Ueber

Lebensversicherungen

und andere

Versorgungsanstalten.

Von

J. J. Littrow,

Director der k. k. Sternwarte in Wien, Ritter des k. russ. St. Annen-Ordens der zweiten Classe, Mitglied mehrerer gelehrten Gesellschaften in London, Petersburg, Palermo, Casan 2c.

In der

F. Beck'schen Universitäts-Buchhandlung

in Wien, Seitzergasse Nr. 427,

ist erschienen und durch alle Buchhandlungen zu erhalten:

Vergleichung

der vorzüglichsten

Maße, Gewichte und Münzen

mit den

im Oesterreichischen Kaiserstaate Gebräuchlichen.

Von

J. J. Littrow,

Director der Sternwarte, Professor der Astronomie an der k. k. Universität in Wien, Ritter des kaiserl. russ. St. Annen-Ordens der zweyten Classe, Mitglied der gelehrten Gesellschaften in London, Petersburg, Prag, Breslau, Kasan, Palermo 2c.

Wien 1832. gr. 8. 1 fl. Conv. Münze.

Das vorliegende Werk erfüllt den schon so oft geäußerten Wunsch nach einem einfachen und bequemen Mittel, die verschiedenen Maße, Gewichte und Münzen anderer Länder mit den in Oesterreich gebräuchlichen zu vergleichen. Die Anordnung desselben ist so getroffen, daß es für alle Classen von Lesern gleich brauchbar ist, und daß das Gesuchte in jedem Falle leicht und gleichsam auf den ersten Blick gefunden werden kann. Der rei[illegible] gkeit der An[illegible] te Name des[illegible] es Werkes[illegible]

[illegible] eger.

Ueber

Lebensversicherungen

und andere

Versorgungsanstalten.

Von

J. J. Littrow,

Director der k. k. Sternwarte in Wien, Ritter des k. russischen St. Annen-Ordens der zweiten Classe, Mitglied mehrerer gelehrten Gesellschaften in London, Petersburg, Palermo, Casan &c.

Wien, 1832.

In der F. Beck'schen Universitäts-Buchhandlung.

Gedruckt bei J. P. Sollinger.

Seiner Wohlgeboren,

dem

Herrn Herrn

Joseph Edlen von Weber,

k. k. wirkl. n. ö. Regierungsrath, Commissär der k. k. öffentlichen Börse in Wien 2c.

Hochverehrter Freund!

Diese Blätter sind Ihnen gewidmet, dem ersten und innigsten Kenner des Gegenstandes, den sie behandeln. Da es mir, Ihrer schwächeren Gesundheit wegen, nicht erlaubt war, bei der Abfassung derselben Ihre freundschaftliche Unterstützung zu genießen und da ich, von anderen Geschäften gedrängt, diesem nur einige Nebenstunden gönnen konnte, so wird unser aller Lehrer und Meister in ihnen wohl noch vieles finden, was aus seinen Händen ohne Zweifel in einer ganz anderen Gestalt hervorgegangen wäre. Demungeachtet würde ich glauben, durch die Bekanntmachung dieser Blätter den Lesern einen sehr guten Dienst erwiesen zu haben, wenn eben ihre Unvollkommenheit Ihnen Ursache und Veranlassung würde, das, was Sie selbst durch eine so lange Reihe von Jahren darüber gedacht und gearbeitet haben, dem Publicum mitzutheilen. Diesen Wunsch hegte bereits einer unserer ersten und größten Staatsmänner, dessen näheren Umgang Sie genossen, und ich habe ihn Ihnen zu oft schon mündlich vorgetragen, um ihn nicht auch öffentlich äußern zu dürfen. Durch die Erfüllung desselben würde die Wissenschaft gewinnen, der bisher von Ihnen gesammelte Schatz zum Gemeingute erhoben und ein für die gesammte Menschheit so hochwichtiger Gegenstand gewiß wesentlich gefördert werden.

Mit der innigsten Hochachtung habe ich die Ehre zu seyn,

Ihr

ganz ergebener Diener

J. J. Littrow.

Vorrede.

In unserer an neuen Erscheinungen so überreichen Zeit sind auch, besonders im südlichen Deutschland, eine große Anzahl neuer Versorgungsanstalten entstanden; aber die meisten von ihnen sind, wie schon die ersten Jahre nach ihrer Entstehung zeigen, nicht von den glücklichen Erfolgen begleitet gewesen, die man wohl in ähnlichen älteren Anstalten dieser Art, besonders in England, schon seit einer langen Reihe von Jahren bemerkte. Die vorzüglichste Ursache dieses schnellen Verfalls jener Institute scheint in der Unkenntniß zu liegen, welche die ersten Gründer derselben von der Berechnung und von der ganzen inneren Einrichtung dieser Anstalten haben. Die meisten derselben sind eigentlich gar nicht berechnet worden, da man sich begnügte, ihnen nur sogenannte Ueberschläge auf Gerathewohl oder auf gut Glück zu Grunde zu legen und alles Uebrige dem blinden Zufalle zu überlassen. Ohne Zweifel ließen sich diese Gründer unserer neuen Institute durch die Gefühle der Humanität und des Mitleidens mit einem in der That sehr unglücklichen Theile der menschlichen Gesellschaft zu diesem Entschlusse verleiten. Allein diese Gesinnungen, so edel und lobenswürdig sie auch an sich selbst seyn mögen, sind doch nicht hinreichend, auf ihnen, als auf einer Basis, eine allgemeine Versorgungsanstalt zu errichten. Der eigentliche Gründer, d. h. der Berechner einer solchen Anstalt soll nicht von den dunklen Gefühlen des Mitleids für irgend einen Theil der Gesellschaft, den er auf Kosten der anderen Theile begünstigen möchte, sondern er soll von einer innigen Kenntniß seines Gegenstandes und von den deutlichen Ansichten einer über alle gleich vertheilten Gerechtigkeitsliebe durchdrungen seyn, wenn er sein schönes Ziel in der That erreichen und nicht, statt die alten Leiden zu lindern, nur wieder neue und noch schmerzlichere erzeugen will.

Dazu kommt noch, daß man, in unseren Gegenden wenigstens, unter den verschiedenen Versorgungsarten nur die sogenannten Witwen- und Waisen-Anstalten zu kennen scheint, während von den übrigen Lebensversicherungen, die in England besonders unter der Benennung der Life Assurances so gesucht und in allgemeiner Aufnahme sind, beinahe keine bei uns angetroffen wird, obschon sie in der That große und wesentliche Vorzüge vor jenen besitzen.

Es schien daher zweckmäßig und selbst nothwendig zu seyn, meine deutschen Landsleute mit diesen Gegenständen, besonders mit den letztgenannten, näher bekannt zu machen, da sie einen so wichtigen

Einfluß auf das Glück und die Wohlfahrt, auf die Population und Erziehung, und dadurch selbst auf den moralischen Zustand eines Landes haben, daß sie bei keinem auf wahre Bildung Anspruch machenden Volke weiter vermißt werden sollten. Es würde mich innig freuen, zu diesem Zwecke durch die gegenwärtige Schrift etwas beigetragen zu haben.

Sie zerfällt übrigens in zwei Abtheilungen. Die erste enthält allgemeine Bemerkungen, welche die innere Einrichtung dieser Institute betreffen und besonders auf die Fehler aufmerksam machen sollen, welche man bisher bei ihrer Aufstellung an mehreren Orten begangen hat. Die zweite beschäftiget sich ausschließend mit der eigentlichen Grundlage, d. h. mit der Berechnung dieser Anstalten. Dem Ganzen sind mehrere Tabellen beigefügt, welche von den verschiedenen Versicherungsarten eine leichte Uebersicht gewähren, jene Rechnungen für die ihrer unkundigen Leser gleichsam entbehrlich machen und endlich bei der Errichtung solcher Anstalten mit Nutzen und ohne weitere Veränderungen gebraucht werden können. — Der größeren Einfachheit wegen sind alle von der Casse der Anstalt an die Mitglieder zu entrichtenden Actien und Renten, also auch die Pensionen, gleich groß und zwar jede zu 100 angenommen worden, wo dann je nach den verschiedenen Provinzen Deutschlands, diese 100 entweder Thaler oder Gulden oder Mark u. s. w. bezeichnen können. Für eine zweimal größere oder kleinere Pension wird in diesen Tafeln auch das Antrittsgeld oder der jährliche Beitrag der Mitglieder zweimal größer oder kleiner genommen. — Ich habe mich bemüht, vorzüglich des practisch Anwendbare dieser wohlthätigen Anstalten hervorzuheben und durch Anführung vieler Beispiele diesen wichtigen Gegenstand allen Gattungen von Lesern deutlich zu machen.

Wien den 13. März 1832.

Der Verfasser.

Erste Abtheilung.

Allgemeine Betrachtungen über Versorgungs-Anstalten.

Ueber die Wichtigkeit und Wohlthätigkeit der Versorgungsanstalten überhaupt ist wohl bei allen, welche diese Gegenstände auch nur von ferne kennen, nur Eine Stimme. Jedes wahrhaft gebildete Volk soll sie aufnehmen und ausbilden und jeder Privatmann, der nicht bloß für heute lebt, dem es um die Zukunft und um das Wohl seiner Familie in der That zu thun ist, soll alle dargebotenen Gelegenheiten benützen, in eine solche Anstalt zu treten. Der berühmte Morgan betrachtet mit Recht eine solche Versorgung, die der einzelne Bürger eines Staates zum Wohle seiner Familie eingeht, nicht bloß als einen Privatvortheil dieses Einzelnen, sondern auch als einen öffentlichen Vortheil des Staates selbst.

So wenig aber der große Nutzen dieser Einrichtungen im Allgemeinen verkannt werden kann, eben so gewiß ist es, daß die nähere Kenntniß der inneren Organisation dieser zahlreichen und verwickelten Anstalten an vielen Orten, besonders im südlichen Deutschland, noch lange nicht so verbreitet ist, als die Wichtigkeit dieses Gegenstandes es wohl verdiente. Zum Beweise dieser Behauptung darf man nur die verschiedenen Versorgungsanstalten näher betrachten, welche in den letzten Decennien besonders bei uns eingeführt worden sind. Beinahe alle diese Institute kränkeln schon seit ihrer Geburt, schleppen nur mühsam ihr sieches Leben einige Jahre fort und gehen alle einem frühen Tode unaufhaltsam entgegen. Man wollte gutmüthig den Zweck, aber man kannte die Mittel nicht, ihn zu erreichen; man ging aus, Glückliche zu machen und vermehrte nur die Zahl der Unglücklichen; man wollte Thränen trocknen und erzeugte neue, die nur noch bitterer waren: Thränen der getäuschten Hoffnung und des Verlustes des letzten Restes, an welchen arme und rechtschaffene Familienväter das Wohl und selbst das Leben ihrer hülflosen Witwen und Waisen knüpfen wollten.

Unter solchen Verhältnissen wird es zweckmäßig und selbst nothwendig erscheinen, daß jeder nach seinen Kräften dazu beitrage, die über diesen Gegenstand verbreiteten irrigen Ansichten zu berichtigen, und die Leser mit der wahren innern Einrichtung jener Anstalten, so wie auch mit den Fehlern, welche man bisher begangen hat, bekannt zu machen. Wenn diese Kenntnisse einmal zu einem größeren Kreis des Publicums vorgedrungen sind, so werden auch fernerhin jene unberufenen Adepten, die bisher, ohne Fug und Recht, mit fremdem Gelde ihre abenteuerlichen Speculationen machten und mit dem armen Volke ihr loses Spiel trieben, von selbst fallen und das Vertrauen des Publicums wird sich von diesen heillosen Experimentenmachern zu jenen Männern wenden, welche dasselbe durch strenge Rechtlichkeit und gründliche Sachkenntniß zu verdienen im Stande sind. Auf diesem Wege und auf diesem allein kann dem leider schon sehr weit verbreiteten Uebel Einhalt gethan und einer der schönsten und wohlthätigsten Einrichtungen der menschlichen Gesellschaft auch endlich unter uns Eingang und fröhliches Gedeihen verschafft werden.

Diesen Zweck zu erreichen, werde ich mich bemühen, in dieser ersten Abtheilung meiner Schrift, diejenigen allgemeinen Bemerkungen auf eine, Jedem auch ohne Berechnung verständliche Weise mitzutheilen, welche zur Kenntniß und zur näheren Beurtheilung der verschiedenen Versorgungsanstalten gehören, und die besonders denjenigen nützlich seyn werden, welche bereits auf Abwege gerathen sind, und nun wieder in die wahre Bahn einlenken, ihre irrigen Ansichten berichtigen und sich vor künftigen Täuschungen bewahren wollen. In der zweiten Abtheilung aber werden die Gründe und die analytischen Ausdrücke mitgetheilt werden, welche die Berechnung dieser Anstalten, oder die eigentliche Basis derselben constituiren, ohne welche keine Anstalt dieser Art bestehen, und auf die daher, bei der Gründung derselben, vorzüglich Rücksicht genommen werden muß.

Man kann aber die verschiedenen bisher eingeführten Versicherungsanstalten in zwei Classen eintheilen. — Wenn eine gewisse Summe, die beabsichtigte Versorgung, zu einer bestimmten Zeit entweder nur einmal, oder auch, aber durch eine bestimmte Anzahl von Jahren, mehrmal, von der Casse der Gesellschaft entrichtet wird, so heißt diese Summe eine Actie. Wenn aber diese Summe an eine bestimmte Person von einer gegebenen Zeit an bis an den Tod dieser Person jährlich entrichtet wird, so heißt diese Summe eine Rente. Beide zusammen werden eine Versicherung (Assecuranz) genannt.

Diejenigen Menschen, welche zu diesem Zwecke, der Versicherung, zusammentreten, heißen in der ersten der oben erwähnten Fälle eine Actien- und in dem zweiten Falle eine Rentengesellschaft. Beide zusammen werden eine Versicherungsanstalt genannt.

Das Recht einer solchen Versicherung, für sich selbst oder andere, erhält jedes Mitglied der Gesellschaft, dem unter ihnen bestehenden Vertrage gemäß, entweder dadurch, daß es bei seinem Eintritte in die Gesellschaft eine bestimmte Summe als Eintrittsgeld in die Casse der Anstalt erlegt, oder daß es, durch eine bestimmte Zeit oder auch bis an seinen Tod, einen jährlichen Beitrag an die Casse entrichtet, oder daß es endlich ein Antrittsgeld und überdieß in der Folge einen jährlichen Beitrag der Casse übergibt. In dem ersten Falle, sagt man, ist das Mitglied auf Capitalfuß, im zweiten auf

Contributionsfuß, und im dritten auf gemischten Fuß in die Gesellschaft getreten.

In besondern Fällen werden den Actien und Renten auch besondere Benennungen gegeben. Wird diese Versorgung z. B. von der Casse an das eingetretene Mitglied selbst ausgezahlt, so heißt sie eine Lebensactie oder eine Lebensrente. Wird sie aber von der Casse an andere, von dem Mitgliede bezeichnete Personen, nach dem Tode des Mitgliedes, ausgezahlt, so heißt sie eine Erbactie oder eine Erbrente. Wird diese Erbrente bei dem Tode des Mitgliedes der hinterlassenen Witwe desselben ausgezahlt, so heißt sie Witwenrente oder auch eine Witwenpension, und wenn sie für die hinterlassenen Kinder des Mitgliedes bestimmt ist, eine Waisenpension u. s. w.

Wir wollen sogleich, um diese verschiedenen Arten der Versicherungen näher kennen zu lernen, die vorzüglichsten derselben in Beispielen anführen. — Die diesem Werke angehängten Tafeln, deren Construction erst in der zweiten Abtheilung erklärt werden soll, werden uns dazu sehr behülflich seyn und uns zugleich eine Uebersicht des Ganzen geben, eine Uebersicht, die zur vollkommenen Verständlichkeit derjenigen nachfolgenden Bemerkungen, welchen diese Abtheilung eigentlich gewidmet ist, wesentlich beitragen wird. Ich bemerke nur noch, daß alle diese Tafeln für eine Actie oder für eine Rente von hundert Gulden berechnet worden sind, und daß daher, wenn diese Actie oder Rente zwei oder drei hundert Gulden u. s. f. betragen soll, auch das ihr entsprechende Antrittsgeld oder der ihr entsprechende jährliche Beitrag, wie er aus jenen Tafeln folgt, ebenfalls zwei oder dreimal u. f. größer genommen werden muß.

I. Die Tafel X. gibt das Antrittsgeld, mit welchem sich eine jede Person von einem gegebenen Alter eine Lebensrente von 100 fl. versichern kann, unter der Voraussetzung, daß die Casse ihre Einnahmen zu 3, 4 oder 5 pCt. berechnet. Für 5 pCt. z. B. wird ein Mann von 45 Jahren durch das Antrittsgeld von 1089.6 fl. oder 1089 fl. 36 kr. von der Casse eine Rente von 100 fl. erhalten, die ihm jährlich bis an seinen Tod ausgezahlt wird. Ein 60jähriger Mann wird nur 777.1 und ein 80jähriger nur 403.2 fl. oder 403 fl. 12 kr. entrichten. Die zweite Abtheilung enthält §. 19—21 mehrere Arten von Lebensversicherungen, von welchen die gegenwärtige die einfachste ist.

II. Die Tafel XI. enthält den jährlich, durch sieben Jahre zu entrichtenden Beitrag eines Mitgliedes, welches sich dadurch eine Erbactie von 100 fl. versichern will, die von der Casse am Ende des siebenten Jahres an die Erben des Mitgliedes ausgezahlt wird, vorausgesetzt, daß das Mitglied binnen diesen sieben Jahren stirbt. Wenn aber das Mitglied diese Zeit überlebt, so haben die Erben desselben keine Ansprüche auf die Casse und die Einlagen verbleiben dem Institute. Jene Tafel enthält diese jährlichen Beiträge, wie sie in mehreren Gesellschaften Londons statt haben und die zwei letzten Columnen derselben enthalten diese Beiträge, wie sie aus Abth. II. §. 23 mit der Mortalitätstafel von Baumann und Süßmilch für 3 und 4 pCt. gefunden wurden. Man sieht z. B. aus der letzten Columne, daß ein bei seinem Eintritte 40 Jahre altes Mitglied 1.94 fl. durch sieben Jahre entrichten muß, um bei seinem Tode seinen Erben 100 fl., also auch 19.4 fl., um seinen Erben 1000 fl. u. s. w. auf den Fall zu versichern, daß er noch vor dem Ende dieses siebenten Jahres sterben sollte. — Diese Einrichtung wird solchen Personen willkommen seyn, die z. B. im Anfange ihrer Ehe nur eine kleinere Besoldung oder nur geringere Einkünfte genießen, aber die Hoffnung haben, daß nach sieben oder mehr Jahren ihre Lage durch Vorrückung oder Erbschaft verbessert werden wird, und die daher ihre Familie, wenigstens für diese ersten Jahre, sicher stellen wollen. Nach den in Abth. II. §. 23 gegeben Formeln läßt sich diese Tafel auch leicht für 10, 15, 20 Jahre einrichten.

III. Will aber ein Mitglied seinen Erben eine Actie von 100 fl. nur für ein einziges Jahr versichern, so gibt die Tafel XII. das dafür gesuchte Antrittsgeld. Wenn daher das Mitglied die=

ses erste Jahr überlebt, so ist sein Antrittsgeld sowohl, als die Actie an die Casse der Gesellschaft verfallen. So entrichtet nach der letzten Columne dieser Tafel ein Mitglied von 40 Jahren 1.80 fl., um seinen Erben am Ende des ersten Jahres die Actie von 100 fl. zu versichern, und ein Mitglied von 60 Jahren entrichtet 41.2 fl., um eine Versicherung von 1000 fl. zu erhalten. M. s. Abth. II. §. 23. Nr. 1.

IV. Die Tafel XIII. gibt die Beiträge, welche ein Mitglied jährlich bis an seinen Tod entrichtet, um dafür bei seinem Tode seinen Erben eine Actie von 100 fl. zu versichern, welche Actie daher von der Casse in allen Fällen ausgezahlt werden muß, weil vorausgesetzt wird, daß immer eine Person da ist, welcher das verstorbene Mitglied seine Rechte auf die Casse übertragen hat, und weil die legalisirte Vorzeige des Eintritts- und des Todtenscheines des Mitgliedes bei der Casse genügt, seine Ansprüche auf die Actie geltend zu machen. Nach der letzten Columne dieser Tafel zahlt z. B. ein Mitglied von 50 Jahren jährlich bis an seinen Tod 46.3 fl., um seinen Erben eine Actie von 1000 fl. zu versichern, während ein bei seinem Eintritte nur 20 Jahre altes Mitglied diese Actie schon mit einem jährlichen Beitrage von 17.7 fl. erkaufen kann. Man s. Abth. II. §. 23. Nr. 2.

V. Will man seinen Erben bei seinem Tode diese Actie nicht, wie so eben durch jährliche Beiträge, die bis an den Tod des Mitgliedes dauern, sondern will man sie durch eine einzige Zahlung, also durch Antrittsgeld, erhalten, so gibt die Tafel XIV. dieses Antrittsgeld, welches gleich bei dem Eintritte des Mitgliedes, ohne weitere jährliche Beiträge, entrichtet wird. Nach der letzten Columne dieser Tafel gibt z. B. ein Mitglied von 30 Jahren das Antrittsgeld von 38.13 oder 381.3 oder 3813 fl., um seinen Erben bei seinem Tode eine Actie von 100, 1000 oder 10,000 fl. zu versichern. Man s. Abth. II. §. 23. Nr. 3.

VI. Wenn es aber manchen Mitgliedern beschwerlich fällt, so bedeutende Antrittsgelder auf einmal zu erlegen, so können sie auch, nicht immerwährende, bis an ihren Tod dauernde Beiträge, wie in Tafel XIII., sondern aufhörende Beiträge entrichten, die, als geringer, ihren Vermögens-Umständen angemessener sind. Die Tafel XV. gibt diese durch die ersten 3, 5, 7 und 10 Jahre dauernde jährliche Beiträge, nach welchen die Mitglieder nichts mehr an die Casse zu entrichten haben. So wird z. B. nach der letzten Columne ein Mitglied von 30 Jahren durch die ersten 10 Jahre jährlich 48 fl. entrichten, um seinen Erben bei seinem Tode eine Actie von 1000 fl. zu versichern. Man s. Abth. II. §. 23. Nr. 4.

VII. Bisher wurde vorausgesetzt, daß bei dem Tode des Mitgliedes die Actie von der Casse in allen Fällen ausgezahlt werde, weil sich diese Erbschaft des Mitgliedes nicht auf eine bestimmte Person, sondern überhaupt nur auf irgend einen seiner Erben oder auf den Besitzer des Eintrittsscheines des Mitgliedes bezieht. Wenn aber, nach dem mit der Anstalt geschlossenen Vertrage, das eintretende Mitglied, durch seine Leistungen an die Casse, seine Versicherung nur an eine individuelle und von ihm bezeichnete Person ausschließlich bestimmt, an welche diese Versicherung, bei dem Tode des Mitgliedes, von der Casse entrichtet werden soll, so tritt hier das von dem vorigen wesentlich verschiedene Verhältniß ein, daß die Casse jene Versicherung nicht auf alle Fälle, sondern nur dann auszuzahlen verbunden ist, wenn jene von dem Mitgliede bezeichnete Person, bei dem Tode des Mitgliedes, selbst noch am Leben ist, und daß daher, wenn diese bezeichnete Person noch vor dem Mitgliede stirbt, der oben erwähnte Vertrag mit der Casse erloschen ist und die Leistungen des Mitgliedes sowohl als die Versicherung selbst der Casse heimfallen.

Die Tafel XVI. gibt den Beitrag, welchen z. B. ein Familienvater jährlich bis an seinen Tod zu entrichten hat, um bei seinem Tode einer bestimmten Person, z. B. seiner Frau, seinem Kinde oder irgend einem andern von ihm bezeichneten Menschen eine Actie von 100 fl. zu versichern. Nach der letzten Columne wird z. B. ein bei seinem Eintritte 60jähriger Vater seinem 20jährigen Sohne bei dem Tode des Vaters eine Actie von 100 fl. versichern, wenn der Vater an die Casse den jährlichen Beitrag von 7.15 fl. bis an seinen Tod entrichtet. Ein 50jähriger Mann wird bei seinem Tode einem von ihm bezeichneten 40jährigen Freunde eine Actie von 1000 fl. kaufen, wenn jener den jährlichen Beitrag von 42.1 fl. bis an seinen Tod entrichtet. Stirbt aber jener Sohn vor seinem Vater oder dieser Freund vor seinem Versorger, so fallen die geleisteten Beiträge der Casse zu und die Actie wird nicht entrichtet, da die Personen nicht mehr leben, an welche sie allein abgegeben werden sollten. M. s. Abth. II. §. 26. Nr. 3.

VIII. Treten ferner zwei bestimmte Personen zugleich in eine Anstalt unter der Bedingung, daß sie, so lange sie beide zusammen leben, der Casse einen jährlichen Beitrag geben wollen, wofür diese Casse, bei dem Tode des einen dieser beiden Mitglieder, dem anderen, gleichviel welchem Ueberlebenden, eine bloß einmalige Actie von 100 fl. entrichten soll, so enthält die Tafel XVII. die Größe dieser jährlichen Beiträge. So werden nach der letzten Columne zwei Freunde, von welchen der eine 45 und der andere 60 Jahre alt ist, so lange sie beisammen leben, den jährlichen Beitrag von 9.72 fl. entrichten, um bei dem Tode des einen derselben dem anderen eine Actie von 100 fl. zu versichern. Soll diese Actie 200, 300 oder 1000 fl. betragen, so wird jener jährliche Beitrag gleich 19.44, 29.16 oder 97.20 fl. seyn. M. s. Abth. II. §. 27.

IX. Soll aber bei dem Tode des einen dieser beiden Freunde, gleichviel welches, der andere, nicht wie bisher bloß eine nur einmal zu entrichtende Actie, sondern soll er eine bis an seinen eigenen Tod dauernde j ä h r l i c h e R e n t e von 100 fl. von der Casse erhalten, so gibt die Tafel XVIII. das A n t r i t t s g e l d, welches dieses Paar gleich bei seinem Eintritte, ohne fernere jährliche Beiträge, an die Casse zu entrichten hat. So muß ein Paar, von welchem der eine 45 und der andere 60 Jahre ist, das Antrittsgeld 679.2 bei ihrem Eintritte entrichten, damit der Ueberlebende bis an seinen Tod jährlich 100 fl. von der

Casse erhalte. M. s. Abth. II. §. 28. Sucht man aber den jährlichen Beitrag, welchen dieses Paar, so lange es beisammen lebt, ohne Antrittsgeld, an die Casse zu entrichten hat, um jene Rente von 100 fl. für den Ueberlebenden zu begründen, so wird man bloß die Zahlen der Tafel XVIII. durch die entsprechende Zahl der Tafel VIII. dividiren. Für unser Beispiel ist diese Zahl der Tafel VIII. gleich 6.78, also ist auch der gesuchte jährliche Beitrag gleich $\frac{679.2}{6.78} = 100.18$ fl.

X. Treten dieselben beiden Freunde auf die Bedingung ein, daß ihnen die Casse, von ihrem Eintritte bis an den Tod des Ueberlebenden, jährlich die Rente von 100 fl. entrichte, so findet man das Antrittsgeld, welches diese Rente begründet, in der Tafel XIX. In unserem Beispiele wird dieses Antrittsgeld für ein Paar, das bei seinem Eintritte 45 und 60 Jahre alt war, gleich 1357.3 fl. seyn. Sucht man auch hier den jährlichen Beitrag, welchen das Paar, so lange es zusammen lebt, ohne Antrittsgeld entrichten muß, um jene Rente zu begründen, so wird man wieder die Zahlen der Tafel XIX. durch die entsprechenden Zahlen der Tafel VIII. dividiren. Für unser Beispiel ist dieser jährliche Beitrag gleich $\frac{1357.3}{6.78} = 200.2$ fl. M. s. Abth. II. §. 30.

XI. Sucht man endlich das Antrittsgeld, welches ein Mitglied bei seinem Eintritte, ohne weitere Beiträge, oder sucht man den jährlichen Beitrag, welchen ein Mitglied, ohne Antrittsgeld, von seinem Eintritte bis an seinen Tod an die Casse entrichten muß, um dadurch einer bei seinem Eintritte bezeichneten Person eine jährliche Rente von 100 fl. zu versichern, welche dieser Person von dem Tode des Mitglieds bis an ihren eigenen Tod von der Casse entrichtet wird, so findet man dieses Antrittsgeld in der ersten, und diesen jährlichen Beitrag in der zweiten Zeile der Tafeln XX, XXI und XXII, welche für 3, 4 und 5 pCt. nach den Mortalitätstafeln von Baumann und Süßmilch berechnet worden sind. Will z. B. ein in seinem 40sten Jahre eintretender

Mann seiner ihm angetrauten Frau von 30 Jahren eine solche Rente d. h. eine Witwenpension von jährlich 100 fl. versichern, so wird er, nach der Tafel XXII. entweder das Antrittsgeld 350.1 fl. ohne weitere Beiträge, oder, wenn er kein Antrittsgeld zahlt, den jährlichen Beitrag von 33.03 fl. bis an seinen Tod an die Casse entrichten. M. s. Abthl. II. §. 31.

Nennt man überhaubt α das Antrittsgeld und β den jährlichen Beitrag, wie er in diesen drei letzten Tafeln enthalten ist, und heißt dann a das Antrittsgeld, so wie b den jährlichen Beitrag, welchen ein Mitglied, sammt jenem Antrittsgelde, bis an seinen Tod an die Casse entrichtet, so findet man die Witwenpension P, welche durch diese beiden Arten von Einlagen begründet wird, durch folgende Gleichung

$$P = 100 \left(\frac{a}{\alpha} + \frac{b}{\beta}\right)$$

aus welcher Gleichung also auch das Antrittsgeld a, wenn P und b, oder endlich der jährlichen Beitrag b gefunden werden kann, wenn P und a bekannt ist. Ist z. B. der Mann bei seinem Eintritte 40 und die Frau 30 Jahre alt, und entrichtet der Mann das Antrittsgeld a = 500 fl. und überdieß bis an seinen Tod den jährlichen Beitrag b = 30 fl., so hat man nach der Tafel XII. $\alpha = 350.1$ und $\beta = 33.03$; also ist auch die der Witwe bei dem Tode ihres Mannes zugesicherte jährliche Pension gleich

$$P = 100 \left(\frac{500}{350.1} + \frac{30}{33.03}\right) = 100\,(1.428 + 0.908) \text{ oder}$$
$$P = 233.6 \text{ fl.}$$

Das Vorhergehende wird hinreichen, dem Leser von den vorzüglichsten Versicherungsarten einen bestimmten Begriff zu geben, und die allgemeinen Bemerkungen, welche wir nun über dieselben mittheilen wollen, besser zu übersehen. Die nähere Einrichtung und die Constructien der erwähnten Tafeln wird den Gegenstand der zweiten Abtheilung bilden.

Welche von den angeführten Versorgungsanstalten man auch betrachten mag, so müssen sie alle der folgenden Forderung entsprechen, die daher gleichsam als das Princip oder als die Basis aller dieser Anstalten betrachtet werden muß. »Die Versorgung (d. h. die Actie oder Rente), welche die Anstalt an die Mitglieder entrichtet, muß in Beziehung auf die Leistungen (d. h. auf das Antrittsgeld oder auf die jährlichen Beiträge) der Mitglieder, durch Rechnung so bestimmt werden, daß alle, also auch die letzten Mitglieder der Anstalt ganz in demselben Maße, wie die ersten, von der Casse bedacht werden und daß bei dem Tode des letzten Mitgliedes, d. h. bei der Auflösung der Gesellschaft, das ganze Capital der Anstalt vollkommen erschöpft ist.«

Jede Versicherungsanstalt, welche dieser Forderung nicht genügt, kann eben deßwegen auch für keine guteingerichtete Anstalt angesehen werden. Der Grund dieser Behauptung ist für sich klar. Denn wenn z. B. die späteren Mitglieder von der Casse weniger erhalten, als die frühern, weil man findet, daß die früheren Actien oder Renten zu groß oder daß die früheren Leistungen der Mitglieder zu klein waren, so war offenbar Anfangs schlecht gerechnet worden. Wenn aber im Gegentheile den späteren Mitgliedern größere Versorgungen zufallen, als den früheren, d. h. wenn die Casse in den folgenden Jahren Ueberfluß, oder Gewinn bei ihrer Unternehmung hat, so ist ebenfalls, und zwar auf Kosten der früheren Mitglieder, schlecht gerechnet worden, da man hier doch nicht, wie bei einer auf mercantilische Vortheile übernommenen Speculation, voraussetzen darf, daß die Casse an ihren Mitgliedern und auf Kosten derselben irgend etwas gewinnen will. Diejenigen irren daher sehr, welche von einer solchen Gesellschaft, wenn sie in ihren Augen gut seyn soll, große angehäufte Capitalien forden, da diese, wenn sie in der That Ueberschüsse der Casse sind, und nicht von späteren Zahlungen derselben wieder aufgezehrt werden, nur ein Beweis der schlechten Berechnung der Anstalt seyn können.

Welches daher auch die nähere Einrichtung der Anstalt seyn mag, so müssen doch immer die Rechnungen desselben auf folgende Art eingerichtet werden. Man sucht zuerst den Werth des Antrittsgeldes und der sämmtlichen künftigen Beiträge des Mitgliedes für irgend eine bestimmte Zeit, z. B. für den Tag des Eintritts des Mitgliedes in die Gesellschaft. Wegen der Zinsen, welche die Anstalt von diesen Zahlungen durch längere Zeit genießt, muß die Einnahme der Casse offenbar größer angenommen werden, als diese Zahlungen selbst unmittelbar betragen. Dann sucht man eben so den, auf denselben Tag reducirten oder discontirten, Werth aller der Zahlungen, welche die Casse, nach dem eingegangenen Vertrage, — an dieses Mitglied zu leisten hat. Beide Werthe müssen, nach dem Vorhergehenden, einander gleich gesetzt werden. Da aber diese Werthe in der analytischen Sprache ausgedrückt werden, so erhält man, durch die Gleichsetzung derselben, eine sogenannte Gleichung, durch welche sodann die eigentliche hiehergehörende Aufgabe in allen ihren Beziehungen aufgelöſ't wird.

Nennt man z. B. α das Antrittsgeld und β den jährlichen Beitrag, welchen ein Mitglied von einem bestimmten Alter durch eine gegebene Anzahl von Jahren, oder bis an seinen Tod, an die Casse entrichten soll, und nennt man eben so γ die Actie oder die Rente, welche für jene Einlagen die Casse an das Mitglied zu entrichten hat, und ist $B.\beta$ der auf den Eintrittstag discontirte Werth aller jener Beiträge des Mitgliedes und $C.\gamma$ der auf denselben Tag discontirte Werth aller jener Zahlungen der Casse an das Mitglied, so wird man die Gleichung erhalten $\alpha + B.\beta = C.\gamma$

und aus dieser Gleichung wird man, da die Größen B und C bekannt sind, von den drei Größen α β und γ jeden derselben finden können, wenn die beiden andern gegeben oder willkürlich angenommen werden. Ist z. B. das Antrittsgeld α und der jährliche Beitrag β eines Mitgliedes gegeben, so wird man durch diese Gleichung die Versicherung γ bestimmen, welche das Mitglied durch jene Leistungen von der Casse zu erwarten hat. Tritt aber ein Mitglied mit einem bestimmten Antrittsgelde α in die Gesellschaft und fordert von der Casse eine ebenfalls bestimmte Versicherung γ, so wird jene Gleichung den jährlichen Beitrag β bestimmen, welchen das Mitglied, nebst jenem Antrittsgelde zu leisten hat, um dadurch die angesprochene Versicherung γ in der That zu erwerben, u. s. f. in allen ähnlichen Fällen, wie jeder leicht sieht, der auch nur mit den ersten Elementen der analytischen Sprache bekannt ist. Die ganze Schwierigkeit der Aufgabe wird sich also in den meisten Fällen nur auf die Bestimmung der beiden Größen B und C beschränken, wodurch die Leistungen des Mitgliedes sowohl, als auch die der Casse auf einen und denselben Tag zurückgeführt werden, und diese Zurückführung wird, nach den verschiedenen Bedingungen des Problems, ebenfalls verschieden seyn, wie wir in der zweiten Abtheilung näher sehen werden.

Hier muß nur bemerkt werden, daß diese Zurückführungen oder, wie sie auch genannt werden, diese Discontirungen künftiger Zahlungen auf einen gegebenen Tag, vor allem von der längeren oder kürzeren Dauer des noch künftigen Lebens der Mitglieder abhängen werden. Nun ist es uns allerdings nicht nur schwer, sondern völlig unmöglich, die noch künftigen Lebenstage irgend eines Menschen voraus zu bestimmen. Allein wie vielleicht nichts ungewisser ist, als die Dauer des menschlichen Lebens, wenn von einem bestimmten Individuum die Rede ist, so gibt es doch im Gegentheile unter allen unseren sogenannten Wahrheiten kaum einige, die weniger Ausnahmen und Ungewißheiten unterworfen wären, als die mittlere Lebensdauer einer großen Anzahl von Menschen, wie unsere Sterblichkeitstafeln beweisen, von welchen im Anfange der zweiten Abtheilung die vorzüglichsten näher angeführt sind. Da aber in größern Gesellschaften, von welchen hier die Rede ist, nicht das Individuum, sondern nur die Gesammtheit aller Mitglieder betrachtet wird, so werden sich also auch jene Sterblichkeitstafeln auf die ganze Gesellschaft mit einer hier hinlänglichen Sicherheit anwenden lassen, indem das, was durch den früheren

Tod des einen der Casse entzogen wird, der spätere Tod des andern Mitgliedes wieder ersetzt, und indem so dasselbe Gleichgewicht und dieselbe Sicherheit in den Zahlungen und in den Versicherungen der Mitglieder erhalten wird, welche wir bei einer jeden größern Anzahl von Menschen in den Sterblichkeitstafeln selbst bemerken.

Die vorzüglichsten Sterblichkeitstafeln sind in der Tab. II. dieses Werkes gesammelt, und ihre Einrichtung und Anwendung wird in der zweiten Abtheilung näher erklärt werden. In Deutschland hält man noch beinahe allgemein die von Baumann und Süßmilch für die besten; in England aber wird jenen von Dr. Preice für Northampton der Vorzug gegeben, nach welchen z. B. die Equitable Society, die Albion, Atlas, Eagle, Royal Exchange, Globe, Hope, Imperial, Palladium, Rock, Union, Pelikan Society u. a. berechnet sind. Die Equitable Society, eine der ausgezeichnetsten, die schon seit 70 Jahren besteht, fand durch ihre eigenen Erfahrungen, daß die Sterblichkeit in ihrer Gesellschaft bedeutend geringer ist, als in den Northamptoner Tafeln. Sie änderte daher ihre Rechnungen öfter, um sie diesen Erfahrungen näher zu bringen. Im Jahre 1786 nahm sie die letzte dieser Aenderungen vor, und das Vertrauen des Publicums wurde dadurch nur noch mehr vermehrt.

Bei einer näheren Betrachtung dieses Gegenstandes wird man ohne Zweifel ähnliche Bemerkungen auch in andern Instituten machen können. Unsere besten Mortalitätstafeln sind aus der großen Menge der Menschen genommen, wo alle Classen untereinander gemischt sind. Allein in unsern Versorgungsanstalten werden gewöhnlich nur gewählte Leute und auch diese nur mit Vorsicht aufgenommen, daher die Sterblichkeit des großen Haufens mit der dieser Gesellschaften nicht dieselbe seyn kann. Hier werden von den eintretenden Mitgliedern Gesundheitszeugnisse gefordert; hier werden diejenigen, welche größeren Gefahren ausgesetzt sind, als Soldaten, Seefahrer u. s. w. ausgeschlossen; hier werden in der Ordnung nur wohlhabendere Menschen aus der Mittelclasse aufgenommen, deren

Leben nicht so vielen ungünstigen Zufällen bloß gestellt ist, wie jenes der ärmeren Classen, und durch alle diese Umstände wird die Sterblichkeit der Gesellschaft offenbar bedeutend vermindert. Auch sind die meisten unserer Mortalitätstafeln zu alt, und jetzt nicht mehr mit derselben Sicherheit, wie früher, anwendbar. So hat Duvillard gezeigt, daß bloß durch die Einführung der Vaccine die mittlere Dauer des menschlichen Lebens sich um volle $3\frac{1}{2}$ Jahre vermehrt habe.

Es wäre daher zu wünschen, daß man eine neue, mit der größten Sorgfalt verfertigte Mortalitätstafel aus den bisherigen Erfahrungen dieser Anstalten selbst ableiten möchte. An Materialien dazu kann es nicht fehlen, wenn nur die Vorsteher dieser Anstalten sich entschließen wollten, sie öffentlich bekannt zu machen. In England besteht die Equitable Society, wie bereits erwähnt, schon 70 Jahre, die Royal Exchange 109, die Union 117, die Amicable Society 125 Jahre u. s. f., welche Perioden mehr als hinreichend sind, darauf die Mortalitätslisten dieser Anstalten zu bauen. Die meisten derselben haben sich, seit ihrem Beginnen, in dem Vertrauen des Publicums erhalten, und ihre lange Dauer spricht selbst am besten für die Güte ihrer inneren Einrichtung. Sie haben Sicherheit und Zufriedenheit über zahllose Familien, über das ganze Land verbreitet und verdienen daher in einem hohen Grade, von den andern beachtet und nachgeahmt zu werden.

Bis dahin aber wird es immer sicherer seyn, sich an die bereits bewährten Tafeln von Baumann oder Price zu halten, als sich, wie es leider nur zu oft schon geschehen ist, eigenen und nur schlecht begründeten Speculationen hinzugeben, und auf sie das Glück und Unglück so vieler rechtlicher Menschen zu bauen. Wenn diese Tafeln noch fehlerhaft sind, so sind sie es nur wegen ihrer zu großen Sterblichkeit, und eine solche, wenn gleich irrige Voraussetzung, trägt doch immer zur Sicherheit der Casse, und zur Erhaltung der Institute bei, was am Ende die Hauptsache ist. Sollte sich später ein Ueberfluß der Casse zeigen, so werden die Mitglieder nicht unzufrieden seyn, wenn derselbe redlich unter sie vertheilt wird, während im Gegentheile, wenn sich ein Deficit der Casse zeigt, Erniedrigung der Pensionen oder Erhöhung der Nachzahlungen nur Klagen und Mißtrauen erwecken muß. Uebrigens sind diese Abweichungen der besseren Sterblichkeitstafeln, unter sich sowohl als von jener, die aus den Anstalten selbst genommen werden kann, nicht so groß, als manche so gern glauben machen möchten, die nicht aufhören, gegen sie zu Felde zu ziehen, um dafür ihre eigene, meistens ganz unbrauchbare Waare an den Käufer zu bringen.

Eine andere wichtige Rücksicht bei der Berechnung dieser Versicherungen bezieht sich auf den Zinsfuß, welchen man diesen Rechnungen zu Grunde legt. Unsere Anstalten nehmen ihn gewöhnlich zu 5 pCt., also wohl bedeutend zu groß an, da dieser Zins schon jetzt, und wahrscheinlich eben so in der Zukunft, sich nicht verbürgen läßt. Die englischen Institute rechnen gewöhnlich zu 4 pCt. und viele selbst zu einem noch geringern Zinsfuß. Da dieser Fuß von so vielen Umständen abhängt, über welche der Einzelne in unseren bürgerlichen Gesellschaften nicht nach Gutdünken verfügen kann, so fordert es die Vorsicht und die so wichtige Erhaltung der Anstalt, sich von den Schwankungen desselben so unabhängig als möglich zu machen, d. h. ihn so klein als möglich zu setzen. Auch hier wird ein aus dieser Vorsicht entstehender Vortheil der Casse, gehörig unter die Mitglieder vertheilt, einem Deficit derselben weit vorzuziehen seyn. Wie wichtig aber diese Rücksicht sei, wird aus folgenden Beispielen klar werden.

Um eine Lebensrente von jährlich 500 fl. zu erhalten, muß ein 30jähriger Mann 6677 fl. in die Casse erlegen, wenn diese zu 5 pCt. rechnet, und 8622 fl., also 1945 fl. mehr, wenn sie zu 3 pCt. rechnet. Um seiner Familie bei seinem Tode eine einmal zu zahlende Erbactie von 1000 fl. zu hinterlassen, muß ein 30jähriger Mann 294 fl. als Antrittsgeld in die Casse entrichten, wenn diese zu 5 pCt. rechnet, und 469, also 175 fl. mehr, wenn sie zu 3 pCt. rechnet. Ein 30jähriger Mann will seiner Frau von 20 Jahren eine Witwenpension von 500 versichern. Dazu gehört das Antrittsgeld von 1621 fl., wenn die Casse zu 5 pCt. und das Antrittsgeld von 2657 fl., also volle 1036 fl. mehr, wenn die Casse zu 3 pCt. rechnet. Man sieht daraus, wie groß der Schade der Casse werden kann, wenn sie ihren Zinsfuß nicht mit der größten Umsicht festgesetzt hat.

