

Zweytes Kapitel.

*Von den Massen der Planeten und der Schwere
auf ihrer Oberfläche.*

Auf den ersten Anblick scheint es unmöglich, die respectiven Massen der Sonne und der Planeten zu bestimmen, und die Höhe zu messen, von welcher die Körper auf ihrer Oberfläche in einer gegebenen Zeit vermöge der Schwere fallen. Aber die Verkettung der Wahrheiten unter einander führt auf Resultate, welche unzugänglich schienen, so lange der Grund, wovon sie abhängen, unbekannt war. So wurde die Messung der Stärke der Schwere auf den Planeten durch die Entdeckung der allgemeinen Gravitation möglich.

Wir wollen nun die im vorigen Buche beygebrachten Lehrsätze von der Centrifugalkraft wieder vornehmen. Es folgt daraus, daß die Schwere eines Trabanten gegen seinen Planeten zur Schwere der Erde gegen die Sonne sich verhalte, wie der mittlere Halbmesser der Bahn des Trabanten, dividirt durch das Quadrat der Zeit seines siderischen Umlaufs zur mittleren Entfernung der Erde von der Sonne, dividirt durch das Quadrat eines siderischen Jahres, sich verhält. Um diese

Schwere auf die nämliche Entfernung der Körper, die sie verursachen, zurückzuführen, muß man sie stückweise durch die Quadrate der Halbmesser der Bahnen, die vermöge ihrer Einwirkung beschrieben werden, multipliciren; und da, bey gleichen Entfernungen, die Massen ihren Attractionen proportionirt sind, so verhält sich die Masse der Erde zu der der Sonne wie der Würfel des mittleren Halbmessers der Bahn des Trabanten dividirt durch das Quadrat seiner siderischen Umlaufszeit zum Würfel der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne dividirt durch das Quadrat des siderischen Jahrs.

Wir wollen nun dieses Resultat auf den Jupiter anwenden. Zu dem Ende wollen wir bemerken, daß der mittlere Halbmesser der Bahn des vierten Trabanten in der mittleren Entfernung Jupiters von der Sonne einem Winkel von $1530''{,}86$ zugehört. Aus der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne gesehen würde dieser Halbmesser unter einem Winkel von $7964''{,}75$ erscheinen, der Halbmesser des Kreises enthält $636619''{,}8$; folglich sind die mittleren Halbmesser der Bahn des vierten Trabanten und der Erdbahn in dem Verhältnisse dieser zwey letzten Zahlen.

Die siderische Umlaufszeit des vierten Trabanten beträgt 16,6800, und das siderische Jahr 365,2564 Tage. Geht man von diesen Bestimmungsstücken aus, so findet man

$\frac{1}{1066,08}$ für die Masse des Jupiters, wenn

die der Sonne für die Einheit angenommen wird. Um sie genauer zu erhalten, muß man den Nenner dieses Bruchs um eine Einheit vermehren, weil die Kraft, welche den Jupiter in seiner relativen Bahn um die Sonne erhält, die Summe der Attractionen der Sonne und des Jupiters ist; die Masse dieses Planeten ist also

$\frac{1}{1067,08}$.

Durch das nämliche Verfahren habe ich die Massen des Saturns und des Uranus bestimmt. Auch die der Erde kann auf eben diese Art berechnet werden; aber die nachfolgende Methode ist noch genauer.

Wenn man die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne für die Einheit annimmt, so ist der von der Erde in einer Zeitsecunde beschriebene Bogen das Verhältniß der Peripherie zum Halbmesser dividirt durch die Zahl der Secunden des siderischen Jahrs, oder durch 36525638",4. Dividirt man das Quadrat dieses

