

## Viertes Kapitel.

### *Vom Gleichgewichte flüssiger Körper.*

Wir haben im ersten Buche gesehen, daß die elastischen Flüssigkeiten, wie die Luft, diesen Zustand durch die Wärme, und daß die nicht zusammendrückbaren Flüssigkeiten, wie das Wasser, ihren Zustand durch den Druck und die Wärme erhalten. Aber um die Gesetze ihres Gleichgewichts zu bestimmen, brauchen wir nur sie als durch eine unendliche Zahl unter einander vollkommen beweglicher Theilchen gebildet anzusehen, so daß sie dem kleinsten Drucke, den sie von einer Seite mehr, als von einer andern, leiden, nachgeben.

Aus diesem unterscheidenden Merkmale der flüssigen Körper folgt es, daß die Kraft, die sich in jedem Theilchen der freyen Oberfläche eines im Gleichgewichte stehenden flüssigen Körpers äussert, auf dieser Oberfläche lothrecht steht. Die Schwere ist folglich auf der Oberfläche des stehenden Wassers lothrecht, und mithin die letztere waagrecht.

Vermöge der Beweglichkeit seiner Theile kann ein flüssiger Körper einen Druck ausü-

ben, der viel größer ist, als sein Gewicht. So drückt z. B. eine dünne Wassersäule, die sich in eine breite waagrechte Fläche endigt, die Grundfläche, auf welcher sie steht, eben so stark, als eine cylindrische Wassersäule von der nämlichen Grundfläche und Höhe. Um die Wahrheit dieses paradoxen Satzes anschaulich zu machen, wollen wir uns ein vestes cylindrisches Gefäß mit einem beweglichen horizontalen Boden gedenken, und setzen, dieses Gefäß sey mit Wasser gefüllt, und sein Boden werde durch eine dem Drucke, den er leidet, gleiche und entgegengesetzte Kraft im Gleichwichte erhalten, so ist klar, daß das Gleichgewicht immerfort bestehen würde, wenn ein Theil des Wassers in den vesten Zustand übergienge, und sich an den Seitenwänden des Gefäßes ansetzte. Denn das Gleichgewicht eines Systems von Körpern wird überhaupt nicht gestört, wenn man setzt, daß in diesem Zustande mehrere von ihnen sich mit einander vereinigen, oder an veste Punkte anschließen. Man kann also auf solche Art eine unendliche Menge Gefäße von verschiedenen Gestalten bilden, die alle einerley Boden und einerley Höhe mit dem cylindrischen Gefäße haben werden, und in

welchen das Wasser den nämlichen Druck auf den beweglichen Boden äußern wird.

Der Druck, den ein flüssiger Körper auf eine Fläche ausübt, ist auf jedem ihrer Elemente lothrecht, sonst würde das ihr zunächst liegende flüssige Theilchen wegen der Zerlegung des Drucks, den es leidet, ausglitschen. Wenn ein flüssiger Körper nur durch sein Gewicht wirkt, so ist sein ganzer Druck dem Gewichte eines Prisma von dieser Flüssigkeit gleich, dessen Grundfläche der gedrückten Oberfläche gleich, und dessen Höhe die Entfernung des Schwerpunkts dieser Fläche von der waagrechten Ebene des flüssigen Körpers ist.

Ein Körper, der in eine Flüssigkeit getaucht wird, verliert darin einen Theil seines Gewichts, der dem Gewichte des Volumens der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist. Denn vor dem Eintauchen würde die umgebende Flüssigkeit dem Gewichte von diesem Volumen des flüssigen Körpers die Waage halten, von welchem man, ohne das Gleichgewicht zu stören, annehmen könnte, daß es eine feste Masse bilde; das Resultat aller Wirkungen der umgebenden Flüssigkeit auf diese Masse muß daher ihrem Gewichte die Waage halten, und durch ihren

Schwerpunkt gehen. Nun ist es klar, daß diese Wirkungen auf den Körper, der ihren Platz einnimmt, die nämlichen sind; die Wirkung der Flüssigkeit hebt also einen Theil von dem Gewichte dieses Körpers auf, der dem Gewichte des Volumens der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist. Die Körper wiegen also in der Luft mehr, als im luftleeren Raume; Uder bey dem größten Theile derselben kaum merkliche Unterschied darf bey feineren Versuchen nicht vernachlässiget werden.

