

## Sechstes Kapitel.

*Von den Störungen der Jupiterstrabanten.*

Die ersten Ungleichheiten, welche die Beobachtung in der Bewegung dieser Körper bekannt gemacht hat, bieten sich auch in der Theorie ihrer wechselseitigen Attraction zuerst dar.

Wir haben im zweyten Buche gesehen, dafs

1) in der Bewegung des ersten Trabanten eine Gleichung von  $5258''$ , multiplicirt durch den Sinus des doppelten Ueberschusses der mittleren Länge des ersten Trabanten über die des zweyten vorkommt.

2) In der Bewegung des zweyten Trabanten eine Gleichung von  $11923''$  multiplicirt durch den Sinus des Ueberschusses der Länge des ersten Trabanten über die des zweyten;

3) in der Bewegung des dritten Trabanten eine Gleichung von  $827''$  multiplicirt durch den Sinus des Ueberschusses der Länge des zweyten Trabanten über die des dritten.

Nicht blos diese Ungleichheiten giebt die Theorie der Schwere, wie *L a g r a n g e* und *B a i l l i* zuerst gefunden haben; sie zeigt uns noch überdieß, was die Beobachtungen mit

großser Wahrscheinlichkeit zu erkennen gaben, daß die Ungleichheit des zweyten Trabanten das Resultat von zwey Ungleichheiten ist, deren eine die Wirkung des ersten Trabanten zur Ursache hat, und sich ändert wie der Sinus des Ueberschusses der Länge des ersten Trabanten über die des zweyten, die andere aber durch die Wirkung des dritten Trabanten hervorgebracht wird, und sich ändert wie der Sinus des doppelten Ueberschusses der Länge des zweyten Trabanten, über die des dritten. Folglich leidet der zweyte Trabant von dem ersten eine ähnliche Störung, wie der dritte von ihm, und er leidet vom dritten eine ähnliche Störung wie der erste von ihm.

Vermöge der Verhältnisse, welche zwischen den mittleren Bewegungen und den mittleren Längen der drey ersten Trabanten Statt finden, und nach welchen die mittlere Bewegung des ersten Trabanten sammt dem Doppelten von der des dritten dem Dreyfachen von der des zweyten, und der Ueberschuss der mittleren Länge des ersten Trabanten über das Dreyfache von der des zweyten, sammt dem Doppelten von der des dritten beständig der halben Peripherie gleich ist, fallen diese zwey Ungleichheiten in *eine* zusammen. Aber

werden diese Verhältnisse immerfort bestehen, oder treffen sie blos bey nahe zu und werden die zwey Ungleichheiten des zweyten Trabanten, die heutzutage zusammenfallen, sich in der Folge der Zeit von einander absondern?

Die Näherung, womit die Tafeln die vorigen Verhältnisse gaben, brachte mich auf die Vermuthung, dafs sie genau seyn, und die kleinen Grössen, um welche diese Tafeln noch davon abwichen, von Fehlern, deren sie fähig wären, abhängen dürften. Es war gegen alle Wahrscheinlichkeit, anzunehmen, dafs der Zufall die drey ersten Trabanten ursprünglich in Entfernungen und Lagen gestellt habe, die zu diesen Verhältnissen passen, und es war dagegen höchstwahrscheinlich, dafs sie einer besondern Ursache zuzuschreiben seyen. Ich suchte daher diese Ursache in der wechselseitigen Wirkung der Trabanten.

Eine bis zur Ergründung fortgesetzte Untersuchung dieser Wirkung zeigte mir, dafs sie diese Verhältnisse genau gemacht habe, und daraus schlofs ich, dafs, wenn man durch die Vergleichung einer sehr grossen Anzahl von einander entfernter Beobachtungen die mittleren Bewegungen und mittleren Längen der drey ersten Trabanten von neuem bestimmte

man finden würde, daß sie diesen Verhältnissen, welchen die Tafeln genau unterworfen seyn müssen, noch näher kommen. Ich erhielt die Genugthuung, diese Folgerung aus der Theorie durch die von Delambre über die Jupiterstrabanten angestellten Untersuchungen mit einer merkwürdigen Genauigkeit bestätigt zu sehen. Es ist nicht nothwendig, daß diese Verhältnisse gleich vom Anfange genau Statt gefunden haben; es ist nur nöthig, daß die Bewegungen und Längen der drey ersten Trabanten davon wenig entfernt gewesen seyen, und alsdann war die Wechselwirkung dieser Trabanten schon zureichend, um sie vestzusezen, und in aller Schärfe zu erhalten. Aber der geringe Unterschied zwischen ihnen und den anfänglichen Verhältnissen hat eine Ungleichheit von einer willkührlichen Ausdehnung veranlasset, die sich zwischen den drey Trabanten auf ungleiche Art vertheilt, und die ich mit dem Namen der *Libration* bezeichnet habe. Die zwey willkührlichen beständigen Grössen dieser Ungleichheit, stellen das Willkührliche in den mittleren Bewegungen und den Epochen der mittleren Längen der drey ersten Trabanten wieder her, was die zwey vorigen Verhältnisse davon entfernten;

