Zweiter Abschnitt.

Theorie des Höhenmessens vermittelst des Barometers.

§. 18.

Die Menge der materiellen Theile, die ein Körper enthält, heißt die Masse, und der Inhalt des Raumes, den der Körper einnimmt, heißt das Volumen des Körpers.

Die Dichtigkeiten der Körper werden durch das Verhältniß ihrer Volumen zu ihren Massen bestimmt.

§. 19.

Eine Materie heißt dichter als eine andere, wenn sie bei gleichem Volumen mehr materielle Theile enthält, als die andere; oder wenn sie bei gleichem Volumen mehr wiegt, als die andere. So ist z. B. Quecksilber dichter als Wasser, weil ein Kubikzoll Quecksilber mehr wiegt als ein Kubikzoll Wasser.

§. 20.

Die Dichtigkeiten zweier Materien verhalten sich bei gleichem Volumen wie ihre absoluten Gewichte,

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und bei gleichem Gewichte umgekehrt, wie ihre Volumen.

§. 21.

Die Luft ist eine durchsichtige farbenlose Materie, welche die Eigenschaft besitzt, daß man sie zwar in einen engern Raum zusammenpressen kann, sich aber zugleich fortwährend bestrebt, der Pressung zu widerstehen, und sich nach allen Seiten hin auszudehnen; d. h. sie ist elastisch.

Das Bestreben der Luft, sich nach allen Seiten auszudehnen, heißt ihre Elastizität.

Je mehr die Luft in einen engen Raum zusammengepreßt wird, oder je stärker der Druck der zusammenpressenden Kräfte ist, desto dichter und elastischer wird sie.

§. 22.

Die Dichtigkeiten der Luftmassen verhalten sich bei gleicher Temperatur wie die Drucke, von welchen sie zusammengepreßt werden.

Dieses Gesetz wurde zuerst von den französischen Physikern Boyle und Mariotte entdeckt und erwiesen, und wird das Mariottsche Gesetz genannt.

§. 23.

Die Luft, welche unsere Erde überall umgiebt, heißt die Atmosphäre oder der Dunstkreis. Wie weit sich die Atmosphäre über die Oberfläche der Erde erstreckt, ist bis jetzt noch nicht bekannt; indessen will man doch mit Gewißheit behaupten, daß die Atmosphäre sich nicht über 8 Meilen über die Erdoberfläche hinaus erstrecke.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

§. 24.

Da die Atmosphäre eine flüßige Materie ist, und also nach der Lehre der Hydrostatik überall gegen den Mittelpunkt der Erde hin drückt, oder (wie man zu sagen pflegt) gegen den Mittelpunkt der Erde schwer ist, so muß sie im Zustande des Gleichgewichts überall gleich weit vom Mittelpunkt der Erde entfernt seyn, und die äußerste Grenze der Atmosphäre eine der Oberfläche der Erde ähnliche sphärische Fläche bilden, welche den Mittelpunkt der Erde zu ihrem Mittelpunkte hat.

§. 25.

Denkt man sich nun die ganze Atmosphäre in lauter gleich hohe Schichten getheilt, jedoch so, daß die Höhe einer jeden solchen Schicht so außerordentlich klein ist, daß die Luft in einer und derselben Schicht durchgängig von einerlei Dichtigkeit angenommen werden kann, so verhalten sich nach dem Mariottischen Gesetze die Dichtigkeiten dieser Luftschichten, wie die Drucke der darüber liegenden Luftmassen, von welchen sie zusammengepreßt werden; vorausgesetzt, daß die Temperatur in allen Luftschichten gleich ist.

§. 26.

Da die unterste oder erste Luftschicht eine größere Luftmasse über sich hat, als die zweite, diese wieder eine größere Luftmasse über sich hat als die dritte Luftschicht u. s. f. so ist es einleuchtend, daß die erste Luftschicht mehr als die zweite, diese mehr als die dritte, diese wieder mehr als die vierte Luftschicht zusammengepreßt wird u. s. w.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Es muß daher auch die erste Luftschicht dichter und elastischer als die zweite, diese wieder dichter und elastischer als die dritte, und überhaupt jede untere Luftschicht dichter und elastischer als die darüber liegende obere Luftschicht seyn.

Die höchsten Luftschichten haben fast gar keine Dichtigkeit mehr, weil an der äußersten Grenze der Atmosphäre aller Druck aufhört.

§. 27.

Da das Quecksilber im Barometer steigt oder fällt, je nachdem der Druck der Luft zu- oder abnimmt (§. 13), und da die untern Luftschichten der Atmosphäre einem größern Drucke ausgesetzt sind, als die obern, so muß auch das Quecksilber im Barometer auf den untern Schichten mehr als auf den obern gedrückt werden, und folglich das Quecksilber im Barometer auf den untern Luftschichten höher stehen als auf den obern Schichten. Hieraus ist nun vollkommen einleuchtend, warum das Quecksilber im Barometer an einem niedrig liegenden Orte höher steht, als an einem höher liegenden Orte, und daß das Quecksilber im Barometer fällt, wenn man sich mit demselben von einer Stelle nach einem höher liegenden Orte begiebt.

Dieses brachte den Mathematiker Herrn Pascal zu Clermont in Frankreich zuerst auf die Idee, die verticale Höhe eines Ortes über einem andern mit Hülfe des Barometers zu bestimmen, und machte auch wirklich am 19. September 1648 den ersten Versuch, seine Idee auszuführen, indem er an diesem Tage die Höhe des ohnweit Clermont befindlichen Berges Puy de Dome vermittelst des Barometers gemessen.

§. 28.

Wie schon in §. 27 erwähnt worden, so fällt das Quecksilber im Barometer, wenn man sich mit demselben von einer Stelle nach einem höher liegenden Orte begiebt, und dieses Fallen des Quecksilbers zeigt an, wie viel die unter sich gelassene Luftsäule wiegt.

Wenn z. B. das Quecksilber im Barometer an einem Orte A auf 26 Zoll 6 Linien und an einem höher liegenden Orte B auf 25 Zoll 9 Linien gestanden, also das Quecksilber 9 Linien gefallen wäre, so wiegt die von dem Orte A bis zu dem Orte B reichende Luftsäule eben so viel als eine 9 Linien hohe Quecksilbersäule; vorausgesetzt, daß Luftsäule und Quecksilbersäule gleiche Grundflächen haben.

Wenn nun die atmosphärische Luft durchgängig von einerlei Dichtigkeit wäre, so könnte die verticale Höhe der beiden Oerter A und B mit Hülfe des Barometers durch eine ganz leichte einfache Rechnung gefunden werden. Denn wüßte man, daß eine Linie Fall des Quecksilbers im Barometer einer Luftsäule von 73 Fuß Höhe entspräche, so würde die verticale Höhe der beiden Oerter A und B $= 73 \times 9 = 657$ Fuß seyn.

Es ist aber die Atmosphäre nicht durchgängig von einerlei Dichtigkeit, sondern die Dichtigkeit wird vielmehr immer geringer, je höher man in die Atmosphäre hinaufsteigt, und die Dichtigkeit jeder höhern Luftschicht ist dem verminderten Druke proportional; daher muß man zuvörderst das Verhältniß ausmitteln, in welchem das Quecksilber im Barometer fällt, wenn dasselbe aus einer untern Luftschicht in eine darüber liegende höhere Luftschicht gebracht wird.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

§. 29.

Es stelle G H (Fig. 5) einen Theil der eigentlichen horizontalen Oberfläche der Erde und G H K L die darüber liegende Atmosphäre vor. Ferner denke man sich, daß G H P Q, P Q R S, R S T U und T U V W einige von den gleich hohen Luftschichten sind, in welche die ganze Atmosphäre getheilt ist, und daß A F eine bis an die äußerste Grenze der Atmosphäre reichende verticale Luftsäule sey, welche mit der Quecksilbersäule im Barometer gleiche Grundfläche hat und die Grenzen der gedachten Luftschichten in B, C, D und E schneidet.

Die Dichtigkeit der Atmosphäre nimmt zwar immer mehr und mehr ab, je höher man hinauf steigt, allein die Abnahme der Dichtigkeit geschiehet in einer ununterbrochenen und fast unmerklichen Reihefolge dergestalt, daß, wenn man die Höhe einer jeden Luftschicht äußerst klein annimmt, die atmosphärische Luft betrachtet werden kann, als wenn sie aus gleich hohen Schichten bestände, davon jede Schicht gleiche Dichtigkeit, jedoch jede höhere Schicht eine geringere aber durchgängig gleiche Dichtigkeit habe als die untere Schicht.

Es sey nun bei A der Barometerstand $= b$, die Dichtigkeit der Luft $= d$ und die Höhe einer jeden Luftschicht und also auch die Höhe einer jeden der Luftsäulen A B, B C, C D und D E $= a$.

1) Da sich die Dichtigkeiten zweier Materien bei gleichem Gewichte umgekehrt wie ihre Volumen verhalten, (§. 20), so ist (wenn man die Dichtigkeit des Quecksilbers $= 1$ annimmt)

$$1 : d = a : d\,a;$$

mithin wiegt eine Quecksilbersäule von der

Höhe = d a eben so viel als die Luftsäule A B und folglich fällt das Quecksilber im Barometer, wenn man sich mit demselben nach B begiebt, um die Höhe = d a und es ist also die Barometerhöhe in B = b — d a.