Man kann vermittelst einer Waage, die am Ende des einen ihrer Arme einen Körper trägt, den man in eine Flüssigkeit taucht, den Gewichtsverlust, welchen der Körper bey diesem Eintauchen leidet, genau messen, und seine specifische Schwere, oder seine Dichtigkeit im Verhältnisse zu der von dieser Flüssigkeit bestimmen. Diese Schwere ist das Verhältniß von dem Gewichte des Körpers im leeren Raume zu dem Verluste an diesem Gewichte, wenn der Körper ganz in die Flüssigkeit eingetaucht ist. Auf solche Art hat man die specifischen Schwere der Körper in Vergleichung mit dem destillirten Wasser bestimmt.

Soll ein Körper, der leichter ist, als ein flüssiger, auf dessen Oberfläche im Gleichgewichte seyn, so muß sein Gewicht dem des Volumens der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich seyn. Ferner müssen die Schwerpunkte dieses Theils der Flüssigkeit und des Körpers in einerley lothrechten Linie liegen, denn das Resultat der Wirkungen der Schwere auf alle Theilchen des Körpers geht durch seinen Schwerpunkt, und das Resultat aller Wirkungen der Flüssigkeit auf diesen Körper geht durch den Schwerpunkt, der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit; da diese Resultate, um sich aufzuheben, in der nämlichen Linie liegen müssen, so liegen die Schwerpunkte in einerley lothrechten Linie.

Es giebt zwey sehr verschiedene Zustände des Gleichgewichts; bey dem einen machen alle Körper des Systems, wenn man das Gleichgewicht ein wenig stört, nur kleine Schwingungen um ihre anfängliche Lage, und alsdann ist das Gleichgewicht *vest* oder *beständig*. Diese Beständigkeit ist absolut, wenn sie Statt hat, wie auch immer die Schwingungen des Systems beschaffen seyn mögen; sie ist aber blos relativ, wenn sie nur in Beziehung auf eine gewisse Art der

Schwingungen Statt findet. Im andern Zustande des Gleichgewichts entfernen sich die Körper immer mehr und mehr von ihrer anfänglichen Lage, wenn man macht, daß sie einmal davon abweichen. Man wird eine richtige Vorstellung von diesen beyden Zuständen haben, wenn man eine auf einer waagrechten Ebene lothrecht stehende Ellipse betrachtet. Wenn die Ellipse auf ihrer kleinen Achse im Gleichgewichte ist, so ist klar, daß wenn man sie ein wenig von dieser Lage entfernt, sie wieder in dieselbige zurückzukommen strebt, durch Schwingungen, welche die Reibung und der Widerstand der Luft bald aufheben werden; ist aber die Ellipse auf ihrer großen Achse im Gleichgewichte, so strebt sie, wenn man sie einmal aus dieser Lage bringt, sich immer weiter davon zu entfernen, und endigt damit, daß sie wieder auf ihre kleine Achse zurückkommt. Die Beständigkeit des Gleichgewichts hängt also von der Natur der kleinen Schwingungen ab, welche das auf irgend eine Art gestörte System um diesen Zustand macht. Oft hat diese Untersuchung viele Schwierigkeiten; aber in mehreren Fällen, und besonders in dem der schwimmenden Körper, braucht

man, um über die Beständigkeit des Gleichgewichts zu urtheilen, nur zu wissen, ob die das System sollicitirende Kraft, solches, wenn es ein wenig aus diesem Zustande verrückt worden, wieder in denselbigen zurückzuführen bestrebt ist. In Ansehung der auf dem Wasser oder auf jeder andern Flüssigkeit schwimmenden Körper gelangt man dazu durch folgende Regel.

Wenn man sich durch den Schwerpunkt des in der Oberfläche des Wassers liegenden Durchschnitts eines schwimmenden Körpers eine waagrechte Achse gedenkt, so daß die Summe der Produkte von jedem Elemente des Durchschnitts durch das Quadrat seiner Entfernung von dieser Achse kleiner ist, als in Ansehung einer jeden andern, durch den nämlichen Mittelpunkt gezogenen, waagrechten Achse, so ist das Gleichgewicht nach jeder Richtung beständig, wenn diese Summe größer ist, als das Produkt des Volumens des aus der Stelle getriebenen flüssigen Körpers durch die Höhe des Schwerpunkts des Körpers über dem Schwerpunkte des Volumens.