Gewöhnlich rechnen diese Institute nicht bloß nach einfachen, sondern nach den sogenannten Zinseszinsen. Diese sind wohl sonst für den gemeinen Verkehr untersagt und die Ursachen dieses Verbots sind bekannt genug, um hier keiner Erläuterung zu bedürfen. Allein sobald diese Ursachen, wie es hier der Fall ist, aufhören, sobald nämlich weder der Untergang, noch auch irgend eine Bevortheilung des Schuldners dadurch erzeugt werden kann, sobald fällt auch die Unrechtmäßigkeit der Zinseszinsen und sonach ihre Untersagung weg. Aus denselben Gründen waren die Zinseszinsen bei Curatelen, Tutelen u. s. w. immer erlaubt. Da überhaupt die durch alle billigen Mittel zu erreichende Sicherstellung der Casse die wichtigste Rücksicht ist, so muß man ihr auch alle diejenigen gerechten Vortheile gewähren, welche zu diesem Zwecke führen.

Man nimmt bei diesen Rechnungen gewöhnlich an, daß die Zinsen erst am Ende eines jeden ganzen Jahres zu dem Capital geschlagen werden. Man könnte aber auch, obschon weniger einfach für die Rechnung und weniger übereinstimmend mit der practischen Ausführbarkeit, voraussetzen, daß die Zinsen jeden Augenblick zu dem Capital geschlagen werden, wodurch daher dieses Capital noch schneller vermehrt werden würde, als dieses durch die Hinzusetzung der bloß jährlichen Zinsen geschieht *).

---

*) Sei A das gegenwärtig angelegte Capital und r der Zinsfuß, also z. B. $r = 1.05$ oder $r = 1.04$, wenn das Capital zu 5 pCt. oder zu 4 pCt. angelegt wird. Rechnet man bloß nach einfachen Zinsen, so wird dieses Capital A nach t Jahren gleich $A' = A + At\,(r - 1)$ seyn. Rechnet man aber nach Zinseszinsen, die am Ende eines jeden Jahres zu den Capital ge-

Die zahlreichen in England bestehenden Institute erfreuen sich größten Theils, selbst nach einer Dauer von fünfzig, hundert und mehr Jahren, eines glücklichen Gedeihens, und es

---

schlagen und mit ihm wieder verzinset werden, so wird dieses Capital A nach t Jahren gleich $A'' = A. r^t$ seyn.

Der Unterschied zwischen beiden Ausdrücken ist

$$A'' - A' = \frac{A\,t\,(t-1)}{1.2}(r-1)^2 \,.\, [1 + \frac{t-2}{3}(r-1) + \frac{t-2\,.\,t-3}{3.4}(r-1)^2 + \ldots]$$

Rechnet man endlich nach solchen Zinseszinsen, die jeden Augenblick zu dem Capital geschlagen werden, so hat man, wenn x das Capital und dt das Element der Zeit bezeichnet,

$$\frac{1}{r-1} : x\,dt = 1 : dx$$

oder $\frac{dx}{x} = (r-1)\,dt$, wovon der Integral ist

$$\log.\ nat.\ x = (r-1)\,t + Const.$$

Ist daher das ursprüngliche Capital gleich A für $t = 0$, so ist $Const. = \log.\ nat.\ A$ und daher $\log.\ nat.\ \frac{x}{A} = (r-1)\,t$, oder wenn man diesen gesuchten Werth des Capitals nach t Jahren durch A''' bezeichnet, und die Briggischen Logarithmen nimmt

$$Log.\ brig.\ \frac{A'''}{A} = 0.4342945\,(r-1)\,t\ \ldots$$

also auch, wenn ε die Basis der natürlichen Logarithmen ist $A''' = A\,.\,\varepsilon^{(r-1)\,t}$ und daher

$$A''' - A' = \frac{A\,.\,t^2\,(r-1)^2}{2}\left[1 + \frac{t\,(r-1)}{3} + \frac{t^2\,(r-1)^2}{3.4} + \ldots\right]$$

Setzt man $A = 100$ und $r = 1.05$ so findet man nach diesen Ausdrücken

t	A'	A''	A'''
1 Jahr	105	105.00	105.13
2	110	110.25	110.52
3	115	115.76	116 18
10	150	162.89	164.87 u. s. w.

wird daher denjenigen, welche diese wohlthätigen Anstalten auch bei uns einführen wollen, zu rathen seyn, sich in ihren Einrichtungen derselben so nahe als möglich an jene anzuschließen und eigenen Einfällen und der Lust zu Neuerungen nicht so unbedingt nachzugeben, wie es leider nur zu oft schon geschehen ist. Zuerst muß man Kenntnisse und Erfahrungen sammeln, und ehe diese gesammelt und gehörig verarbeitet sind, sich bescheiden an diejenigen halten, welche diese Kenntnisse bereits erworben haben und von denen wir lernen sollen, statt sie meistern zu wollen. Der practische Blick jenes Inselvolkes hat es schon längst erkannt, lange bevor wir von der Existenz solcher Institute auch nur träumen konnten, daß man bei ihrer Organisation vorzüglich auf die Erhaltung der Anstalt selbst sehen und daher alle der Billigkeit gemäße Mittel anwenden müsse, welche zu diesem Zwecke führen. Eine große Menge von Einrichtungen, die sie aufgenommen haben, sind alle auf dieses wichtige Ziel gerichtet. Dahin gehört, daß die Sterblichkeit der von ihnen angenommenen Mortalitätstafeln größer ist, als sie in solchen gewählten Gesellschaften gefunden werden; daß im Gegentheile der Zinsfuß kleiner ist, als er im gewöhnlichen Verkehr statt hat; daß nur solche Mitglieder eintreten können, welche durch ihre ärztlichen Gesundheitszeugnisse ein längeres Leben verbürgen; daß die größeren Gefahren ausgesetzten Individuen ausgeschlossen werden, u. dgl. Hieher gehört auch die Befreiung dieser Anstalten von Concursen und andern richterlichen Verfügungen; die sogenannten Probejahre, die Ausschließung der Witwen während ihrer zweiten Ehe und mehrere andere Vorkehrungen, welche, obschon man manches gegen sie einwenden kann, doch nicht für ungerecht gelten können, da sie den Mitgliedern bei ihrem Eintritte bekannt gemacht und ihrer freien Annahme unterworfen werden. Es wird daher zweckmäßig seyn, sie auch bei uns, wenigstens so lange beizubehalten, bis uns eigene und bewährte Erfahrungen bessere Mittel zur Erhaltung des Ganzen an die Hand geben werden.

Sollte durch diese Mittel der Casse ein größerer Vortheil erwachsen, als sie Anfangs mit Sicherheit erwarten konnte, so wird die Gesellschaft keinen Grund zur Klage haben, sondern vielmehr zufrieden seyn, wenn der Ueberschuß der Casse von Zeit zu Zeit unter dieselbe nach billigen Grundsätzen vertheilt wird. Diese Einrichtung ist in mehreren Instituten Englands sogar als stehende Norm angenommen. Die Equitable Society z. B. vertheilt alle zehn Jahre zwei Drittheile ihres Gewinns unter ihre Mitglieder und behält das letzte Drittel zur Deckung für unvorhergesehene Fälle zurück. Andere benützen diese Ueberschüsse, um allmälig zu kleineren Leistungen der Mitglieder, oder zu größeren Pensionen überzugehen, indem sie gleichsam bei jedem ihrer Schritte den Weg sondiren, ehe sie ihn zu betreten wagen. In einer Unternehmung, die auf das Schicksal so vieler rechtlichen Familien unmittelbaren Einfluß hat, kann man die Umsicht nicht leicht zu weit treiben. Daher ist auch bei einigen dieser Gesellschaften jene Maxime der Vertheilung gleichsam zum Grundgesetze erhoben, indem sie, wie z. B. unsere Feueranstalten, ganz auf das Princip der gegenseitigen Versicherung gegründet sind. In diesen Gesellschaften trägt jedes Mitglied den, nach den Verhältnissen seines mit der Anstalt eingegangenen Vertrags, jährlich auf ihn kommenden Theil des Schadens der ganzen Anstalt, und erhält dafür die Versicherung, daß ihm auch sein eigener Verlust, wenn er ihn treffen sollte, gleichmäßig durch alle andern getragen werden wird.

Diese Anstalten Englands haben sehr beträchtliche Capitalien in ihren Cassen niedergelegt und bloß diejenigen, welche in London errichtet sind, gebieten über eine Summe von mehr als 160 Millionen Gulden Conv. Münze, wie Babbage in seinem bekannten Werke gezeigt hat, der die Capitalien der einzelnen Gesellschaften sammelte. Die Albion Society, der Globe, European und British Commercial haben jede 10 Millionen, die Palladium Society und der Guardian 20 Millionen, die Alliance hat allein 50 Millionen u. s. f. Welch ein Volk, das solche Summen zusammen trägt, um die Zukunft und die Sicherheit seiner Familien zu verbürgen! Wie weit stehen wir noch hinter ihm zurück mit unseren ärmlichen, kleinstädtischen Privatanstalten, die sich nie zu einer bedeutenden Höhe emporschwingen können, die gleich nach ihrer Geburt schon siechen und wenige Jahre darnach eine nach der anderen wieder zu Grunde gehen.

Und warum erhalten sich jene so lange? Warum gedeihen sie so kräftig? — Abgesehen von ihrer zweckmäßigen Einrichtung, ohne welche eine Unternehmung dieser Art nie lange bestehen kann; abgesehen von einer richtigen Berechnung, die sich gleichsam von selbst versteht; abgesehen endlich von der ganzen auf Erfahrung gegründeten, rein practischen Tendenz dieser Institute Englands, besitzen sie noch Etwas, das ihnen eigenthümlich ist und das den unsrigen beinahe durchaus fehlt, und dieß ist — die Oeffentlichkeit. Nur sie gewährt jene Sicherheit und jenes gränzenlose Vertrauen, welches eine Privatternehmung dieser Art bis zu jener Höhe fördern kann, auf der wir sie in jenem, unter dieser Beziehung, ohne Zweifel einzigen und glücklichen Lande erblicken. Nach einem Grundgesetze der Gesellschaft Palladium, müssen alle Rechnungen der Casse und alle Beschlüsse des Ausschusses umständlich und mit allen ihren Belegen jährlich vor jedem Mitgliede offen auf den Tisch der Anstalt gelegt werden. Aehnlichen Verfügungen haben sich die meisten andern unterworfen. Dadurch wird also jedes Mitglied in den Stand gesetzt, selbst zu untersuchen, wie man mit seinem Gelde umgegangen ist, und was man zum Besten der Gesellschaft in jedem Jahre gethan hat. Das Publicum lernt seine Leute kennen, lernt den Geschickten und Thätigen von dem Trägen und Unfähigen unterscheiden, und bleibt immer in der vollen Kenntniß seiner Unternehmung. Veruntreuungen, falsche Berichte, Fehler jeder Art, und die daraus nur zu häufig entspringenden Bemühungen, sie zu bedecken und zu bemänteln — alle diese und tausend andere kleinere und größere Uebel, die andere Institute zu Grunde richten, können dort gar nicht aufkommen, da sie sogleich in ihrem Beginnen entdeckt und, wenn alle anderen Mittel fehlschlagen, durch die dazu geeigneten Mittel verfolgt werden können. Durch diese, und nur durch diese Einrichtung konnten sich diese Institute jenes ungemessene Vertrauen und jenen glänzenden Fortgang erwerben, der jetzt der Gegenstand des gerechten Stolzes dieses Landes und der Bewunderung für das Ausland ist. Nur diese Oeffentlichkeit kann eine vollkommene Gewähr gegen Mißbräuche und Irrthümer jeder Art geben, die sich in solche Institute so gern einschleichen und die auf keine andere Weise mit Sicherheit davon zu entfernen sind.

Wie weit sind unsere Versorgungsanstalten auch in dieser Beziehung noch von jenen entfernt. Welche Sicherheit haben wir, daß wir, der glänzendsten Versprechungen unserer Ausschüsse ungeachtet, nicht vielleicht schon in dem nächsten Jahre zu Grunde gehen werden? Haben wir nicht schon Beispiele genug von so traurigen Erscheinungen? Und welche Mittel hat man, ihnen wenigstens in der Zukunft zu begegnen? — Wir müssen uns der Weisheit unserer Ausschüsse überlassen und in Geduld abwarten, was sie über uns verfügen wollen. Denn die sogenannten Rechnungslegungen, mit welchen sie uns jährlich auf einigen Blättern zu beschenken pflegen, wird doch wohl Niemand für eine sichere Bürgschaft halten wollen, da keiner aus ihnen klug werden, da keiner aus ihnen den wahren, guten oder schlechten, Zustand des Institutes, auch nur mit einiger Verläßlichkeit erfahren kann, und da es ganz eben so viel wäre, wenn sie diese Rechnungslegungen nur immer für sich behalten, oder auch gar nicht verfaßt hätten, weil weder sie, noch wir, daraus die wahre Beschaffenheit des Instituts kennen lernen.

Diese öffentlichen Rechnungslegungen sollen nämlich nicht, wie es gewöhnlich geschieht, bloße allgemeine Angaben enthalten, aus welchen Niemand klug werden kann, sondern sie sollen den w a h r e n Z u s t a n d des Instituts und das richtige Verhältniß seines Vermögens und seiner Schuld, kurz, eine sogenannte B i l a n z der Casse enthalten und diese offen und ehrlich mittheilen. Diese Bilanz soll auf der einen Seite den Vorrath des baren Geldes und den gegenwärtigen Werth aller noch künftigen Beiträge der bereits bestehenden Mitglieder, und auf der andern Seite den gegenwärtigen Werth aller bereits bestehenden, so wie auch den aller noch zu erwartenden Pensionen angeben. Dann wird man mit einem Blicke sehen, daß z. B. das Vermögen der Casse nur drei Viertheile oder nur die Hälfte der Schuld derselben betrage, und daß daher eine schleunige Aenderung nöthig ist, wenn das Institut nicht zu Grunde gehen soll. Eine solche Bilanz sollte in jedem guten Institute wenigstens alle fünf Jahre vorgenommen und allen Mitgliedern öffentlich vorgelegt werden.

Ueberhaupt aber kann man bei allen Privatanstalten, denn nur von diesen ist hier die Rede, auf Oeffentlichkeit in den Verhandlungen nicht genug dringen, da dieses als das einzige Palladium gegen alle Unfälle betrachtet werden muß, die ein Institut treffen können. Die Mitglieder legen ihre theuersten Interessen in dem Schooße des Instituts nieder; sie vertrauen ihm die Sorge für ihr Liebstes, was sie auf Erden haben; sie versagen sich selbst, so lange sie leben, so viele erlaubte Genüsse, sie leiden vielleicht selbst Mangel und sparen mühsam und Jahre lang unter Arbeit und Beschwerden, um nur ihre Angehörigen von dem Drucke der Armuth zu befreien; sie bringen endlich ihr Letztes hin, um es in die Hände der Witwen- und Waisenväter ihres Landes niederzulegen — und sie sollten kein Recht haben, ihre Mitbürger zu fragen, was sie mit ihrem Gelde gethan haben; sie sollten sich nicht durch ihre eigene Ansicht überzeugen dürfen, ob ihr Eigenthum, ihr mühsam erworbenes und Jahre lang zusammen gespartes Vermögen gut verwaltet oder leichtsinnig verschleudert wird? Sie sollten sich nicht unterrichten, sich also auch nicht beklagen können, wenn Unwissenheit, Trägheit, Eigennutz oder, wie es gewöhnlich der Fall ist, falsche Scham, begangene Fehler zu gestehen, das Institut vor der Zeit zu Grunde richten und so viele Witwen und Waisen um ihre letzte gerechte Hoffnung berauben und in Noth und Verzweiflung stürzen? — Wackere und umsichtige Vorsteher dieser Institute können, nicht bloß zum Besten der Anstalt, sondern ihres eigenen Vortheiles willen, diese Oeffentlichkeit ihrer Verhandlungen selbst nicht anders als wünschenswerth finden. Denn so wie sie die beste Bürgschaft für den guten Fortgang des Instituts ist, eben so ist sie auch zugleich das beste Mittel, diese Vorsteher vor Irrthümern und unrichtigen Ansichten zu bewahren und das Vertrauen des Publicums, das ihnen so nothwendig ist, aufrecht zu erhalten: lauter Dinge, an denen braven und vernünftigen Männern, und nur solche sollen sich zu Witwen- und Waisenvätern des Landes ernennen lassen, alles gelegen seyn muß. Jene Oeffentlichkeit also, die das Licht nicht scheut, sondern es vielmehr aufsucht, jene gerade und biedere Redlichkeit soll in allen öffentlichen Mittheilungen, und selbst in den besonderen Sitzungen des Ausschusses vorherrschen. Warum sollten auch diese Sitzungen nicht öffentlich und jedem Mitgliede der Gesellschaft, nicht als Stimmengeber, aber doch als Zeuge und Zuhörer, zugänglich seyn? Wenn die Vorsteher der Anstalt nur solche Vorschläge machen, die wahrhaft zum Besten des Ganzen beitragen, warum sollen sie sich damit in Dunkelheit zurückziehen? Warum nicht lieber öffentlich den Dank ansprechen, den jedes Mitglied, das ihre Einsicht und ihren Eifer zu erkennen Gelegenheit hat, ihnen auch gern zollen wird? Welches auch diese Einsicht und Absicht eines Vorstehers seyn mag: seine Scheu vor der Oeffentlichkeit, sein Zurückziehen ins Dunkle; erregt Verdacht und nicht ungerechten Verdacht, da Wahrheit und gute Absicht, ihrer Natur nach, immer das Licht liebt. Es ist wenigstens ein Beweis von Kleinmuth, wenn nicht von andern noch viel verwerflicheren Eigenschaften, wenn Männer dieser Art jede öffentliche Beurtheilung ihrer Einrichtungen und Vorschläge zu hintertreiben oder gänzlich zu unterdrücken suchen. Sie sollten vielmehr, wenn es ihnen in der That um das Gedeihen der guten Sache zu thun ist, jeden, der was Gutes zu sagen weiß, auffordern, seine Vorschläge und Verbesserungen eben so offen und ehrlich mitzutheilen, wie sie selbst es zu thun verpflichtet sind. Welche Gründe kann der zur Verheimlichung haben, der mit sich und mit den andern aufrichtig zu Werke geht und sich nur seines besten Vorsatzes bewußt ist. Etwa den Tadel? — Der ungegründete schmerzt nicht und kann ja wieder getadelt, d. h. widerlegt werden: der gegründete aber kann demjenigen nur willkommen seyn, der es, nicht mit seiner kleinlichen Eitelkeit, sondern mit der guten Sache, mit der Sache der leidenden Menschheit, wahrhaft redlich meint, und der in der That, gleichviel, ob durch sich oder durch andere, dazu beitragen will, daß diese wichtigen und wohlthätigen Anstalten von allen Seiten beleuchtet und erörtert, und ihrer jedem Menschenfreunde so wünschenswerthen Vervollkommnung, immer näher geführt werden mögen, was, ich wiederhole es, nur auf diesem und auf keinem andern Wege geschehen kann.

Diesen wichtigen Zweck zu erreichen, muß man gleich bei der ersten Organisation solche Einrichtungen treffen, daß zu den Vorstehern derselben nur einsichtsvolle Männer und von bewährter Rechtlichkeit gewählt werden können. Es ist aber nicht genug, nur kenntnißreiche Leute überhaupt, etwa große Juristen oder bedeutende Gelehrte u. dgl. zu nehmen, sondern solche müssen gewählt werden, welche von dem Gegenstande, um den es sich hier handelt, die nöthigen Einsichten haben, welche die innere Einrichtung solcher Institute kennen und mit dem Geschäftsgange derselben vertraut sind. Denn nur von solchen Männern können große Vortheile für das Institut erwartet werden; nur sie können das Vertrauen des Publicums erhalten und bewahren und dadurch die Anstalt selbst ihrem Zwecke immer näher führen. Es würde selbst gut seyn, die Vorsteher solcher Gesellschaften, da ihnen so große und so heilige Summen, wie Witwen- und Waisengelder sind, anvertraut werden, in gewisser Beziehung für die Erfüllung ihrer Pflichten verantwortlich zu machen, wodurch man wenigstens die Zudringlichkeit vieler unberufener Gründer und Projectmacher entfernen könnte, die ohne Kenntniß der Sache und nur aufs Gerathewohl ihre Experimente machen wollen.

Man kann es immerhin zugeben, daß die meisten dieser sogenannten Gründer von Versorgungsanstalten recht gute und wohlmeinende Leute waren, obschon es auch nicht, exempla odiosa, an leichtfertigen und selbst eigensüchtigen Menschen gefehlt hat, die nur ihre Eitelkeit oder ihren persönlichen Vortheil im Auge hatten, und keinen Anstand nahmen, diesem elenden Götzen die größten Opfer, versteht sich, mit fremdem Gelde, zu bringen. Aber selbst mit diesen gutmüthigen Menschen, wenn es ihnen an Kenntniß und Erfahrung fehlt, fährt ein Institut oft um nichts besser, als mit jenen, denen es sogar an gutem Willen fehlt. Viele von ihnen werden durch ihre Gutmüthigkeit selbst verführt, Einrichtungen zu treffen, die, nach ihrem Wunsche, das Glück der Anstalt befördern sollen, aber in der That den Ruin derselben herbeiführen. Wenn sie dann später die unglücklichen Folgen ihrer Einfälle bemerken, so suchen sie dieselben, nach Art aller Schwächlinge, so lange zu bedecken und zu verschleiern, bis das Uebel ganz unheilbar wird. Nicht selten sieht man auch diese gutmüthigen Leute, wie sie ihre anfänglich nur unüberlegten Streiche, wenn sie einmal ins Gedränge kommen, auch wohl in der Noth durch wahrhaft böse Streiche wieder unschädlich machen oder doch so lange als möglich der allgemeinen Kenntniß entziehen wollen. Daß aber dann alles ohne Rettung verloren gehen muß, ist für sich klar. Auch davon ließen sich leider Beispiele anführen, wenn es nicht besser wäre, solche Dinge einer gänzlichen Vergessenheit zu übergeben.

Man sieht daraus, wie viel daran gelegen ist, wahrhaft gute und taugliche Vorsteher zu erhalten. Auch hier, und hier besonders, würde die oben gerühmte Oeffentlichkeit der Verhandlungen ihre guten Dienste thun. Ich habe selbst gar manchen von diesen sogenannten Vorstehern, Gründern und Leitern von Versorgungsanstalten gekannt, die, wohl sonst sehr ehrenwerthe Männer, aber in diesem Fache selbst, dem sie vorstanden, die größten Ignoranten waren und nicht einmal die ersten Elemente derselben kannten. Die meisten von ihnen hatten weder Kraft, noch Zeit, noch selbst den Willen, diesen Gegenstand näher zu untersuchen. Da nun, nach der gewöhnlichen Einrichtung dieser Institute, alle Beschlüsse des Ausschusses bloß durch die beliebte Stimmenmehrheit entschieden werden, so kann man leicht errathen, was für heilsame Dinge da öfter herauskommen müssen. Dazu kommt noch, daß diese Herren vom Ausschusse gewöhnlich selbst Mitglieder der Gesellschaft sind, und daher, bei ihren Beschlüssen, ihr eigenes liebes Ich nicht gern hintansetzen. Aus diesem löblichen Grunde entspringen dann die vielen Verordnungen und die sogenannten Verbesserungen, die gewöhnlich nur den älteren Mitgliedern, zu denen sie meistens selbst gehören, zu Gute kommen und die dafür desto drückender auf den jüngern Mitgliedern lasten, wovon sich wieder gar manches schöne Geschichtchen erzählen ließe, wenn es mir hier darum zu thun wäre, die Fehler Anderer aufzudecken, und nicht vielmehr, sie wenigstens in der Zukunft zu vermeiden. Der gewöhnliche Wahlspruch dieser Herren ist: erstens so wenig als möglich zu verlieren, und zweitens so viel als möglich für sich selbst zu gewinnen, ohne sich dabei um alle Anderen zu kümmern.

Es ist schwer zu sagen, wie weit oft die Verblendung dieser Menschen geht und mit welchen sonderbaren Trugschlüssen sie sich selbst hinhalten und sogar, wenn sie schon mitten im Unglücke sind, noch zu ihren schlechten Einfällen Glück wünschen. — Der eine tröstet sich damit, daß seine Gesellschaft recht zahlreich ist, und daß schon in den ersten Jahren bereits mehrere Tausende von Mitgliedern beigetreten sind. Allein er bedenkt nicht, daß dieß nicht immer so fortgehen wird und daß, wenn die Anstalt selbst schlecht ist, nur desto mehr Getäuschte und Unglückliche entstehen, je mehr sie Mitglieder aufgenommen hat. — Der andere wünscht sich Glück, daß die Casse bereits ein so großes Vermögen an Antrittsgeldern zusammen gebracht hat. Er scheint diese Summe als den reinen Profit der Casse anzusehen und zu glauben, daß bei einem so gewaltigen Gelde immer Wohlstand und Ueberfluß vorhanden seyn müsse. Allein er bedenkt nicht, daß dieses Capital der Casse nur anvertraut worden ist, um künftige Forderungen damit zu decken, um die versprochenen Pensionen zu bezahlen und daß, je größer dieses Capital ist, desto größer auch die Summe jener Pensionen seyn wird. Er bedenkt nicht, daß eine wohleingerichtete Versorgungsgesellschaft eigentlich gar kein eigenes Vermögen, keinen Profit der Casse haben darf, sondern daß die Einnahme immer der Ausgabe derselben vollkommen gleich seyn soll. Alle diese und ähnliche Selbsttäuschungen zeugen bloß von der Unkenntniß des Gegenstandes, und so angenehm sie manchen anfangs dünken mögen, so bitter und schmerzhaft werden sie gewöhnlich schon nach einigen Jahren, wenn einmal der Zulauf der neuen Mitglieder abnimmt und dafür die Anzahl der Witwen mit jedem Tage wächst.

Es sei mir erlaubt, hier noch einige jener Fehler kurz zu berühren, die man besonders in den neueren Zeiten und bei unseren Versorgungsanstalten zu wenig berücksichtiget hat, und denen man mit Recht einen großen Theil der Unfälle zuschreiben muß, welche diese Anstalten getroffen haben.

Die meisten derselben haben den ersten Mitgliedern, oder den sogenannten Gründern der Gesellschaft, oft sehr bedeutende Vorrechte vor den später Eintretenden zugestanden. Dieß geschah in der Absicht, so bald als möglich eine große Anzahl von Mitgliedern zusammen zubringen, was allerdings wünschenswerth, aber doch nur eine untergeordnete Sache ist, die der Hauptsache, der zweckmäßigen Einrichtung und der Dauer der Anstalt, nachstehen muß. In einer solchen Gesellschaft müssen alle Mitglieder ohne Unterschied gleich behandelt, und keines darf auf Kosten eines andern bevortheilt werden. Wo dieses Princip nicht beachtet ist, wird das Wesen, das innere Leben der Gesellschaft angegriffen und ihre, frühere oder spätere Auflösung herbeigeführt. »Diese unzeitige Barmherzigkeit oder diese häßliche Parteilichkeit gegen die ersten Interessenten einer Versorgungsanstalt, »sagt Baumann in seiner Ausgabe des bekannten Süßmilch'schen Werkes,« ist eine wahre Ungerechtigkeit gegen alle übrigen Mitglieder, weil sie den letztern entweder einen höheren Beitrag auflegt oder ihre Pensionen herabsetzt. Wenn die Frage von der Fortdauer einer solchen Stiftung aufgeworfen wird, so können die Vortheile einiger Wenigen, die man, aus was immer für Absichten, gern begünstigen möchte, durchaus in keine Betrachtung kommen und sie sollen und müssen dem Ganzen nachstehen.« — Dessenungeachtet findet man diese verderbliche Einrichtung beinahe in allen unseren neueren Anstalten.

Daß eine große Anzahl von Mitgliedern nicht nur wünschenswerth, sondern selbst nothwendig ist, wurde bereits oben erwähnt. Die Mortalitätstabelle sowohl als die Wahrscheinlichkeitsrechnung lassen sich nur auf eine größere Menge von Menschen mit Sicherheit anwenden. Aus diesem Grunde müssen auch alle die mit der Billigkeit übereinstimmenden Mittel, welche die Gesellschaft zahlreich machen, in Bewegung gesetzt werden. Darum ist es auch nachtheilig, solche Institute bloß auf einzelne Städte oder kleinere Provinzen zu beschränken, oder nur für einen gewissen Stand z. B. bloß für die Beamten eines reichen Mannes zu errichten. Aber man darf nie vergessen, daß die große Anzahl der Mitglieder, allein genommen, nicht hinreichend ist, den guten Fortgang eines Instituts zu begründen, wenn dieß gleich von sehr vielen für eines der günstigsten Zeichen gehalten wird. Wo die innere Organisation einer Anstalt, wo die Berechnung derselben fehlerhaft ist, wird man sein Heil in der Menge der Mitglieder vergebens suchen. In den ersten Jahren wird wohl die große Frequenz der Mitglieder das Deficit der Casse zu decken scheinen, aber auch nur scheinen, und diese süße Täuschung wird mit dem Untergange der Gesellschaft enden. Eine Anstalt, in welcher man, wie dieß so oft geschieht, durch ungemessene Versprechungen bloß eine große Anzahl von Mitgliedern an sich zieht, wird diese Zusagen nur an den ersten Witwen erfüllen, und sie auf Kosten der Uebrigen im Ueberflusse schwelgen lassen, während alle Folgenden dem Mangel, und, wenn sie sonst kein Vermögen besitzen, dem Hungertode preisgegeben werden. Eine solche Anstalt wird nicht sowohl einer wohlthätigen Versorgung, sondern vielmehr einer schlecht eingerichteten Lotterie zu vergleichen seyn, in welcher die ersten Ziehungen lauter Treffer, und die letzten lauter Nieten sind, d. h. in welche die ersten Witwen in prächtigen Carossen fahren und die letzten an dem Bettelstabe gehen.

Einen andern nur zu gewöhnlichen Fehler begeht man in der Wahl der sogenannten Protectoren dieser Gesellschaften. Meistens sind es Männer, durch Ansehen und Reichthum und durch ihre Stellung im Staate ausgezeichnet, aber wohl nur selten sind es zugleich Männer, die, ihrer übrigen Einsichten unbeschadet, diesen Gegenstand näher kennen, den sie, wie ihr Name sagt, beschützen sollen. Diese Mode, denn mehr ist es nicht, ist sehr zu beklagen, da das Publicum so gern den Werth einer Unternehmung nach den Namen derer zu schätzen pflegt, die sich an die Spitze derselben gestellt haben, und da, durch diesen Schein gelockt, Mancher sich in die Gefahr begibt, die er, ohne jenen äußern Glanz, vermieden hätte. Wo Männer jener Classe gefunden werden, welche die Einrichtung solcher Anstalten näher kennen, und welche zugleich Zeit und Lust haben, sich mit ihnen ernsthaft zu beschäftigen, da muß ihr Beistand allerdings für ein Glück geschätzt werden, das aber bisher nur wenigen Anstalten zu Theil geworden ist. — Hieher gehören auch die sogenannten Sanctionen der Statuten dieser Gesellschaften. Das Publicum setzt darauf einen viel größern Werth, als es sollte. Es setzt voraus, daß eine Anstalt, weil sie die Billigung der Regierung erhalten hat, auch sofort eine gute Anstalt seyn müsse, da sich doch jene Billigung nicht auf die innere Einrichtung des Instituts, sondern nur auf ihre Verhältnisse zu den bürgerlichen Gesetzen bezieht. Man sollte daher die Mitglieder über den eigentlichen Gehalt dieser Dinge aufklären, damit es in seiner Unwissenheit nicht zu Schaden komme. Sie leben in dem Wahne, daß es nun, weil ein so großer Herr an der Spitze steht oder weil die Obrigkeit ihre Billigung ertheilt hat, auch schon mit der Gesellschaft selbst sehr gut stehen müsse, und daß, wenn es etwa einmal schief gehen sollte, jene Herren sich der Sache annehmen, oder wohl gar für sie einstehen werden und was dergleichen mehr ist, wodurch gar Viele sammt ihrem festen Glauben in den Abgrund stürzen, in welchem sie ohne Rettung verloren gehen. Uebrigens sollte, wie mich däucht, der Staat selbst diese Versorgungsanstalten nicht, wie bisher im Auslande öfter schon geschehen ist, als bloße Privatangelegenheiten betrachten, in welche er sich nicht weiter mischen mag. Sie sind zu wichtig und sie haben auf den Staat selbst, auf die Bevölkerung, auf die Erziehung und auf die Moralität des Volkes einen zu großen Einfluß, als daß sie wie eine bloße unbedeutende Privatsache behandelt werden können. Schon Baumann sagte vor mehr als fünfzig Jahren in dem oben erwähnten Werke: »Es muß gewiß jedem Staate daran gelegen seyn, daß nicht unter dem Vorwande milder Anstalten eigennützige oder bloß für die ersten Stifter vortheilhafte Institute in dem Lande errichtet werden, wodurch in der Folge, zumal wenn sie ins Große gehen, viele hundert, ja tausend Menschen auf eine unverantwortliche Weise um alles Ihrige gebracht werden. Auch ist es nothwendig, daß jeder, der zu solchen Cassen für künftige, erst nach seinem Tode den Seinigen zu gute kommenden Vortheile, viele Jahre lang beitragen soll, für die unverrückte Fortdauer dieser Cassen nicht nur die, oft nicht hinreichende innere Ueberzeugung, sondern auch die erforderliche äußere Sicherheit erhalte.«

Sehr gewöhnlich ist, bei uns wenigstens, die Einrichtung, daß die Beamten solcher Institute ihre Dienste ohne Besoldung verrichten. Dieses stimmt allerdings mit der wohlthätigen Natur dieser Anstalten sehr gut überein, aber nicht mit der Natur der Menschen, wie diese letzten nun einmal, der Erfahrung gemäß, gefunden werden. Man hat leider nur zu oft schon Grund genung, sich Glück zu wünschen, wenn die Leute die von ihnen geforderten Dienste für eine angemessene Vergütung gut und eifrig verrichten. Ich glaube daher, daß man auch hier, wenigstens diejenigen Beamten, welche mit größeren oder täglich wiederkommenden Geschäfte belastet werden, wie Cassiere, Secretäre, Protocollisten u. s. f. in Besoldung nehmen sollte, während die eigentlichen Mitglieder des Ausschusses, die sich etwa nur alle Monate versammeln, allerdings unbesoldet bleiben können. Die letzteren werden dann besser darauf halten können, daß die ersten die ihnen auferlegten Pflichten und Geschäfte auch treulich erfüllen, während man von einem Unbesoldeten alles nur als Gefälligkeit annehmen und ihm nicht wohl, auch wenn er es verdient, dem Tadel oder einem Verweise bloß stellen kann. In England werden selbst die Beisitzer des Ausschusses bezahlt, und zwar für die Stunde, die sie in der Sitzung zubringen, weil man bemerkte, daß viele derselben allmählich lau werden und sich auch wohl ganz von diesen Versammlungen zurückziehen.

Dafür sind wir bisher noch von einer anderen Sitte frei geblieben, die in England leider beinahe allgemein herrscht. Ich meine die sogenannten Zubringer, welche dort jedes Institut in großer Anzahl hält, und wodurch sie die Mitglieder anlockt, in die Anstalt zu treten. Der Mäkler erhält dann von jedem Mitgliede, welches er aufgebracht hat, einen Theil der von ihm in die Casse gelegten Summe. In London gibt es viele Menschen, die bloß von diesem Geschäfte leben. Es ist für sich klar, daß gerade die schlechtesten Comptoire die meisten Zubringer halten, weil diese sie am meisten brauchen und am besten bezahlen können. Aber nicht bloß die schlechten, auch die besten Gesellschaften dieser Art machen diese Umtriebe mit und müssen sie wohl mitmachen, weil sie sonst, wenn sie allein diese Mittel verschmähen wollten, gegen alle andern im Nachtheil stehen würden.

Eine andere Einrichtung im Gegentheile, die in England allgemein angenommen und bei uns noch beinahe ganz unbekannt ist, verdient Nachahmung. Bei uns werden nämlich die

Pensionen gewöhnlich in Classen getheilt und diese Classen sind oft sehr hoch, da sie jährliche Pensionen zu drei-, ja zu fünf- und sechshundert Gulden enthalten. Nur wenige Menschen sind im Stande, die großen Beiträge zu leisten, welche nach einer richtigen Berechnung für so bedeutende Versicherungen erlegt werden müssen. In England kennt man diese Classen nicht, sondern man hat bloß kleine Renten von 20 bis 50 Gulden. Der Wohlhabende kann sich mehrere derselben kaufen, während der Aermere mit einer oder mit zweien zufrieden ist. Auch kann der Letztere später, wenn ihm die Umstände günstiger werden, wieder neue Renten kaufen und so das künftige Schicksal seiner Familie allmälich verbessern. Diese Einrichtung erleichtert vielen Mitgliedern den Eintritt und trägt sehr zu der großen Frequenz derselben bei, die, wie bereits oben gesagt worden ist, immer sehr wünschenswerth bleibt.

Die sogenannten Probejahre scheinen mir überflüssig und in vielen Fällen selbst unzweckmäßig. Sie können nur wenig nützen, da nach den geforderten ärztlichen Zeugnissen die meisten Mitglieder bei ihrem Eintritte gesund seyn und ein längeres Leben versprechen sollen, also doch wahrscheinlich die ersten zwei oder drei Jahre überleben werden. Sie sind aber auch unzweckmäßig, da durch sie viele Mitglieder von dem Eintritte abgehalten werden. Wo endlich, wie es gewöhnlich geschieht, nicht zugleich in der Berechnung der Pension darauf Rücksicht genommen worden ist, sind sie auch ungerecht, da sie dann eine wahre Bevortheilung der Mitglieder zum Besten der Casse enthalten. Es gibt Institute, in welchen, bloß durch diese Einführung der Probejahre, gegen ein Drittheil der entstandenen Witwen von der Pension ausgeschlossen wurden. Es scheint unbillig und selbst grausam, so viele Witwen, nicht nur um ihre Versorgung, sondern selbst um die ganze Einlage ihres Mannes zu bringen, bloß aus der Ursache, weil der Letztere nicht die ersten drei oder fünf Institutsjahre überleben konnte. Endlich wirkt diese Verfügung sehr ungleich auf die verschiedenen Altersclassen der Mitglieder. Ein Mann von 30 Jahren mit einer Frau von 40 verliert, wenn er vor dem Ende der Probejahre stirbt, seine Pension z. B. von 600 fl. ganz eben so, wie ein Mann von 60 mit einer Frau von 30 Jahren. Allein der Erste verliert noch überdieß sein Antrittsgeld von 1190 fl. und der Zweite das seinige von 3850 fl., also dieser um volle 2660 fl. mehr, als jener, obschon für den älteren Mann die Wahrscheinlichkeit, vor dem Ende der Probejahre zu sterben, viel größer ist, als für den jüngeren. Es wird daher am besten seyn, diese Beschränkungen künftig ganz wegzulassen.

Nur zu gewöhnlich sind ferner auch bei uns die Vorbehalte, welche sich der Ausschuß schon in der Anlage der Statuten der Gesellschaft für sich und s e i n e Vortheile auszumachen pflegt. Die Einen wollen sich von den bestehenden Gesetzen des Landes unabhängig machen und den Mitgliedern, bei ihren Beschwerden, keinen Rechtsweg erlauben; die Andern wollen die Erklärung aller zweifelhaften Ausdrücke in den Statuten nur von dem Ausschusse ausgehen lassen; wieder Andere behalten sich die von den übrigen Mitglieder unbestreitbare Macht zu Aenderungen der Statuten in dringenden Fällen vor; einige sichern sich sogar die Befugniß, im Falle der Noth sogleich verbindliche Provisorien eintreten zu lassen und was dergleichen künstliche Restrictionen mehr sind, die alle nichts taugen und die nur auf das Vertrauen des Publicums gegen die Anstalt sehr nachtheilig einwirken. Wer schon in allem Anfange auf solche Mittel und Auswege denkt, ist seiner Sache nicht sicher, und verräth eben so wenig Kenntnisse, als guten Willen. Diese Vorbehalte sind gewöhnlich nur die Vorläufer von Nachzahlungen oder von Herabsetzungen der Pensionen, und dadurch von dem Ruin der Anstalt. Sie verkündigen, daß es derselben an einer richtigen Rechnung, d. h. an der Basis fehlt, ohne welche kein Institut dieser Art bestehen kann. Wenn später, wider alles Erwarten, solche Fälle eintreten, wo Aenderungen in der ersten Anlage nothwendig werden, so müssen diese offen und ehrlich den sämmtlichen Mitgliedern vorgelegt werden und ihre Ein=

führung in die Gesellschaft soll, nicht von der vindicirten oder erschlichenen Macht des Ausschusses, sondern bloß von der freien und ungehinderten Mehrzahl der Stimmen der ganzen Gesellschaft bedingt werden. Der Ausschuß soll nie vergessen, daß er sich nur innerhalb dem Kreise der bestehenden Statuten zu bewegen hat; daß er selbst, ohne die Zustimmung aller, zu irgend einer Aenderung dieser Statuten durchaus nicht befugt seyn kann, und daß er endlich nicht, wie es nur zu oft geschieht, der Herr, sondern nur der Verwalter der ihm von dem Institute anvertrauten Gelder ist, mit denen er nicht nach Gutdünken schalten kann, sondern mit welchen er nach den ihm auferlegten Pflichten verfahren soll.

Manche Institute glauben ihre Sicherheit für die Zukunft durch eine Menge kleinlicher Rücksichten befestigen zu können, die oft nur sehr wenig Werth haben, nicht zum Zweck führen, dem öffentlichen Vertrauen schaden und, da sie meistens keiner genauen Rechnung unterworfen werden können, auch ungerecht sind. Hieher gehört z. B. die Verfügung, daß Witwen, während der Zeit ihrer Wiederverehelichung, von der Pension ausgeschlossen seyn sollen; daß Waisen, wenn sie vor dem Normaljahre eine andere Versorgung erhalten, keine Ansprüche auf die Casse haben u. dgl. Keine Rechnung kann auf solche Ausnahmen Rücksicht nehmen, da man sie nicht vorherzusehen im Stande ist. Die Pensionen werden so berechnet, als ob jene Fälle gar nie eintreten könnten, also müssen sie auch eben so ausgezahlt werden. Hieher gehören auch die Geschenke und Legate, auf welche Manche große Hoffnungen bauen. Man mag sich daran vergnügen, wenn sie kommen, da sie in der That zum Vortheile der Anstalt gehören: aber auf sie im Voraus zählen, die Berechnungen der Anstalt darnach einrichten oder für gegenwärtige oder künftige Unfälle sich damit trösten, und darin Hülfe suchen wollen, würde thöricht seyn, da man sich auf sie nicht verlassen kann.

Daß die Einlage der Mitglieder sowohl, als die Ausgaben der Casse nur in anerkannt guter Münze und zwar beide in derselben Münze statt haben sollen, ist für sich klar und dürfte hier nicht erst erwähnt werden, wenn nicht einige unserer Institute bereits den Einfall gehabt hätten, Scheidemünze und bloß im Innlande, von tausend Zufällen abhängiges Papiergeld zu ihrer Münze zu erheben. Eine so ganz ohne alle Umsicht gemachte Einrichtung kann allein schon die Anstalt und zwar plötzlich zu Grunde richten.

Ueberhaupt wäre es sehr wünschenswerth, die eigentliche Anlage, die innere Organisation des Institutes so einfach und klar, als möglich, zu machen. Auch darin haben mehrere unserer Versorgungsanstalten gefehlt. Es gibt eine derselben, die, von der Noth gezwungen, eine Umarbeitung ihrer Statuten vorgenommen hat. Allein der Prospectus, den sie darüber dem Publicum vorlegte, ist so complicirt, so verworren und mit tausend Klauseln so verschanzt, daß nur wenige Leser daraus klug werden können und daß Niemand mit völliger Sicherheit daraus ersehen kann, welches Schicksal seiner harrt, wenn er es wagen sollte, sich diesen sonderbaren Witwen- und Waisenvätern auf Gerathewohl in die Arme zu werfen. Solche Erscheinungen sind immer böse Vorzeichen und wer sich vor Schaden hüten will, wird besser thun, davon zu bleiben. Die innere Organisation eines solchen Instituts ist, selbst auf seine einfachsten Formen gebracht, noch immer verwickelt, und von vielen unvorherzusehenden Zufällen abhängig genug, um ihre Verwalter, wenn sie es wahrhaft gut mit der Sache meinen, vollauf zu beschäftigen, ohne sie erst absichtlich und gleichsam muthwillig noch mehr zu verwickeln und mit einer Last von Nebenbedingungen zu überladen, die am Ende nur die Verwirrung größer, und den Untergang des Ganzen unvermeidlich machen.

