

---

## Erster Abschnitt.

---

Allgemeine Betrachtungen über die Bestimmbarkeit einer Cometenbahn, und über die zur Bestimmung derselben vorgeschlagenen Methoden.

---

### §. I.

Die Bahn eines Cometen um die Sonne aus einigen geocentrischen Beobachtungen zu bestimmen, schien selbst dem großen Newton nicht wenig schwierig. Er nennt dies Problem *longe difficillimum*, dessen Auflösung er auf verschiedene Art versucht habe, ehe er auf die schöne Construction kam, die er in seinen *Princ. Phil. nat.* vorträgt. Newtons Construction ist vollkommen des Genies ihres Urhebers würdig: nur ist sie freylich mühsam, und führt erst durch viele Versuche zum Ziele. Nach Newtons Zeiten haben sich mehrere der größten Geometer mit dieser Aufgabe beschäftigt, die Unmöglichkeit einer directen völlig genauen Auflösung gezeigt oder gefühlt, und eine große Menge von Metho-

A

den



den angegeben, wodurch man zur Kenntniß der Elemente einer Cometenbahn gelangen kann. Einige dieser Methoden sind kürzer, andere länger, einige mehr, andere weniger genau; ja verschiedene, die ihre Erfinder oder andere Gelehrte als bequem und brauchbar angerühmt hatten, werden wieder von andern Messkünstlern als völlig unnütz verworfen. Es scheint also allerdings interessant zu seyn, das Cometen-Problem nochmal nach seinen Schwierigkeiten darzulegen, und alle jene Methoden unter eine allgemeine Übersicht zu bringen, die ihren verschiedenen Werth im Ganzen schätzen lehrt, um sodann mit einiger Zuversicht den kürzesten und bequemsten Weg zur Bestimmung einer Cometenbahn wählen zu können.

## §. 2.

Jede geocentrische Beobachtung eines Cometen giebt die Lage einer Gesichtslinie an, in der sich der Comet irgendwo zur Zeit dieser Beobachtung befand. Man kann sich bey jeder Beobachtung vorzüglich zwey Triangel denken. Einen zwischen den Mittelpuncten der Sonne, des Cometen und der Erde; einen andern zwischen den Mittelpuncten der Sonne, der Erde, und der Projection des Cometen auf die Ebene der Ecliptik. Vermöge der Beobachtung ist in beyden Triangeln nur eine Seite, die Distanz der Erde von der Sonne, und ein Winkel, der Winkel an der Erde, gegeben. Um diese Dreyecke auflösen, um den Ort des Cometen angeben zu können, muß in einem von beyden noch eine Seite, oder ein Winkel gegeben werden, und dann werden beyde, da sie von einander abhängen, sogleich bestimmt. Dies ist

ist



Ist also die unbekante Größe für jede Beobachtung, und dafür kann man nach Belieben den Winkel am Cometen, oder an der Sonne, oder den wahren, oder den curtirten Abstand des Cometen von der Erde, oder von der Sonne, annehmen.

§. 3.

Wenn die Cometen gleich nie Parabeln um die Sonne beschreiben, so weiß man doch, daß man das kleine Stück ihrer elliptischen Bahn, das in der Nähe der Sonne liegt, und worinn sie uns sichtbar sind, ohne Bedenken mit einer Parabel verwechseln kann. Ich nehme also die Cometenbahn als eine Parabel an, in deren Brennpunct der Mittelpunct der Sonne ist; und so liegen auch alle Punkte der Cometenbahn in einer durch den Mittelpunct der Sonne liegenden Ebene. Denke ich mir nun eine solche Ebene durch den Mittelpunct der Sonne gelegt, so wird durch jede Beobachtung die Lage einer Gesichtslinie, und also ein Punct auf dieser Ebene bestimmt. Durch zwey Punkte und den Brennpunct ist die Parabel schon gegeben; sollen drey durch die Beobachtungen auf der Ebene angegebene Punkte in eine Parabel fallen, so giebt es für jede angenommene Durchschnittslinie mit der Ecliptik nur eine bestimmte Inclination, und für eine angenommene Inclination nur eine bestimmte Lage der Knotenlinie dieser Ebene, in der dies geschieht. Vier Beobachtungen endlich lassen weder die Inclination noch die Knotenlinie mehr willkürlich, sondern bestimmen beyde: und so ist die Cometenbahn, in so fern sie eine Parabel ist, durch vier Beobachtungen, ohne alle Rücksicht auf die Zwischenzeiten, völlig bestimmt.