2) Die Barometerhöhe ist eine Wirkung der Drukkraft oder des Gewichts der auf das Quecksilber im Barometer drükenden verticalen Luftsäule, und daher verhalten sich die Gewichte zweier ungleich hohen verticalen Luftsäulen, die gleiche Grundflächen haben, wie die Barometerhöhen; denn diese Barometerhöhen sind eine gleichförmige Wirkung der Gewichte jener Luftsäulen.

Da sich nun die Dichtigkeiten der Luftschichten wie die Druke oder die Gewichte, von welchen sie zusammengepreßt werden, verhalten (§. 25); so verhalten sich die Dichtigkeiten der Luftschichten auch wie die Barometerhöhen in diesen Luftschichten.

3) Nun war in der ersten Luftschicht A B die Barometerhöhe = b und die Dichtigkeit = d; in der zweiten Luftschicht B C aber die Barometerhöhe = b — d a, folglich ist;

$$b : (b - d\,a) = d : \frac{(b - d\,a)\,d.}{b}$$

und es wird durch $\frac{(b - d\,a)\,d.}{b}$ die Dichtigkeit der zweiten Luftschicht B C ausgedrükt.

4) Da die Dichtigkeit des Quecksilbers = 1 angenommen worden und die Höhe der zweiten Luftschicht oder der Luftsäule B C = a ist, so ist aus den schon in No. 1 angeführten Gründen

$$1 : \frac{(b - d\,a)\,d.}{b} = a : \frac{(b - d\,a)\,d\,a.}{b}$$

und das Gewicht einer Quecksilbersäule von der Höhe $= \frac{(b - d\,a)\,d\,a.}{b}$, die mit der Luftsäule B C gleiche Basis hat, ist dem Gewichte dieser Luftsäule gleich.

Steigt man daher mit dem Barometer von B bis C, so fällt das Quecksilber im Barometer um die Höhe $= \frac{(b - d\,a)\,d\,a}{b}$; und da die Barometerhöhe in B $= b - d\,a$ war, so ist folglich:

die Barometerhöhe in C $= b - d\,a - \frac{(b - d\,a)\,d\,a}{b}$

$$= \frac{b^2 - b\,d\,a - b\,d\,a + d^2\,a^2}{b}$$

$$= \frac{b^2 - 2\,b\,d\,a + d^2\,a^2}{b}$$

$$= \frac{(b - d\,a)^2}{b}$$

5) Weil sich die Dichtigkeiten der Luftschichten wie die Barometerhöhen in diesen Luftschichten verhalten (No. 2), so ist

$$b : \frac{(b - d\,a)^2}{b} = d : \frac{(b - d\,a)^2\,d}{b^2}$$

und also ist die Dichtigkeit der dritten Luftschicht oder der Luftsäule CD $= \frac{(b - d\,a)^2\,d}{b^2}$

6) Um wie viel das Quecksilber im Barometer fällt, wenn man mit demselben von C bis D steigt, solches wird auf die in No. 1 und No. 4 gezeigte Art ausgemittelt. Es ist nämlich:

$$1 : \frac{(b - d\,a)^2\,d}{b} = a : \frac{(b - d\,a)^2\,d\,a}{b^2}$$

also eine Quecksilbersäule von der Höhe $= \frac{(b - d\,a)^2\,d\,a}{b^2}$ der Luftsäule CD am Gewichte gleich.

Es fällt also das Barometer in D um die Höhe $= \frac{(b - d\,a)^2\,d\,a}{b^2}$, und da die Barometerhöhe in C $= \frac{(b - d\,a)^2}{b}$ war, (No. 4), so ist die Barometerhöhe

$$\text{in D} = \frac{(b - d\,a)^2}{b} - \frac{(b - d\,a)^2\,d\,a}{b^2}$$

$$= \frac{b^2 - 2b\,d\,a + d^2\,a^2}{b} - \frac{(b^2\,d\,a - 2b\,d^2\,a^2 + d^3\,a^3)}{b^2}$$

$$= \frac{b^3 - 2b^2\,d\,a + b\,d^2\,a^2 - (b^2\,d\,a - 2b\,d^2\,a^2 + d^3\,a^3)}{b^2}$$

$$= \frac{b^3 - 2b^2\,d\,a + b\,d^2\,a^2 - b^2\,d\,a + 2b\,d^2\,a^2 - d^3\,a^3}{b^2}$$

$$= \frac{b^3 - 3b^2\,d\,a + 3b\,d^2\,a^2 - d^3\,a^3}{b^2}$$

$$= \frac{(b - d\,a)^3}{b^2}$$

7) Eben so wie man in No. 3 und No. 5 die Dichtigkeiten der Luftsäulen B C und C D gefunden, so wird auch die Dichtigkeit der vierten Luftschicht D E $= \frac{(b - d\,a)^3\,d}{b^2}$ gefunden; und auf eben die Art wie in No. 1, No. 4 und No. 6 die Barometerhöhen in B, C und D gefunden worden, so findet man auch, daß die Barometerhöhe in E $= \frac{(b - d\,a)^4}{b^3}$ sey.

8) Aus dem Obigen gehet deutlich hervor, daß die Barometerhöhen nach einer geometrischen Progression, deren Exponent $= \frac{(b - d\,a)}{b}$ ist, abnehmen, wenn man successive von einer Luftschicht in die andere steigt.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

§. 30.

Setzen wir der Kürze wegen $b - d\,a = c$, so ist:

in der Höhe $= 0$ die Barometerhöhe $= b$,

$$\begin{array}{llll} \ldots\ldots & = 1a & \text{"} \;\text{"} \;\text{"} \;\text{"} & = b.\left(\frac{c}{b}\right) \\ \ldots\ldots & = 2a & \text{"} \;\text{"} \;\text{"} \;\text{"} & = b.\left(\frac{c}{b}\right)^2 \\ \ldots\ldots & = 3a & \text{"} \;\text{"} \;\text{"} \;\text{"} & = b.\left(\frac{c}{b}\right)^3 \\ \ldots\ldots & = 4a & \text{"} \;\text{"} \;\text{"} \;\text{"} & = b.\left(\frac{c}{b}\right)^4 \\ \ldots\ldots & = na & \text{"} \;\text{"} \;\text{"} \;\text{"} & = b.\left(\frac{c}{b}\right)^n \end{array}$$

Es nehmen also die Barometerhöhen nach der geometrischen Progression:

$$b : b.\left(\frac{c}{b}\right) : b\left(\frac{c}{b}\right)^2 : b\left(\frac{c}{b}\right)^3 : b\left(\frac{c}{b}\right)^4 : \ldots b\left(\frac{c}{b}\right)^n$$

ab, indem die Höhe der Luftschichten nach der arithmetischen Progression: 0, 1, 2, 3, 4 ...... n zunehmen.

§. 31.

Wenn nun in der verticalen Höhe A M (Fig. 5) die Höhe a, (als die gemeinschaftliche Höhe der Luftschichten, woraus man sich die ganze Atmosphäre bestehend vorstellt) n mal enthalten ist und man setzt die Höhe $AM = x$, so ist

$$n\,a = x$$

$$\text{und } n = \frac{x}{a}$$

Bezeichnet ferner b die Barometerhöhe auf dem untern Standorte A, c die Barometerhöhe bei B in der Höhe $AB = a$, und H die Barometerhöhe auf dem obern Standorte M. so ist:

$$H = b\left(\frac{c}{b}\right)^n$$

weil aber $n = \frac{x}{a}$, so ist:

$$1)\ H = b\,.\left(\frac{c}{b}\right)^{\frac{x}{a}}.$$

Ferner sey in der Höhe $AN = y$ die Höhe a m mal enthalten und h die Barometerhöhe auf dem Standorte N, so ist:

$$ma = y,$$

$$m = \frac{y}{a}$$

$$\text{und } h = b\left(\frac{c}{b}\right)^m,$$

$$\text{oder}\left(\text{weil } m = \frac{y}{a}\right)$$

$$2)\ h = b\left(\frac{c}{b}\right)^{\frac{y}{a}}.$$

Wendet man bei den Formeln No. 1 und No. 2 die Logarithmen an, so hat man:

$$\log. H = \log. b + \frac{x}{a}.(\log. c - \log. b)$$

$$\log. h = \log. b + \frac{y}{a}.(\log. c - \log. b).$$

Hieraus erhält man nun

$$x = a\,\frac{(\log. H - \log. b)}{(\log. c - \log. b.)}$$

$$y = a\,\frac{(\log. h - \log. b)}{(\log. c - \log. b)}$$

oder durch Versetzung der Zeichen:

$$x = a\,\frac{(\log. b - \log. H)}{(\log. b - \log. c)}$$

$$y = a\,\frac{(\log. b - \log. h)}{(\log. b - \log. c)}$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Da nun die Höhe des Ortes N über den Ort M $=$ y $-$ x, so ist folglich diese Höhe oder

$$y - x = \frac{a\,(\log. b - \log. h)}{(\log. b - \log. c)} - \frac{a\,(\log. b - \log. H)}{(\log. b - \log. c)}$$

oder $y - x = \frac{a}{(\log. b - \log. c)} (\log. b - \log. h - \log. b + \log. H)$,

oder $y - x = \frac{a}{(\log. b - \log. c.)} \cdot (\log. H - \log. h)$.

In dieser Formel ist $\frac{a}{(\log. b - \log. c)}$ der beständige Factor, mit welchem der Unterschied der Logarithmen der an zwei Oertern zu gleicher Zeit und bei gleicher Temperatur beobachteten Barometerhöhen multiplicirt werden muß, um die Höhe des einen Ortes über dem andern zu erhalten.

