

des ersten Buchs erklärten Erscheinungen des Vorrückens der Nachtgleichen und des Schwankens der Erdachse angezeigt wird. So bewegt sich zu gleicher Zeit, da die Erde sich um sich selbst dreht, und um die Sonne läuft, ihre Umdrehungsachse sehr langsam um die Pole der Ekliptik durch kleine Schwingungen, deren Periode mit der der Bewegung der Knoten der Mondsbahn einerley ist. Uebrigens kommt diese Bewegung der Erde nicht ausschliessend zu; denn wir haben im vierten Kapitel des ersten Buchs gesehen, daß auch die Achse des Monds sich in eben der Periode um die Pole der Ekliptik bewege,

F ü n f t e s K a p i t e l .

Von der Gestalt der Planetenbahnen, und den Gesetzen ihrer Bewegung um die Sonne.

Nichts würde leichter seyn, als, nach den vorhergehenden Bestimmungsstücken, die Lage der Planeten für jeden Augenblick zu berechnen, wenn ihre Bewegungen um die Sonne kreisförmig und gleichförmig wären; aber sie sind sehr merklichen Ungleichheiten

unterworfen, deren Gesetze einen der wichtigsten Gegenstände der Astronomie und den einzigen Faden ausmachen, welcher uns zu einem allgemeinen Grundgesetze der himmlischen Bewegungen führen kann. Um diese Gesetze in den Erscheinungen, welche die Planeten uns darbieten, zu erkennen, muß man ihre Bewegungen von den Wirkungen der Bewegung der Erde befreyen, und ihre, aus verschiedenen Punkten der Erdbahn beobachtete, Lage auf die Sonne beziehen. Daher ist es vor allem nöthig, die Abmessungen dieser Bahn und das Gesetz der Bewegung der Erde zu bestimmen.

Wir haben im zweyten Kapitel des ersten Buchs gesehen, daß die scheinbare Bahn der Sonne eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkte der Mittelpunkt der Erde liegt. Da aber die Sonne in der That unbeweglich ist, so muß man sie in den Brennpunkt der Ellipse, die Erde aber in den Umfang derselben setzen; die scheinbare Bewegung der Sonne wird alsdann die nämliche seyn, und um die aus dem Mittelpunkte der Sonne gesehene Lage der Erde zu erhalten, wird man nur den Stand jenes Gestirns um die Summe

von zwey rechten Winkeln zu vermehren brauchen.

Wir haben ferner gesehen, daß die Sonne in ihrer Bahn sich so zu bewegen scheint, daß der Radius Vector, welcher ihren Mittelpunkt mit dem der Erde verbindet, Flächen um sie zu beschreiben scheint, die den Zeiten proportionirt sind. In der That aber werden diese Flächen um die Sonne beschrieben. Ueberhaupt aber muß alles, was wir in dem angeführten Kapitel über die Excentricität der Sonnenbahn und ihre Veränderungen, über die Lage und Bewegung ihrer Erdnähe gesagt haben, auf die Erdbahn angewandt werden, mit der einzigen Bemerkung, daß die Sonnennähe der Erde von der Erdnähe der Sonne um zwey rechte Winkel entfernt ist.

Nachdem wir also die Gestalt der Erdbahn kennen, wollen wir sehen, wie man dazu gelangt ist, auch die der übrigen Planetenbahnen zu bestimmen. Wir wollen den Planeten Mars zum Beyspiele nehmen, welcher durch die große Excentricität seiner Bahn und durch seine Nähe bey der Erde vorzüglich tauglich ist, uns zur Entdeckung der Bewegungsgesetze der Planeten zu führen.

Die Bewegung des Mars um die Sonne und seine Bahn würden bekannt seyn, wenn man für irgend einen Augenblick den Winkel, welchen sein Radius Vector mit einer durch der Sonne Mittelpunkt gehenden unveränderlichen Linie macht, und die Länge dieses Radius hätte.

Um diese Aufgabe einfacher zu machen, wählt man solche Stellungen des Mars, in welchen die eine dieser Gröfsen sich besonders zeigt, welches in den Oppositionen sehr nahe Statt hat, wo man findet, dafs diesem Planeten der nämliche Punkt der Ekliptik zugehört, auf welchen man ihn von dem Mittelpunkte der Sonne aus beziehen würde. Die Verschiedenheit der Bewegungen des Mars und der Erde macht, dafs der Ort des Planeten bey seinen auf einander folgenden Oppositionen in verschiedene Punkte des Himmels fällt. Vergleicht man daher eine grofse Zahl beobachteter Oppositionen mit einander, so wird man das Gesetz entdecken können, welches zwischen der Zeit und der Winkelbewegung des Mars um die Sonne, die man die *heliocentrische* Bewegung nennt, Statt findet. Die Analysis bietet verschiedene Methoden zu diesem Behufe dar, die in dem ge-

genwärtigen Falle durch die Betrachtung sich vereinfachen lassen, daß die beträchtlichsten Ungleichheiten des Mars bey jedem seiner siderischen Umläufe wieder die nämlichen sind. Sie lassen sich durch eine stark convergirende Reihe der Sinus der vielfachen Winkel seiner mittlern Bewegung ausdrücken, deren Coefficienten, vermittelt einiger auserlesenen Beobachtungen, sich leicht bestimmen lassen.

