erſten, noch des zweyten Grades, worauf man zur Beſtimmung einer Cometenbahn verfallen iſt, mit wirklichem Nutzen in der Ausübung angewendet werden können.

Dritter Abſchnitt.

Kurze und leichte Methode, die genäherten Beſtimmungsſtücke einer Cometenbahn zu finden.

§. 33.

Aus dem vorigen iſt es alſo erwieſen, daſs, wenn man nicht mit de la Caille durch unzähliche Verſuche eine Cometenbahn nach und nach, faſt möchte ich ſagen, errathen will, nothwendig eine nicht ganz wahre, nur der Wahrheit nahe kommende Vorausſetzung angenommen werden müſſe, die dieſs gar zu verwickelte Problem zur erſten genäherten Auflöſung mehr vereinfacht. Mit Hr. Boscovich das Stück der Cometenbahn zwiſchen den Beobachtungen als geradlinigt und mit gleichförmiger Geſchwindigkeit durchlaufen anzunehmen, iſt etwas zu gewagt, und giebt in den mehreſten Fällen eine noch zu ſehr von der Wahrheit abweichende Beſtimmung. Denn hier macht man nicht eine, ſondern zwey falſche Hypothe-

weiligen Arbeit, nur ein genähertes Reſultat. S. *Du Sejour Traité analytique des mouvemens apparens des corps céleſtes. Tom. II.*

thesen: die geradlinigte Bewegung, und die gleichförmige Geschwindigkeit. Viel näher kömmt man der Wahrheit, wenn man sich bloss mit dem Satz begnügt, dass die Chorde der Cometenbahn von dem mittlern *Radius Vector* im Verhältniss der Zeiten geschnitten werde. Und nimmt man nun zugleich an, auch die Chorde der Erdbahn werde im nemlichen Verhältnisse geschnitten, so erhält man eine zwar indirecte, aber so leichte und bequeme Methode, die genäherten Elemente einer Cometenbahn zu berechnen, als man sich nach der Schwierigkeit des Problems vielleicht kaum vorstellen sollte.

§. 34.

Fig. 1.

Es sey also S die Sonne, A B C drey Oerter des Cometen in dreyen in Ansehung der Zwischenzeiten nicht sehr verschiedenen, und überhaupt nicht weit von einander entfernten Beobachtungen, *a b c* die drey Oerter der Erde zu den Zeiten der drey Beobachtungen: so nehme ich an, dass die mittlern *radii vectores* S B, S b, die Chorden A C, *ac* in D und *d* im Verhältniss der Zwischenzeiten schneiden, so dass, wenn man die Zeit zwischen der ersten und zweyten Beobachtung t', zwischen der zweyten und dritten Beobachtung t'' nennt, $ad : dc = AD : DC = t' : t''$ sey. Diese Voraussetzung ist nicht vollkommen wahr: sie weicht aber sehr wenig von der Wahrheit ab, wenn die Bogen A C, *ac*, klein sind. Die Zeiten verhalten sich nemlich eigentlich wie die parabolischen und elliptischen Sectoren A N B S, B M C S, *anbS*, *bmcS*: die Abschnitte der Chorden aber, wie die triangulären Sectoren A B S, C B S, *abS*,

 bcS.

bc S. Allein 1) ſind, wenn die Bogen klein ſind, überhaupt die paraboliſchen und elliptiſchen Sectoren ſehr wenig gröſser, als die triangulären, nemlich nur um die kleinen Segmente ANBDA, *anbda*, BMCDB, *bmcdb*. Es iſt klar, daſs wenn die Bögen, und alſo auch die Sectoren ſelbſt kleine Gröſsen der erſten Ordnung ſind, dieſe Segmente nur Gröſsen der dritten Ordnung ſeyn werden; 2) werden dieſe Segmente mit den Sectoren, nur freylich nicht im einfachen Verhältniſs der Sectoren, gröſser oder kleiner, und 3) giebt es für jeden paraboliſchen und elliptiſchen Bogen einen *radius vector*, der die Chorde genau in Verhältniſs der Zeiten ſchneidet, oder für den auch wieder die kleinen Segmente ANBA, BMCB etc. genau im Verhältniſs von AD : DC ſind. Unter welchen Umſtänden dieſs bey der Parabel Statt findet, haben Newton, Gregory, und vorzüglich Lambert unterſucht,*) und überhaupt gezeigt, daſs bey kleinen Bögen ſehr wenig an dieſem Verhältniſs fehlen kann, wenn die Zeiten nicht ſehr ungleich ſind. Bey der Erdbahn wird der Fehler in dem Fall der faſt gleichen Zwiſchenzeiten noch um ſo viel geringer ſeyn, da dieſe Bahn von einem Kreis ſo wenig verſchieden iſt.

§. 35.

Nach dieſer Vorausſetzung wird ſich nun leicht der ſcheinbare Ort des Cometen zur Zeit der mittlern Beobachtung beſtimmen laſſen, den er würde gehabt haben, wenn die

*) Newton *Princip. l. iij lemma viij* Gregory *Aſtron. Phyſ. et Geom. elem. l. V. pr. xviij.* Lambert Beyträge Th. 3. p. 261 ſq. Man vergleiche auch Lambert *Propriet. inſign. orbitae com.* §. 49. 50. Aſtronomiſches Jahrbuch 1779 S. 166. u. f.

die Erde in d, und der Comet in D geſtanden hätten. Denn einmal liegen die ſcheinbaren Oerter von ADC aus adc geſehn in einem gröſsten Kreiſe der Sphäre: zweitens liegen auch bdSDB in einer Ebene, folglich alle Puncte der Linie BS, aus einem beliebigen Puncte der Linie bS geſehn in einem und demſelben gröſsten Kreiſe. Man darf alſo nur den Durchſchnittspunct dieſer beyden gröſsten Kreiſe auf der Sphäre ſuchen, um die Lage der Linie dD zu finden. Der erſte gröſste Kreis wird durch die beobachteten Oerter des Cometen in der erſten und dritten Beobachtung, der zweyte durch die mittlere Beobachtung und den Ort der Sonne zur Zeit derſelben beſtimmt. Nennt man nun

$$\cot \pi = \frac{\text{tang}\, \beta'''}{\sin(\alpha''' - \alpha')\, \text{tang}\, \beta'} - \cot(\alpha''' - \alpha')$$

ſo iſt π ein Bogen, der von α' abgezogen den Punct giebt, wo der durch die beyden äuſerſten Oerter des Cometen gezogene gröſste Kreis die Ecliptik ſchneidet, und zwar unter einem Winkel η, der durch die Gleichung

$$\text{tang}\, \eta = \frac{\text{tang}\, \beta'}{\sin \pi}$$

beſtimmt wird. Die Länge des Puncts, wo der andere gröſste Kreis die Ecliptik ſchneidet, iſt $= A''$, oder gleich der Länge der Sonne in der mittlern Beobachtung, und ſeine Neigung ϑ findet ſich

$$\text{tang}\, \vartheta = \frac{\text{tang}\, \beta''}{\sin(A'' - \alpha'')}.$$

Damit läſst ſich nun die Lage des Durchſchnittspuncts beyder gröſsten Kreiſe gegen die Ecliptik leicht finden.