In den folgenden Paragraphen soll dieser beständige Factor ausgemittelt und bestimmt werden.

§. 32.

Alle Körper, also auch das Quecksilber und die Luft haben die Eigenschaft, daß sie sich bei zunehmender Wärme ausdehnen. Diese Ausdehnung ist um so größer, je weniger die Körper dicht sind, und daher dehnt sich das Quecksilber bei zunehmender Wärme weniger aus als die Luft, weil das Quecksilber dichter als die Luft ist.

Durch die Ausdehnung der Körper, welche die zunehmende Wärme bewirkt, wird zugleich die Dichtigkeit der Körper vermindert, und diese Körper wiegen bei einerlei Volumen alsdann weniger als vorher.

Hieraus gehet hervor, daß die Dichtigkeit des Quecksilbers nicht immer einerlei ist, und diese Dichtigkeit nur bei der Temperatur des gefrieren-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

den Wassers oder bei 0^0 Reaum. als Einheit zum Maaße der Dichtigkeit angenommen werden kann.

Wie schon §. 20 angeführt worden, so verhalten sich die Dichtigkeiten zweier Materien von gleichen Gewichten umgekehrt wie ihre Volumen.

Setzt man daher die Höhe der Luftsäule A B (Fig. 5) $=$ a, ihre Dichtigkeit $=$ d und die Höhe einer Quecksilbersäule, welche mit der Luftsäule einerlei Gewicht hat $=$ p; so ist bei der Temperatur des gefrierenden Wassers

$$1 : d = a : p;$$

und folglich ist:

$$a = \frac{p}{d}.$$

Ueber die Dichtigkeit der Luft haben mehrere Naturforscher, und besonders Biot und Arago sehr sorgfältige Versuche angestellt und gefunden, daß bei einer Barometerhöhe von 28 pariser Zoll und bei einer Temperatur $= 0^0$ Reaum. die Dichtigkeit der Luft $= \frac{1}{10494/9}$ der Dichtigkeit des Quecksilbers sey.

Es ist daher $d = \frac{1}{10494/9}$ und

$$a = \left(\frac{p}{\frac{1}{10494/9}}\right)$$

Dieser für a gefundene Werth hat jedoch nur dann seine Richtigkeit, wenn (wie hier angenommen worden) die Luft vollkommen trocken ist.

§. 33.

Nur die Luftschichten an der äußersten Grenze der Atmosphäre sind zuweilen völlig trocken, sonst aber ist die Atmosphäre durchgängig von Wasserdünsten (Feuchtigkeit) geschwängert.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Ueber den Feuchtigkeitszustand der Luft hat John Leslie (Professor der Mathematik zu Edinburg) vielfältige Versuche angestellt und gefunden, daß bei der Temperatur des gefrierenden Wassers oder bei 0^0 Reaum. die völlig von Feuchtigkeit gesättigte Luft $\frac{1}{160}$tel $= 0,00625$ ihres Gewichts an Feuchtigkeit enthalte.

Es ist aber die atmosphärische Luft nie völlig mit Feuchtigkeit gesättigt, und man kann daher nur die Hälfte von dem angegebenen Feuchtigkeitsgewichte, und also annehmen, daß das Gewicht der in der Luft enthaltenen Feuchtigkeit nur $\frac{1}{320}$tel $= 0,00312$ vom ganzen Gewicht der Luft betrage.

§. 34.

Bezeichnet q das Gewicht einer Luftsäule, die Wasserdünste enthält, so ist das Gewicht dieser Wasserdünste $= \frac{1}{320}. q$ (§. 33) und also das Gewicht der in dieser Luftsäule befindlichen trocknen Luft $= q - \frac{1}{320}. q$.

Nach den von Saussure angestellten Versuchen verhält sich das Gewicht der troknen Luft zu dem der Wasserdünste wie 14 : 10 oder wie 7 : 5, wenn die Temperaturen dieser beiden Massen dieselben sind.

Demnach beträgt das Gewicht einer Wasserdunstsäule $\frac{5}{7}$tel vom Gewichte einer troknen Luftsäule, die mit jener gleiche Basis und gleiche Höhe hat. Wenn also von einer troknen Luftsäule das Gewicht $= 1$ ist, so ist das Gewicht einer Wasserdunstsäule, die mit jener gleiche Basis und gleiche Höhe hat, $= \frac{5}{7}$, wenn die Temperaturen beider Säulen dieselben sind.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Eine mit Wasserdünsten geschwängerte Luftsäule, deren Gewicht $= q - \frac{1}{320} q + \frac{1}{320} \cdot \frac{5}{7} \cdot q$ oder $= q - \frac{2}{2240} \cdot q$ oder $= q - \frac{1}{1120} q = q \left(1 - \frac{1}{1120}\right)$ ist, hat also mit einer trocknen Luftsäule, deren Gewicht $= q$ ist, einerlei Höhe, wenn die Temperatur und die Basis dieser beiden Säulen dieselben sind.

Es verhalten sich nun die Dichtigkeiten zweier Körper bei gleichem Volumen und gleichen Temperaturen, wie die Gewichte dieser Körper, und es ist also, wenn D die Dichtigkeit der mit Wasserdünsten vermischten Luft und d die Dichtigkeit der troknen Luft bezeichnet

$$D : d = p \cdot \left(1 - \frac{1}{1120}\right) : p$$

oder $D : d = (1 - \frac{1}{1120} : 1$;

mithin ist $D = d \left(1 - \frac{1}{1120}\right)$.

Nun ist $d = \frac{1}{10494,9}$ (§. 32) und also:

$$D = \frac{1}{10494,9} \left(1 - \frac{1}{1120}\right)$$

oder $D = \frac{1}{10494,4} - \frac{1}{10494,9 \cdot 1120}$

oder $D = \frac{1}{10504,21}$

welches die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft ist, wenn die Dichtigkeit des Quecksilbers bei 0 Grad Reaum. $= 1$ angenommen wird.

Es ist daher:

$$a = \left(\frac{p}{\frac{1}{10504,2}}\right).$$

Wenn man nun von A bis B (Fig. 5) gestiegen, und das Barometer, welches in der Station A auf 28 Par. Zoll gestanden, wäre in der Station B auf 0,01 und also auf 27,99 Par. Zoll gefallen, so ist $p = 0,01$ Zoll und also

$$a = \left(\frac{0,01}{\frac{1}{10504,2}}\right) \text{ (§. 32)}$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

oder a = 105,042 Par. Zoll,
oder a = 8,7535 . . . Par. Fuß.

§. 35.

Da der Barometerstand auf der untern Station A = 28 Zoll und auf der obern Station B = 27,99 Zoll, a aber = 8,7535, so ist der beständige Factor

$$\frac{a}{\log. b - \log. c.} = \frac{8,7535}{\log. 28,00 - \log. 27,99}$$

Nun ist log. nat. 28,00 = 7,93737470
log. nat. 27,99 = 7,93701749

$$\log. 28,00 - \log 27,99 = 0,00035721,$$

und folglich ist $\frac{a}{\log. b - \log. c} = \frac{8,7535}{0,00035721,}$
= 24505,2 Par. Fuß.

Um jedoch bei den Berechnungen die Briggschen Logarithmen gebrauchen zu können, so muß dieser hier gefundene Factor noch mit dem Modul = 2,302585 multiplicirt werden, und hierdurch erhält man:

$$\frac{a}{\log. b - \log. c} = 56425,3 \text{ Par. Fuß.}$$
= 9404,2 Toisen.

Dieses ist der beständige Factor, mit welchem der Unterschied der Logarithmen der an zwei Oertern beobachteten Barometerhöhen multiplizirt werden muß, um die verticale Höhe des einen Ortes über dem andern zu erhalten.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

§. 36.

Der beständige Factor läßt sich auch durch Vergleichung der barometrischen Beobachtungen mit den trigonometrisch gemessenen Höhendifferenzen bestimmen; indessen müssen hiezu Berge von beträchtlicher Höhe gewählt und bei Beobachtung der Barometer- und Thermometerstände die größte Genauigkeit beobachtet werden, weil sonst die Bestimmung des beständigen Factors sehr unrichtig ausfallen würde.

Wenn wir nun die verticale Höhe eines Orts über dem andern, oder $y - x$ mit z, den Barometerstand auf der untern Station mit H und den auf der obern Station mit h bezeichnen, so ist

$$z = 9404{,}2\ (\log. H - \log. h).$$

§. 37.

Nach dieser gefundenen Formel könnte man nun die verticale Höhe eines Ortes über dem andern, aus den an beiden Orten gleichzeitig beobachteten Barometerhöhen bestimmen, wenn sowohl die Luft als auch das Quecksilber auf beiden Stationen 0^0 Temperatur hat, und die Dichtigkeit der Luft nur blos vom Druke abhängig ist, weil solches bei Entwikelung der obigen Formel angenommen worden.

Da aber wohl selten der Fall eintreten wird, daß bei einer Höhenmessung sowohl die Luft, als auch das Quecksilber 0^0 Temperatur haben wird, und es nicht gleichgültig ist, ob man einen und denselben Druk der Luft mit wärmern oder kältern Quecksilber abwiegt, weil eine Quecksilbersäule bei einer wärmern Temperatur weniger, als bei

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

einer kältern Temperatur wiegt; so müssen die beobachteten Barometerhöhen auf 0^0 Temperatur reducirt werden.

§. 38.