Noch gibt es einen anderen Fehler, in welche so viele unserer Witweninstitute verfallen sind, obschon er so groß und so offenbar ist, daß man ihn kaum für möglich halten sollte. Es geht nämlich aus der ganzen Anlage, aus der eigentlichen Natur eines solchen Instituts, wie man glauben sollte, für Jedermann klar und deutlich, schon auf dem ersten Blick hervor, daß diejenige Person, welche in diesem Institute versorgt werden soll, eine bestimmte, von dem Versorger ausdrücklich bezeichnete Person seyn muß, und daß die Versorgung nur auf sie allein anwendbar seyn und daher auf keine andere übertragen werden kann. Wenn also irgend ein Mitglied in ein solches Institut eintritt, um z. B. seiner Frau nach seinem Tode eine Pension zu versichern, so kann damit nur diese, und durchaus keine andere Frau gemeint seyn. Stirbt daher diese Frau noch vor dem Tode ihres Mannes, so hat die Anstalt Niemand mehr zu versorgen, und der Contract, welchen die Casse mit jenem Manne eingegangen hat, ist durch den Tod dieser Frau völlig erloschen. So und nicht anders werden diese Pensionen berechnet, und so und nicht anders können sie auch allein berechnet werden. — Wenn daher dieser Mann nach dem Tode seiner ersten Frau wieder einmal eine zweite nehmen sollte, so kann ihm dieß allerdings unverwehrt seyn, aber das Institut hat davon durchaus keine Kenntniß zu nehmen, da jener Mann nur für seine erste, und keineswegs auch für alle seine andern Frauen eingetreten ist, und auch vernünftiger Weise nicht eintreten konnte. Denn es ist doch Jedermann klar, daß ein Mann viel größere Leistungen an die Casse entrichten müßte, wenn er nicht bloß für seine gegenwärtige, sondern auch noch für seine zweite, ja sogar für seine dritte Frau eine eben so große Pension erhalten wollte, als ein anderer Mann, der bloß für seine gegenwärtige Frau eintritt und nur diese versorgt wissen will. Allein nach welchen Regeln soll die Casse jenem ersten Manne seine größeren Beiträge bestimmen? Weiß sie doch nicht, weiß er selbst doch nicht einmal, ob er seine Frau überleben, und ob er, wenn er sie überlebt, wieder eine andern nehmen werde. Wenn man aber auch dieses gewiß wüßte, so kann man doch wieder nicht voraussehen, ob diese Frau jung oder alt, gesund oder kränklich seyn wird, was doch durchaus zu wissen nöthig ist, weil die Größe der Beiträge des Mannes davon abhängen muß, ob diese zweite Witwe ihn entweder nur wenige oder vielleicht sehr viele Jahre überleben werde.

Da man nun dieses alles nicht weiß und auch nicht wissen kann, so ist man längst dahin übereingekommen, diese Rechnungen nur auf eine Ehe zu entwerfen und die Pension nur für die dem Manne bei seinem Eintritte angetraute Frau zu bestimmen, da man diese, und diese allein ihrem Alter und ihrer Gesundheit nach kennt und daher auf diese Kenntnisse hin auch die Größe der Beiträge genau bestimmen kann.

Unsere Institute aber haben es für besser gefunden, ihre väterliche Vorsorge nicht bloß auf die erste Frau ihrer Mitglieder zu beschränken, sondern sie mit theilnehmender allumfassender Liebe auch auf die zweite und dritte, kurz auf alle folgende Frauen ohne Unterschied auszudehnen. Diese Institute haben also wohl auch, wenn sie gleich die, dieser neuen Einrichtung angemessenen Pensionen nicht mehr genau bestimmen können, doch wenigstens viel geringere Pensionen, als alle andern als gut anerkannten Institute, die nur auf eine einzige Ehe rechnen, eingeführt? — Keinesweges: sie haben vielmehr viel größere Pensionen, als alle anderen, obschon sie ungleich schwerere Lasten übernommen haben. Und die Folge davon? — Ist der unvermeidliche Untergang aller dieser Institute, dem auch die meisten bereits mit schnellen Schritten entgegeneilen.

Diese sogenannten neuen und nach einem verbesserten Systeme eingerichteten Anstalten schienen mit dieser, doch so sicheren Bürgschaft ihres Ruins noch nicht zufrieden zu seyn, und fanden daher für gut, den Unsinn so weit zu treiben, daß sie die, eigentlich bloß für die erste Frau gekaufte Pension, nicht nur der zweiten und dritten und allen folgenden Frauen huldreich überlassen, sondern daß sie, wenn nun endlich die letzte aller dieser Frauen gestorben seyn wird, deßhalb doch noch nicht zu zahlen aufhören, sondern im Uebermaße ihrer Freigebigkeit, dieselbe Pension auch noch auf die Kinder dieser Frauen und zwar so lange ganz und ungetheilt fortführen wollen, bis das jüngste derselben ein Alter erreicht, wo es zu seiner eigenen Erhaltung der Hülfe des Institutes nicht mehr bedarf. — Es möchte schwer seyn, angemessene Worte für den Leichtsinn, die Unwissenheit und den gänzlichen Mangel an aller Ueberlegung zu finden, der solchen ganz entsetzlichen Einfällen zu Grunde liegen muß.

Das Vorhergehende betrifft meistens die Witwen- und Waisenanstalten. Es ist kein Zweifel, daß sie zu den sehr wohlthätigen Einrichtungen eines Landes gehören und daß sie daher auch bei keinem Volke fehlen sollen, welches auf Humanität und wahre Bildung Anspruch macht. Allein auch die übrigen Versicherungsarten, die bei uns noch so selten sind, verdienen eine günstige Aufnahme und sie empfehlen sich selbst vor jenen durch eine größere Einfachheit in ihrer Einrichtung und durch mehrere andere Vorzüge, die bisher, wie es scheint, unter uns noch nicht gehörig gewürdiget worden sind.

Einige einfache Betrachtungen werden hinreichen, die großen und überwiegenden Vortheile kennen zu lernen, welche den Eintritt in eine solche Anstalt vor dem bloßen Zusammensparen einer gewissen Summe zu einem bestimmten Zwecke auszeichnen.

Wenn ein Mann jährlich die Summe von A Gulden bei irgend einem Privatmanne auf den Zinsfuß r als Capital niedergelegt und auch die dafür erhaltenen Interessen, ohne sie weiter anzulegen, sammelt, so wird er dadurch am Ende von n Jahren in den Besitz von $B = \frac{An}{2}\left[r(n+1) - (n-1)\right]$ Gulden gelangen.

Ist z. B. $A = 100$ und $r = 1.05$ so erhält er

nach $n = 10$ Jahren	. . .	$B = 1275$ Gulden
20		3050
30		5320
40		8100 u. s. f.

Besser noch wird es seyn, wenn er auch die erhaltenen Interessen wieder auf Zinsen legt, d. h. wenn er seine jährlichen Ersparnisse von A Gulden auf Zinseszinsen anlegt. Er erhält nämlich dann, wie man leicht findet, am Ende des n^{ten} Jahres die Summe $B' = \frac{Ar(r^n - 1)}{r - 1}$

also wieder für A = 100 und r = 1.05

nach n = 10 Jahren	. . .	B′ = 1321 Gulden	
20		3472	
30		6976	
40		12684 u. s. f.	

Allein viel vortheilhafter wird er handeln, wenn er dieselbe Summe jährlich in einer Versicherungsanstalt niederlegt. Ein 40jähriger Mann z. B., der jährlich 100 Gulden auf diese Weise in einem Comptoir anlegt, welches seine Zahlungen auch nur zu 4 pCt. annimmt, wird, nach der letzten Columne der Tafel XIII, bei seinem Tode seinen Erben eine Summe von $\frac{(100)(100)}{3.22}$ oder von 3106 Gulden als Capital versichern, welche diesen Erben zu 5 pCt. ein jährliches Einkommen von 155 fl. geben. Derselbe Mann müßte, nach dem Vorhergehenden, sicher seyn, noch 20 volle Jahre zu leben, um durch bloße einfache Ersparung eine eben so große Summe zusammen zu bringen. Ein 25jähriger Mann, der jährlich 100 fl. in diese Casse legt, würde bei seinem Tode seinen Nachkommen eine Summe von 4902 fl. als Capital hinterlassen, die denselben jährlich 245 fl. an Interessen geben.

Nehmen wir an, ein 25jähriger Mann habe ein jährliches Einkommen von 2000 fl. Wenn dieses Einkommen, wie z. B. eine Pacht, eine Besoldung u. s. f. nicht auf seine Familie übergeht, und er doch auch diese nach seinem Tode versorgt wissen will, so wird er einen Theil dieser Einkünfte diesem Zwecke widmen müssen. Gesetzt, er begnüge sich mit 1500 fl. und gebe jährlich 500 fl. in eine solche Versorgungsanstalt, so wird er dadurch (nach Taf. XIII, letzte Columne) seiner Familie bei seinem Tode eine Summe von 24510 fl. als Capital versichern, von welcher die 5 pCt. Interessen jährlich 1225 fl. betragen. Auf welche andere Weise könnte er wohl mit diesen Ersparnissen seinen Nachkommen eine eben so große Summe und mit derselben Sicherheit hinterlassen? Man bedenke noch, daß ihm diese Summe von 24510 fl., die er durch eine ge=

wöhnliche Ersparung von jährlichen 500 erst in 50 Jahren, die er wahrscheinlich nicht erleben wird, mühsam zusammen bringen würde, nach der Einrichtung des Instituts schon gleich nach dem ersten Jahre seines Eintrittes, wenn ihn der Tod so früh übereilen sollte, seiner Familie versichert bleibt, so daß er selbst mit der bloßen Einlage von 500 fl. im ersten Jahre schon eine 50mal so große Actie als Capital seinen Nachkommen überlassen kann.

Die folgende Aufgabe wird die großen Vortheile noch mehr beleuchten, welche mit dem Eintritte in solche Versorgungsanstalten verbunden sind. Ein Mann von m Jahren habe die Besoldung oder überhaupt das jährliche Einkommen von A Gulden. Er will sich aber mit der kleineren Summe von B Gulden begnügen, und den Betrag A — B jährlich in eine Versicherungsanstalt geben, um seiner Familie bei seinem Tode ein Capital zu versichern, dessen jährliche Zinsen gleich dem n^{ten} Theile seines so reducirten Einkommens oder gleich $\frac{B}{n}$ sind.

Wie groß wird dann dieses sein reducirtes jährliches Einkommen B seyn?

Man findet $B = \dfrac{100\, n\, A(r-1)}{a + 100\, n\,(r-1)}$

und daher den jährlichen Beitrag an die Casse des Instituts

$$A - B = \frac{Aa}{a + 100\, n\,(r-1)}$$

wo r der Zinsfuß und a die Zahl der Tafel XIII ist.

Für einen 30jährigen Mann z. B. ist $a = 2.37$, wenn der Zinsfuß $r = 1.04$ ist. Die jährliche Besoldung dieses Mannes sei $A = 1000$ fl. Will er bei seinem Tode seiner Familie ein Capital hinterlassen, dessen Interessen zu 4 pCt. den vierten Theil seiner zu diesem Zwecke reducirten Besoldung betragen, so ist $n = 4$ und daher sein jährlicher Beitrag an die Casse $A - B = 129$ fl. und seine reducirte Besoldung selbst gleich $B = 871$. Will er ihr aber die Hälfte seiner reducirten Besoldung als die Interessen eines ihr zu versichernden Capitals überlassen, so wird sein Beitrag $A - B = 228$ und seine eigene verminderte jährliche Einnahme $B = 772$ seyn. Will er ihr endlich ein Capital überlassen, von welchen die Interessen seiner verminderten Besoldung selbst gleich sind, so daß seine Familie durch seinen Tod in dieser Beziehung keinen Verlust erleidet, so wird sein jährlicher Beitrag an die Casse $A - B = 372$ fl. und seine dadurch verminderte Besoldung selbst gleich $B = 628$ fl. seyn. In der That, da (nach der Tafel XIII) der jährliche Beitrag von 2.37 fl. eine Erbactie von 100 fl. begründet, so wird ein jährlicher Beitrag von 372 fl. eine Actie von 15700 fl. sichern, und von dieser Summe, welche seine Familie bei seinem Tode von der Casse erhält, betragen die jährlichen Interessen zu 4 pCt. die Summe von 628 fl., d. h. eben so viel, als die reducirte Besoldung des Mannes selbst bei seinen Leben betrug *).

---

*) Um die Beweise dieser und der vorhergehenden Beispiele allgemein zu geben, nehmen wir an, daß ein Mann jährlich A Gulden erspare, die er zu dem Zinsfuße r auf Interessen legt. Spart er zugleich diese Interessen auf, ohne sie aber weiter zu verzinsen, so hat er am Ende des n^{ten} Jahres ein Vermögen

$$\begin{aligned} \text{von } S = {} & A + n\,(r-1)\,A \\ & + A + (n-1)\,(r-1)\,A \\ & + A + (n-2)\,(r-1)\,A \\ & \vdots \\ & + A + \qquad (r-1)\,A \end{aligned}$$

$$\text{oder } S = n\,A + (r-1)\,A\,[n + (n-1) + (n-2) + \ldots + 3 + 2 + 1]$$

$$\text{das heißt } S = \frac{n\,A}{2}\,[r\,(n+1) - (n-1)] \text{ wie zuvor.}$$

Werden aber auch die Zinsen wieder jährlich angelegt, oder werden die jährlichen A Gulden auf Zinseszinsen ausgegeben, so hat er am Ende des n^{ten} Jahres ein Vermögen

$$\text{von } S' = A\,(r^n + r^{n-1} + r^{n-2} \ldots + r^2 + r)$$

$$\text{oder } S' = \frac{A r\,(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ wie zuvor.}$$

Legt endlich ein Mann, dessen Zahl nach der Tafel XIII gleich a ist, von seiner jährlichen Besoldung A den Theil A—B

Ein Familienvater, der durch seine jährliche Ersparniß seinen Nachkommen ein Vermögen hinterlassen will, durch welches sie wenigstens vor drückenden Nahrungssorgen geschützt sind, weiß wohl, wie groß dieses Vermögen seyn wird, wenn er eine Reihe von Jahren lebt und jährlich dieselbe Summe zu jenem Zwecke zurück legen kann. Allein er weiß nicht, ob er auch so lange leben wird, um diese Summe in der That so groß zu machen, als sie zu jener Absicht seyn soll. Durch seinen Eintritt in eine solche Versicherungsanstalt, und dadurch allein, macht er sich von dieser quälenden Besorgniß los, da ihm die durch seine Beiträge bestimmte Summe sicher bleibt, er mag früh oder spät sterben. Ueberdieß darf er hier nicht fürchten, daß er durch irgend einen unglücklichen Zufall vielleicht das Capital mit sammt seinen Interessen verliere, wie dieß leider so oft der Fall ist, wenn es anderen Privatleuten zu ihren kaufmännischen Speculationen anvertraut wird. Auch ist er in einer solchen Anstalt, wenn man so sagen darf, vor sich selbst sicher, da er die einmal eingelegten Beiträge nicht mehr zurücknehmen kann, während die bei Privatcassen auf Zinsen ausgelegten Capitalien immer der Versuchung ausgesetzt sind, entweder ganz oder doch theilweise zurückgenommen zu werden,

---

in eine Versicherungsanstalt, so erhält dadurch seine Familie bei seinem Tode die Actie γ als Capital, wo γ so bestimmt wird, $a : 100 = A - B : \gamma$ oder es ist $\gamma = 100 \, \frac{(A-B)}{a}$.

Von diesem Capital sollen aber die jährlichen Zinsen den n^{ten} Theil der reducirten Besoldung betragen oder gleich $\frac{B}{n}$ seyn. Allein diese Zinsen sind $(r-1)\gamma = 100\,(r-1)\,\frac{(A-B)}{a}$,

also ist auch $\frac{B}{n} = 100\;(r-1)\;\frac{(A-B)}{a}$ und daher

$$A - B = \frac{Aa}{a + 100\,n\,(r-1)} \text{ und}$$

$$B = \frac{100\,n\,(r-1)\,A}{a + 100\,n\,(r-1)} \text{ wie oben.}$$

wenn irgend eine Anreizung zum Luxus oder eine unerwartete Ausgabe, oder selbst die Noth uns drängt, einem augenblicklichen drückenden Bedürfnisse abzuhelfen. Nur selten tritt der Fall ein, daß ein umsichtiger und für die ferne Zukunft besorgter Mann viele Jahre lang ununterbrochen seine gesammelten Ersparungen fortsetzt; die meisten haben kaum Entschlossenheit genug, sie auch nur anzufangen, da sie von der Länge der Zeit abgeschreckt werden, die nöthig ist, eine bedeutende Summe auf diese Art zusammen zu bringen. Ferner ist, wegen der vielen günstigen Zufälle, die in einer großen Gesellschaft auf die einzelnen Mitglieder vortheilhaft einwirken, die auf diese Weise erworbene Summe nicht nur sicherer, sondern auch zugleich größer, als sie auf irgend einem andern Wege erhalten werden kann. Dieses Mittel, sich gegen die Verluste zu sichern, welche von der ungewissen Dauer des menschlichen Lebens abhängen, ist endlich jeder Classe der menschlichen Gesellschaft angemessen, da jeder, der nur überhaupt noch von seinem Einkommen etwas zurücklegen kann, auf diesem Wege eine seinem Vermögen entsprechende Versorgung zu erwerben im Stande ist.

Das Vorhergehende wird genügen, den großen Nutzen und die Wohlthätigkeit dieser Versicherungsanstalten darzuthun, die fortan in keinem gebildeten Staate fehlen sollten, und denen sich kein Einzelner, der auf sein und der Seinigen Wohl bedacht ist, weiter entziehen darf. Nicht minder aber werden uns dieselben Betrachtungen überzeugen, wie viel daran gelegen ist, daß diese Anstalten überall, wo sie eingeführt werden, nach den wahren Grundsätzen eingerichtet, auf eine sichere, und auch für die Zukunft feste Dauer versprechenden Basis gegründet und in allen ihrer wesentlichen Beziehungen mit der größten Umsicht und Sorgfalt gehandhabt werden, damit der wohlthätige Zweck, welchen sie beabsichtigen, auch in der That erreicht werde, und damit nicht Unverstand, Eitelkeit und eigennützige Habsucht die edle Absicht, welche man durch jene Anstalten zu erreichen sucht, vereitle und statt Hülfe und Unterstützung, neues Unglück und die Vernichtung der letzten Hoffnungen armer Witwen und unmündiger Waisen erzeuge.

Um sich vor diesen traurigen Ereignissen sicher zu stellen, gibt es auch hier, wir müssen es wiederholen, kein besseres Mittel, als jene Oeffentlichkeit aller Verhandlungen des Instituts und eine von Zeit zu Zeit unternommene sorgfältige Prüfung seines wahren Zustandes.

Diese Prüfung, mit welcher wir die erste Abtheilung dieser Schrift beschließen wollen, besteht in einer sogenannten Bilanz der Anstalt, d. h. in der genauen Berechnung des wahren Vermögens sowohl, als der wahren Schuld der Casse. — Das Vermögen derselben besteht erstens aus den in der Casse in der That vorräthigen oder auf Zinsen sicher ausgelegten Capitalien mit ihren Interessen, und zweitens aus demjenigen Werthe aller noch künftigen Beiträge der bereits bestehenden Mitglieder, welche diese Beiträge für die Zeit der gezogenen Bilanz haben, daher jene Beiträge auf diese Zeit, wie man sagt, zurück discontirt werden müssen.

Für Witwenrenten z. B. findet man diese reducirten Werthe auf folgende Art, wenn man in den Tafeln XX, XXI oder XXII das Antrittsgeld für jedes Paar durch α und den jährlichen Beitrag durch β bezeichnet, welche diesem Paare nach ihrem Alter für die Zeit seines Eintrittes zukommt. Nennt man dann α' das Antrittsgeld und β' den jährlichen Beitrag, welchen ein Paar zu entrichten hätte, welches so viele Jahre älter ist, als jenes erste Paar, als seit dem Eintritte des ersten Paares bis zur Zeit der Bilanz verflossen sind, so ist der gesuchte gegenwärtige oder der discontirte Werth aller noch künftigen Beiträge des ersten Paares gleich $x = \frac{\alpha'}{\beta'} \cdot \beta$

Hatte z. B. für ein Paar bei seinem Eintritte der Mann 45 und die Frau 35 Jahre, so gibt die Tafel XXII für eine Pension von 100 Gulden $\alpha = 365.3$ und $\beta = 37.7$. Soll die Bilanz 10 Jahre nach dem Eintritte dieses Paares statt haben, so ist dann das Alter des Mannes 55 und das der Frau

45 Jahre, und für ein solches Paar gibt die Tafel $\alpha' = 379.4$ und $\beta' = 48.3$. Man hat daher für den auf die Zeit der Bilanz reducirten Werth aller noch künftigen Beiträge dieses Paares

$$x = \frac{379.4}{48.3} (37.7) \text{ oder } 296.13 \text{ Gulden.}$$

Ganz eben so besteht auch die Schuld der Casse aus zwei Theilen. Der erste ist gleich dem gegenwärtigen Werthe aller Pensionen, welche das Institut künftig an die bereits jetzt schon bestehenden Witwen auszuzahlen hat. Dieser Werth ist aber eben so groß, als das Antrittsgeld, welches ein Mann für eine jener Pension gleiche Leibrente entrichten müßte, dessen Alter gleich dem der Witwe in dem Bilanzjahre ist. Ist also z. B. die Witwe itzt 50 Jahre alt und beträgt ihre Pension 100 fl., so ist der gegenwärtige Werth dieser Pension, (nach Tafel X) gleich 988.02 fl.; für eine 40jährige Witwe würde dieser Werth 1183.40 und für eine 30jährige 1335.50 fl. betragen.

Der zweite Theil der Schuld endlich ist gleich dem gegenwärtigen Werthe aller derjenigen Pensionen, welche die Casse künftig an diejenigen Frauen zu entrichten hat, deren Männer in dem Bilanzjahre noch leben. Dieser Werth der Pension eines Paares ist aber eben so groß, als das Antrittsgeld α', welches für eine eben so große Pension ein Paar erlegen müßte, das bei seinem Eintritte dasselbe Alter hätte, welches unser Paar in dem Bilanzjahre hat. Ist also z. B. von unserm Paare im Bilanzjahre der Mann 50 und die Frau 35 Jahre alt, so ist (nach Taf. XXII) der gegenwärtige Werth der Pension dieses Paares gleich $\alpha' = 431.7$, wenn die Pension selbst jährlich 100 fl. beträgt.

Verfährt man auf dieselbe Weise für jede einzelne Witwe und für jedes noch zusammenlebende Paar der Gesellschaft, so erhält man das ganze gegenwärtige Vermögen A und auch die gegenwärtige Schuld B der Casse. Ist dann A nahe eben so groß, als B, so ist das Institut in gutem Stande und keine Verbesserung desselben nothwendig. Ist aber das Vermögen A beträchtlich kleiner, als die Schuld B, so bedarf die Anstalt einer Aenderung, wenn sie länger noch mit Sicherheit bestehen soll. Der so entdeckte fehlerhafte Zustand desselben kommt nämlich, wenn sonst keine Nachlässigkeiten, Verschwendungen u. dgl. statt gefunden haben, entweder daher, daß man bisher die Einlagen der Mitglieder zu klein, oder daß man die Pensionen der Anstalt zu groß angenommen hat. Da Nachzahlungen der Mitglieder immer mit Beschwerden verbunden sind, indem manche sie nicht leisten wollen, manche auch wohl nicht einmal leisten können, so wird es immer besser seyn, die Verbesserung des Institutes an den Pensionen anzubringen, und die bisherigen Leistungen der Mitglieder ungeändert zu lassen. Man wird also, sobald man durch jene Bilanz ein Deficit der Casse entdeckt hat, die künftigen Pensionen in dem gehörigen Verhältnisse herabsetzen. Hat man z. B. gefunden, daß $A = \frac{2}{3} B$ ist, oder daß das Vermögen der Casse nur $\frac{2}{3}$ der Schuld derselben betrage, so müssen auch sofort alle künftigen Pensionen auf $\frac{2}{3}$ ihres vorigen Werthes herabgesetzt werden, so daß z. B. eine bisher versicherte Pension von 300 fl. künftig nur mehr mit 200 fl. bezahlt wird, und daß daher allen bereits bestehenden und noch künftigen Witwen von dem Bilanzjahre an nur mehr zwei Dritttheile ihrer früher festgesetzten Pensionen ausbezahlt, und daß auch die noch ferner eintretenden neuen Paare nur auf diesen ebenfalls neuen und verbesserten Zahlungsfuß angenommen werden.

Es versteht sich übrigens von selbst, daß jede solche Aenderung der ersten Einrichtung des Instituts mit den Gründen, welche diese Aenderung herbeiführen, den Mitgliedern der Gesellschaft zuerst offen und redlich mitgetheilt werden muß und daß, wie gewöhnlich die Statuten der Anstalt fordern, wenigstens die Uebereinstimmung der Mehrheit dieser Mitglieder zur Ausführung jener Aenderung erfordert wird. In den Fällen, wo die erste Einrichtung nicht gar zu fehlerhaft war, und wo die Bilanz schon in wenigen Jahren nach der Eröffnung der Anstalt gezogen wird, kann diese Verminderung der Pensionen nicht leicht so beträchtlich seyn, um nicht auf Beistimmung der Mehrzahl zur Reform rechnen zu dürfen. Sind aber die bisherigen Fehler und die daraus folgenden Reductionen der Pensionen so groß, daß sich die Mehrzahl der Mitglieder diese Aenderungen, die gleichsam ganz neue Bedingungen und daher auch ein ganz anderes Institut begründen, nicht mehr gefallen lassen will, sondern sie mit Unwillen zurückstößt, dann tritt der traurige Fall ein, wo die Gesellschaft aufgelös't werden muß. — Diese Auflösung besteht in der Zurückzahlung der Casse an die Mitglieder von allen den Leistungen, welche die Mitglieder an die Casse bisher entrichtet haben, oder wenn diese Forderungen der Mitglieder, wegen des fehlerhaften Zustandes des Instituts, nicht mehr ganz befriediget werden können, in einer diesem Zustande angemessenen und auf alle Mitglieder auf gleiche Weise vertheilte Zurückzahlung ihrer bisherigen Leistungen. Dadurch werden alle früheren Verbindlichkeiten, welche zwischen der Casse und den Mitgliedern aufgerichtet wurden, vernichtet und die Gesellschaft selbst wird aufgelös't.

Doch muß bemerkt werden, daß dieses traurige Extrem so lange als möglich vermieden werden soll. — Aber auch die Fortführung einer einmal als fehlerhaft anerkannten Anstalt ist nur der Weg zum Unglücke, das früher oder später eintreten muß, daher Verbesserung, wo sie geboten wird, ungesäumt vorgenommen werden muß, so schmerzhaft sie auch scheinen mag, weil doch nur dadurch noch viel größere, wenn gleich noch künftige Uebel vermieden werden können. Aber die Auflösung ist ein nicht minder großes und zwar schon gegenwärtiges Unglück, dem man sich daher nur in dem äußersten Falle und wenn keine andere Hülfe mehr möglich ist, überlassen darf. Diese Auflösung zerstört nämlich die Hoffnungen, vielleicht die letzten Hoffnungen der meisten Mitglieder und gibt ihre Nachkommen, für welche nun jene, ihres vorgerückten Alters wegen, nicht mehr sorgen können, der Armuth und vielleicht der Verzweiflung Preis. Man darf der allgemeinen Billigkeit gemäß voraussetzen, daß die meisten dieser Mitglieder, um nur nicht alle Aussicht für die Zukunft zu verlieren, auch mit kleineren Pensionen sich begnügen werden, wenn man ihnen die unabwendbare Nothwendigkeit dieser Reductionen deutlich gezeigt hat, welche nicht die gegenwärtigen Vorsteher der Anstalt, sondern ihre vielleicht schon verstorbenen Vorgänger, und auch diese nicht durch Bosheit oder niedrigen Eigennutz, sondern aus Unkenntniß des Gegenstandes, vielleicht selbst nur aus übelverstandener Gutmüthigkeit herauf geführt haben; man darf voraussetzen, daß jeder den kleinen Verlust, welchen er in der allgemeinen Bedrängniß erleidet, dem viel größeren Unglücke, das die Auflösung der ganzen wohlthätigen Anstalt über so viele Tausende von Hülflosen verbreiten müßte, gern und willig zum Opfer bringen werde.

Zweite Abtheilung.

Nähere
Bestimmung der Erb- und Lebensversicherungen.

Erklärung und Gebrauch der Mortalitätstafel.

§. 1. Eine Mortalitätstafel soll angeben, wie viel von einer gegebenen Anzahl in demselben Jahre geborner Menschen nach einem, zwei, drei . . . Jahren noch leben.

Hätte man z. B. beobachtet, daß von 1000 in einem Jahre gestorbenen Menschen

500 von dem Alter von 0 bis 20 Jahren waren,
200 — — — 20 bis 50 und
300 — — — 50 bis 90

so sind die ersten 500 vor 1 bis 20 Jahren geboren worden,
die andern 200 vor 20 bis 50 und
die letzten 300 vor 50 bis 90,

woraus folgt, daß von 1000 in demselben Jahre oder zugleich gebornen Menschen gestorben sind

500 in den ersten 20 Jahren,
700 in den ersten 50 Jahren und
1000 in allen 90 Jahren,

oder daß von 1000 zugleich gebornen Menschen am Ende des

20sten Jahres noch leben 500
50sten — — — 300
90sten — — — 0

und diese letzten Zahlen 500, 300, 0 .. sind es, welche die Mortalitätstafel bilden.

Wenn daher in einer Stadt oder in einem ganzen Lande, während einer größeren Reihe von Jahren, in welchen die Volksmenge nahe dieselbe geblieben ist, wenn z. B. wie man aus den Volkszählungen oder Kirchenbüchern finden kann, während 100 Jahren in einem Lande A Menschen gestorben sind, und zwar von diesen

a Menschen in dem Alter von 0 bis 1 Jahr
a′ — — — — 1 bis 5
a″ — — — — 5 bis 10
a‴ — — — — 10 bis 15 u. s. f.,

so folgt daraus, daß in diesem Lande von A zugleich gebornen Menschen noch leben oder noch übrig sind

im Alter von	Menschen
0 Jahren . . .	A
1	A — a
5	A — a — a′
10	A — a — a′ — a″
15	A — a — a′ — a″ — a‴ u. s. w.,

wo man dann die Mittelglieder für die 2-, 3-, 4-, 6-, jährigen noch übrigen Menschen durch die bekannten Mittel der Interpolation mit zweiten und höheren Differenzen leicht finden wird.

§. 2. Je größer die Anzahl der dieser Berechnung unterworfenen Jahre, je größer die Menschenmenge und je näher die Bevölkerung des Landes dem Beharrungszustande ist, desto genauer wird die Mortalitätstafel seyn. Durch besondere Unglücksfälle, durch verheerende Krankheiten oder Kriege ausgezeichnete Jahre wird man besser ausschließen. Volkszählungen sind nur selten verläßlich, da man Kopfgelder, Soldatenaushebungen u. dgl. fürchtet, und daher die jüngeren Personen zu jung und die älteren zu alt, manche auch gar nicht angibt. Richtig geführte Kirchenbücher wären das sicherste Mittel, aber sie sind selten und die besseren noch sämmtlich zu neu, um auf sie mit voller Verläßlichkeit bauen zu können.

Die bei uns oder für Deutschland als die vorzüglichste angenommene Mortalitätstafel ist die von Süßmilch, wie sie von Baumann verbessert, in dessen Ausgabe von »Süßmilchs göttlicher Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechtes, Berlin 1775« enthalten ist. Sie ist in der That auf eine große Menge von Beobachtungen gegründet und mit besonderer Sorgfalt entworfen worden. Diese Tafel, auf welche sich auch vorzüglich das gegewärtige Werk bezieht, ist in den beiden ersten Columnen der Taf. I enthalten, und sie zeigt z. B., daß von 1000 zugleich Gebornen nach 18 Jahren noch 499, also nur mehr die Hälfte, nach 46 Jahren noch 332, also nur mehr ein Dritttheil lebt u. s. w. Man kann sie von dem zehnten Jahre an genau genug durch die Gleichung darstellen, $y = 598.1673 - 8.417455\,x + 0.230895\,x^2 - 0.005247\,x^3 + 0.000032\,x^4$, wo y die Zahl der Lebenden und x das Alter derselben bezeichnet.

Ehe wir den Gebrauch dieser Tafel genauer erläutern, führen wir zuerst einige andere der vorzüglichsten Mortalitätstabellen an, die in der Tafel II zur bequemeren Uebersicht zusammengestellt wurden. Die erste derselben ist die so eben erwähnte von Baumann und Süßmilch. Die zweite von Wargentin ist aus seinen Beobachtungen in Schweden mit besonderer Sorgfalt verfertiget. Die dritte von Deparcieux verfaßt und von Florencourt (Abhdlg. aus der polit. Rechenkunst. Altenburg 1781) verbessert, ist aus der Ursache merkwürdig, weil sie die erste ist, die, nicht aus der ganzen Volksmenge einer Stadt oder eines Landes, sondern aus den in Rentengesellschaften selbst beobachteten Sterbefällen abgeleitet ist, daher man sie anfangs, obschon mit Unrecht, zur Begründung anderer ähnlicher Gesellschaften als besonders geeignet hielt. Die Mortalitätstafel von Halley, dem Zeitgenossen Newtons, ist eigent=

lich die älteste der wissenschaftlich construirten Tafeln dieser Art, aber itzt nicht mehr gebräuchlich, da sie sich, wie man sieht, zu sehr von allen anderen als gut anerkannten entfernt. Ihr liegen Beobachtungen aus der Stadt Breslau zu Grunde, die sich weder auf eine bedeutende Volksmenge beziehen, noch durch eine längere Periode der Beobachtungen auszeichnen. Die Tafel Simpsons für London kann nur für diese Stadt oder für ähnliche große Städte gelten, in welcher die Sterblichkeit immer viel stärker ist, als in kleinen Städten oder auf dem Lande. Die von Baumann für die Kurmark (einen Theil der Preuß. Mark Brandenburg) gegebene Tafel bezieht sich nur auf diese Provinz, und ist daher, obgleich sie für ihre Gegend sehr genau scheint, nicht wohl allgemein anwendbar. Die Tafel von Duvillard bezieht sich auf sehr ausgedehnte Beobachtungen in Frankreich und scheint daher besonderes Vertrauen zu verdienen. Duvillard theilte sie zuerst in seinem Werke mit, Analyse de l'influence de la Petit-Verole sur la mortalité. Paris 1806. Die Tabelle Kritters wurde von ihm für die bekannte Calembergische Witwencasse vorgeschlagen und fand häufigen, nicht unverdienten Beifall. Price gab die Mortalitätstafel für die Stadt Northampton in England in seinen Observations on reversionary payments. Sie ist zwar nur auf 46jährige Beobachtungen dieser Stadt, aber mit seltener Sorgfalt gebaut, daher sie, besonders in England, mit allgemeinem Beifall aufgenommen wurde und itzt noch den meisten Versorgungsanstalten dieses Landes zu Grunde liegt. Die letzte der angeführten Tafeln ist die von Kerseboom, der sie aus seinen Beobachtungen in Holland und Westfriesland abgeleitet hat. Sie soll mit diesem Lande sehr wohl übereinstimmen, obschon sie sich von den übrigen Tafeln bedeutend entfernt.

Als die vorzüglichste rühmt man die von Baumann und Süßmilch für Deutschland, die von Price für Northampton, die von Duvillard für Frankreich und die von Wargentin für Schweden. Obschon diese vier Tafeln an mehreren Orten nicht unbeträchtlich von einander verschieden sind, so gehen doch die

Differenzen derselben, in Beziehung auf Leibrenten und andere Pensionen, nicht leicht über eine Jahreshebung, so daß also die Klagen derjenigen als ungegründet abgewiesen werden müssen, welche die Unsicherheit dieser Tafeln meistens nur in der Absicht proclamiren, um ihren noch viel weniger sicheren und oft ganz ungegründeten Vorschlägen Eingang zu verschaffen.

§. 3. Uebrigens wird man gern gestehen, daß auch diese Tafeln noch Verbesserungen bedürfen, und daß es daher sehr wünschenswerth wäre, wenn alle diejenigen, welche die Mittel dazu haben, sich zu diesem wohlthätigen und für die ganze Menschheit in einem sehr hohen Grade interessanten Zwecke vereinigen wollten. Besonders sollten die schon längere Zeit bestehenden Versorgungsanstalten ihre Erfahrungen über die in solchen Anstalten statt habende Sterblichkeit der Mitglieder öffentlich mittheilen, da diese es vorzüglich sind, welche den Berechnungen jener Versorgungen zu Grunde gelegt werden sollen. In diese Gesellschaften werden gewöhnlich nur solche Menschen aufgenommen, die durch ärztliche Zeugnisse ihren gegenwärtigen, guten Gesundheitsstand und ihre Befreiung von allen einen früheren Tod herbeiführenden Uebeln beweisen. Auch werden meistens nur Mitglieder aus den mittleren und höheren Ständen eintreten, die von vielen, die niederen Stände drückenden Lasten befreit sind und daher auch ein längeres Leben hoffen können. Endlich werden alle, deren Gewerbe oder Beschäftigungen mit Gefahren verbunden oder lebensverkürzend sind, ausgeschossen. Aus allen diesen Ursachen wird die Sterblichkeit in solchen gewählten Gesellschaften beträchtlich geringer seyn, als in der ganzen übrigen Volksmenge des Landes. Wenn daher diese Anstalten nur die allgemeinen Mortalitätstafeln bei ihren Berechnungen anwenden, so werden, selbst wenn diese Tafeln in Beziehung auf das ganze Land vollkommen genau wären, doch die Beiträge der Mitglieder zu groß oder die Leistungen der Casse zu klein seyn, was eben so wenig, als das Gegentheil, gebilligt werden kann. Schon die oben erwähnte Tafel von Kritter, die aus den Erfahrungen einer solchen Rentengesellschaft in Calemberg abgeleitet ist, so wie die von Deparcieux, zeigt durchaus eine geringere Sterblichkeit, als die besten Tafeln von Süßmilch = Baumann, Price, Duvillard oder Wargentin. Die Equitable Society in London, die im J. 1762 errichtet worden und noch itzt als eine der vorzüglichsten Rentenanstalt dieser Stadt anerkannt ist, hielt sich anfangs an die Northamptonsche Tafel von Price, aber sie erkannte schon nach wenig Jahren, daß die Sterblichkeit ihrer Gesellschaft viel geringer ist, als die jener Tafeln, und sie änderte daher ihre Rechnungen, indem sie i. J. 1786 ihre Leistungen an die Mitglieder erhöhte, ganz entgegengesetzt mit den meisten unserer Anstalten, welche nur die Beiträge der Mitglieder erhöhen oder die Leistungen der Casse vermindern und doch alle vor der Zeit zu Grunde gehen. Morgan hat aus diesen Erfahrungen der Equit. Society eine Sterblichkeitstabelle abzuleiten gesucht, die von der Baumann'schen sehr verschieden ist, wie folgendes kleine Schema zeigt.

Alter.	Baumann.	Eq. Society nach Morgan.
20	491	491
30	439	456
40	374	410
50	300	356
60	210	283
70	112	199
80	37	97

Mit diesem Schema stimmt auch die von Gompertz in der Philos. Transactions f. d. J. 1825 mitgetheilte und auf umfassende Untersuchungen gegründete Mortalitätstafel nahe überein. Aehnliche Bemerkungen würden ohne Zweifel auch die Amicable Society in London, die schon seit 124 Jahren besteht, und andere Gesellschaften mehr liefern, wenn sie ihre Erfahrungen bekannt machen wollten.

§. 4. Bei einer näheren Untersuchung dieses Gegenstandes wird man auf Bemerkungen kommen, die einer besondern Berücksichtigung werth sind, aber bisher noch nicht völlig aufgeklärt scheinen. Wir wollen einige derselben hier anzeigen.

Die ersten zehn bis fünfzehn Jahre des menschlichen Alters werden sich nur schwer unter bestimmte Regeln bringen lassen, da die Erfahrungen darüber zu großen Schwankungen unterworfen sind, die wahrscheinlich von den vielen Kinderkrankheiten und von den Einflüssen der ersten Wartung und Erziehung kommen, welche selbst wieder mit der Cultur des Volkes veränderlich sind.

Listen, die sich auf Geburts- und Sterbefälle vor mehr als 50 bis 70 Jahren erstrecken, werden sich nicht mit den heutigen vermengen lassen, selbst wenn jene, was selten genug seyn wird, genau seyn sollten, weil die Abhaltung der orientalischen Pest durch unsere Quarantainen und besonders die Einführung der Vaccination die Sterblichkeit der neueren Zeiten sehr vermindert haben. Nach Duvillards oben erwähntem Werke hat sich durch die Vaccination die mittlere Dauer des menschlichen Lebens um nahe $3\frac{1}{2}$ Jahre vermehrt.

Die beiden Geschlechter scheinen eine verschiedene Sterblichkeit zu haben, und zwar, gegen die Erwartung, das männliche eine größere, als das weibliche Geschlecht, da doch das Letztere schwächer angenommen und durch ihre natürliche Bestimmung größeren Gefahren ausgesetzt wird. Nach Florencourt verhalten sich die Sterbefälle der Männer zu denen der Frauen wie 1 zu 0.96 oder wie 100 zu 96; nach Mathieu soll aber dieses Verhältniß für Frankreich nur 100 zu 98 seyn. Florencourt will bemerkt haben, daß die Sterblichkeit der Frauen kleiner ist von dem 40- bis 70sten Lebensjahre, und größer von dem 20- bis 40sten Jahre, welche letzte Erscheinung ihren Grund in den Wochenbetten zu haben scheint. Kritter, Wargentin u. A. haben es daher für nöthig gefunden, für jedes der beiden Geschlechter eine besondere Mortalitätstafel zu entwerfen. So hat man nach Wargentin für Schweden

Alter.	Männer.	Frauen.
0	1000	1000
10	601	621
20	558	581
30	505	533
40	445	473
50	367	403
60	270	317
70	154	198
80	48	69
90	4	6

Gewöhnlich findet man die Anzahl der Geburten der Knaben größer, als die der Mädchen, nach Florencourt in dem Verhältnisse 100 zu 96, nach Matthieu in Frankreich wie 100 zu 94. Der Letzte findet für Frankreich bei außerehelichen Kindern dieses Verhältniß umgekehrt, nämlich 100 zu 105.

Die Anzahl der Ehen soll sich zu der Zahl der jährlichen Geburten wie 100 zu 22 verhalten, oder 50 Ehen geben jährlich nur 11 Kinder. Die Anzahl der Ehen zu der Anzahl der Einwohner soll 1 : 133 in großen Städten, 1 : 103 in kleinen Städten, und 1 : 115 auf dem Lande seyn. Die Zahl der Witwer verhält sich zu der Zahl der Witwen, wie 100 : 335. Die Zahl der ersten Ehen verhält sich zur Zahl der zweiten Ehen bei den Männern wie 100 : 29 und bei den Frauen wie 100 : 19 oder von 100 Witwen treten 19 oder nahe der 5te Theil derselben in eine zweite Ehe. Die ehelichen Kinder endlich sollen sich zu den unehelichen in Frankreich wie 13 zu 1 verhalten u. s. f. Aber alle diese Bestimmungen bedürfen wahrscheinlich noch beträchtlicher Verbesserungen.

Die Summe der in einem Jahre Gestorbenen verhält sich zur Summe der in demselben Jahre Lebenden

in großen Städten wie 1 : 24 oder wie 1 : 25
in kleinen Städten wie 1 : 32
auf dem Lande wie 1 : 40

Man nennt dieses Verhältniß 1:s das Maß der Sterblichkeit.

Die Summe der jährlichen Geburten verhält sich zu der Summe der Lebenden

in großen Städten wie 1 : 29 oder 1 : 31
in kleinen Städten wie 1 : 24 oder 1 : 25
auf dem Lande wie 1 : 22 oder 1 : 23

Man nennt dieses Verhältniß 1:f das Maß der Fruchtbarkeit.