 Denn

Denn es ſey

$$\cot\sigma = \frac{\tang\eta}{\tang\vartheta \sin(A'' + \pi - \alpha')} + \cot(A'' + \pi - \alpha')$$

ſo iſt $\alpha' - \pi + \sigma$ die Länge dieſes Puncts, die ich c'' nennen will, und die Breite γ'' ergiebt ſich

$$\tang\gamma'' = \tang\eta \sin\sigma.$$

§. 36.

Fig. 2.

Da unſerer Vorausſetzung zu Folge die Chorde der Cometenbahn AC, und die Chorde der Erdbahn ac von den Geſichtslinien Aa, dD, cC im Verhältniſs der Zeiten geſchnitten werden, ſo muſs dieſs nemliche Verhältniſs auch bey allen orthographiſchen Projectionen dieſer Chorden und Geſichtslinien ſtatt finden. Es ſey alſo CDA die auf die Fläche der Erdbahn projicirte Chorde der Cometenbahn, acd wie vorhin die Chorde der Erdbahn, aA, dD, cC, nach den drey gegebenen Längen α', c'', α''' gezogen, ſo iſt

$$CO : AM = \frac{CD}{\sin COD} : \frac{AD}{\sin DMA}$$

$$cO : aM = \frac{cd}{\sin COD} : \frac{ad}{\sin DMA}$$

Da nun

$$cd : da = CD : AD = t'' : t'$$

und

$$Cc = CO + cO$$

$$Aa = AM + aM$$

iſt, ſo ergiebt ſich

$$Aa : Cc = \frac{t'}{\sin DMA} \quad \frac{t''}{\sin COD}$$

Es

Es ist aber DMA = dem Unterschiede der Längen in der ersten und zweyten Beobachtung = $c'' - \alpha'$, und COD = dem Unterschiede der Längen in der zweyten und dritten Beobachtung = $\alpha''' - c''$: ferner sind Aa, Cc, die curtirten Distanzen des Cometen von der Erde in der ersten und dritten Beobachtung, die wir oben ϱ', ϱ''' genannt haben. Demnach ist

$$\varrho' : \varrho''' = \frac{t'}{\sin(c'' - \alpha')} : \frac{t''}{\sin(\alpha''' - c'')}$$

also

$$\varrho''' = \varrho' \frac{t'' \sin(c'' - \alpha')}{t' \sin(\alpha''' - c'')} = M\varrho'$$

wodurch das Verhältniss der curtirten Distanzen des Cometen in der ersten und dritten Beobachtung gegeben ist.

§. 37.

Diese Art, den Werth von M oder das Verhältniss der curtirten Abstände zu finden, ist indessen weder allgemein brauchbar, noch immer am bequemsten. Es giebt nemlich 1) einen Fall, wo man sie gar nicht brauchen kann: bey Cometen nemlich, deren scheinbare Bewegung fast senkrecht auf die Ecliptik, oder deren Bewegung in der Länge sehr gering, in der Breite sehr beträchtlich ist. Hier werden die Bögen $c'' - \alpha'$, $\alpha''' - c''$, zu klein, und also wird M sehr unsicher gefunden werden. 2) Einen Fall, wo man sie brauchen muss: bey Cometen nemlich, die in der Nähe ihrer Quadratur sich langsam, besonders in Ansehung der Breite bewegen. Hier kann die folgende Methode misslich werden. 3) Einen Fall, wo man sie der vorzüglichen Bequemlichkeit wegen brauchen wird: dann nemlich, wenn die

Zwi-

Zwifchenzeiten fehr klein, oder die Beobachtungen nicht fehr genau find. Hier wird es ohne Bedenken erlaubt feyn, ftatt der corrigirten Länge c'', unmittelbar α'' zu gebrauchen, und fich fo die ganze Berechnung des §. 35. zu erfparen. Es ift diefs eben fo viel, als wenn man annehme, dafs die Linien Bb, Dd Fig. 1. einander parallel find, und daran kann fehr wenig fehlen, wenn die Bögen ac, AC klein, und alfo die Linien bd, BD fehr klein find. Dann hat man fogleich

$$M = \frac{t'' \sin(\alpha'' - \alpha')}{t' \sin(\alpha''' - \alpha'')}$$

§. 38.

Da alle orthographifche Projectionen der Gefichtslinien die orthographifchen Projectionen der Chorden in dem nemlichen Verhältnifs fchneiden, fo darf man, eine allgemeiner brauchbare Formel zu finden, diefe Linien nur auf eine Ebene projiciren, die auf der Ebene der Ecliptik fenkrecht fteht, und auf der auch wieder der mittlere Radius Vector für die Erde fenkrecht ift. Diefe Ebene hat bekanntlich auch fchon **Lambert** mit Vortheil gewählt. Macht man fodann

$$\tan b' = \frac{\tan \beta'}{\sin(A'' - \alpha')}$$

$$\tan b'' = \frac{\tan \gamma''}{\sin(A'' - c'')}$$

$$\tan b''' = \frac{\tan \beta'''}{\sin(A'' - \alpha''')}$$

fo find b', b'', b''', die Winkel die die Gefichtslinien in der Projection mit der projicirten Chorde der Erdbahn machen. Hierbey ift nun offenbar

tang

$$\frac{\text{tang}\ \gamma''}{\sin(A''-c'')} = \frac{\text{tang}\ \beta''}{\sin(A''-\alpha'')}$$

alſo wird die Rechnung zur Beſtimmung von c'' und γ'' unnöthig. Setzt man nun den projicirten Abſtand in der erſten Beobachtung $= \delta$, in der dritten Beobachtung $= N\delta$, ſo iſt, weil auch hier die Chorden im Verhältniſs der Zeiten geſchnitten werden

$$N = \frac{t'' \sin(b''-b')}{t' \sin(b'''-b'')}$$

Nun iſt aber

$$\varrho' = \frac{\delta \cos b'}{\sin(A''-\alpha')}$$

$$\varrho''' = M\varrho' = \frac{N\delta \cos b'''}{\sin(A''-\alpha''')}$$

folglich

$$M = \frac{\cos b''' \sin(A''-\alpha') \sin(b''-b')\, t''}{\cos b' \sin(A''-\alpha''') \sin(b'''-b'')\, t'}$$

$$= \frac{\sin(A''-\alpha')(\text{tang}\ b''-\text{tang}\ b')\, t''}{\sin(A''-\alpha''')(\text{tang}\ b'''-\text{tang}\ b'')\, t'}$$

$$= \frac{\left(\text{tang}\,\beta'' \sin(A''-\alpha')-\text{tang}\,\beta' \sin(A''-\alpha'')\right)t''}{\left(\text{tang}\,\beta''' \sin(A''-\alpha'')-\text{tang}\,\beta'' \sin(A''-\alpha''')\right)t'}$$

Ein ſehr bequemer Ausdruck für M der ſich zur Rechnung noch etwas geſchmeidiger ſo vorſtellen läſst

$$M = \frac{(m \sin(A''-\alpha')-\text{tang}\,\beta')\, t''}{(\text{tang}\,\beta'''-m \sin(A''-\alpha'''))\, t'}$$

indem man nemlich der Kürze wegen

$$\frac{\text{tang}\ \beta''}{\sin(A''-\alpha'')} = m$$

ſetzt.