Man erhält sofort das Gesetz des Radius Vector des Mars durch Vergleichung der Beobachtungen dieses Planeten gegen die Quadraturen, wo dieser Radius, wenn er ungefähr 100 Grade von der Sonne entfernt ist, sich unter dem größten Winkel zeigt. In dem Dreyecke, welches die geraden Linien einschließen, die die Mittelpunkte der Erde, der Sonne und des Mars mit einander verbinden, giebt die Beobachtung unmittelbar den Winkel an der Erde; das Gesetz der heliocentrischen Bewegung des Mars giebt den Winkel an der Sonne, und man schließt daraus den Radius Vector des Mars in Theilen von dem der Erde, welcher selbst in Theilen der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne gegeben ist. Die Vergleichung

einer großen Anzahl so bestimmter Radien macht das Gesetz ihrer Veränderungen bekannt, die den Winkeln zugehören, welche sie mit einer unveränderlichen geraden Linie einschließen, und man kann alsdann die Gestalt der Bahn verzeichnen.

Ungefähr durch eine ähnliche Methode fand Kepler die länglichte Gestalt und die Excentricität der Marsbahn. Er hatte den glücklichen Einfall, ihre Gestalt mit der der Ellipse zu vergleichen, indem er die Sonne in den einen ihrer Brennpunkte setzte, und die zahlreichen Beobachtungen des Tycho, die durch die Voraussetzung einer elliptischen Bahn genau dargestellt wurden, ließen ihm über die Wahrheit dieser Voraussetzung keinen Zweifel.

Den der Sonne am nächsten liegenden Endpunkt der großen Achse nennt man die *Sonnennähe* (*Perihelium*), und den entferntesten Endpunkt derselben die *Sonnenferne* (*Aphelium*).

In der Sonnennähe ist die Winkelgeschwindigkeit des Mars um die Sonne am größten; von da an nimmt sie in eben dem Maasse ab, als der Radius Vector zunimmt, und sie ist am kleinsten in der Sonnenferne.

Bey der Vergleichung dieser Geschwindigkeit mit den Potenzen des Radius Vector fand Kepler, daß sie dem Quadrate desselben proportionirt ist, so daß das Produkt der täglichen heliocentrischen Bewegung des Mars durch das Quadrat seines Radius Vector immer das nämliche ist. Dieses Product ist das Doppelte des kleinen Sectors, welchen dieser Radius täglich um die Sonne beschreibt. Die Fläche, die er beschreibt, indem er von einer durch der Sonne Mittelpunkt gehenden unveränderlichen Linie ausgeht, wächst demnach wie die Zahl der seit der Zeit, da der Planet auf dieser Linie war, verflossenen Tage. Dieß drückte Kepler so aus: Die durch den Radius Vector des Mars beschriebenen Flächen sind den Zeiten proportionirt.

Diese Bewegungsgesetze des Mars sind einerley mit den Gesetzen der scheinbaren Bewegung der Sonne, welche wir im zweyten Kapitel des ersten Buchs entwickelt haben; sie haben also auf gleiche Art auch für die Erde Statt. Es war natürlich, sie auch auf die übrigen Planeten auszudehnen. Kepler stellte daher als Grundgesetze der Bewegung dieser Körper folgende zwey auf, welche alle Beobachtungen bestätigt haben:

Die

Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkte der Sonne Mittelpunkt liegt.

Die durch die Radios Vectores der Planeten um diesen Mittelpunkt beschriebenen Flächen sind den zu ihrer Beschreibung gebrauchten Zeiten proportionirt.