Beide Maße werden sich nach der Oertlichkeit und andern Umständen oft beträchtlich ändern. Am sichersten wird man sie für bestimmte Orte suchen, da allgemeine Angaben nicht wohl zu erhalten seyn werden. Kennt man diese beiden Maße, so ist auch das Verhältniß f:s der Todesfälle zu den Geburten bekannt. So findet man z. B. für große Städte $\frac{f}{s} = \frac{29}{24} = 1.21$ und für das Land $\frac{f}{s} = \frac{22}{40} = 0.55$, so daß also auf 100 Geburten in großen Städten 121, und auf dem Lande nur 55 Sterbefälle kommen. Wie es sich aber auch mit diesen Zahlen verhalten mag, immer wird man die Nachtheile nicht bezweifeln können, welche das Zusammenleben der Menschen in großen Städten auf die mittlere Lebensdauer derselben und auf die Bevölkerung des Landes selbst hat. Die oben von Simpson für London gegebene Tafel hat durchaus beträchtlich kleinere Zahlen, als alle übrigen Tafeln. Wenn nach dem vorhergehenden Maß der Sterblichkeit von 24 Bewohnern einer großen Stadt jährlich einer stirbt, während auf dem Lande erst von 40 einer stirbt, so sterben z. B. in London, welche Stadt 1230000 Einwohner hat, jährlich 51250 Menschen, während von eben so viel Landleuten jährlich nur 30750 sterben, eine Differenz, die in 50 Jahren bereits über eine Million Menschen beträgt, die in der Stadt mehr, als auf dem Lande, für den Staat verloren gegangen sind. Wenn auf der ganzen Erde, wie man annimmt, 960 Millionen Menschen leben, so würden, wenn sie alle in große Städte zusammengepreßt wären, jährlich sechszehn Millionen mehr sterben, als wenn sie alle die freie, gesunde Luft unserer Landleute athmeten. Nach dem gewöhnlichen Verhältnisse der Städte und Dörfer beträgt das Uebermaß der Sterblichkeit in den Städten über das in den Dörfern bei den meisten Ländern in 25 Jahren so viel, als sonst eine allgemeine Pest wegzuraffen pflegte, so daß also der Staat durch das Zusammenpferchen der Menschen in Städten einen Schaden an seiner Bevölkerung leidet, der einer alle 25 Jahre wiederkommenden Pest gleich ist. — Und wer mag den noch viel größeren Schaden berechnen, der durch die moralische Pest, an welcher die Sitten der Bewohner großer Städte immerwährend leiden, über die Unschuld des sie umgebenden Landvolkes gebracht wird?

---

§. 5. Gehen wir nun zu der näheren Betrachtung der in Tafel I. gegebenen Mortalitätstabelle über, so zeigt diese, wie bereits erinnert wurde, wie viele von 1000 zusammen gebornen Menschen nach 1, 2, 3 . . Jahren noch am Leben sind. Man sieht, daß am Ende des zweiten Jahres nur mehr $\frac{2}{3}$ und am Ende des dritten nur mehr $\frac{3}{5}$ von der ersten Anzahl leben, an welcher entsetzlichen Sterblichkeit ohne Zweifel die Blattern die meiste Schuld tragen, da jene Tafel sich noch auf die Zeiten bezieht, in welchen die Vaccination noch nicht allgemein verbreitet war. Ueberhaupt lebt von der ursprünglichen Anzahl

nach 18 Jahren nur mehr $\frac{1}{2}$ oder die Hälfte,
nach 46 — — — $\frac{1}{3}$
nach 56 — — — $\frac{1}{4}$
nach 61 — — — $\frac{1}{5}$
nach 71 — — — $\frac{1}{10}$
nach 84 — — — $\frac{1}{50}$

und in 96 Jahren ist diese ganze Generation ausgestorben.

In Paris sollen nach den neuesten Zählungen jährlich 26000 Kinder geboren werden. Davon kommt also nur die Hälfte oder 13000 zu dem Alter von 18 Jahren, das Drittheil oder 8666 zu dem Alter von 46 Jahren, und der 50ste Theil oder nur 520 zu dem Alter von 84 Jahren. Wer daher 18 Jahre alt wird, darf sich eines Zufalles rühmen, das nur der Hälfte der Menschen zu Theil wird, und wer sein 84stes Jahr erlebt, genießt ein Glück, welches nur dem 50sten Theile der Menschen gegönnt ist. Um zu wissen, wie viel von den in Paris in einem Jahre gebornen Menschen zu einem Alter von 80 Jahren kommen, hat man $1000 : 26000 = 37 : x$ also $x = 962$ Menschen oder nahe der $\frac{1}{27}$sten Theil des Ganzen. Um aber zu erfahren, wie viele von 1000 zusammenlebenden Menschen, deren jeder z. B. 40 Jahre alt ist, in dem nächsten Jahre sterben, so zeigt die Tafel, daß von 374 vierzigjährigen Menschen in einem Jahre 7 sterben, also hat man

$$374 : 7 = 1000 : x \text{ oder } x = 19.$$

Man könnte diese Zahl $\frac{1}{x}$ die Lebenskraft des 40jährigen Alters nennen, und sie ist am größten für das Alter von 11 bis 18 Jahren, wo von 1000 Menschen nur 8 im nächsten Jahre sterben. Setzt man daher die Lebenskraft für dieses Alter gleich der Einheit, so ist sie für jedes andere Lebensalter gleich $\frac{8}{x}$, wo x auf die so eben gezeigte Weise gefunden wird. Setzt man dieses auf mehrere Zahlen der Tafel I. fort, so erhält man für eine Anzahl von 1000 Personen desselben Alters

In dem Alter	sterben in einem Jahre x	Lebenskraft $\frac{8}{x}$	In dem Alter	sterben in einem Jahre x	Lebenskraft $\frac{8}{x}$
0	250	0.03	16	8	1.00
1	199	0.04	17	8	1.00
2	65	0.12	18	8	1.00
3	40	0.20	20	9	0.99
4	24	0.33	25	11	0.73
5	21	0.36	30	14	0.57
6	19	0.42	35	17	0.47
7	16	0.50	40	19	0.42
8	15	0.53	45	21	0.39
9	13	0.62	50	30	0.27
10	9	0.99	55	35	0.23
11	8	1.00	60	43	0.19
12	8	1.00	65	62	0.13
13	8	1.00	70	80	0.10
14	8	1.00	75	102	0.08
15	8	1.00	80	135	0.06

Die Lebenskraft ist daher in den beiden ersten Jahren sehr gering, aber zu Ende des zweiten schon viermal, und zu Ende des dritten Jahres schon über siebenmal größer, als im Anfange. Zwischen den 10ten und 20sten Lebensjahre ist sie am größten, und von da nimmt sie wieder ab, bis sie nach dem 80sten Jahre wieder so schwach wird, wie im ersten. Die Wahrscheinlichkeit weiter zu leben, wächst also von der Stunde der Geburt, je weiter man sich von dieser Stunde entfernt, bis nahe zum 10ten Jahre, wo sie bis zum 20sten stationär wird und dann mit jedem folgenden Jahre wieder abnimmt.

§. 6. Nennt man nun m die Zahlen der ersten Columne der Taf. I oder ist m das Lebensalter eines Menschen und bezeichnet man eben so durch Am die jenen m entsprechende Zahl der zweiten Columne, so drückt diese Zahl Am aus, wie viele von 1000 zusammen gebornen Menschen am Ende des m^{ten} Jahres noch am Leben sind. Wenn aber von 1000 zugleich Gebornen z. B. nach 20 Jahren noch 491 leben, so werden auch von 2000 noch 982 oder von 10000 noch 4910 leben u. s. w., und überhaupt werden von einer Anzahl M in demselben Jahre gebornen Menschen nach m Jahren noch leben $M \cdot \frac{A_m}{A_o}$.

Man kann diese Bemerkung anwenden, um jede gegebene Mortalitätstafel auf eine andere gleichbedeutende zu bringen, in welcher das erste Glied A_o gleich 1000 ist, wodurch die Vergleichung der verschiedenen Mortalitätstafeln erleichtert wird. So wird man z. B. die Zahlen der oben erwähnten Northampton'schen Tafel durch $\frac{1000}{1165} = 0.8584$ multipliciren, und so erhalten

m	Am für Northampton
0	1000
10	487
20	440 u. f.

I. Eben so zeigt diese Tafel, daß von 374 jetzt zusammenlebenden 40jährigen Menschen nach 10 Jahren, wo jeder von ihnen 50 Jahre alt ist, nur mehr 300 leben, also auch von 748 nur mehr 600 oder von 1000 nur noch $1000 \frac{(300)}{374} = 802$ u. s. f., überhaupt also, daß von M jetzt zusammenlebenden m jährigen Menschen nach p Jahren nur noch leben

$$M \cdot \frac{A_{m+p}}{A_m},$$

und daß daher von ihnen in diesen p Jahren gestorben sind

$$M - M \cdot \frac{A_{m+p}}{A_m} = M \frac{A_m - A_{m+p}}{A_m}.$$

Nämlich von diesen M zusammenlebenden m jährigen Menschen leben noch am Ende

des 1sten Jahres $M \cdot \frac{A_{m+1}}{A_m}$

des 2ten . . $M \cdot \frac{A_{m+2}}{A_m}$

des 3ten . . . $M . \frac{A_{m+3}}{A_m}$

⋮

des pten . . $M . \frac{A_{m+p}}{A_m}$

und es sind daher von ihnen gestorben

in einem Jahre $M \frac{(A_m - A_{m+1})}{A_m}$ oder in dem ersten

Jahre $M \frac{(A_m - A_{m+1})}{A_m}$

in zwei Jahren $M \frac{(A_m - A_{m+2})}{A_m}$, in dem zweiten

Jahre $M \frac{(A_{m+1} - A_{m+2})}{A_m}$

in drei Jahren $M \frac{(A_m - A_{m+3})}{A_m}$, in dem dritten Jahre

$M \frac{(A_{m+2} - A_{m+3})}{A_m}$

⋮

in p Jahren $M \frac{(A_m - A_{m+p})}{A_m}$, in dem pten Jahre

$M \frac{(A_{m+p-1} - A_{m+p})}{A_m}$.

II. Die Zahlen der dritten Columne, die wir durch Bm bezeichnen, sind die Differenzen der ihr entsprechenden und der nächstfolgenden Zahl der zweiten Columne, oder es ist

$$B_m = A_m - A_{m+1}.$$

Die Zahl Bm drückt daher aus, wie viel von 1000 zugleich Gebornen während einem jeden Jahre m sterben. Von jenen 1000 erreichen z. B. 374 das Ende des 40sten Jahres und im nächsten Jahre sterben 7 von diesen 374 oder von 53 vierzigjährigen Personen stirbt einer in dem nächsten Jahre. Ueberhaupt aber werden von M zugleich gebornen Personen im ihrem m^{ten} Lebensjahre sterben $M . B_m$ und von M zusammen lebenden mjährigen Personen werden im nächsten Jahre sterben

$$M . \frac{B_m}{A_m}.$$

III. Die Zahlen der dritten Columne der Tafel I, die wir durch Cm bezeichnen, sind die Summen aller Zahlen der zweiten Columne A, von unten auf addirt. Diese Columne zeigt also, daß von 1000 zusammen gebornen Menschen nur 3 leben, die 94 Jahre oder darüber sind, und daß von ihnen 6 leben, deren jeder 93 Jahre oder noch älter ist, u. s. w. Die Zahlen Cm dieser Tafel können daher so ausgedrückt werden

$$C_m = A_m + A_{m+1} + A_{m+2} + A_{m+3} + \ldots$$

diese Reihe so weit fortgesetzt, bis eines ihrer Glieder und sonach auch alle folgenden verschwinden. Die Zahlen dieser Columne zeigen also an, daß von 1000 zusammen Gebornen nach m Jahren noch eine Anzahl gleich Cm solcher Personen leben, die entweder m Jahre oder auch noch älter sind.

§. 7. Nach dem Vorhergehenden leben von M jetzt m jährigen Personen am Ende

des 1sten Jahres . . $M . \frac{A_{m+1}}{A_m}$

des 2ten — . . $M . \frac{A_{m+2}}{A_m}$

des 3ten — . . $M . \frac{A_{m+3}}{A_m}$ u. s. f.

welche Reihe so weit fortgesetzt wird, bis eines ihrer Glieder nach der Taf. I verschwindet, wo dann auch alle folgenden gleich Null werden. Addirt man alle diese Glieder und dividirt ihre Summe durch die ursprüngliche Anzahl M der Personen, so erhält man die mittlere Lebensdauer eines m jährigen Menschen, oder die Zahl, welche anzeigt, wie viele Jahre jede dieser M Personen, die jetzt m Jahre alt sind, noch leben würden, wenn sie alle gleich alt werden sollten. Diese mittlere Lebensdauer ist daher gleich

$$\frac{1}{A_m}(A_{m+1} + A_{m+2} + A_{m+3} \ldots)$$

oder nach der Bezeichnung des §. 6 gleich $\frac{C_{m+1}}{A_m}$.

Nimmt man aber der Natur der Sache gemäßer an, daß sie während dem Laufe des Jahres gleichförmig absterben, daß sie also im Allgemeinen alle noch die Mitte des Jahres erreichen, so wird man zu dem vorhergehenden Quotienten noch $\frac{1}{2}$ addiren, und so für die mittlere Lebensdauer F den Ausdruck erhalten

$$F_m = \frac{1}{2} + \frac{C_{m+1}}{A_m} = \frac{1}{2} + \frac{1}{A_m}(A_{m+1} + A_{m+2} + A_{m+3} + ..)$$

So ist z. B. für 30jährige Personen $m = 30$, $A_m = 439$, $C_{m+1} = 12324$ also $F_{30} = 28.07 + \frac{1}{2} = 28.57$.

Die Tafel III enthält diese Größe Fm für alle Werthe von m. Ihr ist auch eine kleine Tabelle beigefügt, welche die Größe m für alle alle Werthe von Fm gibt, und die uns erst in der Folge nützlich seyn wird.

I. Diese mittlere Lebensdauer muß aber von der sogenannten wahrscheinlichen Lebensdauer unterschieden werden, welche letztere die Zeit ist, in welcher die Hälfte der Personen dieses Alters gestorben sind. Um z. B. die wahrscheinliche Lebensdauer eines 50jährigen Menschen zu finden, gibt die Columne A die Zahl 300, und deren Hälfte 150 steht in derselben Columne bei 66.2, also ist die wahrscheinliche Lebensdauer 66.2 — 50 = 16.2 Jahre. Man findet so

Alter . . .	wahrsch. Lebensdauer
5	46
10	44
15	40
20	34
30	29
40	23
50	16
60	11
70	7
80	5

§. 8. Nach §. 6. I. leben von M Personen, deren jede jetzt m Jahr alt ist, nach p Jahren noch $M \cdot \frac{A_{m+p}}{A_m}$. Nach den ersten Gründen der Probabilitätsrechnung ist aber die Wahrscheinlichkeit, daß von A gleichmöglichen Fällen, unter welchen a günstige und b ungünstige sind, ein günstiger Fall eintrete, gleich $\frac{a}{A}$ und ein ungünstiger gleich $\frac{b}{A} = \frac{A-a}{A}$. Da nun unter M Personen des Alters m nur M . $\frac{A_{m+p}}{A_m}$ das p^{te} Jahr erreichen, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine von diesen M Personen das p^{te} Jahr erreicht, gleich der Größe

M . $\frac{A_{m+p}}{A_m}$ dividirt durch M, oder gleich $\frac{A_{m+p}}{A_m}$ und daher auch die Wahrscheinlichkeit des Gegentheils, daß nämlich einer von diesen M Personen des Alters m das p^{te} Jahr nicht erreiche, gleich $\frac{1 - A_{m+p}}{A_m} = \frac{A_m - A_{m+p}}{A_m}$.

Ex. Ist $m = 20$ und $p = 30$, so ist $A_m = 491$, $A_{m+p} = 300$, also ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein 20jähriger Mensch das 50ste Jahr erreiche, $\frac{A_{m+p}}{A_m} = 0.61$ oder nur der $\frac{61}{100}$ste Theil der Gewißheit, und da diese Wahrscheinlichkeit größer ist, als $\frac{1}{2}$, so ist es auch wahrscheinlicher, daß er dieses Alter erreichen, als daß er es nicht erreichen wird. Die Wahrscheinlichkeit nämlich, daß er das 50ste Jahr seines Lebens nicht erreichen wird, ist $1 - \frac{A_{m+p}}{A_m} = 0.39$.

I. Da von 1000 zusammen Gebornen die Anzahl der m jährigen gleich A_m, die der p jährigen gleich A_p und die der $p+q$ jährigen gleich A_{p+q} ist, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein solcher Mensch zwischen seinen p und $p+q^{ten}$ Jahr sterbe, gleich $\frac{A_p - A_{p+q}}{A_m}$ und die Wahrscheinlichkeit des Gegentheils, daß er nämlich in dieser Zwischenzeit nicht sterbe, ist $1 - \frac{(A_p - A_{p+q})}{A_m}$.

Dieß schließt aber den Fall nicht aus, daß er früher oder auch später sterbe, als zwischen seinem p^{ten} und $p+q^{ten}$ Jahre.

Die Wahrscheinlichkeit nämlich, daß er das $p+q^{te}$ Jahr noch erleben werde, ist gleich $\frac{A_{m+p+q}}{A_m}$.

Ex. $m=20$, $p=30$ und $q=10$ gibt die Wahrscheinlichkeit, daß ein 20jähriger Mensch zwischen seinem 50 und 60sten Jahr sterbe $\frac{A_p - A_{p+q}}{A_m} = 0.13$, und die Wahrscheilichkeit, daß er noch 40 Jahre lebe oder daß er das 60ste Altersjahr erreiche, $\frac{A_{m+p+q}}{A_m} = 0.42$, also die letzte Wahrscheinlichkeit viel größer, als die erste.

Ex. II. $m=20$, $p=30$, $q=20$ gibt die Wahrscheinlichkeit, daß ein 20jähriger Mann binnen den nächsten 30 und 50 Jahren, d. h. zwischen seinem 50 und 70sten Jahre sterben wird, gleich $\frac{A_p - A_{p+q}}{A_m} = 0.28$, also auch die Wahrscheinlichkeit, daß er in dieser Zwischenzeit nicht, daß er nämlich vor oder nach dieser Zeit sterben wird, gleich 0.72. Die Wahrscheinlichkeit aber, daß ein 20jähriger Mann noch volle 50 Jahr leben wird, ist $\frac{A_{m+p+q}}{A_m} = 0.23$; hier und immer vorausgesetzt, daß die Gewißheit eines solchen Ereignisses durch die Einheit ausgedrückt wird, und daß also z. B. ein Ereigniß eben so wahrscheinlich als unwahrscheinlich ist, wenn seine Wahrscheinlichkeit gleich $\frac{1}{2}$ ist.

§. 9. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein mjähriger Mensch nach p Jahren noch leben wird, ist, nach §. 8, gleich $\frac{A_{m+p}}{A_m}$. Eben so ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein njähriger Mann nach p Jahren noch lebe, gleich $\frac{A_{n+p}}{A_n}$. Also ist auch, nach einem andern bekannten Grundsatze der Probabilitätsrechnung, die Wahrscheinlichkeit, daß beide nach p Jahren noch leben, gleich dem Producte jener beiden Ausdrücke oder gleich

$$\frac{A_{m+p}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+p}}{A_n}.$$

I. Da aber, wie immer, diese Wahrscheinlichkeit und die des Gegentheils zusammen gleich der Gewißheit oder gleich der Einheit seyn müssen, so ist auch die Wahrscheinlichkeit, daß jene beiden Personen nach p Jahren nicht mehr zusammen leben, daß also entweder die eine derselben oder vielleicht beide gestorben sind, gleich $1 - \frac{A_{m+p}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+p}}{A_n}$.

II. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine bestimmte dieser beiden Personen, z. B. die erste mjährige nach p Jahren noch lebe, die andere njährige aber dann schon todt sei, ist

$$\frac{A_{m+p}}{A_m}\left(1 - \frac{A_{n+p}}{A_n}\right).$$

III. Eben so ist die Wahrscheinlichkeit, daß die zweite njährige noch lebe, die erste aber schon todt sei,

$$\frac{A_{n+p}}{A_n}\left(1 - \frac{A_{m+p}}{A_m}\right).$$

IV. Endlich ist die Wahrscheinlichkeit, daß nach p Jahren beide schon todt sind $\left(1 - \frac{A_{m+p}}{A_m}\right)\left(1 - \frac{A_{n+p}}{A_n}\right)$, also auch die Wahrscheinlichkeit, daß nach p Jahren nicht alle zwei todt sind, sondern einer oder auch alle beide noch leben,

$$1 - \left(1 - \frac{A_{m+p}}{A_m}\right)\left(1 - \frac{A_{n+p}}{A_n}\right)$$
$$= \frac{A_{m+p}}{A_m} + \frac{A_{n+p}}{A_n} - \frac{A_{m+p}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+p}}{A_n}.$$

§. 10. Wollte man diese Betrachtungen auf mehr als zwei Personen fortsetzen, so hat man z. B. für drei Personen, deren die erste jetzt m, die zweite n und die dritte o Jahr alt ist, die Wahrscheinlichkeit, daß sie nach p Jahren alle drei noch zusammen leben, $\frac{A_{m+p} \,.\, A_{n+p} \,.\, A_{o+p}}{A_m\, A_n\, A_o}$; also auch, wenn sie alle von gleichem Alter sind, $\left(\frac{A_{m+p}}{A_m}\right)^3$.

Die Wahrscheinlichkeit aber, daß nach p Jahren die beiden ersten Personen noch leben, die dritte aber schon todt sei, ist

$$\frac{A_{m+p}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+p}}{A_n}\left(1 - \frac{A_{o+p}}{A_o}\right).$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß nach p Jahren der erste und der zweite schon todt sei, der dritte aber noch lebe, oder die Wahrscheinlichkeit, daß der dritte die beiden andern nach p Jahren überlebt habe, ist

$$\left(1 - \frac{A_{m+p}}{A_m}\right)\left(1 - \frac{A_{n+p}}{A_n}\right) \cdot \frac{A_{o+p}}{A_o}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß von diesen drei Personen nach p Jahren wenigstens eine gestorben sei, ist

$$1 - \frac{A_{m+p} \cdot A_{n+p} \cdot A_{o+p}}{A_m \, A_n \, A_o}$$

und die, daß nach p Jahren wenigstens eine dieser Personen noch lebe, ist

$$1 - \left(1 - \frac{A_{m+p}}{A_m}\right)\left(1 - \frac{A_{n+p}}{A_n}\right)\left(1 - \frac{A_{o+p}}{A_o}\right) \text{ u. s. w.}$$

§. 11. Es sei M eine Anzahl von zwei zu irgend einem Zwecke verbundener Menschen, z. B. eine Anzahl von Ehepaaren, von welchen alle Männer jetzt m, und alle Frauen n Jahre alt sind. Wie werden sich diese Paare nach p Jahren verhalten?

Wendet man das in §. 10 Gesagte auf diese Frage an, so findet man, daß nach p Jahren seyn werden

noch zusammen lebende Paare . . $M \cdot \frac{A_{m+p}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+p}}{A_n}$

Witwen (wo die m jährigen Männer schon todt sind) . .

$$M \cdot \frac{A_{n+p}}{A_n}\left(1 - \frac{A_{m+p}}{A_m}\right)$$

Witwer (wo die n jährigen Frauen schon todt sind) . .

$$M \cdot \frac{A_{m+p}}{A_m}\left(1 - \frac{A_{n+p}}{A_n}\right)$$

und ganz ausgestorbene Paare . .

$$M\left(1 - \frac{A_{m+p}}{A_m}\right)\left(1 - \frac{A_{n+p}}{A_n}\right).$$

Ex. Von 1000 Ehepaaren seyen die Männer jetzt 30 und die Frauen 20 Jahre alt, so wird man nach 10 Jahren haben, da $m = 30$, $n = 20$, $p = 10$ ist,

Noch lebende Paare	762
Witwen	132
Witwer	90
Ausgestorbene Paare	16
Summe aller Paare	1000.

Nach vierzig Jahren aber, wo die noch lebenden Männer 70 und die Frauen 60 Jahre alt seyn werden, wird man haben

Noch lebende Paare	109
Witwen	319
Witwer	146
Ausgestorbene Paare	426
Summe aller Paare	1000.

§. 12. Wir wollen nun die letzte Frage so wenden, daß man die Zeit oder die Anzahl Jahre sucht, während welchen ein gegebenes Paar noch zusammen lebt, bis eines von ihnen stirbt. Man nennt diese Zeit die Dauer des Zusammenlebens oder die Verbindungsdauer, wofür wir kurz die Ehedauer setzen wollen.

Von M Paaren, in welchen jeder Mann jetzt m, und jede Frau n Jahre alt ist, leben (nach §. 11) noch zusammen in dem folgenden

ersten Jahre . . $M \cdot \frac{A_{m+1}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+1}}{A_n}$

zweiten — . . $M \cdot \frac{A_{m+2}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+2}}{A_n}$

dritten — . . $M \cdot \frac{A_{m+3}}{A_m} \cdot \frac{A_{n+3}}{A_n}$ u. s. f.

und diese Reihe wird offenbar so lange fortgesetzt, bis nach der Tafel I eines der Glieder $\frac{A_{m+p}}{A_m}$ oder $\frac{A_{n+p}}{A_n}$ gleich Null wird, wo dann die übrigen alle ebenfalls verschwinden. Addirt man dann alle diese Glieder, und dividirt diese Summe durch M, so erhält man für die gesuchte mittlere Ehedauer

$$G^m_n = \frac{1}{A_m A_n} \cdot [A_{m+1} A_{n+1} + A_{m+2} A_{n+2} + A_{m+3} A_{n+3} + \ldots]$$

I. Ganz eben so erhält man für die mittlere Dauer des Ueberlebens der zweiten Person n oder der Frau, d. h. für die Dauer des Witwenstandes $\frac{1}{A_n} A_{n+1}\left(1-\frac{A_{m+1}}{A_m}\right)$

$$+\frac{1}{A_n}\cdot A_{n+2}\left(1-\frac{A_{m+2}}{A_m}\right)+\frac{1}{A_n}\cdot A_{n+3}\left(1-\frac{A_{m+3}}{A_m}\right)+\ldots$$

oder, da nach §. 7 die mittlere Lebensdauer

$$\frac{A_{n+1}}{A_n}+\frac{{}_{n}A_{+2}}{A_n}+\frac{A_{n+3}}{A_n}+\ldots=\frac{C_{n+1}}{A_n}$$ ist, so ist die Dauer des Witwenstandes $\frac{C_{n+1}}{A_n}-G_n^m$.

II. Für die Dauer des Ueberlebens der ersten Person m oder des Mannes, d. h. für die Dauer des Witwerstandes ist eben so $\frac{1}{A_m}\cdot A_{m+1}\left(1-\frac{A_{n+1}}{A_n}\right)+\frac{1}{A_m}\cdot A_{m+2}\left(1-\frac{A_{n+2}}{A_n}\right)$

$+\frac{1}{A_m}\cdot A_{m+3}\left(1-\frac{A_{n+3}}{A_n}\right)+]$ oder einfacher $\frac{C_{m+1}}{A_m}-G_n^m$.

III. Endlich ist für die mittlere Dauer des gänzlichen Aussterbens dieses Paares $\left(1-\frac{A_{m+1}}{A_m}\right)\left(1-\frac{A_{n+1}}{A_n}\right)$

$$+\left(1-\frac{A_{m+2}}{A_m}\right)\left(1-\frac{A_{n+2}}{A_n}\right)+\left(1-\frac{A_{m+3}}{A_m}\right)\left(1-\frac{A_{n+3}}{A_n}\right)+$$

oder kürzer $N-\frac{C_{m+1}}{A_n}-\frac{C_{n+1}}{A_n}+G_n^m$ wo N die Anzahl der Glieder der letzten Reihe ist.

Das Vorhergehende setzt voraus, daß alle Trennungen der Paare im Anfange des Jahres geschehen. Da sie aber im Laufe des ganzen Jahres im allgemeinen gleichförmig vor sich gehen, so wird man (wie S. 65) zu allen diesen vier Ausdrücken noch die Zahl $\frac{1}{2}$ addiren.

Ex. Sei das Alter des Mannes $m = 90$ und das der Frau $n = 80$, so gibt die Tafel I

$A_{m+1} = 5$	$A_{n+1} = 32$	und ihr Product . .	160
4	28		112
3	24		72
2	20		40
1	17		17
0	14		0
		Summe . .	401

Weiter ist $A_m = 6$, $A_n = 37$ also die Ehedauer

$$G_n^m = \frac{401}{222} + \tfrac{1}{2} = 2.31.$$

Die Dauer des Ueberlebens von n oder die Dauer des Witwenstandes ist

$$\frac{C_{n+1}}{A_n} - G_n^m + \tfrac{1}{2} = \frac{186}{37} - 2.31 + \tfrac{1}{2} = 3.22 \text{ Jahre}$$

oder wenn n eher stirbt, die Dauer des Witwenstandes

$$\frac{C_{m+1}}{A_m} - G_n^m + \tfrac{1}{2} = \frac{15}{6} - 2.31 + \tfrac{1}{2} = 0.69 \text{ Jahre.}$$

Eben so hat man für $m = 40$ und $n = 30$ die Dauer der Ehe, $G_n^m = 17.11$, die Dauer des Witwerstandes

$$\frac{C_{n+1}}{A_n} - G_n^m + \tfrac{1}{2} = \frac{12324}{439} - 17.11 + \tfrac{1}{2} = 11.46$$

und die Dauer des Witwerstandes

$$\frac{C_{m+1}}{A_m} - G_n^m + \tfrac{1}{2} = \frac{8279}{374} - 17.11 + \tfrac{1}{2} = 5.53$$

Die Tafel IV und V geben diese Dauer der Ehe sowohl, als die des Ueberlebens für jedes Paar, deren Alter m und n bekannt sind.

§. 13. Man sieht aus dem Vorhergehenden, daß man, wenn man nur die Dauer der Verbindung oder der Ehe kennt, daraus die Dauer der Witwenschaft, der Witwerschaft und des gänzlichen Aussterbens des Paares durch eine leichte Rechnung finden kann. Da man diese Größe in der Folge noch oft brauchen wird, so wird es vortheilhaft seyn, wenigstens die der Ehedauer G_n^m in eine Tafel wie Tab. IV zu bringen, weil sich die drei übrigen leicht aus dieser Tafel finden lassen. Zur bequemern Berechnung des Werthes G^{m}_{n} oder, was dasselbe ist, des Werthes G^{n}_{m}, kann man sich des folgenden Verfahrens bedienen.

Hat man durch eine unmittelbare Berechnung des Ausdruckes oder der Ehedauer

$$G^{m}_{n} = \frac{1}{A_m A_n} [A_{m+1} A_{n+1} + A_{m+2} A_{n+2} + ..]$$

für einen gegebenen Werth von m und n gefunden, so läßt sich daraus auch die Ehedauer G^{m+p}_{n+p} für ein anderes Paar, in welcher beide Personen um p Jahr älter sind, als in dem ersten Paare, ohne Mühe bestimmen.

Es war

$$G^{m}_{n} = \frac{1}{A_m A_n} [A_{m+1} A_{n+1} + A_{m+2} A_{n+2} \ldots A_{n+p} A_{n+p}]$$

$$+ \frac{1}{A_m A_n} [A_{m+p+1} A_{n+p+1} + A_{m+p+2} A_{n+p+2} + ..]$$

Sei die erste Reihe, die nur bis zu den p^{ten} Gliede fortgesetzt wird, gleich Q, so hat man, da

$$G^{m+p}_{n+p} = \frac{1}{A_{m+p} A_{n+p}} [A_{m+p+1} A_{n+p+1} + A_{m+p+2} A_{n+p+2} + ..]$$

ist, auch sofort

$$G^{m+p}_{n+p} = [G^{m}_{n} - Q]. \frac{A_m A_n}{A_{m+p} A_{n+p}}.$$

Ex. Für $m = 40$ und $n = 30$ findet man

$G^{m}_{n} = G^{40}_{30} = 17.11$. Man suche G^{41}_{31}.

Setzt man $p = i$ so ist $Q = \frac{A_{m+1} A_{n+1}}{A_m A_n} = 0.968$

also ist auch

$$G^{41}_{31} = (17.11 - 0.968) \frac{374}{367} \cdot \frac{439}{433} = 16.66.$$

I. Nimmt man, was in einer ersten Annäherung erlaubt ist, die Abnahme der Größen A_m, A_{m+1}, A_{m+2} .. in der Tafel I. gleichförmig an, so kann man für den oben (S. 70) gegebenen analytischen Ausdruck der Verbindungsdauer auch den folgenden setzen

$$G_n^m = \frac{1}{A_m\, A_n} \cdot \int (A_m - \triangle\, A_m) \,.\, (A_n - \triangle\, A_n)\; dx$$

wo $\triangle \,.\, A_m = \frac{x \,.\, A_m}{2\, F_m}$ und $\triangle \,.\, A_n = \frac{x \,.\, A_n}{2\, F_n}$ ist, und F_m, F_n die oben (S. 65) erwähnte mittlere Lebensdauer bezeichnet. Dieser Ausdruck gibt

$$G_n^m = \int \left[1 - \frac{x}{2}\left(\frac{1}{F_m} + \frac{1}{F_n}\right) + \frac{x^2}{4} \cdot \frac{1}{F_m F_n}\right] dx$$

also auch, wenn man integrirt,

$$G_n^m = x - \frac{x^2}{4}\left(\frac{1}{F_m} + \frac{1}{F_n}\right) + \frac{x^3}{12} \cdot \frac{1}{F_m F_n}.$$

und endlich, wenn man dieses Integral von $x = 0$ bis $x = 2\, F_m$ nimmt, wo m die größere Zahl von den beiden m und n ist,

$$G_n^m = F_m - \frac{1}{3} \cdot \frac{(F_m)^2}{F_n}$$

wozu man wieder, wie S. 65, die Größe $\frac{1}{2}$ addiren wird.

Ex. I. $m = 50$, $n = 20$ gibt $F_m = 16.95$, $F_n = 35.03$ also $G_n^m = 14.72$. Nach der Tafel IV ist $G_n^m = 14.63$.

Ex. II. $m = 40$, $n = 30$ gibt $F_m = 22.64$, $F_n = 28.57$ also $G_n^m = 17.16$. Nach Tafel IV ist $G_n^m = 17.11$.

---

§. 14. Bisher haben wir uns nur mit der Dauer des einfachen menschlichen Lebens sowohl, als auch mit der Dauer der Verbindungen von zwei oder mehreren Leben beschäftiget. Wir gehen nun zu Fragen anderer Art über, deren Antworten durch das Vorhergehende vorbereitet wurden. Welche Summe wird z. B. ein Mann von m Jahren einem anderen oder einer zu solchen Zwecken eingerichteten Casse jetzt geben müssen, wenn er dafür von dieser Casse bis an seinen Tod jährlich eine bestimmte Rente verlangt, oder wenn diese Casse, ohne ihm selbst, so lange er lebt, etwas zurückzuzahlen, bei seinem Tode seinen Erben eine bestimmte Summe als Capital, oder wenn sie bei seinem Tode einer bestimmten Person, z. B. seiner Witwe jährlich eine bestimmte Rente bis an den Tod dieser Person entrichten soll u. s. w. Da das Alter dieses Mannes sowohl, als das seiner bestimmten Erben bekannt ist, so wird sich, nach dem Vorhergehenden, auch das wahrscheinliche Alter dieser Personen und daher der eigentliche Werth dieser von der Casse geforderten Zahlungen bestimmen lassen.

Diese Zahlungen müssen, wenn weder der Mann, noch die Casse verlieren soll, offenbar so eingerichtet seyn, daß die Summe oder die Summen, welche die Casse in verschiedenen Zeiträumen bezahlt, denselben wahren Werth haben, welcher die anfängliche Zahlung des Mannes an die Casse hat. Wenn z. B. die Casse heute 100 Gulden erhält, so wird sie am Ende eines oder mehrerer Jahre nicht nur diese 100 Gulden, als das empfangene Capital, sondern sie wird auch die Zinsen zurückgeben müssen, welche ihr dieses Capital in der Zwischenzeit getragen hat, da dieser Nutzen, welchen die Zinsen bringen, dem Verleiher des Capitals zu gute kommen müssen, indem man der allgemeinen Billigkeit gemäß bei Unternehmungen dieser Art voraussetzt, daß die Casse weder einen Gewinn sucht, noch auch, da sie noch ferner bestehen soll, einen Schaden leiden darf.

Gewöhnlich wird angenommen, daß die Casse die von den Mitgliedern erhaltenen Capitalien auf Zinseszinsen auslegt, daher die Mitglieder zu den in ihrem Vertrage bestimmten Zeiten auch ihre Capitalien mit den Zinseszinsen derselben wieder erhalten sollen. Wir wollen hier und im Folgenden dieselbe Voraussetzung beibehalten.

§. 15. Um zu finden, wie groß ein heute auf Zinseszinsen ausgelegtes Capital a nach n Jahren seyn wird, sei r der Zinsfuß, auf welchen das Capital angelegt wird (also z. B. $1 = 1.05$, wenn es zu 5 pCt. oder $r=1.04$, wenn es zu 4 pCt. angelegt wird, so, daß 1 Gulden Capital jährlich $(r-1)$ Gulden Interesse trägt.)

Am Ende des ersten Jahres wird das so vermehrte Capital x gleich ar seyn, weil $1:r=a:x$ ist. Am Ende des zweiten Jahres wird das Capital y^1 gleich ar^2 seyn, weil $1:r=x:y^1$ ist. Eben so wird es am Ende des dritten Jahres gleich ar^3 und überhaupt am Ende des nten Jahres gleich ar^n seyn. Die Tafel XXIII gibt diese Werthe von ar^n für $a=100$ Gulden.

Also auch umgekehrt: eine Summe, die jetzt gleich a ist, hatte vor einem Jahre nur den Werth $\frac{a}{r}$, vor zwei Jahren den Werth $\frac{a}{r^2}$ und vor n Jahren den Werth $\frac{a}{r^n}$. Wenn also in Folge eines Vertrages die Casse von heute nach n Jahren die Summe a zahlen soll, so ist der heutige Werth dieser Summe nur $\frac{a}{r^n}$, oder so ist es, in Beziehung auf den Vor- oder Nachtheil der Casse, dasselbe, ob sie von heute nach n Jahren die Summe a zahlt, oder ob sie heute schon die kleinere Summe $\frac{a}{r^n}$ entrichtet. Die Tafel XXIV gibt diese Werthe von $\frac{a}{r^n}$ für $a=100$. Wenn also diese Zinsen alle Jahre einmahl gezahlt und wieder zu dem Capital auf Interessen gelegt werden, so ist der Werth eines Capitals a nach n Jahren gleich $A=a.r^n$ und vor n Jahren gleich $A=\frac{a}{r^n}$. Wenn aber diese Zinsen alle t^{tel} Jahre gezahlt und wieder zum Capital geschlagen werden, so findet man den Werth des Capitals a nach n Jahren gleich $A=a\left(1+\frac{r-1}{t}\right)^{tn}$ und vor n Jahren gleich

$$A'=\frac{a}{\left(1+\frac{r-1}{t}\right)^{tn}},$$

wo z. B. $t=2,4,12$ ist, wenn die Zinsen alle 6, alle 3 oder alle Monate gezahlt werden. Nähme man $t=\infty$, d. h. setzt man voraus, daß die Zinsen alle Augenblicke gezahlt werden, so erhält man, wenn man die Größe

$\left(1+\frac{r-1}{t}\right)^{tn}$ nach den Binomium auflöſ't, für den Werth des Capitals a nach n Jahren $A = a.\varepsilon^{n(r-1)}$, wo log. nat. $\varepsilon = 1$ iſt. Die Tafel XXVII gibt die Werthe von ε^m.

§. 16. Wenn wir dieſe Betrachtungen auf die verſchiedenen Fragen anwenden, die ſich nun darbiethen und von denen wir im Anfange des §. 14 einige erwähnt haben; ſo kann man vorausſehen, daß Ausdrücke der Art, wie

$$\frac{A_m}{r},\ \frac{A_m}{r^m},\ \frac{A_m}{r}.\ \frac{A_n}{r},\ \frac{A_m}{r^m}.\ \frac{A_n}{r^n}$$

ſo wie auch Reihen von der Form

$$\frac{A_m}{r}+\frac{A_{m+1}}{r^2}+\frac{A_{m+2}}{r^3}+\text{ oder}$$

$$\frac{A_m A_n}{r^m.\,r^n}+\frac{A_{m+1}A_{n+1}}{r^{m+1}r^{n+1}}+\frac{A_{m+2}}{r^{m+2}}.\ \frac{A_{n+2}}{r^{n+2}}+\ .\ .\ .$$

öfter vorkommen werden. Es wird daher zweckmäßig ſeyn, ſchon jetzt einige abkürzende Bezeichnungen einzuführen, um jene Ausdrücke leichter darſtellen, und zur Berechnung bequemer machen zu können.

Es ſei alſo, wenn m wieder, wie bisher, die Werthe der natürlichen Zahlen 0,1,2,3. hat $D_m = \frac{A_m}{r^m}$ und

$$E_m = \frac{1}{r^{m-1}}\left(\frac{A_m}{r}+\frac{A_{m+1}}{r^2}+\frac{A_{m+2}}{r^3}+\ .\ .\right)$$

alſo auch $D_{m+1} = \frac{A_{m+1}}{r^{m+1}}$ und

$$E_{m+1} = \frac{1}{r^m}\left(\frac{A_{m+1}}{r}+\frac{A_{m+2}}{r^2}+\frac{A_{m+3}}{r^3}+\ .\ .\ .\right).$$

I. Subſtituirt man in dem letztern Ausdrucke die Werthe von $\frac{A_{m+1}}{r^{m+1}} = D_{m+1}$, $\frac{A_{m+2}}{r^{m+2}} = D_{m+2}$, $\frac{A_{m+3}}{r^{m+3}} = D_{m+3}$ u. ſ. w.
ſo erhält man $E_{m+1} = D_{m+1} + D_{m+2} + D_{m+3} +$
und eben ſo $E_m = D_m + D_{m+1} + D_{m+2} +$
alſo auch der beiden letzten Größen Unterſchied

$$E_m - E_{m+1} = D_m.$$

II. Setzt man die Reihe $\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + ..$ nur bis $\frac{A_{m+p}}{r^p}$ fort, so ist der Werth derselben gleich

$$\left(\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + \ldots \text{ ohne Ende}\right)$$

$$-\left(\frac{A_{m+p+1}}{r^{p+1}} + \frac{A_{m+p+2}}{r^{p+2}} + \frac{A_{m+p+3}}{r^{p+3}} + \text{ ohne Ende}\right).$$

Aber der erste Theil dieses Ausdrucks ist gleich $r^m\,E_{m+1}$ und der zweite ist nach derselben Bezeichnung gleich

$$\frac{1}{r^p}\left(\frac{A_{m+p+1}}{r} + \frac{A_{m+p+2}}{r^2} + \frac{A_{m+p+3}}{r^3} + ..\right)$$

$$= \frac{1}{r^p} \,.\, r^{m+p} \,.\, E_{m+p+1} = r^m\,E_{m+p+1},$$

also hat man für die bei p abbrechende Reihe

$$\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + .. \frac{A_{m+p}}{r^p} = r^m\,(E_{m+1} - E_{m+p+1})$$

und eben so

$$\frac{A_m}{r} + \frac{A_{m+1}}{r^2} + \frac{A_{m+2}}{r^3} + .. \frac{A_{m+p-1}}{r^p} = r^{m-1}\,(E_m - E_{m+p})$$

während man für diese ohne Ende fortlaufende Reihen hat

$$\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + \ldots = r^m \,.\, E_{m+1} \text{ und}$$

$$\frac{A_m}{r} + \frac{A_{m+1}}{r_2} + \frac{A_{m+2}}{r^3} + \ldots = r^{m-1} \,.\, E_m \quad .$$

III. Endlich wollen wir, um die folgenden Ausdrücke noch mehr abzukürzen, die Reihe

$$\frac{1}{A_m\,A_n}\left(\frac{A_{m+1}\,A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}\,A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}\,A_{n+3}}{r^3} + ..\right)$$

durch $\overset{m}{\underset{n}{I}}$ bezeichnen.

§. 17. Die durch D_m und E_m bezeichneten Größen sind zur größeren Bequemlichkeit den folgenden Rechnungen bereits in der Tafel VI und zwar für den Zinsfuß $r = 1.03$ und 1.04 und 1.05 angegeben, wodurch wohl alle Gattungen von Zinsen, die bei uns vorkommen, umfaßt werden. Die Größe D_m dieser Tafel enthält nämlich die entsprechende Größe A_m der

Tafel I, dividirt durch r^m, und die Zahlen der Columne E_m sind die Summen der Zahlen D_m der vorhergehenden Columne, von unten auf addirt, so daß man also hat, wie §. 16. I, $D_m = \frac{A_m}{r^m}$ und

$$E_m = D_m + D_{m+1} + D_{m+2} + \ldots \text{ oder, was dasselbe ist,}$$

$$E_{m+1} = \frac{1}{r^m}\left(\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

I. Es ist nun nur noch übrig, auch für die Größe

$$I_n^m = \frac{1}{A_m\, A_n}\left(\frac{A_{m+1}\, A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}\, A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}\, A_{n+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

ähnliche Tafeln zu haben und die Mittel, diese leicht und bequem zu berechnen, aufzusuchen.