§. 39.

§. 39.

Damit iſt alſo das Verhältniſs der curtirten Diſtanzen des Cometen von der Erde in der erſten und dritten Beobachtung gegeben. Um nun die Diſtanzen ſelbſt zu finden, müſſen wir durch ſie die Chorde AC Fig. 1., und die beyden *radii vectores* SA, SC beſtimmen, und die gefundenen Werthe ſodann mit der Zeit vergleichen, die der Comet gebraucht hat, von A nach C zu kommen. Sind nun die beyden Diſtanzen der Erde von der Sonne in der erſten und dritten Beobachtung Sa, $Sc = R'$, R''', die beyden Abſtände des Cometen von der Sonne SA, SC $= r'$, r''', ſo ergiebt ſich ſogleich

$$r'^2 = R'^2 - 2R'\varrho' \cos(A' - \alpha') + \varrho'^2 \sec\beta'^2$$
$$r'''^2 = R'''^2 - 2R'''M\varrho' \cos(A''' - \alpha''') + M^2\varrho'^2 \sec\beta'''^2$$

§. 40.

Die Chorde k'' iſt nach §. 7

$$= \sqrt{(x''' - x')^2 + (y''' - y')^2 + (z''' - z')^2}$$

entwickelt man dieſe Formel, und erinnert ſich, es ſey

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$
$$r'''^2 = x'''^2 + y'''^2 + z'''^2$$

ſo wird

$$k'' = \sqrt{r'^2 + r'''^2 - 2x'x''' - 2y'y''' - 2z'z'''}.$$

Nun iſt § 7

$$x' = \varrho' \cos\alpha' - R' \cos A'$$
$$y' = \varrho' \sin\alpha' - R' \sin A'$$
$$z' = \varrho' \tang\beta'$$
$$x''' = M\varrho' \cos\alpha''' - R''' \cos A'''$$
$$y''' = M\varrho' \sin\alpha''' - R''' \sin A'''$$
$$z''' = M\varrho' \tang\beta'''$$

Folglich hat man

$$x'x''' + y'y''' = R'R''' \cos(A''' - A') - \varrho' R''' \cos(A''' - \alpha') - M\varrho' R' \cos(A' - \alpha''') + M\varrho'^2 \cos(\alpha''' - \alpha')$$

und

$$z'z''' = M\varrho'^2 \operatorname{tang}\beta' \operatorname{tang}\beta'''$$

alſo heiſst die ganze Formel

$$k''^2 = r'^2 + r'''^2 - 2R'R''' \cos(A''' - A') + 2\varrho' R''' \cos(A''' - \alpha') + 2M\varrho' R' \cos(A' - \alpha''') - 2M\varrho'^2 \cos(\alpha''' - \alpha') - 2M\varrho'^2 \operatorname{tang}\beta' \operatorname{tang}\beta'''$$

wofür man der Kürze wegen

$$k = \sqrt{F + G\varrho' + H\varrho'^2}$$

ſchreiben kann.

§. 41.

Iſt nun T die Zeit zwiſchen der erſten und dritten Beobachtung, ſo iſt nach Lamberts ſchönem Theorem

$$T = \frac{\left(\frac{r' + r''' + k''}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r''' - k''}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{m\, 3\sqrt{2}.}$$

In dieſe Formel unſere gefundenen Werthe für r', r''' und k'' geſetzt, würde freylich auf eine ungeheure ſchwer aufzulöſende Gleichung führen. Eine Gleichung, die ſich indeſs auf den 12ten Grad bringen läſst, wenn man ſtatt der eben angegebenen Lambertſchen Formel die Näherung des Herrn du Sejour gebrauchen wollte, der

$$T^2 = \frac{(r' + r''')\, k''^2}{4f.}$$

ſetzt,

ſetzt, und die ſogar nur vom 6ten Grade ſeyn wird, wenn man ſich erlaubt

$$\frac{r' + r'''}{2} = \sqrt{\frac{r'^2 + r'''^2}{2}}$$

zu ſetzen, welches allerdings nur dann einigermaſsen angeht, wenn r' und r''' wenig von einander verſchieden, alſo k'' und T ſehr klein ſind. Allein wir brauchen alle dieſe etwas miſslichen Abkürzungen gar nicht. Denn wenn ſich gleich der Werth von ϱ' nicht unmittelbar aus der Lambertſchen Formel finden läſst, ſo wird man ihn doch durch einige wenige Verſuche leicht entdecken. Wir haben nemlich

$$r' = \sqrt{R'^2 - 2R' \cos(A' - \alpha')\varrho' + \sec\beta'^2 \varrho'^2}$$

$$r''' = \sqrt{R'''^2 - 2R''' \cos(A''' - \alpha''') M\varrho' + \sec\beta'''^2 M^2 \varrho'^2}$$

$$k'' = \sqrt{F + G\varrho' + H\varrho'^2}$$

In dieſen drey Gleichungen ſind alle Coefficienten von ϱ' bekannte, in Zahlen berechnete Gröſsen. Man darf alſo nur einen Werth von ϱ' annehmen, um ſogleich, bloſs durch das Ausziehen dreyer Quadratwurzeln r', r''' und k'' zu haben. Aus dieſen ergiebt ſich ſodann ohne Mühe aus der Tafel für den paraboliſchen Fall gegen die Sonne, oder durch unmittelbare leichte Berechnung die Zeit, die zwiſchen den Beobachtungen nach dem angenomnen Werth von ϱ' hätte verſtreichen ſollen. Dieſe Zeit mit der beobachteten verglichen, zeigt leicht, ob man den angenomnen Werth von ϱ' vermehren oder vermindern müſſe, um der beobachteten Zwiſchenzeit näher zu kommen. Man kommt ſehr bald der Wahrheit nahe genug, um alles übrige durch eine leichte Interpo-

lation

lation nachzuholen. Selten wird man mehr als vier, höchstens fünf Vorausſetzungen nöthig haben, und bey den erſten zwey oder drey braucht die Rechnung gar nicht ſcharf geführt zu werden. So viel kann ich wenigſtens verſichern, daſs die Beſtimmung des wahren Werths von ϱ' aus obigen drey Gleichungen immer noch weit bequemer ſey, als die Auflöſung einer Gleichung des 6ten Grades.