## §. 4.

Drey Beobachtungen würden hinreichend seyn, sobald man die Zwischenzeiten in Betrachtung zieht, und annimmt, daß die um die Sonne beschriebenen Räume sich wie die Zeiten verhalten. Aber da nicht blos die Räume im Verhältniß der Zwischenzeiten, sondern da diese Zwischenzeiten selbst bekannten Functionen aus den *radiis vectoribus* und der Chorde gleich sind, so ist die parabolische Cometenbahn durch drey Beobachtungen mehr als bestimmt: oder man wird in diesem Fall vier Gleichungen, und nur drey unbekante Größen haben.

## §. 5.

Man kann sich von diesen vier Gleichungen leicht einen allgemeinen Begriff machen. Die drey unbekanten Größen mögen die drey Abstände des Cometen von der Erde seyn. Durch drey nicht in einer graden Linie liegende Punkte ist die Lage einer Ebene gegeben: folglich bestimmen zwey Abstände und der Mittelpunct der Sonne die Lage dieser Ebene und den dritten Abstand. Dies giebt die erste Gleichung. Die Bedingung, daß die drey Örter des Cometen in einer Parabel liegen sollen, in deren Brennpunct sich der Mittelpunct der Sonne befindet, giebt die zweyte Gleichung. Und endlich die Vergleichung der Zwischenzeiten mit den *radiis vectoribus* und den Chorden, die beyden übrigen. Überhaupt wird man, wenn man  $n$  Beobachtungen nimmt,  $n$  unbekante Größen, und zu ihrer Bestimmung  $3n - 5$  Gleichungen haben: nemlich  $n - 2$  Gleichungen die von der Bedingung abhängen, daß alle Örter des Cometen in einer durch den Mittelpunct der Sonne liegenden Ebene



Ebene seyn müssen:  $n-2$  Gleichungen, weil die Örtter des Cometen in einer Parabel sind, wovon die Sonne den Brennpunct einnimmt: und  $n-1$  Gleichungen, weil die Zwischenzeiten bekannten Functionen der Chorden und Vectors gleich sind.

### §. 6.

Bey diesem grossen Überflus von Gleichungen sollte es vielleicht nicht schwer scheinen, eine Cometenbahn aus einigen geocentrischen Beobachtungen auf eine directe Art mit geometrischer Genauigkeit zu bestimmen. Allein betrachtet man die Gleichungen selbst, so sind sie so verwickelt, das die Kräfte der Algebra, und die Geduld des unverdrossensten Rechners dabey zu kurz kommen. Ich will die vier Gleichungen für den Fall, da man drey Beobachtungen braucht, hersetzen, und dabey, was mir am bequemsten scheint, die curtirten Distanzen des Cometen von der Erde als die unbekanntesten Gröfsen ansehen.

### §. 7.

Ich nenne demnach

die drey Längen der Sonne  $A'$ ,  $A''$ ,  $A'''$ ,  
indem ich durch die Zahl der Striche ', ', '''', unter-  
scheide, was zur ersten, zweyten und dritten Beobach-  
tung gehört.

Die drey Längen des Cometen  $\alpha'$ ,  $\alpha''$ ,  $\alpha'''$

die Breiten des Cometen  $\beta'$ ,  $\beta''$ ,  $\beta'''$

die Abstände der Erde von der Sonne  $R'$ ,  $R''$ ,  $R'''$

die Zeit zwischen der 1sten und 2ten Beobach-  
tung  $t'$ .

A 3

die



die Zeit zwischen der 2ten und 3ten Beobachtung  $t''$

die Zeit zwischen der 1sten und 3ten Beobachtung  $T = t' + t''$ .

Diefs sind die gegebenen Gröfsen. Nun heifsen ferner die drey curtirten Abstände des Cometen von der Erde  $\varrho'$ ,  $\varrho''$ ,  $\varrho'''$ .

