.

2) Jeder Organismus, als ein stets thätiges, productives Wesen, kann nur mittelst seiner Bewegungen

vorgestellt werden, mithin sind auch die Gesetze organischer Thätigkeit nur Bewegungsgesetze, und insofern scheint eine (in neueren Zeiten theils auf anderen Wegen häufig versuchte) Construction des Organismus a priori möglich. Wären wir z. B. im Stande, in folgender Formel für die Ellipse  $y^2 = px - \frac{px^2}{a}$ , mittelst der Erfahrung die beiden Grössen  $p$  und  $a$  anzugeben, so würden wir die Organisation a priori construiren können; während wir jetzt, wo wir von der innern Thätigkeit des Organismus nichts zur Anschauung erhalten, entweder zu nie sicherer Analogien die Zuflucht nehmen, oder die unbestimmten Grössen in jener Formel für immer unbestimmt lassen müssen.

3) In Rücksicht auf Organisation können wir auch innere und äussere Bewegung gestatten. Wenn z. B. der Sinnesnerv ohne merkbare äussere Veränderung zu einem ganz andern Daseynsverhältniss gelangt, als wie er zuvor besafs, so können wir dieses einer inneren Bewegung zuschreiben; jedoch ist dieser Unterschied immer mehr oder weniger bildlich, und man kann dann auch mit gleichem Rechte von der Bewegung des Geistes, z. B. vom Denken zum Wollen etc.; als von innerer Bewegung sprechen.

4) Eine unendliche Bewegung kann in der Anschauung nicht als geradlinig dargestellt werden; weil sie wie eine auf einen bestimmten Raum eingeschränkte gerade Linie, nothwendig Anfang und Ende haben mufs.

## §. 37.

Jede krummlinigte Bewegung ist von zwei Richtung ertheilenden Kräften, und von der ursprünglichen Beweglichkeit des zu Bewegenden abhängig. Eine der Richtung ertheilenden Kräfte, treibt den beweglichen Punct nach der Richtung irgend einer geraden Linie, während ihm die andere eine Richtung giebt, welche einer auf jener senkrecht gehenden Linie mehr oder weniger entspricht. Die Centralbewegung ist eine solche krummlinigte Bewegung um einen Mittelpunct (Centrum) herum, wobei man sich vorstellen kann, daß der bewegte Körper durch zwei Kräfte gelenkt werde, wovon ihn die eine nach der Tangente der krummen Linie, die andere ununterbrochen nach dem Mittelpuncte treibt. Dieser Vorstellung gemäß nennt man die eine der lenkenden Kräfte Tangential- oder Centrifugalkraft, die andere Centripetal- oder Normalkraft, und denkt sich jede derselben als stetig wirkende (Central-) Kräfte.

1) Um die unendliche Bewegung als im Raume vorhanden darzustellen, müssen wir die sie begründenden Kräfte (die Centralkräfte und die Trägheit) als unendlich aber im bestimmten Raume wirkend annehmen, mithin die Centrifugalkraft so stark wie die Centripetalkraft setzen, zugleich aber auch als ausser einander oder abwechselnd nach einander wirkend vorstellen, wenn sich beide nicht aufheben sollen.

Die Bahn welche ein Körper durchläuft, wenn beide ausser einander liegende Centralkräfte so wirken, daß ihre Summe in dem einen Moment der Bewegung, gleich sey ihrer Summe in jedem anderen Momente, ist eine Ellipse. Denken wir uns nemlich beide Centralkräfte lägen (Fig. 1.) in D und E, und der sich bewegende Körper in F, so soll die Summe der Wirkungen beider Kräfte auf diesen Körper eben so groß seyn, als in jedem anderen Punkte der Bewegung, z. B. in G. Drücken wir nun die Stärke beider Kräfte durch die beiden Linien aus, die von D und F auf den sich bewegenden Körper gezogen werden, z. B. durch DF und EF, DG und EG; so muß die Summe zweier in einem Punkte sich vereinigenden Linien gleich seyn der Summe jeder zwei ähnlichen Linien, wenn die Summe der Kräfte in D und E überall gleich seyn soll;  $DF + EF = DG + EG = DH + EH$ . Ziehen wir nun sofort Linien aus D und E, wovon jedes Paar einem jeden (denkbaren) anderen Paare gleich ist, so liegen die Vereinigungspunkte aller dieser Linien in der Peripherie einer Ellipse, AFGHB, in deren Brennpunkte die beiden Centralkräfte liegen. Die Bahn für die im (beschränkten) Raume, im Endlichen sich darstellende Bewegung, ist dem Vorhergehenden zufolge also die Ellipse, und nicht der Cirkel, ohnerachtet beide unendliche, in sich selbst zurücklaufende Linien sind, deren Anfangspunct zugleich ihr Endpunct ist. Vergl. §. 37.

2) Man kann die elliptische Bewegung als die primitive, und die Kreisbewegung, die parabolische, die hyperbolische und geradlinigte (so wie die Wurf- und Pendelbewegung und die Bewegung frei fallender

Körper) als aus derselben entstandene (aus der Ellipse construierbar) betrachten. Denken wir uns einen Kegel nach allen möglichen Richtungen durchschnitten, so stellen uns die Umrissse der durch die Durchschnitte entstandenen Flächen, jene verschiedenen Linien dar, die man Kegelschnitte nennt (worumter hier wiewohl gegen den Sprachgebrauch der Mathematik auch der Kreis und in gewisser Hinsicht auch die gerade Linie mit begriffen ist). Man kann sich also die Entstehung aller Kegelschnitte dadurch denken, daß man eine Fläche um einen fixen Punkt an der Seite eines Kegels nach allen möglichen Richtungen (d. i. in einem Kreise) sich bewegen und in jeder Richtung (in jedem Kreispunkte) den Kegel durchschneiden läßt. Hieraus erhellt, da die Bahn der bewegenden Fläche, und mithin alle Punkte, durch welche die verschiedenen Lagen der Kegeldurchschnitte bestimmt werden, stetig mit einander vereinigt sind, auch die Kegelschnitte selbst (sofern sie blos von der Lage der Durchschnitflächen, mithin von der Lage der Punkte in der Peripherie der Kreislinie bestimmt werden) allmählig und in einer stetigen Reihe, und also nach einer gewissen Regel in einander übergehen. Die Verschiedenheit aller möglichen Kegelschnitte (nach der Art wie sie uns in der Mathematik demonstriert werden), welche auf erwähnte Weise entstehen, beruhet mithin nur auf der Verschiedenheit des Verhältnisses zwischen der Figur und einer beständigen Linie, dem Parameter (oder wenn die beständige Linie schon festgesetzt ist, nur auf der verschiedenen Größe der grossen Axe). Nehmen wir also die oben gegebene Formel für die Ellipse, als die Grundformel an; so müssen

die Formeln für alle übrigen Kegelschnitte bloß daraus entspringen, daß wir dem  $a$  (jener Grundformel) welches die Grösse der grossen Axe ausdrückt, alle möglichen Werthe beilegen. So entspringt nun aus der angeführten Grundformel folgende für den Cirkel, wenn wir  $a = p$  setzen; denn in diesem Falle wird  $y^2 = ax - \frac{ax^2}{a} = ax - x^2$ ; für die Parabel, wenn wir  $a = \infty$  annehmen; denn hier ist  $y^2 = px - \frac{px^2}{\infty} = px - 0 = px$ ; für die Hyperbel, wenn wir  $a = \infty + m$ ; oder  $a$  (in unserer Construction gleichfalls jede beliebige Grösse bedeutend) an die Stelle von  $m$  setzen und also  $a = \infty + a$  annehmen: denn nun ist  $y^2 = px - \frac{px^2}{\infty + a}$ , welche Gleichung der Gleichung für die Hyperbel gleich ist. Denn wenn  $\frac{px^2}{\infty} = 0$ , so ist  $\frac{px^2}{\infty + a}$  eine negative Grösse, und zwar  $= \frac{px^2}{-a}$ , mithin ist hier  $y^2 = px - \frac{px^2}{-a} = px + \frac{px^2}{a}$ . Die Hyperbel ist also ein Kegelschnitt, in dem die grosse Axe grösser ist, als unendlich groß; für die gerade Linie endlich, wenn  $a = \infty + \infty$  gesetzt wird; denn in diesem Falle ist  $a = px$ , mithin  $y^2 = px - \frac{px^2}{px} = px - px = 0$ . Auf ähnliche Weise wie wir hier alle möglichen Kegelschnitte, als Linien, dadurch construirt haben, daß wir dem  $a$  alle möglichen Werthe beilegten, eben so können wir auch, alle möglichen Kegelschnitte als Bahnen von Bewegungen, dadurch construiren, daß wir von den beiden Kräften, welche die Bahnen jener Bewegungen bestimmen, der einen

