

Siebentes Kapitel.

Von den Bewegungsgesetzen der Trabanten um ihre Planeten.

Wir haben im sechsten Kapitel des vorigen Buchs die Bewegungsgesetze des Trabanten der Erde, und seine beträchtlichsten Ungleichheiten erklärt, und haben also jetzt nur noch die der Trabanten des Jupiters, Saturns und Uranus zu betrachten.

Wenn man den Halbmesser des Aequators des Jupiters bey der mittlern Entfernung des Planeten von der Sonne $60''185$ gleich setzt, und für die Einheit annimmt, so sind die mittlern Entfernungen seiner Trabanten von seinem Mittelpunkte sehr nahe folgende:

I. Trabant	- -	5,697300
II Trabant	- -	9,065898
III. Trabant	- -	14,461628
IV. Trabant	- -	25,436000

Ihre siderischen Umlaufszeiten sind folgende:

I. Trabant	-	1,769137787069931 Tag
II. Trabant	-	3,551181016734509
III. Trabant	-	7,154552807541524
IV. Trabant	-	16,689019396008634.

Die synodischen Umlaufzeiten der Trabanten oder die Zeiten zwischen ihren mittlern Conjunctionen mit dem Jupiter, lassen sich aus ihren und des Jupiters siderischen Umlaufzeiten leicht herleiten.

Im Anfange des Jahrs 1700. waren die mittlern Längen der Trabanten folgende:

I. Trabant	- -	85°, 8491.
II. Trabant	- -	83, 5827.
III. Trabant	- -	182, 4495.
IV. Trabant	- -	253, 1545.

Vergleicht man die Entfernungen der vier Jupiterstrabanten mit ihren Umlaufzeiten, so findet man zwischen diesen Gröſsen das schöne Verhältniß, von welchem wir gesehen haben, daß es zwischen den mittlern Entfernungen der Planeten von der Sonne und ihren Umlaufzeiten Statt habe; das heißt, daß die *Quadrate der siderischen Umlaufzeiten der Trabanten sich zusammen verhalten, wie die Würfel ihrer mittlern Entfernungen von Jupiters Mittelpunkte.*

Die häufigen Verfinsterungen dieser Trabanten haben den Astronomen ein Mittel an die Hand gegeben, die Bewegungen derselben mit einer Genauigkeit zu verfolgen, die

man von der Beobachtung ihrer Entfernung vom Jupiter nicht erwarten kann. Sie haben zu folgenden Resultaten geführt.

Die Bahn des ersten Trabanten ist nicht merklich elliptisch; ihre Ebene fällt sehr nahe mit der des Aequators des Jupiters zusammen. Deren Neigung gegen die Bahn dieses Planeten $4^{\circ},4444$ beträgt.

Auch die Bahn des zweyten Trabanten ist nicht merklich elliptisch. Ihre Neigung gegen die Bahn des Jupiters ist veränderlich, so wie die Lage ihrer Knoten. Alle diese Veränderungen werden beyläufig dargestellt, wenn man setzt, die Bahn des Trabanten sey gegen Jupiters Aequator ohngefähr um $5182''$ geneigt, und ihren Knoten eine rückläufige Bewegung in dieser Ebene giebt, deren Perioden dreyßig julianischen Jahren gleich ist.

Die Bahn des dritten Trabanten ist etwas elliptisch; das dem Jupiter am nächsten liegende Ende ihrer großen Achse, welches man das *Perijovium* (die *Jupitersnähe*) nennt, hat eine rechtläufige Bewegung und die Excentricität der Bahn scheint sehr merklichen Veränderungen unterworfen zu seyn. Gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts war die Mittelpunktsleichung in ihrem Maxi-

mun, wo sie sich ohngefähr auf 2661" erstreckte; nachher hat sie abgenommen, und gegen das Ende des Jahrs 1775 war sie in ihrem Minimum und betrug ohngefähr 759". Die Neigung der Bahn dieses Trabanten gegen die des Jupiters und die Lage ihrer Knoten sind veränderlich. Diese Veränderungen lassen sich beyläufig darstellen, wenn man annimmt, die Bahn sey ohngefähr um 2244" gegen Jupiters Aequator geneigt, und ihren Knoten eine rückläufige Bewegung in der Ebene dieses Aequators, in einer Periode von 137 Jahren, giebt.