Die Lage des Cometen gegen die Sonne werde jedesmal durch drey rechtwinklichte Coordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  bestimmt.  $x$  wird auf der Linie der Frühlingsnachtgleiche genommen:  $y$  senkrecht auf die Linie der Frühlingsnachtgleiche in der Ebene der Ecliptik gegen Osten, und  $z$  senkrecht über  $y$ , und über die Ebene der Ecliptik gegen Norden. Es ist demnach

$$x = \varrho \cos \alpha - R \cos A,$$

$$y = \varrho \sin \alpha - R \sin A,$$

$$z = \varrho \tan \beta.$$

so, dafs  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , blos von  $\varrho$  abhängen. Nennen wir nun

die drey Abstände des Cometen von der Sonne

$$r', r'', r''',$$

so ist

$$r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

$$r'' = \sqrt{x''^2 + y''^2 + z''^2}$$

$$r''' = \sqrt{x'''^2 + y'''^2 + z'''^2}$$

Ferner

die Chorde der Cometenbahn zwischen der 1ten

und 2ten Beobachtung  $k'$

zwischen der 1ten und 3ten Beobachtung  $k''$

wobey

$$k' = \sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2 + (z'' - z')^2}$$

$$k'' = \sqrt{(x''' - x')^2 + (y''' - y')^2 + (z''' - z')^2}$$



§. 8.

Damit lassen sich nun die vier Gleichungen leicht angeben. Die Bedingung, daß die drey Örter des Cometen in einer durch den Mittelpunct der Sonne gehenden Ebene liegen, giebt die Gleichung

$$\frac{y''z' - y'z''}{x''y' - y''x'} = \frac{y'''z' - y'z'''}{x'''y' - y'''x'}$$

eine Gleichung, die bey wirklicher Entwicklung starke Reductionen zuläßt, und einfach genug ist.

Die zweyte Gleichung beruhet, wie gesagt, auf dem Umstand, daß die drey Örter des Cometen in einer Parabel liegen, in deren Brennpunct sich der Mittelpunct der Sonne befindet. Also ist

$$\frac{-2r' + \sqrt{(r' + r'')^2 - k'^2}}{\sqrt{k'^2 - (r'' - r')^2}} = \frac{-2r' + \sqrt{(r' + r''')^2 - k''^2}}{\sqrt{k''^2 - (r''' - r')^2}}$$

Die übrigen beyden Gleichungen finden sich aus der Vergleichung der Chorden und Abstände von der Sonne mit den beobachteten Zwischenzeiten, und sie sind

$$t' = \frac{\left(\frac{r' + r'' + k'}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r'' - k'}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{m \sqrt[3]{2}}$$

$$T = \frac{\left(\frac{r' + r''' + k''}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r''' - k''}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{m \sqrt[3]{2}}$$

A 4

wobey



wobey  $m$  die bekannte von Euler und Lambert gebrauchte und angegebene Gröſſe bedeutet. \*)

### §. 9.

Man darf dieſe vier Gleichungen auch nur etwas aufmerkſam betrachten, um ſich zu überzeugen, daſs es im gegenwärtigen Zuſtand der Analyſe noch ganz unmöglich iſt, aus ihnen die drey unbekanntnen Gröſſen  $g'$ ,  $g''$ ,  $g'''$  unmittelbar zu beſtimmen. Denn wenn auch die Geduld eines Rechners ſo weit reichte, um dieſe Gleichungen völlig zu entwickeln, alle Wurzelgröſſen wegzufchaffen, und für  $r$ ,  $k$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , ihre Werthe in  $g$  zu ſetzen, ſo wird man doch am Ende auf Gleichungen von ſo hohem Grade verfallen, worinn die drey unbekanntnen Gröſſen, oder, wenn man durch die erſte Gleichung eine wegſchaft, wenigſtens zwey derſelben mit einander vermengt ſind, daſs man mit dieſen Gleichungen durchaus nichts anfangen kann. Auf dieſer Vermengung der unbekanntnen Gröſſen beruht eigentlich die unüberſteigliche Schwierigkeit des Problems. Wäre die zweyte Gleichung in §. 8. ſo einfach, als die erſte, und lieſſe ſich alſo alles auf eine unbekanntne Gröſſe bringen, ſo würde man leicht Mittel finden können, die übrigen beyden Gleichungen auf eine bequeme und brauchbare Art aufzulöſen, ſie möchten auch noch verwickelter ſeyn, als ſie das ſchöne Lambertſche Theorem angiebt. Ja es lieſſe ſich vorausſehen, daſs man auf dieſe Art zuletzt auf eine bloſſe linearſche Gleichung

\*) Mir iſt nicht bekannt, daſs man dieſe Gleichungen alle vier in dieſer ihrer einfachſten Form irgendwo angegeben habe.



chung würde kommen können, da das Problem für drey Beobachtungen schon mehr als bestimmt ist.