Nehmen wir zuerst, wie oben (S. 73) an, daß man bereits den Werth von I_n^m für einen gegebenen Werth von m und n nach den zuletzt gegebenen Ausdrucke vollständig berechnet habe, und daß man nun den Werth von I_{n+p}^{m+p} daraus ableiten will.

Es ist aber, analog mit dem letzten Ausdrucke,

$$I_{n+p}^{m+p} = \frac{1}{A_{m+p}\, A_{n+p}}\left(\frac{A_{m+p+1}\, A_{n+p+1}}{r} + \frac{A_{m+p+2}\, A_{n+p+2}}{r^2} + \ldots\right)$$

und zuvor war

$$I_n^m = \frac{1}{A_m\, A_n}\left(\frac{A_{m+1}\, A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}\, A_{n+2}}{r^2} + \ldots \frac{A_{m+p} A_{n+p}}{r^p}\right)$$
$$+ \frac{1}{r^p A_m\, A_n}\left(\frac{A_{m+p+1}\, A_{n+p+1}}{r} + \frac{A_{m+p+2}\, A_{n+p+2}}{r^2} + \ldots\right)$$

Substituirt man aber in dem letzten Gliede dieses Ausdrucks den Werth der eingeschlossenen Größe aus der vorhergehenden Gleichung, so erhält man, wenn man die endliche Reihe

$$\frac{1}{A_m\, A_n}\left(\frac{A_{m+1}\, A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}\, A_{n+2}}{r^2} + \ldots \frac{A_{m+p}\, A_{n+p}}{r^p}\right) = R$$

setzt, folgende Gleichung

$$I_n^m = R + \frac{1}{r^p \cdot A_m\, A_n} \cdot A_{m+p}\, A_{n+p} \cdot I_{n+p}^{m+p}$$

und man hat daher für den gesuchten Werth von

$$I^{m+p}_{n+p} = (I^m_n - R) \cdot \frac{r^p A_m\, A_n}{A_{m+p}\, A_{n+p}}.$$

Ex. Sei $m = 40$ und $n = 30$, $r = 1.04$. Hat man bereits I^{40}_{30} $= 10.78$ gefunden, so ist weiter $R = \frac{A_{41}\, A_{31}}{rA_{40}\, A_{30}} = 0.931$ und daher $I^{41}_{31} = (10.78 - 0.931)\; 1.0745 = 10.58$,

ein Verfahren, welches zur Construction von Tafeln für die Größe I^m_n nicht unbequem ist.

II. Bequemer noch, aber, besonders für einen höheren Zinsfuß, nicht mehr völlig genau, ist folgende Methode.

Es war

$$I^m_n = \frac{1}{A_m\, A_n}\left(\frac{A_{m+1}\, A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}\, A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}\, A_{n+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

Sei eben so

$$G_\mu = \frac{1}{A_\mu}\left(\frac{A_{\mu+1}}{r} + \frac{A_{\mu+2}}{r^2} + \frac{A_{\mu+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

Der letzte Ausdruck G_μ ist durch die bereits gegebene Tafel VI sehr leicht zu finden, da (nach §. 16)

$\frac{A_{\mu+1}}{r} + \frac{A_{\mu+2}}{r^2} + \frac{A_{\mu+3}}{r} + \ldots = r^\mu\, E_{\mu+1}$, also auch

$$G_\mu = r_\mu \cdot \frac{E_{\mu+1}}{A_\mu} \text{ ist.}$$

Welches ist aber der Werth der neu eingeführten Größe μ, für welchen I^m_n gleich der Größe G_μ wird?

Es war (§. 12) $G^m_n = \frac{1}{A_m\, A_n}(A_{m+1}\, A_{n+1} + A_{m+2}\, A_{n+2} + \ldots)$ die Ehedauer zweier Personen, die gegenwärtig das Alter m und n haben. Eben so war (§. 7)

$F_\mu = \frac{1}{A_\mu}(A_{\mu+1} + A_{\mu+2} + A_{\mu+3} + \ldots)$ die mittlere Lebensdauer einer μjährigen Person. Um den Werth von μ zu finden, der $F_\mu = G^m_n$ macht, d. h. um das Alter μ einer Person zu finden, deren mittlere Lebensdauer gleich der Ehedauer jener zwei ersten Personen ist, wird man also zuerst (nach der Taf. IV) die Ehedauer der zwei Personen des Alters m und n suchen, und diese Ehedauer als mittlere Lebensdauer F_μ eines Menschen ansehen, dessen gegenwärtiges Alter μ man durch die zweite der Tafeln III leicht finden kann, und dieser Werth von μ wird der Gleichung $F_\mu = G^m_n$ genügen und daher auch sehr nahe, wenn der Zinsfuß nicht zu groß ist, auch der Gleichung $G_\mu = I^m_n$. Kennt man also durch das angezeigte Verfahren den Werth von μ, so wird man bloß den Ausdruck von $G_\mu = \frac{1}{A_\mu}\left(\frac{A_{\mu+1}}{r} + \frac{A_{\mu+2}}{r^2} + \frac{A_{\mu+3}}{r^3} + \ldots\right)$ entwickeln, d. h. nach §. 17 mit Hülfe der Tafel VI bloß die Größe

$G_\mu = r^\mu \,.\, \frac{E_{\mu+1}}{A_m}$ berechnen und dann wird der gesuchte genäherte Werth von I^m_n gleich G_μ seyn.

Ex. Sei m = 60 und n = 25. Man suche I^{60}_{25}.

Für dieses Paar erhält man nach Taf. IV die Ehedauer 10.70. Wird diese Zahl als die mittlere Lebensdauer F_μ einer Person des Alters μ betrachtet, so gibt die Tafel III mit dem Argumente $F_\mu = 10.70$ die Größe $\mu = 62.98$. Für diesen Werth von μ ist aber $E_{\mu+1} = 116.23$ und $A_\mu = 182.2$, also auch für den Zinsfuß $r = 1.04$

$$G_\mu = I^m_n = (1.04)^{62.98} \,.\, \frac{116.23}{182.2} = 7.543.$$

Die strenge Rechnung nach dem §. 16. III aufgestellten genauen Formel gibt $I^m_n = 7.550$.

Ex. II. m = 50 und n = 30 gibt, $F_\mu = 13.82$, also $\mu = 56.39$ und $I^m_n = 9.29$. Nach der strengen Rechnung 9.22.

Ex. III. $m = 70$ und $n = 40$ gibt, $F_\mu = 7.13$ also $\mu = 73.586$ und $I^m_n = 5.30$. Nach der genauen Rechnung 5.29.

Die Tafeln VII, VIII und IX enthalten diesen genauen Werth von I^m_n für den Zinsfuß $r = 1.03$, 1.04 und 1.05 unter der Aufschrift der Eherenten, deren Bedeutung weiter unten erklärt werden wird.

§. 18. Das Vorhergehende wird hinreichen, alle hierher gehörenden Probleme nicht nur aufzulösen, sondern auch diese Auflösungen durch Hülfe der angeführten Tafel zur unmittelbaren Berechnung sehr bequem zu machen.

Zur besseren Uebersicht stellen wir die bisher gefundenen Ausdrücke hier kurz zusammen.

$$B_m = A_m - A_{m+1}$$

$$C_m = A_m + A_{m+1} + A_{m+2} + \ldots$$

$$D_m = \frac{A_m}{r^m} = E_m - E_{m+1}$$

$$r^{m-1} E_m = \frac{A_m}{r} + \frac{A_{m+1}}{r^2} + \frac{A_{m+2}}{r^3} + \ldots$$

$$r^m . E_{m+1} = \frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + \ldots$$

$$r^{m-1} (E_m - E_{m+p}) = \frac{A_m}{r} + \frac{A_{m+1}}{r^2} + \frac{A_{m+2}}{r^3} + \ldots \text{ bis } \frac{A_{m+p-1}}{r^p}$$

$$r^m (E_{m+1} - E_{m+p+1}) = \frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + \ldots \text{ bis } \frac{A_{m+p}}{r^p}$$

$$F_m = \frac{1}{2} + \frac{C_{m+1}}{A_m} = \frac{1}{2} + \frac{1}{A_m} (A_{m+1} + A_{m+2} + A_{m+3} + \ldots)$$

$$G^m_n = \frac{1}{A_m A_n} (A_{m+1} A_{n+1} + A_{m+2} A_{n+2} + A_{m+3} A_{n+3} + \ldots)$$

$$A_m A_n . I^m_n = \frac{A_{m+1} A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2} A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3} A_{n+3}}{r^3} + \ldots$$

Von diesen Größen gibt die

Tafel	die Werthe von
I	A_m und C_m
III	F_m
IV	G_n^m oder die Dauer der Ehe
V	$F_m - G_n^m$ oder $F_n - G_m^n$ oder die Dauer des Ueberlebens,
VI	D_m und E_m
VII, VIII und IX . . .	I_n^m oder die Eherente.

I. Nach diesen Vorbereitungen wollen wir nun zu den vorzüglichsten der Aufgaben übergehen, welche man über Anwartschaften irgend einer Art geben kann, indem wir uns dabei auf diejenigen beschränken, die man wegen ihrer practischen Brauchbarkeit entweder bereits eingeführt hat oder doch noch ferner einführen sollte. Um diese verschiedenen Probleme leichter zu übersehen, und um unnöthige Wiederholungen zu vermeiden, werden wir sie, wo es die Natur der Sache und die erforderliche Deutlichkeit erlaubt, allgemein stellen, und dann die aus der allgemeinen Auflösung folgenden speciellen Fälle besonders anführen.

II. Wir nehmen an, daß ein Mitglied bei seinem Eintritte in irgend eine Versorgungsanstalt die Summe α und überdieß im Anfange jedes folgenden Jahres die Summe β an die Casse entrichte. Man nennt α das Antrittsgeld und β den jährlichen Beitrag. Wird dieser Beitrag vor dem Eintritte des Mitgliedes bis an seinen Tod entrichtet, so heißt er ein lebenslänglicher Beitrag, wird er aber z. B. nur während der ersten a Jahre entrichtet, so heißt er ein a jähriger Beitrag.

Dafür soll das Mitglied von der Casse ein oder mehr Mal die Summe γ erhalten. Wird von der Casse diese Summe γ

nur einmal, gleichsam als Capital gezahlt, so heißt sie eine Actie. Wird durch mehrere bestimmte, z. B. durch c Jahre, jährlich diese Summe gezahlt, so heißt sie eine mehrjährige Actie. Wird sie aber entweder ihm selbst oder einer bestimmten anderen Person jährlich, bis an seinen Tod, oder bis an den Tod der anderen Person bezahlt, so heißt sie eine Rente. Beide zusammen, ohne Unterschied, heißen überhaupt Versicherungen.

Actien und Renten endlich erhalten verschiedene Beinamen nach den Personen, an welche sie von der Casse entrichtet werden. Wird die Summe γ dem Mitgliede selbst zu einer bestimmten Zeit einmal oder auch jährlich bis an seinen Tod entrichtet, so heißt sie im ersten Falle eine Lebensactie, im zweiten eine Lebensrente; beide zusammen heißen eine Lebensversicherung. Wird sie bei dem Tode des Mitgliedes an einen von ihm bezeichneten Erben entrichtet, so heißt sie Erbactie oder Erbrente. (Beide zusammen heißen eine Erbversicherung). Wird diese Erbrente seiner hinterlassenen Witwe, von seinem Tode an jährlich bis an ihren Tod, gezahlt, so heißt sie eine Witwenrente (sonst auch Witwenpension). Wird sie seinen hinterlassenen Kindern, von seinem Tode jährlich bis zu einem bestimmten Jahre gezahlt, so heißt sie eine Waisenactie u. s. w.

Wir wollen nun diese verschiedenen Arten von Versicherungen näher betrachten und mit den Lebensrenten den Anfang machen.

Lebensversicherungen.

§. 19. Ein m Jahre altes Mitglied zahlt in eine Versorgungsanstalt bei seinem Eintritte das Antrittsgeld α und am Ende eines jeden Jahres den jährlichen Betrag β. Dieser Beitrag wird aber nur während der ersten a Jahre entrichtet, so daß nach diesen a Jahren keine weiteren Zahlungen des Mitgliedes Statt haben.

Dafür soll die Casse dem Mitgliede die Summe γ als jährliche Actie durch c Jahre entrichten und diese Zahlungen der Casse sollen erst am Ende des b^{ten} Jahres nach dem Eintritte des Mitgliedes anfangen, also von diesem Jahre bis zu dem $b+c^{ten}$ Jahre nach dem Eintritte dauern.

Sollte nämlich das Mitglied vor dem b^{ten} Jahre nach seinem Eintritte sterben, so verfallen die von ihm der Casse geleisteten Zahlungen an die Casse, ohne daß das Mitglied eine Entschädigung dafür erhielte. Man nennt diese b Jahre die Probejahre, die man in manchen Gesellschaften eingeführt hat, um den Schaden der Casse zu vermeiden, der bei solchen Verträgen aus dem zu frühen Tod der Mitglieder entstehen kann, die während der kurzen Zeit seit ihrem Eintritte nur geringe Leistungen tragen und doch vielleicht beträchtliche Summe von der Casse dafür erhalten könnten.

Die Einrichtung, daß nebst dem Antrittsgelde α auch jährliche Beiträge während der ersten a Jahre entrichtet werden, wird denjenigen Mitgliedern wünschenswerth seyn, die eine größere Actie γ wünschen, um ihren Verhältnissen dadurch in der That bedeutend aufzuhelfen, und die doch vielleicht nicht im Stande sind, das dadurch ebenfalls größere Antrittsgeld α gleich Anfangs und auf einmal zu entrichten. Die Einrichtung aber, daß die Actie γ von der Casse nur durch c Jahre gezahlt wird und dann aufhört, werden jene angemessen finden, die durch ihre Stellung in der menschlichen Gesellschaft am Ende der $b+c$ ersten Jahre einer Erbschaft oder einer Erhöhung ihres Amtsgehaltes u. dgl. entgegensehen, wo sie dann der Unterstützung der Casse nicht mehr bedürfen.

Nehmen wir, um die gegebene Aufgabe aufzulösen, an, daß eine große Anzahl M solcher Mitglieder, die gegenwärtig alle m Jahre alt sind, auf die erwähnten Bedingungen in die Versorgungsanstalt treten, und suchen wir zuerst, welches der gegenwärtige Werth aller ihrer Leistungen (ihrer Antrittsgelder sowohl als ihrer jährlichen Beiträge) ist, die sie nach und nach an die Casse entrichten.

I. Von dieser Anzahl M leben am Ende des 1sten Jahres noch $M \cdot \frac{A_{m+1}}{A_m}$ (nach S. 62) und da am Ende dieses Jahres jeder von den noch Lebenden den jährlichen Beitrag β entrichtet, so geben sie alle die Summe $M\beta \cdot \frac{A_{m+1}}{A_m}$. Da aber die Casse diese Summe ein Jahr nach dem Eintritte der Mitglieder erhält, so hat sie dadurch den Nutzen dieses Capitals durch dessen einjährige Zinsen verloren, die während dieser Zeit den Mitgliedern zu Gute kommen, welche diese Summe so lange für sich selbst behalten haben. Dieser Verlust der Casse muß daher, wenn beide Parteien, wie es bei Unternehmungen dieser Art gefordert wird, weder Nutzen noch Schaden haben sollen, wieder vergütet werden, was dadurch geschieht, daß man annimmt, daß die Casse am Ende des ersten Jahres nicht die Summe $M\beta \cdot \frac{A_{m+1}}{A_m}$, sondern nur die auf den Anfang dieses Jahres reducirte Summe, oder daß sie nur den Werth erhalten habe, den diese Summe zur Zeit des Eintrittes der Mitglieder hatte. Dieser Werth ist aber (nach S. 76) gleich $\frac{M\beta}{r} \cdot \frac{A_{m+1}}{A_m}$, so daß also die Casse von den sämmtlichen Mitgliedern bei ihrem Eintritte, nebst den sämmtlichen Antrittsgeldern $M\alpha$, noch die Summe $\frac{M\beta}{r} \cdot \frac{A_{m+1}}{A_m}$ erhalten hat.

Am Ende des zweiten Jahres sind von der ursprünglichen Anzahl M der Mitglieder nur mehr $M \cdot \frac{A_{m+2}}{A_m}$ übrig, daher die Casse dann von ihnen die Summe $M\beta \cdot \frac{A_{m+2}}{A_m}$ erhält, deren Werth zur Zeit des Eintritts der Mitglieder nur $\frac{M\beta}{r^2} \cdot \frac{A_{m+2}}{A_m}$ ist. Eben so erhält sie am Ende des dritten Jahres die auf den Anfang reducirte Summe $\frac{M\beta}{r^3} \cdot \frac{A_{m+3}}{A_m}$ und so fort bis zu dem Ende des a^{ten} Jahres, wo sie die letzte Zahlung dieser Mit-

glieder erhält, die auf die Zeit ihres Eintrittes reducirt gleich
$\frac{M\beta}{r^a} \cdot \frac{A_{m+a}}{A_m}$ ist.

Die Summe aller dieser auf den Anfang reducirten Leistungen der sämmtlichen Mitglieder ist daher

$$M\alpha + \frac{M\beta}{A_m}\left(\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} \;.\;.\; + \frac{A_{m+a}}{r^a}\right)$$

oder (nach §. 18)

$$M\alpha + \frac{M\beta r^m}{A_m}\,(E_{m+1} - E_{m+a+1})$$

oder endlich (§. 18)

$$M\alpha + \frac{M\beta}{D_m}\,(E_{m+1} - E_{m+a+1}).$$

Dividirt man diese Summe durch die anfängliche Anzahl M der Mitglieder, so erhält man den auf die Zeit des Eintritts reducirten Werth der Zahlungen, welche im Mittel jedes einzelne Mitglied an die Casse geleistet hat, und welcher daher ist

$$\alpha + \frac{\beta}{D_m}\,(E_{m+1} - E_{m+a+1}).$$

Sollten aber die jährlichen Zahlungen nicht, wie bisher vorausgesetzt wurde, am Ende eines jeden der a ersten Jahre, sondern sollen sie schon am Anfange jedes Jahres oder vorhinein an die Casse entrichtet werden, so geht, wie man sieht, der letzte Ausdruck in den folgenden über

$$\alpha + \frac{\beta}{D_m}\,(E_m - E_{m+a}).$$

II. Suchen wir nun auf gleiche Weise den Werth der, ebenfalls auf dieselbe Zeit des Eintritts reducirten Zahlungen, welche nach dem angeführten Vertrage die Casse an die Mitglieder zu leisten hat.

Die ersten b Probejahre durch hat die Casse keine Zahlungen zu entrichten. Am Ende des b + 1sten Jahres, wo diese Zahlungen der Casse anfangen, sind (S. 62) von der ursprünglichen Anzahl M der Mitglieder nur noch $M \cdot \frac{A_{m+b+1}}{A_m}$ übrig, und die Casse entrichtet daher in diesem Augenblicke die Summe

$M\gamma \cdot \frac{A_{m+b+1}}{A_m}$, die auf die Zeit des Eintritts der Mitglieder reducirt $\frac{M\gamma}{r^{b+1}} \cdot \frac{A_{m+b+1}}{A_m}$ beträgt. Am Ende des $b+2^{ten}$ Jahres ist der gegenwärtige Werth ihrer Zahlungen eben so $\frac{M\gamma}{r^{b+2}} \cdot \frac{A_{m+b+2}}{A_m}$, am Ende des $b+3^{ten}$ Jahres $\frac{M\gamma}{r^{b+3}} \cdot \frac{A_{m+b+3}}{A_m}$ .. und endlich am Ende des $b+c^{ten}$ Jahres ist der gegenwärtige Werth ihrer letzten Zahlung $\frac{M\gamma}{r^{b+c}} \cdot \frac{A_{m+b+c}}{A_m}$.

Die Summe aller dieser auf die Zeit des Eintritts reducirten Zahlungen der Casse an sämmtliche Mitglieder ist daher

$$\frac{M\gamma}{A_m \cdot r^b}\left(\frac{A_{m+b+1}}{r} + \frac{A_{m+b+2}}{r^2} + \frac{A_{m+b+3}}{r^3} \,..+ \frac{A_{m+b+c}}{r^c}\right)$$

oder (nach §. 18)

$$\frac{M\gamma}{D_m}(E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1})$$

also ist auch der gegenwärtige Werth aller Zahlungen der Casse an jedes einzelne Mitglied

$$\frac{\gamma}{D_m}(E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1}).$$

Da aber diese Ausgabe der Casse der oben in I gefundenen Einnahme derselben gleich seyn muß, so hat man, als Auflösung unserer Aufgabe, die Gleichung

$$\alpha + \frac{\beta}{D_m}(E_m - E_{m+a}) = \frac{\gamma}{D_m}(E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1})\dots \quad (A).$$

§. 20. Diese Auflösung enthält eine große Anzahl besonderer Fälle.

1. Sollen z. B. keine jährlichen Beiträge, sondern bloß das Antrittsgeld von den Mitgliedern entrichtet werden, so ist in der letzten Gleichung $\beta = 0$.

2. Soll kein Antrittsgeld, sondern bloß jährliche Beiträge entrichtet werden, so ist $\alpha = 0$.

3. Soll die Actie in demselben Jahre von der Casse gezahlt zu werden anfangen, in welchem die jährlichen Beiträge der Mitglieder aufhören, so ist $b = a$.

4. Soll die jährlich zu entrichtende Actie bis an den Tod des Mitgliedes dauern, also (nach §. 18. II.) eine Lebensrente seyn, so wird man die Größe $_{m+b+c+1}$ gleich dem höchsten Alter des menschlichen Lebens, nach der Tabelle I gleich 96, setzen, wodurch also das letzte Glied $E_{m+b+c+1}$ gleich Null wird oder aus der Gleichung (A) ganz verschwindet.

5. Sollten auch die jährlichen Beiträge, nicht bloß durch die a ersten Jahre, sondern bis an den Tod des Mitgliedes dauern, so ist aus derselben Ursache die Größe $E_{m+a} = 0$.

6. Soll die Rente gleich am Ende des ersten Jahres gezahlt, also keine Probejahre eingeführt werden, so ist $b = 0$.

7. Soll die Summe γ nur einmal und zwar am Ende des b^{ten} Jahres bezahlt werden, so ist $c = 1$.

8. Ist $a = 0$, so ist auch $E_m - E_{m+a} = 0$, d. h. es werden keine Beiträge, sondern bloß das Antrittsgeld bezahlt.

9. Besteht die Gesellschaft nur aus neugebornen Kindern, für die man Actien oder Renten kaufen will, so ist $m = 0$, also nach Tafel I. $D_o = 1000$ und $E_o = 10782.28$.

10. Werden die jährlichen Beiträge nicht, wie bisher vorausgesetzt wurde, am Ende, sondern schon im Anfange eines jeden Jahres bezahlt, so ist der zweite Theil der Gleichung (A)

$$\frac{\beta}{D_m} (E_{m+1} - E_{m+a+1}).$$

Sollen dann die Zahlungen der Casse gerade so lange dauern, als die jährlichen Beiträge, so ist $c = a$ und daher die Gleichung (A), wenn keine Probejahre statt haben, oder wenn $b = 0$ ist

$$\alpha = \frac{(\gamma - \beta)}{D_m} (E_{m+1} - E_{m+a+1})$$

so daß daher auch diese jährlichen Beiträge der Mitglieder ganz wegbleiben, aber dafür die Casse statt γ nur die Summe $\gamma - \beta$ entrichtet.

11. Die Casse zahlt, nach dem angeführten Vertrage, die Summe γ jährlich einmal und zwar am Ende des Jahres. Wenn man aber vorzieht, alle halbe, alle viertel oder allgemein

alle $\frac{1}{n}$tel Jahre eine, offenbar kleinere Summe γ' zu erhalten. Wie groß wird dann γ' seyn?

Der gegenwärtige Werth aller jährlichen Zahlungen der Casse, deren jede gleich γ ist und die durch c Jahre fortgesetzt werden sollen, d. h. also das, was die Casse dem Mitgliede nach dem eingegangenen Vertrage in der That schuldig ist, beträgt

$$\frac{\gamma}{r} + \frac{\gamma}{r^2} + \frac{\gamma}{r^3} \ldots + \frac{\gamma}{r^c} = \frac{\gamma(1-r^c)}{r^c(1-r)}$$

Der Werth aller der nun von ihr geforderten $\frac{1}{n}$ jährigen Zahlungen aber, deren jede gleich γ' ist und die ebenfalls durch c Jahre dauern sollen, ist

$$\frac{\gamma'}{r^{\frac{1}{n}}} + \frac{\gamma'}{r^{\frac{2}{n}}} + \frac{\gamma'}{r^{\frac{3}{n}}} + \ldots \frac{\gamma'}{r^c} = \frac{\gamma'(1-r^c)}{r^c\left(1-r^{\frac{1}{n}}\right)}$$

Setzt man beide Werthe einander gleich, so ist

$$\gamma' = \frac{\gamma\left(1-r^{\frac{1}{n}}\right)}{1-r} \text{ oder abkürzend}$$

$$\gamma' = \frac{\gamma}{n} - \frac{\gamma(n-1)}{2n^2} \cdot (r-1)$$

Ex. Ist $\gamma = 100$ und $n = 2$, so, daß man halbjährige Zahlungen der Casse wünscht, so hat man für $r = 1.05$

$$\frac{\gamma(n-1)}{2n^2}(r-1) = \tfrac{5}{8} \text{ also } \gamma' = 50 - \tfrac{5}{8} = 49.375.$$

12. Soll endlich die Summe γ durch n Jahre von der Casse auf jeden Fall gezahlt werden, das Mitglied mag zu jener Zeit leben oder nicht, so daß diese Zahlung auch auf die Erben des Mitgliedes übergehen kann, so werden in den §. 19 alle anfänglichen M Mitglieder als immer lebende Personen angesehen, und diese Voraussetzung gibt $A_m = A_{m+1} = A_{m+2}$ u. s. w. Wird daher von jedem dieser Mitglieder nur das Antrittsgeld α ohne weitere jährliche Beiträge entrichtet, und soll dafür die Casse auf alle Fälle durch n Jahre die jährliche Summa γ zahlen, und zwar ohne Probejahr, so, daß $b = 0$ ist, so gibt die Gleichung (A)

$$\alpha = \frac{\gamma}{D_m}(E_{m+1} - E_{m+n+1}) \text{ oder}$$

$$\alpha = \frac{\gamma . r^m}{A_m}(E_{m+1} - E_{m+n+1}) \text{ oder nach §. 18}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{A_m}\left(\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

und daher, da $A_m = A_{m+1} = A_{m+2} \ldots$ ist,

$$\alpha = \gamma\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^3} \ldots + \frac{1}{r^n}\right) \text{ oder}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{r^n}\frac{(r^n-1)}{(r-1)} \text{ oder } \alpha = \frac{\gamma}{r-1}\left(1 - \frac{1}{r^n}\right)$$

Die Tafel XXV gibt diese Werthe von α für $\gamma = 100$ Gulden. Um zu sehen, welchen Unterschied der verschiedene Zinsfuß erzeugt, so hat man

Jahre	Antrittsgeld		
n	2 pCt.	5 pCt.	8 pCt.
10 . .	898.26 . .	772.17 . .	671.01
20 . .	1635.14 . .	1246.22 . .	981.81
30 . .	2239.65 . .	1537.25 . .	1125.78
40 . .	2735.55 . .	1715.91 . .	1192.46
50 . .	3142.36 . .	1825.59 . .	1223.35

Man nennt eine solche, von dem Alter und Leben des Mitgliedes unabhängige Actie, die für sein Antrittsgeld von der der Casse an ihn oder an seine Erben durch c Jahre gezahlt wird, eine Zeitactie (oder auch, obwohl gegen die oben aufgestellte Bedeutung des Wortes, eine Zeitrente). Man kann daher auch sagen, daß der heutige Werth dieser Zeitrente gleich α, d. h. gleich $\frac{\gamma(r^n-1)}{r^n(r-1)}$ ist, woraus folgt, daß der Werth derselben nach n Jahren seyn wird $\alpha . r^n$ oder $\frac{\gamma(r^n-1)}{r-1}$. Die Werthe dieser Größe $\frac{\gamma(r^n-1)}{r-1}$ gibt die Tafel XXVI für $\gamma = 100$.

Soll die Zahlung dieser jährlichen Rente von γ Gulden erst nach b Probejahren anfangen und dann durch n Jahre dauern, so ist das Antrittsgeld $\alpha' = \frac{\gamma}{r-1}\left(\frac{1}{r^b} - \frac{1}{r^{b+n}}\right)$.

Für eine immerdauernde oder ewige Rente, die dem eingetretenen Mitgliede und nach ihm seinen Nachfolgern immerfort ausgezahlt wird, ist $n = \infty$, also das Antrittsgeld bei b Probejahren $\alpha' = \frac{\gamma}{(r-1).r^b}$

und ohne Probejahre $\alpha = \frac{\gamma}{r-1}$.

Für $r = 1.05$ und $\gamma = 100$ gibt die letzte Gleichung $\alpha = 2000$. Hier ist nämlich α das Capital, welches die jährlichen Zinsen $\alpha\,(r-1)$, d. h. γ trägt und so lange tragen wird, als das Capital angelegt bleibt. (§. 15).

Sucht man endlich das Antrittsgeld α für eine n jährige Zeitactie, die alle t^{tel} Jahre mit γ Gulden auszuzahlen ist, so hat man $\alpha = \frac{\gamma}{r-1}\left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{r-1}{t}\right)^{tn}}\right)$

wo $\delta = 2, 4, 12 \ldots$ für 6, 3, 1 Monate. Für $t = \infty$ oder für eine solche, täglich oder vielmehr alle Augenblicke auszuzahlende Rente wäre (wie §. 15) $\alpha = \frac{\gamma}{r-1}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon^{n\,(r-1)}}\right)$, wo log. nat. $\varepsilon = 1$ ist.

13. Werden endlich der Rechnung nicht, wie bisher, Zinseszinsen, sondern nur einfache Zinsen zu Grunde gelegt und ist $\rho = \frac{1}{r-1}$, also z. B. für 5 pCt. $\rho = 20$, für 4 pCt. $\rho = 25$, so wird man in dem Vorhergehenden

statt r setzen $\frac{\rho+1}{\rho}$

$r^2 \ldots \frac{\rho+2}{\rho}$

$r^3 \ldots \frac{\rho+3}{\rho}$ u. s. w.

so, daß man z. B. in §. 19 I. erhält für die Einnahme der Casse, $M\alpha + \frac{M\beta\rho}{A_m}\left(\frac{A_{m+1}}{\rho+1} + \frac{A_{m+2}}{\rho+2} + \frac{A_{m+3}}{\rho+3} \ldots \frac{A_{m+a}}{\rho+a}\right)$

und in §. 19 II für die Ausgabe derselben

$$\frac{\gamma\rho}{A_m}\left(\frac{A_{m+b+1}}{\rho+b+1} + \frac{A_{m+b+2}}{\rho+b+2} \ldots + \frac{A_{m+b+c}}{\rho+b+c}\right)$$

welche beide Ausdrucke man daher einander, wie zuvor, gleich setzen wird.

§. 21. Wir haben also, unter der Voraussetzung, daß die jährlichen Beiträge der Mitglieder nur durch die a ersten Jahre dauern und im Anfange dieser Jahre bezahlt werden, und daß die Zahlungen der Casse erst mit dem b^{ten} Jahre nach dem Eintritte anfangen, von dieser Zeit an nur durch c Jahre dauern, und immer am Ende dieser Jahre bezahlt werden, in §. 19 folgenden Ausdruck erhalten

$$\alpha + \frac{\beta}{D_m}(E_m - E_{m+a}) = \frac{\gamma}{D_m}(E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1}).$$

Obschon wir in §. 20 die Aenderungen dieses Ausdruckes für besondere Fälle angezeigt haben, so wird es doch, zum practischen Gebrauche, noch bequemer seyn, für die vorzüglichsten dieser speciellen Fälle die Formeln selbst anzugeben.

1. Lebensrente ohne Probejahre und ohne Beiträge.

Hier ist $\beta = b = o$ und $E_{m+b+c+1} = o$, also

$$\alpha = \frac{\gamma}{D_m} \cdot E_{m+1}$$

Diese Werthe von α findet man in der Tafel X für $r = 1.03$, 1.04 und 1.05 und für $m = o$ bis 90 berechnet. Diese Tafel setzt $\gamma = 100$ voraus und sie gibt daher das Antrittsgeld α z. B. in Gulden, welches ein m jähriges Mitglied an die Casse entrichten muß, um dafür am Ende eines jeden folgenden Jahres, so lange es lebt, von der Casse die Summa von 100 Gulden zu erhalten.

Ex. Ein 40 jähriger Mann will eine Lebensrente von 100 Gulden erhalten, so ist $m = 40$ und die Tafel gibt $\alpha = 1183.3$ Gulden für $r = 1.05$, die dieses Mitglied in die Casse erlegen muß. Für eine halb so große Rente von 50 fl. wird es auch nur die Hälfte dieses Antrittsgeldes oder 596.65 entrichten. Hat die Casse den Zinsfuß $r = 1.03$ angenommen, so ist das Antrittsgeld für eine Lebensrente von 100 fl. gleich 1475.4 fl., also auch für eine Rente von 50 fl. gleich 737.7 fl. u. s. w.

2. Lebensrente
mit b Probejahren und ohne Beiträge.

Hier ist $\beta = 0$ und $E_{m+b+c+1} = 0$, also

$$\alpha = \frac{\gamma}{D_m} E_{m+b+1}$$

Für dieses Antrittsgeld α erhält also das Mitglied jährlich die Summe γ bis an seinen Tod, wenn es die ersten b Jahre, in welchen es nichts erhält, überlebt hat.

3. Lebensrente
mit b Probejahren, ohne Antrittsgeld, durch a jährige Beiträge.

Hier ist $\alpha = 0$ und $E_{m+b+c+1} = 0$, also

$$\beta = \frac{\gamma E_{m+b+1}}{E_m - E_{m+a}}.$$

Für diese während der ersten a Jahre vorhinein entrichteten jährlichen Beiträge β erhält das Mitglied, wenn es die ersten b Jahre überlebt, jährlich die Summe γ bis an seinen Tod.

4. Lebensactie für c Jahre
ohne Probejahre und ohne jährliche Beiträge.

Hier ist $\beta = b = 0$, und

$$\alpha = \frac{\gamma}{D_m} (E_{m+1} - E_{m+c+1}).$$

Für dieses Antrittsgeld α erhält das Mitglied die jährliche Summe γ von dem ersten bis zum c^{ten} Jahre nach seinem Eintritte.

5. Lebensactie für c Jahre
mit b Probejahren, ohne jährliche Beiträge.

Hier ist $\beta = 0$ und

$$\alpha = \frac{\gamma}{D_m} (E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1}).$$

Für dieses Antrittsgeld α erhält das Mitglied, wenn es das b^{te} Jahr nach seinem Eintritte überlebt, von da an durch c Jahre die jährliche Summe γ.

6. Lebensactie für c Jahre mit b Probejahren, durch a jährige Beiträge ohne Antrittsgeld.

Hier ist $\alpha = 0$ und

$$\beta = \frac{\gamma\,(E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1})}{E_m - E_{m+a}}.$$

Für diese die ersten a Jahre dauernden Beiträge erhält das Mitglied, wenn es das b^te Jahr nach seinem Eintritte überlebt, von da an durch c Jahre jährlich die Summe γ. Auch die in Nr. 2 . . 6 angeführten Lebensversicherungen können leicht in ähnliche Tafeln, wie die in Nr. 1 gebracht werden.

Erbversicherungen.

§. 22. Eine m jährige Person entrichtet bei ihrem Eintritte in die Gesellschaft das Antrittsgeld α und am Ende eines jeden folgenden Jahres den jährlichen Beitrag β. Dafür soll die Casse bei dem Tode des Mitgliedes den Nachkommen oder Erben derselben die Erbactie γ als ein Capital übergeben. — Sie machen dabei noch folgende Bedingungen. Die erwähnten jährlichen Beiträge β werden nicht immer, sondern nur die ersten a Jahre durch bezahlt. Wenn das Mitglied noch vor den ersten b Jahren stirbt, oder wenn es nach den ersten b+c Jahren stirbt, so zahlt die Casse nichts. Das Erste, weil sich die Casse durch diese b Probejahre (wie in §. 19) vor dem zu frühen Tod der Mitglieder sichern will, und das Zweite, weil vielleicht manche Mitglieder, die noch b+c Jahre nach ihrem Eintritte leben, sich in dieser großen Zwischenzeit so gestellt zu haben hoffen können, daß sie dieser Versorgung der Gesellschaft nicht mehr bedürfen.

Die auf die Zeit des Eintritts reducirten Einnahmen der Casse sind ganz dieselben, wie in §. 19, also gleich

$$\alpha + \frac{\beta}{D_m}\,(E_{m+1} - E_{m+a+1})$$

oder, wenn die jährlichen Beiträge nicht am Ende, sondern schon im Anfange jedes Jahres bezahlt werden

$$\alpha + \frac{\beta}{D_m}\,(E_m - E_{m+a}).$$

Die ebenfalls auf den Eintritt reducirten Ausgaben der Casse aber werden so gefunden. Von einer Anzahl M Mitgliedern, die bei ihrem Eintritte alle m Jahre alt sind, sterben während dem b und (b+1)ten Jahre (nach S. 63)

$M.\ \frac{A_{m+b} - A_{m+b+1}}{A_m}$ Personen, deren jeder daher am Ende dieses (p+1)ten Jahres an die Casse die Summe γ zu entrichten hat, da hier vorausgesetzt wird, daß nach dem Tode derselben immer irgend ein Erbe von ihnen da ist, der diese Summe empfängt. Diese Zahlungen der Casse betragen daher, auf den Tag des Eintrittes reducirt, $M\gamma.\ \frac{A_{m+b} - A_{m+b+1}}{r^{b+1}.\ A_m}$.

Eben so sind die reducirten Ausgaben der Casse am Ende des (b+2)ten Jahres $M\gamma.\ \frac{A_{m+b+1} - A_{m+b+2}}{r^{b+2}.\ A_m}$ u. s. w.

und endlich am Ende des (p+c)ten Jahres

$$M\gamma.\ \frac{A_{m+b+c-1} - A_{m+p+c}}{r^{b+c}.\ A_m}$$

Sammelt man diese Ausdrücke, so erhält man für die reducirte Gesammtsumme der Ausgaben der Casse

$$M\gamma.\ \frac{r^{m-1}}{A_m}(E_{m+b} - E_{m+b+c}) - M\gamma.\ \frac{r^m}{A_m}(E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1}).$$

Dividirt man also diesen Ausdruck durch M und setzt ihn der oben gegebenen Einnahme der Casse gleich, so erhält man für die Auflösung unserer Aufgabe die Gleichung,

$$\alpha + \frac{\beta}{D_m}(E_m - E_{m+a}) = \frac{\gamma}{r.D_m}.\ (E_{m+b} - E_{m+b+c})$$
$$\frac{-\gamma}{D_m}.\ (E_{m+b+1} - E_{m+b+c+1}) \ldots \text{(B)}$$

Sind in diesem Ausdrucke die unter E stehenden Zahlen $m+a$, $m+b$, $m+b+c$ . . größer, als die größte Dauer des menschlichen Lebens, also z. B. größer als 96 oder 100, so ist $E_{m+a} = E_{m+b} = E_{m+b+c} = 0$, also auch alle folgenden $E_{m+a+1} =$

E_{m+b+1} u. s. f. gleich Null. Werden also z. B. die jährlichen Beiträge von jedem Mitgliede bis an das Ende seines Lebens bezahlt, so ist a unbestimmt und daher $E_{m+a} = 0$. Werden auch die ältern Mitglieder, die erst nach $(b+c)$ Jahren sterben, nicht ausgeschlossen, sondern wird bei dem Tode aller Mitglieder, welche die b Probejahre überlebt haben, die Summe γ ausgezahlt, so ist $E_{m+b+c} = 0$. Werden endlich die jährlichen Beiträge nicht, wie die letzte Gleichung voraussetzt, am Anfange, sondern erst am Ende jedes Jahres entrichtet, so ist das zweite Glied dieser Gleichung $\frac{\beta}{D_m}\ (E_{m+1} - E_{m+a+1})$.

§. 23. Wir wollen nun wieder, der größeren Deutlichkeit wegen, einige besondere Fälle dieser Aufgabe einzeln anführen.

1. Partielle Erbactie nach a Jahren zahlbar, ohne Probejahre und ohne Antrittsgeld.

Hier ist also $a = b = 0$ und $a = c$, wenn die Mitglieder die Beiträge durch a Jahre zahlen und dafür die Erbversicherung γ für den Fall fordern, daß sie noch vor diesen a Jahren sterben, so, daß die das ate Jahr Ueberlebenden keine Ansprüche an die Casse haben, so ist

$$\beta = \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{(E_m - E_{m+a}) - r\,(E_{m+1} - E_{m+a+1})}{E_m - E_{m+a}}$$

Für den speciellen Fall $a = c = 1$ ist $E_m - E_{m+1} = D_m$ und $E_{m+1} - E_{m+2} = D_{m+1}$; also

$$\beta = \frac{\gamma}{r} - \gamma \cdot \frac{D_{m+1}}{D_m}$$

d. h. wer die Summe β in die Casse erlegt, erhält dafür, wenn er noch vor dem Ende des ersten Jahres stirbt, die Summe γ für seine Erben.

Ex. Sei hier und im folgenden $r = 1.04$ oder $\frac{1}{r} = 0.96154$ und $\gamma = 100$.

Für $a = c = 7$ und $m = 20$ gibt die Tafel VI

$$\begin{aligned} E_m &= 3986.58; & E_{m+1} &= 3762.49 \\ E_{m+7} &= \underline{2628.30}; & E_{m+8} &= \underline{2470.15} \\ & \ 1358.28 & & \ 1292.34 \end{aligned}$$

also $\beta = \frac{100\,(1358.28 - 1344.03)}{1412.61} = 1.01$

oder ein 20jähriges Mitglied zahlt durch die sieben ersten Jahre jährlich einen Gulden, und erhält dafür, wenn es vor dem siebenten Jahre stirbt, bei seinem Tode 100 Gulden. Wenn er aber das siebente Jahr überlebt, so hat die Casse nichts zu entrichten, so, daß also durch diesen Vertrag das Mitglied sich nur für die sieben nächsten Jahre versichern will.

Eben so findet man für $m = 40 \ldots \beta = 1.94$ und

für $m = 60 \ldots \beta = 5.16$.

Die Tafel XI gibt diese Werthe von β, die in mehreren der vorzüglichsten Versicherungsanstalten Englands für eine Actie $\gamma = 100$ gefordert werden. Die letzten beiden Columnen sind nach den gegenwärtigen Formeln mit der Mortalitätstafel von Baumann-Süßmilch berechnet worden.

Ist $a = c = 1$, so war $\beta = \frac{\gamma}{r} - \gamma . \frac{D_{m+1}}{D_m}$

So gibt $m = 20 \ldots$

$$\beta = 100\left(0.9615 - \frac{213.27}{224.09}\right) = 0.98$$

und eben so wird $m = 40$ geben $\beta = 1.80$ und

$m = 60 \ldots \beta = 4.12$.

Die Tafel XII gibt auch diese Werthe, wie sie in den so eben erwähnten Gesellschaften Englands gefordert werden. — Obschon der Zinsfuß und die Sterblichkeitstafeln, nach welchen diese Gesellschaften eingerichtet sind, nicht bei allen genau bekannt sind, so wird es doch interessant seyn, ihre Leistungen mit den Resultaten der vorhergehenden Berechnungen in den beiden letzten Columnen vergleichen und die Verhältnisse ihrer Forderungen in diesen Tafeln gleichsam mit Einem Blicke übersehen zu können.

2. Totale Erbactie mit lebenslänglichen Beiträgen,

ohne Antrittsgeld und ohne Probejahre und ohne Ausschluß der älteren Mitglieder.

Hier ist $\alpha = b = 0$. Da die jährlichen Beiträge bis an den Tod des Mitgliedes währen, so ist $E_{m+a} = 0$, und da auch die

Mitglieder, die über $(b+c)$ Jahre in der Gesellschaft leben, nicht ausgeschlossen sind, so ist $E_{m+b+c} = 0$. Man hat daher

$$\beta = \frac{\gamma}{r} \cdot \left(\frac{E_m - r.E_{m+1}}{E_m}\right)$$

Für diesen jährlichen, bis an den Tod des Mitgliedes zu entrichteten Beitrag β erhalten die Erben des Mitgliedes, bei dem Tode desselben, die Summe γ.