§. 42.

Sobald man den Werth von ϱ' gefunden hat, iſt die Beſtimmung der ganzen Bahn leicht. Denn die Rechnung giebt ſchon unmittelbar r', r''', ϱ', und $\varrho''' = M\varrho'$. Nennt man nun die heliocentriſchen Breiten in der erſten und dritten Beobachtung λ', λ''', ſo iſt

$$\sin \lambda' = \frac{\tan \beta' \, \varrho'}{r'} \quad \sin \lambda''' = \frac{\tan \beta''' \, \varrho'''}{r'''}$$

Ferner mögen die beyden heliocentriſchen Elongationen des Cometen von der Erde ε', ε''' heiſsen, ſo haben wir

$$\sin \varepsilon' = \frac{\varrho' \sin (A' - \alpha')}{r' \cos \lambda'}$$

$$\sin \varepsilon''' = \frac{\varrho''' \sin (A''' - \alpha''')}{r''' \cos \lambda'''}$$

wodurch die beyden heliocentriſchen Längen, die ich C', C''', nennen will, gefunden werden. Es ſey nun

$$\cot \omega = \frac{\tan \lambda'''}{\tan \lambda' \sin (C''' - C')} - \cot (C''' - C')$$

ſo iſt ω die Entfernung des Cometen in der erſten Beobachtung, der Länge nach gerechnet, vom aufſteigenden

Knoten: alſo $C' - \omega$ die Länge des Knotens. Die Neigung der Bahn ergiebt ſich durch die Formel

$$\operatorname{tang} i = \frac{\operatorname{tang} \lambda'}{\operatorname{ſin} \omega.}$$

Für die beyden heliocentriſchen Entfernungen des Cometen in der Ebene ſeiner Bahn vom Knoten u', u''' iſt

$$\operatorname{coſ} u' = \operatorname{coſ} \lambda' \operatorname{coſ} \omega$$

$$\operatorname{coſ} u''' = \operatorname{coſ} \lambda''' \operatorname{coſ} (C''' - C' + \omega)$$

ſo daſs $u''' - u'$ = dem Unterſchiede der beyden wahren Anomalien in der erſten und dritten Beobachtung ſeyn wird. Nennt man nun φ die wahre Anomalie in der erſten Beobachtung, ſo iſt nach bekannten Eigenſchaften der Parabel

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \varphi = \cot \frac{u''' - u'}{2} - \frac{\sqrt{\frac{r'}{r'''}}}{\operatorname{ſin} \left(\frac{u''' - u'}{2}\right)}$$

dadurch iſt die Länge des Periheliums gegeben. Der Abſtand der Sonnennähe π ergiebt ſich

$$\pi = r' \operatorname{coſ} \tfrac{1}{2} \varphi^2$$

und ſo findet ſich auch leicht die Zeit des Periheliums entweder durch unmittelbare Berechnung, oder durch eine der vielen zur Erleichterung dieſer Rechnungen dienenden Tafeln.

§. 43.

Gewöhnlich wird man, ſobald man ϱ' gefunden hat, neugierig genug ſeyn, alle Elemente der zu berechnenden Cometenbahn kennen zu lernen, um auch alle in dem vorigen §. angegebene Rechnungen vorzunehmen.

An

An ſich iſt dieſs übrigens nicht immer nöthig. Die hier gefundenen Beſtimmungs - Stücke bedürfen nochmals noch immer einer Verbeſſerung, und man braucht deswegen jetzt nur die zu berechnen, aus denen ſich dieſe Verbeſſerung ableiten läſst. Es iſt, wie Hr. de la Place ſehr richtig bemerkt, gut, in einer ſo langen Rechnung jede unnöthige Arbeit zu erſparen. Wollte man ſich alſo bloſs mit dem nothwendigen begnügen, ſo werden entweder Länge des Knotens und Neigung der Bahn, oder auch Zeit und Abſtand des Periheliums hinreichend ſeyn, je nachdem man eine oder die andere von den unten vorkommenden Verbeſſerungs - Methoden wählen wird. In dem erſten Fall können alſo alle, aufs Perihelium und die wahre Anomalie Bezug habende Formeln wegfallen: und im zweyten iſt es unnöthig, die Länge des Knotens, und die Neigung der Bahn zu berechnen. Es ſey $u''' - u'$, oder der Winkel, den die beyden *radii vectores* an der Sonne einſchlieſsen $= \chi$, alſo χ der Unterſchied der beyden wahren Anomalien in der erſten und dritten Beobachtung, ſo iſt unmittelbar

$$\cos \chi = \frac{r'^2 + r'''^2 - k''^2}{2 r' r'''}$$

woraus ſich denn ſogleich φ durch die Formel

$$\tang \tfrac{1}{2} \varphi = \cot \tfrac{1}{2} \chi - \frac{\sqrt{\frac{r'}{r'''}}}{\sin \frac{1}{2} \chi}$$

mithin auch Zeit und Abſtand des Periheliums ergiebt. Der Werth von φ läſst ſich noch unmittelbarer berechnen. Denn es iſt

$$\sin \tfrac{1}{2} \chi^2 = \frac{k''^2 - (r''' - r')^2}{4 r''' r'}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} \chi^2 = \frac{(r''' + r')^2 - k''^2}{4 r''' r'}$$

alſo

$$\cot \tfrac{1}{2} \chi^2 = \frac{(r''' + r')^2 - k''^2}{k''^2 - (r''' - r')^2}$$

und damit wird

$$\mathrm{tang}\, \tfrac{1}{2} \varphi = \frac{\sqrt{(r''' + r')^2 - k''^2} - 2r'}{\sqrt{k''^2 - (r''' - r')^2}}$$

§. 44.

Ich will hier nun die bey Berechnung eines Cometen nöthigen Formeln ſammlen, damit man das ganze leichter überſehen kann. Man ſucht alſo zuerſt

$$m = \frac{\mathrm{tang}\, \beta''}{\sin(A'' - \alpha'')}$$

und

$$M = \frac{(m \sin(A'' - \alpha') - \mathrm{tang}\, \beta')\, t''}{(\mathrm{tang}\, \beta''' - m \sin(A'' - \alpha''')]\, t'}$$

Hierauf berechnet man die Coefficienten von ϱ', ϱ'^2 in den Formeln

$$r'^2 = R'^2 - 2 R' \cos(A' - \alpha')\, \varrho' + \sec \beta'^2\, \varrho'^2$$
$$r'''^2 = R'''^2 - 2 R''' \cos(A''' - \alpha''')\, M \varrho' + \sec \beta'''^2\, M^2 \varrho'^2$$
$$k''^2 = r'^2 + r'''^2 - 2 R' R''' \cos(A''' - A')$$
$$+ 2 R''' \cos(A''' - \alpha')\, \varrho' + 2 M R' \cos(A' - \alpha''')\, \varrho'$$
$$- 2 M \cos(\alpha''' - \alpha')\, \varrho'^2 - 2 M\, \mathrm{tang}\, \beta'\, \mathrm{tang}\, \beta'''\, \varrho'^2$$

und ſo kann man gleich einen Werth von ϱ' annehmen, und durch wenige Verſuche den wahren Werth dieſer Gröſse beſtimmen. Die leichten und geſchmeidigen Formeln des 42. und 43. §. geben, wenn ϱ' erſt gefunden iſt, ſehr bequem alle übrige Beſtimmungsſtücke der Bahn.