Es ist schon in §. 31 erwähnt worden, daß sich das Quecksilber bei zunehmender Wärme ausdehnt, und daß nur seine Dichtigkeit bei 0^0 Temperatur als Einheit zum Maaße der Dichtigkeit angenommen werden kann.

Ueber das Gesetz, nach welchem sich das Quecksilber bei zunehmender Wärme ausdehnt, haben mehrere berühmte Naturforscher Untersuchungen angestellt, allein die gefundenen Resultate weichen sehr von einander ab.

Das vom Grafen de la Place und Lavoisier gefundene Resultat, nach welchem sich eine Quecksilbersäule für jeden Grad des Reaumurschen Thermometers um $\frac{1}{4329,6}$ ihrer eigentlichen Länge ausdehnt, ist bis jetzt für das richtigste anerkannt und allgemein angenommen worden; allein nach den von Dulong und Petit mit aller nur möglichen Genauigkeit vorgenommenen und in ihren von der Academie zu Paris am 16. März 1818 gekrönten Memoires vollständig auseinandergesetzten Untersuchungen hat sich ergeben, daß sich eine Quecksilbersäule für jeden Grad des Reaumurschen Thermometers um $\frac{1}{4440}$ ihrer eigentlichen Länge ausdehne.

Es muß daher für jeden Grad Reaum. über 0^0 $\frac{1}{4440}$tel von der beobachteten Barometerhöhe subtrahirt, und für jeden Grad unter 0^0 $\frac{1}{4440}$tel zu jeder Barometerhöhe addirt werden, um die Barometerhöhe für 0^0 Temperatur zu erhalten.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Es sey z. B. die beobachtete Barometerhöhe $= h$ und die Temperatur $= T$, so ist die auf 0^0 Temperatur reducirte Barometerhöhe $= h \mp \frac{hT}{4440} = h\left(1 \mp \frac{T}{4440}\right)$, wo das obere Zeichen für die Temperatur über 0^0 und das untere Zeichen für die Temperatur unter 0^0 gilt.

Auf diese Art kann jede beobachtete Barometerhöhe auf 0^0 Temperatur reducirt werden. Es sey z. B. die bei $+ 10^0$ Temperatur beobachtete Barometerhöhe $= 326$ Linien, so ist die auf 0^0 reducirte Barometerhöhe $= 326 - \frac{326 \times 10}{4440} = 326 - \frac{3260}{4440} = 326 - 0{,}734 = 325{,}266$ Linien. Wäre die Temperatur $= - 10^0$ gewesen, so würde die auf 0^0 Temperatur reducirte Barometerhöhe $= 326 + 0{,}734 = 326{,}734$ Linien seyn.

Um der Rechnung, welche die Reduction der Barometerhöhen verursacht, zu erleichtern, ist die Tafel I. beigefügt, aus welcher man für jede beobachtete Barometerhöhe die für jede Temperatur zu machende Correction sogleich entnehmen kann, und alsdann nur diese gefundene Correction von der Barometerhöhe subtrahiren oder zu derselben addiren darf, je nachdem die Temperatur über oder unter 0^0 ist, um die auf 0^0 Temperatur reducirte Barometerhöhe zu erhalten.

Diese Tafel enthält die Correction für die Barometerhöhen von 144 Linien und ist so eingerichtet, daß auf jeder Seite in der ersten Columne die Thermometer-Grade und neben diesen die Correction derjenigen Barometerhöhen stehen, womit die Columnen überschrieben sind.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die folgenden Beispiele werden den Gebrauch dieser Tafeln am besten erläutern.

Erstes Beispiel. Es ist die Barometerhöhe = 18 Zoll 5 Linien bei + 13° Temperatur beobachtet worden, man soll diese Barometerhöhe auf 0° Temperatur reduciren.

Man suche auf derjenigen Seite der Tafel, die mit 221 bis 227 Lin. Barometerhöhe überschrieben ist, in der mit dem Worte Temperatur bezeichneten ersten Columne den 13. Grad auf, so findet man da, wo die von 13 Grad ausgehende Horizontal-Reihe in die mit 221 Linien überschriebenen Columne trifft, die gesuchte Correction = 0,647.

Die auf 0° reducirte Barometerhöhe ist also = 221 — 0,647 = 220,353 Lin. Wäre dagegen die Barometerhöhe bei — 13° Temperatur beobachtet worden, so würde die reducirte Barometerhöhe = 221 + 0,647 = 221,647 Linien seyn.

Wenn die beobachtete Barometerhöhe noch Zehntheile einer Linie bei sich hat, und diese noch nicht 0,5 L. betragen, so werden solche ganz außer Acht gelassen; wenn sie aber 0,5 L. und darüber betragen, so wird die Anzahl der ganzen Linien um eine Linie größer angenommen, und hierzu die Correction aufgesucht.

Zweites Beispiel Es ist die Barometerhöhe = 221,7 Lin. bei + 17° Temperatur beobachtet worden; man soll diese Barometerhöhe auf 0^0 Temperatur reduciren.

Da hier die Anzahl der Zehntheile der Linien über 0,5 L. und = 0,07 L. ist, so wird solche für eine volle Linie und also der Barometerstand um eine Linie größer und = 222 L. angenommen.

In der Tafel findet man nun, daß die zu 222 L. für 17 Gr. Temperatur gehörige Correction = 0,850 sey, mithin ist der corrigirte Barometerstand = 221,7 — 0,852 = 220,850.

Wenn zu einer beobachteten Barometerhöhe auch noch Hunderttheile oder Tausendtheile einer Linie gehören, so werden diese ganz außer Acht gelassen.

Wenn die beobachtete Temperatur auch Zehntheile und Hunderttheile eines Grades bei sich hat, so findet man die Correction wegen dieser Theile, daß man selbige zuerst als ganze Grade annimmt, und alsdann in den dazu gehörigen Correctionen das Einerzeichen um eine, oder zwei, oder drei Stellen von der rechten gegen die linke Hand fortrückt; je nachdem die Correctionen zu Zehntheilen oder Hunderttheilen, oder Tausendtheilen eines Grades der Temperatur gehören.

Drittes Beispiel. Es ist die Barometerhöhe = 219,78 L. bei † $25{,}875^0$ Temperatur beobachtet worden, man soll diese Barometerhöhe auf 0^0 Temperatur reduciren.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

1) Zuerst suche man wegen der 25° Temperatur die Correction für 219,78 Lin. oder vielmehr für 220 Lin. Barometerhöhe, und zwar wie solches bereits gezeigt worden, so findet man diese Correction = 1,239.

2) Jetzt wird die Correction wegen 0,875° Temperatur gesucht, wobei man auf nachstehende Art verfährt:

a) Zuerst suche man die Correction wegen 8° Temperatur und rüke in dieser das Einerzeichen von der rechten gegen die linke Hand um eine Stelle weiter fort, so hat man die Correction wegen 0,8° Temperatur.

b) Alsdann suche man die Correction wegen 7° Temperatur und rüke in dieser das Einerzeichen um zwei Stellen gegen die linke Hand weiter fort, so hat man die Correction wegen 0,07° Temperatur.

c) Endlich suche man die Correction wegen 5° Temperatur und rüke in dieser das Einerzeichen um 3 Stellen weiter gegen die linke Hand fort, so hat man die Correction wegen 0,005° Temperatur

d) Addirt man nun diese gefundenen 3 Correctionen, so giebt die Summe die Correction für 220 Linien oder vielmehr für 219,78 Lin. wegen 0,875° Temperatur.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Da nun nach dieser Vorschrift:

die Correction wegen	0,8°	= 0,0396
" " "	0,07°	= 0,00347
" " "	0,005°	= 0,000248
so ist folglich die Correct. wegen	0,875°	= 0,043318
hierzu die Correction wegen	25°	= 1,239

giebt die Correction
für 219,78 L. wegen 25,875° Temper. = 1,282318
oder = 1,282

und folglich ist die auf 0° reducirte Barometerhöhe = 219,78 — 1,282 = 218,498 Linien.

§. 39.

Auch das Messing dehnt sich bei zunehmender Wärme aus, und ziehet sich bei verminderter Wärme zusammen; daher dehnen sich auch die Theile, worin die Scale des Barometers getheilt ist, bei zunehmender Wärme aus, werden größer und man beobachtet die Barometerhöhe von einer geringern Linien-Anzahl als sie wirklich ist; dagegen die Barometerhöhe bei verminderter Wärme größer gefunden wird, als sie wirklich ist.

Man hat wegen dieses Einflusses der Wärme auf die Ausdehnung der Barometer-Scale und der dadurch entstehenden unrichtigen Angabe der Barometerhöhen noch eine besondere Correction vorzunehmen.

Nach den von dem Grafen de la Place angestellten sehr genauen Beobachtungen dehnt sich das Messing für jeden Grad Reaum. um $\frac{1}{42960}$tel ihres Volumens aus, und da sich das Quecksilber für jeden Grad Reaum. um $\frac{1}{4440}$tel seines Volumens ausdehnt, so dehnt sich folglich die messingene Scale um $\frac{1}{9,67}$ von der Ausdehnung der Quecksilbersäule aus.

Demnach muß man die nach vorigem Paragraphen gefundene Correctionen für die beobachtete Barometerhöhe $= \frac{1}{9,67}$ ihres Werthes vermindern, wodurch man die richtige Correction erhält.

Man kann auch die beobachtete Temperatur des Quecksilbers um $\frac{1}{9,67}$ vermindern, diese verminderte Temperatur als die richtige annehmen, und zu derselben die Correction für die beobachtete Barometerhöhe nach der im vorigen Paragraph gegebenen Anweisung bestimmen.