denn die Zahl der willkürlichen Größen, welche die Theorie eines Systems von Körpern enthält, ist nothwendig das Sechsfache von der Zahl dieser Körper. Da die Untersuchung der Beobachtungen diese Ungleichheit nicht hat bemerken lassen, so muß sie sehr klein, und sogar unmerklich seyn.

Die obigen Verhältnisse werden immerfort bestehen, obschon die mittleren Bewegungen der Trabanten ähnlichen secularen Gleichungen, wie die Bewegung des Monds, unterworfen sind. Sie würden selbst in dem Falle noch bestehen, wenn diese Bewegungen durch den Widerstand eines Mittels, oder durch andere Ursachen, deren Wirkungen erst im Zeitraume eines Jahrhunderts merklich wären, abgeändert würden. In allen diesen Fällen werden die secularen Gleichungen dieser Bewegungen durch die Wechselwirkung der Trabanten einander coordinirt, so daß die seculare Gleichung des ersten, sammt dem Doppelten von der des dritten, dem Dreyfachen von der des zweyten gleich ist. So bilden die drey ersten Jupiterstrabanten ein System von Körpern, die durch die obigen Verhältnisse und Ungleichheiten mit einander verbunden sind, welche ihre Wechselwirkung ohne Auf-

hören erhalten wird, wofern nicht eine fremde Ursache ihre gegenseitige Stellung gewaltsam in Unordnung bringt.

Die Theorie der Schwere hat mir die Ursache der besondern Veränderungen bekannt gemacht, welche man in der Excentricität der Bahn des dritten Trabanten beobachtet hat, und wovon im zweyten Buche die Rede war.

Diese Veränderungen hängen von zwey sehr verschiedenen Mittelpunktsgleichungen ab, denen seine Bewegung unterworfen ist, und wovon die eine auf die Jupitersnähe dieses Trabanten, die andere aber auf die des vierten sich bezieht. Die Excentricitäten der Bahnen der vier Trabanten und ihre Jupitersnähen sind durch die Wechselwirkung dieser Körper mit einander verbunden, vermöge deren die Excentricität des vierten Trabanten über die drey andern sich erstreckt, aber in eben dem Maasse schwächer, als sie von ihm entfernt sind. In der Bahn des dritten ist sie sehr merklich, und durch ihre Verbindung mit der dieser Bahn eigenen Excentricität bringt sie in der Bewegung des dritten Trabanten eine zusammengesetzte Mittelpunktsgleichung hervor, deren größter Werth ohne Unterlaß sich ändert, und die sich auf eine Jupitersnähe

bezieht, deren Bewegung nicht gleichförmig ist. Im Anfange des Jahrs 1700. war die Länge der Jupitersnähe des vierten Trabanten  $59^{\circ}43'$  und ihre jährliche und siderische Bewegung ist  $785''2$ . Die Länge der Jupitersnähe des dritten Trabanten war  $194^{\circ}11'$  im Anfange des Jahrs 1700, und seine jährliche und siderische Bewegung ist  $29776''$ . Diese Jupitersnähen fielen im Jahr 1684. zusammen, und die beyden Mittelpunktsgleichungen des dritten Trabanten machten eine einzige ihrer Summe gleiche, deren größter Werth auf  $2661''$  sich belief. Im Jahre 1775. hatten diese Jupitersnähen entgegengesetzte Lagen, die zwey Mittelpunktsgleichungen machten eine einzige, ihrem Unterschiede gleiche, deren Werth nur  $759''$  betrug. Diefs ist die Ursache, warum Wargentin durch Vergleichung der Beobachtungen die Excentricität dieses Trabanten gegen den Anfang dieses Jahrhunderts am größten, und um das Jahr 1760. am kleinsten gefunden hat. Er hatte anfänglich versucht, diese Veränderungen mittelst zweyer Mittelpunktsgleichungen darzustellen; da er aber nicht wufste, daß die eine von ihnen auf die Jupitersnähe des vierten Trabanten sich beziehe, und da er ihnen ihre Werthe nicht genau

gegeben hatte, so sahe er sich genöthiget, sie zu verlassen, und zu der Voraussetzung einer veränderlichen Excentricität, deren Veränderungen er durch Beobachtungen bestimmte, seine Zuflucht zu nehmen.