§. 10.

Bey dieser Unmöglichkeit, die Gleichungen für die Cometenbahn gradezu aufzulösen, haben die Messkünstler und Astronomen auf andere Mittel denken müssen, die Bahn eines Cometen aus den Beobachtungen zu bestimmen. Man hat deswegen zu falschen Voraussetzungen, Näherungen, und Umwegen seine Zuflucht genommen, die Elemente einer Cometenbahn kennen zu lernen. Diejenige Methode, die Herr Pingré gleichsam vorzugsweise die Methode der falschen Voraussetzungen nennt, und die, so viel ich weiß, von la Caille zuerst umständlich angegeben ist, muß wohl, als die kunstloseste zuerst angeführt werden. Man nimmt nemlich in der ersten Beobachtung einen willkürlichen Abstand des Cometen von der Erde, oder von der Sonne an, und bestimmt dann durch Versuche einen Abstand in der 3ten Beobachtung von der Beschaffenheit, daß der Comet nach den parabolischen Bewegungsgesetzen grade zwischen den beyden Beobachtungen die nemliche Zeit brauchen mußte, die die Beobachtungen angeben. Man berechnet darauf in der so bestimmten Bahn die mittlere Beobachtung, und sieht, ob sie mehr oder weniger mit der Wahrheit zutrifft. Man nimmt solange für die erste Beobachtung neue Werthe an, und wiederholt für jede neue Annahme die ganze Arbeit, bis man endlich zwey Abstände in der ersten und dritten Beobachtung gefunden hat, mit denen auch die mittlere Beobachtung in einer Parabel nach den verfloffenen Zwischenzeiten zustimmt. Ausser



de la Caille haben Hr. Pingré und Hr. de la Lande diese Methode umständlich erläutert, deren sich die Franzosen, ehe de la Place's Auflösung bekannt wurde, fast ausschliesslich zur Berechnung der Cometen bedienen. Den deutschen Messkünstlern ist sie immer äusserst langweilig, weitläufig und ermüdend vorgekommen. Doch muß man gestehen, daß sie in der That nicht unbequem ist, sobald man sich nur erst den wahren Werthen der hier willkürlich angenommen unbekannt Gröfsen etwas genähert hat: und ich bemerke nur noch, daß sich das von jenen Gelehrten vorgeschriebene Verfahren beträchtlich abkürzen lasse, wenn man das Lambert'sche Theorem dabey anbringt, woran man bisher nicht gedacht zu haben scheint.

#### §. II.

Alle übrige Mathematiker, die sich mit der indirecten Auflösung des Cometenproblems abgegeben haben, sind darauf bedacht gewesen, durch einige von der Wahrheit nicht sehr abweichende Hypothesen alles auf eine unbekante Gröfse, z. B. auf einen curtirten oder wirklichen Abstand zu bringen. Zweyerley solcher Sätze sind hier vorzüglich gebraucht worden. Entweder 1) man setzte voraus, das Stück der Cometenbahn zwischen den drey Beobachtungen, die man nicht sehr entfernt von einander zur Rechnung wählte, sey eine grade, mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufene Linie: oder man nahm auch nur 2) an, daß die Chorde dieses Stücks der Cometenbahn von dem mittlern *radius vector* oder einer andern der Lage nach bekannten Linie im Verhältniß der Zwischenzeiten geschnitten werde. Beyde

Annah-



Annahmen sind nicht völlig wahr, und besonders ist die erste unsicher: allein durch eine jede von ihnen wird man in den Stand gesetzt, aus einem einzigen Abstände die beyden übrigen, die Chorde und mithin die ganze Bahn zu bestimmen. Um nun diesen Abstand zu finden, bedient man sich auch der Versuche, oder der sogenannten *regula falsi*, giebt ihm einen willkürlichen Werth, und sieht nach einer kürzern oder längern Rechnung, ob dieser angenommene Werth mehr oder weniger mit der Wahrheit übereinstimmt. Von Versuchen geht man zu neuen Versuchen über, bis man endlich der Wahrheit so nahe gekommen ist, daß man das übrige durch eine Interpolation nachholen kann. Statt der Rechnung kann man sich hier freylich auch mit einer Construction begnügen: aber hier muß man alle die vergeblichen Versuche, die man sonst in Berechnungen macht, in der Zeichnung vornehmen: ein Umstand, der sie manchem eben nicht als bequemer empfohlen wird.