alle möglichen Grade beilegen, d. h. so wie wir die Kegelschnitte mathematisch construirt haben, eben so lassen sie sich auch dynamisch construiren. Nehmen wir an, eine absolute Attractivkraft und eine absolute Repulsivkraft wirkte aus zwei verschiedenen Punkten D und E der oben erwähnten Figur, auf einen (ausser der zwischen den beiden Punkten gezogenen geraden Linien liegenden) Körper z. B. in P, der sich vermöge seiner Trägheit nach einer unbestimmten Richtung bereits bewegt, und dem jene beiden Lenkkräfte eine bestimmte Richtung ertheilen. (Beide Kräfte als absolute, können von keiner dritten beschränkt werden, mithin kann auch ihre Summe nicht vermindert werden, sondern die eine muß, wenn das Verhältniß zwischen ihnen gestört wird, immer das gewinnen, was ihre entgegengesetzte verliert.) Drückt man nun die Stärke beider Kräfte durch die Linien aus, die man von den beiden Punkten D und E, auf denjenigen Punkt zieht, in welchem sich ihre Wirkung vereinigt, auf die Punkte A, F, G, I, H, wo der sich bewegende Körper in den verschiedenen Momenten seiner Bewegung sich befindet; so wird ein jedes Paar dieser Linien, z. B.  $DE + EF$ , einen jedem anderen Paare z. B.  $DA + DB = DF + EF = DG + EG = DI + EI = DH + EH = EB + EA$  gleich seyn, und die Punkte, worin sich alle diese Paare vereinigen, werden in einer Ellipse liegen, woraus sich für die elliptische Bewegung folgendes Princip ergibt: Wirken beide oben genannten Kräfte auf einen sich bewegenden Körper so, daß die eine überall so viel zunimmt, um wieviel ihre entgegengesetzte abnimmt (doch so, daß keine von beiden absolut

(d. i. ins Unendliche) vermindert wird; so bewegt sich der Körper in einer Ellipse, in deren Brennpuncte [die Attractiv- und Repulsivkraft liegen. Ist nun aber die Ellipse endlich, so müssen die Linien DF und EF, folglich (da  $DF + EF = DA + DB = AB = a$ ,) in der obigen Formel für die Ellipse (vergl. §. 37. N. 2.) a eine bestimmte Grösse haben, woraus sich nun für die übrigen Bewegungsarten, folgende Grundsätze ableiten lassen. 1) Für die Kreisbewegung: Wirken beide Grundkräfte so, daß sie in jedem Bewegungsmomente gleich bleiben; so wird  $DF = FE = DG = EG$  u. s. f. und a wird  $= p$ ; es entsteht eine Kreisbewegung. 2) Für die parabolische Bewegung: Die eine Kraft wirke unendlich; so wird eine von beiden Linien, DF oder EF, unendlich groß, und daher  $a = \infty$ ; die Bewegung geschieht in einer Parabel. 3) Für die hyperbolische Bewegung: Die eine Kraft wachse ins Unendliche, während die andere ins Unendliche abnimmt; so wird die eine von beiden Linien, DF oder EF, nicht nur unendlich groß, sondern sie erhält noch einen Zusatz über das Unendliche: und daher ist nicht nur  $a = \infty$  (wie bei der Parabel) sondern  $a = \infty + a$ ; die Bewegung ist hyperbolisch. 4) Für die geradlinigte Bewegung: Die eine Kraft sey unendlich groß, die andere unendlich klein; so erhält die eine der Linien DF oder EF nicht nur einen Zusatz zu ihrer unendlichen Grösse, sondern dieser Zusatz wird dann selbst unendlich groß, und in diesem Falle wird nicht nur  $a = \infty + a$ , sondern  $a = \infty + \infty$ , und die Bahn der Bewegung geradlinigt. — Dem letzten Grundsätze gemäß ist jede geradlinigte (freie) Bewegung, eine

in Richtung und Energie ununterbrochene, anhaltende; jede Bewegung von welcher man dieses nicht behaupten kann ist krummlinigt (die man gewöhnlich der Anschaulichkeit und Begreifbarkeit wegen als gebrochene construirt, welcher Construction LANGSDORFF durch seine Raumatome zu Hülfe zu kommen suchte) woraus der Satz folgt, daß es in der Natur keine geradlinigte freie Bewegung giebt. Vergl. Versuch über die organische Natur etc. S. 447 etc. Beiträge zur Prüfung des letzten Satzes, werden uns die in der Folge vorkommenden Untersuchungen der Krystallisation und des Magnetismus gewähren.

5) Die gerade Linie, welche man vom Mittelpunkte nach jedem denkbaren Punkte der krummen Bahn einer Centralbewegung ziehen, und als um den festen Mittelpunkt sich herumbewegend denken kann (Radius Vector) ist stets der Halbmesser oder die Normallinie. Nur bei der Kreisbahn ist der Radius Vector sich stets gleich, bei anderen krummen Linien muß er bald kürzer bald länger gedacht werden; übrigens beschreibt er bei krummlinigten Bewegungen in gleichen Zeiten immer gleiche Flächenräume, woraus sich ergibt, daß bei der Kreisbewegung die respectiven Theile der Bahn, deren Zeiten sich gleichen, sich selbst gleich sind, oder daß die Bewegung mit gleicher Geschwindigkeit von Statten geht; bei jeder anderen krummlinigten Bahn hingegen, nimmt die Grösse der Bestandtheile (mithin auch die Geschwindigkeit) in dem Maasse zu, wie sie dem Bewegungs-Mittelpunkte näher liegen, und umgekehrt ab, je weiter sie davon entfernt sind. Die Geschwindigkeiten verhalten sich also umgekehrt, wie

die Entfernungen vom Mittelpuncte. Ein Gesetz welches der unsterbliche KEPLER bei der Entdeckung der elliptischen Bahnen der Planeten sich bestätigen sah, indem bei jeder elliptischen Bahn, die Anziehung des in ihr bewegten Körpers zum Mittelpunct der Bewegung, sich umgekehrt verhält wie das Quadrat der Entfernung; oder dafs wenn jene Anziehung im benannten Verhältnisse steht, die Bahn eine Ellipse bilden muß. Bei der Untersuchung der Bahnen der Weltkörper werden wir Gebrauch von diesem Gesetze machen.

4) Dem obigen Gesetze für die Centralbewegung, fügen wir noch folgende bei, die meistens aus VAN SWINDEN's Positiones physicae genommen, von E. G. FISCHER (vergl. GREN's Naturlehre 5te Aufl. S. 51 etc.) sowohl im Ausdrücke als in den Beweisen neuerlichst bedeutend verbessert sind. 1) Die Umlaufzeiten jeder zwei kreisförmigen Centralbewegungen verhalten sich wie die Halbmesser, dividirt durch die Geschwindigkeiten. 2) Unter eben den Voraussetzungen, verhalten sich die Geschwindigkeiten, wie die Halbmesser, dividirt durch die Umlaufzeiten; und die Halbmesser verhalten sich, wie die Geschwindigkeiten multiplicirt mit den Umlaufzeiten. 3) Die Centrakraft eines Körpers bei der Bewegung im Kreise, ist gleich dem Quadrate der Geschwindigkeit, dividirt durch den Durchmesser des Kreises. 4) Wenn zwei Körper in Kreisen von verschiedenen Durchmessern gleiche Umlaufzeiten haben, so verhalten sich ihre beschleunigenden Cen-

tralkräfte, wie die Halbmesser der Kreise. 5) Wenn sich zwei Körper mit ungleichen Geschwindigkeiten in gleichen Kreisen bewegen, so verhalten sich die beschleunigenden Centralkräfte, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. 6) Wenn zwei Körper in ungleichen Kreisen mit gleicher Geschwindigkeit bewegt werden (also nicht gleiche Umlaufzeiten haben), so verhalten sich die beschleunigenden Centralkräfte umgekehrt wie die Halbmesser der Kreise. 7) Wenn sich zwei Körper in ungleichen Kreisen bewegen, und ungleiche Umlaufzeiten haben, so verhalten sich ihre beschleunigenden Centralkräfte wie die Halbmesser dividirt durch die Quadrate der Umlaufzeiten. 8) Wenn sich die Quadrate der Umlaufzeiten wie die Würfel der Halbmesser verhalten, so verhalten sich die Centralkräfte, verkehrt wie Quadrate der Halbmesser. Vergl. a. a. O.