§. 45.

Man darf auch nur flüchtig diefe Methode mit irgend einer andern von den bisher gebrauchten vergleichen, um ihre Kürze und Bequemlichkeit fchätzen zu lernen. Zudem ift fie allgemein brauchbar, und läfst fich fogleich anwenden, wenn man einen Cometen nur dreymal beobachtet hat. Freylich ift fie nicht ganz genau, weil wir angenommen haben, die Chorden der Erdbahn und Cometenbahn würden von den mittlern *radiis vectoribus* im Verhältnifs der Zeiten gefchnitten: aber man halte diefe Unzuverläfsigkeit nicht für gröfser, als fie wirklich ift. Euler und Lambert haben in Anfehung der Cometenbahn eben das angenommen: mein Zufatz ift nur, dafs ich für die Erdbahn daffelbe vorausfetze: und dadurch wird die Unzuverläfsigkeit, oder der Mangel an geometrifcher Schärfe gewifs nie beträchtlich vermehrt, oft vermindert. Sie ift weit genauer, als irgend eine der directen Methoden, weil bey diefen immer ftillfchweigend oder ausdrücklich ein Stück der Cometenbahn als eine gerade gleichförmig durchlaufene Linie angefehen wird: oder, wenn man die Bögen mit Herr de la Place fo klein nimmt, dafs diefe Vorausfetzung durchaus keinen Fehler geben kann, doch die kleinen Bögen durch eine mifsliche Interpolations Methode gefucht werden müffen. Zu dem werde ich im folgenden Abfchnitt zeigen, wie leicht die wegen diefer nicht vollkommen wahren Vorausfetzung etwa nöthige Verbefferung nachzuholen fey.

§. 46.

Die Kürze und Bequemlichkeit der Methode wird fich indeffen noch beffer an einem vollftändigen Beyfpiel überſehen laſſen. Ich wähle dazu den Cometen von 1769: theils weil die wahre Bahn dieſes Cometen ſo genau bekannt iſt: theils weil man eben auf dieſen Cometen auch die mehreſten andern Methoden angewandt hat. Folgende Beobachtungen ſind aus Pingré Cometographie genommen.

	Zeiten			α			β			
Sept. 4	14^{u}	$0'$	$80°$	$56'$	$11''$	$17°$	$51'$	$39''$	ſüdl.
8	14	0	101	0	54	22	5	2	
12	14	0	124	19	22	23	43	55	

Für dieſe drey Beobachtungen iſt

A			log R
$162°$	$42'$	$5''$	0,003132
166	35	31	0,002665
170	29	20	0,002184

Alſo $t' = t'' = 4$ Tage $\frac{t''}{t'} = 1$, und T $= 8{,}000$ Tage.

Nun ſteht die Rechnung für M ſo

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{tang} \beta'' \quad . \quad . &= 9{,}608237 \\
\log \sin (A'' - \alpha'') &= 9{,}959299 \\
\hline
\log m &= 9{,}648938
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log \sin (A'' - \alpha') &= 9{,}998750 \\
\log \sin (A'' - \alpha''') &= 9{,}827766 \\
\hline
\log m \sin (A'' - \alpha') &= 9{,}647688 \\
\log m \sin (A'' - \alpha''') &= 9{,}476704
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{tang} \beta''' &= 0{,}43963 \\
m \sin (A'' - \alpha''') &= 0{,}29971 \\
\hline
\operatorname{tang} \beta''' - m \sin (A'' - \alpha''') &= 0{,}13992
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m \sin (A'' - \alpha') &= 0{,}44431 \\
\operatorname{tang} \beta' &= 0{,}32221 \\
\hline
m \sin (A'' - \alpha') - \operatorname{tang} \beta' &= 0{,}12210
\end{aligned}$$

log

$$\log 0{,}12210 = 9{,}086716$$
$$\log 0{,}13992 = 9{,}145880$$
$$\log M = 9{,}940836$$

Nun werden die Formeln

$$r'^2 = R'^2 - 2R' \cos(A' - \alpha')\,\varrho' + \sec\beta'^2\,\varrho'^2$$
$$r'''^2 = R'''^2 - 2R''' \cos(A''' - \alpha''')\,M\varrho' + \sec\beta'''^2\,M^2\,\varrho'^2$$

berechnet, wobey bekanntlich

$$\sec\beta^2 = \frac{1}{\cos\beta^2}$$

ist, und es findet sich

$$r'^2 = 1{,}01453 - 0{,}28854\,\varrho' + 1{,}10393\,\varrho'^2$$
$$r'''^2 = 1{,}01011 - 1{,}21482\,\varrho' + 0{,}90869\,\varrho'^2$$

für die Chorde

$$k^2 = r'^2 + r'''^2 - 2R'R''' \cos(A''' - A')$$
$$+ 2R''' \cos(A''' - \alpha')\,\varrho' + 2R' \cos(A' - \alpha''')\,M\varrho'$$
$$- 2M\cos(\alpha''' - \alpha')\,\varrho'^2 - 2\tang\beta'\tang\beta'''\,M\varrho'^2$$

ist

$\log R' =$	$0{,}003132$	$\log R''' =$	$0{,}00218$
$\log R''' =$	$0{,}002184$	$\mathrm{l.}\cos(A''' - \alpha') =$	$7{,}8940$
$\log\cos(A''' - A') =$	$9{,}995976$	$\log \ldots$	$7{,}89618$
$\log \ldots$	$0{,}001292$		
N. Z. $=$	$1{,}00298$	N. Z. $=$	$0{,}007875$
$\log M =$	$9{,}940836$	$\log M =$	$9{,}940836$
$\log R' =$	$0{,}003132$	$\log\cos(\alpha''' - \alpha') =$	$9{,}861377$
$\log\cos(A' - \alpha''') =$	$9{,}894274$	$\log \ldots$	$9{,}802213$
$\log \ldots$	$9{,}838242$	N. Z. $=$	$0{,}63418$
N. Z. $=$	$0{,}689035$		
$\log M. =$	$9{,}940836$		
$\log\tang\beta' =$	$9{,}508173$		
$\mathrm{l.}\tang\beta''' =$	$9{,}643090$		
$\log$	$9{,}092099$		
N. Z. $=$	$0{,}12362$		