Ex. $m = 20$, $r = 1.04$, $\gamma = 100$ gibt $E_m = 3986.58$, $E_{m+1} = 3762.49$, also $\beta = 1.78$.

Eben so gibt $m = 40 \ldots \beta = 3.22$

$m = 60 \qquad \beta = 6.90$ u. s. f.

Die Tafel XIII gibt die Werthe von β in den oben erwähnten Gesellschaften.

3. Totale Erbactien ohne jährliche Beiträge,

ohne Probejahre und ohne Ausschluß der älteren Mitglieder.

Hier ist $\beta = b = 0$ und $E_{m+b+c} = 0$; also hat man für das zu entrichtende Antrittsgeld

$$\alpha = \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{(E_m - E_{m+1})}{D_m}$$

Ex. $m = 20$ gibt für $r = 1.04$ und $\gamma = 100$ das Antrittsgeld $\alpha = 31.1$.

Eben so gibt $m = 40 \ldots \alpha = 45.5$

$m = 60 \ldots \alpha = 64.5$.

Die Tafel XIV gibt die Werthe von α für die oben erwähnten Gesellschaften.

4. Totale Erbactie ohne Antrittsgeld, bloß durch a jährige Beiträge,

ohne Probejahre und ohne Ausschluß der älteren Mitglieder.

Hier ist $\alpha = b = 0$ und $E_{m+b+c} = 0$ und daher

$$\beta = \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{E_m - r\,E_{m+1}}{E_m - E_{m+a}}$$

Für diesen, die ersten a Jahre zu entrichtenden Betrag β, zahlt die Casse bei dem Tode des Mitgliedes die Summe γ.

Ex. $m = 20$, $r = 1.04$ und $\gamma = 100$ gibt

$$\beta = \frac{7359}{r(E_m - E_{m+a})} \text{ also für } \begin{matrix} a = 5 \ldots \beta = 6.9 \\ a = 10 \ldots \beta = 3.9 \text{ u. s. f.} \end{matrix}$$

Ex. II. $m = 60$ gibt eben so

$$\beta = \frac{1340}{r(E_m - E_{m+a})} \text{ also für } \begin{matrix} a = 5 \ldots \beta = 15.2 \\ a = 10 \ldots \beta = 9.5. \end{matrix}$$

Die Tafel XV enthält diese Werthe von β für die Union Society in London.

§. 24. Durch diesen Vertrag der Mitglieder mit der Versorgungsanstalt erhalten also die Erben oder die Nachkommen der Mitglieder, bei dem Tode der letzteren, eine bestimmte Summe γ, die ihnen gleichsam als ein Capital, auf einmal und nur einmal, ausgezahlt wird. Dieses Capital mögen dann die Erben entweder auf gewöhnliche Interessen bei Privatleuten anlegen, oder sich davon Grundstücke und andere Realitäten kaufen, um sich dadurch für die künftigen Jahre ihres Lebens zu sichern. Es wird aber auch manchen Mitgliedern wünschenswerth seyn, bei ihrem Tode ihren Erben nicht bloß eine bestimmte, einmal zu zahlende Summe γ zu hinterlassen, die durch unvorherzusehende Unglücksfälle bald gänzlich verloren gehen kann, wodurch z. B. die nachgelassene Familie des Mitgliedes vielleicht dem Mangel ausgesetzt wird. In dieser Beziehung würde es Vielen vortheilhafter scheinen, seinen Freunden und Angehörigen bei der Casse eine wohl kleinere, aber dafür eine durch mehrere, z. B. durch d Jahre vor seinem Tode zu zahlende Summe γ' zu versichern.

Die Casse zahlt nämlich jetzt im ersten Jahre nach dem Tode des Mitgliedes die Summe γ', und am Ende dieses Jahres wieder dieselbe Summe γ', deren auf die Zeit des Todes reducirte Werth gleich $\frac{\gamma'}{r}$ ist. Eben so ist der reducirte Werth ihrer dritten Zahlung $\frac{\gamma'}{r^2}$ ihrer vierten $\frac{\gamma'}{r^3}$ und ihrer letzten $\frac{\gamma'}{r^{d-1}}$. Es ist daher der reducirte Werth aller ihrer Zahlungen

$$\gamma' \left(1 + \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^3} \cdots + \frac{1}{r^{d-1}}\right) = \frac{\gamma' (1-r^d)}{(1-r) r^{d-1}}$$

und da diese Größe gleich γ oder gleich derjenigen Summe seyn muß, welche die Casse bei dem Tode des Mitgliedes eigentlich zu zahlen schuldig ist, so hat man

$$\gamma' = \frac{\gamma (r-1) r^{d-1}}{r^d - 1}$$

oder abkürzend

$$\gamma' = \frac{\gamma}{d} + \tfrac{1}{2} \gamma \frac{(d-1)}{d} (r-1) + \tfrac{1}{12} \frac{\gamma}{d} (d-1)(d-5)(r-1)^2$$

Die Erben werden daher in einer d jährigen Zahlung nur die Größe γ' statt der auf einmal zu entrichtenden Summe γ erhalten.

Ex. $r = 1.05$ und $d = 2$ gibt $\gamma' = 0.518\ \gamma$ und
$d = 3$ gibt $\gamma' = 0.349\ \gamma$

§. 25. Bisher haben wir nur solche Erbactien betrachtet, welche nach dem Tode des Mitgliedes seinen Erben oder Nachfolgern von der Casse *in allen Fällen* entrichtet werden, indem man voraussetzt, daß immer solche Personen da sind, an welche diese Actien zu zahlen seyn werden. Wir wollen nun zu solchen Erbversicherungen übergehen, welche bei dem Tode des Mitgliedes nur an *bestimmte* oder genannte Personen von der Casse entrichtet werden sollen. — Bei diesen Versicherungen können nun wieder manche Verschiedenheiten in den dafür aufgestellten Bedingungen statt haben. Die Summe γ kann z. B. von zwei gegebenen Personen einer bestimmten, wenn sie die andere überlebt; oder sie kann jeder von beiden, bei dem Tode der andern; oder sie kann auch beiden, so lange sie zusammen leben, zu entrichten seyn, und zwar als eine Actie, die nur einmal, oder als eine Rente, die alle Jahre bis an den Tod der Person gezahlt wird u. s. w. Wir wollen die vorzüglichsten dieser *bestimmten Versicherungsarten* besonders betrachten.

Erbactien für eine bestimmte Person oder Witwenactien.

Ein m jähriges Mitglied entrichtet das Antrittsgeld α und, so lange m lebt, den jährlichen Beitrag β, und fordert dafür, daß bei seinem Tode die Casse einer anderen von ihm bestimmten, jetzt n jährigen Person, z. B. seiner Gattin, die Erbactie γ als Capital übergebe.

I. Der Natur der Aufgabe gemäß wird das Mitglied die jährlichen Beiträge β nur so lange an die Casse entrichten, als beide Personen, die m und die n jährigen, noch zusammen leben. Wenn m stirbt, so wird nicht weiter gezahlt, weil m der Zahlende war; und wenn n stirbt, so hören ebenfalls die Zahlungen auf, weil der Zweck, wegen welchen gezahlt werden sollte, durch den Tod von n, der nun keine Versorgung mehr bedarf, wegfällt. Es ist aber die Wahrscheinlichkeit, daß am Ende des ersten Jahres nach dem Eintritte von m, beide Personen noch leben (S. 67) gleich $\frac{A_{m+1} A_{n+1}}{A_m A_n}$; und daher ist auch die auf die Zeit des Eintrittes reducirte Einnahme der Casse gleich $\frac{A_{m+1} A_{n+1}}{r . A_m A_n}$. Eben so ist der Werth der Zahlung am Ende des zweiten Jahres gleich $\frac{A_{m+2} A_{n+2}}{r^2 . A_m A_n}$, und so weiter, bis eines dieser Glieder A_{m+2} oder A_{n+2} verschwindet.

Sammelt man alle diese einzelnen Zahlungen, und bemerkt man, daß (nach S. 82)

$$\overset{m}{\underset{n}{I}} = \frac{1}{A_m A_n} \left(\frac{A_{m+1} A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2} A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3} A_{n+3}}{r^3} + \,.\,.\right)$$

ist, so erhält man für den auf die Zeit des Eintrittes reducirten Werth aller Einnahmen der Casse von diesem Mitgliede den Ausdruck $\alpha + \beta . \overset{m}{\underset{n}{I}}$

Werden die jährlichen Beiträge immer im Anfange des Jahres entrichtet, so ist der letzte Ausdruck

$$\alpha + \beta + \beta . \overset{m}{\underset{n}{I}} = \alpha + \beta \left(1 + \overset{m}{\underset{n}{I}}\right)$$

II. Um nun eben so den auf dieselbe Epoche reducirten Werth aller Ausgaben der Casse zu erhalten, hat man (S. 68) für die Wahrscheinlichkeit, daß am Ende des ersten Jahres nach dem Eintritte das zahlende Mitglied m schon todt sei, die andere Person n aber noch lebe, den Ausdruck

$$\frac{A_{n+1}}{A_n}\left(1-\frac{A_{m+1}}{A_m}\right).$$

Es werden daher von N solchen zugleich eingetretenen m und n jährigen Paaren am Ende des ersten Jahres

$$N\,.\,\frac{A_{n+1}}{A_n}\left(1-\frac{A_{m+1}}{A_m}\right)$$

solche Paare entstanden seyn, in welchen n noch lebt und m schon todt ist. Diese Paare sind es aber, an welche die Casse, der Aufgabe gemäß, die Summe γ zu entrichten hat, also ist auch der auf den Anfang reducirte Werth dieser Zahlungen der Casse am Ende des ersten Jahres

$$\frac{N\gamma}{r}\,.\,\frac{A_{n+1}}{A_n}\,.\left(1-\frac{A_{m+1}}{A_m}\right).$$

Im Anfange des zweiten Jahres sind aber nicht mehr N Paare, sondern (nach S. 67) nur

$$N\,.\,\frac{A_{m+1}\,.\,A_{n+1}}{A_m\,A_n}=N'$$

vollständige Paare, wo beide Personen, m und n, noch leben, übrig, und von diesen entstehen im Laufe dieses zweiten Jahres, wie zuvor

$$N'\,.\,\frac{A_{n+2}}{A_{n+1}}\left(1-\frac{A_{m+2}}{A_{m+1}}\right)$$

solche neue Paare, wo n noch lebt und m schon todt ist, und da jedes dieser Paare von der Cassa wieder die Summe γ erhält, so ist der auf den Anfang reducirte Werth der Ausgaben der Casse am Ende des zweiten Jahres

$$\frac{N'\gamma}{r^2}\,.\,\frac{A_{n+2}}{A_{n+1}}\left(1-\frac{A_{m+2}}{A_{m+1}}\right)$$

oder wenn man den vorhergehenden Werth von N′ substituirt,

$$\frac{N\gamma}{r^2}\,.\,\frac{A_{m+1}\,A_{n+1}\,A_{n+2}}{A_m\,A_n\,A_{n+1}}\left(1-\frac{A_{m+2}}{A_{m+1}}\right)$$

oder auch, wenn man die Größe A_{n+1} und A_{m+1} gegeneinander aufhebt

$$\frac{N\gamma}{r^2} \cdot \frac{A_{m+1}\,A_{n+2} - A_{m+2}\,A_{n+2}}{A_m\,A_n}.$$

Eben so erhält man für den Werth der Zahlungen an Ende des dritten Jahres

$$\frac{N\gamma}{r^3} \cdot \frac{A_{m+2}\,A_{n+3} - A_{m+3}\,A_{n+3}}{A_m\,A_n} \text{ u. s. f.}$$

Addirt man alle diese Werthe und bemerkt man, daß wieder (S. 82)

$$A_m\,A_n \,.\, \overset{m}{\underset{n}{I}} = \frac{A_{m+1}A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}\,A_{n+2}}{r^2} + \ldots \text{ also auch}$$

$$A_{m-1}\,A_n \,.\, \overset{m-1}{\underset{n}{I}} = \frac{A_mA_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+1}\,A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+2}\,A_{n+3}}{r^3} + \ldots$$

ist, so hat man, wenn man die Summe aller vorhergehenden Ausgaben durch N dividirt, für den auf den Anfang reducirten Werth aller Ausgaben der Casse für das gegebene Paar

$$\gamma \,.\, \frac{A_{m-1}}{A_m} \,.\, \overset{m-1}{\underset{n}{I}} - \gamma \,.\, \overset{m}{\underset{n}{I}}$$

und da dieser Ausdruck dem oben gegebenen Werthe der sämmtlichen Einnahme der Casse gleich seyn soll, so hat man für die Auflösung unserer Aufgabe die Gleichung

$$\alpha + \beta \,.\, \overset{m}{\underset{n}{I}} = \gamma \left[\frac{A_{m-1}}{A_m} \,.\, \overset{m-1}{\underset{n}{I}} - \overset{m}{\underset{n}{I}}\right] \ldots \text{(C)}$$

§. 26. Dieser Ausdruck setzt voraus, daß die jährlichen Zahlungen β immer am Ende des Jahres entrichtet werden. Sollen sie aber schon am Anfange eines jeden Jahres, oder vorhinein entrichtet werden, so hat man, indem man $\alpha + \beta$ statt α setzt,

$$\alpha + \beta\left(1 + \overset{m}{\underset{n}{I}}\right) = \gamma \left[\frac{A_{m-1}}{A_m} \,.\, \overset{m-1}{\underset{n}{I}} - \overset{m}{\underset{n}{I}}\right].$$

I. Auch lassen sich bei dieser Aufgabe leicht dieselben Bedingungen anbringen, welche wir früher bei den Lebensversicherungen §. 19 und bei den Erbversicherungen §. 22 aufgestellt haben. Sollen z. B. die jährlichen Beiträge des m jährigen Mitgliedes nicht bis an seinen Tod, sondern nur bis zum Ende des a^{ten} Jahres nach seinem Eintritte dauern, so hat man in §. 25. I. für den Werth der Einnahme der Casse

$$\frac{1}{A_m\ A_n}\left(\frac{A_{m+1}A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}\ A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}A_{n+3}}{r^3}\ \ldots \text{ bis} + \frac{A_{m+a}\ A_{n+a}}{r^a}\right).$$

Dieser geschlossene Ausdruck ist aber, nach dem Vorhergehenden gleich

$$\mathrm{I}_n^m - \frac{1}{r^a A_m\ A_n}\left[\frac{A_{m+a+1}A_{n+a+1}}{r} + \frac{A_{m+a+2}\ A_{n+a+2}}{r^2} + \frac{A_{m+a+3}A_{n+a+3}}{r^3} + \ldots\right] \text{ oder gleich}$$

$$\mathrm{I}_n^m - \frac{A_{m+a}\ A_{n+a}}{r^a A_m\ A_n}\ \mathrm{I}_{n+a}^{m+a},$$

so daß man also für den ersten Theil der Gleichung (C) erhält

$$\alpha + \beta\left[\mathrm{I}_n^m - \frac{A_{m+a}\ A_{n+a}}{r^a\ A_m\ A_n} \cdot \mathrm{I}_{n+a}^{m+a}\right].$$

Werden aber diese Beiträge immer im Anfange jedes dieser a Jahre entrichtet, so ist der letzte Ausdruck

$$\alpha + \beta + \beta\left[\mathrm{I}_n^m - \frac{1}{r^{a-1}} \cdot \frac{A_{m+a-1}A_{n+a-1}}{A_m\ A_n} \cdot \mathrm{I}_{n+a-1}^{m+a-1}\right].$$

II. Sollen ferner auch hier b Probejahre eingeführt werden, so daß, wenn das m jährige Mitglied noch vor dem bten Jahre nach seinem Eintritte stirbt, die Casse nichts zu entrichten hat, so wird man die Ausgaben der Casse auf folgende Weise finden.

Am Ende des bten Jahres sind von den N anfänglichen Paaren noch $N \cdot \frac{A_{m+b}\ A_{n+b}}{A_m\ A_n} = N'$ vollständige Paare übrig, und von diesen entstehen im Laufe des $(b+1)^{ten}$ Jahres $N' \cdot \frac{A_{n+b+1}}{A_{n+b}}\left(1 - \frac{A_{m+b+1}}{A_{m+b}}\right)$ solche Paare, in welchen nur n noch lebt, m aber schon todt ist. Es ist daher der auf dem Anfang reducirte Werth der Ausgaben der Casse bei diesem letzten Paare

$$\frac{N'\gamma . A_{n+b+1}}{r^{b+1}\ A_{n+b}}\left(1 - \frac{A_{m+b+1}}{A_{m+b}}\right).$$

Eben so sind am Ende des $(b+1)^{\text{ten}}$ Jahres noch

$$N \cdot \frac{A_{m+b+1} A_{n+b+1}}{A_m A_n} = N''$$ vollständige Paare übrig, und von diesen entstehen im $(b+2)^{\text{ten}}$ Jahr

$$N'' \frac{A_{n+b+2}}{A_{n+b+1}} \left(1 - \frac{A_{m+b+2}}{A_{m+b+1}}\right)$$ solche Paare, in welchen nur n noch lebt, so daß also der reducirte Werth der Zahlungen der Casse am Ende des $(b+2)^{\text{ten}}$ Jahres ist

$$\frac{N''\gamma . A_{n+b+2}}{r^{b+2} A_{n+b+1}} \left(1 - \frac{A_{m+b+2}}{A_{m+b+1}}\right).$$

Setzt man dieß fort und substituirt man in diesen Ausdrücken die vorhergehenden Werthe von N', N'' ... und dividirt man endlich die Summe aller dieser Ausdrücke durch die ursprüngliche Anzahl N der Paare, so erhält man für den auf die Zeit ihres Eintritts reducirten Werth aller Ausgaben der Casse für das gegebene Paar

$$\frac{\gamma}{r^b A_m A_n} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{A_{m+b} A_{n+b+1} - A_{m+b+1} A_{n+b+1}}{r} \\ + \dfrac{A_{m+b+1} A_{n+b+2} - A_{m+b+2} A_{n+b+2}}{r^2} \\ + \dfrac{A_{m+b+2} A_{n+b+3} - A_{m+b+3} A_{n+b+3}}{r^3} \text{ꝛc.} \end{array} \right\}$$

das heißt, wenn man die Bezeichnung von S. 82 wieder einführt

$$\frac{\gamma}{r^b A_m A_n} \cdot \left\{ A_{m+b-1} A_{n+b} \cdot \mathrm{I}_{n+b}^{m+b-1} - A_{m+b} A_{n+b} \cdot \mathrm{I}_{n+b}^{m+b} \right\}$$

welchen Ausdruck man also statt des letzten Gliedes der Gleichung (C) setzen wird, um auf die b Probejahre Rücksicht zu nehmen. Für $b=0$ geht der gegenwärtige Ausdruck in den der Gleichung (C) über.

III. Um daher alles vorhergehende zur bequemeren Uebersicht zusammen zu fassen, werden wir unsere Aufgabe so ausdrücken.

Ein m jähriges Mitglied entrichtet bei seinem Eintritte das Antrittsgeld α und überdieß während der ersten a Jahre, im Anfange eines jeden dieser Jahre, den jährlichen Beitrag β.

Dafür soll die Casse bei dem Tode dieses Mitgliedes an eine von ihm bestimmte, jetzt njährige Person, die Summe γ als Capital entrichten, vorausgesetzt, daß das Mitglied nicht schon vor dem bten Jahre nach seinem Eintritte sterbe, in welchem Falle nämlich der Vertrag erlöschen und die Casse nichts zu entrichten haben soll.

Die Auflösung dieser Aufgabe ist in der folgenden Gleichung enthalten.

$$\alpha + \beta \left[1 + \overset{m}{\underset{n}{I}} - \frac{A_{m+a-1} A_{n+a-1}}{r^{a-1} A_m A_n} \cdot \overset{m+a-1}{\underset{n+a-1}{I}}\right]$$

$$= \frac{\gamma \cdot A_{n+b}}{r^b A_m A_n} \cdot \left[A_{m+b-1} \overset{m+b-1}{\underset{n+b}{I}} - A_{m+b} \overset{m+b}{\underset{n+b}{I}}\right].$$

Werden die jährlichen Beiträge bis an den Tod des Mitgliedes m entrichtet, so fällt das letzte Glied des Factors von β weg, und werden keine Probejahre eingeführt, sondern erfolgen die Zahlungen der Casse ohne Ausnahme bei dem Tode des Mitgliedes, so ist in dem letzten Theile dieses Ausdruckes die Größe b gleich Null und daher dieses letzte Glied, wie in der Gleichung (C), gleich

$$\frac{\gamma}{A_m} \left(A_{m-1} \cdot \overset{m-1}{\underset{n}{I}} - A_m \cdot \overset{m}{\underset{n}{I}}\right).$$

Ex. I. Wenn kein Antrittsgeld und keine Probejahre statt haben, und die jährlichen Beiträge bis an den Tod des Mitgliedes m gehen, so hat man für nachträgliche Zahlungen dieser Beiträge, nach der Gleichung (C),

$$\beta = \gamma \left[\frac{A_{m-1}}{A_m} \cdot \frac{\overset{m-1}{\underset{n}{I}}}{\overset{m}{\underset{n}{I}}} - 1\right]$$

$m = 20$ und $n = 30$ gibt nach Taf. VIII für $r = 1.04$ $A_m = 481$, $A_{m-1} = 495$, $\overset{m}{\underset{n}{I}} = 12.67$, $\overset{m-1}{\underset{n}{I}} = 12.74$; also auch, wenn wieder $\gamma = 100$ ist, $\beta = 1.37$.

Eben so gibt $m = 30$ und $n = 20$ . . $\beta = 2.25$

$m = 60$ . . $n = 20$ . . $\beta = 7.22$

$m = 20$ . . $n = 60$ . . $\beta = 1.10$

Die Tafel XVI enthält diese Beiträge, wie sie von der Union Society in London für $\gamma = 100$ gefordert werden, so wie auch die nach der Baumann-Süßmilch'schen Tafel berechneten Beiträge.

Ex. II. Haben keine Beiträge, sondern nur Antrittsgelder statt, und werden keine weitere Bedingungen aufgestellt, so gibt die Gleichung (C)

$$\alpha = \gamma \left[\frac{A_{m-1}}{A_m} \cdot \overset{m-1}{\underset{n}{I}} - \overset{m}{\underset{n}{I}} \right]$$

$m = 20 \,.\, n = 30$ gibt für $r = 1.04$ und $\gamma = 100 \ldots \alpha = 17.36$
$m = 30 \,.\, n = 20 \ldots\ldots\ldots\ldots \alpha = 28.51$
$m = 60 \,.\, n = 20 \ldots\ldots\ldots\ldots \alpha = 55.25$
$m = 20 \,.\, n = 60 \ldots\ldots\ldots\ldots \alpha = 8.42$

Gegenseitige Erbactie.

§. 27. In der vorhergehenden Aufgabe (§. 25) sicherte das m jährige Mitglied durch seine Zahlungen einer bestimmten n jährigen Person die bei dem Tode des Mitgliedes zu zahlende Erbactie γ zu. Wenn daher diese n jährige Person noch vor dem Mitgliede stirbt, so hört der Vertrag, so wie die Zahlung des Mitgliedes, auf und die Casse hat nichts zu entrichten.

Wenn aber zwei Personen, deren die eine m und die andere n Jahre alt ist, auf die Bedingung in die Gesellschaft treten, daß sie der Casse das Antrittsgeld α und, so lange beide Personen zusammen leben, den jährlichen Beitrag β geben, und dafür verlangen, daß die Casse, bei dem Tode der einen dieser zwei Personen (gleichviel welcher von beiden), der anderen die Summe γ als Capital entrichte, so wird die Auflösung dieser Aufgabe durch folgende Betrachtungen erhalten werden.

Die Einnahmen, welche die Casse von diesem Paare erhält, verhalten sich ganz, wie in den vorhergehenden Problem (§. 25). Man hat daher für den auf die Zeit des Eintrittes dieses Paares reducirten Werth aller Einnahmen der Casse

$$\alpha + \beta \overset{m}{\underset{n}{I}}$$

oder wenn die Beiträge β immer im Anfange jedes Jahres entrichtet werden

$$\alpha + \beta \left(1 + \overset{m}{\underset{n}{I}}\right)$$

Um nun eben so den Werth der Ausgaben der Casse zu bestimmen, so hat man, wenn eine Anzahl N solcher Paare, deren Alter m und n ist, eingetreten sind,

Am Ende des	vollständige Paare, in welchen beide Personen noch leben
ersten Jahres	$N . \frac{A_{m+1} A_{n+1}}{A_m A_n} = N'$
zweiten Jahres	$N . \frac{A_{m+2} A_{n+2}}{A_m A_n} = N''$
dritten Jahres	$N . \frac{A_{m+3} A_{n+3}}{A_m A_n} = N'''$ u. s. w.

Solcher Paare aber, in welchen nur eine der beiden Personen, gleichviel welche, noch lebt, die andere aber schon todt ist, entstehen im

ersten Jahre . $\left[\frac{A_{m+1}}{A_m}\left(1 - \frac{A_{n+1}}{A_n}\right) + \frac{A_{n+1}}{A_n}\left(1 - \frac{A_{m+1}}{A_m}\right)\right] N$

zweiten Jahre $\left[\frac{A_{m+2}}{A_{m+1}}\left(1 - \frac{A_{n+2}}{A_{n+1}}\right) + \frac{A_{n+2}}{A_{n+1}}\left(1 - \frac{A_{m+2}}{A_{m+1}}\right)\right] N'$

dritten Jahre $\left[\frac{A_{m+3}}{A_{m+2}}\left(1 - \frac{A_{n+3}}{A_{n+2}}\right) + \frac{A_{n+3}}{A_{n+2}}\left(1 - \frac{A_{m+3}}{A_{m+2}}\right)\right] N''$

Substituirt man in diesen Ausdrücken die vorhergehenden Werthe von N', N'', N''', und dividirt sie nach der Ordnung durch Nr, Nr^2, Nr^3, so erhält man

$$\frac{A_{m+1} A_n + A_{n+1} A_m - 2 A_{m+1} A_{n+1}}{r A_m A_n}$$

$$\frac{A_{m+2} A_{n+1} + A_{n+2} A_{m+1} - 2 A_{m+2} A_{n+2}}{r^2 A_m A_n}$$

$$\frac{A_{m+3} A_{n+2} + A_{n+3} A_{m+2} - 2 A_{m+3} A_{n+3}}{r^3 A_m A_n} \text{ u. s. w.}$$

Addirt man alle diese Glieder, so erhält man für den auf den Anfang reducirten Werth aller Ausgaben der Casse für dieses Paar

$$\gamma \left[\frac{A_{m-1}}{A_m} \overset{m-1}{\underset{n}{I}} + \frac{A_{n-1}}{A_n} \overset{m}{\underset{n-1}{I}} - 2 \overset{m}{\underset{n}{I}}\right].$$

so daß man daher für die Auflösung dieser Aufgabe hat

$$\alpha + \beta \, . \, I_n^m = \gamma \left[\frac{A_{m-1}}{A_m} \; I_n^{m-1} + \frac{A_{n-1}}{A_n} \; I_m^{n-1} - 2 \, I_n^m \right]$$

Ex. Ist $m = 20$, $n = 30$, $\gamma = 100$, $r = 1.04$ und $\alpha = 0$, so ist

$$A_{m-1} = 495 \qquad A_{n-1} = 445 \qquad I_n^{m-1} = 12.74$$

$$A_m = 491 \qquad A_n = 439 \qquad I_m^{n-1} = 12.78$$

$$I_n^m = 12.67$$

also $12.67 \, \beta = 0.46 \, \gamma$ oder $\beta = 3.64$.

Ist aber für dasselbe Paar $\beta = 0$, so ist $\alpha = 0.46 \, \gamma = 46$.

Die Tafel XVII enthält die Werthe der jährlichen Beiträge, wenn kein Antrittsgeld entrichtet wird, für eine gegenseitige Erbactie von 100 Gulden, nach der Einrichtung der Union Society in London.

Daß sich übrigens auch hier temporäre jährliche Beiträge, die bloß während der a ersten Jahre entrichtet werden, so wie b Probejahre einführen lassen, ist für sich klar, und kann hier, Widerholungen zu vermeiden, übergangen werden.

§. 28. Wir wollen nun auch die Renten oder die lebenslänglichen Zahlungen zu bestimmen suchen, welche dem eingegangenen Vertrage zu Folge einer oder auch beiden Personen eines eintretenden Paares von der Casse zu entrichten sind.

Gegenseitige Erbrente.

Zwei Personen des Alters m und n geben zusammen das Antrittsgeld α und, so lange sie beisammen leben, den jährlichen Beitrag β. Dafür soll die Casse bei dem Tode der einen dieser beiden Personen, gleichviel welcher, der andern bis an ihren Tod jährlich die Rente γ entrichten.

Die Einnahme der Casse von diesem Paare ist, wie §. 25, gleich $\alpha + \beta \,.\, I^{m}_{n}$, oder wenn die Beiträge, wie gewöhnlich, im Anfange jedes Jahres bezahlt werden, $\alpha + \beta \left(1 + I^{m}_{n}\right)$.

Wenn eine von diesen beiden Personen stirbt, so werden keine jährliche Beiträge mehr entrichtet.

Von einer Anzahl N solcher Paare, in welchen die eine Person bei ihrem Eintritte m und die andere n Jahre alt ist, entstehen aber (nach S. 68) solche Paare,

	wo m schon todt ist und n noch lebt		wo n schon todt ist und m noch lebt
im ersten Jahre	$\frac{A_{n+1}}{A_n}\left(1 - \frac{A_{m+1}}{A_m}\right) N$	...	$\frac{A_{m+1}}{A_m}\left(1 - \frac{A_{n+1}}{A_n}\right) N$
im zweiten Jahre	$\frac{A_{n+2}}{A_n}\left(1 - \frac{A_{m+2}}{A_m}\right) N$	...	$\frac{A_{m+2}}{A_m}\left(1 - \frac{A_{n+2}}{A_n}\right) N$

u. s. w. und da eben von diesen Paaren die überlebende Person die Rente γ bis an ihren Tod erhalten soll, so ist der anfängliche Werth aller Ausgaben der Casse für jedes einzelne dieser Paare

$$\gamma \,.\, \frac{A_{n+1}}{rA_n}\left(1 - \frac{A_{m+1}}{A_m}\right) + \gamma \,.\, \frac{A_{n+2}}{r^2 A_n}\left(1 - \frac{A_{m+2}}{A_m}\right) +$$
$$\gamma \,.\, \frac{A_{m+1}}{rA_m}\left(1 - \frac{A_{n+1}}{A_n}\right) + \gamma \,.\, \frac{A_{m+2}}{r^2 A_m}\left(1 - \frac{A_{n+2}}{A_n}\right) +$$

oder mit Hülfe unserer Abkürzungen (§. 18)

$$\gamma \,.\, \left[\frac{E_{m+1}}{D_m} + \frac{E_{n+1}}{E_n} - 2 \,.\, I^{m}_{n}\right],$$

so daß man daher hat

$$\alpha + \beta \,.\, I^{m}_{n} = \gamma \,.\, \left[\frac{E_{m+1}}{D_m} + \frac{E_{n+1}}{D_n} - 2 \,.\, I^{m}_{n}\right].$$

Ex. $m = 20$, $n = 30$, $r = 1.04$, $\gamma = 100$ gibt

$\frac{E_{m+1}}{D_m} = 16.790$, $\frac{E_{n+1}}{D_n} = 15085$, $I^{m}_{n} = 12670$ also ist, wenn keine jährliche Beiträge bezahlt werden, das Antrittsgeld

$$\alpha = \gamma\,(16.790 + 15.085 - 25.340) = 100\,(6.535) = 653.5.$$

Eben so gibt $m = 20$ und $n = 60$

$$\alpha = \gamma\ (16.79 + 8.34 - 15.30) = 983.0.$$

Die Tafel XVIII enthält diese Werthe von α für $\gamma = 100$ und $\beta = 0$. Dividirt man diese Zahlen durch die Größe $\overset{m}{\underset{n}{I}}$ der Tafel VIII, so erhält man den jährlichen Beitrag, welchen das Paar während seines Zusammenlebens, ohne Antrittsgeld, zu entrichten hat, um dem Ueberlebenden jene Rente von 100 fl. zu versichern, die er jährlich bis an seinen Tod bezieht.

Eherenten.

§. 29. Zwei Personen, von welchen die eine m und die andere n Jahre alt ist, geben das Antrittsgeld α und den jährlichen Beitrag β, und verlangen dafür, so lange sie beisammen leben, von der Casse die jährliche Rente γ. Wenn eines dieser beiden Mitglieder stirbt, so hört die Zahlung der Casse auf.

Man nennt diese Rente eine Eherente oder überhaupt eine Verbindungsrente, weil die Zahlung nur eben so lange, als die Verbindung selbst, währt.

Nach dem Vorhergehenden ist der anfängliche Werth der Einnahme der Casse von diesem Paare

$$\alpha + \beta\ .\ \overset{m}{\underset{n}{I}}$$

und da von N solchen Paaren am Ende des ersten Jahres noch $N.\frac{A_{m+1}A_{n+1}}{A_m A_n}$, am Ende des zweiten Jahres noch $N.\frac{A_{m+2}A_{n+2}}{A_m A_n}$ u. s. f. solche Paare übrig sind, in welchen beide Theile noch leben, so ist die anfängliche Ausgabe der Casse für eines dieser Paare gleich

$$\frac{1}{A_m\ A_n}\left(\frac{A_{m+1}A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}A_{n+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

oder kurz, gleich $\overset{m}{\underset{n}{I}}$. Wir haben daher

$$\alpha + \beta . \overset{m}{\underset{n}{I}} = \gamma\ .\ \overset{m}{\underset{n}{I}}$$

oder wenn, nach der Natur der Aufgabe, keine Beiträge, sondern bloß das Antrittsgeld α entrichtet wird

$$\alpha = \gamma \cdot I^{m}_{n}$$

so daß also I^{m}_{n} der anfängliche Werth einer Eherente (vergleiche §. 17 zu Ende) ist, die jährlich mit einem Gulden und zwar so lange bezahlt wird, als die Ehe oder überhaupt die Verbindung dauert. Die drei Tafeln VII, VIII und IX enthalten die Werthe dieser Eherente für $r = 1.04$, 1.05 und 1.06.

I. Werden b Probejahre eingeführt, so daß das verbundene Paar die Rente γ erst in dem bten Jahre nach ihrem Eintritte fordert, von welchem Jahre dann die Rente bis zu der Trennung der Verbindung durch den Tod der einen der beiden Personen dauern soll, so hat man

$$\alpha = \gamma \cdot \frac{A_{m+b}\, A_{n+b}}{A_m\, A_n} \cdot I^{m+b}_{n+b}$$

Ex. Ist $m = 50$, $n = 30$, $r = 1.04$ und $\gamma = 100$, so hat man, ohne Probejahre,

$$\alpha = 100\ (9.22) = 922;$$

und wenn 10 Probejahre angenommen werden

$$\alpha = 100 \cdot \frac{210}{300} \cdot \frac{374}{439}\ (7.06) = 421.1 \text{ u. s. w.}$$

Gegenseitige Lebensrente.

§. 30. Zwei Personen des Alters m und n geben das Antrittsgeld α und überdieß, so lange sie beisammen leben, den jährlichen Beitrag β. Dafür soll die Casse ihnen jährlich die Rente γ und zwar so lange entrichten, bis beide todt sind, also erstens so lange sie zusammen leben und dann auch, wenn der eine schon todt ist, noch dem Ueberlebenden bis an den Tod dieses Letzten.

Die Einnahme der Casse von diesem Paare ist, wie zuvor, gleich $\alpha + \beta \cdot I^{m}_{n}$.

Da nun (nach S. 68) die Wahrscheinlichkeit, daß nach t Jahren seit dem Eintritte dieses Paares noch nicht alle beide Theile todt sind, oder da die Wahrscheinlichkeit, daß in t Jahren wenigstens einer, und vielleicht auch beide noch leben, gleich ist

$$\frac{A_{m+t}}{A_m} + \frac{A_{n+t}}{A_n} - \frac{A_{m+t} A_{n+t}}{A_m A_n}$$

so erhält man für den anfänglichen Werth der Ausgaben der Casse

$$\frac{1}{A_m}\left(\frac{A_{m+1}}{r} + \frac{A_{m+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

$$+ \frac{1}{A_n}\left(\frac{A_{n+1}}{r} + \frac{A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{n+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

$$- \frac{1}{A_m A_n}\left(\frac{A_{m+1} A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2} A_{n+2}}{r^2} + \ldots\right)$$

oder nach unserer Bezeichnung

$$\frac{E_{m+1}}{D_m} + \frac{E_{n+1}}{D_n} - \overset{m}{\underset{n}{I}}$$

so daß man also hat

$$\alpha + \beta \,.\, \overset{m}{\underset{n}{I}} = \gamma \left[\frac{E_{m+1}}{D_m} + \frac{E_{n+1}}{D_n} - \overset{m}{\underset{n}{I}}\right].$$

Ex. $m = 20$, $n = 30$, r 1.04 und $\gamma = 100$ gibt, wenn keine Beiträge entrichtet werden,

$$\alpha = \gamma\ (16.790 + 15.085 - 12.671) = 1920.4$$

Eben so gibt $m = 20$ und $n = 60$

$$\alpha = \gamma\ (16.790 + 8.342 - 7.652) = 1748.0$$

Die Tafel XIX enthält diese Werthe von α für $r = 1.04$ und $\gamma = 100$.

Erbrenten für eine bestimmte Person oder Witwenrenten.

§. 31. Ein Mitglied in dem Alter von m Jahren entrichtet das Antrittsgeld α und den jährlichen Beitrag β bis an das Ende seines Lebens. Dafür soll die Casse einer von ihm bezeichneten, jetzt n jährigen Person, z. B. seiner Witwe, von dem Tode des Mitgliedes bis zu dem der Witwe, die jährliche Rente γ entrichten.

Die Einnahmen der Casse, auf die Zeit des Eintritts des Mitgliedes reducirt, sind, wie zuvor,

$$\alpha + \beta \cdot I_n^m$$

weil das Mitglied den jährlichen Beitrag nur so lange entrichten wird, als beide Personen zusammen leben, da, wenn die njährige, hier die Frau, eher sterben sollte, als der Mann, der Grund aller weiteren Zahlungen wegfällt. Werden die Beiträge im Anfange jedes Jahres gezahlt, so ist der letzte Ausdruck

$$\alpha + \beta\left(1 + I_n^m\right).$$

Da die Wahrscheinlichkeit, das nach t Jahren die n jährige Person (die Witwe) noch lebe, die m jährige aber schon todt sei, gleich ist (S. 68) $\frac{A_{n+t}}{A_n}\left(1 - \frac{A_{m+t}}{A_m}\right)$ so hat man für den anfänglichen Werth der Ausgaben der Casse an dieses Paar

$$\frac{\gamma}{A_n}\left(\frac{A_{n+1}}{r} + \frac{A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{n+3}}{r^3} + \ldots\right)$$
$$- \frac{\gamma}{A_m A_n}\left(\frac{A_{m+1}A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{m+3}A_{n+3}}{r^3} + \ldots\right)$$

das heißt, mit unseren Abkürzungen,

$$\gamma \cdot \left(\frac{E_{n+1}}{D_n} - I_n^m\right)$$

so daß man daher zur Auflösung dieser Aufgabe hat

$$\alpha + \beta \cdot I_n^m = \gamma \cdot \left(\frac{E_{n+1}}{D_n} - I_n^m\right) \ldots (A).$$

I. Diese Gleichung gibt also das Antrittsgeld α und den jährlichen Beitrag β, welcher letzte von dem Manne während der Dauer seiner Ehe entrichtet wird, um dadurch seiner Witwe eine jährliche Rente oder die Witwepension γ zu begründen, die von seinem Tode bis an den der Witwe dauert.

Man bemerke, daß die Größe $\frac{E_{n+1}}{D_n}$ der Werth einer Lebensrente von einem Gulden (§. 21. 1) und die Größe von I_n^m der Werth einer Eherente von einem Gulden ist (§. 29).

Ex. Sei das Alter des Mannes $m = 40$ und das der Frau $n = 30$ bei ihrem Eintritte, so hat man für $r = 1.04$

$$I^{m}_{\,n} \doteq 10.78,\; E_{n+1} = 2041.71 \text{ und } D_n = 135.35$$

also auch $\alpha + 10.78\,\beta = 4.305\,\gamma \ldots$ (I)

Ist also $\gamma = 100$ und $\beta = 0$, so ist $\alpha = 430.5$;
ist aber $\gamma = 100$ und $\alpha = 0$, so ist

$$\beta = \frac{430.5}{10.78} = 39.9$$ oder wenn die jährlichen Beiträge schon im Anfange des Jahres bezahlt werden,

$$\beta = \frac{430.5}{11.78} = 36.55.$$

Dadurch sind also auch die Werthe von α und β für jede andere Rente gegeben. Ist z. B. die Witwenrente $\gamma = 50$, so ist auch in dem vorigen Beispiele

$$\alpha = 215.25 \text{ für } \beta = 0 \text{ und}$$
$$\beta = 19.95 \text{ für } \alpha = 0$$

Wäre die Rente $\gamma = 50$ und zugleich das Antrittsgeld $\alpha = 100$ gegeben, so ist die Gleichung (I)

$$100 + 10.78\,\beta = 215.25 \text{ oder } \beta = 10.69$$

Wäre endlich die Rente $\gamma = 50$ und der jährliche Beitrag $\beta = 10$ gegeben, so ist die Gleichung (I)

$$\alpha + 107.8 = 215.25$$

oder dann ist das Antrittsgeld $\alpha = 107.45$ u. s. w.

Die Tafeln XX, XXI und XXII enthalten in der ersten Zeile das Antrittsgeld für $\beta = 0$, und in der zweiten den jährlichen Beitrag für $\alpha = 0$, für eine Witwenrente von $\gamma = 100$ und für den Zinsfuß von $r = 1.03$, 1.04 und 1.05.

II. Tritt man in eine solche Gesellschaft bloß durch das Antrittsgeld a, ohne jährliche Beiträge ein, so ist, wenn α die entsprechende Zahl der Tafel ist, die durch a begründete Witwenpension $x = 100\,\frac{a}{\alpha}$, weil $\alpha : 100 = a : x$ ist.

Tritt man aber bloß durch den jährlichen Beitrag b, ohne Antrittsgeld ein, so ist, wenn β die entsprechende Zahl der

Tafel bezeichnet, die durch b begründete Witwenpension

$x' = 100 \frac{b}{\beta}$, weil $\beta : 100 = b : x'$ ist.

Tritt man daher mit dem Antrittsgelde a und mit dem jährlichen Beitrag b zugleich ein, so ist die dadurch begründete Witwenpension

$$P = x + x' \text{ oder es ist}$$

$$P = 100 \left(\frac{a}{\alpha} + \frac{b}{\beta}\right).$$

Ex. Ist das Alter des Mannes $m = 40$ und der Frau $n = 25$, ihr Antrittsgeld $a = 100$ Gulden, und ihr jährlicher Beitrag $b = 20$ Gulden, so hat man, da für $r = 1.05$ die Tafel XXII gibt $\alpha = 390.1$ und $\beta = 35.82$

$$\frac{a}{\alpha} = 0.256 \text{ und } \frac{b}{\beta} = 0.559 \text{ also } P = 81.5.$$

Wäre umgekehrt die Pension P und das Antrittsgeld a gegeben, so ist der entsprechende jährliche Beitrag

$$b = \beta \left(\frac{P}{100} - \frac{a}{\alpha}\right). \text{ (Vergl. S. 10.)}$$

Ex. Sei $m = 30$, $n = 15$ und $a = P = 1000$ Gulden, so ist nach der Tafel XXII $\alpha = 355.3$ und $\beta = 28.53$

$$\text{also } b = 28.53 \left(10 - \frac{1000}{355.3}\right) = 204.84$$

und so fort in allen ähnlichen Fällen, wo man immer mit Hülfe der erwähnten Tafeln, wenn man von den drei Größen a, b und P zwei kennt, die dritte aus der Gleichung findet

$$P = 100 \left(\frac{a}{\alpha} + \frac{b}{\beta}\right)$$

wo α und β die beiden, dem gegebenen Paare entsprechende Zahlen der Tafel sind.