5) Mit Hülfe der Schwungmaschine kann man die Wirkung der Centrifugalkraft (vergl. §. 37.) deutlicher machen. Die central (d. i. in einem Durchmesser) durchbohrten Kugeln, werden auf eine glatte stählerne Stange geschoben, die horizontal über einem Durchmesser des horizontallaufenden Schwungrades liegt. Wird die Kugel genau in den Mittelpunkt des Schwungrades gelegt, so bleibt sie auch beim heftigsten Umdrehen ruhig; ausser dem Mittelpunkte hingegen gelegt, wird sie (unter übrigens gleichen Umständen) der Beharrung (Trägheit) zufolge eine beschleunigte Bewegung erhalten, welche

sie endlich mit einer grösseren Geschwindigkeit fortzutreiben strebt, als wie die Geschwindigkeit des gedachten Rades selbst ist, wo sie dann auf dem (ihrem freien Laufe zum Hindernisse dienenden) Stabe, nach dem Umfange des Rades hingleiten und sich in der Richtung der Centrifugalkraft bewegen wird. Indels erläutert dieser Versuch doch mehr die Wirkung bewegter Körper bei gleichen oder ungleichen Massen, und bei gleicher oder ungleicher Geschwindigkeit, als die Centralbewegung selbst. Um zu den obigen Gesetzen der Kreisbewegung zu gelangen, muß man in den Stand gesetzt seyn, zwei oder mehrere von ein und derselben Centralkraft hervorgebrachte Kreisbewegungen vergleichen zu können. Läßt man z. B. zwei an Fäden befestigte Körper, in kleinen Kreisen von verschiedenen Durchmessern schwingen, so sind die Umlaufzeiten gleich, woraus das unten (vergl. N. 4.) ausgesprochene Gesetz folgt. — Auch die §. 54. in Beziehung des Lehrsatzes, daß die Bewegungsgrößen sich verhalten wie die Producte der Massen in die Geschwindigkeiten, aufgestellten Gesetze, lassen sich mittelst der Schwungmaschine anschaulich machen, wenn man je zwei central durchborte auf die Stange geschobene Kugeln, an Häkchen durch einen horizontal liegenden Faden verbindet, und nun das Schwungrad in Bewegung setzt, und zwar a) bei zwei Kugeln von gleicher Masse und gleicher Entfernung vom Mittelpunkte, die bei der Umdrehung gleiche Geschwindigkeiten erlangen, und endlich wenn die Bewegungsgrößen mit der Haltbarkeit des Fadens ausser Verhältniß kommen, auseinander getrieben werden; b) bei Kugeln von ungleicher Masse und ungleicher Entfernung,

erhält die entferntere eine grössere Geschwindigkeit, beide fahren auseinander, und die langsamer laufende wird dabei von der anderen nach aussen gehenden um etwas mit fortgerissen; c) bei ungleicher Masse und gleicher Entfernung, fährt die grössere nach aussen, die kleinere nach sich reissend; d) bei ungleicher Masse, und einer Entfernung der zufolge die kleinere um soviel entfernter vom Mittelpuncte steht, als wie nöthig ist, um das durch grössere Geschwindigkeit zu ersetzen, was die (nähere) grössere an Masse gewonnen hat, werden beide Kugeln einander hemmen, und endlich nach überwundenem Zusammenhalt des Fadens, auseinander fahren; e) wird in dem letzteren Falle die kleinere Kugel noch mehr entfernt gestellt, so wird ihre Bewegungsgrösse stärker als wie die der grösseren, sie fährt nach aussen die grössere nach sich ziehend. (Vergl. HILDEBRAND'S dynam. Naturl. S. 60 u. s. f.)

6) Den Raum durch welchen sich die in Bewegung gesetzten Körper fortbewegen, nennt man auch das Mittel (Medium). Hindert dasselbe die Bewegung auf einerlei Weise, so heisst es ein freies oder leeres Mittel (Medium liberum, vacuum); im entgegengesetzten Falle, ein Widerstand leistendes Mittel (Medium resistens).

#### §. 38.

Jedes Mittel (Medium) leistet dem in ihm bewegten Körper Widerstand (Resistentia), der entweder blofs durch die Raum erfüllende Kraft (Widerstand des Mittels schlechthin genannt) des Mittels, oder zugleich durch andere

auf dasselbe einwirkende Kräfte (z. B. durch die Schwere als Anziehung zum Mittelpuncte der Erde) bewirkt wird. Im ersteren Falle betrachtet man das Medium als ruhend, im anderen als bewegt.

§. 39.

Alles Widerstand leistende, hindert entweder blofs die Bewegung bewegter Körper, oder hebt sie völlig auf. Beides kann sowohl durch ruhende als durch bewegte Mittel geschehen, und für den letzteren Fall ist entweder die Widerstand leistende Bewegung gerade entgegengesetzt, und bei gehöriger Grösse dadurch die Bewegung des entgegenkommenden Körpers aufgehobend, oder schief entgegen wirkend, mit der Richtung des anderen Körpers einen Winkel bildend. Sind beide entgegengesetzten Bewegungen in Rücksicht der Grössen gleich, so werden beide gegenseitig aufgehoben, ihre Bewegung wird = 0, und beide kommen zur Ruhe. Denn jede den Widerstand überwindende Kraft, verliert so viel von ihrer Grösse, als wie die Grösse des Widerstandes beträgt. Bei verschiedener Bewegungsgrösse der sich gegen einander bewegenden Körper hingegen, wird der Körper mit kleineren Momenten, sich nach der Richtung des anderen mit einer Kraft fortbewegen, die dem anderen als bewegende Kraft, nach Abzug der Grösse des

Widerstandes, welchen er durch gleichen Kraftaufwand überwinden mußte, noch übrig bleibt.

1) Jede Verminderung einer Kraft durch ihre Wirkung auf einen Körper, nennen wir (das Verhältniß beider dadurch bezeichnend) Gegenwirkung (Reactio) des Körpers, und der Satz Wirkung und Gegenwirkung sind einander gleich, heißt soviel als die Kraft verliert so viel von ihrer Stärke, als auf ihre Wirkung verwendet wurde. Verschiedene Phänomene, z. B. daß eine an ihrem Faden hängende Spinne unverletzt bleibt, von einem Schlag der ein grösseres Thier (z. B. eine Maus) tödtet, oder eine Pflaumfeder durch einen Schlag von bestimmter Stärke nicht so weit getrieben werden kann, als wie eine Bleikugel, haben falsch verstanden zu der unrichtigen Folgerung geführt, daß man nur so viel auf einen Körper wirken könne, als wie er Widerstand zu leisten vermag.

2) Als Beispiel einer gerade entgegenwirkenden und dadurch Widerstand leistenden Kraft, kann die (in der Folge näher zu untersuchende) Schwere bei allen von der Erde fort bewegten Körpern angeführt werden.

#### §. 40.

Setzt sich einem bewegten Körper, sogleich beim Anfange seiner Bewegung ein anderer (Widerstandleistender) Körper entgegen, so entsteht Druck (Pressio), und zwar gegenseitiger Druck, wenn beide Körper durch bewegende Kräfte gegen einander getrieben werden, oder

einseitiger Druck, wenn der eine von diesen Körpern sich ruhend verhält; in dem letzteren Falle unterscheiden wir den drückenden Körper (premens) von dem gedrückten (pressum).

1) Der Druck ist entweder stetig (continuirlich, continua) oder unterbrochen (discontinuirlich, mutabilis, interrupta). Zu der ersteren Art gehört das Pressen, wo der Druck bei unveränderten Berührungspuncten bleibend ist und das Strecken zwischen Walzen, Drathziehen u. s. w., wo der Druck zwar bleibend ist, aber die Berührungspuncte stets wechseln; zur letzteren Art das Hämmern etc. Bei festen Körpern wird der gedruckte Körper entweder in Rücksicht seiner Masse verändert (z. B. verdichtet) oder zerrissen, und so dem drückenden Körper aus dem Wege geschafft; oder unzerrissen fortgetrieben; bei flüssigen Körpern wird entweder der gedruckte Körper fortgetrieben z. B. bei eingeschlossenen Flüssigkeiten mittelst eines Stempels, oder durch Trennung zum Ausweichen gebracht. Die nähere Untersuchung dieser verschiedenen Arten des Drucks, so wie die des Gegendrucks in der Folge.