Um indessen alle weitläuftigen Rechnungen bei den praktischen Höhenmessungen mit dem Barometer zu beseitigen, so habe ich die Tafel X beigefügt, in welcher man die beobachteten Temperaturen von 0^0 bis 34^0 und zwar von $\frac{1}{10}$ zu $\frac{1}{10}$ Grad um $\frac{1}{9,67}$ vermindert findet.

Hat man z. B. die Temperatur des Quecksilbers $= 28,7^0$ beobachtet, so findet man in der Tabelle neben $28,7^0$ die um $\frac{1}{9,67}$ verminderte Temperatur $= 25,732^0$. Hierauf suche man nach der im vorigen Paragraph gegebenen Vorschrift die Correction für die beobachtete Barometerhöhe, welche zu der gedachten verminderten Temperatur $= 25,732^0$ gehört, so hat man die richtige Correction für die beobachtete Barometerhöhe, welche von dieser entweder subtrahirt oder zu derselben addirt wird, je nachdem die Temperatur über oder unter 0^0 Reaum. ist.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Wenn zu der beobachteten Temperatur des Quecksilbers noch Hunderttheile oder Tausendtheile eines Grades gehören, so betrachte man diese Theile so, als wären sie Zehntheil-Grade, die zwischen 0^0 und 1^0 Temperatur liegen, suche die dazu gehörige um $\frac{1}{9,67}$ verminderte Werthe in der Tafel auf, und rüke das Einerzeichen in diesen gefundenen Werthen um eine oder zwei Stellen von der rechten gegen die linke Hand fort, je nachdem die zu der beobachteten Temperatur gehörige Theile Hunderttheile oder Tausendtheile eines Grades sind.

Die auf diese Art gefundenen Werthe werden zu den Ganzen und Zehntheil-Graden der beobachteten Temperatur gehörigen und in der Tafel befindlichem verminderten Werthe addirt; die erhaltene Summe giebt den um $\frac{1}{9,67}$ verminderten Werth der beobachteteten vollständigen Temperatur des Quecksilbers.

Beispiel. Es ist die Temperatur des Quecksilbers = 27,846 Grad beobachtet worden; man soll diese Temperatur um $\frac{1}{9,67}$ mit Hülfe der Tafel vermindern.

Man nehme $\frac{4}{100}^0 = 0,4^0$ und $\frac{6}{1000}^0 = 0,6^0$ an, und suche die verminderten Werthe für $0,4^0$ und $0,6^0$ in der Tafel auf; ersterer ist = 0,359 und letzterer ist = 0,538. In dem ersten Werth rüke man das Einerzeichen um eine Stelle und in dem letztern Werth um zwei Stellen von der rechten gegen die linke Hand fort, so hat man die verminderten Werthe für $\frac{4}{100}^0$ und für $\frac{6}{1000}^0$ nämlich:

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf

für $\frac{4}{100}^{0}$ = = = = = = = $= 0,0359$
$\frac{6}{1000}^{0}$ = = = = = = = $= 0,00538$
hierzu den vermindert. Werth für $27,8^{0} = 24,925$

giebt den um $\frac{1}{9,67}$ vermindert.
Werth für $27,846^{0} = 24,97628^{0}$
oder $= 24,966^{0}$

Anmerk. Diese Verminderung der beobachteten Quecksilbertemperatur findet jedoch nur dann statt, wenn die Scale am Barometer, wie dieses jetzt bei den guten Barometern mehrentheils der Fall ist, beweglich ist, und hinauf und hinab geschoben werden kann.

§. 40.

Es ist schon in §. 31 bemerkt worden, daß sich die Dichtigkeit und also auch das Gewicht bei zunehmender Wärme vermindert, bei abnehmender Wärme aber vergrößert; daher eine Luftsäule, die bei 0^{0} Temperatur einer Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält, bei einer wärmern Temperatur höher und bei einer kältern Temperatur niedriger seyn muß, als sie bei 0^{0} Temperatur war, wenn sie jener Quecksilbersäule noch ferner das Gleichgewicht halten soll.

Aus diesem Grunde muß eine nach der in § 36 aufgeführten Formel berechnete Höhe zu klein gefunden werden, wenn auf beiden Stationen die Temperatur der Luft wärmer als bei 0^{0} Reaum. ist; weil bei Entwickelung dieser Formel die Temperatur der Luft $= 0^{0}$ angenommen worden. Eben so würde die Höhe zu groß gefunden werden, wenn die Luft-Temperatur auf beiden Stationen kälter, als bei 0^{0} Reaum. wäre.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Wegen dieses sehr bedeutenden Einflußes, den die Temperatur der Luft auf die Ausdehnung derselben hat, muß die mehrgedachte Formel zur Bestimmung der Höhen berichtiget werden.

Nach der von dem Grafen de la Place auf sehr genau angestellte Untersuchungen gegründete Bestimmung, dehnt sich die Luft für jeden Grad Reaum. über 0° um 0,0046875 ihres Volumens aus und hieraus läßt sich sehr leicht bestimmen, um wie viel eine gemessene Luftsäule bei der gefundenen Temperatur länger geworden ist, als bei 0° Temperatur.

Da auf den beiden Stationen einer gemessenen Höhe nie einerlei Temperatur der Luft herrscht, weil die Atmosphäre, besonders in den heißen Sommertagen, an der Oberfläche der Erde mehr erhitzt und wärmer ist, als in einiger Entfernung von der Erde, und die Wärme allmählig abnimmt, je höher man in die Atmosphäre hinaufsteigt; so sollte man eigentlich die Temperatur jeder einzelnen Luftschicht der gemessenen Luftsäule beobachten. Dieses würde aber mit sehr vielen Schwierigkeiten verbunden und mehrentheils unmöglich seyn, daher muß man sich begnügen, die Temperaturen auf beiden Stationen zu beobachten, und das arithmetische Mittel der gefundenen beiden Temperaturen für die in der gemessenen Luftsäule herrschende Temperatur anzunehmen.

Multiplicirt man nun die so gefundene mittlere Temperatur mit 0,0046875 und multiplicirt das erhaltene Produkt noch mit der bereits gefundenen Höhe, so hat man die Correction wegen der Luft-Temperatur, welche man zu der gedachten Höhe entweder addiren oder davon subtrahiren muß, je nachdem die mittlere Temperatur über oder unter 0^0 Reaum. ist.

Wenn nun H die Barometerhöhe auf der untern Station, h die Barometerhöhe auf der obern Station, T die mittlere Temperatur der Luft und Z die verticale Höhe der einen Station über der andern bezeichnet, so ist die wegen der Luft-Temperatur berichtigte Höhe also:

$$Z = 9404{,}2 \text{ Toisen} (\log. H - \log. h) \pm 0{,}0046875\ T. \; 9404{,}2 \text{ Tois.} (\log. H - \log. h)$$

$$\text{oder } Z = 9404{,}2 \text{ Toisen} (\log. H - \log. h) \,.\, (1 \pm 0{,}0046872\ T.),$$

$$\text{oder } \left[\text{weil } \log. H - \log. h = \log. \left(\frac{H}{h}\right)\right],$$

$$Z = 9404{,}2 \text{ Tois.} \log. \left(\frac{H}{h}\right) . (1 \pm 0{,}0036875\ T.)$$

Es versteht sich jedoch von selbst, daß H und h die nach der in §. 38 und §. 39 gegebenen Vorschrift wegen der Temperatur des Quecksilbers reducirte Barometerhöhen bezeichnen.

§. 41.

Wie schon im §. 33 erwähnt worden, so ist die atmosphärische Luft mit Wasserdünsten (Feuchtigkeit) vermischt. Diese Wasserdünste sind leichter als Luft, und da bei zunehmender Wärme die Menge der Wasserdünste vermehrt wird, so wird dadurch zugleich die Dichtigkeit der gemessenen Luftsäule vermindert.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Nach des Professors Leslie Bestimmungen enthält die vollkommen mit Feuchtigkeit gesättigte Luft bei 0^0 Temperatur $\frac{1}{160}$tel $= 0{,}00625$ und bei $+ 12^0$ Reaum. Temperatur $\frac{1}{80}$ tel $= 0{,}01250$ ihres Gewichts an Feuchtigkeit. Dieser Bestimmung zufolge würde das Gewicht der mit jedem Grade Wärme sich vermehrende Menge Feuchtigkeit $= 0{,}00052083$ des Gewichts der Luft betragen; allein da sich die atmosphärische Luft nie in dem Zustande der völligen Feuchtigkeit befindet, ja sogar dieser Feuchtigkeitszustand sich oft sehr verändert, so kommt man der Wahrheit am nächsten, wenn man die Hälfte des gefundenen Feuchtigkeitgewichts und also annimmt, daß für jeden Grad Wärme des Reaumurschen Thermometers das Gewicht der Feuchtigkeit um 0,00026042 des Gewichts der Luft zunehme.

Da sich nun die Dichtigkeit der Wasserdünste zur Dichtigkeit der Luft $= 10494{,}9 : 14993$ verhält; so ist:

$$10494 : 14993 = 0{,}00026042 : 0{,}0003710,$$

und dehnt sich daher die Luft wegen der zunehmenden Feuchtigkeit für jeden Grad Wärme des Reaumurschen Thermometers um 0,0003710 ihres Volumens aus. Setzt man daher das Volumen der Luft $= 1$ und die mittlere Temperatur $= T$, so wird wegen der vermehrten Menge Feuchtigkeit das Volumen der Luft $= 1 + 0{,}0003710.T$ und demnach verwandelt sich die zur Bestimmung der Höhe in §. 40 aufgestellte Formel in:

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$$z = 9404{,}2 \text{ Tois. log.} \left(\frac{H}{h}\right) . \frac{(1 + 0{,}0046875 . T)}{(1 + 0{,}0003710 . T)}$$

§. 42.