§. 12.

Wir wollen die vornehmsten dieser indirecten Constructions- oder Berechnungsarten hier kurz betrachten. Boscovich nimmt grade zu an, das Stück der Cometenbahn zwischen den drey Beobachtungen sey eine gerade Linie, gleichförmig mit der Geschwindigkeit, die der Comet in der Mitte dieses Stücks seiner Bahn hatte, beschrieben. Lambert setzt voraus, der *radius vector* in der zweyten Beobachtung schneide die Chorde zwischen den beyden Oertern des Cometen in der ersten und dritten Beobachtung im Verhältniß der Zwischenzeiten, und die Länge dieser Chorde vergleicht er völlig genau mit

mit



mit der Zeit, durch sein bekanntes schönes Theorem. Newton hingegen schneidet die Chorde viel genauer, als es durch den mittlern *radius vector* geschieht, in Verhältniß der Zeiten: die Vergleichung der Länge dieser Chorde mit der Zeit geschieht auch durch ein Theorem, das im Grunde mit dem Lambert'schen viel Aehnlichkeit hat, nur erlaubt er sich hier freylich ein *quam proxime*. So lassen sich diese Methoden im wesentlichen vergleichen, und deswegen ist die Newton'sche Construction die genaueste: Boscovich seine die bequemste, Lambert's Construction hält in beyder Absicht das Mittel. Man nimmt also einen willkürlichen Abstand des Cometen von der Erde in der mittlern Beobachtung an, bestimmt durch jene Voraussetzungen Lage und Länge der Chorde, und vergleicht sie mit der Zeit, worin sie von dem Cometen beschrieben worden ist: man wiederholt diesen Versuch so lange, bis die beobachtete Zwischenzeit und die Länge der Chorde mit den parabolischen Bewegungsgesetzen übereinstimmen. Auch Euler bedient sich der Voraussetzung, daß der mittlere *radius vector* die Chorde im Verhältniß der Zeiten schneide: aber er vergißt, unmittelbar den von dem Cometen zwischen der ersten und dritten Beobachtung beschriebenen Raum mit der beobachteten Zwischenzeit zu vergleichen: sondern er bestimmt bey jedem Versuch die ganze Bahn, nimmt diese, selbst dann wenn er noch weit von der Wahrheit entfernt ist, nicht für parabolisch, sondern überhaupt nur für einen Kegelschnitt an, und ob der gefundene Kegelschnitt mehr oder weniger mit der Wahrheit übereinstimmt, sieht er erst durch Berechnung einer vierten Beobachtung aus den gefundenen Elementen.

Eine



Eine ungeheure Arbeit! deren sich auch, so viel ich weiß, nach Eulern kein Astronom unterzogen hat. \*)

§. 13.

Um diese verschiedenen indirecten Constructions- oder Berechnungsarten mit der la Caillischen des §. 10. zu vergleichen, so bemerke man, daß durch die Voraussetzungen von §. 11. ein Theil der Versuche ganz unnöthig wird, die de la Caille machen muß. Nach de la Caille Verfahren muß man erst eine Menge Versuche machen, um der Zwischenzeit zweyer Beobachtungen genug zu thun: und dann diese Versuche von neuem wiederholen, bis man auch die dritte Beobachtung mit der jedesmal gefundenen Parabel in Uebereinstimmung findet. In den im vorigen §. angegebenen Methoden ist es aber genug, einen Abstand zu finden, der die beobachtete Zwischenzeit gehörig angiebt: denn sodann wird die mittlere Beobachtung vermöge jener Voraus-