Die Bahn des vierten Trabanten ist sehr merklich elliptisch; ihr Perijovium hat eine rechtläufige Bewegung von ohngefähr 7852", und ihre Neigung gegen die Jupitersbahn beträgt 272'. Vermöge dieser Neigung tritt der vierte Trabant, in Ansehung der Sonne, oft hinter den Planeten, ohne verfinstert zu werden. Von der Entdeckung der Trabanten an bis auf das Jahr 1760 schien diese Neigung beständig zu seyn; sie hat aber in diesen letzten Jahren merklich zugenommen. Auf alle diese Veränderungen werden wir wieder zurückkommen, wenn wir die Ursache davon enthüllen werden.

Die Bewegungen der Jupiterstrabanten sind noch andern, von diesen Veränderungen unabhängigen Ungleichheiten unterworfen, welche ihre elliptischen Bewegungen stören, und ihre Theorie sehr verwickelt machen. Diese sind besonders merklich bey den drey ersten Trabanten, deren Bewegungen sehr merkwürdige Verhältnisse zeigen.

Ihre mittleren Bewegungen sind so beschaffen, daß die des ersten Trabanten, sammt dem Doppelten von der des dritten dem Dreyfachen von der mittleren Bewegung des zweyten Trabanten sehr nahe gleich ist. Das nämliche Verhältniß hat auch zwischen den mittleren synodischen Bewegungen Statt. Denn da die synodische Bewegung nichts anders ist, als der Ueberschuß der siderischen Bewegung eines Trabanten über die des Jupiters, so verschwindet, wenn man in dem vorigen Ausdrucke die synodischen Bewegungen an die Stelle der mittleren setzt, die mittlere Bewegung Jupiters, und die Gleichheit bleibt die nämliche.

Die mittleren, sowohl synodischen als siderischen Längen der drey ersten Trabanten aus Jupiters Mittelpunkte gesehen, sind so beschaffen, daß der Ueberschuß von der des

ersten Trabanten über das Dreyfache von der des zweyten sammt dem Doppelten von der des dritten der halben Peripherie sehr nahe gleich ist.

Diese Gleichheit trifft so nahe zu, daß man versucht worden ist, sie für völlig genau anzusehen, und die sehr kleinen Größen, um welche die beyden Theile von einander unterschieden sind, Beobachtungsfehlern zuzuschreiben.

Zum wenigsten kann man versichern, daß sie noch eine lange Reihe von Jahrhunderten hindurch bestehen wird; daraus aber folgt, daß von jetzt an auf eine große Zahl von Jahren hin die drey ersten Jupitertrabanten nicht zugleich verfinstert werden können.

Die Perioden und die Gesetze der vornehmsten Ungleichheiten dieser Trabanten sind die nämlichen. Die Ungleichheit des ersten beschleunigt oder verspätet seine Verfinsterungen, in ihrem Maximum, um 233^u in Zeit.

Durch Vergleichung ihres Gangs mit den Stellungen der zwey ersten Trabanten gegen einander hat man gefunden, daß sie verschwindet, wenn diese Trabanten, von

Jupiters Mittelpunkte aus gesehen, zu gleicher Zeit in Opposition mit der Sonne stehen; daß sie nachher wächst, und am größten wird, wenn der erste Trabant im Augenblicke seiner Opposition um 50° weiter vorgerückt ist, als der zweyte; daß sie wieder gleich Null wird, wenn er um 100° weiter vorgerückt ist; daß sie jenseits dieser Gränzen ein entgegengesetztes Zeichen annimmt, die Verfinsterungen verspätet, und wächst, bis die Entfernung der Trabanten 150° beträgt, wo sie ihr negatives Maximum erreicht; daß sie von da an wieder abnimmt, und bey der Entfernung von 200° verschwindet; daß sie endlich in der zweyten Hälfte der Peripherie den nämlichen Gesetzen, wie in der ersten, folgt.