Diese Gesetze sind zur Bestimmung der Bewegung der Planeten um die Sonne hinreichend; man muß aber für jeden derselben sieben Größen kennen, welche man *Elemente der elliptischen Bewegung* nennt. Fünf dieser Elemente beziehen sich auf die Bewegung in der Ellipse, und sind 1) die Zeit des siderischen Umlaufs, 2) die halbe große Achse oder die mittlere Entfernung des Planeten von der Sonne, 3) die Excentricität, woraus sich die größte Mittelpunkts- gleichung ergibt, 4) die mittlere Länge des Planeten für eine gegebene Zeit, 5) die Länge der Sonnennähe für die nämliche Zeit. Die zwey andern Elemente beziehen sich auf die Lage der Bahn und sind 1) die Länge der Knoten der Bahn, oder ihrer Durchschnittpunkte mit einer Ebene, wofür man gemeinlich die der Ekliptik nimmt, für eine gegebene Zeit; 2) die Neigung der

Bahn gegen diese Ebene. Man hat also für das ganze System der bekannten Planeten 49 Elemente zu bestimmen. Die nachfolgende Tafel stellt alle diese Elemente für den Anfang des Jahrs 1750 dar.

Die Untersuchung dieser Tafel zeigt uns, daß die Umlaufszeiten der Planeten mit ihren mittleren Entfernungen von der Sonne zunehmen. Dies führte Keplern auf die Vermuthung, daß sie an diese Entfernungen durch ein Verhältniß gebunden seyen, welches er zu entdecken sich vorsetzte. Nach einer großen Anzahl siebzehn Jahre lang fortgesetzter Versuche fand er endlich, daß *die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten sich zu einander verhalten wie die Würfel der großen Achsen ihrer Bahnen.*

Dies sind die Gesetze der Bewegung der Planeten, die Grundgesetze, welche der Astronomie eine neue Gestalt gegeben, und zur Entdeckung der allgemeinen Schwere geführt haben.

Die Ellipsen der Planeten sind nicht unveränderlich; ihre großen Achsen scheinen immer die nämlichen zu seyn, aber ihre Excentricitäten, ihre Neigungen gegen eine

unbewegliche Ebene, die Lage ihrer Knoten, und ihrer Sonnennähen, sind Veränderungen unterworfen, die bis jetzt im Verhältnisse der Zeiten zu wechseln scheinen. Da diese Veränderungen erst nach Jahrhunderten merklich werden, so hat man sie die *secularen Ungleichheiten* genannt. Ihr Daseyn ist keinem Zweifel unterworfen; da aber die neueren Beobachtungen nicht weit genug von einander entfernt, und die älteren nicht genau genug sind, um sie scharf zu bestimmen, so bleibt, in Ansehung ihrer Größe, noch einige Ungewissheit zurück. Die folgende Tafel enthält diejenigen Werthe, welche allen diesen Beobachtungen zusammen genommen am besten Genüge zu thun scheinen.

Man bemerkt ferner periodische Ungleichheiten, welche die elliptischen Bewegungen der Planeten stören. Die Bewegung der Sonne wird dadurch nur wenig verändert, wie wir in dem vorhergehenden Buche gesehen haben; aber an den zwey größten Planeten, dem Jupiter und Saturn, sind sie besonders merklich. Durch Vergleichung der neueren Beobachtungen mit den älteren haben die Astronomen eine Abnahme bey

der Umlaufzeit des Jupiters und eine Zunahme bey der des Saturn bemerkt; die Vergleichung der neueren Beobachtungen unter einander giebt ein entgegengesetztes Resultat, welches große Ungleichheiten von sehr langen Perioden bey der Bewegung dieser Planeten anzuzeigen scheint. Selbst in diesem Jahrhunderte schien die Umlaufzeit des Saturns nach den Punkten der Bahn, in welche man den Anfang der Bewegung des Planeten setzte, unterschieden zu seyn; seine Zurückkunft zur Frühlingsnachtgleiche erfolgte schneller, als zur Herbstnachtgleiche. Endlich zeigen Jupiter und Saturn Ungleichheiten, die sich auf mehrere Minuten erstrecken, und von dem Stande dieser Planeten sowohl gegen einander als in Ansehung ihrer Sonnennähen abzuhängen scheinen. Diefs alles kündigt uns also an, daß es in dem Planetensysteme, unabhängig von der Hauptursache, welche die Planeten in elliptischen Bahnen um die Sonne führt, besondere Ursachen gebe, welche ihre Bewegungen stören, und auf die Länge die Elemente ihrer Ellipsen verändern.

T a f e l

der elliptischen Bewegung der Planeten.