Unsere Atmosphäre bestehet aus Stikluft, Sauerstoffluft, Kohlensäure, Luft und Wasserdünsten.

Nach der bisherigen Voraussetzung bestehen diese vier verschiedenen Luft-Arten in einer innigen Verbindung; allein nach dem von dem Engländischen Physiker Dalton aufgestellten Systeme sind diese vier Luft-Arten so unter einander gemischt, daß keine auf die andere wirkt, und jede für sich bestehet, als wenn die andere nicht da wäre.

Nach diesem Systeme ist unsere Erde von vier verschiedenen Atmosphären umgeben, davon eine jede auf das Barometer besonders drükt, alle aber das Barometer auf seinem mittlern Stand von 28,18 Zoll erhalten.

Denkt man sich nämlich in jeder dieser Atmosphären ein Barometer angebracht, so stehet das Barometer:

1)	in der Stikluftatmosphäre	auf	21,2336	Zoll.
2)	= = Sauerstoffluftatmosphäre	=	6,4986	=
3)	= = Kohlensaurluftatmosphäre	=	0,0278	=
4)	= = Wasserdampfatmosphäre	=	0,4200	=
		Summa	28,18	Zoll.

Da man nun weiß, daß bei 0^0 Temperatur und 28 Zoll Barometerhöhe das Gewicht der Stikluft $= \frac{1}{10830}$

= = = Sauerstoffluft $= \frac{1}{9414}$

= = = Kohlensaureluft $= \frac{1}{6997}$

= = = Wasserdämpfe $= \frac{1}{14993}$

vom Gewichte des Quecksilbers beträgt, so findet man den einer jeden dieser Luftart zugehörigen beständigen Faktor, nämlich:

1) für Stikluft = Atmosphäre = 58186 F. = 9697,7 Tois.

2) = Sauerstoffluft = Atmosphäre = 50579 F. = 8429,8 Tois.

3) Kohlensaure Luft = Atmosphäre = 37592 F. = 6265,3 Tois.

4) Wasserdampf = Atmosphäre = 80554 F. = 13459,8 Tois.

und es läßt sich nun die Barometerhöhe für jede Atmosphäre leicht bestimmen, wenn man 100, 200, 300 Toisen u. s. w. steigt.

Es bezeichne z. B. x die Höhe einer Luftsäule in Toisen ausgedrückt, c den beständigen Faktor für irgend eine der oben genannten vier Atmosphären, H den Barometerstand auf der Oberfläche des Meeres und h den Barometerstand auf der obern Station in dieser Atmosphäre, so ist:

$$x = c \,.\, (\log.\ H - \log.\ h)$$

und also $\log.\ h = \log.\ H - \frac{x}{c}$

Auf diese Art werden die Barometerhöhen in jeder der vier Atmosphären für eine bestimmte Höhe über der Meeresfläche bestimmt, und die Summe dieser Barometerhöhen giebt die Barometerhöhe für eine bestimmte Höhe einer Luftsäule.

Nach der gewöhnlichen Theorie wird die Höhe einer Luftsäule aus der Barometerhöhe, nach der Daltonschen Theorie aber die Barometerhöhe aus der Höhe der Luftsäule bestimmt; und hat man so die für alle mögliche Höhen über der Meeresfläche entsprechende Barometerhöhen berechnet, so weiß man aus der an einem Orte beobachteten Barometerhöhe zugleich, wie viel Toisen oder wie viel Fuß der Beobachtungs-Ort über der Meeresfläche liegt.

Die nach dieser Daltonschen Theorie gefundene Höhen sind aber kleiner als die, welche nach der Formel in §. 41 berechnet werden, und es müssen daher die nach dieser Formel berechnete Höhen um einen gewissen Theil vermindert werden, wenn nämlich das Daltonsche System seine Richtigkeit hat. Indessen hat es die Erfahrung bestätiget, daß die nach der gedachten Formel berechnete Höhen, wenn sie bei großer Hitze gemessen worden, zu groß, und wenn sie bei strenger Kälte gemessen worden, zu klein ausfallen; jedoch alsdann beinahe völlig mit denen nach der Daltonschen Theorie gemessenen Höhen übereinstimmen, wenn die Correction wegen der Wasserdünste ganz weggelassen und

$$z = 9404{,}2 \text{ Tois.} \log\left(\frac{H}{h}\right) . (1 \pm 0{,}0046875 . T)$$

angenommen wird.

Diese Formel bedarf aber noch eine Correction wegen der geographischen Breite und wegen der Schwerkraft der Körper in verticaler Richtung, die sogleich ausgemittelt werden soll.

§. 43.

Bei Entwikelung der Formel

$$z = 9404{,}2 \text{ Tois. log.} \left(\frac{H}{h}\right) . (1 \pm 0{,}0046875 \ . \ T)$$

ist vorausgesetzt, daß die beiden Oerter, zwischen welchen sich die gemessene Luftsäule befindet, unter dem Parallelkreis von 45^0 liegen; weil aber die Schwerkraft der Körper wegen der Abplattung unserer Erde von dem Aequator nach den Polen hin, in eben dem Verhältnisse wie die Länge des Secunden-Penduls zunimmt, so muß eine Luftsäule unter dem Parallelkreis von 45^0 kürzer seyn als unter einem andern näher am Aequator liegenden Parallelkreise, wenn sie unter diesem eben dasselbe Gewicht hat, als unter dem Parallelkreise von 45^0; weil die Luft unter diesem Parallelkreise mehr zusammengepreßt, also auch dichter und schwerer ist, als unter jenem näher am Aequator liegenden Parallelkreise.

Man hat nun aus angestellten genauen Untersuchungen und Berechnungen gefunden, daß für eine geographische Breite von y Grad die Länge des Secunden-Pendels $= 0{,}379419$ Toisen . Sin. 2 y sey.

Bezeichnet nun g die Schwerkraft oder das Gewicht der Luft unter dem Parallelkreis von 45^0 und g' die Schwerkraft der Luft unter dem Pa-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

rallelkreis von y Grad; so ist, da sich die Schwerkräfte der Luft an zwei verschiedenen Oertern, wie die Längen des Secunden-Pendels verhalten,

$$g' : g = (0,379419 + 0,002159 . \mathrm{Sin.}^2 y) : (0,379419 + 0,002159 . \mathrm{Sin.}^2 45^0)$$

und folglich:

$$\frac{g}{g'} = \frac{0,379419 + 0,002159 \ . \ \mathrm{Sin.}^2 45^0}{0,379419 + 0,002159 \ . \ \mathrm{Sin.}^2 y}$$

Es ist aber $\mathrm{Sin.}^2 45^0 = \frac{1}{2}$ und $\mathrm{Sin.}^2 y^0 = \frac{1 - \mathrm{Cos.}\ 2y}{2}$, folglich ist:

$$\frac{g}{g'} = \frac{0,379419 + \frac{0,002159}{2}}{0,379419 + 0,002159 . \left(\frac{1 - \mathrm{Cos.}\ 2y}{2}\right)},$$

oder $\frac{g}{g'} = \frac{0,379419 + 0,0010795}{0,379419 + 0,0010795 - 0,0010795 \ . \ \mathrm{Cos.}\ 2y}$,

oder $\frac{g}{g'} = \frac{0,3804985}{0,3804985 - 0,0010795 . \mathrm{Cos.}\ 2y}$.

Dividirt man Zähler und Nenner dieses Bruches durch seinen Zähler, so wird:

$$\frac{g}{g'} = \frac{1}{1 - 0,002837\ \mathrm{Cos.}\ 2y}$$

Dividirt man endlich den Zähler dieses Bruches durch seinen Nenner und läßt im Quotien-

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf

ten die Potenzen von 0,002837 Cos. 2 y wegen ihrer Geringfügigkeit ganz weg, so erhält man:

$$\frac{g}{g'} = 1 + 0{,}002837 \,.\, \mathrm{Cos.}\ 2y.$$

Dieser Werth für $\frac{g}{g'}$ ist der Werth für die Correction wegen der geographischen Breite und womit die bereits gefundene Höhe multiplicirt werden muß Die obige Formel zur Bestimmung der Höhen verwandelt sich daher in:

$$z = 9404{,}2 \text{ Tois. log.} \left(\frac{H}{h}\right) . (1 \pm 0{,}0046875.T).$$
$$(1 + 0{,}002837 \,.\, \mathrm{Cos.}\ 2y).$$

§. 44.

Die Schwerkraft der Körper nimmt in verticaler Richtung immer mehr ab, je weiter der Körper vom Mittelpunkte der Erde entfernt ist, und es verhalten sich die Schwerkräfte oder die Schwere der Körper umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Mittelpunkte der Erde.