\*) Euler hat auch diese Methode, die er in der *Theoria motuum planet. et comet.* angegeben hatte, nachmals selbst nicht mehr gebraucht, sondern sich anderer Mittel bedient, die genäherten Bestimmungsstücke einer Cometenbahn zu berechnen, die mir aber indessen auch nichts weniger als kurz oder bequem scheinen. S. *Recherches et calculs sur la vraie orbite elliptique de la comète de l'an 1769.* Petersb. 1770, 4. Ich führe diese deswegen nicht umständlich an, so wenig als Newtons erste Methode in seinem kleinen Buche *de mundi systemate*, von der ich mir zu beweisen getraue, daß Newton selbst dadurch nie die Bahn irgend eines Cometen bestimmt habe, und daß sich auch schwerlich die Bahn eines Cometen dadurch bestimmen lässe.



aussetzung schon von selbst sehr nahe zustimmen. Diese erleichtert nun die Arbeit sehr. Hingegen kann man durch la Caille Verfahren die Bahn genau bestimmen: hier hingegen bleibt die Bestimmung immer nur beyläufig, 1) weil die Voraussetzung der geraden gleichförmigen Bewegung oder des Schnittes der Chorde im Verhältniß der Zeiten nicht ganz wahr ist, 2) weil sich nur einander nahe Beobachtungen dabey brauchen lassen, da die Zwischenzeit nicht groß seyn darf, wenn jene Voraussetzungen nicht gar zu sehr von der Wahrheit abweichen sollen. Der Einfluß der unvermeidlichen Fehler der Beobachtungen wird aber auf die Bestimmung der ganzen Bahn um so viel größer, je kleiner die Zwischenzeiten sind.

#### §. 14.

Aller der vielen ermüdenden Versuche der bisher angeführten Methoden überhoben zu seyn, ist längst der Wunsch der Astronomen gewesen, und deswegen gehört die Aufgabe, aus den geocentrischen Beobachtungen die Bahn eines Cometen ohne Versuche geradezu zu bestimmen, zu den berühmtesten der neueren Astronomie. Dafs sich diese Aufgabe nicht allgemein auflösen lasse, ist oben §. 9. bey den vier Gleichungen gezeigt worden. Man hat also theils zu ähnlichen, theils zu neuen nicht vollkommen wahren Annahmen, wie bey den indirecten Methoden seine Zuflucht nehmen, oder die Zwischenzeiten unendlich klein voraussetzen müssen. Aller Scharffinn des Genies, alle Kunstgriffe der Algebra sind dabey aufgeboten, und so haben Lambert, Boscovich, Hennert, du Séjour, de la Gran-



Grange, de la Place, u. a. m. Auflösungen dieses schweren Problems gegeben.

§. 15.

Lambert glaubte mit einer Gleichung des 6ten Grades auszureichen: sie ist aber eigentlich, wie Herr de la Grange zu zeigen gesucht hat, von einem höhern Grade, wenn man nicht eine Voraussetzung gelten lassen will, die Herr de la Grange, ich weiß nicht, ob mit Recht, nicht für ganz zulässig hält. Boscovich hat unter denselben Voraussetzungen, die er sich bey seiner Construction erlaubt, die Aufgabe auf eine Gleichung des 6ten Grades gebracht, wodurch man auch der Wahrheit sehr nahe kommen kann, wenn die Beobachtungen nur so genau sind, daß man sie nahe genug bey einander annehmen darf. Lamberts zweyete Methode gründet sich auf eine scharfsinnige Betrachtung der scheinbaren Cometenbahn, — und ist unbrauchbar. Weder Herrn Pingré, noch mir, der ich sie auch versucht habe, hat sie glücken wollen: theils weil sie die Beobachtungen genauer voraus setzt, als diese je sind: theils aber auch, weil in der Auflösung selbst zu vieles angenommen wird, was sich mehr oder weniger von der Wahrheit entfernt. \*) Den von der Berliner Akademie auf die Auflösung dieser Aufgabe gesetzten Preis hat Hr. v. Tempelhof und Herr v. Condorcet, und das

Accessit

\*) Sehr wahr bleibt indeffen der schöne Lehrsatz, den Lambert bey dieser Gelegenheit fand, daß man aus der Abweichung der scheinbaren Cometenbahn von einem größten Kreise beurtheilen kann, ob der Comet der Sonne näher sey, als die Erde, oder nicht.