Die Wechselwirkung der Jupiterstrabanten macht, daß die Lage ihrer Bahnen sich jeden Augenblick ändert. Die Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen lehrt darüber folgendes.

Jupiters Aequator ist gegen die Bahn dieses Planeten um  $3444''$  geneigt; im Anfange des Jahrs 1760 war die Länge seines aufsteigenden Knoten  $347^{\circ}8519$ , seine jährliche und siderische Bewegung beträgt ohngefähr  $6''$ .

Die Bahn des ersten Trabanten ist gegen die Ebene des Aequators des Jupiters nur um  $22''$  geneigt, ihre Knoten auf dieser Ebene fallen mit den Knoten der nämlichen Ebene, und der Jupitersbahn zusammen, da die Bahn des Trabanten zwischen diesen zwey Ebenen liegt.

Die Bahn des zweyten Trabanten bewegt sich auf einer unbeweglichen Ebene, die gegen den Aequator Jupiters um  $221''$  geneigt ist, und durch die Knotenlinie dieses Aequators geht, zwischen dieser letzten Ebene, und der der Jupitersbahn.

Die Bahn des Trabanten ist um  $5182''$  gegen diese unbewegliche Ebene geneigt, und ihre Knoten mit dieser Ebene haben eine rückläufige Bewegung, deren jährlicher und siderischer Werth  $13^{\circ},3488$ , und deren Periode 30 julianische Jahre ist. Im Jahr 1700 war die Länge des aufsteigenden Knoten  $179^{\circ},5185$ .

Die Bahn des dritten Trabanten bewegt sich auf einer unbeweglichen Ebene, die gegen Jupiters Aequator um  $1030''$  geneigt ist, und durch die Knotenlinie dieses Aequators geht, zwischen dieser letzteren Ebene, und der der Jupitersbahn. Die Bahn des Trabanten ist gegen diese unbewegliche Ebene um  $2244''$  geneigt, und ihre Knoten mit dieser Ebene haben eine rückläufige Bewegung, deren jährlicher und siderischer Werth  $2^{\circ},9149$ , und deren Periode 137 Jahre ist; im Jahre 1700 war die Länge des aufsteigenden Knoten  $136^{\circ},9630$ .

Die Astronomen, welche die Bewegung dieses Knoten aus den Beobachtungen erkannt hatten, nahmen an, die Bahnen des zweyten und dritten Trabanten seyen in Jupiters Aequator selbst in Bewegung; aber sie waren durch diese Beobachtungen genöthigt, die Neigung dieses Aequators gegen die Jupiters-

bahn etwas zu vermindern, wenn sie die Bewegung des dritten Trabanten betrachteten.

Endlich bewegt sich die Bahn des vierten Trabanten in einer unbeweglichen Ebene, die gegen Jupiters Aequator um  $4630''$  geneigt ist, und durch die Knotenlinie dieses Aequators geht, zwischen dieser letzteren Ebene, und der der Jupitersbahn. Die Bahn des Trabanten ist gegen diese unbewegliche Ebene um  $2772''$  geneigt, und ihre Knoten mit dieser Bahn haben eine rückläufige Bewegung, deren jährlicher und siderischer Werth  $7519''$  und deren Periode 532 Jahre ist; im Jahre 1700 war die Länge des aufsteigenden Knoten  $153^{\circ}75185$ . Die Neigung der Bahn des vierten Trabanten gegen die des Jupiters ändert sich, vermöge dieser Bewegung, ohne Aufhören. Nachdem sie gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts ihr Minimum erreicht hatte, stand sie viele Jahre lang bey nahe still, und die Knoten der Bahn des Trabanten mit der Jupitersbahn hatten eine jährliche rechtläufige Bewegung von ohngefähr 8 Minuten.