Damit ſind alle Coefficienten beſtimmt. Man verdoppele ſie, zähle die zuſammen die kein ϱ', die ϱ', und die ϱ'^2 multipliciren, und addire ſie ſodann mit den zugehörigen Zeichen zu $r'^2 + r'''^2$

$$\begin{array}{rcl} r'^2 + r''''^2 & = & 2{,}02464 - 1{,}50336\,\varrho' + 2{,}01262\,\varrho'^2 \\ & & -\,2{,}00596 + 1{,}39382\,\varrho' - 1{,}51560\,\varrho'^2 \\ \hline k''^2 & = & 0{,}01868 - 0{,}10954\,\varrho' + 0{,}49702\,\varrho'^2 \end{array}$$

Die drey Gleichungen ſind alſo

$$r''' = \sqrt{1{,}01011 - 1{,}21482\,\varrho' + 0{,}90869\,\varrho'^2}$$
$$r' = \sqrt{1{,}01453 - 0{,}28854\,\varrho' + 1{,}10393\,\varrho'^2}$$
$$k'' = \sqrt{0{,}01868 - 0{,}10954\,\varrho' + 0{,}49702\,\varrho'^2}$$

Setzt man nun $\varrho' = 1$, ſo iſt $r' = 1{,}40\ldots$ $r''' = 0{,}84\ldots$, und $k'' = 0{,}62\ldots$, und damit die Zeit, worinn dieſe Chorde beſchrieben worden $= 26{,}88$ Tage. Sie wurde aber beobachtet $= 8{,}00$ Tage. Folglich iſt dieſer Werth von ϱ' viel zu groſs.

Man nehme alſo $\varrho' = 0{,}5$, ſo iſt $r' = 1{,}07$ $r''' = 0{,}80\ldots$ $k'' = 0{,}297\ldots$, folglich die Zeit $= 11{,}83$ Tage. Noch zu groſs.

Ich ſetze alſo $\varrho = \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$, ſo wird $r'' = 1{,}02\ldots$, $r''' = 0{,}84\ldots$, $k'' = 0{,}194$ und die Zeit $= 7{,}79$ Tage. Mithin etwas zu klein.

Hieraus ſchlieſse ich, daſs der wahre Werth von ϱ' nicht viel von $0{,}35$ verſchieden ſeyn kann. Ich ſetze alſo $\varrho' = 0{,}345$ und $= 3{,}50$, und ſuche für beyde Werthe die Zeit genauer

ϱ'	$= 0{,}345$	ϱ'	$= 0{,}350$
r''	$= 1{,}02294$	r'	$= 1{,}02409$
r'''	$= 0{,}83616$	r'''	$= 0{,}83441$
k''	$= 0{,}20012$	h''	$= 0{,}20304$
T	$= 7{,}9271$ Tage	T	$= 8{,}0410$ Tage

Folg-

Folglich ist der Fehler der ersten Hypothese $- 0{,}0729$, der andern $+ 0{,}0410$ und hieraus ergiebt sich der wahre Werth von $\varrho' = 0{,}34820$, und durch leichte Interpolation $r' = 1{,}02367$, $r''' = 0{,}83504$ und $\log \varrho''' = \log M \varrho' = 9{,}482665$.

§. 47.

Um nun die ganze Bahn zu bestimmen, berechnet man die heliocentrischen Breiten durch die Formel

$$\sin \lambda = \frac{\varrho \tan \beta}{r}$$

demnach ist $\lambda' = 6^\circ\ 17'\ 34''$, $\lambda''' = 9^\circ\ 12'\ 19''$. Ferner die Elongationen von der Erde

$$\sin \varepsilon = \frac{\varrho \sin (A - \alpha)}{r \cos \lambda}$$

wodurch $\varepsilon' = 19^\circ\ 47'\ 47''$, $\varepsilon''' = 15^\circ\ 25'\ 16''$ gefunden wird. Also sind die heliocentrischen Längen des Cometen

$$C' = 0^s\ 2^\circ\ 29'\ 52'' \quad C''' = 0^s\ 5^\circ\ 54'\ 36''.$$

Durch die Formel

$$\cot \omega = \frac{\tan \lambda'''}{\tan \lambda' \sin (C''' - C')} - \cot (C''' - C')$$

ergiebt sich $\omega = 7^\circ\ 11'\ 45''$. Folglich ist die Länge des niedersteigenden Knotens (denn die Breiten sind südlich) $= C' - \omega = 0^z\ 2^\circ\ 29'\ 52'' - 7^\circ\ 11'\ 45'' = 11^z\ 25^\circ\ 18'\ 7''$. Die Inclination wird durch

$$\tan i = \frac{\tan \lambda'}{\sin \omega}$$

$= 41^\circ\ 21'\ 30''$ gefunden. Nun sucht man u' und u''', wofür wir haben

$$\cos u' = \cos \lambda' \cos \omega.$$
$$\cos u''' = \cos \lambda''' \cos (C''' - C' + \omega)$$

alſo $u' = 9^\circ\ 32'\ 54''$, $u''' = 14^\circ\ 0'\ 40''$, und $u''' - u' = \chi = 4^\circ\ 27'\ 46''$. Ich ſuche hier φ, oder die wahre Anomalie für die dritte Beobachtung, weil dieſe der Sonne näher iſt, mittelſt der Formel

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}\varphi = \cot \tfrac{1}{2}\chi - \frac{\sqrt{\frac{r'''}{r'}}}{\sin \frac{1}{2}\chi}$$

giebt $\frac{1}{2}\varphi = 67^\circ\ 56'\ 12''$, alſo wahre Anomalie des Cometen in der dritten Beobachtung $= 135^\circ\ 52'\ 24''$. Addirt man zu φ die Entfernung des Cometen vom ☋, oder $u''' = 14^\circ\ 0'\ 40''$, ſo erhält man die Entfernung der Sonnennähe vom niederſteigenden Knoten $= 149^\circ\ 53'\ 4''$: alſo Länge des Periheliums $4^z\ 25^\circ\ 11'\ 11''$. Der Abſtand in der Sonnennähe π iſt

$$\pi = r'''\ \text{coſ}\ \tfrac{1}{2}\varphi^2$$

$= 0,11782$. Woraus denn auch endlich die Zeit von der dritten Beobachtung bis zum Perihelium $=$ 24 Tage 20 Stunden 22′, folglich die Zeit des Periheliums October 7 10^u 22′ gefunden wird.

§. 48.