2) Der Druck wird entweder durch die Macht des Zusammenhanges (Cohärenz), und durch die Unverschiebbarkeit der Aggregativtheile, oder durch das in dem gedrückten Körper mehr oder weniger mögliche Streben zur Wiederausdehnung (Elasticität §. 33.), welches bei zunehmendem Drucke wächst gehemmt. Bei jedem gehemmtten Drucke, wirkt dennoch die Druckkraft stetig fort, und bezeugt dieses dadurch, daß sie bei nachgelassenem Widerstande Bewegungen veranlaßt. Ist hingegen die stetige Druckkraft gegen

einen ruhenden nicht ausweichenden Körper (z. B. gegen eine unverschiebbare Unterlage) gerichtet, so erfolgt keine Bewegung und der Widerstand des ruhenden Körpers ist dann stets der Druckkraft gleich.

3) Verschiedene Beschaffenheit und verschiedene Grade von Elasticität bewirken auch Verschiedenheit des Widerstandes der Mittel. — Jeder bewegte Körper, der das Mittel vor sich hin oder aus einander treibt, verliert in jedem Theile seiner Bahn so viel von seiner Bewegungsgrösse, als die Masse des zu bewegenden Mittels mit der Geschwindigkeit ausmacht, welche der des Körpers gleich ist; denkt man sich diese Verminderung eine Zeit hindurch fortschreitend, so erhellt, daß endlich nur noch ein so kleines Moment übrig bleibt, welches durch etwas neu hinzugekommenen Widerstand ganz aufgehoben, und so die Bewegung des Körpers vollkommen gehemmt wird.

4) Es läßt sich denken, daß der continuirliche Druck nach mehreren Richtungen zugleich aber so gegeben sey, daß diese Richtungen sich stets ändern; man nennt diese Art des Druckes Reibung oder Friction (Frictio), und der Nachtheile ohnerachtet, die sie bei verschiedenen Maschinen mit sich führt, zieht man von ihr sowohl im gemeinen Leben, als auch bei mehreren Maschinen bedeutende Vortheile. Eigentliche Reibung findet nur bei rauhen Flächen fester Körper statt, gewöhnlich werden aber auch die in der Folge zu untersuchenden Phänomene der Flächenanziehung hieher gerechnet. In dem Maasse wie Rauhigkeit und der gegenseitige Druck zunimmt, wächst auch die eigentliche Reibung, aber die durch Anziehung bewirkte nimmt

umgekehrt mit der Glätte der sich berührenden Flächen zu. Ausserdem ist die Grösse der Reibung von der Grösse der Flächen (z. B. der Fallschirm, Parachüte), von der Geschwindigkeit der bewegten Körper, von der Beschaffenheit der Materien (gleichartige Materie z. B. Stahl auf Stahl reiben sich stärker, als Stahl auf Messing) und davon abhängig, ob die Reibung gleitend oder wälzend statt findet; wo im ersteren Falle z. B. beim Abgleiten einer erhaben gekrümmten Fläche an einer gleichmässig vertieft gekrümmten etc., die Reibung sowohl die durch Rauhigkeit als durch die durch Anziehung bewirkte, stets stärker als im letzteren ist, weil sich hier weit weniger Berührungspuncte (bei der Kugel z. B. nur ein Punct) treffen. Mit Hülfe der Tribometer oder Reibungsmesser bestimmt man unvollkommen in wenigen Fällen die Grösse des durch Reibung bewirkten Widerstandes. DESAGULIERS und MUSSCHENBROEK haben dergleichen angegeben; dasjenige des letzteren besteht aus einer hölzernen Welle mit stählerner Axe, deren Enden oder Zapfen in Zapfenlager von verschiedenen Materien gelegt werden kann, und wo zu beiden Seiten des Umfangs der Welle Gewichte herab hängen. Versuche zeigen wieviel Uebergewicht nöthig ist, um die Welle nach einer Seite herumdrehen, d. i. die Reibung zu überwinden. Ist der Halbmesser der Welle 20 mal grösser, als der eines Zapfens, so ist die Reibung gleich zu schätzen, dem 20 fachen der Uebergewicht, die am Umfange der Welle hängt. Uebrigens vermindert man die Reibung durch möglichste Beseitigung der oben angeführten Umstände, die ihre Grösse vermehren. Die (nicht stark haftende) Schmiere

das Fett, oder weiche pulvrige Substanzen z. B. Reissblei (Plumbago), verhindern die unmittelbare Berührung und erhöhen zugleich die Verschiebbarkeit der Berührungspuncte. — Der Widerstand eines flüssigen Mittels verhält sich (bei vollkommen gleichen Umständen) wie das Quadrat der Geschwindigkeit des bewegten Körpers, vergl. §. 34. N. 12. (wenn nicht andere Kräfte, z. B. Elasticität der Luft gegen fallende oder andere zusammendrückende Körper, den Widerstand vermehren) indem der Widerstand der gleichen Massen sich wie diese Geschwindigkeit verhalten muß, und die Grösse der Masse des in Bewegung gesetzten Mittels, mit der Geschwindigkeit im geraden Verhältnisse steht. Uebrigens wird die Stärke des Widerstandes der Mittel, hauptsächlich durch das Maas ihrer Dichtigkeit und Flüssigkeit bestimmt. So z. B. ist der Widerstand der Luft gegen sehr dichte Körper verhältnißmässig nur geringe, hingegen gegen minder dichte oder gegen sehr leichte Körper oftmals bedeutend genug, um die Bewegung derselben (z. B. des Falls) beträchtlich zu hindern. Versuche mit der Luftpumpe werden uns in der Folge zeigen, daß wenn wir durch starke Verdünnung der Luft, ihren Widerstand auch gegen sehr dünne Körper schwächen, diese dann mit den dichteren z. B. Gold und eine Pflaumenfeder, von nicht sehr beträchtlichen Höhen in gleicher Zeit herabfallen. — Eine Münze und ein Stück Kork- oder Pantoffelholz auf einer feinen Waage gegenseitig ins Gleichgewicht gebracht, wird unter dem Recipienten der Luftpumpe, nach weggenommener Luft zur Störung des Gleichgewichts kommen, und die Schaafe mit dem Korkholze herabsinken, indem der durch

Luftverdünnung beseitigte Widerstand für das Korkholz viel, für das Metall sehr wenig ausmacht. — Vergl. J. J. PRECHT's Vers. zur Bestimmung des absoluten Widerstandes, den eine in der Luft auf die Richtung ihrer Bewegung senkrechte Fläche erleidet, in GILBERT's Annal. d. Phys. XXIII. 2. 131. u. s. f.

§. 41.

Wird ein in bestimmter Richtung bewegter Körper auf irgend eine Weise gehemmt, so nennen wir den dabei (vermöge seiner Masse und Geschwindigkeit) eintretenden Druck und die zugleich stattfindende Mittheilung der Bewegung Stofs (Percussio, Ictus). Wir unterscheiden dabei den eine gewisse Bewegungsgrösse besitzenden stossenden Körper (percutiens) von dem gestossenen (percussum), in welchen ein Theil jener Bewegungsgrösse übergeht. Vergl. §. 34. N. 13. Der Erfahrung gemäfs, sind die dabei vorkommenden Erscheinungen, unter übrigen gleichen Umständen nach der eigenthümlichen Beschaffenheit der Körper verschieden, und vorzüglich nach Maassgabe der Härte oder Unfähigkeit sich durch äussere Gewalt zusammen drücken zu lassen, der Weiche und der Elasticität, vergl. §. 33. Auch mufs die Richtung unter welcher der Stofs statt findet genau bemerkt werden, wenn über seinen Erfolg gehörig geurtheilt werden soll. In dieser Rücksicht

unterscheidet man den centralen Stofs (d. i. derjenige wo der Mittelpunkt der Masse des gestossenen Körpers genau in der Bahn liegt, worin der Mittelpunkt des stossenden fortwirkt), wo der gestossene Körper die Einwirkung der ganzen Bewegungsgrösse des stossenden erleidet, der zugleich als gerader Stofs betrachtet wird, wenn er gegen eine Ebene senkrecht (unter einem rechten Winkel) geht, hingegen schief ist, wenn er gegen die Ebene unter einem schiefen Winkel statt findet, von dem nicht in der Richtung des Mittelpuncts gegebenen Stosse, der einen Theil des gestossenen Körpers ausser der Richtung seines Mittelpunctes trifft, und eigentlich nur diesen Theil in Bewegung zu setzen strebt. Hängt dieser Theil stark genug mit den übrigen Theilen des Körpers zusammen, so zieht er diese mit sich fort; im entgegengesetzten Falle, wenn die Kraft des Zusammenhanges kleiner ist, als die zur Bewegung der übrigen Theile erforderliche, so zerreißt der gestossene Körper, und der bewegte Körper geht mit einer Kraft fort, die gleich der bewegenden Kraft weniger der Kraft des Zusammenhanges ist, während der übrige Antheil unbewegt liegen bleibt. Vergl. §. 30.