Daraus hat man geschlossen, daß bey der Bewegung des ersten Trabanten um den Jupiter eine Ungleichheit Statt habe, die in ihrem Maximum $5258''$ beträgt, und dem Sinus des doppelten Ueberschusses der mittleren Länge des ersten Trabanten über die des zweyten proportionirt ist, welcher Ueberschuss dem Unterschiedé der mittleren synodischen Längen der beyden Trabanten gleich ist. Die Periode dieser Ungleichheit beträgt nicht ganz 4 Tage. Wie es aber

komme, daß sie, bey den Verfinsterungen des ersten Trabanten, sich in eine Periode von 437,75 Tagen verwandle, dieß wollen wir jetzt erklären.

Gesetzt der erste und zweyte Trabant gehen zu gleicher Zeit von ihren mittleren Oppositionen mit der Sonne aus, so wird der erste Trabant bey jedem Kreise, den er vermöge seiner mittleren synodischen Bewegung beschreiben wird, in seiner mittleren Opposition seyn. Gedenkt man sich nun einen erdichteten Stern, dessen Winkelbewegung dem Ueberschusse der mittleren synodischen Bewegung des ersten Trabanten über das Doppelte von der des zweyten gleich ist; so wird der doppelte Unterschied der mittleren synodischen Bewegungen der beyden Trabanten bey den Verfinsterungen des ersten einem Vielfachen der Peripherie, sammt der Bewegung des erdichteten Sterns gleich seyn; der Sinus dieser letzteren Bewegung wird also der Ungleichheit des ersten Trabanten bey den Verfinsterungen proportionirt seyn, und sie darstellen können. Ihre Periode ist der Zeit der Bewegung des erdichteten Sterns gleich, welche, nach den mittleren synodischen Be-

wegungen der beyden Trabanten, 437,75 Tage beträgt; und so ist sie also mit grösserer Genauigkeit, als durch die directe Beobachtung, bestimmt.

Die Ungleichheit des zweyten Trabanten folgt einem ähnlichen Gesetze, wie die des ersten, mit dem Unterschiede, daß sie beständig das entgegengesetzte Zeichen führt. Sie verfrühet oder verspätet die Verfinsterungen, in ihrem Maximum, um 1059" in Zeit. Vergleicht man sie mit den Stellungen der zwey ersten Trabanten gegen einander, so findet man, daß sie verschwindet, wenn beyde zu gleicher Zeit in Opposition mit der Sonne stehen; daß sie nachher die Verfinsterungen des zweyten Trabanten immer mehr und mehr verspätet, bis die beyden Trabanten im Augenblicke dieser Erscheinungen um 100 Grade von einander entfernt sind; daß diese Verspätung abnimmt, und wieder gleich Null wird, wenn die gegenseitige Entfernung der beyden Trabanten 200 Grade beträgt; daß endlich, jenseits dieser Gränze, die Verfinsterungen auf eben die Art verfrühet werden, wie sie vorhin verspätet worden waren. Aus diesen Beobachtungen hat man geschlossen, daß bey

der Bewegung des zweyten Trabanten eine Ungleichheit Statt hat, die, in ihrem Maximum, $11923''$ beträgt, und dem Sinus des Ueberschusses der mittleren Länge des ersten Trabanten über die des zweyten proportionirt ist, aber ein entgegengesetztes Zeichen führt, welcher Ueberschuss dem Unterschiede der mittleren synodischen Bewegungen der beyden Trabanten gleich ist.