Diese Regel ist besonders nützlich bey der Construction der Schiffe, wobey es darauf ankommt, ihnen einen hinreichend vesten

Stand zu geben, um der Gewalt der Stürme, welche sie unterzutauchen streben, zu widerstehen. Bey einem Schiffe ist die von dem Hintertheile nach dem Vordertheile gezogene Achse diejenige, in Ansehung deren die vorerwähnte Summe ein Minimum ist; es ist daher leicht, seinen festen Stand durch die vorhergehende Regel kennen zu lernen und zu messen.

Zwey in einem Gefäße eingeschlossene flüssige Körper setzen sich so über einander, daß der schwerere den unteren Theil des Gefäßes einnimmt, und die Fläche, welche beyde trennt, waagrecht ist.

Wenn zwey Flüssigkeiten mittelst einer gekrümmten Röhre in Gemeinschaft stehen, so ist die Oberfläche, welche sie trennt, im Zustande des Gleichgewichts waagrecht, und ihre Höhen über dieser Oberfläche verhalten sich umgekehrt wie ihre specifischen Dichtigkeiten. Nimmt man also für die ganze Atmosphäre die Dichtigkeit der Luft bey der Temperatur des schmelzenden Eises und bey dem Drucke einer Quecksilbersäule von  $2\frac{1}{3}$  Fuß Höhe an, so wird ihre Höhe 23690 Fuß betragen. Da aber die Dichtigkeit der atmosphärischen Schichten in eben



dem Maasse abnimmt, als man sich über der Oberfläche der Erde erhebt, so ist die Höhe der Atmosphäre viel gröfser.

Um die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts einer durch was immer für Kräfte getriebenen flüssigen Masse zu erhalten, wollen wir bemerken, daß jeder Punkt im Innern dieser Masse einen Druck leidet, welcher bey der Atmosphäre durch die Barometerhöhe gemessen wird, und den man für jede andere Flüssigkeit auf eine ähnliche Art bestimmen kann. Betrachtet man jedes Theilchen als ein unendlich kleines rechtwinklichtes Parallelepipedon, so wird der Druck der umgebenden Flüssigkeit auf die Seitenflächen dieses Parallelepipedons lothrecht seyn, welches bestrebt seyn wird, sich, vermöge des Unterschieds der Pressungen, welche die Flüssigkeit auf zwey entgegengesetzte Flächen ausübt, in einer auf jede Fläche lothrechten Richtung zu bewegen. Aus diesen Unterschieden der Pressungen gehen drey auf einander lothrechte Kräfte hervor, die man mit den übrigen Kräften, welche das flüssige Theilchen sollicitiren, zusammen verbinden muß. Da also dieses Theilchen, vermöge aller dieser Kräfte, im Gleichgewichte seyn

mufs, so wird der Grundsatz der virtualen Geschwindigkeiten, was für eine Lage es immer in der ganzen Masse haben mag, die allgemeinen Gleichungen für sein Gleichgewicht geben. Die Bedingungen der Integrabilität dieser Differentialgleichungen werden die Verhältnisse bekannt machen, die zwischen den Kräften, von welchen die Flüssigkeit getrieben wird, Statt finden müssen, wenn ein Gleichgewicht möglich seyn soll; ihre Integration aber wird den Druck geben, den jedes flüssige Theilchen erfährt, und dieser Druck wird, wenn der flüssige Körper elastisch ist, und sich zusammendrücken läfst, den Grad seiner Elasticität und seine Dichtigkeit bestimmen.

---

### F ü n f t e s   K a p i t e l .

*Von der Bewegung eines Systems von Körpern.*

**W**ir wollen zuerst die Wirkung zweyer materiellen Punkte von verschiedenen Massen betrachten, die sich auf einerley gerade Linie so bewegen, daß sie einander begegnen. Man kann unmittelbar vor dem Stosse