1) Die Grösse der zur Bewegung jener übrigen Theile erforderlicher Kraft, hängt zum Theil von der

Geschwindigkeit die sie bekommen sollen, theils von ihrer Masse ab; weshalb derselbe Körper oftmals bei einer grösseren Kraft zerreißt, während er bei der geringeren ungetheilt bleibt, und bei derselben einwirkenden Stosskraft kann ein Körper von geringer Dichtigkeit unverletzt bleiben, während er bei vermehrter Masse zertrennt wird. Positive Widerstände z. B. Friction, Schwere etc. haben übrigens auf die Zerreißung Einfluß, und müssen von dem stossenden Körper ebenfalls überwunden werden. — Jene Bewegung die ein Körper mittheilt, indem er an einen anderen haftet, welche diesen nöthigt dem ersteren auf seinen Wege zu folgen, nennt man zum Unterschiede vom Stosse: Zug.

2) Schliessen die Richtungen zweier Stoskräfte einen Winkel ein, so wird der gestossene Körper nach einer Richtung die innerhalb des Winkels fällt, und mit einer gewissen Geschwindigkeit, in einer gegebenen Zeit getrieben. Wenn man das Verhältniß jener Kräfte und ihrer Richtungen durch zwei gerade Linien ausdrückt, so kann man hieraus ein Parallelogramm verfertigen, welches das Parallelogramm der Kräfte genannt wird, dessen Diagonale die Richtung des gestossenen Körpers, seine (mittlere) Geschwindigkeit und das Verhältniß seiner Kraft zu den bewegenden Kräften und zu den stets grösseren Seitengeschwindigkeiten anzeigt. Sofern zwei Seiten eines Dreiecks stets zusammen grösser sind, als die dritte, insofern ist auch die mittlere Geschwindigkeit stets kleiner, als die Seitengeschwindigkeiten zusammen, und zwar um so kleiner, je stumpfer der Winkel ist, den die Richtungen beider Kräfte mit einander machen. — Wird ein Körper von drei oder

mehreren Stofskräften, die in verschiedener Richtung einwirken in Bewegung gesetzt, so wird die Bahn (bei dieser zusammengesetzten Bewegung §. 34. N. 11.) des Körpers leicht gefunden, wenn man vorerst die Diagonale zweier Kräfte bestimmt und als eine Kraft betrachtet, die mit der dritten auf ähnliche Weise vereint, zu einer neuen Diagonale führt u. s. f. endlich bei einem mittleren Wege angelangen läßt, der die gesuchte Bewegungsrichtung ist. Es seyn z. B. in Fig. 2. die Linien AB, AC und AD die Richtungen der einzelnen Stofskräfte, so wird zuerst aus der Zusammensetzung von AB mit AC, AE als mittlerer Weg hervorgehen; dieser Weg AE werde jetzt als einfach betrachtet mit AD verbunden, so wird die Diagonale AF des Parallelogramms ADFE der Weg seyn, den der gestossene Körper einschlägt.

3) So wie man bei gegebenen einfachen Richtungskräften, den Weg eines zu stossenden Körpers auf beschriebene Weise zu bestimmen vermag, so kann man auch bei einer gegebenen zusammen gesetzten Bewegung eines Körpers, die dazu erforderlichen einfachen Stofsrichtungen, nach derselben Construction des Parallelogramms ausmitteln, welches man die Zerlegung der Kräfte nennt.

4) Wirken beide Stofskräfte auf den Körper nach entgegengesetzter Richtung, so wird sich der Körper nach der Richtung der stärkeren Kraft hinbewegen, mit der Differenz der Geschwindigkeiten beider Kräfte. Ist die Differenz 0, so ruht der Körper. Vergl. §. 34. N. 14. — Beispiele zusammengesetzter Bewegung gewähren ein zwischen den Fingern fortgeschnellter Kirschkern, und ein Schiff das am Ufer gezogen

wird. Mit der Diagonalmaschine lassen sich Versuche darüber anstellen.

5) Diejenige Wissenschaft, welche die Bewegungskräfte der Körper im Allgemeinen zum Gegenstande hat, heißt die Dynamik. Werden die Kräfte betrachtet, insofern sie sich entweder das Gleichgewicht halten, oder sich in Bewegung setzen, so kann man wieder unterscheiden, ob es feste, tropfbarflüssige oder elastischflüssige sind, und die dahin gehörigen Zweige der angewandten Mathematik heißen im ersten Falle Statik und Mechanik; im zweiten Hydrostatik und Hydraulik und im dritten Aërostatik und Aërometrie.

§. 42.

Die Gesetze des Druckes (§. 40.) lassen sich auch auf den Stofs harter Körper anwenden, stossen nämlich zwei harte Körper mit gleichen Bewegungsgrößen auf einander, so kommen beide nach dem Zusammenstossen in Ruhe; und bei ungleichen Bewegungsgrößen gilt das bei dem Widerstande §. 39. aufgestellte Gesetz. Es wird nämlich die stärkere Bewegungsgrösse um so viel vermindert, als wie die schwächere (welche ganz aufgehoben wird) beträgt; sie wirkt nun noch mit dem Ueberschusse ihrer Kraft, den überwältigten Körper in ihrer anfänglichen Richtung forttreibend. Da dieser sich aber nicht bewegen kann, ohne Widerstand zu leisten, so vertheilt sich die noch übrige Stosskraft in die Massen beider Körper gleich-

( 9<sup>2</sup> )

förmig, und beide bewegen sich mit gleicher Geschwindigkeit fort.

1) Wir können uns denken, daß der Stofs auf dreifache Weise zwischen den Körpern eintreten könne; nämlich a) zwischen einem ruhenden und einem bewegenden; b) zwischen zwei bewegenden von einerlei Richtung, aber von verschiedener Geschwindigkeit, und c) zwischen zwei bewegten Körpern von entgegengesetzter Richtung.

2) Bezeichnen wir die Masse der [stärkern Bewegungsgrösse durch  $M$ , die Geschwindigkeit durch  $C$  und setzen also diese Bewegungsgrösse  $= MC$ , die schwächere Bewegungsgrösse  $= mc$ ; so wird die Bewegungsgrösse nach dem Zusammenstosse  $= MC - mc$  seyn, und in dem sich dieselbe unter  $M + m$  vertheilt, so bringt sie eine neue mit  $Z$  zu bezeichnende Geschwindigkeit hervor, welche  $Z = \frac{MC - mc}{m + c}$  seyn muß, da  $(M + m) Z = MC - mc$  ist. Ist der ruhende Körper vollkommen unbeweglich, so ist  $c$  nicht bloß  $= 0$ , sondern wir können dann auch  $m$  als unendlich groß ansehen, mithin  $z = 0$  setzen. Ist der ruhende beweglich, so wird die nach dem Stosse von beiden Körpern erlangte (neue) gleiche Geschwindigkeit, gleich seyn der Bewegungsgrösse des stossenden Körpers, dividirt durch die Summe der (schweren) Massen; und es ist dann  $Z = \frac{M \cdot C}{M + m}$ . Bewegen sich beide mit verschiedener Geschwindigkeit nach einerlei Richtung, so wird beider Geschwindigkeit nach dem Stosse, gleich seyn der Summe der Bewegungsgrößen vor dem Stosse, dividirt durch die Summe der (Gewichte oder schwe-

ren) Massen; mithin ist  $Z = \frac{M C + c m}{M + m}$ . Bewegen

sich endlich beide Körper nach entgegengesetzter Richtung mit ungleichen Bewegungsgrössen, so gehen beide Körper nach der Richtung desjenigen fort, der die stärkere Bewegungsgrösse hatte; und beider Geschwindigkeit ist dann gleich der Differenz beider Bewegungsgrössen vor dem Stosse, dividirt durch die

Summe der (schweren) Massen  $Z = \frac{M C - m c}{M + m}$ . —

MARIOTTE, GRAVESANDE und NOLLET haben Percussions- oder Stofsmaschinen angegeben, die zur Erläuterung obiger Fälle durch Versuche dienen. Läßt man bei der MARIOTTESchen Maschine die Kugeln in Bogen fallen, so verhalten sich die Geschwindigkeiten an der untersten Stelle nur dann (fast wie die Bogen selbst, wenn diese sehr wenige Grade haben, bei grösseren Bogen hingegen, verhalten sich die Geschwindigkeiten, wie die Quadratwurzeln aus den senkrechten Fallhöhen, und somit (geometrischen Gründen zufolge) wie die Sehnen der Bogen; daher müssen bei grösseren Bogen nicht die Bogen selbst, sondern die Quadratwurzeln der senkrechten Fallhöhen (oder der Quersinus) verglichen werden, und jene Maschine ist um so brauchbarer, je grösser sie ist, und je grösser die Halbmesser sind, womit die Bogen beschrieben werden, weil dann ein auch nur wenige Grade haltender Bogen doch (im Längmaas) eine beträchtliche Länge hat.

3) Bewegt sich ein fester Körper mit mässiger Geschwindigkeit in einem flüssigen oder weichen (d. i. weichenden) Körper, so wird der Letztere ihm nur ein Minimum vom Widerstand  $= 0$  entgegenzu-

setzen vermögen. Dringt aber der festere schnell vor, so widersteht der vorhin weichende, und nur ein neues Uebermaas von Kraft, wird diese neu sich äussernde, aus und in dem Flüssigen gleichsam hervorgetretene relative und örtliche Unbeweglichkeit wieder aufzuheben vermögen. Je weicher der Körper ist, desto mehr wird von dem Momente des Stosses darauf verwendet, Ort, Lage und Gestalt des weichen Körpers zu verändern, und daher kann es wohl kommen, dafs das Weiche oder Flüssige durch den Stofs gar nicht fortbewegt wird; auch kann der weiche Körper bei grosser Geschwindigkeit oder bei grosser Masse, den harten Körper worauf er stöfst in Bewegung setzten, und mit dem Werthe eines uneindringbaren Starren (Festen) zurückwirken. Auf ähnliche Weise kann auch eine im stehenden ruhenden Flüssigen gebildete (oder vielmehr geballte) Welle, ein momentanes Entstehen ähnlicher Gebilde veranlassen, und dieses leitet zur dynamischen Construction der innerlichen oder inwendigen Bewegung, eines motus intestinus, gleich einem Pulsiren durch wechselweise von einzelnen Stellen aus vorhergehenden Contractionen und Expansionen des Flüssigen; ohne dafs man zu atomistischen Hypothesen von präexistirenden und bleibend discreten (runden) Körperchen seine Zuflucht zu nehmen braucht, um das Wesen des Flüssigen zu erkennen, wodurch es nicht erkannt, sondern vielmehr dem Flüssigen seine Flüssigkeit (Continuität) gleichsam ins Angesicht abgeleugnet wird.

## §. 43.

Von dem Stosse blofs harter Körper verschieden, ist derjenige der elastischen oder

federharten Körper; bei dessen Untersuchung wir zweierlei Wirkungen unterscheiden können, nämlich die, welche der Stofs unmittelbar auf die Bewegung der Körper hat, und die Veränderung, welche durch die Rückwirkung der Elasticität in der Bewegung beider Körper zu Stande kommt. Es werden nämlich die elastischen sich beim Zusammenstossen berührenden Theile, nach Maassgabe der gegenseitigen Stofsgrösse zusammen gedrückt, und vermöge der Elasticität mit derselben Gewalt wieder in die vorige Lage zurück gebracht; und üben also wenn beide Körper elastisch sind, gegenseitig einen Rückstofs aus, der der Stärke des Zusammenstosses entspricht; ist hingegen nur der eine Körper elastisch, so wird der Rückstofs der Zusammendrückung dieses einen Körpers gleich seyn.

1) Die elastischen Körper erleiden beim Stosse zuvörderst eine ähnliche Veränderung wie die mehr oder weniger weichen Körper, aber gleich darauf wirkt ihre Elasticität, und ruft eine neue Veränderung, nicht nur rücksichtlich der zuvor abgeänderten Gestalt der Körper, sondern auch in Hinsicht auf ihre Bewegung hervor.

2) Für die einzelnen Fälle ergeben sich folgende Gesetze.

a) Stossen ein paar elastische Körper von gleicher Bewegungsgrösse auf einander, so kommen sie nicht wie bei den harten Körpern zur Ruhe, son-

dem jeder bekommt eben soviel Bewegung nach der Richtung, die der entgegengesetzt ist, welche er vor dem Stosse hatte; sie prallen beide mit derselben Geschwindigkeit von einander ab, mit der sie sich zuvor gegen einander bewegten.

b) Sind in dem vorigen Falle die Bewegungsgrößen ungleich, so ist auch ihr Verhalten nach dem Zusammenstossen verschieden, und bei ungleichen Geschwindigkeiten und gleichen Massen, verändern sie nach dem Stosse beim Appralen ihre Geschwindigkeiten. Gesetzt es sey  $M = m$ , beider Geschwindigkeiten aber vor dem Stosse ungleich,  $c < C$ ; so ist die Wirkung von  $M$  auf  $m$ ,  $= \frac{1}{2}(C + c)$ , denn sie besteht nicht blofs darin die Geschwindigkeit  $c$  zu vernichten, sondern auch die Geschwindigkeit  $\frac{1}{2}(C - c)$  zu erzeugen. Jene Geschwindigkeit giebt mithin  $m$  (vermöge der Elasticität) an  $M$  zurück;  $M$  hatte aber ohne Wirkung der Elasticität schon die Geschwindigkeit  $\frac{1}{2}(C - c)$ , die der vorigen entgegengesetzt ist; eine von der anderen abgezogen bleibt die Geschwindigkeit  $c$  übrig, womit  $M$  nach dem Stosse zurückspringt,  $m$  aber wirkt im Stosse auf  $M$  so, daß es die Geschwindigkeit von  $M$ , die zuvor  $C$  war, so vermindert, daß sie nur  $\frac{1}{2}$  Geschwindigkeit  $= \frac{1}{2}(C + c)$  wird; und dies ist die Wirkung von  $m$  auf  $M$ . Eben so groß ist nun die Gegenwirkung von  $M$  auf  $m$ , sie erhält mithin ausser der Geschwindigkeit  $\frac{1}{2}(C - c)$ , die es ohne Wirkung der Elasticität hatte, noch die  $\frac{1}{2}(C + c)$ , seine Geschwindigkeit ist also zusammen  $= C$ .

c) Stößt ein elastischer Körper an einen anderen

gleich elastischen aber ruhenden Körper, so springt er mit seiner ganzen Geschwindigkeit zurück; war der ruhende Körper beweglich und von gleicher Masse, so bekommt er die ganze Geschwindigkeit des stossenden und dieser ruht; C wird in diesem Falle  $= 0$  werden, und c zu dem Werthe von C erhoben. Ist hingegen der ruhende bewegliche Körper rücksichtlich der Masse mit dem stossenden ungleich, so ist die neue Geschwindigkeit des anstossenden zur vorigen wie die Differenz der Massen zu ihrer Summe, und die Geschwindigkeit des angestossenen, wie die doppelte Masse des anstossenden zu beiden Massen. Gesetzt m sey kleiner als M, ruhe und werde von m gestossen, so erhält die Bewegungsgrösse die M an m abgiebt, in m eine stärkere Geschwindigkeit, als sie in M hatte. Denn da der eine Factor, die Masse in m zu dem die Bewegungsgrösse von M übergeht kleiner ist, als der Factor des Körpers von welchem sie angelangte, so muß der andere Factor, die Geschwindigkeit um so grösser werden; daher bewegt sich eine kleinere von einer grösseren gestossene Masse, vor dieser um so schneller voraus, je grösser die Differenz beider Massen ist. Ein merkwürdiges hieher gehörendes Beispiel führt HUYGENS (in dessen opp. posth. in seinem Werke de motu corporum ex percussione) an. Von zwei elastischen Körpern, deren Massen sich wie 2:1 verhalten, ruhe der kleinere, und werde von dem grösseren mit einer Geschwindigkeit  $= 1$  gestossen; so folgt aus dem obigen, daß der kleinere mit einer Geschwindigkeit von  $\frac{4}{3}$  fortgehen wird. Berührte nun der kleinere wieder

einen anderen, der zu ihm dieselben Verhältnisse hätte, welche er selbst zum grösseren Körper hat, so würde dieser dritte bei obigem Stosse eine Geschwindigkeit  $= (\frac{4}{3})^2 = 1\frac{1}{9}$  erhalten. Wenn mithin in einer Reihe aneinander liegender elastischer Körper, deren Massen in einer geometrischen Progression fortgehen, im gegenwärtigen Falle also sich wie  $1 : 2 : 4 : 8 \dots$  vertheilten, der größte an den zunächst kleineren mit einer Geschwindigkeit  $= 1$  anstiesse, so würde, wenn der Körper hundert wären, der kleinste und letzte mit einer Geschwindigkeit  $= (\frac{4}{3})^{99}$  fortfliegen. Nach KAESTNERS Berechnung (Analyt. Mechanik. 2te Aufl. 1793 S. 527) fällt diese Zahl zwischen 2338400000000 und 2338500000000. Die erste Kugel brauchte nur mit einer Geschwindigkeit von einem Fusse in einer Secunde, gegen die zweite zu stossen, um die letzte mit einer Geschwindigkeit von mehreren Millionen Meilen in einer Secunde fortzuschellen, mithin würden diese den Weg von der Erde bis zur Sonne (wozu das Licht 8 Minuten braucht vergl. §. 34. N. 9.) innerhalb zwei Secunden fünfmal hin und her machen können. — Bei einer Reihe an einander liegender elastischer Körper, muß jeder zwischen liegende, als gestossen und stossend zugleich angesehen werden, welches sich an den elffenbeinernen Kugeln, die überhaupt zu Bestätigung dieser Gesetze durch Versuche dienen, sehr deutlich wahrnehmen läßt.

d) Bewegen sich zwei elastische Körper nach einerlei Richtung, aber mit verschiedener Geschwindigkeit, so daß der eine den anderen einholt, so werden beide jeder nach dem Zusammenstosse

einerlei Richtung behalten, aber mit verwechselten Geschwindigkeiten.

3) Da es in der Natur weder vollkommen elastische noch ganz unelastische Körper giebt, so lassen sich die Gesetze des Stosses, durch Versuche nie mit vollkommener Genauigkeit nachweisen. Gleiche Geschwindigkeiten giebt man hiebei den Körpern dadurch, daß man sie von gleicher Höhe fallen läßt; ungleiche dadurch, daß man die Fallhöhen ungleich macht. — Auch selbst die härtesten Körper sind noch immer mehr oder weniger elastisch, und ändern daher ihre Gestalt beim Stosse; es läßt sich dieses an Kugeln nachweisen, die man auf eine mit Oel sehr dünn bestrichene Marmorplatte fallen läßt. — Mehrere auffallende Erscheinungen im gemeinen Leben, werden durch die Kenntniß der Elasticität erläutert; z. B. der Nutzen eines elastischen Kissens unter einem Amboss; warum jemand, dessen Leib mit einem grossen Ambosse beschwert ist, wenig von den Hammerschlägen empfindet, die man auf dem Amboss thut; warum zwei Haare, woraufe in Pfeiffenstiel oder Stock liegt, nicht zerreißen, wenn der Stiel oder Stock mittelst eines heftigen Schlages zerbrochen wird; (jedoch ist die Elasticität im letzteren Falle nicht alleinige Ursache) etc.

§. 44.

Stößt ein elastischer Körper gegen eine feste unelastische Ebene, oder ein unelastischer Körper gegen eine elastische Ebene oder auch ein elastischer Körper gegen eine feste elastische Ebene, in senkrechter Richtung,

so wird er (wenn kein Hindernis eintritt) nach derselben Richtung mit der Geschwindigkeit abprallen, mit welcher er aufstößt; stößt er hingegen unter einem schiefen Richtungswinkel (Angulus directionis) auf die Ebene, so springt er mit derselben Geschwindigkeit, und unter demselben Winkel wieder zurück, unter welchem er aufstieß.

1) Nur im ersteren obigen Falle wirkt der stossende Körper mit seiner ganzen Bewegungsgrösse gegen die Ebene; beim schiefen Stosse hingegen, läßt sich die Bewegungsgrösse nach §. 41. N. 2. in die allein wirksame senkrechte und in die mit der gestossenen Ebene parallel laufende (dadurch) unwirksame Richtung zerlegen. So wie sich der Sinus totus zu dem Sinus des Richtungswinkels verhält, so verhält sich dann der ganze schiefe Stofs, zu jener allein wirksamen Richtung. Derselbe Fall wird gegeben seyn, wenn ein senkrechter Stofs (z. B. eine fallende elfenbeinerne Kugel) gegen eine krumme Fläche, z. B. auf eine parabolische, elliptische etc. gerichtet ist.

2) Gesetzt es stosse ein elastischer Körper A (Fig. 3) unter einem spitzigen Winkel BAF, auf eine unbewegliche ebene Fläche FE mit einer Geschwindigkeit = BA, so läßt sich diese in die senkrechte BF und in die parallele BN = FA, mit welcher der Körper seine Bewegung längs AE fortsetzen würde zerlegen. Bei dem Apprallen wird daher der Körper, während er die senkrechte Richtung zu verfolgen strebt, darin von der parallelen gehindert und so zu einer mittleren Richtung AC getrieben werden. Es

ergiebt sich aber leicht, daß das Dreieck  $ANB = AKC$ ; mithin der Winkel  $CAE$ , unter welchem der Körper  $A$  von der Ebene abprallt (der Zurückprallungs- oder Reflexionswinkel (Angul. reflexionis) vollkommen gleich seyn muß, dem Winkel  $BAF$  (dem Einfallswinkel Angul. incidentiae) unter welchem er einfiel.

2) Das Perpendikel  $NA$  heißt das Einfallslot, auch werden wohl die Winkel  $ANB$  und  $ANC$  mit obigen Benennungen belegt. — Stößt der Körper  $A$  statt auf ebenen auf eine gekrümmte Fläche (wie die punctirte Linie andeutet), so muß man sich dort wo der Körper anschlägt, unter  $FE$  an dem Punkte  $B$  eine Berührungsebene denken, wo dann dasselbe Gesetz statt finden wird;  $BAF = CAE$  oder auch  $BAN = NAC$ , wenn  $AN$  auf  $FE$  senkrecht geht.

§. 45.

Die bisherigen Untersuchungen über den Stofs elastischer Körper, haben mehr dazu gedient die Gesetze zu entwickeln, nach welchen sie durch mitgetheilte Bewegung ihren Ort verändern, als die Veränderung nachzuweisen, welche in ihnen durch die mitgetheilte Bewegung hervorgebracht werden, und die geprüft uns in den Stand setzen, dem Wesen der Elasticität selbst näher nachzuforschen. Wir unterscheiden nämlich vorzüglich zwei verschiedene Arten von Elasticität; *expansive* und *contractive*. Die erstere finden wir hauptsächlich bei den Dämpfen und Luftarten; die letztere bei dem tropfbar Flüssigen, bei den

Metallen und mehreren festen Körpern enswickelt, und eine Vereinigung beider bei mehr oder weniger festen organischen Substanzen. Die erstere bezeichnet sich durch ein Streben, den durch von aussen kommenden Druck verminderten Raum, nach Wegnahme des Drucks wiederum einzunehmen, und sich so weit wie irgend möglich durch Entwicklung von innen nach aussen, mit allem was ihm ein Aeusseres ist in Verbindung zu setzen, und den wirklichen Ausdruck dieses Strebens nennen wir Expansion; die letztere durch ein Betreiben, den durch äussere Gewalt vergrösserten Raum, nach Wegnahme dieser Gewalt wieder zu vermindern, und durch Anziehung von aussen nach innen, alles Aeussere (Umgebende) in sich hinein zu ziehen, welches zur wirklichen Darstellung gelangt das Phänomen der Cohäsion gewährt, wohin z. B. als erläuternder Beleg (die in der Folge näher zu untersuchende) Tropfenbildung gehört.

1) Wirkliche alle Selbstbegrenzung aufhebende Expansion finden wir in den veränderlich elastischen (Dämpfen) und bleibend elastischen (Luftarten oder Gase) Flüssigkeiten gegeben; und fragen wir, durch welches Phänomen sich unseren Sinnen die in actu gegebene Expansion am unmittelbarsten verkündet, so nennen wir die Wärme, so wie für die zu einem bestimmten Ziele angelangte Expansion das Licht (vergl. §. 3. N. 1.), worüber

wir weiterhin die nöthigen Experimentaluntersuchungen anstellen werden.