Wenn die beyden Trabanten zugleich von ihrer mittleren Opposition mit der Sonne ausgehen, so wird der zweyte Trabant, bey jedem Kreise, den er vermöge seiner mittleren synodischen Bewegung beschreiben wird, in seiner mittleren Opposition seyn. Gedenkt man sich nun, wie zuvor, einen Stern, dessen Winkelbewegung dem Ueberschusse der mittleren synodischen Bewegung des ersten Trabanten über das Doppelte von der des zweyten gleich ist, so wird der Unterschied der synodischen Bewegungen der beyden Trabanten, bey den Verfinsterungen des zweyten, einem Vielfachen der Peripherie sammt der Bewegung des erdichteten Sterns gleich seyn. Die Ungleichheit des zweyten Trabanten wird also bey seinen Verfinsterungen dem Sinus der Bewegung

dieses erdichteten Sterns gleich seyn. Man sieht also den Grund, warum die Periode und das Gesetz dieser Ungleichheit die nämlichen sind, wie bey der Ungleichheit des ersten Trabanten.

Der Einfluß des ersten Trabanten auf die Ungleichheit des zweyten ist sehr wahrscheinlich; wenn aber der dritte Trabant in der Bewegung des zweyten eine Ungleichheit hervorbringt, die derjenigen ähnlich ist, welche der zweyte in der Bewegung des ersten zu verursachen scheint, das heißt, eine solche, die dem Sinus des doppelten Unterschieds der mittleren Längen des zweyten und dritten Trabanten proportionirt ist, so wird diese neue Ungleichheit mit derjenigen, welche man dem ersten Trabanten zuzuschreiben hat, sich vermischen. Denn vermöge des oben erläuterten Verhältnisses, welches die mittleren Längen der drey ersten Trabanten zu einander haben, ist der Unterschied der mittleren Längen der zwey ersten Trabanten gleich der halben Peripherie sammt dem doppelten Unterschiede der mittleren Längen des zweyten und dritten Trabanten, so daß der Sinus des ersten Unterschieds mit dem Sinus von dem Doppel-

ten

ten des zweyten Unterschieds einerley ist, aber mit einem entgegengesetzten Zeichen. Die durch den dritten Trabanten in der Bewegung des zweyten verursachte Ungleichheit hätte also das nämliche Zeichen, und folgte dem nämlichen Gesetze, wie die bey dieser Bewegung beobachtete Ungleichheit; es ist daher sehr wahrscheinlich, daß diese Ungleichheit das Resultat der zwey von dem ersten und dritten Trabanten abhängenden Ungleichheiten ist. Wenn, nach Verlauf von Jahrhunderten, das vorige Verhältniß zwischen den mittleren Längen dieser drey Trabanten Statt zu finden aufhörte, so würden die beyden jetzt vermischten Ungleichheiten sich von einander absondern, und man würde ihren respectiven Werth entdecken können. Aber, nach den Beobachtungen muß dieses Verhältniß sehr lange Zeit bestehen, und wir werden im vierten Buche sehen, daß es genau ist.

Endlich zeigt die Ungleichheit in Ansehung des dritten Trabanten bey seinen Verfinsterungen, verglichen mit den gegenseitigen Stellungen des zweyten und dritten, die nämlichen Verhältnisse, wie die Ungleichheit des zweyten, verglichen mit den gegenseitigen

gen Stellungen der zwey ersten Trabanten. Es findet sich also bey der Bewegung des dritten Trabanten eine Ungleichheit, die dem Sinus des Ueberschusses der mittleren Länge des zweyten Trabanten über die des dritten proportionirt ist; und in ihrem Maximum 827" beträgt. Wenn man sich nun einen Stern gedenkt, dessen Winkelbewegung dem Ueberschusse der mittleren synodischen Bewegung des zweyten Trabanten über das Doppelte der mittleren synodischen Bewegung des dritten gleich ist, so wird die Ungleichheit des dritten Trabanten, bey seinen Verfinsterungen, dem Sinus der Bewegung dieses erdichteten Sterns proportionirt seyn. Nun ist, vermöge des Verhältnisses, welches zwischen den mittleren Längen der drey Trabanten Statt hat, der Sinus dieser Bewegung, bis auf das Zeichen, einerley mit dem der Bewegung des ersten erdichteten Sterns, den wir vorhin betrachtet haben. Die Ungleichheit des dritten Trabanten bey seinen Verfinsterungen hält also die nämliche Periode und folgt den nämlichen Gesetzen, wie die Ungleichheiten der beyden ersten.