Accessit Herr Hennert erhalten. Ich gestehe, daß ich diese Auflösungen nicht alle hinreichend kenne: aber ich finde eben nicht, daß die practischen Astronomen eine davon bequem gefunden, und zum wirklichen Gebrauch angewendet hätten. Allein eben dieser Preis scheint die schönen, gleichsam wetteifernden Untersuchungen der Herrn de la Grange, du Sejour, und de la Place veranlasset zu haben. Hr. de la Grange hat drey Auflösungen des Problems gegeben, alle drey durch Gleichungen des 6ten, 7ten, 8ten, oder höherer Grade. Die erste scheint er selbst nachher für weniger genau zu halten: wirklich hat sich nach Herr de la Place Erinnerung ein kleiner Rechnungsfehler eingeschlichen, und Herr Pingré konnte bey der Anwendung nichts befriedigendes herausbringen. Die andere erfordert sechs Beobachtungen die paarweise sehr nahe bey einander seyn müssen; und führt nach weitläufigen Rechnungen auf eine Gleichung des sechsten Grades: sie ist indess allerdings brauchbar, und Herr Schulze hat dadurch die Bahn des Cometen von 1774 wenigstens ziemlich nahe bestimmt. Die dritte, die von Seiten der analytischen Behandlung dem Kenner die grösste Bewunderung abnöthigen wird, erfordert äußerst mühlame vorbereitende Rechnungen, und dann doch noch die Auflösung einer Gleichung des siebenten oder achten Grades. Herr du Sejour hat alles auf Gleichungen des zweyten Grades zu bringen gesucht: mit welchem Erfolge, das werden wir im zweyten Abchnitte sehen. Herr de la Place endlich hat durch eine Art von Interpolation aus mehreren unter sich entfernten Beobachtungen die ersten und zweyten Differentialien der scheinbaren geocentrischen Bewegung zu erhalten gewulst, um die Zwischenzeiten



so klein annehmen zu können, wie er wollte. Seine Auflösung geschieht auch durch Gleichungen des sechsten oder höherer Grade, und sie würde vielleicht wenig zu verlangen übrig lassen, wenn nicht eben die Vorbereitungen, oder die Art von Interpolation oft viel mehr Zeit, Mühe und Rechnungen erforderte, als die Auflösung selbst. \*)

§. 16.

Man wird sich von den brauchbarsten unter diesen Auflösungen ohne allen weitläufigen Calcul leicht einen allgemeinen Begriff machen können. Dadurch, daß man die Zwischenzeiten als unendlich klein betrachtet, nimmt man von selbst, wie Herr Boscovich, schon an, das kleine Stück der Cometenbahn zwischen den Beobachtungen sey eine gerade, mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufene Linie. Damit lassen sich  $\varrho'$ ,  $\varrho''$  durch eine linearische Gleichung aus  $\varrho''$  finden: oder es ist, wenn H und G bekannte Coefficienten bedeuten:  $\varrho' = H \varrho''$ ,  $\varrho''' = G \varrho''$ . So läßt sich also auch  $k''$  bloß durch  $\varrho''$  ausdrücken. Die Vergleichung der Zeit mit dem

\*) Man vergleiche über diesen Paragraphen, wenn man näher von den angeführten Methoden unterrichtet seyn will; Lambert *infigniores orb. com. propr.* p. 78 sq. Scherfer *infitutiones astr. theor.* p. 226 - 30. Lambert *astronomisches Jahrbuch* 1777 S. 127. *Mém. de l'Acad. Roy. de Berlin* 1771. De la Grange *Mem. de l'Acad. Roy. de Berlin.* 1778, p. 124. 1783 p. 296. *Astronom. Jahrb.* 1783 p. 166. *Du Séjour* *Mém. de l'Acad. Roy. des Sciences de Paris* 1779 p. 51 - 168. *De la Place* *Mém. de l'Acad. Roy. des Sciences de Paris.* 1780. p. 13 - 73.



dem durchlaufenen Raum verwandelt sich sodann in den simplen Ausdruck

$$k'' \sqrt{r''} = m T$$

Schafft man hier alle Irrational-Größen weg, so wird man am Ende immer auf eine Gleichung kommen, die sich so ausdrücken läßt: Das Biquadrat der durchlaufenen geraden Linie, mit dem Quadrat des mittlern Radius Vector multiplicirt, ist der vierten Potenz der Zeit in einen beständigen Coefficienten multiplicirt gleich. Diese Gleichung ist also vom sechsten Grade, und sie ist die einfachste, worauf sich das Cometenproblem reduciren läßt.