Diesen durch die Beobachtungen bekannt gemachten Umstand haben die Astronomen ergriffen, und bey den Tafeln für diesen

Tra-

Trabanten angewandt; aber seit mehreren Jahren zeigen die Beobachtungen in der Neigung seiner Bahn gegen die des Jupiters eine sehr merkliche Zunahme, welche, ohne die Hülfe der Theorie die Verfertigung seiner Tafeln sehr erschwert haben würde. Für den Geometer ist es genugthuend, diese besonderen Erscheinungen, welche die Beobachtung ahnden liefs, die aber, da sie aus mehreren einfachen Ungleichheiten herfließen, zu verwickelt sind, als dafs die Astronomen die Geseze derselben hätten entdecken können, aus seiner Analyse hervorgehen zu sehen.

Die verschiedenen Ebenen, deren wir vorhin erwähnten, in welchen die Bahnen der Trabanten sich bewegen, sind nicht genau unbeweglich; die Ebene des Aequators des Jupiters zieht sie mit in ihre Bewegung, so dafs ihre Knoten mit der Bahn dieses Planeten beständig die nämlichen, wie die seines Aequators und ihre Neigungen gegen die Ebene dieser Bahn, der des Aequators beständig proportionirt sind. Aber alle diese Bewegungen sind seit der Entdeckung der Trabanten bis auf unsere Zeit unmerklich.

Die Bahn eines jeden Trabanten nimmt einigen Antheil an der Bewegung der benach-

barten Bahnen; denn in einem Systeme von Körpern, die ihrer eigenen Wechselwirkung unterworfen sind, hängt alles zusammen.

Die Trabanten des Jupiters machen um ihn ein System von Körpern, das dem Systeme der Planeten um die Sonne ähnlich ist; und da ihre Umläufe sehr schnell sind, so haben sie uns in dem kurzen Zeitraume von ihrer Entdeckung an, alle die großen Veränderungen gezeigt, welche eine lange Reihe von Jahrhunderten in dem Planetensysteme herbeyführen muß. So setzt die Uebereinstimmung der Theorie der Schwere mit den beobachteten Veränderungen in den Bahnen der Jupiterstrabanten die Veränderungen außer Zweifel, welche diese Theorie in den Planetenbahnen anzeigt, und welche die ältesten Beobachtungen kaum merklich machen.

Diese Theorie hat allen Empirismus aus den Tafeln der Jupiterstrabanten verbannt. Die von Delambre bekannt gemachten, welche nur die unentbehrlichen Bestimmungsstücke von den Beobachtungen entlehnen, haben den Vorzug, sich über alle Jahrhunderte zu erstrecken, indem sie diese Bestimmungsstücke in eben dem Maasse berichtigen als sie besser bekannt seyn werden. Es ist begreif-

lich, daß man, um die Theorie vestzusezen, die diesen Tafeln zur Grundlage gedient hat, die Massen der Trabanten und die Abplattung des Jupiters durch Näherung kennen mußte. Fünf durch Beobachtung gegebene Stücke sind nothwendig, um diese fünf unbekante zu bestimmen. Die von welchen ich Gebrauch gemacht habe, sind die zwey beträchtlichsten Ungleichheiten des ersten und zweyten Trabanten, die Periode der Veränderungen der Neigung der Bahn des zweyten Trabanten, die Mittelpunktsgleichung des dritten Trabanten, die sich auf die Jupitersnähe des vierten bezieht; endlich die Bewegung dieser Jupitersnähe. Nimmt man Jupiters Masse zur Einheit an, so sind die Massen der Trabanten, die sich aus den vorerwähnten Bestimmungsstücken ergeben, folgende:

I. Trabant . . . . .	0,0000172011.
II. Trabant . . . . .	0,0000237103.
III. Trabant . . . . .	0,0000872128.
IV. Trabant . . . . .	0,0000544681.

Man wird diese Werthe berichtigen, wenn man in der Folge der Zeit die secularen Veränderungen der Trabanten besser kennen lernen wird.

Das Verhältniß der beyden Axen des Jupiters, das aus den nämlichen Bestimmungsstücken folgt, ist 0,93041. gleich. Dieses Verhältniß ist mehrmals mit großer Genauigkeit gemessen worden, und das Mittel aus diesen Messungen ist  $\frac{13}{14}$  oder 0,929, was von dem vorigen Resultate nur um eine unmerkliche Kleinigkeit abweicht. Betrachtet man aber den großen Einfluß der Abplattung des Jupiters auf die Bewegung der Knoten und der Jupitersnähen der Trabanten, so sieht man, daß das Verhältniß der Axen des Jupiters durch die Beobachtungen der Verfinsterungen genauer, als durch die genauesten Messungen gegeben ist. Uebrigens beweist uns die Uebereinstimmung dieser Messungen mit dem Resultate der Theorie auf eine einleuchtende Art, daß die Schwere gegen den Jupiter aus allen einzelnen Schweren gegen jedes seiner Elemente (molécules) zusammengesetzt ist, weil man, wenn man von diesem Grundsatz ausgeht, die beobachtete Abplattung des Jupiters wieder findet.