Die gefundenen Elemente ſind alſo folgende:

Länge des ☊ $5^z\ 25^\circ\ 18'\ 7''$
Neigung der Bahn $41^\circ\ 21'\ 30''$
Länge der Sonnennähe $4^z\ 25'\ 11'\ 11''$
Abſtand der Sonnennähe $0,11782$
Zeit der Sonnennähe 1769 Oct. 7 10^u 22′

Vergleicht man dieſe Elemente mit den bekannten, ſo zeigt ſich, daſs ſie den wahren ſehr nahe kommen. Beſonders ſtimmen ſie faſt ganz genau mit denen, die Lambert angegeben hat, überein, die gleichfalls aus Beob-

achtun-

achtungen vor der Sonnennähe, nur mit viel gröſserer Mühe und wiederholter Arbeit berechnet worden ſind. Die bey Lambert und hier etwas zu groſs herauskommende Inclination ſcheint man mehr den Beobachtungen als der Methode zuſchreiben zu können. Herr Pingré hat mittelſt derſelben Beobachtungen, die ich hier gebraucht habe, nach Herrn de la Place Methode die Bahn des Cometen berechnet: ſein Abſtand und Zeit des Periheliums, (die andern Elemente hat er nicht beſtimmt) weichen vielmehr von den wahren ab, als die hier gefundenen: und wie ungleich kürzer unſere Rechnung ſey, wird eine auch nur flüchtige Vergleichung zeigen.

§. 49.

Da ſich in dieſem Beyſpiel Fehler der Methode und der Beobachtungen vermengen, will ich hier noch ein zweytes geben, worauf letztere keinen Einfluſs haben können. Folgende Längen und Breiten des Cometen von 1681 ſind nicht beobachtet, ſondern von Halley aus ſeiner paraboliſchen Theorie dieſes Cometen berechnet, und wir können alſo nun ſehen, wie genau ſich daraus die Abſtände von Erde und Sonne durch unſere Methode wieder werden berechnen laſſen.

Zeiten				α				β		
Jan. 5	6^u	$1\frac{1}{2}'$	0^z	$8°$	$49'$	$49''$	$26°$	$15'$	$15''$
9	7	0	0	18	44	36	24	12	54
13	7	9	0	26	0	21	22	17	30

Für dieſe Zeiten iſt

A				log R
9^z	$26°$	$22'$	$18''$	9,99282
10	0	29	2	9,99303
10	4	33	20	9,99325

Alſo iſt $t' = 4{,}0411$, $t'' = 4{,}0055$, und $T = 8{,}0466$.

Hier-

Hieraus findet sich nun

$$\log M = 0,137562$$

und damit lassen sich die drey quadratischen Gleichungen

$$r' = \sqrt{0,96754 - 0,59292\,\varrho' + 1,24328\,\varrho'^2}$$

$$r''' = \sqrt{0,96941 - 0,40185\,\varrho' + 2,20087\,\varrho'^2}$$

$$k'' = \sqrt{0,019726 - 0,122756\,\varrho' + 0,265982\,\varrho'^2}$$

leicht berechnen. Setzt man nun $\varrho' = 1$, so ist $r' = 1,27..$, $r''' = 1,65...$, und $k'' = 0,40..$ und damit $T = 19,75$. Es ist aber $T = 8,0466$. Folglich giebt diese Voraussetzung einen Fehler von 11,70 Tagen zu viel. Man nehme $\varrho' = 0,5$, so ist $r' = 0,99...$, $r''' = 1,14..$, $k'' = 0,155$ und $T = 6,15$ Tage. Also der Fehler dieser Voraussetzung 1,90 Tage zu wenig.

Hieraus schliesse ich, dass ϱ' nicht sehr von 0,56 entfernt seyn kann. Nun ist für

$\varrho' = 0,56$	$\varrho' = 0,57$
$r' = 1,01262$	$r' = 1,01662$
$r''' = 1,19773$	$r''' = 1,20641$
$k'' = 0,18546$	$k'' = 0,19020$
$T = 8,0121$	$T = 8,2402$

Der Fehler der ersten Voraussetzung ist $= -0,0345$: der Unterschied unter beyden Werthen von $T = 0,2281$. Folglich ist die curtirte Distanz, oder $\varrho' = 0,56151$: und mithin

$$r' = 1,0139$$
$$r''' = 1,1991$$

Nach Halleys Theorie war um diese Zeit

$$r' = 1,0144$$
$$r''' = 1,2000$$

Man sieht also, dass unsere Methode diese Distanzen bis auf die dritte Decimal-Stelle ganz genau angiebt.

§. 50

§. 50.

Diese Beyspiele werden hinreichend die Bequemlichkeit, Kürze und Sicherheit der hier vorgeschlagenen Berechnungsart einer Cometenbahn zeigen. Ich werde nur noch einige Bemerkungen beyfügen. Um aus den beyden *radiis vectoribus* und der Chorde r', r''', k'' die Zeit T zu berechnen, hat man die Formel

$$T = \frac{\left(\frac{r' + r''' + k''}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r''' - k''}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{3\, m \sqrt{2}.}$$

Um sie bequemer aufzulösen, hat man Tafeln berechnet. Man nimmt nemlich

$$B = \frac{r' - r''' + k''}{2}$$

und

$$D = \frac{r' + r''' - k''}{2}$$

und sucht für B und D in den Tafeln die zugehörigen Zeiten, deren Differenz, oder wenn der Winkel an der Sonne mehr als 180° beträgt, deren Summe die Zeit T giebt.

Solche Tafeln finden sich in der Berliner Sammlung, doch sind diese nicht sehr correct. Besser und genauer hat sie Hr. Pingré in seiner Cometographie geliefert.

Da diese Tafeln nur durch alle hundert Theile von B und D gehn, so habe ich ihren Gebrauch nur dann bequem finden können, wenn, wie bey den ersten vorläufigen Versuchen mit einem Werth von ϱ', keine grosse Schärfe erforderlich ist. Will man genau rechnen, so erfordert der Proportionaltheil viele Mühe, besonders da man sich fast nie mit den ersten Differenzen begnügen kann. Hier ist es ungleich leichter, unmittelbar aus B

und

und D die zugehörigen Zeiten zu berechnen. Diefs geschieht fehr bequem durch die Formeln

$$\log z' = \log B + \tfrac{1}{2} \log B + 1{,}4378117$$
$$\log z'' = \log D + \tfrac{1}{2} \log D + 1{,}4378117$$

wobey $z' - z''$ fodann die Zeit, worin die Chorde befchrieben worden, in Tagen und Decimaltheilen derfelben angiebt. Es fey z. B. wie im vorigen §. $r' = 1{,}01262$. $r''' = 1{,}19773$, $k'' = 0{,}18546$, fo fteht die Rechnung fo

r' =	1,01262
r''' =	1,19773
Summe =	2,21035
$\tfrac{1}{2}$ Summe =	1,10517
$\tfrac{1}{2}$ k'' =	0,09273
B =	1,19790
D =	1,01244

log B =	0,078421	log D =	0,005369
$\tfrac{1}{2}$ log B =	0,039211	$\tfrac{1}{2}$ log D =	0,002685
log conft =	1,437812	log conft =	1,437812
log z' =	1,555444	log z'' =	1,445866
z' =	35,9290	z'' =	27,9169

Der Unterfchied zwifchen beyden giebt die Zeit T = 8,0121 Tage. Wo die Schärfe bis auf einzelne Zeitfecunden getrieben werden foll, mufs man noch die fünfte Decimalftelle mitnehmen. Denn 1″ ift = 0,0000116 eines Tages, und 0,0001 eines Tages = 8″, 64.