### §. 17.

So sehr ich viele unter diesen directen Auflösungen bewundere, und so wenig ich über ihren Werth zu entscheiden, mir anmassen will, so wird man mir doch leicht zugeben: 1) daß alle nur eine beyläufige, nochmals zu berichtigende Bestimmung der Cometenbahn geben, da bey allen Voraussetzungen vorkommen, die nicht vollkommen wahr sind, oder Größen vernachlässiget werden, die nicht unendlich klein sind. 2) Daß alle, freylich in sehr verschiedenem Verhältniß, noch immer weit mühsamer und weitläuftiger sind, als man bey einer bloß beyläufigen Bestimmung einer Cometenbahn wünschen oder erwarten möchte. 3) Daß, da Gleichungen, die den 4ten Grad übersteigen, bekanntlich nur durch Versuche und Näherungen aufzulösen sind, hier aber Gleichungen des 6ten, 7ten, 8ten, und höherer Grade vorkommen, fast alle doch am Ende nur durch mehrere nähernde Versuche das verlangte Resultat geben. Diese Mängel, wenn ich sie so nennen darf, haben vielleicht

leicht



leicht die Astronomen abgehalten, von einer dieser directen Methoden, die des Herrn de la Place etwa ausgenommen, wirklichen Gebrauch zu machen, und sie sind lieber bey ihren ältern indirecten Constructions- und Berechnungsarten geblieben, die sie, ihrer Weitläufigkeit unerachtet noch immer eben so bequem fanden.

§. 18.

Wirklich macht auch das indirecte einer Berechnungsart sie deswegen noch grade nicht verwerflich. Es kommen im astronomischen, und überhaupt im mathematischen Calcul oft Fälle vor, wo man absichtlich eine indirecte Methode auch dann ihrer gröfseren Leichtigkeit und Bequemlichkeit wegen bey Rechnungen wählt, wenn man auf einen directen Wege dasselbe hätte finden können. Dafs man sich also über die gewöhnliche Art, durch nähernde Versuche, und willkührliche Annahmen unbekannter Gröfsen, Cometenbahnen berechnen zu müssen, so sehr beschwert, dafs man so emsig nach einer sicherern und bessern sucht, liegt wohl nicht eigentlich darinn, dafs man hier nicht gradehin das Gefuchte findet, sondern dafs diese Versuche gar zu beschwerlich, mühsam und weitläufig sind, und dafs man ihrer viele ganz umsonst, und überhaupt gar zu viele machen muß, ehe man der Wahrheit nahe genug kömmt. Der Geometer und Analytist wird immer den Werth einer directen Auflösung zu schätzen wissen, aber der practische Rechner wird ihr glaube ich mit Recht eine indirecte vorziehen, sobald er mehr Leichtigkeit und Bequemlichkeit dabey findet. Selbst Herr de la Place hat seine directe Methode im Grunde zum wirklichen Gebrauch in eine indirecte verwandelt.



## §. 19.

Der Werth einer Methode, die Bahn eines Cometen zu berechnen, muß nach dem zusammengesetzten Verhältniß ihrer Kürze, und der Genauigkeit ihres Resultats geschätzt werden. Alle Berechnungsarten, erfordern nochmals noch eine weitere Berichtigung: diese wird aber um so viel leichter gefunden werden, je näher die ersten Resultate schon der Wahrheit kommen. Wenn man nach diesen Grundätzen die im 3ten Abschnitt angegebene Methode beurtheilt, so wird sie, wie ich mir schmeichle, vor allen übrigen den Vorzug verdienen. Aber vorher müssen wir noch die Gleichungen des ersten und zweyten Grades betrachten, die man zur Auflösung des Cometenproblems vorgeschlagen hat, und die, wenn sie wirklich brauchbar wären, uns auf einmal der Mühe überheben könnten, nach einer neuen Methode zu suchen, oder wegen der Auswahl unter den schon vorhandenen verlegen zu seyn, indem sie unwidersprechlich die einfachste und gemächlichste Art darbieten würden, die Bahn eines Cometen zu berechnen.

Zwey-