Die Verfinsterungen des ersten Jupiters-  
trabanten haben die Entdeckung der allmähigen Fortpflanzung des Lichts veranlaßt, welche die Erscheinung der Abirrung in der Folge

noch genauer bestimmt hat. Da nun die Theorie der Bewegung dieses Trabanten heut zu Tage vervollkommenet ist, und die Beobachtungen seiner Verfinsterungen sehr zahlreich geworden sind, so schien es mir, die Untersuchung derselben müßte die GröÙe der Abirring mit noch mehr Genauigkeit, als die directe Beobachtung geben. Delambre hat, auf meine Bitte, die Gefälligkeit gehabt, diese Untersuchung anzustellen, und  $62'',5$  für den ganzen Werth der Abirring gefunden, welcher mit demjenigen genau einerley ist, den Bradley aus seinen Beobachtungen hergeleitet hatte. Es ist sonderbar, zwischen Resultaten, die aus so verschiedenen Methoden gezogen worden sind, eine so genaue Uebereinstimmung zu bemerken. Aus dieser Uebereinstimmung folgt, daß die Geschwindigkeit des Lichts durch den ganzen in der Erdbahn eingeschlossenen Raum gleichförmig ist.

In der That ist die durch die Abirring gegebene Geschwindigkeit des Lichts diejenige, welche in der Peripherie der Erdbahn Statt hat, und welche durch ihre Verbindung mit der Bewegung der Erde diese Erscheinung hervorbringt. Die aus den Verfinsterungen der Jupiterstrabanten geschlossene Geschwindig-

keit des Lichts wird durch die Zeit bestimmt, welche das Licht braucht, um die Erdbahn zu durchlaufen; da also diese beyden Geschwindigkeiten die nämlichen sind, so ist die Geschwindigkeit des Lichts durch die ganze Länge des Durchmessers der Erdbahn gleichförmig. Aus diesen Verfinsterungen folgt ferner, daß diese Geschwindigkeit auch durch die ganze Länge der Jupitersbahn gleichförmig ist; denn die Wirkung der Veränderung des Radius Vector dieser Bahn auf die Verfinsterungen der Trabanten ist nach dem Verhältnisse ihrer Excentricität sehr merklich, und genau die nämliche, wie bey der Voraussetzung der gleichförmigen Bewegung des Lichts.

Wenn das Licht in Ausflüssen der leuchtenden Körper besteht, so fordert die Gleichförmigkeit seiner Geschwindigkeit, daß es durch jeden derselben mit einerley Kraft getrieben, und seine Bewegung durch ihre Anziehung nicht merklich aufgehalten werde. Läßt man hingegen das Licht in Schwingungen einer elastischen Flüssigkeit bestehen, so muß man, wegen der Gleichförmigkeit seiner Geschwindigkeit, die Dichtigkeit dieser Flüssigkeit durch den ganzen Raum des Planetensystems, ihrer Federkraft proportionirt an-

nehmen. Aber die Einfachheit, womit die Abirring der Sterne und die Erscheinungen der Brechung des Lichts bey dem Durchgange aus einem Mittel in ein anderes sich erklären lassen, wenn man das Licht als einen Ausfluß der leuchtenden Körper betrachtet, machen diese Voraussetzung sehr wahrscheinlich.

---

## S i e b e n t e s   K a p i t e l .

*Von der Gestalt der Erde und der Planeten, und dem Gesetze der Schwere auf ihrer Oberfläche.*

**I**m ersten Buche haben wir das erklärt, was die Beobachtungen über die Gestalt der Erde und der Planeten gelehrt haben; jetzt wollen wir diese Resultate, mit denen, welche die allgemeine Schwere (pesanteur) giebt, vergleichen.

Die Schwere (gravité) \*) gegen die Plane-

\*) Da durch dieses ganze Kapitel die Schwere (pesanteur) von der Schwere (gravité) unterschieden wird, so will ich, der Kürze wegen, diesen Unterschied nur durch Beysetzung der Buchstaben p. g., zu dem Worte Schwere bemerklich machen. Die Frage: warum die teutsche Sprache für das eine dieser Dinge keinen Namen habe? hat Herr Hofrath Kästner beantwortet. (Weitere Ausführung der mathematischen Geographie. Göttingen 1795. S. 163.)