III. Man muß noch bemerken, daß die zweiten Zahlen der Tafeln XXI und XXII eigentlich nach der Gleichung

$$\beta' = \frac{\alpha}{\frac{\text{I}\;m}{n} + 0.75}$$

berechnet wurden, wo α die erste Zahl dieser Tafeln bezeichnet. So findet man z. B. in der Tafel XXII für $m=60$ und $n=40$

die erste Zahl $\alpha = 520.3$ und da die Tafel IX gibt $I^{m}_{n} = 6.63$, so ist $\beta' = \frac{520.3}{6.63 + 0.75} = \frac{520.3}{7.38} = 70.5$, wie in der Tafel. Sucht man aber den wahren, im Anfange jedes Jahres zu zahlenden jährlichen Beitrag β, so ist $\beta = \frac{\alpha}{I^{m}_{n} + 1}$

Um daher diesen Werth von β aus der Zahl β' der Tafel zu finden, hat man

$$\beta = \frac{\alpha}{I^{m}_{n} + 0.75 + 0.25} = \frac{\alpha}{\frac{\alpha}{\beta'} + 0.25} = \frac{\alpha\beta'}{\alpha + 0.25\beta'} \text{ oder}$$

$$\beta = \beta' - \frac{\beta'^2}{4\alpha}$$

So ist für unser Beispiel $\beta' = 70.5$ also

$$\beta = 70.5 - \frac{4970.25}{4\,(520.3)} = 70.5 - 2.39 = 68.11$$

§. 32. Sollen die jährlichen Beiträge nicht, wie in §. 31 vorausgesetzt wurde, bis an das Ende des Lebens der Person m, sondern nur durch die ersten a Jahre nach dem Eintritte dauern, so hat man für diese Einnahme der Casse

$$\frac{\beta}{A_m A_n}\left(\frac{A_{+1} A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2} A_{n+2}}{r^2} + \;..\; \text{bis } \frac{A_{m+a} A_{n+a}}{r^a}\right)$$

Dieser geschlossene Ausdruck ist gleich der Differenz der beiden endlosen Reihen

$$\frac{\beta}{A_m A_n}\left(\frac{A_{m+1} A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2} A_{n+2}}{r^2} + ..\right)$$

$$\frac{-\beta}{A_m A_n}\left(\frac{A_{m+1+a} A_{n+a+1}}{r^{a+1}} - \frac{A_{m+a+2} A_{n+a+2}}{r^{a+2}} + ..\right)$$

das heißt, nach unserer Bezeichnung

$$\beta.\, I^{m}_{n} - \frac{\beta A_{m+a} A_{n+a}}{r^a A_m A_n}\, I^{m+a}_{n+a}$$

so, daß daher die Gleichung (A) des §. 31 in folgende übergeht

$$\alpha + \beta\left(I^{m}_{n} - \frac{A_{m+a} A_{n+a}}{r^a A_m A_n}\, I^{m+a}_{n+a}\right) = \gamma\left(\frac{E_{n+1}}{D_n} - I^{m}_{n}\right).$$

I. Werden auch diese Beiträge immer im Anfange der ersten a Jahre entrichtet, so hat man für diese Einnahme der Casse

$$\beta + \frac{\beta}{A_m A_n}\left(\frac{A_{m+1}A_{n+1}}{r} + \frac{A_{m+2}A_{n+2}}{r^2} + \ldots \text{bis } \frac{A_{m+a-1}A_{n+a-1}}{r^{a-1}}\right)$$

also auch, wenn man wie zuvor verfährt

$$\alpha + \beta\left[1 + \mathrm{I}_{n}^{m} - \frac{A_{m+a-1}\,A_{n+a-1}}{r^{a-1}A_m A_n}\,\mathrm{I}_{n+a-1}^{m+a-1}\right] = \gamma\left[\frac{E_{n+1}}{D_n} - \mathrm{I}_{n}^{m}\right]$$

II. Diese Ausdrücke wird man auch anwenden, wenn ein Mitglied, durch unverschuldete Unglücksfälle gezwungen, seine jährlichen Beiträge nicht mehr entrichten kann. Manche Institute pflegen solche Mitglieder ganz auszuschließen, was in vielen Fällen ungerecht seyn kann. Da man nämlich zu der Zeit, wo das Mitglied seine Zahlungsunfähigkeit erklärt, weiß, was es an Antrittsgeld und an jährlichen Beiträgen bisher bezahlt hat, so kennt man die Größen α und β nebst der Anzahl a der Jahre, die das Mitglied in dem Institute zugebracht hat, und man wird daher durch die letzte Gleichung die Pension γ bestimmen, welche bei dem Tode des Mitgliedes die Witwe desselben erhalten soll.

III. Kann ein solches Mitglied nach dem a^{ten} Jahre künftig wenigstens noch den kleinern jährlichen Beitrag β' bis an das Ende seines Lebens entrichten, so wird es dadurch seiner Witwe, nebst der in II bestimmten Pension γ, noch eine zweite Pension γ' kaufen, die bloß durch diese kleineren künftigen Beiträge β' entsteht. Da aber jetzt das Alter der beiden Personen $m+a$ und $n+a$ Jahre ist, so findet man diese Pension γ' (nach §. 31) durch die Gleichung

$$\beta' . \mathrm{I}_{n+a}^{m+a} = \gamma' . \left[\frac{E_{n+a+1}}{D_{n+a}} - \mathrm{I}_{n+a}^{m+a}\right]$$

und die Pension, welche die Witwe eines solchen Mitgliedes ansprechen kann, wird gleich $\gamma + \gamma'$ seyn, wo γ durch die Gleichung des Nr. I bestimmt wird.

§. 33. Werden auch hier b Probejahre eingeführt, so daß, wenn das zahlende Mitglied des Alters m, oder wenn der Mann, noch vor dem Ende der ersten b Jahre nach seinem Eintritte stirbt, die Casse nichts entrichtet, so hat man für die auf den Anfang reducirten Ausgaben der Casse

$$\frac{\gamma}{A_n}\left(\frac{A_{n+b+1}}{r}+\frac{A_{n+b+2}}{r^2}+\ldots\right)$$

$$\frac{-\gamma}{A_m A_n}\left(\frac{A_{m+b+1}A_{n+b+1}}{r}+\frac{A_{m+b+2}A_{n+b+2}}{r^2}+\ldots\right)$$

oder nach unserer Bezeichnung,

$$\gamma \cdot \frac{r^b}{D_n} \cdot E_{n+b+1} - \gamma \cdot \frac{A_{m+b}\,A_{n+b}}{A_m\,A_n} \cdot I^{m+b}_{n+b}$$

so daß daher die Gleichung (A) des §. 31 in folgende übergeht

$$\alpha+\beta \,.\, I^m_n = \gamma\left[r^b\,\frac{E_{n+n+1}}{D_n} - \frac{A_{m+b}\,A_{n+b}}{A_m\,A_n} \cdot I^{m+b}_{n+b}\right].$$

§. 34. Bisher ist auf die Auslagen, welche die Casse durch ihre Geschäftsführung, Beamtenbesoldung u. dgl. haben kann, keine Rücksicht genommen worden. Sei nun δ diese jährliche Auslage, welche die Casse für jedes einzelne Paar hat. Diese Auslage wird im Allgemeinen dieselbe bleiben, für ein vollständiges Paar, in welchem beide Personen noch leben, und für ein solches, in welchem der Mann schon todt ist und nur die Witwe noch lebt, oder diese Auslage wird bis an das völlige Absterben des Paares dauern.

Ist aber N die Anzahl der Paare, in welchen der Mann bei seinem Eintritte das Alter von m, und die Frau das Alter von n Jahren hatte, so ist (S. 68) nach t Jahren die Anzahl aller ganzen Ehen $\frac{A_{m+t}\,A_{n+t}}{A_m\,A_n} \cdot N$

und die Anzahl aller derjenigen Paare, in welchen der Mann schon todt ist, die Frau aber noch lebt, $\frac{A_{n+t}}{A_n}\left(1-\frac{A_{m+t}}{A_m}\right) . N$

und daher ist Beider Summe, oder die Anzahl aller ganzen Ehen und aller Witwen $\frac{A_{n+t}}{A_n} . N$, woraus folgt, daß die auf den Anfang reducirte Auslage der Casse für jedes dieser Paare ist:

Am Ende des

ersten Jahres . . . . $\delta . \frac{A_{n+1}}{rA_n}$

zweiten Jahres . . . . $\delta . \frac{A_{n+2}}{r^2A_n}$

dritten Jahres . . . . $\delta . \frac{A_{n+3}}{r^3A_n}$ u. s. w.

und die Summe aller dieser Auslagen ist

$$\frac{\delta}{A_n}\left(\frac{A_{n+1}}{r} + \frac{A_{n+2}}{r^2} + \frac{A_{n+3}}{r^3} + \ldots\right) = \frac{\delta}{D_n} \cdot E_{n+1}$$

so daß daher die Gleichung (A) des §. 31 wird

$$\alpha + \beta . \overset{m}{\underset{n}{I}} = \gamma \left(\frac{E_{n+1}}{D_n} - \overset{m}{\underset{n}{I}}\right) + \delta . \frac{E_{n+1}}{D_n} \text{ oder}$$

$$\alpha + (\beta + \gamma)\ \overset{m}{\underset{n}{I}} = (\gamma + \delta) . \frac{E_{n+1}}{D_n}.$$

§. 35. Um endlich alle vorhergehenden Fälle in einer einzigen Aufgabe zusammenzufassen, sei m das Alter des eintretenden Mannes und n das seiner Frau, α das Antrittsgeld und β der jährliche Beitrag, welchen der Mann durch die ersten a Jahre, im Anfange eines jeden dieser Jahre, entrichtet. Ferner sei γ die jährliche Rente oder die Witwenpension, welche die Casse bei dem Tode des Mannes jener ihn überlebenden Frau und zwar am Ende jedes Jahres, jährlich bis an ihren Tod entrichtet, mit der Bedingung, daß diese Verbindlichkeit der Casse wegfällt oder daß sie der Witwe keine Pension auszahlt, wenn der Mann nicht bis wenigstens zu Ende des bten Jahres nach seinem Eintritte gelebt hat. Endlich sei δ die jährliche Auslage, welche die Casse wegen ihrer Geschäftsführung für dieses Paar bis an das gänzliche Aussterben desselben zu tragen hat.

Dieses vorausgesetzt, wird die Abhängigkeit der vier Größen α, β, γ und δ durch folgende Gleichung bestimmt

$$\alpha + \beta \left[1 + \overset{m}{\underset{n}{I}} - \frac{A_{m+a-1} A_{n+a-1}}{r^{a-1} A_m A_n} . \overset{m+a-1}{\underset{n+a-1}{I}}\right]$$
$$= \gamma \left[r^b . \frac{E_{n+b+1}}{D_n} - \frac{A_{m+b} A_{n+b}}{A_m A_n} . \overset{m+b}{\underset{n+b}{I}}\right] + \delta . \frac{E_{n+1}}{D_n}.$$

Werden die jährlichen Beiträge durch a Jahren, aber erst am Ende jedes Jahres bezahlt, so ist das zweite Glied dieser Gleichung $\beta \left[\overset{m}{\underset{n}{I}} - \frac{A_{m+a} A_{n+a}}{r^a A_m A_n} . \overset{m+a}{\underset{n+a}{I}}\right]$.

Werden diese jährlichen Beiträge bis an den Tod des Mannes bezahlt, so ist das zweite Glied

$\beta . \overset{m}{\underset{n}{I}}$ . . wenn sie am Ende jedes Jahres, und

$\beta \cdot \left(1 + I_{n}^{m}\right)$ . . wenn sie am Anfang jedes Jahres entrichtet werden.

Werden keine Probejahre eingeführt, sondern ist die Pension bei dem Tode des Mannes immer zahlbar, so ist $b = 0$ und daher das dritte Glied der obigen Gleichung

$$\gamma \left[r \frac{E_{n+1}}{D_n} - I_{n}^{m}\right].$$

I. Soll die Pension γ, die nach der bisherigen Voraussetzung, von dem Tode des Mannes bis an den der Witwe, am Ende eines jeden ganzen Jahres ausgezahlt wird, alle $\frac{1}{n}$tel Jahren ausgezahlt werden, so wird man (nach S. 39) in der vorhergehender Gleichung statt γ die Größe $\gamma \frac{(1-r^{\frac{1}{n}})}{1-r}$

oder annähernd . . $\frac{\gamma}{n} - \gamma \frac{(n-1)}{2n^2} \cdot (r-1)$ setzen,

oder, wenn man die Pension γ ungeändert läßt, so wird man dafür den jährlichen Beitrag β etwas vermehren und ihn gleich $\beta' = \frac{\beta(r-1)}{n(r^{\frac{1}{n}}-1)}$ setzen oder nahe $\beta' = \beta + \beta \frac{(n-1)(r-1)}{2n}$.

Sollen aber die Beiträge, statt wie bisher, alle im Anfange oder am Ende eines jeden ganzen Jahres, alle $\frac{1}{n}$tel Jahre entrichtet werden, so wird man in der vorhergehender Gleichung eben so

statt β die Größe . . $\beta \frac{(1-r^{\frac{1}{n}})}{1-r}$

oder annäherd . . $\frac{\beta}{n} - \beta \frac{(n-1)}{2n^2} (r-1)$ setzen,

Für $n=2$ ist z. B. der halbjährige Beitrag, wenn β den ganzjährigen bezeichnet

$\frac{\beta}{4} - \beta \frac{(r-1)}{8} = \frac{\beta}{2} - 0.00625\,\beta$ für $r = 1.05$ und eben so ist für $n = 4$ der vierteljährige Beitrag

$$\frac{\beta}{2} - \frac{3\beta(r-1)}{32} = \frac{\beta}{4} - 0.0047\,\beta.$$

Tafel I.

Mortalitätstafel von Süßmilch-Baumann.

Alter m	Lebende Am	Gestorbene Bm	Summe der Lebenden Cm	Alter m	Lebende Am	Gestorbene Bm	Summe der Lebenden Cm
0	1000	250	28988	35	409	7	10628
1	750	89	27988	36	402	7	10219
2	661	43	27238	37	395	7	9817
3	618	25	26577	38	388	7	9422
4	593	14	25959	39	381	7	9034
5	579	12	25366	40	374	7	8653
6	567	11	24787	41	367	7	8279
7	556	9	24220	42	360	7	7912
8	547	8	23664	43	353	7	7552
9	539	7	23117	44	346	7	7199
10	532	5	22578	45	339	7	6853
11	527	4	22046	46	332	8	6514
12	523	4	21519	47	324	8	6182
13	519	4	20996	48	316	8	5858
14	515	4	20477	49	308	8	5542
15	511	4	19962	50	300	9	5234
16	507	4	19451	51	291	9	4934
17	503	4	18944	52	282	9	4643
18	499	4	18441	53	273	9	4361
19	495	4	17942	54	264	9	4088
20	491	5	17447	55	255	9	3824
21	486	5	16956	56	246	9	3569
22	481	5	16470	57	237	9	3323
23	476	5	15989	58	228	9	3086
24	471	5	15513	59	219	9	2858
25	466	5	15042	60	210	9	2639
26	461	5	14576	61	201	9	2429
27	456	5	14115	62	192	10	2228
28	451	6	13659	63	182	10	2036
29	445	6	13208	64	172	10	1854
30	439	6	12763	65	162	10	1682
31	433	6	12324	66	152	10	1520
32	427	6	11891	67	142	10	1368
33	421	6	11464	68	132	10	1226
34	415	6	11043	69	122	10	1094

Alter m	Lebende Am	Gestorbene Bm	Summe der Lebenden Cm	Alter m	Lebende Am	Gestorbene. Bm	Summe der Lebenden Cm
70	112	9	972	85	17	3	82
71	103	9	860	86	14	2	65
72	94	9	757	87	12	2	51
73	85	8	663	88	10	2	39
74	77	8	578	89	8	2	29
75	69	7	508	90	6	1	21
76	62	7	432	91	5	1	15
77	55	6	370	92	4	1	10
78	49	6	315	93	3	1	6
79	43	6	266	94	2	1	3
80	37	5	223	95	1	0	1
81	32	4	186	96	0	0	0
82	28	4	154				
83	24	4	126				
84	20	3	102				

Tafel II.

Verschiedene Mortalitätstafeln.

	Baumann Süßmilch	Wargentin für Schweden	Deparcieux für Rentenirer	Halley für Breslau	Simpson für London	Baumann für Kurmark	Duvillard für Frankreich	Kritter	Price für Northampton	Kersboom für Holland
0	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000		1165	1400
1	750	780	745	855	680	759	767		865	1125
2	661	730	709	798	547	689	672		728	1075
3	618	695	682	760	496	651	625		[illegible]	1030
4	593	671	662	732	469	625	599		645	993
5	579	656	647	710	452	603	583		625	964
6	567	644	634	692	440	584	573		606	947
7	556	634	624	680	430	570	566		592	930
8	547	625	615	670	422	560	560		581	913
9	539	618	607	661	415	552	555		573	904
10	532	611	600	653	410	547	551		567	895
11	527	606	595	646	405	543	547		562	886
12	523	602	590	640	400	539	543		557	878
13	519	597	585	634	395	535	538		552	870
14	515	594	581	628	390	531	533		547	863
15	511	590	578	622	385	527	529		542	856
16	507	586	574	616	380	523	524		537	849
17	503	582	570	610	375	519	519		532	842
18	499	578	565	604	370	515	513		526	835
19	495	574	561	598	365	511	508		520	826
20	491	570	556	592	360	507	502	496	513	817
21	486	565	551	586	355	502	496	491	506	808
22	481	560	545	579	350	497	490	486	498	800
23	476	555	540	573	345	492	484	481	491	792
24	471	551	534	567	339	487	478	476	483	783
25	466	546	529	560	333	482	472	471	476	772
26	461	541	523	553	327	476	465	466	468	760
27	456	535	517	546	321	470	458	461	461	747
28	451	530	512	539	315	464	452	456	453	735
29	445	525	506	531	308	458	445	451	446	723
30	439	519	500	523	301	452	438	446	438	711
31	433	513	495	515	294	446	431	440	431	699
32	427	507	490	507	287	440	426	434	423	687
33	421	501	484	499	280	434	418	428	416	675
34	415	495	479	490	273	428	411	422	408	665

	Baumann Süßmilch	Wargentin für Schweden	Deparcieux für Rentenirer	Halley für Breslau	Simpson für London	Baumann für Kurmark	Duvillard für Frankreich	Kritter	Price für Northampton	Kerseboom für Holland
35	409	488	474	481	266	422	404	416	401	655
36	402	482	469	472	259	415	397	410	393	645
37	395	477	464	463	252	408	390	404	386	635
38	388	471	459	454	245	401	383	398	378	625
39	381	465	454	445	237	394	376	392	371	615
40	374	459	449	436	229	387	369	385	363	605
41	367	453	444	427	222	380	362	378	356	596
42	360	445	439	417	214	373	355	371	348	587
43	353	437	434	407	206	366	348	364	340	578
44	346	430	429	397	199	359	341	357	333	569
45	339	422	424	387	192	352	334	350	325	560
46	332	414	419	377	185	345	327	342	317	550
47	324	407	413	367	178	338	319	334	309	540
48	316	400	408	357	171	331	312	326	301	530
49	308	392	402	346	165	324	305	318	294	518
50	300	385	396	335	159	317	297	310	286	507
51	291	376	390	324	153	309	289	301	278	495
52	282	367	384	313	147	301	281	292	269	482
53	273	358	378	302	141	293	273	283	261	470
54	264	349	371	292	135	284	265	274	253	458
55	255	340	363	282	129	275	257	265	245	446
56	246	331	355	272	123	265	249	255	237	434
57	237	322	346	262	117	255	240	245	228	421
58	228	312	338	252	112	245	231	235	220	408
59	219	303	329	242	107	234	223	225	212	395
60	210	293	319	232	102	223	214	215	204	382
61	201	282	309	222	97	212	204	205	196	369
62	192	271	299	212	92	201	195	195	187	356
63	182	259	288	202	87	190	186	185	179	343
64	172	247	278	192	82	179	176	175	171	329
65	162	235	267	182	77	168	166	166	163	315
66	152	224	256	172	72	157	157	157	155	301
67	142	212	245	162	67	146	147	148	147	287
68	132	200	234	152	62	135	137	139	139	273
69	122	187	222	142	58	124	127	130	131	259

	Baumann Süßmilch	Wargentin für Schweden	Deparcieux für Rentenirer	Halley für Breslau	Simpson für London	Baumann für Kurmark	Duvillard für Frankreich	Kritter	Price für Northampton	Kerseboom für Holland
70	112	175	211	131	54	113	118	121	123	245
71	103	162	199	120	50	103	108	112	115	231
72	94	149	187	109	46	93	99	103	107	217
73	85	135	175	98	42	83	89	95	99	203
74	77	121	162	88	39	73	80	87	91	189
75	69	108	148	78	36	64	72	79	83	175
76	62	96	134	68	33	56	63	71	75	160
77	55	85	120	58	30	49	55	63	67	145
78	49	74	106	49	27	43	48	55	60	130
79	43	65	94	41	25	37	41	47	53	115
80	37	56	81	34		32	35	39	47	100
81	32	47	70	28		27	29	32	41	87
82	28	38	59	23		23	24	26	35	75
83	24	31	49	19		19	19	21	29	64
84	20	24	40	15		16	15	17	23	55
85	17	19	33	11		13	12	14	19	45
86	14	14	26	8		11	9	11	14	36
87	12	11	21	5		9	7	9	11	28
88	10	8	16	3		7	6	7	8	21
89	8	6	12	1		6	5	5	6	15
90	6	5	8			5	4	3	5	10
91	5	3	5				3	2	3	7
92	4	2	3				2	1	2	5
93	3	1	1				2	1	1	3
94	2	1	1				1	1	1	2
95	1	0	0				1		0	1
96	0	0	0						0	

Tafel III.

Mittlere Lebensdauer.

F_m

m	F_m	m	F_m	m	F_m
0	28.49	35	25.49	70	8.18
1	36.72	36	24.92	71	7.85
2	40.71	37	24.35	72	7.55
3	42.50	38	23.78	73	7.30
4	43.28	39	23.21	74	7.01
5	43.31	40	22.64	75	6.76
6	43.22	41	22.06	76	6.74
7	43.06	42	21.48	77	6.23
8	42.76	43	20.89	78	5.93
9	42.39	44	20.31	79	5.69
10	41.94	45	19.72	80	5.53
11	41.33	46	19.12	81	5.31
12	40.65	47	18.58	82	5.00
13	39.96	48	18.04	83	4.75
14	39.26	49	17.49	84	4.60
15	38.56	50	16.95	85	4.32
16	37.86	51	16.46	86	4.14
17	37.16	52	15.96	87	3.75
18	36.46	53	15.48	88	3.40
19	37.57	54	14.98	89	3.12
20	35.03	55	14.50	90	3.00
21	34.39	36	14.01	91	2.50
22	33.74	57	13.52	92	2.00
23	33.09	58	13.04	93	1.50
24	32.44	59	12.55	94	1.00
25	31.78	60	12.07		
26	31.12	61	11.58		
27	30.45	62	11.10		
28	29.79	63	10.69		
29	29.18	64	10.28		
30	28.57	65	9.88		
31	27.96	66	9 50		
32	27.35	67	9.13		
33	26 73	68	8.79		
34	26.11	69	8.47		

Fm	m	Fm	m	Fm	m
0	. . .	15	53.96	30	27.68
1	94.00	16	51.92	31	26.18
2	92.00	17	49.91	32	24.68
3	90.00	18	48.07	33	23.14
4	86.36	19	46.22	34	21.60
5	82.00	20	44.53	35	20.05
6	77.77	21	42.82	36	18.65
7	74.04	22	41.10	37	17.23
8	70.55	23	39.37	38	15.80
9	67.38	24	37.61	39	14.37
10	64.70	25	35.86	40	12.94
11	62.24	26	34.18	41	11.48
12	60.14	27	32.57	42	9.87
13	58.08	28	30.93	43	7.20
14	56.02	29	29.29		

Tafel IV.

Dauer der Ehe.

$$G_n^m = G_m^n$$

Alter des Mannes	Alter der Frau								
	15	20	25	30	35	40	45	50	55
15	27.68	26.12	24.55	22.80	20.95	19.12	17.07	15.00	13.09
20	26.12	24.78	23.41	21.85	20.18	18.51	16.59	14.63	12.81
25	24.55	23.41	22.23	20.88	19.39	17.88	16.11	14.28	12.55
30	22.80	21.85	20.88	19.73	18.44	17.11	15.51	13.82	12.21
35	20.95	20.18	19.39	18.44	17.35	16.21	14.80	13.28	11.80
40	19.12	18.51	17.88	17.11	16.21	15.27	14.05	12.70	11.38
45	17.07	16.59	16.11	15.51	14.80	14.05	13.05	11.90	10.76
50	15.00	14.63	14.28	13.82	13.28	12.70	11.90	10.97	10.01
55	13.09	12.81	12.55	12.21	11.80	11.38	10.76	10.01	9.24
60		10.88	10.70	10.45	10.16	9.87	9.41	8.85	8.26
65			8.94	8.77	8.57	8.37	8.04	7.63	7.20
70				7.41	7.26	7.13	6.89	6.60	6.29
75					6.13	6.05	5.89	5.67	5.46
80						5.06	4.90	4.80	4.66
85							4.00	3.90	3.82
90								2.82	2.79

Dauer der Ehe.

$$G_n^m = G_m^n$$

Alter des Mannes	Alter der Frau						
	60	65	70	75	80	85	90
15							
20	10.88						
25	10.70	8.94					
30	10.45	8.77	7.41				
35	10.16	8.57	7.26	6.13			
40	9.87	8.37	7.13	6.05	5.06		
45	9.41	8.04	6.89	5.89	4.96	4.00	
50	8.85	7.63	6.60	5.67	4.80	3.90	2.82
55	8.26	7.20	6.29	5.46	4.66	3.82	2.79
60	7.48	6.60	5.83	5.12	4.43	3.68	2.74
65	6.60	5.90	5.27	4.68	4.10	3.47	2.64
70	5.83	5.27	4.77	4.28	3.80	3.26	2.54
75	5.12	4.68	4.28	3.89	3.49	3.04	2.43
80	4.43	4.10	3.80	3.49	3.18	2.81	2.31
85	3.68	3.47	3.26	3.04	2.81	2.56	2.17
90	2.74	2.64	2.54	2.43	2.31	2.17	2.03

Tafel V.

Dauer des Ueberlebens.

$$F_m - G_n^m = F_n - G_m^n$$

Alter des Ueberlebenden	Alter der andern Person.								
	15	20	25	30	35	40	45	50	55
15	10.88	8.91	7.23	5.77	4.54	3.52	2.65	1.95	1.41
20	12.44	10.25	8.37	6.72	5.31	4.13	3.13	2.32	1.69
25	14.01	11.62	9.55	7.69	6.10	4.76	3.61	2.67	1.95
30	15.76	13.18	10.90	8.84	7.05	5.53	4.21	3.13	2.29
35	17.61	14.85	12.39	10.13	8.14	6.43	4.92	3.67	2.70
40	19.44	16.52	13.90	11.46	9.28	7.37	5.67	4.25	3.12
45	21.49	18.44	15.67	13.06	10.69	8.59	6.67	5.05	3.74
50	23.56	20.40	17.50	14.75	12.21	9.94	7.82	5.98	4.49
55	25.47	22.22	19.23	16.30	13.69	11.26	8.96	6.94	5.26
60		24.15	21.08	18.12	15.33	12.77	10.31	8.10	6.24
65			22.84	19.80	16.92	14.27	11.68	9.32	7.30
70				21.16	18.23	15.51	12.83	10.35	8.21
75					19.36	16.59	13.83	11.28	9.04
80						17.58	14.76	12.15	9.84
85							15.72	13.05	10.68
90								14.13	11.71

Dauer des Ueberlebens.

$$F_m - G_n^m = F_n - G_m^n$$

Alter des Ueber-lebenden	Alter der andern Person.						
	60	65	70	75	80	85	90
15							
20	1.19						
25	1.37	0.94					
30	1.62	1.11	0.77				
35	1.91	1.31	0.92	0.63			
40	2.20	1.51	1.05	0.71	0.47		
45	2.66	1.84	1.29	0.87	0.57	0.32	
50	3.22	2.25	1.58	1.09	0.73	0.42	0.18
55	3.81	2.68	1.89	1.30	0.87	0.50	0.21
60	4.59	3.28	2.35	1.64	1.10	0.64	0.26
65	5.47	3.98	2.91	2.08	1.43	0.85	0.36
70	6.24	4.61	3.41	2.48	1.73	1.06	0.46
75	6.95	5.20	3.90	2.87	2.04	1.28	0.57
80	7.64	5.78	4.38	3.27	2.35	1.51	0.69
85	8.39	6.41	4.92	3.72	2.72	1.76	0.83
90	9.33	7.24	5.64	4.33	3.22	2.15	0.97

Tafel VI.

D_m und E_m

m	D_m	E_m	D_m	E_m	D_m	E_m
	r = 1.03		r = 1.04		r = 1.05	
0	1000.00	14659.28	1000.00	12431.48	1000.00	10782.28
1	728.16	13659.28	721.15	11431.48	714.29	9782.28
2	623.07	12931.12	611.13	10710.33	599.55	9067.99
3	565.57	12308.05	549.40	10099.20	533.85	8468.45
4	526.87	11742.48	506.90	9549.80	487.86	7934.59
5	499.45	11215.61	475.90	9042.90	453.66	7446.73
6	474.85	10716.16	448.11	8567.00	423.10	6993.07
7	452.08	10241.31	422.51	8118.89	395.14	6569.97
8	431.81	9789.23	399.69	7696.38	370.23	6174.83
9	413.10	9357.42	378.69	7296.69	347.44	5804.60
10	395.86	8944.32	359.40	6918.00	326.60	5457.15
11	380.72	8548.46	342.33	6558.60	308.13	5130.55
12	366.82	8167.74	326.66	6216.27	291.23	4822.42
13	353.42	7800.92	311.70	5889.61	275.24	4531.20
14	340.48	7447.50	297.40	5577.91	260.11	4255.96
15	327.99	7104.02	283.74	5280.51	245.80	3995.85
16	315.95	6779.03	270.69	4996.77	232.26	3750.05
17	304.33	6463.08	258.23	4726.08	219.46	3517.79
18	293.11	6158.75	246.32	4467.85	207.34	3298.33
19	282.29	5865.64	234.95	4221.53	195.89	3090.99
20	271.86	5583.35	224.09	3986.58	185.05	2895.10
21	261.25	5311.49	213.27	3762.49	174.45	2710.06
22	251.03	5050.24	202.96	3549.22	164.43	2535.60
23	241.19	4799.21	193.13	3346.26	154.97	2371.17
24	231.70	4558.02	183.75	3153.13	146.94	2216.20
25	222.57	4326.32	174.80	2969.38	137.61	2070.16
26	213.76	4103.75	166.28	2794.58	129.65	1932.54
27	205.29	3889.99	158.15	2628.30	122.14	1802.89
28	197.12	3684.70	150.40	2470.15	115.05	1680.75
29	188.83	3487.58	142.69	2319.75	108.11	1565.71
30	180.86	3298.75	135.35	2177.06	101.57	1457.60
31	173.20	3117.89	128.37	2041.71	95.42	1356.02
32	165.82	2944.69	121.72	1913.34	89.61	1260.61
33	158.73	2778.87	115.39	1791.62	84.15	1170.99
34	151.91	2620.14	109.37	1676.23	79.00	1086.84

m	D_m	E_m	D_m	E_m	D_m	E_m
	r = 1.03		r = 1.04		r = 1.05	
35	145.35	2468.23	103.65	1566.86	74.15	1007.85
36	138.71	2322.88	97.95	1463.21	69.41	933.70
37	132.32	2184.17	92.55	1363.26	64.95	864.29
38	126.19	2051.85	87.41	1272.71	60.76	799.34
39	120.30	1925.66	82.53	1185.30	56.82	738.58
40	114.65	1805.36	77.90	1102.77	53.12	681.75
41	109.23	1690.71	73.50	1024.87	49.65	628.63
42	104.03	1581.48	69.33	951.37	46.38	578.98
43	99.03	1477.45	65.36	882.04	43.31	532.51
44	94.24	1378.42	61.60	816.68	40.43	489.28
45	89.65	1284.18	58.04	755.08	37.73	448.85
46	85.24	1194.53	54.65	697.04	35.19	411.12
47	80.76	1109.29	51.28	642.39	32.71	375.93
48	76.47	1028.53	48.09	591.11	30.38	343.22
49	72.37	952.06	45.04	543.02	28.20	312.84
50	68.43	879.69	42.21	497.95	26.16	284.64
51	64.44	811.26	39.37	455.74	24.17	258.48
52	60.64	746.82	36.69	416.37	22.31	234.31
53	56.99	686.18	34.15	379.68	20.56	212.00
54	53.50	629.19	31.75	345.53	18.94	191.44
55	50.18	575.69	29.49	313.78	17.42	172.50
56	47.00	525.51	27.36	284.29	16.01	155.07
57	43.96	478.51	25.34	256.93	14.69	139.07
58	41.06	434.55	23.44	231.59	13.46	124.38
59	38.29	393.49	21.65	208.15	12.31	110.92
60	35.64	355.20	19.96	186.60	11.24	98.61
61	33.12	319.56	18.37	166.54	10.25	87.37
62	30.72	286.94	16.87	148.17	9.32	77.12
63	28.27	255.72	15.38	131.30	8.42	67.80
64	25.04	227.45	13.98	115.92	7.57	59.38
65	23.72	202.41	12.66	101.94	6.79	51.80
66	21.61	178.69	11.42	89.28	6.07	45.01
67	19.60	157.08	10.26	77.86	5.40	38.94
68	17.69	137.48	9.17	67.60	4.78	33.54
69	15.87	119.79	8.15	58.43	4.21	28.75
70	14.15	103.92	7.19	50.28	3.68	24.54
71	12.63	89.77	6.36	43.09	3.22	20.86
72	11.19	77.14	5.58	36.73	2.80	17.64
73	9.82	65.95	4.85	31.15	2.41	14.83
74	8.64	56.13	4.23	26.30	2.08	12.42

m	D_m	E_m	D_m	E_m	D_m	E_m
	r = 1.03		r = 1.04		r = 1.05	
75	7.52	47.49	3.64	22.07	1.78	10.34
76	6.56	39.97	3.15	18.43	1.52	8.56
77	5.65	33.41	2.68	15.28	1.28	7.04
78	4.89	27.76	2.30	12.60	1.09	5.76
79	4.16	22.87	1.94	10.30	0.91	4.67
80	3.48	18.71	1.61	8.36	0.75	3.76
81	2.92	15.23	1.33	6.75	0.61	3.01
82	2.47	12.31	1.12	5.42	0.51	2.39
83	2.06	9.84	0.93	4.30	0.42	1.88
84	1.67	7.78	0.74	3.37	0.33	1.46
85	1.38	6.11	0.61	2.63	0.27	1.13
86	1.10	4.73	0.48	2.02	0.21	0.86
87	0.92	3.63	0.40	1.54	0.17	0.65
88	0.74	2.71	0.32	1.14	0.14	0.48
89	0.58	1.97	0.24	0.82	0.10	0.34
90	0.42	1.39	0.18	0.58	0.07	0.24
91	0.34	0.97	0.14	0.40	0.06	0.17
92	0.26	0.63	0.11	0.26	0.04	0.11
93	0.19	0.37	0.08	0.15	0.03	0.06
94	0.12	0.18	0.05	0.07	0.02	0.03
95	0.06	0.06	0.02	0.02	0.01	0.01

Tafel VII.

Eherente.

$$r = 1.03$$

$$I^m_n = I^n_m$$

Alter des Mannes	Alter der Frau						
	5	10	15	20	25	30	35
5	17.03	17.31	16.80	16.09	15.38	14.62	13.69
10	17.06	17.70	17.18	16.48	15.78	14.97	14.09
15	16.84	17.17	15.74	16.[illegible]8	15.43	14.70	13.82
20	16.09	16.48	16.18	15.51	14.92	14.21	13.44
25	15.38	15.78	15.43	14.92	14.43	13.77	13.05
30	14.62	14.97	14.70	14.21	13.77	13.26	12.56
35	13.69	14.09	13.82	13.44	13.05	12.56	11.99
40	12.84	12.86	13.01	12.64	12.35	11.90	11.40
45	11.75	12.09	11.89	11.62	11.37	11.01	10.61
50	10.60	10.91	10.79	10.51	10.31	10.02	9.70
55	9.48	9.75	9.67	9.50	9.29	9.04	8.80
60	8.23	8.46	8.41	8.26	8.16	7.92	7.73
65	6.97	6.84	7.14	7.02	6.94	6.78	6.62
70	5.96	6.10	6.08	6.01	5.93	5.78	5.67

Eherente

$r = 1.03$

$I_n^m = I_m^n$

Alter des Mannes	Alter der Frau						
	40	45	50	55	60	65	70
5	12.84	11.75	10.60	9.48	8.23	6.97	5.96
10	12.86	12.09	10.91	9.75	8.46	6.84	6.10
15	13.01	11.89	10.79	9.67	8.41	7.14	6.08
20	12.64	11.62	10.51	9.50	8.26	7.02	6.01
25	12.35	11.37	10.31	9.29	8.16	6.94	5.93
30	11.90	11.01	10.02	9.04	7.92	6.78	5.78
35	11.40	10.61	9.70	8.80	7.73	6.62	5.67
40	10.91	10.16	9.36	8.56	7.53	6.47	5.58
45	10.16	9.60	8.87	8.14	7.23	6.25	5.41
50	9.36	8.87	8.26	7.65	6.83	5.96	5.18
55	8.56	8.14	7.65	7.14	6.43	5.65	4.96
60	7.53	7.23	6.83	6.43	5.87	5.18	4.61
65	6.47	6.25	5.96	5.65	5.18	4.65	4.17
70	5.58	5.41	5.18	4.96	4.61	4.17	3.76

Tafel VIII.

Eherente.

$r = 1.04$

$I_n^m = I_m^n$

Alter des Mannes	Alter der Frau							
	15	20	25	30	35	40	45	50
15	14.63	14.13	13.64	13.04	12.36	11.68	10.80	9.83
20	14.13	13.68	13.22	12.67	12.04	11.40	10.56	9.63
25	13.64	13.22	12.81	12.31	11.73	11.13	10.34	9.46
30	13.04	12.67	12.31	11.85	11.32	10.78	10.05	9.22
35	12.36	12.04	11.73	11.32	10.86	10.37	9.71	8.93
40	11.68	11.40	11.13	10.78	10.37	9.95	9.35	8.65
45	10.80	10.56	10.34	10.05	9.71	9.35	8.84	8.22
50	9.83	9.63	9.46	9.22	8.93	8.65	8.22	7.69
55	8.88	8.72	8.58	8.39	8.16	7.94	7.59	7.14
60		7.65	7.55	7.40	7.22	7.06	6.78	6.43
65			6.47	6.36	6.22	6.10	5.90	5.62
70				5.48	5.38	5.29	5.13	4.92
75					4.61	4.55	4.44	4.28
80						3.85	3.77	3.65
85							3.05	2.98
90								2.31

Tafel VIII.

Eherente.

$r = 1.04$

$I^m_n = I^n_m$

Alter des Mannes	Alter der Frau							
	55	60	65	70	75	80	85	90
15	8.88							
20	8.72	7.65						
25	8.58	7.55	6.47					
30	8.39	7.40	6.36	5.48				
35	8.16	7.22	6.22	5.38	4.61			
40	7.94	7.06	6.10	5.29	4.55	3.85		
45	7.59	6.78	5.90	5.13	4.44	3.77	3.05	
50	7.14	6.43	5.62	4.92	4.28	3.65	2.98	2.13
55	6.69	6.07	5.35	4.72	4.13	3.55	2.91	2.10
60	6.07	5.56	4.95	4.40	3.88	3.37	2.80	2.05
65	5.35	4.95	4.44	3.99	3.55	3.11	2.62	1.96
70	4.72	4.40	3.99	3.61	3.24	2.87	2.45	1.87
75	4.13	3.88	3.55	3.24	2.94	2.62	2.27	1.78
80	3.55	3.37	3.11	2.87	2.62	2.37	2.07	1.66
85	2.91	2.80	2.62	2.45	2.27	2.07	1.86	1.54
90	2.10	2.05	1.96	1.87	1.78	1.66	1.54	1.42

Tafel IX.

Eherente.

$r = 1.05$

$I_n^m = I_m^n$

Alter des Mannes	Alter der Frau								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
5	12.83	13.15	12.87	12.45	12.03	11.54	10.97	10.40	9.60
10	13.15	13.50	13 22	12.80	12.39	11.89	11.31	10.73	9.98
15	12.87	13.22	12.97	12.57	12.18	11.71	11.16	10.57	9.87
20	12.45	12.80	12.57	12.21	11.85	11.41	10.89	10.37	9.67
25	12.03	12.39	12.18	11.85	11.52	11.11	10.63	10.14	9.48
30	11.54	11.89	11.71	11.41	11.11	10.74	10.30	9.85	9 23
35	10.97	11.31	11.16	10.89	10.63	10.30	9.91	9.50	8.94
40	10.40	10.73	10.57	10.37	10.14	9.85	9.50	9.15	8.64
45	9.60	9.98	9.87	9.67	9.48	9.23	8.94	8.64	8.16
50	8.83	9.13	9.05	8.88	8.73	8.52	8.28	8.03	7.65
55	8.02	8.30	8.24	8.10	7.98	7.81	7.61	7.41	7.10
60	7.07	7.31	7.27	7 16	7.07	6.93	6.78	6.63	6.38
65	6.06	6.28	6.25	6.17	6.10	6.00	5.88	5.77	5.58
70	5.23	5.41	5.39	5.34	5.28	5.20	5.11	5.03	4.89
75	4.47	4.63	4.62	4.57	4.53	4.47	4.41	4.35	4.25
80	3.77	3.89	3.88	3.86	3.84	3.79	3.74	3.70	3.63
85	3.03	3.13	3.13	3.10	3.09	3.06	3.05	3.01	2.96
90	2.14	2.19	2.20	2.19	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12

Tafel IX.

Eherente.

$r = 1.05$

$$I^{m}_{n]} = I^{n}_{m}$$

Alter des Mannes	Alter der Frau								
	50	55	60	65	70	75	80	85	90
5	8.83	8.02	7.07	6.06	5.23	4.47	3.77	3.03	2.14
10	9.13	8.30	7.31	6.28	5.41	4.63	3.89	3.13	2.19
15	9.05	8.24	7.27	6.25	5.39	4.62	3.88	3.13	2.20
20	8.88	8.10	7.16	6.17	5.34	4.57	3.86	3.10	2.19
25	8.73	7.98	7.07	6.10	5.28	4.53	3.84	3.09	2.18
30	8.52	7.81	6.93	6.00	5.20	4.47	3.79	3.06	2.17
35	8.28	7.61	6.78	5.88	5.11	4.41	3.74	3.05	2.15
40	8.03	7.41	6.63	5.77	5.03	4.35	3.70	3.01	2.14
45	7.65	7.10	6.38	5.58	4.89	4.25	3.63	2.96	2.12
50	7.19	6.71	6.07	5.33	4.69	4.10	3.52	2.89	2.08
55	6.71	6.30	5.74	5.09	4.51	3.96	3.42	2.82	2.06
60	6.07	5.74	5.28	4.72	4.21	3.74	3.25	2.72	2.01
65	5.33	5.09	4.72	4.26	3.83	3.37	3.22	2.54	1.92
70	4.69	4.51	4.21	3.83	3.47	3.13	2.78	2.38	1.83
75	4.10	3.96	3.74	3.37	3.13	2.84	2.54	2.21	1.74
80	3.52	3.42	3.25	3.22	2.78	2.54	2.30	2.02	1.63
85	2.89	2.82	2.72	2.54	2.38	2.21	2.02	1.81	1.51
90	2.08	2.06	2.01	1.92	1.83	1.74	1.63	1.51	1.39

Tafel X.