Bogens mit dem Durchmesser, so erhält man $\frac{1479565}{10^{20}}$ für seinen Quersinus; und diefs ist die Gröfse, um welche die Erde, vermöge ihrer relativen Bewegung um die Sonne, in einer Secunde gegen die letztere fällt. Wir haben im vorigen Kapitel gesehen, dafs unter dem Erdparallel, für welchen das Quadrat des Sinus der Breite $\frac{1}{3}$ ist, die Attraction der Erde die Körper in einer Secunde durch 11,28196 Fufs zu fallen treibe. Um diese Attraction auf die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zu bringen, muß man dieses Product durch die Zahl der Fufse, welche diese Entfernung enthält, dividiren. Nun ist der Erdhalbmesser unter dem Parallel, welchen wir betrachten, 19614648 Fufs groß; dividirt man also diese Zahl mit der Tangente der Sonnenparallaxe oder mit $27'',2$, so erhält man den mittleren Halbmesser der Erdbahn in Fufsen ausgedrückt.

Daraus folgt, dafs die Wirkung der Attraction der Erde in der mittleren Entfernung dieses Planeten von der Sonne dem Producte des Bruchs $\frac{11,28196}{19614648}$ durch den Würfel der Tangente von $27'',2$ gleich ist; sie ist also

$\frac{4.486113}{10^{20}}$ gleich. Nimmt man diesen Bruch

von $\frac{1479565}{10^{20}}$ weg, so erhält man $\frac{1479560,4}{10^{20}}$

für die Wirkung der Attraction der Sonne in der nämlichen Entfernung. Die Massen der Sonne und der Erde sind also in dem Verhältnisse der Zahlen 1479560,5 und 4,486113; woraus für die Masse der Erde die GröÙe von

$\frac{1}{329809}$ folgt. Ist die Sonnenparallaxe von

der von uns angenommenen etwas unterschieden, so muß der Werth von der Masse der Erde sich ändern, wie der Würfel dieser Parallaxe in Vergleichung mit der von 27",2.

Die folgenden Werthe der Massen der Planeten, die keine Trabanten haben, sind durch die secularen Veränderungen bestimmt worden, welche die Wirkung dieser Körper in den Elementen des Sonnensystems hervorbringt.

Die Massen der Venus und des Mars habe ich aus der secularen Abnahme der Schiefe der Ekliptik, diese zu 154",3, und aus der Beschleunigung der mittleren Bewegung des Mondes, diese für das erste Jahrhundert von 1700 an gerechnet, zu 34",36 angenommen, hergeleitet.

Merkurs.

Merkurs Masse ist durch sein Volumen bestimmt worden, unter der Voraussetzung, daß die Dichtigkeiten dieses Planeten und der Erde im umgekehrten Verhältnisse ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne stehen, zwar eine sehr willkührliche Voraussetzung, die aber den respectiven Dichtigkeiten der Erde, des Jupiters und des Saturns sehr genau Genüge thut. Man wird einst alle diese Werthe berichtigen müssen, wenn man mit der Zeit die secularen Veränderungen der Bewegungen und Bahnen der Himmelskörper besser wird kennen gelernt haben.

Die Massen der von Trabanten begleiteten Planeten müssen auch noch durch sehr genaue Beobachtungen der grössten Elongation der Trabanten von ihren Planeten mit Rücksicht auf die elliptische Gestalt ihrer Bahnen berichtigt werden.

Massen der Planeten,
wenn die der Sonne zur Einheit angenommen
wird.

Merkur	<u>I</u>
	2025810
Venus	<u>I</u>
	383137

II. Theil.

C

Erde	<u>I</u> 329809
Mars	<u>I</u> 1846082
Jupiter	<u>I</u> 1067,09
Saturn	<u>I</u> 3359,40
Uranus	<u>I</u> 19504

Die Dichtigkeiten der Körper verhalten sich wie die Massen, dividirt durch die Volumina, und wenn die Körper beynahe kugelförmig sind, so verhalten sich ihre Volumina wie die Würfel ihrer Halbmesser; folglich verhalten sich alsdann die Dichtigkeiten wie die Massen dividirt durch die Würfel der Halbmesser. Aber um gröfsere Genauigkeit zu erhalten, muß man für den Halbmesser eines Planeten denjenigen nehmen, welcher dem Parallel zugehört, für welchen das Quadrat des Sinus der Breite $\frac{1}{3}$ ist, und welcher einem Drittheile von der Summe des Polarhalbmessers und des doppelten Aequatorialhalbmessers gleich ist.