§. 51.

Bey etwas langwierigen Rechnungen ift es immer gut, von Zeit zu Zeit Prüfungsmittel zu haben, wodurch man fich von der Richtigkeit der geführten Rechnung überzeugen kann. Die hier vorgefchlagene Methode bietet mehrere dergleichen dar. Am Ende der Rechnung wird es indeffen gut feyn, aus den gefundenen Elementen und den Zeiten der Beobachtung wieder χ, und fodann

dann auch die geocentrische Länge und Breite des Cometen zur Zeit der mittlern Beobachtung zu berechnen. Ersteres versichert von der Rechnung, wenigstens von dem letztern Theile derselben: letzteres zeigt zugleich die grössere oder geringere Genauigkeit der gefundenen Bahn. So finde ich aus den für den Cometen von 1769 im §. 47. 48. herausgebrachten Elementen am 8ten Sept. um 14 Uhr, die wahre Anomalie = 138° 19′ 55″ und den Logarithmen seines Abstandes von der Sonne = 9,969155, hieraus die geocentrische Länge = 3^z 10° 57′ 57′, die Breite = 22° 5′ 52″ südlich. Der Fehler in Ansehung der Länge ist — 2′ 57″, in Ansehung der Breite + 0′ 30″. Fehler, die für die erste rohe Bestimmung einer Cometenbahn klein genug sind.

§. 52.

Man hat viele Tafeln, um aus der gegebenen Zeit die wahre Anomalie eines Cometen, und aus der wahren Anomalie die Zeit zu finden, worin der Comet sie beschrieben hat. Sie sind in vielen astronomischen Werken und Sammlungen anzutreffen. Die bequemste und vollständigste ist unstreitig diejenige, die in einem nicht corpulenten, wenig bekannten, aber sehr schätzbaren Buche: *Barcker Account of the Discoveries concerning Comets, London 1757. gr. 4.* enthalten ist. Die zweyte Tafel dieses kleinen Werks giebt für alle fünf Minuten der wahren Anomalie den zugehörigen parabolischen Raum, und den Logarithmen des Abstandes des Cometen, dessen Distanz in der Sonnennähe = 1 ist, mit den ersten Differenzen an, und hieraus läſst sich für jeden Cometen, und jede gegebene Zeit vom Perihelium in aller Schärfe wahre Anomalie, und Abstand von der Sonne

durch

durch eine Rechnung finden, die viel leichter ist, als bey den gewöhnlichen Cometentafeln. *) Es ist sehr zu bedauern, dass Barkers Abhandlung dem Hrn. Pingré unbekannt geblieben ist. **)

*) Eben wegen dieser vorzüglichen Bequemlichkeit und Seltenheit des engl. Originals ist diese fast ganz unbekannte und nirgends sonst erschienene Tafel, hier ganz abgedruckt worden, wodurch man sowohl dem Wunsch des Hn. Verf. nachzukommen, als auch den Astronomen einen angenehmen Dienst zu erweisen hoft. Anweisung und Beyspiele zur Erläuterung ihres Gebrauchs, wird man bey der Tafel selbst finden.

Anmerk. d. Herausgebers.

**) Der vollständige Titel des angeführten Werks heisst: *An Account of the Discoveries concerning comets, with the way to find their orbits, and some improvements in constructing and calculating their places, for wich reason are here added new tables, fitted to those purposes: particulary with regard to that comet, which is soon expected to return, by Thomas Barker, Gent. London, J. Whiston and B. White. 1757. gr. 4. 54 Seit.* und eine Kupfertafel. Die darinn vorgetragene Methode zur Findung einer Cometenbahn ist die Newtonsche, die Barker zur Rechnung eingerichtet und erläutert hat, indem er alle aufzulösende Triangel und Proportionen vollständig angiebt. Für Liebhaber der Cometengeschichte führe ich noch drey ganz unbekannte Beobachtungen des grossen und berühmten Cometen von 1744 daraus an, die Barkern von Morris mitgetheilt, und fast 1½ Monat vor den bisher bekannten gemacht wurden

		Länge	Breite
1743 Oct.	22	2s 26° 46′	7° 35′ N.
	27	24 14	8 28
Novb.	1	21 25	9 26

Die Stunde ist nicht bestimmt: Barker glaubt, dass man etwa 8 oder 9 Uhr Abends (8U. 17′) annehmen kann, und findet auch diese Beobachtungen mit den parabolischen Elementen des Cometen übereinstimmend.

§. 53.

§. 53.

Endlich muſs ich noch, ehe ich dieſen Abſchnitt ſchlieſse, anführen, daſs Hr. Schulze in den Abhandlungen der Berliner Akademie der Wiſſenſchaften eine Methode zur Berechnung der Cometen vorgeſchlagen hat, die mit der hier vorgetragenen in Anſehung der Grundſätze, worauf ſie beruht, und in Anſehung des Ganges der Rechnung, einige Aehnlichkeit hat. Dieſe Rechnung des Hrn. Schulze iſt indeſſen viel weitläuftiger und unbequemer: hauptſächlich wohl deswegen, weil er nicht vorausſetzt, daſs auch die Chorde der Erdbahn im Verhältniſs der Zeiten geſchnitten werde, und weil er ſtatt des curtirten Abſtandes von der Erde, den Abſtand des Cometen von der Sonne in der erſten Beobachtung als die zu ſuchende unbekannte Gröſse annimmt.*) Zugleich iſt dabey ein kleiner Übereilungsfehler vorgefallen. Herr Schulze ſagt nemlich, Lambert habe bewieſen, daſs bey faſt gleichen Zwiſchenzeiten der *radius vector* in der mittlern Beobachtung die Chorde der Cometenbahn ſehr nahe im Verhältniſs der Zeiten ſchneide: *pourvu qu'on emploie des obſervations aſſez diſtantes entr'elles.* Man würde dieſs bloſs für einen Druckfehler halten: allein bey Anwendung ſeiner Methode auf den Cometen von 1779 wählt er wirklich die von einander entfernteſten Beobachtungen, die er nur hatte, macht die Zwiſchenzeit von mehr als 80 Tagen, und bringt deswegen auch ganz natürlich Elemente dieſes Cometen heraus, die von den wahren ungemein verſchieden ſind.

Vier-

*) *Moyen ſimple et facile pour déterminer par approximation l'orbite d'une cométe. Nouveaux Mémoires de l'Academie 1782. p. 129 ſqq.*