Lebensrenten durch Antrittsgeld.

m	r=1.03	r=1.04	r=1.05	m	r=1.03	r=1.04	r=1.05
0	1366.0	1143.2	978.2	35	1598.7	1411.7	1259.2
1	1775.9	1485.2	1269.5	36	1575.3	1393.8	1245.2
2	1975.6	1652.5	1412.5	37	1551.3	1375.2	1230.7
3	2076.4	1738.2	1486.3	38	1526.7	1356.0	1215.5
4	2128.9	1783.9	1526.4	39	1501.4	1336.2	1197.7
5	2145.8	1800.2	1541.5	40	1475.4	1315.6	1183.3
6	2156.9	1811.8	1552.8	41	1448.6	1294.4	1166.2
7	2165.6	1821.6	1562.7	42	1421.1	1272.3	1148.3
8	2167.2	1825.6	1567.8	43	1392.8	1249.5	1129.6
9	2165.4	1826.8	1570.7	44	1363.6	1225.7	1110.1
10	2159.7	1824.9	1570.9	45	1333.5	1201.1	1089.6
11	2145.6	1815.9	1565.1	46	1302.5	1175.5	1068.2
12	2126.8	1802.9	1555.9	47	1274.7	1152.7	1049.4
13	2107.5	1789.5	1546.2	48	1246.1	1129.1	1029.7
14	2087.6	1775.6	1536.2	49	1216.7	1104.8	1009.3
15	2067.1	1761.0	1525.6	50	1186.8	1079.6	988.0
16	2045.9	1745.9	1514.6	51	1160.2	1057.5	969.5
17	2024.0	1730.2	1502.9	52	1133.7	1034.9	950.5
18	2001.4	1713.8	1490.7	53	1105.6	1011.8	930.9
19	1978.2	1696.8	1477.9	54	1077.6	988.1	910.8
20	1954.1	1679.0	1464.5	55	1049.1	963.9	890.0
21	1933.4	1664.2	1453.5	56	1020.1	939.2	868.7
22	1912.1	1648.7	1442.1	57	990.6	913.8	846.8
23	1890.2	1632.7	1430.1	58	960.6	887.9	824.2
24	1867.6	1616.0	1417.5	59	930.1	861.4	801.0
25	1844.2	1598.7	1404.3	60	899.0	834.2	777.1
26	1820.2	1580.7	1390.6	61	867.5	806.4	752.5
27	1795.3	1561.9	1376.1	62	835.4	778.0	727.2
28	1769.7	1542.4	1360.9	63	807.7	753.6	705.5
29	1747.4	1525.7	1348.2	64	780.3	729.3	683.8
30	1724.4	1508.5	1335.5	65	753.3	705.3	662.4
31	1700.7	1490.5	1321.2	66	727.0	681.7	641.2
32	1676.4	1471.9	1306.7	67	701.5	658.9	620.7
33	1651.2	1452.6	1291.6	68	677.3	637.2	601.1
34	1625.4	1432.6	1275.8	69	654.8	617.0	582.9

Lebensrenten durch Antrittsgeld.

m	r=1.03	r=1.04	r=1.05	m	r=1.03	r=1.04	r=1.05
70	634.7	599.0	566.7	80	438.5	420.2	403.2
71	610.9	577.4	547.0	81	422.3	405.3	389.5
72	589.4	557.9	529.4	82	397.1	381.7	367.5
73	571.4	541.8	514.7	83	377.1	363.2	350.1
74	549.7	521.9	496.6	84	366.1	353.3	341.2
75	531.8	505.8	481.9	85	343.7	332.2	321.4
76	509.6	485.4	463.1	86	329.8	319.6	309.8
77	491.7	469.1	448.2	87	296.3	287.7	279.6
78	468.5	447.6	428.2	88	266.3	259.9	252.2
79	449.9	430.4	412.4	89	242.8	236.8	231.1
				90	233.5	228.4	223.5

Tafel XI.

Partielle Erbactie auf 7 Jahre.

Alter	Alliance Soc.	Amicable Soc.	Crown Soc.	Equitable Soc.	Guardian Soc.	Union Soc.	Baumann's Tafel r = 1.03	Baumann's Tafel r = 1.04
15	0.80	0.95	1.10	1.10	1.00	0.85	0.72	0.82
20	1.05	1.20	1.20	1.45	1.30	1.20	0.96	1.01
25	1.25	1.35	1.40	1.60	1.45	1.30	1.19	1.18
30	1.35	1.45	1.60	1.70	1.55	1.40	1.44	1.43
35	1.50	1.60	1.75	1.90	1.75	1.55	1.75	1.73
40	1.90	1.85	1.95	2.20	2.00	1.80	1.96	1.94
45	2.30	2.10	2.25	2.50	2.30	2.05	2.49	2.46
50	2.85	2.50	2.85	3.00	2.75	2.40	3.19	3.15
55	3.65	3.00	3.50	3.60	3.40	2.95	3.66	3.77
60	5.35	3.60	4.25	4.35	4.30	3.55	5.18	5.16
65		4.60		5.50		4.55	7.09	7.00
70		6.85					9.14	9.04

Für diesen jährlichen, durch 7 Jahre zu entrichtenden Beytrag zahlt die Casse 100 fl., wenn das Mitglied noch vor diesen 7 Jahren stirbt.

Tafel XII.

Partielle Erbactie auf 1 Jahr.

Alter	Alliance Soc.	Amicable Soc.	Crown Soc.	Equitable Soc.	Guardian Soc.	Union Soc.	Baumann's Tafel	
							r = 1.03	r = 1.04
15	0,75	0.75	1.00	0.85	0.80	0.65	0.76	0.75
20	0.95	1,05	1.15	1.35	1,20	1.05	0.99	0,98
25	1.15	1,25	1.30	1,55	1.35	1,20	1,05	1,02
30	1.35	1.35	1.50	1.65	1.50	1.30	1.32	1.29
35	1.40	1.50	1.70	1.80	1.65	1.45	1.66	1.65
40	1.55	1.65	1.85	2.00	1.85	1.55	1.82	1.80
45	2.05	1.90	2.05	2.30	2.10	1.85	2.01	1.99
50	2.50	2.20	2.50	2.75	2.45	2.15	2.92	2.88
55	3.15	2.65	3.15	3.25	3.00	2.60	3.43	3.37
60	4.15	3.20	3.85	3.90	3.80	3.15	4.16	4.12
65		3.90		4.75		3.80	5.98	5.94
70		5.50					7.83	7.69

Für dieses Antrittsgeld zahlt die Casse 100 fl., wenn das Mitglied noch vor einem Jahre stirbt.

Tafel XIII.

Totale Erbactie durch fortwährende Beiträge.

	Alliance Society	Amicable Society	Crown Society	Equitable Society	Guardian Society	Union Society	Baumann's Tafel 1=1.03	Baumann's Tafel 1=1.04
15	1.60	1.75	1.75	1.90	1.80	1.90	1.66	1.53
20	1.80	2.00	1.95	2.15	2.05	2.15	1.96	1.77
25	2.10	2.25	2.20	2.40	2.25	2.40	2.23	2.04
30	2.45	2.50	2.50	2.65	2.50	2.65	2.57	2.37
35	2.80	2.85	2.80	2.95	2.85	2.95	2.98	2.77
40	3.30	3.25	3.20	3.35	3.25	3.40	3.44	3.22
45	3.85	3.75	3.75	3.85	3.70	3.90	4.07	3.84
50	4.70	4.40	4.40	4.50	4.40	4.50	4.87	4.63
55	5.95	5.15	5.25	5.30	5.20	5.30	5.80	5.55
60	7.70	6.25	6.35'	6.35	6.35	6.35	7.12	6.90
65		7.70		7.80		7.80	8.81	8.58
70		9.95					10.71	10.46

Für diesen immerwährenden jährlichen Beitrag zahlt die Casse 100 fl. bei dem Tode des Mitgliedes.

Tafel XIV.

Totale Erbactie durch bloßes Antrittsgeld.

	Equitable Society	Equitable nach der Erfahrung	Medico-Clerical Society	British Commercial Society	Baumann's Tafel	
					1=1.03	1=1.04
15	39.80	30.65	37.80	33.45	36.00	28.42
20	42.80	33.60	40.61	37.65	40.19	31.57
25	45.20	36.70	43.31	41.90	43.40	34.66
30	47.80	39.75	46.70	46.20	46.87	38.13
35	50.65	43.05	49.70	49.65	50.54	41.86
40	53.80	46.55	53.65	53.15	54.13	45.56
45	57.20	50.55	57.20	56.40	58.27	49.97
50	60.85	54.90	60.85	59.75	62.56	54.63
55	64.60	59.20	65.70		66.59	59.08
60	68.60	63.45	70.15		70.96	64.55
65	72.90	68.00	75.45		75.15	69.02
70		72.95			78.65	73.15

Für dieses Antrittsgeld, ohne weitere Beiträge, zahlt die Casse 100 fl. bei dem Tode des Mitgliedes.

Tafel XV.

Totale Erbactie durch aufhörende Beiträge.

	Union Society				Baumann's Tafel r=1.04			
Alter	3 Jahre	5 Jahre	7 Jahre	10 Jahre	3 Jahre	5 Jahre	7 Jahre	10 Jahre
15	13.55	8.45	6.25	4.65	9.9	6.2	4.6	3.5
20	14.90	9.30	6.95	5.15	11.1	6.9	5.2	3.9
25	15.75	9.85	7.35	5.50	12.9	7.6	5.8	4.3
30	16.65	10.45	7.80	5.85	13.4	8.4	6.4	4.8
35	17.70	11.10	8.40	6.25	14.7	9.3	7.1	5.3
40	18.85	11.90	8.90	6.70	15.6	9.9	7.7	5.7
45	20.10	12.70	9.55	7.25	17.6	11.3	8.6	6.6
50	21.45	13.65	10.30	7.85	19.5	12.5	9.5	7.4
55	22.90	14.65	11.10	8.55	21.3	13.7	10.6	8.2
60	24.50	15.75	12.05	9.40	23.1	15.2	11.8	9.5
65	26.25	17.05	13.20	10.45	25.0	16.8	13.4	10.9
					27.3	18.9	15.2	12.4

Für diesen nur die ersten 3 oder 5, 7, 10 Jahre dauernden jährlichen Beitrag zahlt die Casse 100 fl. bei dem Tode des Mitgliedes.

Tafel XVI.

Erbactie für eine bestimmte Person durch lebenslängliche Beiträge.

Union Society									Baumann's Tafel r=1.04					
Versorger	Versorgter	Jährlicher Beitrag	Versorger	Versorgter	Jährlicher Beitrag	Versorger	Versorgter	Jährlicher Beitrag	Versorger	Versorgter	Jährlicher Beitrag	Versorger	Versorgter	Jährlicher Beitrag
10	10	1.40	30	50	2.05	60	10	5.80	20	20	1.48	50	40	4.21
10	20	1.45	30	60	1.90	60	20	5.90	20	30	1.37	50	50	4.14
10	30	1.40	30	70	1.80	60	30	5.80	20	40	1.33	50	60	3.79
10	40	1.40	30	80	1.65	60	40	5.70	20	50	1.22	50	70	3.50
10	50	1.40	40	10	2.95	60	50	5.50	20	60	1.07	50	80	3.23
10	60	1.30	40	20	2.95	60	60	5.10	30	20	2.25	60	20	7.15
10	70	1.25	40	30	2.90	60	70	4.45	30	30	2.14	60	30	7.11
10	80	1.15	40	40	2.80	60	80	3.90	30	40	2.03	60	40	6.95
20	10	1.80	40	50	2.60	67	10	8.05	30	50	1.92	60	50	6.56
20	20	1.85	40	60	2 45	67	20	8.10	30	60	1.79	60	60	6.17
20	30	1.75	40	70	2.30	67	30	8.00	30	70	1.73	60	70	5.72
20	40	1.70	40	80	2.05	67	40	7.90	40	20	3.03	60	80	5.53
20	50	1.65	50	10	4.05	67	50	7.75	40	30	2.91	67	20	. .
20	60	1.60	50	20	4.05	67	60	7.40	40	40	2.68	67	30	10.31
20	70	1.50	50	30	4.00	67	70	6.50	40	50	2.57	67	40	10.09
20	80	1.40	50	40	3.85	67	80	5.40	40	60	2.30	67	50	9.92
30	10	2.25	50	50	3.65				40	70	2.19	67	60	9.59
30	20	2.30	50	60	3.35				40	80	2.13	67	70	9.33
30	30	2.20	50	70	3.05				50	20	4.69	67	80	8.88
30	40	2.10	50	80	2.75				50	30	4.56			

Für diesen jährlichen Beitrag, z. B. des Vaters, bis an seinen Tod erhält bei seinem Tode das von ihm bezeichnete Kind 100 fl.

Tafel XVII.

Gegenseitige Erbactie durch Beiträge.

Alter der beiden Personen		Jährlicher Beitrag	
		Union Society	Baumann r = 1.04
10	10	2.85	. .
	15	3.05	. .
	20	3.25	. .
	25	3.45	. .
	30	3.65	. .
	35	3.95	. .
	40	4.30	. .
	45	4.80	. .
	50	5.35	. .
	55	6.10	. .
	60	7.10	. .
	67	9.30	. .
15	15	3.25	2.91
	20	3.45	2.95
	25	3.65	3.18
	30	3.85	3.62
	35	4.15	3.87
	40	4.50	4.40
	45	4.95	5.02
	50	5.55	5.84
	55	6.30	6.87
	60	7.30	. .
	67	9.45	. .
20	20	3.70	2.95
	25	3.85	3.19
	30	4.05	3.62
	35	4.20	3.88
	40	4.70	4.37
	45	5.15	5 01
	50	5.75	5.92
	55	6.50	6.82
	60	7.50	8.08
	67	9.65	. .
25	25	4.00	3.50
	30	4.25	3.84
	35	4.50	4.09
	40	4.85	4.50
	45	5.30	5.22
	50	5.85	6.03
	55	6.60	7.38
	60	7.60	8.54
	67	9.75	. .
30	30	4.45	4.28
	35	4.70	4.54
	40	5.05	4.94
	45	5.45	5.57
	50	6.05	6.48
	55	6.75	7.48
	60	7.75	8.89
	67	9.90	12.31
35	35	4.95	4.62
	40	5.25	5.11
	45	5.65	5.64
	50	6.25	6.66
	55	6.95	7.52
	60	7.90	9.07
	67	10.50	12.12
40	40	5.55	5.38
	45	5.95	6.01
	50	6.50	6.91
	55	7.20	7.99
	60	8.15	9.25
	67	10.25	14.76
45	45	6.35	6.45
	50	6.85	7.60
	55	7.55	8.31
	60	8.45	9.72
	67	10.55	12.73
50	50	7.35	8.28
	55	8.00	9.09
	60	8.90	10.35
	67	10.90	13.55
55	55	8.60	9.85
	60	9.45	11.07
	67	11.40	14.31
60	60	10.20	14.96
	67	12.10	15.59
67	67	13.75	18.79

Für diesen jährlichen, während der Coexistenz zweier Personen zu entrichtenden Beitrag erhält, bei dem Tode der einen dieser Personen, der Ueberlebende 100 Gulden.

Tafel XVIII.

Gegenseitige Erb-Rente durch Antrittsgeld.

r = 1.04 nach Baumann.

Alter der beiden Personen		Antrittsgeld	Alter der beiden Personen		Antrittsgeld	Alter der beiden Personen		Antrittsgeld
15	15	596.0	35	35	652.0	55	55	590.0
	20	613.5		40	653.0		60	584.5
	25	632.4		45	671.0		65	599.0
	30	662.0		50	704.3		70	619.3
	35	699.9		55	742.5		75	644.5
	40	741.5		60	801.3		80	674.7
	45	802.4		65	872.0		85	713.5
	50	875.1		70	935.5		90	772.2
	55	948.9		75	995.5	60	60	556.9
20	20	622.5	40	40	641.6		65	550.3
	25	633.0		45	646.2		70	553.3
	30	653.3		50	664.6		75	563.7
	35	682.4		55	691.7		80	580.7
	40	715.3		60	738.7		85	606.3
	45	767.2		65	800.0		90	651.7
	50	831.6		70	856.5	65	65	521.9
	55	898.0		75	911.2		70	506.8
	60	982.9		80	966.2		75	500.9
25	25	634.9	45	45	634.9		80	503.3
	30	645.9		50	637.2		85	513.5
	35	665.0		55	646.3		90	541.0
	40	689.0		60	679.2	70	70	476.0
	45	731.5		65	726.8		75	456.2
	50	787.0		70	773.0		80	445.7
	55	845.8		75	819.4		85	442.1
	60	923.6		80	867.4		90	453.0
	65	1010.3		85	922.5	75	75	423.5
30	30	646.7	50	50	621.9		80	401.0
	35	655.2		55	614.8		85	384.3
	40	667.8		60	628.4		90	378.6
	45	699.5		65	660.1	80	80	366.7
	50	744.5		70	693.7		85	339.7
	55	793.8		75	729.9		90	315.6
	60	862.9		80	769.4	85	85	293.0
	65	942.3		85	816.4		90	252.8
	70	1012.2		90	882.3	90	90	173.1

Für dieses Antrittsgeld eines Paares erhält, bei dem Tode des einen Mitgliedes, das andere eine bis an seinen Tod dauernde jährliche Rente von 100 fl.

Tafel XIX.

Rente vom Anfang bis zum Todte des Paares durch Antrittsgeld.

$r = 1.04$ nach Baumann.

Alter der beiden Personen		Antrittsgeld
15	15	2059.0
	20	2026.8
	25	1996.1
	30	1965.7
	35	1936.3
	40	1909.1
	45	1882.2
	50	1857.9
	55	1836.9
20	20	1990.0
	25	1955.7
	30	1920.5
	35	1886.7
	40	1854.6
	45	1824.0
	50	1795.6
	55	1770.9
	60	1748.0
25	25	1916.4
	30	1876.2
	35	1837.4
	40	1801.3
	45	1765.8
	50	1732 3
	55	1704.6
	60	1677.9
	65	1657.0
30	30	1832.0
	35	1788.2
	40	1746.1
	45	1704.6
	50	1666.1
	55	1633.4
	60	1602.7
	65	1577.8
	70	1559.5

Alter der beiden Personen		Antrittsgeld
35	35	1747.4
	40	1694.3
	45	1641.8
	50	1598.3
	55	1559.6
	60	1523.9
	65	1495.0
	70	1472.7
	75	1456.5
40	40	1636.2
	45	1581.7
	50	1530.2
	55	1485.5
	60	1443.8
	65	1410.9
	70	1385.6
	75	1366.4
	80	1350.8
45	45	1518.2
	50	1458.7
	55	1406.0
	60	1357.3
	65	1316.4
	70	1287.1
	75	1262.9
	80	1244.3
	85	1228.3

Alter der beiden Personen		Antrittsgeld
50	50	1390.2
	55	1329.5
	60	1270.8
	65	1222.9
	70	1186.6
	75	1157.4
	80	1134.8
	85	1113.8
	90	1095.0
55	55	1258.8
	60	1191.1
	65	1134.1
	70	1090.9
	75	1096.7
	80	1029.1
	85	1005.1
	90	982.3
60	60	1112.4
	65	1044.5
	70	993.2
	75	952.0
	80	917.4
	85	916.4
	90	857.6

Alter der beiden Personen		Antrittsgeld
65	65	966.6
	70	905.3
	75	856.1
	80	814.5
	85	775.5
	90	737.7
70	70	882.0
	75	780.8
	80	732.2
	85	686.2
	90	640.4
75	75	717.6
	80	664.0
	85	611.0
	90	556.2
80	80	603.4
	85	545.4
	90	482.6
85	85	478.4
	90	406.6
90	90	314.8

Für dieses Antrittsgeld erhält das Paar die jährliche Rente 100, die von seinem Eintritte bis zu den Jahr dauert, wo beide todt sind.

Tafel XX.

Witwenrente.

r = 103.

Alter des Mannes	Alter der Frau							
	5	10	15	20	25	30	35	40
5	442.7 24.79	428.5 23.54	387.2 21.87	345.4 20.41	306.1 18.75			
10	440.1 22.50	389.9 20.83	349.2 19.37	306.0 17.50	265.7 16.04	227.8 14.37		
15	461.8 23.96	442.3 24.37	492.6 22.29	335.8 20.41	300.9 18.33	254 5 16.25	216.4 14.58	
20	532.2 31.25	511.2 29.37	447.9 26.25	403.2 23.41	352.6 22.29	303.4 20.00	254.3 17.71	211.7 15.63
25	602.5 36.90	580.5 34.79	522.5 31.87	462.2 29.17	401.7 26.25	347.9 23.41	293.7 21.04	250.5 18.96
30	683.4 44.17	661.2 41.46	594 8 38.13	531.5 35.00	466.5 31.67	398.4 28.96	342.8 25.41	285.7 22.29
35	776.3 53.33	750.2 50.00	681.3 46.04	607.3 24.10	536.9 38.33	467.5 34.58	399.3 30.83	335.5 27.08
40	861.7 62.71	873.8 59.58	765.7 55.00	688.4 50.63	617.8 46.90	501.0 41.67	459.6 37.29	385.1 32.50
45	970.5 76.87	951.0 73.13	878.1 68.54	788.5 62.71	704.0 57.08	621.4 51.87	537.3 46.46	474.9 41.04
50	1085.9 94.58	1069.0 90.41	988.4 84.38	898.5 75.63	807.7 71.67	718.9 65.41	626.5 58.75	536.9 51.87
55	1198.0 115.62	1184.6 110.83	1099.8 103.54	1005.1 96.67	910.4 88.75	817.5 81.66	716.7 73.33	616.7 65.63
60	1323.1 145.21	1313.6 140.00	1226.0 131.56	1127.8 12[illegible].13	1027.8 112.91	928.2 104.20	822.8 94.37	718.3 84.37
65	1448.9 184.58	1475.9 178.54	1353.4 168.00	1251.7 157.29	1150.4 146.04	1042.4 134.17	933.1 122.71	824.9 110.63
70	1549.3 225.83	1550.0 220.63	1459.0 208.33	1353.3 195.00	1251.4 182.29	1141.5 168.54	1028.0 154.37	913.3 138.96

Witwenrente.

r = 1.03.

Alter des Mannes	Alter der Frau					
	45	50	55	60	65	70
5						
10						
15						
20	17.12 13.54	136.2 11.87				
25	196.3 16.04	156.0 13.78	119.8 11.67			
30	232.4 19.37	184.9 16.80	145.5 14.58	106.9 12.08	75.8 9.79	56.4 8.33
35	272.5 23.54	217.1 20.41	169.4 17.29	126.1 14.58	91.2 12.08	67.5 10.21
40	317.1 28.54	251.3 24.37	193.2 20.21	145.7 17.08	106.9 14.34	76.7 11.67
45	373.9 35.41	300.3 30.63	234.9 25.83	176.3 21.46	128.8 17.71	93.8 14.58
50	445.4 45.21	361.0 39.17	284.6 33.13	216.2 27.71	157.5 22.71	116.7 18.96
55	517.8 46.87	422.5 48.96	335.5 41.46	256.2 35.63	188.3 28.33	138.5 23.33
60	608.5 74.17	503.3 64.37	405.5 54.79	312.5 45.62	235.5 38.13	174.0 31.04
65	706.3 97.71	590.0 85.00	482.8 72.71	380.7 61.67	288.2 51.04	218.1 42.29
70	790.0 123.33	667.8 108.13	551.7 92.71	437.9 78.33	336.7 65.21	258.6 54.37

Tafel XXI.

Witwenrente.

r = 1.04

Alter des Mannes	Alter der Frau							
	15	20	25	30	35	40	45	50
15	298.1 19.39	205.9 17.87	235.2 16.35	204.8 14.86	175.4 13.38	148.1 11.92	121.3 10.51	96.9 9.16
20	347.9 23.38	311.4 21.59	276.5 19.79	241.6 18.00	207.6 16.24	176.0 14.50	144.7 12.80	116.2 11.19
25	397.6 27.64	356.8 25.54	317.6 23.42	278.0 21.30	239.3 19.19	203.0 17.10	167.0 15.06	134.1 13.14
30	457.4 33.18	412.2 30.72	368.2 28.21	323.5 25.68	279.4 23.15	237.8 20.63	196.2 18 17	157.9 15.85
35	524.8 40.02	475.0 37.14	426.3 34.18	376.1 31.16	326.2 28.11	278.6 25.06	230.6 22.06	186.2 19.23
40	593.6 47.79	539.5 44.43	486.2 40.95	430.7 37.37	374.8 33.71	321.0 30.02	266.1 26.35	214.9 22.88
45	681.4 59.02	622.8 55.06	564.7 50.93	503.6 46.65	441.3 42.22	380.7 37.70	317.7 33.16	258.2 28.81
50	778.5 73.62	715.7 68.94	653.3 64.03	586.9 58.90	518.4 53.55	451.0 48.01	379.7 42.37	311.2 36.96
55	873.2 90.71	806.8 85.18	740.5 79.37	669.4 73.26	595.4 66.82	521.9 60.08	442.7 53.13	365.5 46.34
60		914.1 108.86	844.3 101.83	768.9 94.41	689.7 86.55	610.3 78.24	523.3 69.54	437.2 60.97
65			952.2 132.00	873.1 122.93	789.6 113.28	705.5 193.00	611.7 92.10	517.5 81.27
70				961.1 154.50	874.4 142.86	786.9 130.39	687.9 117.01	587.5 103.66
75					951.0 177.60	860.9 162.57	775.7 146.25	652.3 129.92
80						931.1 202.70	824.5 182.72	714.9 162.66
85							896.0 235.88	782.5 210.42
90								867.3 302.12

Witwenrente

r = 1.04

Alter des Mannes	Alter der Frau 55	60	65	70	75	80	85	90
15	76.0 7.89							
20	91.5 9.66	69.1 8.23						
25	105.6 11.32	79.7 9.61	58.3 8.12					
30	124.8 13.66	94.5 11.60	69.7 9.82	51.5 8.28				
35	147.5 16.56	112.0 14.06	82.9 11.90	61.5 10.05	44.9 8.39			
40	170.1 19.58	128.8 16.51	95.0 13.87	70.1 11.62	50.9 9.61	35.5 7.72		
45	205.5 24.67	156.4 20.78	115.8 17.43	85.7 14.58	62.3 12,04	43.5 9.63	26.9 7.10	
50	249.8 31.67	191.8 26.74	143.1 22.48	106.8 18.85	78.3 15.60	55.3 12.59	34.9 9.40	19.7 6.31
55	295.3 39.72	227.7 33.43	170.5 27.98	127.5 23.36	93.5 19.21	65.9 15.37	41.3 11.29	23.2 7.52
60	357.4 52.47	278.9 44.26	211.1 37.11	159.5 31.02	118.0 25.33	83.8 20.40	52.7 14.87	29.3 9.68
65	429.2 70.44	340.1 59.78	261.5 50.43	200.8 42.46	151.3 35.25	109.7 28.49	70.8 21.09	40.3 13.90
70	492.6 90.20	394.7 76.77	307.1 64.94	238.6 54.85	182.2 45.74	134.2 37.20	88.4 27.76	51.3 18.44
75	551.8 113.34	446.5 96.57	350.8 81.74	275.4 69.16	212.5 57.77	158.5 47.15	106.3 35.37	62.5 23.50
80	609.7 142.16	497.9 121.16	394.8 102.52	313.0 86.78	244.1 72.60	184.3 59.36	125.9 44.81	75.6 30.00
85	673.1 184.15	554.7 156.64	444.0 132.13	355.2 111.57	279.9 93.13	213.9 76.13	147.7 57.01	90.2 38.12
90	754.4 265.40	629.4 225.16	509.7 188.60	412.7 158.19	329.0 130.91	254.9 106.29	179.7 79.13	106.6 48.78

Tafel XXII.

Witwenrente.

r = 1.05

Alt. d. Mann	Alter der Frau 5	10	15	20	25	30	35	40	45
5	258.3 19.02	255.6 18.39	238.7 17.52	219.5 16.64	200.9 15.71	181.7 14.78	162.3 13.85	143.7 12.89	129.6 12.52
10	226.2 16.27	220.9 15.49	203.4 14.56	184.1 13.59	165.5 12.60	146.6 11.59	127.8 10.50	110.0 9.58	91.8 8.56
15	254.5 18.68	284.6 17.79	229.0 16.70	207.3 15.56	186.2 14.40	164.7 13.22	143.3 12.04	125.9 11.12	102.4 9.64
20	296.5 22.46	290.5 21.44	268.5 20.15	243.7 18.81	219.6 17.44	194.9 16.04	170.2 14.62	146.6 13.19	122.5 11.75
25	338.0 26.44	332.0 25.27	307.5 23.78	279.8 22.21	252.5 20.59	224.4 18.93	196.2 17.23	169.1 15.52	141.3 13.81
30	388.[illegible] 31.60	382.4 30.27	355.3 28.53	324.3 26.69	293.7 24.77	261.8 22.80	229.5 20.77	198.4 18.72	166.2 16.65
35	444.5 37.93	439.4 36.42	409.7 34.41	375.4 32.25	341.3 29.99	305.3 27.63	268.5 25.20	232.9 22.71	195.7 20.20
40	501.9 45.03	497.6 43.33	468.3 42.02	427.8 38.48	390.1 35.82	350.1 33.03	308.8 30.12	268.3 27.10	225.7 24.04
45	581.4 56.17	571.3 53.42	538.4 50.68	497.3 47.72	456.0 44.65	411.6 41.22	365.3 37.70	319.4 34.01	270.2 30.21
50	658.4 68.72	657.8 66.57	620.8 63.35	576.3 59.84	531.6 56.09	482.9 52.09	431.7 47.82	380.6 43.31	324.4 38.61
55	739.1 84.25	740.9 87.72	701.8 78.08	654.3 73.93	606.5 69.48	554.0 64.69	498.3 59.60	441.9 54.12	379.4 48.33
60	834.9 106.82	839.9 104.21	799.0 99.67	748.6 94.66	697.8 89.28	641.6 83.45	581.5 77.27	520.3 70.50	451.3 63.27
65	934.5	943.0	900.7	847.8	794.5	735.3	671.5	606.2	531.3
70	1018.5	1030.2	986.5	931.9	876.8	815.1	748.6	680.3	600.9
75	1094.9	1108.2	1064.0	1007.2	951.1	887.5	818.7	748.2	665.1
80	1164.1	1181.4	1136.7	1079.0	1020.1	956.2	885.5	813.1	727.0
85	1238.0	1258.3	1213.1	1154.2	1095.5	1028.9	954.1	882.6	793.6
90	1327.3	1351.6	1306.1	1246.1	1186.4	1118.4	1044.2	969.7	877.4

Witwenrente.

r = 10.5

Alter des Mannes	Alter der Frau								
	50	55	60	65	70	75	80	85	90
5	104.9 10.95	87.7 10.00	70.5 8.82	43.7 8.13	43.7 7.31	35.3 6.77	25.9 5.72	18.0 4.75	9.3 3.22
10	74.9 7.58	60.1 6.22	46.2 5.73	34.5 4.91	26.0 4.23	19.3 3.58	13.8 2.97	8.9 2.29	4.2 1.43
15	83.1 8.28	66.2 7.37	50.2 6.30	37.5 5.36	27.6 4.50	20.3 3.78	14.2 3.07	8.9 2.47	3.9 1.34
20	99.9 10.37	79.9 9.03	61.3 77.5	45.7 6.61	34.2 5.62	24.6 4.63	17.8 3.86	11.2 2.90	5.1 1.75
25	115.2 12.16	92.2 10.56	70.6 9.03	52.6 7.68	39.2 6.50	28.7 5.43	19.0 4.14	12.6 3.28	5.5 1.89
30	135.9 14.66	109.1 12.74	83.8 10.90	62.6 9.28	46.9 7.88	34.5 6.60	24.4 5.38	15.4 4.03	6.9 2.37
35	160.4 17.77	129.1 15.44	99.4 13.21	74.6 11.24	56.0 9.57	41.4 8.03	29.5 6.58	16.3 4.29	8.4 2.91
40	185.0 21.07	148.6 18.20	114.2 15.47	85.3 13.09	63.8 11.04	46.8 9.18	33.1 7.43	20.8 5.54	9.4 3.27
45	222.8 26.51	179.8 22.91	138.8 19.46	104.0 16.43	78.0 13.83	57.3 11.48	40.6 9.27	25.4 6.86	11.3 3.94
50	269.5 33.97	219.4 29.41	170.6 25.03	128.9 20.85	97.4 17.89	72.2 14.91	51.7 12.11	33.0 9.89	15.1 5.34
55	317.3 42.55	259.6 36.80	202.7 31.22	153.6 26.34	116.2 22.12	86.2 18.32	61.5 14.75	39.0 10.91	17.9 6.35
60	381.5 55.97	315.6 48.61	249.1 41.32	190.7 34 88	145 6 29.35	108.9 24 30	78.2 19.55	49.7 14.34	22.3 8.07
65	454.6	381.3	305.4	236.7	184.0	144.4	81.5	67.0	31.2
70	518.7	439.6	356.0	279.6	219.3	169.0	125.6	83.6	40.1
75	578 3	494.4	404.1	324.9	253.8	197.5	148.7	100.7	49.2
80	636.4	548.3	452.1	340.6	289.1	227.4	173.1	119.4	60.3
85	699.6	607.6	505.4	407.9	329.0	261.2	201.2	140.2	72.5
90	779.6	684.4	575.9	470.0	383.3	307.6	240.0	170.5	84.1

Tafel XXIII.

Werth eines Capitals von 100 fl. nach n Jahren oder Werth von r^{n}. (§. 15.)

Jahre n	Werth des Capitals			Jahre n	Werth des Capitals		
	3 pCt.	4 pCt.	5 pCt.		3 pCt.	4 pCt.	5 pCt.
1	103.00	104.00	105.00	26	215.66	277.25	355.57
2	106.09	108.16	110.25	27	222.13	288.34	373.35
3	109.27	112.49	115.76	28	228.79	299.87	392.01
4	112.55	116.99	121.55	29	235.66	311.87	411.61
5	115.93	121.67	127.63	30	242.73	324.34	432.19
6	119.41	126.53	134.01	31	250.01	337.31	453.80
7	122.99	131.59	140.71	32	257.51	350.81	476.49
8	126.68	136.86	147.75	33	265.23	364.84	500.32
9	130.48	142.33	155.13	34	273.19	379.43	525.33
10	134.39	148.02	162.89	35	281.39	394.61	551.60
11	138.42	153.95	171.03	36	289.83	410.39	579.18
12	142.58	160.10	179.59	37	298.52	426.81	608.14
13	146.85	166.51	188.56	38	307.48	443.88	638.55
14	151.26	173.17	197,99	39	316.70	461.64	670.48
15	155.80	180.09	207.89	40	326.20	480.10	704.00
16	160.47	187.30	218.29	41	335.99	499.31	739.20
17	165.28	194.79	229.20	42	346.07	519.28	776.16
18	170.24	202.58	240.66	43	356.45	540.05	814.97
19	175.35	210.68	252.69	44	367.15	561.65	855.71
20	180.61	219.11	265.33	45	378.16	584.12	898.50
21	186.03	227.88	278.60	46	389.50	607.48	943.43
22	191.61	236.99	292.53	47	401.19	631.78	990.60
23	197.36	246.47	307.15	48	413.23	657.05	1040.13
24	203.28	256.33	322.51	49	425.62	683.33	1092.13
25	209.38	266.58	338.64	50	438.39	710.66	1146.74

Tafel XXIV.

Werth eines Capitals von 100 fl. vor n Jahren oder Werth von r^{-n}. (§. 15.)

Jahre n	Werth des Capitals 3 pCt.	4 pCt.	5 pCt.	Jahre n	Werth des Capitals 3 pCt.	4 pCt.	5 pCt.
1	97.09	96.15	95.24	26	46.37	36.07	28.12
2	94.26	92.46	90.70	27	45.02	34.68	26.78
3	91.51	88.90	86.38	28	43.71	33.35	25.51
4	88.85	85.48	82.27	29	42.43	32.07	24.29
5	86.26	82.19	78.35	30	41.20	30.83	23.14
6	83.75	79.03	74.62	31	40.00	29.65	22.03
7	81.31	75.99	71.07	32	38.83	28.51	20.99
8	78.94	73.07	67.68	33	37.70	27.41	19.99
9	76.64	70.26	64.46	34	36.60	26.36	19.04
10	74.41	67 56	61.39	35	35.54	25.34	18.13
11	72.24	64.96	58.47	36	34.50	24.37	17.27
12	70.14	62.46	55.68	37	33.50	23.43	16.44
13	68.10	60.06	53.03	38	32.52	22.53	15.66
14	66.11	57.75	50.51	39	31.58	21.66	14.91
15	64.19	55.53	48.10	40	30.66	20.83	14.20
16	62.32	53.39	45.81	41	29.76	20.03	13.53
17	60.50	51.34	43.63	42	28.90	19.26	12.88
18	58.74	49.36	41.55	43	28.05	18.52	12.27
19	57.03	47.46	39.57	44	27.24	17.80	11.69
20	55.37	45.64	37.69	45	26.44	17.12	11.13
21	53.75	43.88	35.89	46	25.67	16.46	10.60
22	52.19	42.20	34.18	47	24.93	15.83	10.09
23	50.67	40.57	32.56	48	24.20	15.22	9.61
24	49.19	39.01	31.01	49	23.49	14.63	9.16
25	47.76	37.51	29.53	50	22.81	14.07	8.72

Tafel XXV.

Zeitactie von 100 Gulden auf n Jahre (§. 20. Nr. 12).

Jahre n	Antrittsgeld 3 pCt.	Antrittsgeld 4 pCt.	Antrittsgeld 5 pCt.	Jahre n	Antrittsgeld 3 pCt.	Antrittsgeld 4 pCt.	Antrittsgeld 5 pCt.
1	97.09	96.15	95.24	26	1787.68	1598.28	1437.52
2	191.35	188.61	185.94	27	1832.70	1632.96	1464.30
3	282.86	277.51	272.32	28	1876.41	1666.31	1489.81
4	371.71	362.99	354.60	29	1918.85	1698.37	1514.11
5	457.97	445.18	432.95	30	1960.04	1729.20	1537.25
6	541.72	524.21	507.57	31	2000.04	1758.85	1559.28
7	623.03	600.21	578.64	32	2038.88	1787.36	1580.27
8	701.97	673.27	646.32	33	2076.58	1814.76	1600.25
9	778.61	743.53	710.78	34	2113.18	1841.12	1619.29
10	853.02	811.09	772.17	35	2148.72	1866.46	1637.42
11	925.26	876.05	830.64	36	2183.23	1890.83	1654.69
12	995.40	938.51	886.33	37	2216.72	1914.26	1671.13
13	1063.50	998.56	939.36	38	2249.25	1936.79	1686.79
14	1129.61	1056.31	989.86	39	2280.82	1958.45	1701.70
15	1193.79	1111.84	1037.97	40	2311.48	1979.28	1715.91
16	1256.11	1165.23	1083.78	41	2341.24	1999.31	1729.44
17	1316.61	1216.57	1127.41	42	2370.14	2018.56	1742.32
18	1375.35	1265.93	1168.96	43	2398.19	2037.08	1754.59
19	1432.38	1313.39	1208.53	44	2425.43	2054.88	1766.28
20	1487.75	1359.03	1246.22	45	2451.87	2072.00	1777.41
21	1541.50	1402.92	1282.12	46	2477.54	2088.47	1788.01
22	1593.69	1445.11	1316.30	47	2502.47	2104.29	1798.10
23	1644.36	1485.68	1348.86	48	2526.67	2119.51	1807.72
24	1693.55	1524.70	1379.86	49	2550.17	2134.15	1816.87
25	1741.31	1562.21	1409.39	50	2572.98	2148.22	1825.59

Tafel XXVI.

Werthe der Größe $\frac{\gamma(r^n - 1)}{r - 1}$ für $\gamma = 100$ (§. 20. Nr. 12).

Jahre n	Werthe			Jahre n	Werthe		
	3 pCt.	4 pCt.	5 pCt.		3 pCt.	4 pCt.	5 pCt.
1	100.00	100.00	100.00	26	3855.30	4431.17	5111.35
2	203.00	204.00	205.00	27	4070.96	4708.42	5466.91
3	309.09	312.16	315.25	28	4293.09	4996.76	5840.26
4	418.36	424.65	431.01	29	4521.88	5296.63	6232.27
5	530.91	541.63	552.56	30	4757.54	5608.49	6643.88
6	646.84	663.30	680.19	31	5000.27	5932.83	7076.08
7	766.25	789.83	814.20	32	5250.28	6270.15	7529.88
8	889.23	921.42	954.91	33	5507.78	6620.95	8006.38
9	1015.91	1058.28	1102.66	34	5773.02	6985.79	8506.70
10	1146.39	1200.61	1257.79	35	6046.21	7365.22	9032.03
11	1280.78	1348.64	1420.68	36	6327.59	7759.83	9583.63
12	1419.20	1502.58	1591.71	37	6617.42	8170.22	10162.81
13	1561.78	1662.68	1771.30	38	6915.94	8597.03	10770 95
14	1708.63	1829.19	1959.86	39	7223.42	9040.91	11409.50
15	1859.89	2002.36	2157.86	40	7540.13	9502.55	12079.98
16	2015.69	2182.45	2365.75	41	7866.33	9982.65	12783.98
17	2176.16	2369.75	2584.04	42	8202.32	10481.96	13523.18
18	2341.44	2564.54	2813.24	43	8548.39	11001.24	14299.33
19	2511.69	2767.12	3053.90	44	8904.84	11541.29	15114.30
20	2687.04	2977.81	3306.60	45	9271.99	12102.94	15970.02
21	2867.65	3196.92	3571.93	46	9650.15	12687.06	16868.52
22	3053.68	3424.80	3850.52	47	10039.65	13294.54	17811.94
23	3245.29	3661.79	4143.05	48	10440.84	13926.32	18802.54
24	3442.65	3908.26	4450.20	49	10854.06	14583.37	19842.67
25	3645.93	4164.59	4772.71	50	11279.69	15266.71	20934.80

Tafel XXVII.

Werthe von ε^m (wo log. nat. $\varepsilon = 1$).

m	ε^m	m	ε^m
0.001	1.00100	0.1	1.10517
0.002	1.00200	0.2	1.22140
0.003	1.00300	0.3	1.34986
0.004	1.00400	0.4	1.49183
0.005	1.00501	0.5	1.64872
0.006	1.00602	0.6	1.82219
0.007	1.00702	0.7	2.01375
0.008	1.00803	0.8	2.22554
0.009	1.00904	0.9	2.45960
0.01	1.01005	1	2.71828
0.02	1.02020	2	7.38906
0.03	1.03045	3	20.08554
0.04	1.04081	4	54.59815
0.05	1.05127	5	148.41316
0.06	1.06184	6	403.42879
0.07	1.07251	7	1096.63316
0.08	1.08329	8	2980.95799
0.09	1.09417	9	8103.08393
		10	22026.46579

Verzeichniß der von dem Verfasser bisher herausgegebenen Schriften.

J. J. Littrow, Darstellung der Sonnenfinsterniß des Jahres 1820. Pesth bei Hartleben 1819.

— — Ueber den erweiterten Gebrauch des Multiplicationskreises. Prag bei Calve 1820.

— — Ueber Höhenmessungen durch Barometer. Wien bei Wallishausser 1821.

— — Theoretische und practische Astronomie. III Thle. Wien bei Wallishausser 1821 — 27.

— — Analytische Geometrie. Wien bei Schaumburg 1823.

— — Annalen der k. k. Sternwarte in Wien. XII Bde. Fol. Wien in Commission bei Wallishausser 1821 — 32.

— — Populäre Astronomie. II Bände. Wien bei Heubner 1825.

— — Elemente der Algebra und Geometrie. Wien bei Heubner 1827.

— — Kalendariographie oder Anleitung, alle Arten Kalender zu verfertigen. Wien bei Heubner 1828.

— — Berechnung der Lebensrenten und Witwenpensionen. Wien bei Heubner 1829.

— — Beispielsammlung zu den Elementen der Algebra und Geometrie. Wien bei Heubner 1830.

— — Vorlesungen über Astronomie. II Bände. Wien bei Heubner 1830.

— — Dioptrik oder Anleitung zur Verfertigung der Fernröhre. Wien bei Wallishausser 1830.

— — Vergleichung der Maße, Gewichte und Münzen. Wien bei Beck 1832.

— — Gnomonik oder Anleitung zur Verfertigung der Sonnenuhren. Wien bei Gerold 1831.

— — Ueber den gefürchteten Kometen von 1832 und über Kometen überhaupt. Wien bei Gerold 1832.

In derselben Buchhandlung ist so eben erschienen:

Practische Anleitung auf Glas zu ätzen.

Von

J. Leopold Schmid,

Mitgliede des Cistercienser-Stiftes Schlierbach.

8. Mit einer Steinplatte. Wien 1832. geh. 24 kr. C. M.

Bis jetzt fehlte eine vollständige practische Anleitung in der Kunst auf Glas zu ätzen ganz, und es fanden sich nur einzelne, mehr oder weniger beschränkte Notizen darüber in einigen Handbüchern über Chemie und Technologie. Der Verfasser dieser kleinen Schrift aber gibt nicht nur alle zum Aetzen auf Glas erforderlichen Materialien und Werkzeuge umständlich an, sondern er theilt auch seine durch vieljährige Versuche erworbenen Erfahrungen in dieser Kunst mit, und unterrichtet in den dazu nöthigen Handgriffen, und in den besonderen Vorsichtsregeln bey der Behandlung der Materiale mit einer solchen Klarheit und Vollständigkeit, daß Jedermann in den Stand gesetzt wird, ohne je eine andere practische Anleitung erhalten zu haben, und also ohne alle fremde Hülfe, aus diesem kleinen Buche die Kunst auf Glas zu ätzen vollkommen zu erlernen, und sich hierzu selbst die nöthigen Apparate zu verfertigen.

Wien, 1832.

In der F. Beck'schen Universitäts-Buchhandlung.