Auf solche Art findet man, daß, wenn man die mittlere Dichtigkeit der Sonne zur Einheit annimmt, die der Erde, des Jupiters, Saturns und Uranus 3,93933; 0,86014; 0,49512; 1,13757 ist. Es ist aber zu bemerken, daß die Fehler in den Messungen der scheinbaren Durchmesser der Planeten, und die Irradiation, welche wir, wegen der Schwierigkeit, sie zu bestimmen, nicht in Rechnung gebracht haben, einen sehr merklichen Einfluß auf diese Resultate haben können.

Wir wollen noch bemerken, daß der obige Werth der Dichtigkeit der Erde von der Sonnenparallaxe unabhängig ist, denn ihre Masse und ihr Volumen, mit denen der Sonne verglichen, wachsen beyde wie der Würfel dieser Parallaxe.

Die Messungen der größten Elongationen der Trabanten von ihren Planeten, und der Durchmesser der letzteren verdienen besonders die Aufmerksamkeit der Beobachter, weil davon die Kenntniß der Massen und der Dichtigkeiten der Planeten abhängt. Newton hat ein sehr einfaches Mittel vorgeschlagen, die scheinbaren Durchmesser von der Wirkung der Irradiation zu befreyen. Es besteht darin, daß man bey Nacht den Schein einer Lampe

durch eine Oeffnung beobachtet, welche weit entfernt, und klein genug ist, um nur einen Theil des Lichts sehen zu lassen. Man vermindert die Lebhaftigkeit des Lichts und die Oeffnung so lange, bis die Lampe genau die nämliche Gröfse, und den nämlichen Glanz, wie der Planet, zu haben scheint; alsdann giebt das Verhältniß der Oeffnung zu ihrer Entfernung von dem Beobachter den Durchmesser dieses Planeten sehr genau. Man könnte auf solche Art auch die Erscheinungen von dem Ringe des Saturns darstellen, und die Abmessungen des innern und äussern Rings bestimmen, welche die Irradiation sehr ungewiß macht.

Um die Gröfse der Schwere auf der Oberfläche der Sonne und der Planeten zu erhalten, erwägen wir, daß, wenn Jupiter und die Erde genau kugelförmig, und ohne Umdrehungsbewegung wären, die Schweren unter ihrem Aequator den Massen dieser Körper, dividirt durch die Quadrate ihrer Durchmesser, proportionirt seyn würden. Nun ist in der mittleren Entfernung der Sonne von der Erde Jupiters Aequatorialdurchmesser $626''{,}26$, und der Aequatorialdurchmesser der Erde $54''{,}5$; drückt man also das Gewicht eines Körpers an

dem Erdäquator durch die Einheit aus, so würde das Gewicht dieses Körpers, an den Aequator Jupiters gebracht, 2,509 seyn; man muß aber, um die Wirkungen der von der Umdrehung dieser Planeten herrührenden Centrifugalkräfte in Anschlag zu bringen, dieses Gewicht ohngefähr um ein Neuntel vermindern. Der nämliche Körper würde an dem Aequator der Sonne 27,65 wiegen, und die schweren Körper durchlaufen daselbst 311 Fufs in der ersten Secunde ihres Falls.

D r i t t e s K a p i t e l .

Von den Störungen der elliptischen Bewegung der Planeten.

Wären die Planeten blos der Wirkung der Sonne unterworfen, so würden sie um dieselbige elliptische Bahnen beschreiben; aber sie wirken auch auf einander selbst, und wirken auf gleiche Art auf die Sonne, und aus diesen verschiedenen Attractionen entstehen in ihren elliptischen Bewegungen Störungen, welche die Beobachtungen beyläufig wahrnehmen lassen, und welche nothwendig bestimmt werden müssen, um genaue Tafeln der Be-