Man denke sich, daß AB, AC, AD und AE (fig. 5), Höhen über dem Meere sind, die eine arithmetische Progression bilden und in der Art zunehmen, daß die Differenz jeder zwei auf einander folgenden Höhen der Höhe AB gleich ist. Wenn nun r den Halbmesser der Erde bezeichnet, so werden die den genannten Höhen zugehörige Schwerkräfte durch die geometrische Reihe:

$$(r+AE)^2 : (r+AD)^2 : (r+AC)^2 : (r+AB)^2$$

ausgedrückt.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Entwickelt man nun die Quadrate dieser Glieder, da erhält man:

$$r^2 \dagger 2r . AE \dagger AE^2 = \left(1 \dagger \frac{2 . AE}{r} \dagger \frac{AE^2}{r^2}\right) . r^2$$

$$r^2 \dagger 2r . AD \dagger AD^2 = \left(1 \dagger \frac{2 . AD}{r} \dagger \frac{AD^2}{r^2}\right) . r^2$$

$$r^2 \dagger 2r . AC \dagger AC^2 = \left(1 \dagger \frac{2 . AC}{r} \dagger \frac{AC^2}{r^2}\right) . r^2$$

$$r^2 \dagger 2r . AB \dagger AB^2 = \left(1 \dagger \frac{2 . AB}{r} \dagger \frac{AB^2}{r^2}\right) . r^2$$

weil aber die Glieder, in welchen r^2 enthalten ist, in Verhältniß mit den beiden andern Gliedern nur sehr klein sind, so können solche weggelassen werden und man erhält alsdann folgende Reihe:

$$\left(1 \dagger \frac{2 AE}{r}\right), \left(1 \dagger \frac{2 AD}{r}\right), \left(1 \dagger \frac{2 AC}{r}\right), \left(1 \dagger \frac{2 AB}{r}\right);$$

die Differenzen dieser Reihen sind:

$$\frac{2}{r}(AE - AD), \frac{2}{r}(AD - AC), \frac{2}{r}(AC - AB)$$

und weil nach der Annahme $AE - AD = AD - AC = AC - AB = AB$, so ist folglich die obige Reihe eine arithmetische und man kann daher annehmen, daß die Abnahme der Schwerkräfte nach einer arithmetischen Reihe geschieht.

Wenn also die Höhe AB durch a ausgedrückt wird, so nimmt die Schwerkraft der Körper in verticaler Richtung in der Höhe $= a$ um $\frac{2a}{r}$

" " " $= 2a$ " $2 \cdot \left(\frac{2a}{r}\right)$

" " " $= 3a$ " $2 \cdot \left(\frac{3a}{r}\right)$

" " " $= 4a$ " $2 \cdot \left(\frac{4a}{r}\right)$

" " " $= na$ " $2 \cdot \left(\frac{na}{r}\right)$

" " " $= Z$ " $2 \cdot \left(\frac{z}{r}\right)$ ab.

§. 45.

Wegen dieser Abnahme der Schwerkraft der Körper in verticaler Richtung sind auch bei einer Luftsäule die obern Luftschichten dünner als sie es ohne diese Abnahme seyn würden, und es muß daher auch eine Luftsäule länger seyn, als wenn sie durchgängig von gleicher Schwerkraft wäre.

Wie wir in §. 44 gefunden, so nimmt die Schwerkraft der Körper in verticaler Richtung in der Höhe $= Z$ um $\frac{2Z}{r}$ ab. Die Anziehungskraft bei einer Luftsäule von der Höhe $= Z$ ist also oben um $\frac{2Z}{r}$ kleiner und die mittlere Anziehungskraft in der ganzen Luftsäule um $\frac{Z}{r}$ kleiner als unten. Da die Abnahme der Schwerkräfte der Körper nach einer arithmetischen Reihe geschieht, so kann man annehmen, daß eine Luftsäule in allen ihren Theilen derselben Schwerkraft unterworfen sey, wie in der

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Mitte ihrer Länge. Multiplicirt man daher die unverbesserte Höhe Z der Luftsäule mit $\frac{Z}{r}$, so erhält man die Correction $= \frac{Z^2}{r}$ und die wegen der Abnahme der Schwerkräfte in Beziehung auf die Luft verbesserte Höhe ist $= Z + \frac{Z^2}{r} = Z\left(1 + \frac{Z}{r}\right)$

Wird nun hiernach die in §. 43 angegebene Höhen-Berechnungsformel berichtigt, so erhält man:

$$Z = 9404{,}2 \text{ Tois.} \log.\left(\frac{H}{h}\right)(1 \pm 0{,}0046875\ T)$$
$$(1 + 0{,}002837 \operatorname{Cos.} 2y)\left(1 + \frac{z}{r}\right).$$

§. 46.

Die Abnahme der Schwerkräfte der Körper bewirkt, daß bei der Messung einer Höhe das Quecksilber im Barometer auf der obern Station leichter als unten auf der Oberfläche des Meeres ist. Es ist daher die Quecksilbersäule im Barometer auf der obern Station länger, als sie es ohne die statthabende Abnahme der Schwerkräfte wäre.

Nach § 44 nimmt die Schwerkraft der Körper in der Höhe $=$ a um $\frac{2a}{r}$ ab. Wenn daher die Höhe einer Station über dem Meere $=$ a und der Barometerstand auf dieser Station $=$ h ist, so ist $\frac{2a \cdot h}{r}$ die Correction des Barometerstandes und also dieser Barometerstand $= h - \frac{2a \cdot h}{r}$. Es wiegt demnach die Quecksilbersäule von der Länge $=$ h auf der obern Station nicht mehr, als eine Quecksilbersäule von der Länge $= h - \frac{2a \cdot h}{r} \cdot \left(1 - \frac{2a}{r}\right)$ unten am Meere.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Wegen dieses Einflusses, welchen die Abnahme der Schwerkräfte auf die Barometerstände hat, ist es durchaus nothwendig, daß bei einer Höhenmessung mit dem Barometer, die auf den Stationen beobachteteten Barometerstände auf die Schwere unten am Meere reduzirt werden.

Es mögen N und M (Fig. 5) zwei Punkte seyn, die vertical über dem auf der Oberfläche des Meeres angenommenen Punkte A liegen. Der Barometerstand bei A am Meere sey $= b$, der Barometerstand auf der obern Station N sey $= h$ und der Barometerstand auf der untern Station M sey $= H$. Ferner bezeichne n die annähernde Höhe AN und m die annähernde Höhe AM. Setzt man nun den in der Formel (§. 43) befindlichen Ausdruck:

9404,2 !. (1 $\pm$ 0,0046875 T.). (1 + 0,002837 Cos. 2y) der Kürze wegen $= a$, so wird:

die annähernde Höhe $n = a \,.\, \log. \left(\frac{b}{h}\right)$

" " " $m = a \,.\, \log. \left(\frac{b}{H}\right)$

Reduzirt man die beobachteten Barometerstände h und H auf die Schwere unten am Meere, so wird der Barometerstand bei $N = h\left(1 - \frac{2n}{r}\right)$ der Barometerstand bei $M = H\left(1 - \frac{2m}{r}\right)$ und folglich:

die verbesserte Höhe $n = a. \log. \left(\frac{b}{h\left(1\ \frac{2n}{r}\right)}\right)$

" " " $m = a. \log. \left(\frac{b}{H.\left(\frac{2m}{r}\right)}\right)$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Nun ist aber $\log.\left(\frac{b}{h\left(1-\frac{2m}{r}\right)}\right) = \log.$ $\left[\frac{b}{h}.\left(1+\frac{2n}{r}\right)\right] = \log.\left(\frac{b}{h}\right) + \log.\left(1+\frac{2n}{r}\right)$ und $\log.\left(\frac{b}{H\left(1-\frac{2m}{r}\right)}\right) = \log.\left[\frac{b}{H}\left(1+\frac{2m}{r}\right)\right]$ $= \log.\left(\frac{b}{h}\right) + \log.\left(1+\frac{2m}{r}\right)$ und weil nach der Theorie der Logarithmen für das Briggsche System

$$\log.\left(1+\frac{2n}{r}\right) = 0{,}4342945.\left[\frac{2n}{r} - \frac{1}{2}\left(\frac{2n}{r}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{2n}{r}\right)^3 - \ldots\right]$$

$$\log.\left(1+\frac{2m}{r}\right) = 0{,}4342945.\left[\frac{2m}{r} - \frac{1}{2}\left(\frac{2m}{r}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{2m}{r}\right)^3 - \ldots\right]$$

wobei jedoch, da $\frac{2n}{r}$ und $\frac{2m}{r}$ nur sehr kleine Brüche sind, blos das erste Glied in den Parenthesen beibehalten zu werden braucht, also

$$\log.\left(1+\frac{2n}{r}\right) = 0{,}4342945.\frac{2n}{r} = 0{,}868589.\frac{n}{r}$$

$$\log.\left(1+\frac{2m}{r}\right) = 0{,}4342945.\frac{2m}{r} = 0{,}868589.\frac{m}{r}$$

so ist:

$$\log.\left(\frac{b}{h.\left(1-\frac{2n}{r}\right)}\right) = \log.\left(\frac{b}{h}\right) + 0{,}868589.\frac{n}{r}$$

und $\log.\left(\frac{b}{H.\left(1-\frac{2m}{r}\right)}\right) = \log.\frac{b}{H} + 0{,}868589.\frac{m}{r}.$

Es wird demnach die verbesserte Höhe $n = a\left[\log.\left(\frac{b}{h}\right) + 0{,}868589.\frac{n}{r}\right]$, die verbesserte Höhe

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$$m = a \left[\log.\left(\frac{b}{H}\right) + 0{,}868589 . \frac{m}{r}\right]$$ oder:

$$n = a . \log. b - a. \log. h + 0{,}868589. \frac{n . a}{r}$$ oder:

$$m = a. \log. b - a. \log. H + 0{,}868589. \frac{m . a}{r}$$

ziehet man die Höhe m von der Höhe n ab, so erhält man die verbesserte Höhe

$$MN = a. \log. H - a. \log. h + 0{,}868589. \frac{n . a}{r} - 0{,}868589. \frac{m . a}{r} = \left[\log.\left(\frac{H}{h}\right) + 0{,}868589. \left(\frac{n-m}{r}\right)\right]$$

Nun ist aber n — m der unverbesserten Höhe MN gleich und man setzt diese = Z, so wird die verbesserte Höhe

$$MN = a. \left(\log. \left(\frac{H}{h}\right) + 0{,}868589. \frac{Z}{r}\right)$$

und es ist folglich:

$$\log. \left(\frac{H}{h}\right) + \frac{0{,}868589 . Z}{r}$$

oder $\log.\left(\frac{H}{h}\right) . \left[1 + \frac{0{,}868689 . Z}{r . \log. \left(\frac{H}{h}\right)}\right]$

der Ausdruk für die auf einerlei Schwerkraft reducirte Barometerhöhen der beiden Stationen.