2) Wirkliche durch In-sich-hineinziehen bewirkte möglichst verminderte Selbstbegrenzung, die sich als Cohäsion darstellt, findet rein nur im Tropfbaren statt; das Feste schwanket zwischen beiden Verhältnissen, und gelangt wie die Folge zeigen wird dadurch zur Darstellung, daß sich der innern Anziehungsrichtung die im Flüssigen gegeben ist, eine oder mehrere andere, jener fremdartigen Anziehungsrichtungen hinein bilden.

3) Die contractile Elasticität der Metalle etc. zeigt sich nur deutlich wenn sie von aussen bewegt (z. B. erschüttert) werden. Das Federharz (elastische Harz, Cautschuc) und ähnliche Körper ziehen sich nach Wegnahme derjenigen Kräfte, welche (durch Zug) ihren Raum vergrösserten, wiederum in ihre vorige Gestalt zusammen, aber nicht möglichst mindeste Begrenzung erreichend, so wenig wie dieses bei der gleichermaassen ähnlichen Gallerte der Fall ist.

§. 46.

Jene Veränderung die in den elastischen Körpern während der mitgetheilten Bewegung vorgeht, besteht in einem (oft durch Gesicht und Gefühl unterscheidbaren) Hin- und Herbewegen, welches schnell abwechselnd von Expansionen und Contractionen begleitet ist, sich bis zum Ohre fortpflanzend, hier die Vorstellung des Schalles (Sonus) begründet, und das Schwin-

gen, Zittern oder Oscilliren (Vibratio, Oscillatio, vergl. §. 34. N. 8.) genannt wird.

1) Die Untersuchung der einzelnen Bedingungen zur Entstehung, Fortpflanzung, Veränderung und Aufhebung der Schalle, wird weiterhin abgehandelt werden; hier genügt uns einstweilen die Angabe der allgemeinsten Bedingung die der Elasticität, und die allgemeine Begriffsbestimmung der Schwingungsbewegung. Alle expansiv-elastischen Körper sind sowohl zur Erregung als auch zur Fortpflanzung des Schalles vorzüglich geschickt; die tropfbar-flüssigen höchst unvollkommen, die festen öfters in dem Maasse, daß sie den ersteren nichts nachgeben, nur geschieht bei ihnen z. B. die Fortleitung des Schalles in längeren Zeiträumen, mit geringerer Verbreitung nach aussen, und in Richtungen, die zum Theil von der Structur und von der Lagerung ihrer Aggregativtheile abhängen.

2) Man kann die schwingende Bewegung eines schallenden Körpers in gewisser Hinsicht mit den Pendelschwingungen vergleichen (vergl. §. 37. N. 5.), welche statt finden, wenn ein durch einen Faden (oder gerade Linie) am Fallen gehinderter schwerer Körper (oder Punct) in Bewegung gesetzt wird, nachdem derselbe am entgegengesetzten Ende des Fadens irgend wo befestigt worden. So wie das (wirkliche) Pendel durch Reibung und durch Widerstand des Mediums worin es schwingt, endlich zur Ruhe kommt, so hört auch die Bewegung schallender Körper aus ähnlichen Gründen nach und nach auf, nachdem sie zuvor durch weitere Verbreitung geschwächt und vermindert worden ist.

3) Sofern man nicht im Stande ist einen vollkommen unelastischen Körper nachzuweisen, kann man auch keinem Körper die Fähigkeit gänzlich absprechen, einen Schall zu erregen oder fortzupflanzen. Beide Verhältnisse sind aber nach der verschiedenen Beschaffenheit der Körper, und nach der damit verknüpften Fähigkeit den Schall geschwinder oder langsamer, regelmässig oder unregelmässig hervorzubringen und fortzuleiten sehr abweichend gegeben, woraus die Möglichkeit einer grossen Mannichfaltigkeit des Schalles hervorgeht. Die Ausdrücke: Geräusch, Murmeln, Zischen, Knarren, Knirschen, Pfeifen, Brausen, Knallen etc. sind mahlende Bezeichnungen verschiedener Arten des Schalles.

4) Jede Schallschwingung eines Körpers setzt voraus eine von einem anderen Körper mitgetheilte Bewegung, entweder durch Stoss, Schlag, Reibung etc. die sich dadurch characterisirt, das sie mit einer gewissen Energie und mit sich ändernden Richtungspuncten statt findet; blosser sanfter Druck ohne Aenderung der Richtung bringt auch in sehr elastischen Körpern keinen Schall hervor. Die Fortsetzung der Bewegung als schwingende wird durch die Elasticität des in Schwingung zu setzenden Körpers bewirkt; indem er vermöge der Elasticität, die ihm durch jene mitgetheilte Bewegung gewordene Raumsveränderung, selbstständig wieder herzustellen strebt.

5) Erfolgen die Schwingungen eines Körpers regelmässig oder gleichförmig (gleichartig), d. h. geschehen in gleichen Zeiten gleich viele (und auch mehr oder weniger gleich starke) Schwingungen; so nennen wir den angenehmen

Gesamteindruck (solcher in einem gewissen Zeitraum stattfindenden Schwingungen) auf unsere Gehörorgane Klang; und bestimmen wir bei einem Klange den Unterschied, der durch die grössere oder geringere Schnelligkeit der Schwingungen gegeben ist, so nennen wir ihn Ton. (Vergl. §. 3. N. 1.) Jedoch ist die Verschiedenheit der Klänge und Töne, nicht blofs in der langsameren oder schnelleren, auch nicht blofs in der stärkeren oder schwächeren Schwingung, sondern zugleich in der Art wie die Schwingungsbewegung entwickelt und fortgesetzt wird (welches von der verschiedenen Beschaffenheit der Körper selbst abhängt) zu suchen. Töne von zwei verschiedenen Instrumenten werden vom Ohre unterschieden, ohnerachtet beide gleiche Schwingungsanzahlen in gleichen Zeiten (gleiche Höhe oder Tiefe) und gleiche Stärke haben können.

6) In einem frei beweglichen aber ruhenden Medium pflanzt sich der starke oder schwache Schall vom schallenden Körper nach allen Seiten geradlinigt (Schallstralen) mit gleichmässiger Geschwindigkeit fort, wenn sich ihm sonst kein Hindernifs entgegenstellt. Ist man daher im Stande, die Entstehung des Schalls von weitem zu bemerken, so läfst sich aus der Zwischenzeit, zwischen dem Augenblicke der Entstehung eines Schalles und demjenigen wo er gehört wird, auf die Entfernung beider Orte (jedoch verschiedener Hindernisse wegen nicht ganz genau) schliessen.

7) Treffen die Schwingungen eines frei beweglichen Mediums auf einen gehörig dichten Körper, so wird dieser nicht blofs in ähnliche Schwingung gesetzt,

sondern sie gehen auch unter demselben Winkel, unter welchem sie auf ihn trafen, wiederum zurück. Vergl. §. 43 u. 44.

8) In der Folge vorkommende Versuche werden zeigen, daß die Bewegung und Fortpflanzung des Schalles in mehr oder weniger beschränkt beweglichen Medien, z. B. in festen Körpern von derjenigen in frei beweglichen Medien einigermaßen verschieden ist. Es lassen sich hier Hauptschwingungen oder Beben von untergeordneten Zitterungen der kleinsten Theile unterscheiden, und beide bilden vereint den Schall, der (unter oben berührten allgemeinen Bedingung des gehörigen Zeitverhältnisses) zum Klange wird, wenn alle Theile des schwingenden Körpers in allen (zu den Seiten, nach oben und nach unten gegebenen) Richtungen vereint wirken, und sich als Ton darstellt, wenn sich die kleineren Zitterungen den grösseren so unterordnen, daß der Gesamteindruck von uns (mit Hülfe des Gehörorgans) als ein solcher, d. i. als ein mehr oder weniger in sich beschlossenes Ganze aufgefaßt wird. (Vergl. §. 3. N. 1.)

9) Der ältern Vorstellung zufolge betrachtete man die Schwingungen als kreiselartig-wellenförmige Bewegungen, denen ähnlich die z. B. erzeugt werden, wenn man einen festen Körper ins Wasser wirft; eine hypothetische auf falsche Analogien sich stützende Voraussetzung, welche neuere Beobachtungen als nichtig erwiesen oder wenigstens stark berichtigt haben. Die Verbreitung des Schalles in Schwingungen, welche von einem Punkte nach allen Richtungen ausgehen, und nach jedesmaliger durch den Wider-

( 10<sup>2</sup> )

stand der nächstliegenden Theile eintretenden Beschränkung (Zusammendrückung) sich ebenmässig fortsetzen, als die neuere Ansicht, stimmt mit jener älteren nur dem allgemeinsten Theile nach überein.