Siderische Umlaufzeiten.

| | | | |
|---------|-----|--------------|-------|
| Merkur | - - | 87,969255 | Tage. |
| Venus | - - | 224,700817 | |
| Erde | - - | 365,256384 | |
| Mars | - - | 686,979579 | |
| Jupiter | - - | 4332,602208 | |
| Saturn | - - | 10759,077213 | |
| Uranus | - - | 30689,000000 | |

*Halbe große Achsen der Bahnen, oder mittlere
Entfernungen.*

| | | |
|---------|-----|-----------|
| Merkur | - - | 0,387100 |
| Venus | - - | 0,723332 |
| Erde | - - | 1,000000 |
| Mars | - - | 1,523693 |
| Jupiter | - - | 5,202792 |
| Saturn | - - | 9,540724 |
| Uranus | - - | 19,183620 |

*Verhältniß der Excentricität zur halben großen
Achse für den Anfang des Jahrs 1750.*

| | | |
|--------|-----|----------|
| Merkur | - - | 0,205513 |
| Venus | - - | 0,006885 |
| Erde | - - | 0,016814 |

| | | | |
|---------|---|---|----------|
| Mars | - | - | 0,093088 |
| Jupiter | - | - | 0,048077 |
| Saturn | - | - | 0,056223 |
| Uranus | - | - | 0,046683 |

Seculare Veränderungen dieses Verhältnisses.

(Das Zeichen (—) zeigt Verminderung an.)

| | | |
|---------|---|---------------|
| Merkur | - | 0,000003369 |
| Venus | - | — 0,000062905 |
| Erde | - | — 0,000045572 |
| Mars | - | - 0,000090685 |
| Jupiter | - | 0,000134245 |
| Saturn | - | — 0,000201553 |
| Uranus | - | — 0,000026228 |

Mittlere Längen für den Anfang des Jahrs 1750.

(Diese Längen sind von der mittleren Frühlingsnachtgleiche an für den mittleren Mittag des 31sten Decembers 1749 zu Paris berechnet.)

| | | | |
|---------|---|---|-----------|
| Merkur | - | - | 281°,3194 |
| Venus | - | - | 51,4963 |
| Erde | - | - | 311,1218 |
| Mars | - | - | 24,4219 |
| Jupiter | - | - | 4°,1201 |
| Saturn | - | - | 257,0438 |
| Uranus | - | - | 353,9610 |

*Längen der Sonnennähe für den Anfang des
Jahrs 1750.*

| | | |
|---------|-------|----------|
| Merkur | - - - | 81°,7401 |
| Venus | - - - | 141,9759 |
| Erde | - - - | 309,5790 |
| Mars | - - - | 368,3006 |
| Jupiter | - - - | 11,5012 |
| Saturn | - - - | 97,9466 |
| Uranus | - - - | 185,1262 |

Siderische und seculare Bewegung der Sonnennähe.

(Das Zeichen (—) zeigt rückläufige Bewegung an.)

| | | |
|---------|-------|----------|
| Merkur | - - - | 1735",50 |
| Venus | - - - | — 698,07 |
| Erde | - - - | 3671,63 |
| Mars | - - - | 4834,57 |
| Jupiter | - - - | 2030,25 |
| Saturn | - - - | 4967,64 |
| Uranus | - - - | 759,85 |

*Neigung der Bahn gegen die Ekliptik für den
Anfang des Jahrs 1750.*

| | | |
|---------|-------|---------|
| Merkur | - - - | 7°,7778 |
| Venus | - - - | 3,7701 |
| Erde | - - - | 0,0000 |
| Mars | - - - | 2,0556 |
| Jupiter | - - - | 1,4636 |
| Saturn | - - - | 2,7762 |
| Uranus | - - - | 0,8599 |

*Seculare Veränderung der Neigung gegen die
wahre Ekliptik.*

| | | |
|---------|-------|---------|
| Merkur | - - - | 55",09 |
| Venus | - - - | 13,80 |
| Erde | - - - | 0,00 |
| Mars | - - - | - 4,45 |
| Jupiter | - - - | - 67,40 |
| Saturn | - - - | - 47,87 |
| Uranus | - - - | 9,38 |

*Länge des aufsteigenden Knoten für den Anfang
des Jahrs 1750.*

| | | |
|---------|-------|----------|
| Merkur | - - - | 50°,3836 |
| Venus | - - - | 82,7093 |
| Erde | - - - | 0,0000 |
| Mars | - - - | 52,9377 |
| Jupiter | - - - | 108,8062 |
| Saturn | - - - | 123,9327 |
| Uranus | - - - | 80,7015 |

*Siderische und seculare Bewegung des Knoten in
der wahren Ekliptik.*

| | | |
|---------|-------|------------|
| Merkur | - - - | - 2332",90 |
| Venus | - - - | - 5673,60 |
| Erde | - - - | 0,00 |
| Mars | - - - | - 7027,41 |
| Jupiter | - - - | - 4509,50 |
| Saturn | - - - | - 5781,54 |
| Uranus | - - - | - 10608,00 |