Dieß ist der Gang der vornehmsten Ungleichheiten der drey ersten Jupiterstraban-

ten. Ihre Uebereinstimmung und die der mittleren Bewegungen und der mittleren Längen scheinen ein besonderes System dieser drey von gemeinschaftlichen Kräften belebten, und durch gemeinschaftliche Verhältnisse zusammen verbundenen Körper auszumachen.

Wir wollen jetzt die Saturnstrabanten betrachten. Wenn man den Halbmesser dieses Planeten in seiner mittleren Entfernung von der Sonne für die Einheit annimmt, so sind die Entfernungen der Trabanten von seinem Mittelpunkte folgende:

I.	-	-	3,080
II.	-	-	3,952
III.	-	-	4,893
IV.	-	-	6,268
V.	-	-	8,754
VI.	-	-	20,295
VII.	-	-	59,154

Ihre siderischen Umlaufzeiten sind

I.	-	-	0,94271 Tage
II.	-	-	1,37024
III.	-	-	1,88780
IV.	-	-	2,73948
			R s

V.	-	-	4,51749 Tage.
VI.	-	-	15,9453
VII.	-	-	79,3296

Vergleicht man die Umlaufszeiten dieser Trabanten mit ihren mittleren Entfernungen von Saturns Mittelpunkte, so findet man auch hier wieder das schöne, in Absicht auf die Planeten von Keplern entdeckte, Verhältniß, von welchem wir gesehen haben, daß es in dem Systeme der Jupiters Trabanten Statt habe; das heißt, daß die *Quadrate der Umlaufszeiten der Saturnstrabanten sich zusammen verhalten wie die Würfel ihrer mittleren Entfernungen von dem Mittelpunkte dieses Planeten.*

Die große Entfernung der Saturnstrabanten, und die Schwierigkeit, ihren Stand zu beobachten, hat es nicht verstatet, die elliptische Gestalt ihrer Bahnen, und noch weniger, die Ungleichheiten zu erkennen, denen ihre Bewegungen unterworfen sind. Indessen ist die Bahn des sechsten Trabanten merklich elliptisch.

Setzt man den Durchmesser des Uranus in seiner mittleren Entfernung von der Sonne 6" gleich, und nimmt solchen für die Ein-

heit an, so sind die Entfernungen seiner Trabanten von seinem Mittelpunkte

I.	-	-	17,022
II.	-	-	22,752

Ihre siderischen Umlaufszeiten sind

I.	-	-	8,7068 Tage.
II.	-	-	13,4559

Vergleicht man diese Zeiten und diese Entfernungen mit einander, so sieht man, daß die *Quadrate der Umlaufszeiten dieser Trabanten sich wie die Würfel ihrer mittleren Entfernungen vom Mittelpunkte dieses Planeten verhalten.* Dieses Verhältniß ist folglich ein allgemeines Bewegungsgesetz für ein System von Körpern, die um einen gemeinschaftlichen Brennpunkt laufen.

Welches sind nun die vornehmsten Kräfte, welche die Planeten, Trabanten und Kometen in ihren respektiven Bahnen erhalten? Welche besonderen Kräfte stören ihre elliptischen Bewegungen? Welche Ursache bewirkt das Zurückgehen der Nachtgleichen, und die Bewegungen der Achse der Erde und des Mondes? Durch welche Kräfte wird endlich das Wasser des Meeres täglich zweymal in die Höhe gezogen? Die Voraussetzung

eines einzigen Grundsatzes, wovon alle diese Wirkungen abhängen, ist der Einfachheit und Majestät der Natur würdig. Die Allgemeinheit der Gesetze, welche die himmlischen Bewegungen zeigen, scheint auf das Daseyn eines solchen Anzeige zu thun; ja man sieht diesen Grundsatz selbst schon in den Verhältnissen dieser Erscheinungen zu der gegenseitigen Lage der Körper des Sonnensystems durchschimmern. Um ihn aber mit Evidenz daraus herzuleiten, muß man die Bewegungsgesetze der Materie kennen.