Nun ist:

$$Z = 9404{,}2 . \log. \left(\frac{H}{h}\right) . (1 \pm 0{,}0046875. \mathfrak{T}.). (1 + 0{,}002837. \text{Cos. } 2y) . \left(1 + \frac{Z}{r}\right)$$ und

$$\log. \frac{Z}{\left(\frac{H}{h}\right)} = 9404{,}2. (\pm 0{,}0046875. \mathfrak{T}.). 1 + 0{,}002837. \text{Cos. } 2y). \left(1 + \frac{Z}{r}\right).$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Substituirt man diesen für $\frac{Z}{\log.\left(\frac{H}{h}\right)}$ gefundenen Ausdruk in dem obigen Ausdruk, so wird derselbe:

$$\log.\left(\frac{H}{h}\right)\left[\frac{1+0,86859.(9404,2).(1\pm 0,0046875\mathfrak{T}.)}{r}\right.$$
$$\left.\frac{(1+0,002837.\ \mathrm{Cos.}\ 2y).(1+\frac{Z}{r})}{r}\right]$$

weil aber hier die Faktoren
$(1 + 0,0046875.\ \mathfrak{T}.)$, $(1 + 0,002837.\ \mathrm{Cos.}\ 2y)$
$\left(1+\frac{Z}{r}\right)$

hier fast gar keinen Einfluß auf die Berechnung der Höhen haben, so können solche ganz außer Acht gelassen werden und man erhält

$$\log.\left(\frac{H}{h}\right).\left[1+\frac{0,868589.\ (9404,2)}{r}\right]$$

Da nun ferner der Halbmesser der Erde oder $r = 3266320$ Tois. und

$$\left(\frac{0,868589.\ (9404,2)}{3266320}\right) = 0,0025,$$ so ist

$$\log.\left(\frac{H}{h}\right).\ (1 + 0,0025),$$

der eigentliche Ausdruk für die auf einerlei Schwerkraft reduzirten Barometerhöhen.

§. 47.

Wenn man nun die in §. 45 angegebene Höhen-Berechnungsformel durch den in §. 46 für die auf einerlei Schwerkraft reduzirten Barometerhöhen gefundenen Ausdruck modificirt, so erhält

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

man die richtige Formel zur Berechnung der Höhen, und bezeichnet man diese mit x, so ist:

$$x = 9404{,}2 . \log . \left(\frac{H}{h}\right)(1 + 0{,}0025) . (1 \pm 9{,}0046875 \mathfrak{T}.).$$

$$(1 + 0{,}02837 \text{ Cos. } 2y) \left(1 + \frac{Z}{r}\right)$$

Es ist aber:

$$\Big[9404{,}2 . \log . \left(\frac{H}{h}\right) . 1 + 0{,}0025) = \log . \left(\frac{H}{h}\right) .$$

$$(9404{,}2 + 0{,}0025 . (9404{,}2) \Big]$$

$$= \log . \left(\frac{H}{h}\right) . (9404{,}2 + 23{,}5),$$

$$= \log . \left(\frac{H}{b}\right) . 9427{,}7 \text{ und folglich ist:}$$

$$x = 9427{,}7 \log . \left(\frac{H}{h}\right) . (1 \pm 0{,}0046875 . \mathfrak{T}.).$$

$$(1 + 0{,}003837 \text{ Cos. } 2y) . \left(1 + \frac{Z}{r}\right)$$

Nach dieser Formel wird nun die verticale Höhe eines Ortes über dem andern vermittelst der daselbst beobachteten Barometerstände und zwar auf nachstehende Art berechnet:

1) Es werden die beobachteten Barometerstände nach der in §. 38 gegebenen Vorschrift auf 0^0 Temperatur reduzirt, und wenn die Scale am Barometer beweglich ist, so muß auch noch die in §. 39 vorgeschriebene Correction vorgenommen werden.
2) Der Logarithmus des corrigirten Barometerstandes auf der obern Station wird von dem

Logarithmus des corrigirten Barometerstandes auf der untern Station subtrahirt und der gefundene Ueberschuß mit 9427,7 multiplicirt. Das erhaltene Produkt giebt die annähernde Höhe, die wir mit A bezeichnen wollen, in Toisen.

3) Von der auf beiden Stationen beobachteten Luft-Temperatur, nehme man das arithmetische Mittel und multiplizire dieses mit 0,0046875. Das erhaltene Produkt multiplizire man mit der bereits gefundenen annähernden Höhe A und addire dieses zuletzt erhaltene Produkt zu der Höhe A, oder subtrahire es von dieser, je nachdem das arithmetische Mittel der Lufttemperatur positiv oder negativ, d. h. über oder unter 0^0 Temperatur ist.

Es sey z. B. auf der obern Station die Temperatur $= - 8^0$ und auf der untern Station $= + 2^0$, so ist die Summe beider Temperaturen $= - 6^0$ und das arithmetische Mittel $= - \frac{6^0}{2} = - 3^0$. Multiplizirt man nun dieses arithmetische Mittel der Temperaturen mit 0,0046875 und das erhaltene Produkt $= 0{,}0140625$ noch mit der Höhe A, so erhält man die Correction $= 0{,}0140625 \cdot A$, welche von der gefundenen Höhe A subtrahirt werden muß, weil das arithmetische Mittel der Temperatur negativ ist. Der erhaltene Rest ist die wegen der Temperatur der Luft verbesserte Höhe.

Wenn dagegen z. B. auf der obern Station die Lufttemperatur $= 4{,}3^0$ und auf der untern Station $= 12{,}1^0$ ist, so ist das arithmetische Mittel $= \frac{12,1^0 + 4,3^0}{2}$ oder $=$ $8,2^0$ und also positiv. Multiplizirt man nun dieses arithmetische Mittel mit 0,0046875 und das Produkt = 0,0384375 noch mit der bereits gefundenen Höhe A, so muß das zuletzt erhaltene Produkt zu der Höhe A addirt werden, weil die mittlere Luft-Temperatur positiv ist. Die dadurch erhaltene Summe giebt die wegen der Luft-Temperatur verbesserte Höhe.

Die auf diese Weise gefundene verbesserte Höhe wollen wir mit B bezeichnen.

4) Ferner multiplicirt man den Cosinus des doppelten Grades der geographischen Breite, unter welcher die beiden Stationen liegen, mit 0,003837 und multiplicirt das erhaltene Produkt wieder mit der Höhe B.

Das zuletzt gefundene Produkt wird zu der Höhe B addirt, die Summe giebt die zweite wegen der geographischen Breite corrigirte Höhe, die wir mit Z bezeichnen wollen.

Ist die geographische Breite größer als 45^0 und also die doppelte Breite größer als 90^0, so ist der Cosinus derselben negativ und in diesem Falle muß die berechnete Correction von der Höhe B subtrahirt werden; übrigens muß allemal der Cosinus genommen werden, der für den Sinus totus = 1 berechnet ist.

5) Endlich wird die bereits gefundene Höhe Z mit ihr selbst multiplizirt, das Produkt mit dem Halbmesser der Erde = 3266320 Tois. dividirt und der Quotient zu der Höhe Z

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

addirt. Die Summe giebt die wegen der Schwerkraft der Körper verbesserte Höhe und diese zuletzt gefundene Höhe ist die gesuchte richtige Höhe in Toisen und zwar mit aller nur möglichen Genauigkeit. Denn so ist z. B. die nach der gedachten Formel berechnete Höhe des Montblanc = 13658,910 Par. Fuß, und nach der neuesten trigonometrischen Messung Tralles = 13659 Paris. Fuß, mithin beträgt der Unterschied nur 0,09 Par. Fuß, woraus man ersiehet, daß die hier angegebene Formel die Höhe mit der möglichsten Genauigkeit angiebt, und daß man wohl schwerlich eine andere Formel wird ausmitteln können, nach welcher die Höhen vermittelst barometrischer Beobachtungen mit einer größern Zuverläßigkeit berechnet werden können.

Die hier gezeigte Berechnung ist aber sehr weitläuftig und mühsam, und ich habe die hypsometrischen Tafeln II., III., IV. und V. berechnet und hier beigefügt, wodurch man durch bloße einfache Addition und Subtraction die gemessenen Höhen eben so genau bestimmen kann, als durch jene mühsame Berechnung.

Der Gebrauch dieser Tafeln wird in dem folgenden Abschnitte gezeigt werden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf