

---

## Darstellung des Weltsystems.

---

Opinionum commenta delet dies, naturae iudicia  
confirmat.

Cic. de Nat. Deor.

---

### Viertes Buch.

#### *Von der Theorie der allgemeinen Schwere.*

Nachdem wir in den vorigen Büchern die Geseze der himmlischen Bewegungen und die Wirkungsgeseze der bewegenden Kräfte aufgestellt haben, so müssen wir diese noch mit einander vergleichen, um die Kräfte kennen zu lernen, welche die Körper des Sonnensystems treiben, und um uns ohne Hypothesen, und durch geometrische Schlüsse zu dem allgemeinen Grundsaze der Schwere, aus welchem sie herfließen, zu erheben.

Im Himmelsraume werden die Geseze der Mechanik mit der größten Genauigkeit

*II. Theil.*

A

befolgt; auf der Erde werden die Resultate derselben durch so viele Umstände verwickelt, daß es schwer ist, sie von einander zu sondern, und noch schwerer, sie der Berechnung zu unterwerfen. Aber die Körper des Sonnensystems, getrennt durch unermessliche Entfernungen, und der Leitung einer Grundkraft, deren Wirkungen sich leicht berechnen lassen, unterworfen, werden in ihren respectiven Bewegungen nur durch Kräfte gestört, welche so klein sind, daß man alle Veränderungen, welche die Zeitfolge hervorgebracht hat, und in diesem Systeme herbeyführen muß, in allgemeine Formeln zusammenfassen konnte. Man hat hier nichts mit unbestimmten Ursachen zu thun, die sich der Analysis nicht unterwerfen lassen, und welche die Einbildungskraft nach Willkühr modelt, um die Erscheinungen zu erklären. Das Gesez der allgemeinen Schwere hat den schätzbaren Vorzug, daß es auf Rechnung gebracht werden kann, und in der Vergleichung seiner Resultate mit den Beobachtungen das sicherste Mittel, sein Daseyn zu erweisen, an die Hand giebt. Man wird sehen, daß dieß große Naturgesez alle himmlischen Erscheinungen bis auf ihre kleinsten Umstände darstellt; daß es

anter ihren Ungleichheiten keine einzige giebt, die nicht mit einer bewundernswürdigen Genauigkeit daraus herflösse, und das es mehrere besondere Bewegungen veranlaßt hat, welche die Astronomen wahrgenommen haben, die aber zu verwickelt oder zu langsam sind, als das sie die Geseze derselben hätten erkennen können. Man hat also so wenig Ursache zu fürchten, neue Beobachtungen möchten dieß Gesez umstossen, das man vielmehr versichert seyn kann, das sie es immer mehr und mehr bestätigen werden, und man muß seine Folgen für eben so zuverlässig halten, als ob sie unmittelbar wären beobachtet worden.

Die tiefste Geometrie war unumgänglich nöthig, um diese verschiedenen Theorien aufzustellen. Ich habe sie in einer Abhandlung über die himmlische Mechanik gesammelt, die ich herauszugeben im Sinne habe. Hier werde ich mich darauf einschränken, die wichtigsten Resultate dieses Werks vorzulegen, wobey ich zugleich den Weg zeigen werde, auf welchem die Geometer dazu gelangt sind, und die Gründe davon bemerklich machen, so weit als dieses ohne Hülfe der Analysis sich thun läßt.

## Erstes Kapitel.

*Von dem Grundsaze der allgemeinen Schwere.*

Unter den Erscheinungen des Sonnensystems scheint die elliptische Bewegung der Planeten und Kometen am meisten dazu geschickt, uns auf das allgemeine Gesez der Kräfte, von welchen es getrieben wird, zu führen. Durch Beobachtung hat man gefunden, daß die durch die Radios Vectores der Planeten und Kometen um die Sonne beschriebenen Flächen den Zeiten proportionirt sind; nun hat man im zweyten Kapitel des vorigen Buchs gesehen, daß dazu erfordert wird, daß die Kraft, welche jeden dieser Körper ohne Unterlaß von der geraden Linie ablenkt, beständig gegen den Anfang des Radius Vector gerichtet sey; das gegen die Sonne gerichtete Bestreben der Planeten und Kometen ist also eine nothwendige Folge von der Proportionalität der durch die Radios Vectores beschriebenen Flächen mit den zu Beschreibung derselben angewandten Zeiten.

Um das Gesez dieses Bestrebens zu bestimmen, wollen wir annehmen, die Planeten bewegen sich in kreisförmigen Bahnen, welches nicht viel von der Wahrheit abweicht.

Die Quadrate ihrer realen Geschwindigkeiten sind alsdann den Quadraten der Halbmesser dieser Bahnen, dividirt durch die Quadrate ihrer Umlaufszeiten, proportionirt; aber nach den Keplerischen Gesezen verhalten sich die Quadrate dieser Zeiten zusammen, wie die Würfel eben dieser Halbmesser; folglich verhalten sich die Quadrate der Geschwindigkeiten umgekehrt wie diese Halbmesser. Man hat im Vorhergehenden gesehen, daß die Centralkräfte mehrerer in kreisförmiger Bewegung begriffenen Körper sich verhalten wie die Quadrate der Geschwindigkeiten dividirt durch die Halbmesser der beschriebenen Kreise; die Bestrebungen der Planeten gegen die Sonne verhalten sich demnach umgekehrt wie die Quadrate der Halbmesser ihrer für kreisförmig angenommenen Bahnen. Diese Voraussetzung ist zwar, man muß es gestehen, nicht ganz genau; da aber das beständige Verhältniß der Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten mit den Würfeln der großen Axen ihrer Bahnen von den Excentricitäten unabhängig ist, so ist es natürlich zu denken, daß es auch dann noch Statt finden würde, wenn diese Bahnen kreisförmig wären. Das Gesez der Schwere gegen die Sonne

im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen ist also durch dieses Verhältniß deutlich angezeigt.

Die Analogie macht uns geneigt, zu glauben, daß dieses Gesez, das sich von einem Planeten zum andern erstreckt, auch für den nämlichen Planeten, bey seinen verschiedenen Entfernungen von der Sonne auf gleiche Art Statt habe; seine elliptische Bewegung läßt in dieser Hinsicht keinen Zweifel übrig. Um dieß zu zeigen, wollen wir diese Bewegung verfolgen, indem wir den Planeten von der Sonnennähe ausgehen lassen. Seine Geschwindigkeit ist alsdann in ihrem Maximum, und sein Bestreben, sich von der Sonne zu entfernen, das größer ist als seine Schwere gegen dieses Gestirn, verlängert seinen Radius Vector, und macht mit der Richtung seiner Bewegung stumpfe Winkel. Die Schwere gegen die Sonne, nach dieser Richtung zerlegt, vermindert daher die Geschwindigkeit mehr und mehr, bis der Planet seine Sonnenferne erreicht hat. In diesem Punkte wird der Radius Vector wieder auf der Curve lothrecht, die Geschwindigkeit ist in ihrem Minimum; und da das Bestreben, sich von der Sonne zu entfernen, kleiner ist, als die

Schwere gegen die Sonne, so nähert sich der Planet derselben wieder, indem er den zweyten Theil seiner Ellipse beschreibt. In diesem Theile vermehrt seine Schwere gegen die Sonne seine Geschwindigkeit, wie sie vorher solche vermindert hatte, der Planet findet sich mit seiner anfänglichen Geschwindigkeit wieder bey der Sonnennähe ein, und fängt wieder einen neuen, dem vorigen ähnlichen, Umlauf an. Da indessen die Krümmung der Ellipse in der Sonnennähe und in der Sonnenferne die nämliche ist, so sind auch die Krümmungshalbmesser daselbst die nämlichen, und folglich verhalten sich die Centrifugalkräfte in diesen beyden Punkten zusammen wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Da die in einerley Zeit beschriebenen Sektoren einander gleich sind, so verhalten sich die Geschwindigkeiten in der Sonnennähe und Sonnenferne umgekehrt wie die zugehörigen Abstände des Planeten von der Sonne; die Quadrate dieser Geschwindigkeiten verhalten sich also umgekehrt wie die Quadrate eben dieser Abstände. Nun sind in der Sonnennähe und Sonnenferne die Centrifugalkräfte in den Peripherien der Krümmungskreise offenbar den Schweren des Planeten gegen die

Sonne gleich; folglich stehen diese Schweren im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen von diesem Gestirne.

So waren Huygens Lehrsätze von der Centrifugalkraft zureichend, um das Gesez des Bestrebens der Planeten gegen die Sonne zu erkennen; denn es ist sehr wahrscheinlich, daß ein Gesez, welches von einem Planeten zum andern Statt hat, und das sich für jeden Planeten in der Sonnennähe und Sonnenferne bestätigt, sich auf alle Punkte der Planetenbahnen, und überhaupt auf alle Entfernungen von der Sonne erstreckt. Aber um es auf eine unwidersprechliche Art vestzusezen, mußte man den allgemeinen Ausdruck der Kraft haben, die einen geworfenen Körper in einer Ellipse herumführt, gegen deren Brennpunkt sie gerichtet ist.

Newton fand, daß in der That diese Kraft dem Quadrate des Radius Vector umgekehrt proportionirt ist. Er mußte noch strenge beweisen, daß die Schwere gegen die Sonne von einem Planeten zum andern sich nur nach dem Verhältnisse der Entfernung von diesem Gestirne ändere. Dieser große Geometer zeigte, daß dieß aus dem Geseze folge, nach welchem die Quadrate der Um-



laufszeiten den Würfeln der großen Axen der Bahnen proportionirt sind. Setzt man also alle Planeten, in gleicher Entfernung von der Sonne, in Ruhe, und ihrer Schwere gegen den Mittelpunkt der letztern überlassen, so werden sie in gleicher Zeit von einerley Höhe fallen; und dieß Resultat muß man auch auf die Kometen ausdehnen, obgleich die großen Axen ihrer Bahnen unbekannt sind; denn wir haben im zweyten Buche gesehen, daß die Größe der durch ihre Radios Vectores beschriebenen Flächen das Gesez voraussetzt, daß die Quadrate ihrer Umlaufzeiten den Würfeln dieser Axen proportionirt seyen.

Die Analysis, welche vermöge ihrer Allgemeinheit alles umfaßt, was aus einem gegebenen Geseze hergeleitet werden kann, zeigt uns, daß nicht blos die Ellipse, sondern jeder Kegelschnitt, vermöge der Kraft, welche die Planeten in ihren Bahnen erhält, beschrieben werden könne. Ein Komet kann sich also in einer Hyperbel bewegen, aber alsdann würde er nur *einmal* sichtbar seyn, und nach seiner Erscheinung, sich bis über die Grenzen des Sonnensystems hinaus entfernen, und sich neuen Sonnen nähern, um

auch von diesen noch sich zu entfernen; und so würde er die verschiedenen durch den unermesslichen Himmelsraum vertheilten Systeme durchlaufen. Betrachtet man die unendliche Manchfaltigkeit der Natur, so ist es wahrscheinlich, daß es dergleichen Körper giebt. Ihre Erscheinungen müssen sehr selten seyn, und wir müssen meistens nur solche Kometen beobachten, welche in Bahnen, die in sich selbst zurücklaufen, wieder, auf grössere oder geringere Entfernungen, in die der Sonne nahe gelegenen Gegenden des Welt-raums kommen.

Auch die Trabanten haben ein ähnliches Bestreben gegen dieses Gestirn. Wäre der Mond nicht seiner Einwirkung unterworfen, so würde er, anstatt eine beynahe kreisförmige Bahn um die Erde zu beschreiben, sie gar bald verlassen; und wenn dieser Trabant und die des Jupiters nicht nach dem nämlichen Geseze, wie die Planeten, gegen die Sonne getrieben würden, so würden daraus in ihren Bewegungen merkliche Ungleichheiten entstehen, welche die Beobachtung nicht zu erkennen giebt. Die Kometen, die Planeten und die Trabanten sind also dem nämlichen Geseze der Schwere gegen dieses Gestirn unterworfen. Während

die Trabanten sich um ihren Planeten bewegen, wird zu gleicher Zeit das ganze System des Planeten und seiner Trabanten, mit einer gemeinschaftlichen Bewegung im Weltraume, fortgeführt, und durch die nämliche Kraft bey der Sonne erhalten; folglich ist die relative Bewegung des Planeten und seiner Trabanten ohngefähr die nämliche, wie wenn der Planet in Ruhe wäre, und keine fremde Einwirkung erführe.

So sind wir also ohne einige Hypothese, und durch eine nothwendige Folge der himmlischen Bewegungsgeseze darauf geleitet worden, den Mittelpunkt der Sonne als den Brennpunkt einer Kraft zu betrachten, die sich unbestimmbar weit durch den Weltraum verbreitet, im Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen abnimmt, und alle in ihrem Wirkungskreise eingeschlossenen Körper anzieht. Jedes der Kepplerischen Geseze entdeckt uns eine Eigenschaft dieser anziehenden Kraft; das Gesez der Proportionalität der Flächen und der Zeiten zeigt uns, daß sie beständig gegen den Mittelpunkt der Sonne gerichtet ist; die elliptische Gestalt der Planetenbahnen beweist uns, daß diese Kraft abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung zunimmt; und das Gesez der Pro-

portionalität der Quadrate der Umlaufzeiten mit den Würfeln der großen Axen der Bahnen lehrt uns, daß alle Körper in gleichen Entfernungen einerley Schwere gegen die Sonne haben. Wir wollen diese Schwere die *Attraction* der Sonne nennen, wenn wir sie in Beziehung auf den Mittelpunkt der Sonne, gegen welchen sie gerichtet ist, betrachten; denn, ohne die Ursache davon zu kennen, können wir, nach einer Vorstellungsart, wovon die Geometer oft Gebrauch machen, diese Erscheinung, als die Wirkung einer der Sonne inwohnenden Anziehungskraft, ansehen.

Da die Fehler, denen die Beobachtungen ausgesetzt sind, und die kleinen Störungen der elliptischen Bewegung der Planeten noch einige Ungewißheit in Ansehung der Resultate zurücklassen, die wir aus den Gesezen dieser Bewegung gezogen haben; so kann man den Saz noch bezweifeln, daß die Schwere gegen die Sonne genau in dem umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen abnehme. Aber, wie wenig sie auch von diesem Geseze abweiche, so würde doch der Unterschied in den Bewegungen der Sonnennähen der Planetenbahnen sehr merklich seyn. Die Sonnennähe der Erdbahn würde eine jährliche Bewe-

gung von 200" haben, wenn man die der Entfernung, welcher die Schwere gegen die Sonne umgekehrt proportionirt ist, zugehörige Kraft nur um ein Zehntausendtheilchen vermehrte; nach den Beobachtungen aber beträgt diese Bewegung nur 36,"4, und wir werden in der Folge die Ursache davon finden. Das Gesez der Schwere im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen trifft also wenigstens äusserst nahe zu, und seine grosse Einfachheit muß uns bestimmen, es so lange anzunehmen, als wir nicht durch die Beobachtungen genöthigt werden, es zu verlassen. Ohne Zweifel muß man die Einfachheit der Naturgeseze nicht nach der Leichtigkeit, womit wir sie uns vorstellen können, abmessen; aber, wenn die, welche uns die einfachsten zu seyn scheinen, mit allen Erscheinungen vollkommen übereinstimmen, so sind wir wohl berechtigt, sie als völlig genau anzusehen.

Die Schwere der Trabanten gegen den Mittelpunkt ihres Planeten ist eine nothwendige Folge der Proportionalität der durch ihre Radios Vectores beschriebenen Flächen mit den Zeiten, und das Gesez der Abnahme dieser Kraft im Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen ist durch die elliptische Gestalt ihrer Bahnen

angezeigt. Diese elliptische Gestalt ist bey den Bahnen des Jupiters, Saturns und Uranus kaum merklich; dadurch wird es schwer, das Gesez der Verminderung der Schwere durch die Bewegung eines jeden Trabanten zu bestätigen; aber das beständige Verhältniß der Quadrate ihrer Umlaufszeiten zu den Würfeln der großen Axen ihrer Bahnen zeigt solches augenscheinlich an, indem es uns zeigt, daß von einem Trabanten zum andern, die Schwere gegen den Planeten dem Quadrate der Entfernungen von seinem Mittelpunkte umgekehrt proportionirt ist.

Dieser Beweis fehlt uns bey der Erde, welche nur *einen* Trabanten hat; man kann ihn aber hier durch folgende Betrachtungen ersetzen.

Die Schwere erstreckt sich bis auf den Gipfel der höchsten Berge, und die geringe Verminderung, die sie dort erfährt, läßt uns nicht zweifeln, daß auch in viel größern Höhen ihre Wirkung noch merklich seyn würde. Ist es nun nicht natürlich, sie bis auf den Mond auszudehnen, und zu denken, die Kraft, welche dieses Gestirn in seiner Bahn erhält, sey seine Schwere gegen die Erde, so wie die Schwere gegen die Sonne die Planeten in ihren

respectiven Bahnen erhält? In der That scheinen diese beyden Kräfte von einerley Beschaffenheit zu seyn. Beyde durchdringen die innersten Theile der Materie, und treiben sie mit einerley Geschwindigkeit; denn wir haben gesehen, daß die Schwere gegen die Sonne alle in gleicher Entfernung von der Sonne befindlichen Körper gleichförmig anziehe, wie die Schwere gegen die Erde sie im leeren Raume in gleichen Zeiten von einerley Höhe zu fallen treibt.

Ein in einer großen Höhe mit einer gewissen Kraft in wagrechter Richtung geworfener Körper fällt in einer gewissen Entfernung auf die Erde zurück, nachdem er eine merklich parabolische Curve beschrieben hat. Er würde in größerer Entfernung zurückfallen, wenn die durch den Wurf erlangte Geschwindigkeit beträchtlicher wäre; und wenn man diese ohngefähr zu 21000 Fufs in einer Secunde annimmt, so würde der geworfene Körper, ohne den Widerstand der Atmosphäre, gar nicht zurückfallen, sondern wie ein Trabant um die Erde laufen.

Um den Mond aus diesem geworfenen Körper zu machen, braucht man ihn nur auf einerley Höhe mit diesem Gestirne zu er-

heben, und ihm die nämliche Wurfsbewegung zu geben.

Endlich erhält der Beweis der Identität von dem Bestreben des Mondes gegen die Erde mit der Schwere seine vollständige Bündigkeit durch die Bemerkung, daß man, um dieß Bestreben zu erhalten, nur die Schwere gegen die Erde nach dem allgemeinen Geseze der Veränderung der Anziehungskraft der Himmelskörper zu vermindern braucht. Dieß wollen wir so umständlich auseinander sezen, als es der Wichtigkeit dieses Gegenstandes angemessen ist.

Die Kraft, die den Mond jeden Augenblick von der Tangente seiner Bahn entfernt, führt ihn in einer Secunde durch einen Raum, welcher dem Quersinus des Bogens, den er in der nämlichen Zeit beschreibt, gleich ist, da dieser Sinus die Gröfse ist, um welche der Mond am Ende der Secunde, von der Richtung, die er am Anfange derselben hatte, sich entfernt hat. Man kann ihn durch die Entfernung des Mondes von der Erde bestimmen, welche die Mondparallaxe in Theilen des Erdhalbmessers giebt; um aber ein von den Ungleichheiten der Mondsbewegung unabhängiges Resultat zu erhalten, muß man den von diesen



diesen Ungleichheiten unabhängigen Theil dieser Parallaxe für seine mittlere Parallaxe annehmen.

Dieser Theil ist, in Beziehung auf den aus dem Schwerpunkte der Erde an ihre Oberfläche gehenden Radius unter dem Parallel, für welchen das Quadrat des Sinus der Breite  $\frac{1}{3}$  ist, nach den Beobachtungen, 10556" gleich. Wir wählen diesen Parallel, weil die Attraction der Erde in den übereinstimmenden Punkten seiner Fläche, sehr nahe wie in der Entfernung des Monds, der Masse der Erde, dividirt durch das Quadrat der Entfernung von ihrem Schwerpunkte gleich ist. Der von einem Punkte dieses Parallels nach dem Schwerpunkte der Erde gehende Halbmesser ist 19614648 Fufs groß; daraus läßt sich leicht schliessen, daß die Kraft, welche den Mond gegen die Erde treibt, ihn in einer Secunde durch 0,00312808 Fufs führt. Wir werden in der Folge sehen, daß die Wirkung der Sonne die Schwere des Monds um den 358sten Theil derselben vermindere; man muß daher die vorige Höhe um  $\frac{1}{358}$  vermehren, um sie von der Wirkung der Sonne unabhängig zu machen, und alsdann wird sie 0,00313682 Fufs. Aber bey seiner relativen Bewegung

II. Theil,

B

um die Erde wird der Mond durch eine Kraft getrieben, welche der Summe der Massen der Erde und des Mondes dividirt durch das Quadrat ihrer gegenseitigen Entfernung gleich ist. Um also die Höhe zu erhalten, von welcher der Mond bloß vermöge der Wirkung der Erde, in einer Secunde fallen würde, muß man den vorigen Raum in dem Verhältnisse der Masse der Erde zur Summe der Massen der Erde und des Mondes vermindern. Nun haben die Erscheinungen der Ebbe und Fluth des Meeres mir die Masse des Mondes  $\frac{1}{58,7}$  von der Erde gleich gegeben. Multiplicirt man also diesen Raum durch  $\frac{58,7}{59,7}$ , so erhält man 0,00308428 Fufs für die Höhe, von welcher die Attraction der Erde den Mond in einer Secunde zu fallen treibt.

Wir wollen nun diese Höhe mit derjenigen vergleichen, welche sich aus den Beobachtungen des Pendels ergibt. Unter dem Parallel, welchen wir betrachten, ist die Länge des Secundenpendels, nach dem zwölften Kapitel des ersten Buchs, 2,280923 Fufs gleich, welches für den Raum, durch welchen die Schwere die Körper in einer Secunde führt, 11,25591 Fufs giebt.

Aber unter diesem Parallel ist die Attraction der Erde kleiner, als die ganze Schwere (*gravité* \*), um zwey Drittheile der von der Umdrehung der Erde am Aequator herrührenden Centrifugalkraft, und diese Kraft ist  $\frac{v}{288}$  der Schwere \*\*); man muß daher den obigen Raum noch um den 432sten Theil desselben vermehren, um den Raum zu erhalten, der bloß vermöge der Wirkung der Erde durchloffen wird, welche unter diesem Parallel der Masse derselben, dividirt durch das Quadrat des Erdhalbmessers gleich ist; und so erhält man 11,28196 Fufs für diesen Raum. Für die Entfernung des Mondes muß er in dem Verhältnisse des Quadrats des Halbmessers des Erdsphäroids zu dem Quadrate der Entfernung dieses Gestirns vermindert werden; und da man ihn, zu dieser Absicht, wie man leicht sieht, nur mit dem Quadrate von der Tangente der Mondsparallaxe, oder von 10556" Secunden zu multipliciren braucht, so erhält man 0,00310187 Fufs für die Höhe, von welcher der Mond, vermöge der Attraction der Erde, in einer Secunde fallen muß.

\*) Man vergleiche I. Theil S. 292.

\*\*\*) Hier steht in der Urschrift das Wort *pesanteur*: vermöge der angeführten Stelle des ersten Theils sollte aber dafür stehen *gravité*.

Diese durch die Versuche mit dem Pendel bestimmte Höhe, ist von der, welche sich aus der unmittelbaren Beobachtung der Parallaxe ergibt, nur wenig unterschieden, und um sie einander gleich zu machen, braucht man nur die Mondparallaxe um 20" zu vermindern, und auf 1053"6 zu setzen. Diefs ist also die Parallaxe, die sich aus der Theorie der Schwere ergibt, und von der beobachteten nicht um  $\frac{1}{500}$  unterschieden ist, und in Betrachtung der Elemente, die zu ihrer Bestimmung dienen, glaube ich, dafs sie der letzteren vorzuziehen sey. Um aus der Theorie der Schwere die nämliche Parallaxe, wie aus den Beobachtungen, zu erhalten, brauchte man nur für die Masse des Mondes  $\frac{1}{89}$  von der der Erde anzunehmen, wie sie aus der durch Bradley bestimmten Gröfse der Nutation sich ergibt; aber alle Erscheinungen der Ebbe und Fluth stimmen dahin überein, diesem Trabanten eine ansehnlichere, und zwar sehr nahe eine so grofse Masse zu geben, wie wir sie oben zum Grunde gelegt haben. Wie dem aber auch sey, so liegt der kleine Unterschied der beyden Parallaxen in den Grenzen der Fehler der Beobachtungen, und der bey der Berechnung gebrauchten Elemen-

te; und es ist also erwiesen, daß die Hauptkraft, welche den Mond in seiner Bahn erhält, die im Verhältnisse des Quadrats der Entfernung verminderte Schwere sey. So ist also das Gesez der Verminderung der Schwere, welches für die von mehreren Trabanten begleiteten Planeten durch die Vergleichung ihrer Umläufe und ihrer Entfernungen bewiesen worden ist, für den Mond durch die Vergleichung seiner Bewegung mit der Bewegung geworfener Körper über der Erdoberfläche erwiesen. Die auf Bergspitzen angestellten Pendelbeobachtungen zeigten zwar schon diese Verminderung der Schwere auf der Erde an; aber wegen der in Ansehung des Erdhalbmessers unbedeutlichen Höhe auch der höchsten Berge waren sie nicht zureichend, um das Gesez davon zu entdecken; ein von uns entferntes Gestirn, wie der Mond, war erforderlich, um dieses Gesez sehr merklich zu machen, und um uns zu überzeugen, daß die Schwere auf der Erde nur ein besonderer Fall von einer durch das ganze Weltall verbreiteten Kraft ist.

Jede Erscheinung klärt die Naturgesetze mit neuem Lichte auf, und bestätigt sie. So zeigt uns die Vergleichung der Versuche

über die Schwere mit der Mondbewegung deutlich, daß man bey der Berechnung der Anziehungskräfte der Sonne und der Planeten den Anfangspunkt der Entfernungen in ihren Schwerpunkt setzen müsse; denn es ist offenbar, daß dieß für die Erde Statt hat, deren Anziehungskraft von der nämlichen Natur ist, wie die der Planeten und der Sonne.

Da die Sonne und die von Trabanten begleiteten Planeten mit einer im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen stehenden Anziehungskraft begabt sind, so veranlaßt uns eine starke Analogie, diese Eigenschaft auch auf die übrigen Planeten auszudehnen. Die allen diesen Körpern gemeinschaftliche Kugelgestalt zeigt offenbar, daß ihre kleinsten Theilchen um ihre Schwerpunkte durch eine Kraft erhalten werden, welche bey gleichen Entfernungen sie gleichförmig gegen diese Punkte zu treibt; aber die folgende Beobachtung läßt in dieser Hinsicht gar keinen Zweifel übrig. Wir haben gesehen, daß, wenn die Planeten und Kometen in gleicher Entfernung von der Sonne stünden, ihre Gewichte gegen dieses Gestirn ihren Massen proportionirt seyn würden; nun ist es aber ein allgemeines Naturgesetz, daß

die Gegenwirkung der Wirkung gleich und entgegengesetzt ist; alle diese Körper wirken also auf die Sonne zurück, ziehen sie, im Verhältnisse ihrer Massen an, und sind folglich mit einer im geraden Verhältnisse der Massen und im umgekehrten des Quadrats der Entfernungen stehenden Anziehungskraft begabt. Vermöge des nämlichen Grundsazes ziehen die Trabanten die Planeten und die Sonne nach eben dem Geseze an; und diese Anziehungskraft ist folglich allen Himmelskörpern gemeinschaftlich. Sie stört die elliptische Bewegung eines Planeten um die Sonne nicht, wenn man blos ihre gegenseitige Wirkung betrachtet. In der That ändert sich die relative Bewegung der Körper eines Systems nicht, wenn man ihnen eine gemeinschaftliche Geschwindigkeit ertheilt. Wenn man daher der Sonne und dem Planeten die Bewegung des ersten dieser beyden Körper, und die Einwirkung, welche er von dem zweyten erfährt, in entgegengesetzter Richtung beylegt, so kann die Sonne als unbeweglich betrachtet werden, aber alsdann wird der Planet durch eine im geraden Verhältnisse der Summe ihrer Massen und im umgekehrten des Quadrats der Entfernung stehende Kraft gegen sie ge-

trieben werden; seine Bewegung um die Sonne wird also elliptisch seyn, und man sieht durch die nämlichen Schlüsse, daß sie es auch dann noch seyn würde, wenn man annähme, das System des Planeten und der Sonne werde mit einer gemeinschaftlichen Bewegung im Weltraume fortgeführt. Auf gleiche Art ist es sichtbar, daß die elliptische Bewegung eines Trabanten durch die Translationsbewegung seines Planeten nicht gestört wird, und daß sie auch durch die Einwirkung der Sonne nicht gestört würde, wenn diese Einwirkung auf den Planeten genau so groß wäre, als auf den Trabanten.

Indessen hat die Wirkung eines Planeten auf die Sonne einen Einfluss auf die Dauer seines Umlaufs, welche kürzer wird, wenn der Planet größer ist, so daß das Verhältniß des Quadrats seiner Umlaufszeit zu dem Würfel der großen Axe seiner Bahn von seiner Masse abhängt. Da aber dieses Verhältniß für alle Planeten beynahe das nämliche ist, so müssen ihre Massen in Vergleichung mit der der Sonne sehr klein seyn; und dieß gilt eben so für die Trabanten in Vergleichung mit ihren Hauptplaneten.



Man darf ausserdem, um sich davon zu überzeugen, nur den Raumsinhalt dieser verschiedenen Körper betrachten.

Die Anziehungskraft der Himmelskörper kommt nicht blos ihren Massen im Ganzen, sondern jedem ihrer kleinsten Theilchen zu. Wenn die Sonne blos auf den Mittelpunkt der Erde wirkte, ohne jeden ihrer Theile besonders anzuziehen, so würden daraus in dem Weltmeere unvergleichbar gröfsere, und von denen, welche man wirklich daselbst beobachtet, sehr verschiedene Schwingungen entstehen. Die Schwere der Erde gegen die Sonne ist also das Resultat der einzelnen Schweren, aller ihrer Theilchen, welche folglich die Sonne im Verhältnisse ihrer respectiven Massen anziehen.

Ueberdies ist jeder Körper auf der Erde im Verhältnisse seiner Masse gegen ihren Mittelpunkt schwer; er wirkt also auf sie zurück, und zieht sie nach dem nämlichen Verhältnisse an. Wäre dieß nicht, und zöge irgend ein Theil der Erde, so klein man ihn auch annehmen mag, einen andern Theil nicht so an, wie er von ihm angezogen wird, so müßte sich der Schwerpunkt der Erde,

vermöge der Schwere im Weltraume bewegen, welches unmöglich ist.

Die himmlischen Erscheinungen, verglichen mit den Gesezen der Bewegung, führen uns also auf das große Naturgesez, daß *alle Theilchen der Materie einander, im geraden Verhältnisse der Massen, und im umgekehrten des Quadrats der Erscheinungen, wechselseitig anziehen.*

In dieser allgemeinen Gravitation sieht man schon beyläufig die Ursache der Störungen, welche die Himmelskörper erfahren. Denn da die Planeten und Kometen ihrer Wechselwirkung unterworfen sind, so müssen sie von den Gesezen der elliptischen Bewegung, welchen sie genau folgen würden, wenn sie bloß der Einwirkung der Sonne ausgesetzt wären, etwas abweichen. Die Trabanten, welche in ihren Bewegungen um ihre Planeten durch ihre wechselseitige Anziehung und durch die der Sonne gestört werden, weichen eben so von diesen Gesezen ab. Man sieht auch, daß die Theilchen eines jeden Himmelskörpers, die durch ihre Anziehung vereinigt werden, eine beynahe kugelförmige Masse bilden müssen, und daß das Resultat ihrer Wirkung auf die Oberfläche des Körpers alle

Erscheinungen der Schwere daselbst hervorbringen müsse. Man sieht ferner, daß die Umdrehungsbewegung der Himmelskörper ihre Kugelgestalt ein wenig ändern, und sie unter den Polen abplatteln müsse, und daß überdieß das Resultat ihrer wechselseitigen Wirkungen, da es nicht genau durch ihre Schwerpunkte geht, bey ihren Umdrehungsaxen Bewegungen hervorbringen müsse, die denen ähnlich sind, welche die Beobachtung bey denselben zu erkennen giebt.

Endlich übersieht man beyläufig, daß die von der Sonne und dem Monde mit ungleicher Stärke angezogenen Theilchen des Weltmeers eine Schwingungsbewegung, wie die Ebbe und Fluth des Meeres ist, haben müssen.

Es ist aber nöthig, diese verschiedenen Wirkungen des allgemeinen Grundsazes der Schwere weiter zu entwickeln, um ihm alle die Gewifsheit zu verschaffen, deren physische Wahrheiten fähig sind.

---

## Zweytes Kapitel.

*Von den Massen der Planeten und der Schwere  
auf ihrer Oberfläche.*

Auf den ersten Anblick scheint es unmöglich, die respectiven Massen der Sonne und der Planeten zu bestimmen, und die Höhe zu messen, von welcher die Körper auf ihrer Oberfläche in einer gegebenen Zeit vermöge der Schwere fallen. Aber die Verkettung der Wahrheiten unter einander führt auf Resultate, welche unzugänglich schienen, so lange der Grund, wovon sie abhängen, unbekannt war. So wurde die Messung der Stärke der Schwere auf den Planeten durch die Entdeckung der allgemeinen Gravitation möglich.

Wir wollen nun die im vorigen Buche beygebrachten Lehrsätze von der Centrifugalkraft wieder vornehmen. Es folgt daraus, daß die Schwere eines Trabanten gegen seinen Planeten zur Schwere der Erde gegen die Sonne sich verhalte, wie der mittlere Halbmesser der Bahn des Trabanten, dividirt durch das Quadrat der Zeit seines siderischen Umlaufs zur mittleren Entfernung der Erde von der Sonne, dividirt durch das Quadrat eines siderischen Jahres, sich verhält. Um diese

Schwere auf die nämliche Entfernung der Körper, die sie verursachen, zurückzuführen, muß man sie stückweise durch die Quadrate der Halbmesser der Bahnen, die vermöge ihrer Einwirkung beschrieben werden, multipliciren; und da, bey gleichen Entfernungen, die Massen ihren Attractionen proportionirt sind, so verhält sich die Masse der Erde zu der der Sonne wie der Würfel des mittleren Halbmessers der Bahn des Trabanten dividirt durch das Quadrat seiner siderischen Umlaufszeit zum Würfel der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne dividirt durch das Quadrat des siderischen Jahrs.

Wir wollen nun dieses Resultat auf den Jupiter anwenden. Zu dem Ende wollen wir bemerken, daß der mittlere Halbmesser der Bahn des vierten Trabanten in der mittleren Entfernung Jupiters von der Sonne einem Winkel von  $1530''{,}86$  zugehört. Aus der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne gesehen würde dieser Halbmesser unter einem Winkel von  $7964''{,}75$  erscheinen, der Halbmesser des Kreises enthält  $636619''{,}8$ ; folglich sind die mittleren Halbmesser der Bahn des vierten Trabanten und der Erdbahn in dem Verhältnisse dieser zwey letzten Zahlen.

Die siderische Umlaufszeit des vierten Trabanten beträgt 16,6800, und das siderische Jahr 365,2564 Tage. Geht man von diesen Bestimmungsstücken aus, so findet man

$\frac{1}{1066,08}$  für die Masse des Jupiters, wenn

die der Sonne für die Einheit angenommen wird. Um sie genauer zu erhalten, muß man den Nenner dieses Bruchs um eine Einheit vermehren, weil die Kraft, welche den Jupiter in seiner relativen Bahn um die Sonne erhält, die Summe der Attractionen der Sonne und des Jupiters ist; die Masse dieses Planeten ist also

$\frac{1}{1067,08}$ .

Durch das nämliche Verfahren habe ich die Massen des Saturns und des Uranus bestimmt. Auch die der Erde kann auf eben diese Art berechnet werden; aber die nachfolgende Methode ist noch genauer.

Wenn man die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne für die Einheit annimmt, so ist der von der Erde in einer Zeitsecunde beschriebene Bogen das Verhältniß der Peripherie zum Halbmesser dividirt durch die Zahl der Secunden des siderischen Jahrs, oder durch 36525638",4. Dividirt man das Quadrat dieses

Bogens mit dem Durchmesser, so erhält man  $\frac{1479565}{10^{20}}$  für seinen Quersinus; und diefs ist die Gröfse, um welche die Erde, vermöge ihrer relativen Bewegung um die Sonne, in einer Secunde gegen die letztere fällt. Wir haben im vorigen Kapitel gesehen, dafs unter dem Erdparallel, für welchen das Quadrat des Sinus der Breite  $\frac{1}{3}$  ist, die Attraction der Erde die Körper in einer Secunde durch 11,28196 Fufs zu fallen treibe. Um diese Attraction auf die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zu bringen, muß man dieses Product durch die Zahl der Fufse, welche diese Entfernung enthält, dividiren. Nun ist der Erdhalbmesser unter dem Parallel, welchen wir betrachten, 19614648 Fufs groß; dividirt man also diese Zahl mit der Tangente der Sonnenparallaxe oder mit  $27'',2$ , so erhält man den mittleren Halbmesser der Erdbahn in Fufsen ausgedrückt.

Daraus folgt, dafs die Wirkung der Attraction der Erde in der mittleren Entfernung dieses Planeten von der Sonne dem Producte des Bruchs  $\frac{11,28196}{19614648}$  durch den Würfel der Tangente von  $27'',2$  gleich ist; sie ist also

$\frac{4.486113}{10^{20}}$  gleich. Nimmt man diesen Bruch

von  $\frac{1479565}{10^{20}}$  weg, so erhält man  $\frac{1479560,4}{10^{20}}$

für die Wirkung der Attraction der Sonne in der nämlichen Entfernung. Die Massen der Sonne und der Erde sind also in dem Verhältnisse der Zahlen 1479560,5 und 4,486113; woraus für die Masse der Erde die Gröfse von

$\frac{1}{329809}$  folgt. Ist die Sonnenparallaxe von

der von uns angenommenen etwas unterschieden, so muß der Werth von der Masse der Erde sich ändern, wie der Würfel dieser Parallaxe in Vergleichung mit der von 27",2.

Die folgenden Werthe der Massen der Planeten, die keine Trabanten haben, sind durch die seculären Veränderungen bestimmt worden, welche die Wirkung dieser Körper in den Elementen des Sonnensystems hervorbringt.

Die Massen der Venus und des Mars habe ich aus der seculären Abnahme der Schiefe der Ekliptik, diese zu 154",3, und aus der Beschleunigung der mittleren Bewegung des Mondes, diese für das erste Jahrhundert von 1700 an gerechnet, zu 34",36 angenommen, hergeleitet.

Merkurs.



Merkurs Masse ist durch sein Volumen bestimmt worden, unter der Voraussetzung, daß die Dichtigkeiten dieses Planeten und der Erde im umgekehrten Verhältnisse ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne stehen, zwar eine sehr willkührliche Voraussetzung, die aber den respectiven Dichtigkeiten der Erde, des Jupiters und des Saturns sehr genau Genüge thut. Man wird einst alle diese Werthe berichtigen müssen, wenn man mit der Zeit die secularen Veränderungen der Bewegungen und Bahnen der Himmelskörper besser wird kennen gelernt haben.

Die Massen der von Trabanten begleiteten Planeten müssen auch noch durch sehr genaue Beobachtungen der grössten Elongation der Trabanten von ihren Planeten mit Rücksicht auf die elliptische Gestalt ihrer Bahnen berichtigt werden.

Massen der Planeten,  
wenn die der Sonne zur Einheit angenommen  
wird.

Merkur	<u>I</u>
	2025810
Venus	<u>I</u>
	383137

II. Theil.

C

Erde . . . . .	<u>I</u> 329809
Mars . . . . .	<u>I</u> 1846082
Jupiter . . . . .	<u>I</u> 1067,09
Saturn . . . . .	<u>I</u> 3359,40
Uranus . . . . .	<u>I</u> 19504

Die Dichtigkeiten der Körper verhalten sich wie die Massen, dividirt durch die Volumina, und wenn die Körper beynahe kugelförmig sind, so verhalten sich ihre Volumina wie die Würfel ihrer Halbmesser; folglich verhalten sich alsdann die Dichtigkeiten wie die Massen dividirt durch die Würfel der Halbmesser. Aber um grössere Genauigkeit zu erhalten, muß man für den Halbmesser eines Planeten denjenigen nehmen, welcher dem Parallel zugehört, für welchen das Quadrat des Sinus der Breite  $\frac{1}{3}$  ist, und welcher einem Drittheile von der Summe des Polarhalbmessers und des doppelten Aequatorialhalbmessers gleich ist.

Auf solche Art findet man, daß, wenn man die mittlere Dichtigkeit der Sonne zur Einheit annimmt, die der Erde, des Jupiters, Saturns und Uranus 3,93933; 0,86014; 0,49512; 1,13757 ist. Es ist aber zu bemerken, daß die Fehler in den Messungen der scheinbaren Durchmesser der Planeten, und die Irradiation, welche wir, wegen der Schwierigkeit, sie zu bestimmen, nicht in Rechnung gebracht haben, einen sehr merklichen Einfluß auf diese Resultate haben können.

Wir wollen noch bemerken, daß der obige Werth der Dichtigkeit der Erde von der Sonnenparallaxe unabhängig ist, denn ihre Masse und ihr Volumen, mit denen der Sonne verglichen, wachsen beyde wie der Würfel dieser Parallaxe.

Die Messungen der größten Elongationen der Trabanten von ihren Planeten, und der Durchmesser der letzteren verdienen besonders die Aufmerksamkeit der Beobachter, weil davon die Kenntniß der Massen und der Dichtigkeiten der Planeten abhängt. Newton hat ein sehr einfaches Mittel vorgeschlagen, die scheinbaren Durchmesser von der Wirkung der Irradiation zu befreyen. Es besteht darin, daß man bey Nacht den Schein einer Lampe

durch eine Oeffnung beobachtet, welche weit entfernt, und klein genug ist, um nur einen Theil des Lichts sehen zu lassen. Man vermindert die Lebhaftigkeit des Lichts und die Oeffnung so lange, bis die Lampe genau die nämliche Gröfse, und den nämlichen Glanz, wie der Planet, zu haben scheint; alsdann giebt das Verhältniß der Oeffnung zu ihrer Entfernung von dem Beobachter den Durchmesser dieses Planeten sehr genau. Man könnte auf solche Art auch die Erscheinungen von dem Ringe des Saturns darstellen, und die Abmessungen des innern und äussern Rings bestimmen, welche die Irradiation sehr ungewiß macht.

Um die Gröfse der Schwere auf der Oberfläche der Sonne und der Planeten zu erhalten, erwägen wir, daß, wenn Jupiter und die Erde genau kugelförmig, und ohne Umdrehungsbewegung wären, die Schweren unter ihrem Aequator den Massen dieser Körper, dividirt durch die Quadrate ihrer Durchmesser, proportionirt seyn würden. Nun ist in der mittleren Entfernung der Sonne von der Erde Jupiters Aequatorialdurchmesser  $626''{,}26$ , und der Aequatorialdurchmesser der Erde  $54''{,}5$ ; drückt man also das Gewicht eines Körpers an

dem Erdäquator durch die Einheit aus, so würde das Gewicht dieses Körpers, an den Aequator Jupiters gebracht, 2,509 seyn; man muß aber, um die Wirkungen der von der Umdrehung dieser Planeten herrührenden Centrifugalkräfte in Anschlag zu bringen, dieses Gewicht ohngefähr um ein Neuntel vermindern. Der nämliche Körper würde an dem Aequator der Sonne 27,65 wiegen, und die schweren Körper durchlaufen daselbst 311 Fufs in der ersten Secunde ihres Falls.

---

### D r i t t e s   K a p i t e l .

#### *Von den Störungen der elliptischen Bewegung der Planeten.*

**W**ären die Planeten blos der Wirkung der Sonne unterworfen, so würden sie um dieselbige elliptische Bahnen beschreiben; aber sie wirken auch auf einander selbst, und wirken auf gleiche Art auf die Sonne, und aus diesen verschiedenen Attractionen entstehen in ihren elliptischen Bewegungen Störungen, welche die Beobachtungen beyläufig wahrnehmen lassen, und welche nothwendig bestimmt werden müssen, um genaue Tafeln der Be-

wegungen der Planeten zu erhalten. Die strenge Auflösung dieser Aufgabe übersteigt gegenwärtig die Kräfte der Analysis, und wir sind daher genöthigt, uns an Näherungen zu halten. Glücklicherweise wird uns dieses durch die geringe Ausdehnung der Massen der Planeten in Vergleichung mit der der Sonne, und durch die geringe Excentricität und Neigung ihrer Bahnen sehr erleichtert. Indessen bleibt die Sache noch sehr verwickelt, und es werden die feinsten und schwersten Kunstgriffe der Analysis unerläßlich erfordert, um aus der unendlichen Menge von Ungleichheiten, welchen die Planeten unterworfen sind, die merklichen auszusondern, und ihre Werthe zu bestimmen.

Die Störungen der elliptischen Bewegung der Planeten können in zwey sehr verschiedene Klassen getheilt werden; die einen werden von den Elementen der elliptischen Bewegung verursacht; diese wachsen äusserst langsam, und man hat sie daher *seculare Ungleichheiten* genannt. Die andern sind von den Stellungen der Planeten theils gegen einander, theils gegen ihre Knoten und ihre Sonnen nähén abhängig, und finden sich allemal wieder ein, so oft diese Stellungen wieder die näm-

lichen werden; man hat sie *periodische Ungleichheiten* genannt, um sie von den *secularen Ungleichheiten* zu unterscheiden, die zwar auch periodisch sind, aber deren viel längere Perioden von der gegenseitigen Stellung der Planeten unabhängig sind.

Die einfachste Art, diese verschiedenen Störungen zu betrachten, besteht darin, daß man sich einen Planeten vorstellt, der sich, den Gesetzen der elliptischen Bewegung gemäß, in einer Ellipse bewegt, deren Elemente durch unmerkliche Abstufungen sich ändern, und daß man sich zugleich vorstellt, der wahre Planet mache um diesen erdichteten Planeten Schwingungen in einer sehr kleinen Bahn, deren Beschaffenheit von seinen periodischen Ungleichheiten abhängt. Auf solche Art werden seine *secularen Ungleichheiten* durch die des erdichteten Planeten, und seine *periodischen Ungleichheiten* durch seine Bewegung um eben diesen Planeten dargestellt.

Wir wollen zuerst die *secularen Ungleichheiten* betrachten, die, indem sie sich mit den Jahrhunderten entwickeln, auf die Länge die Gestalt und Lage aller Planetenbahnen ändern müssen. Die beträchtlichste unter diesen *Ungleichheiten* ist diejenige, welche auf

die mittleren Bewegungen der Planeten einen Einfluss haben kann. Vergleicht man die seit der Wiederherstellung der Astronomie gemachten Beobachtungen mit einander, so scheint die Bewegung des Jupiters schneller, und die des Saturns langsamer, als nach der Vergleichung eben dieser Beobachtungen mit den älteren. Daraus haben die Astronomen geschlossen, daß die erste dieser Bewegungen von einem Jahrhunderte zum andern sich beschleunige, während die andere sich vermindere; und um auf diese Veränderungen Rücksicht zu nehmen, haben sie in die Tafeln dieser Planeten zwey *seculare* Gleichungen, die wie die Quadrate der Zeiten wachsen, eingeführt, wovon die eine zu der Bewegung des Jupiters addirt, die andere von der des Saturns abgezogen werden muß. Nach Halley ist die *seculare* Gleichung des Jupiters  $106''{,}02$  für das erste Jahrhundert von 1700 an gerechnet, und die zugehörige Gleichung des Saturns ist  $256''{,}94$ . Es war natürlich, die Ursache davon in der gegenseitigen Wirkung dieser zwey beträchtlichsten Planeten unsers Systems zu suchen. Euler, der sich zuerst damit beschäftigte, fand eine *Seculargleichung*, die für diese beyde Planeten gleich ist, und zu ih-



ren mittleren Bewegungen addirt werden muß, welches den Beobachtungen widerspricht. Lagrange erhielt in der Folge Resultate, die mit ihnen besser übereinstimmen; andere Geometer fanden andere Gleichungen. Gereizt durch diese Verschiedenheiten untersuchte ich diesen Gegenstand von neuem, und wandte die größte Sorgfalt auf seine Erörterung, und so gelangte ich zu dem wahren analytischen Ausdrücke der secularen Ungleichheit der mittleren Bewegung der Planeten. Da ich in demselben die Zahlenwerthe für den Jupiter und Saturn an die gehörigen Stellen setzte, sahe ich mit Verwunderung, dafs er auf Null gebracht wurde. Ich vermuthete, dafs dies nicht blofs bey diesen Planeten zutreffen dürfte, und dafs, wenn man diesen Ausdruck auf die einfachste mögliche Form brächte, dadurch, dafs man die verschiedenen darin enthaltenen Gröfsen, mittelst der zwischen ihnen Statt findenden Verhältnisse, auf die kleinste Zahl zurückführte, alle Glieder desselben einander aufheben dürften. Die Rechnung bestätigte diese Vermuthung, und lehrte mich, dafs überhaupt die mittleren Bewegungen der Planeten, und ihre mittleren Entfernungen von der Sonne unveränderlich sind,

wenigstens wenn man die Biquadrate der Excentricitäten und der Neigungen der Bahnen und die Quadrate der störenden Kräfte aus der Acht läßt, was für die jezigen Bedürfnisse der Astronomie mehr als zureichend ist. Lagrange hat seitdem dieses Resultat bestätigt, indem er durch eine sehr schöne Methode zeigte, daß es selbst dann Statt finde, wenn man auf Potenzen und Producte von jeder Ordnung bey den Excentricitäten und Neigungen Rücksicht nimmt.

501 Folglich hängen die beobachteten Veränderungen in den mittleren Bewegungen des Jupiters und Saturns nicht von ihren secularen Ungleichheiten ab.

502 Die Beständigkeit der mittleren Bewegungen der Planeten und der großen Axen ihrer Bahnen ist eine der merkwürdigsten Erscheinungen des Weltsystems. Alle anderen Elemente der elliptischen Planetenbahnen sind veränderlich; diese Ellipsen nähern sich der Figur des Kreises oder entfernen sich von ihr, beydes ganz unmerklich; ihre Neigungen gegen eine unbewegliche Ebene und gegen die Ekliptik wachsen oder nehmen ab; ihre Sonnen nähern und ihre Knoten sind in Bewegung. Diese durch die gegenseitige Wirkung der Pla-

neten verursachte Veränderungen gehen so langsam vor sich, daß sie mehrere Jahrhunderte hindurch den Zeiten ohngefähr proportionirt sind. Nunmehr haben die Beobachtungen sie bekannt gemacht; wir haben im ersten Buche gesehen, daß die Sonnennähe der Erdbahn eine jährliche rechtläufige Bewegung von  $36''{,}7$  hat, und daß ihre Neigung gegen den Aequator jährlich um  $154''{,}3$  abnimmt. Euler hat zuerst die Ursache dieser Abnahme entwickelt, zu deren Hervorbringung jezt alle Planeten durch die respective Lage der Ebenen ihrer Bahnen zusammenwirken. Die alten Beobachtungen sind nicht genau genug, und die neueren sind einander zu nahe, als daß man darnach die Größen dieser beträchtlichen Veränderungen bestimmen könnte; indessen stimmen sie darin überein, ihr Daseyn zu beweisen, und zu zeigen, daß ihr Gang derselbige ist, wie er aus der Theorie der Schwere folgt. Man könnte also vermittelst dieser Theorie den Beobachtungen vorgreifen, und die wahren Werthe der secularen Ungleichheiten der Planeten angeben, wenn ihre Massen genau bekannt wären. Aber wir kennen bis jezt nur die Massen der von Trabanten begleiteten Planeten; die andern werden nicht eher

genau bestimmt werden, als bis die Folge der Zeit diese Ungleichheiten zureichend entwickelt haben wird, um die Größe dieser Massen mit Genauigkeit daraus zu schliessen. Alsdann erst wird man in Gedanken zu den Veränderungen zurückgehen können, welche das Planetensystem nach einander erfahren hat; man wird diejenigen voraussehen können, welche künftige Jahrhunderte den Beobachtern darbieten werden, und der Geometer wird in seinen Formeln alle vergangenen und künftigen Zustände dieses Systems mit einem Blicke umfassen. Die im fünften Kapitel des zweyten Buchs aufgestellte Tafel enthält die secularen Veränderungen, welche aus den den Planeten vorläufig ertheilten Massen sich ergeben.

Hier bieten sich nun mehrere erhebliche Fragen dar. Sind die elliptischen Planetenbahnen immer ohngefähr kreisförmig gewesen, und werden sie es immer seyn? Sind nicht einige Planeten ursprünglich Kometen gewesen, deren Bahnen, vermöge der Attraction der andern Planeten, sich nach und nach dem Kreise genähert haben? Wird die Abnahme der Schiefe der Ekliptik so lange fortfahren, bis die Ekliptik mit dem Aequator zusammen-

fällt, welches eine beständige Gleichheit der Tage und Nächte auf der ganzen Erde zur Folge haben würde?

Die Analysis beantwortet diese Fragen auf eine befriedigende Art. Mir ist es gelungen zu beweisen, daß, wie groß immer die Massen der Planeten seyn mögen, schon vermöge des einzigen Umstands, daß sie alle nach einerley Richtung, und in wenig excentrischen und gegen einander wenig geneigten Bahnen sich bewegen, ihre secularen Ungleichheiten periodisch und in geraden Grenzen eingeschlossen sind, so daß das Planetensystem bloß um einen gewissen mittleren Zustand Schwingungen macht, wovon es sich nie weiter als um eine sehr geringe Größe entfernt. Die elliptischen Planetenbahnen sind also immer beynahe kreisförmig gewesen, und werden es immer seyn; woraus folgt, daß kein Planet ursprünglich ein Komet gewesen ist; wenigstens wenn man bloß auf die gegenseitige Wirkung der Körper des Planetensystems Rücksicht nimmt. Die Ekliptik wird auch nie mit dem Aequator zusammenfallen, und die ganze Größe der Veränderungen ihrer Neigung kann zwey Grade nicht übersteigen.

Die Bewegungen der Planetenbahnen und der Fixsterne werden einst den Astronomen zu schaffen machen, wenn sie genaue Beobachtungen, die durch lange Zwischenzeiten getrennt sind, zu vergleichen suchen werden. Diese Schwierigkeit fängt bereits an merklich zu werden; es ist also von Wichtigkeit, mitten unter allen diesen Veränderungen eine unveränderliche Ebene wieder finden zu können. Es giebt eine solche, die diese merkwürdige Eigenschaft besitzt, und auf welche es eben so natürlich ist, die Planetenbahnen zu beziehen, als die Bewegung eines Systems von Körpern auf den Schwerpunkt desselben. Diese Ebene kann durch die folgende Regel leicht bestimmt werden.

Wenn man für einen beliebigen Augenblick auf einer Ebene, die durch der Sonne Mittelpunkt geht, an die aufsteigenden Knoten der auf die letztere Ebene bezogenen Planetenbahnen gerade Linien zieht, und auf diesen, vom Mittelpunkte der Sonne an gerechnet, Stücke nimmt, welche den Tangenten der Neigungen der Bahnen gegen diese Ebene gleich sind; wenn man ferner an die Endpunkte dieser Linien Massen setzt, die den Massen der Planeten, durch die Quadratwur-

zeln der Parameter der Bahnen und durch die Cosinus ihrer Neigungen stückweise multiplicirt, proportionirt sind; wenn man endlich den Schwerpunkt dieses neuen Systems von Massen bestimmt: so wird die aus der Sonne Mittelpunkte an diesen Punkt gehende gerade Linie die Tangente der Neigung der unveränderlichen Ebene gegen die gegebene Ebene seyn; und wenn man sie über diesen Punkt hinaus bis an den Himmel verlängert, so wird sie daselbst die Lage ihres aufsteigenden Knoten bezeichnen.

Wie auch immer die Veränderungen beschaffen seyn mögen, welche die Folge der Jahrhunderte in den Planetenbahnen herbeiführt, und auf was für eine Ebene man sie immer beziehen mag; so wird die nach dieser Regel bestimmte Ebene immer die nämliche seyn. Ihre Lage hängt in der That von den Massen der Planeten ab; aber die von Trabanten begleiteten haben auf diese Lage den meisten Einfluß, und die Massen der übrigen Planeten werden bald hinlänglich bekannt werden, um sie mit Genauigkeit vestzusezen. Nimmt man die obigen Werthe der Massen der Planeten, und die der Elemente ihrer Bahnen an, welche die im fünften Kapitel des

zweyten Buchs befindliche Tafel enthält; so findet man, daß, für den Anfang des Jahrs 1750, die Länge des aufsteigenden Knoten der unveränderlichen Ebene  $114^{\circ},4383$  und ihre Neigung gegen die Ekliptik  $1^{\circ},7691$  war.

Wir nehmen hier auf die Kometen keine Rücksicht, die indessen, da sie einen Theil des Sonnensystems ausmachen, zur Bestimmung dieser unveränderlichen Ebene beygezogen werden müssen. Es würde leicht seyn, nach der obigen Regel auf sie Rücksicht zu nehmen, wenn ihre Massen und die Elemente ihrer Bahnen bekannt wären. Aber bey der Unwissenheit, worin wir uns in Ansehung dieser Gegenstände befinden, setzen wir die Massen der Kometen klein genug, daß ihre Wirkung auf das Planetensystem unmerklich wird; und dieß hat viel Wahrscheinlichkeit, weil die Theorie der wechselseitigen Attraction der Planeten zureicht, um alle beobachteten Ungleichheiten ihrer Bewegungen darzustellen. Wenn übrigens die Wirkung der Kometen auf die Länge merklich wird, so muß sie vorzüglich die Lage der Ebene ändern, die wir für unveränderlich annehmen, und unter diesem neuen Gesichtspunkte wird die Betrachtung dieser Ebene auch dann noch nützlich seyn,



seyn, wenn man zur Kenntniß ihrer Veränderungen gelangt, welches große Schwierigkeiten haben wird.

Die auf das Gesez der allgemeinen Schwere gegründete Theorie der secularen und periodischen Ungleichheiten der Bewegung der Planeten hat den astronomischen Tafeln eine Genauigkeit gegeben, welche die Richtigkeit und den Nutzen dieser Theorie erprobt. Durch ihre Hülfe haben die Sonnentafeln, die zum wenigsten um zwey Minuten von den Beobachtungen abwichen, die Genauigkeit der Beobachtungen selbst erlangt. Diese Ungleichheiten sind besonders bey den Bewegungen des Jupiters und Saturns merklich, und sie zeigen sich dabey unter einer so verwickelten Gestalt, und die Dauer ihrer Perioden ist so beträchtlich, daß mehrere Jahrhunderte erforderlich waren, um die Geseze derselben nach bloßen Beobachtungen zu bestimmen, welchen es dießfalls die Theorie zuvorgethan hat.

Nachdem ich die Unveränderlichkeit der mittleren Bewegungen der Planeten erkannt hatte, so vermuthete ich, die beobachteten Veränderungen in den mittleren Bewegungen des Jupiters und Saturns dürften von der Wirkung der Kometen herrühren. Lalande hatte

bey der Bewegung des Saturns Ungleichheiten bemerkt, die nicht von der Wirkung des Jupiters abzuhängen schienen; er fand ihre Rückkehr zur Frühlingsnachtgleiche in diesem Jahrhunderte schneller, als die zur Herbstnachtgleiche, ungeachtet die Lagen des Jupiters und Saturns sowohl unter einander als in Ansehung ihrer Sonnennähen ohngefähr die nämlichen waren. Lambert hatte noch bemerkt, daß die mittlere Bewegung des Saturns, die von einem Jahrhunderte zum andern vermindert zu werden schien, wenn er neuere Beobachtungen mit älteren verglich; im Gegentheile, bey der Vergleichung der neueren Beobachtungen unter einander, beschleuniget zu werden schien, während die mittlere Bewegung des Jupiters die entgegengesetzten Erscheinungen zeigte. Diefs alles machte geneigt zu glauben, daß von der Wirkung des Jupiters und Saturns unabhängige Ursachen ihre Bewegungen geändert hätten.

Als ich aber weiter darüber nachdachte, schien mir der Gang der beobachteten Veränderungen in den mittleren Bewegungen dieser beyden Planeten mit ihrer gegenseitigen Attraction so wohl übereinzustimmen, daß ich keinen Anstand nahm, die Hypothese von jeder fremden Einwirkung zu verwerfen.

Das ist ein merkwürdiges Resultat der gegenseitigen Wirkung der Planeten, dafs, wenn man blos auf die Ungleichheiten von sehr langen Perioden sieht, die Summe der Massen aller Planeten, wenn sie stückweise durch die großen Axen ihrer Bahnen dividirt werden, immer sehr nahe beständig ist. Daraus folgt, dafs, da die Quadrate der mittleren Bewegungen den Würfeln dieser Axen umgekehrt proportionirt sind, wenn die Bewegung des Saturns durch Jupiters Wirkung aufgehalten wird, die des Jupiters durch Saturns Wirkung beschleuniget werden müsse, und dies ist den Beobachtungen gemäß.

Ich sahe überdies, dafs das Verhältniß dieser Veränderungen das nämliche war, wie nach dem vorigen Saze. Setzt man mit Halley die Verminderung der Bewegung des Saturns für das erste Jahrhundert von 1700 an gerechnet, auf 256,"94, so wäre die zugehörige Beschleunigung des Jupiters 109,"80, und Halley hatte durch die Beobachtungen 106,"02 gefunden. Es war also sehr wahrscheinlich, dafs die beobachteten Veränderungen in den mittleren Bewegungen des Jupiters und Saturns eine Folge ihrer wechselseitigen Einwirkung seyen. Und da es gewiß

ist, daß diese Wirkung in denselben keine Ungleichheiten, weder beständig zunehmende noch periodische, hervorbringen kann, die eine Periode hielten, welche von der Stellung dieser Planeten unabhängig wäre, und daß sie in denselben keine andere Ungleichheiten hervorbringt, als solche, die sich auf diese Stellung beziehen; so war es natürlich zu denken, daß in ihrer Theorie eine beträchtliche Ungleichheit dieser Art vorhanden sey, deren Periode sehr lange ist, und aus welcher diese Veränderungen entstehen.

Die Ungleichheiten dieser Art vermehren sich, ob sie schon in den Differentialgleichungen sehr klein, und beynahe unmerklich sind, durch die Integrationen beträchtlich, und können in dem Ausdrücke der Länge der Planeten große Werthe erhalten. Es war mir leicht, das Daseyn ähnlicher Ungleichheiten in den Differentialgleichungen der Bewegungen des Jupiters und Saturns zu erkennen. Diese Bewegungen sind sehr nahe commensurabel, und die mittlere Bewegung des Saturns fünfmal genommen, ist dem Doppelten von der des Jupiters sehr nahe gleich. Daraus schloß ich, daß die Stücke, welche zum Argument haben das Fünffache der mittlere

Länge des Saturns weniger dem Doppelten von der des Jupiters, durch die Integrationen sehr merklich werden könnten, ohngeachtet sie durch die Würfel und Producte von drey Dimensionen der Excentricitäten und der Neigungen der Bahnen multiplicirt wären. Ich betrachtete folglich diese Stücke als eine sehr wahrscheinliche Ursache der beobachteten Veränderungen in den mittleren Bewegungen dieser Planeten. Die Wahrscheinlichkeit dieser Sache, und die Wichtigkeit des Gegenstandes bestimmten mich, die mühsame Berechnung vorzunehmen, die nöthig war, um mich davon zu versichern. Das Resultat dieser Berechnung bestätigte gänzlich meine Vermuthung, indem es mir zeigte, 1) daß in der Theorie des Saturns eine große Ungleichheit vorhanden sey, die in ihrem Maximum  $9024, \frac{7}{7}$  beträgt, und eine Periode von  $917\frac{3}{4}$  Jahren hat. 2) Daß die Bewegung des Jupiters einer übereinstimmenden Ungleichheit unterworfen sey, deren Gesez und Periode die nämlichen sind, die aber, da sie ein entgegengesetztes Zeichen führt, sich nicht höher als auf  $3856, \frac{5}{5}$  beläuft.

Auf diese zwey zuvor unbekannte Ungleichheiten muß man die scheinbare Ver-

minderung der Bewegung des Saturns und die scheinbare Beschleunigung von der des Jupiters beziehen. Diese Erscheinungen hatten um das Jahr 1560 ihr Maximum erreicht; seit dieser Epoche haben sich die scheinbaren mittleren Bewegungen dieser zwey Planeten ihren wahren mittleren Bewegungen genähert, und im Jahr 1790 sind sie ihnen gerade gleich gewesen. Nun sieht man also, warum Halley, da er die neueren Beobachtungen mit den älteren verglich, die mittlere Bewegung des Saturns langsamer, und die des Jupiters schneller fand, als durch die Vergleichung der neueren Beobachtungen unter sich, da im Gegentheile die letzteren Lambert eine Beschleunigung in der Bewegung des Saturns und eine Verminderung in der des Jupiters zeigten; und es ist merkwürdig, daß die durch Halley und Lambert aus den bloßen Beobachtungen hergeleiteten Größen dieser Erscheinungen sehr nahe dieselbigen sind, die sich aus den zwey eben erwähnten großen Ungleichheiten ergeben. Wäre die Astronomie um vier und ein halbes Jahrhundert später wieder hergestellt worden, so würden die Beobachtungen entgegengesetzte Erscheinungen gezeigt haben.

Die mittleren Bewegungen, welche die Astronomie eines Volks dem Jupiter und Saturn anweist, können uns also über die Zeit, da sie gestiftet worden ist, belehren. Auf solche Art findet man, daß die Indier die mittleren Bewegungen dieser Planeten in dem Theile der Periode der vorerwähnten Ungleichheiten bestimmt haben, wo die mittlere Bewegung des Saturns am langsamsten, und die des Jupiters am schnellsten war. Zwey ihrer vornehmsten astronomischen Epochen, wovon die eine bis in das Jahr 3102 vor dem Anfange der christlichen Zeitrechnung zurückfällt, die andere aber auf das Jahr 1491 sich bezieht, erfüllen ohngefähr diese Bedingung.

Das beynahe commensurable Verhältniß der Bewegungen des Jupiters und Saturns verursacht noch andere sehr merkliche Ungleichheiten. Die beträchtlichste fällt auf die Bewegung des Saturns. Sie würde sich mit der Mittelpunktsgleichung vermischen, wenn das Doppelte der mittleren Bewegung des Jupiters dem Fünffachen von der des Saturns genau gleich wäre. Von ihr rührt auch grossentheils der in diesem Jahrhunderte beobachtete Unterschied zwischen den Zeiten der Zurückkunft des Saturns zur Frühlings- und

Herbstnachtgleiche her. Ueberhaupt sahe ich, nachdem ich diese verschiedenen Ungleichheiten erkannt, und diejenigen, die schon vorher der Berechnung unterworfen worden waren, sorgfältiger, als zuvor geschehen war, bestimmt hatte, daß alle beobachteten Erscheinungen in der Bewegung dieser zwey Planeten sich von selbst nach der Theorie bequemen, und da sie zuvor eine Ausnahme von dem Geseze der allgemeinen Schwere zu machen schienen, so sind sie nun zu einem der auffallendsten Beweise davon geworden.

Ich kann mir hier nicht verbieten, diese wirklichen Folgen des Verhältnisses, welches zwischen den mittleren Bewegungen des Jupiters und Saturns Statt findet, mit denen zu vergleichen, welche die Astrologie ihm beygelegt hat.

Wenn die Zusammenkunft zweyer Planeten in den ersten Punkt des Widders fällt, so fällt sie, vermöge dieses Verhältnisses, ohngefähr zwanzig Jahre nachher in das Zeichen des Schützen, und abermal nach zwanzig Jahren in das Zeichen des Löwen. So fährt sie an zweyhundert Jahre lang fort, in diesen drey Zeichen zu erfolgen; hierauf durch-



läuft sie auf die nämliche Art in den folgenden zweyhundert Jahren die drey Zeichen des Stiers, des Steinbocks und der Jungfrau; eben so braucht sie zwey Jahrhunderte, um die Zeichen der Zwillinge, des Wassermanns und der Wage zu durchlaufen; endlich durchläuft sie in den zwey folgenden Jahrhunderten die Zeichen des Krebses, der Fische und des Scorpions, und fängt nachher in dem Zeichen des Widders wieder von vorne an. Hieraus läßt sich ein großes Jahr zusammensetzen, in welchem jede Jahreszeit zwey Jahrhunderte lang ist. Man legte diesen verschiedenen Jahreszeiten, so wie den Zeichen, die ihnen zugehören, eine verschiedene Temperatur bey; drey dieser Zeichen zusammen nannte man ein *Trigon*. Das erste *Trigon* war das des Feuers, das zweyte das der Erde, das dritte das der Luft, und das vierte das des Wassers. Man begreift leicht, daß die Astrologie von diesen *Trigon*en einen wichtigen Gebrauch machen mußte, welche selbst Kepler in mehreren seiner Werke sehr umständlich erläutert hat \*).

\*) Man sehe z. B. *Epit. Astr. Copern.* p. 855. Ed. Francof. 1635. und vergleiche *Maestlini Epit. Astron.* p. 113. Ed. Heidelb. 1582.

Merkwürdig ist es aber, daß die verbesserte Astronomie, indem sie diesem eingebildeten Einflusse des Verhältnisses zwischen den mittleren Bewegungen des Jupiters und Saturns ein Ende machte, in diesem Verhältnisse die Quelle der größten Störungen des Planetensystems entdeckt hat.

Der Planet Uranus, ob er schon erst neuerlich entdeckt worden ist, zeigt schon unwiderlegliche Merkmale von Störungen, die er durch die Wirkung des Jupiters und Saturns erleidet. Die Geseze der elliptischen Bewegung thun seinen beobachteten Lagen nicht vollkommen Genüge, und um sie darzustellen, muß man auf seine Störungen Rücksicht nehmen. Die Theorie derselben setzt ihn durch eine sehr merkwürdige Uebereinstimmung in den Jahren 1769, 1756 und 1690 in die nämlichen Punkte des Himmels, wo le Monnier, Mayer und Flamsteed die Lage von drey Fixsternen, die man heutzutage nicht mehr findet, bestimmt hatten, welches über die Identität dieser Sterne mit dem neuen Planeten keinen Zweifel übrig läßt.

---

## Viertes Kapitel.

*Von den Störungen der elliptischen Bewegung  
der Kometen.*

Die Wirkung der Planeten verursacht in der Bewegung der Kometen Ungleichheiten, die hauptsächlich an den Zeiten ihrer Zurückkunft zur Sonnennähe merklich sind. Nachdem Halley bemerkt hatte, daß die Elemente der Bahnen der in den Jahren 1531, 1607 und 1682 beobachteten Kometen sehr nahe die nämlichen wären, so schloß er daraus, daß sie dem nämlichen Kometen zugehörten, welcher in Zeit von 151 Jahren zwey Umläufe gemacht hätte. In der That war die Umlaufszeit von 1531 bis 1607 um dreyzehn Monate länger als die von 1607 bis 1682; aber dieser große Astronome glaubte mit Grund, die Attraction der Planeten, und hauptsächlich die des Jupiters und Saturns habe diesen Unterschied veranlassen können; und nach einer beyläufigen Schätzung dieser Wirkung im Verlaufe der folgenden Periode urtheilte er, daß sie die nächste Zurückkunft des Kometen verzögern müßte, und setzte sie auf das Ende des Jahrs 1758 oder den Anfang von 1759. Diese Ankündigung war an sich

selbst zu wichtig, und mit der Theorie der allgemeinen Schwere, deren Anwendungen zu erweitern die Geometer um die Mitte dieses Jahrhunderts beflissen waren, zu innig verbunden, um nicht die Neugierde aller derer zu erwecken, welche an dem Fortgange der Wissenschaften Antheil nahmen. Vom Jahre 1757 an suchten die Astronomen diesen Kometen, und Clairaut, der einer von den ersten war, welche die Aufgabe von drey Körpern aufgelöset hatten, wandte seine Auflösung auf die Bestimmung der Ungleichheiten an, welche die Wirkung des Jupiters und Saturns im Laufe des Planeten hervorgebracht hatte. Den 14ten November 1758 kündigte er der Akademie der Wissenschaften an, daß die Zeit der Zurückkunft des Kometen zu seiner Sonnennähe in der gegenwärtigen Periode 618 Tage länger als in der vorigen wäre, und daß folglich der Komet um die Mitte des Aprils 1759 zu seiner Sonnennähe kommen würde. Er bemerkte zugleich, daß die kleinen Größen, die er bey seinen Näherungen aus der Acht gelassen hatte, dieses Ziel um einen Monat vorrücken oder zurücksetzen könnten, und setzte noch überdieß die Anmerkung hinzu: „ein

„Körper, der so weit entfernte Gegenden durchläuft, und unsern Augen so lange Zeit verborgen bleibt, könnte wohl ganz unbekannt den Kräften unterworfen seyn, dergleichen die Wirkung der andern Kometen oder selbst eines Planeten wäre, der beständig eine zu große Entfernung von der Sonne hätte, um jemals beobachtet werden zu können.“ Der Geometer erhielt die Genugthuung, seine Vorhersagung erfüllt zu sehen. Der Komet kam in die Sonnennähe den 12ten Merz 1759, innerhalb der Grenzen der Fehler, deren er sein Resultat fähig glaubte. Nach einer neuen Durchsicht seiner Rechnungen setzte Clairaut in der Folge diese Ankunft auf den 4ten April, und er würde sie bis auf den 25ten Merz zurückgesetzt, also nur um dreyzehn Tage von der Beobachtung unterschieden angegeben haben, wenn er die im zweyten Kapitel angegebene Masse des Saturns gebraucht hätte. Dieser Unterschied wird sehr klein erscheinen, wenn man die große Anzahl der aus der Acht gelassenen Größen und den Einfluß betrachtet, den der Planet Uranus haben konnte, dessen Daseyn dem Zeitalter Clairaut's noch unbekannt war.

Wir bemerken zum Vortheile der Fortschritte des menschlichen Geistes, daß dieser Komet, der in diesem Jahrhunderte die lebhafteste Theilnehmung unter den Geometern und Astronomen erweckt hat, um vier Umläufe früher, im Jahre 1456 auf eine ganz andere Art gesehen worden war. Der lange Schweif, den er nach sich zog, verbreitete Schrecken über Europa, das ohnehin schon über die reissenden Fortschritte der Türken bestürzt war, die so eben dem griechischen Kaiserthume ein Ende gemacht hatten. Der Pabst Calixtus verordnete aus dieser Veranlassung ein Gebet um Abwendung des Kometen und der Türken. In diesen Zeiten der Unwissenheit war man weit von dem Gedanken entfernt, daß das einzige Mittel, die Natur kennen zu lernen, darin besteht, sie durch Beobachtung und Rechnung zu fragen. Je nachdem die Erscheinungen regelmäsig, oder ohne scheinbare Ordnung sich zeigten, und auf einander folgten, liefs man sie von Endursachen oder vom Zufalle abhängen, und wenn sie etwas ausserordentliches zeigten, und der natürlichen Ordnung zuwider zu laufen schienen, so betrachtete man sie als eben so viele Zeichen des göttlichen Zorns. Aber

diese eingebildeten Ursachen sind allmählig mit den Schranken unserer Kenntnisse entfernt worden, und verschwinden vollends vor der gesunden Philosophie, die in ihnen nur den Ausdruck der Unwissenheit sieht, worin wir in Ansehung der wahren Ursachen uns befinden.

Auf die Schrecknisse, welche die Erscheinung der Kometen damals mit sich führte, folgte die Furcht, es möchte von der großen Anzahl derer, die das Planetensystem nach allen Richtungen durchschneiden, einer die Erde über den Haufen werfen. Sie gehen so schnell an uns vorbey, daß die Wirkungen ihrer Attraction gar nicht zu bezweifeln sind. Nur durch einen der Erde beygebrachten Stofs können sie traurige Verheerungen auf derselben anrichten. Aber ein solcher Stofs, ob er schon möglich ist, ist doch im Verlaufe eines Jahrhunderts so wenig wahrscheinlich. Es wäre ein so ausserordentlicher Zufall erforderlich, um ein Zusammenstossen zweyer, in Ansehung der Unermesslichkeit des Raums, worin sie sich bewegen, so kleinen Körper zu veranlassen, daß man in dieser Hinsicht keine Furcht für vernünftig halten kann. In dessen kann die geringe Wahrscheinlichkeit

eines solchen Zusammenstossens, wenn sie viele Jahrhunderte hindurch sich anhäuft, sehr groß werden. Es ist leicht, die Wirkungen eines solchen Stosses auf die Erde sich vorzustellen. Veränderung der Axe und der Umdrehungsbewegung der Erde, Austreten der Meere aus ihren vorigen Beeten, um sich gegen den neuen Aequator hin zu stürzen, Ersäufung eines großen Theils der Menschen und Thiere in dieser allgemeinen Ueberschwemmung oder Zerstörung derselben durch die der Erdkugel beygebrachte gewaltsame Erschütterung, Vernichtung ganzer Gattungen, Zertrümmerung aller Denkmäler des menschlichen Kunstfleisses, dieß ist die Reihe der Unglücksfälle, die der Stofs eines Kometen verurachen müßte.

Man sieht alsdann, warum das Weltmeer die hohen Berge wieder bedeckte, auf welchen es unwiderlegbare Merkmale seiner Anwesenheit zurückgelassen hat; man sieht, warum die Thiere und Pflanzen der mittäglichen Gegenden in den nördlichen Klimaten vorhanden seyn konnten, wo man noch ihren Nachlass und ihre Abdrücke antrifft; endlich erklärt man daraus die Neuheit der moralischen Welt, deren Denkmäler nicht leicht über dreytausend



send Jahre hinaufsteigen. Das Menschengeschlecht, auf eine sehr kleine Anzahl von Individuen herunter gebracht, und in den kläglichsten Zustand versetzt, war sehr lange Zeit einzig mit der Sorge für seine Erhaltung beschäftigt, und mußte das Andenken an Wissenschaften und Künste gänzlich verlieren; und wenn die Fortschritte der Verfeinerung das Bedürfnis derselben aufs neue fühlbar machten, so mußte es in allem wieder von vorne anfangen, als ob die Menschen ganz neuerlich auf die Erde wären versetzt worden.

Wie es sich nun auch mit dieser von einigen Philosophen angegebenen Ursache von diesen Erscheinungen verhalten mag, so wiederhole ich die Versicherung, daß man während der kurzen Lebenszeit wegen einer so furchtbaren Begebenheit vollkommen beruhiget seyn dürfe. Aber der Mensch ist so empfänglich für den Eindruck der Furcht, daß man im Jahre 1773 über der einfachen Ankündigung einer Abhandlung, worin Lalande diejenigen von den beobachteten Kometen bestimmte, welche der Erde am nächsten kommen könnten, den lebhaftesten Schrecken sich in Paris verbreiten, und von da dem übrigen Frankreich mittheilen sahe. So wahr ist es,

*II. Theil.*

E

dafs Irrthümer, Aberglauben, grundlose Schrecknisse und alle Uebel, welche die Unwissenheit mit sich führt, sich geschwind wieder einstellen würden, wenn das Licht der Wissenschaften verlöschte.

---

### F ü n f t e s   K a p i t e l .

#### *Von den Störungen der Bewegung des Monds.*

**D**er Mond wird zugleich von der Sonne und der Erde angezogen, aber seine Bewegung um die Erde wird nur durch den Unterschied der Wirkungen der Sonne auf diese beyden Körper gestört. Wäre die Sonne unendlich entfernt, so wirkte sie auf beyde auf gleiche Art und nach parallelen Richtungen; ihre relative Bewegung würde also durch diese beyden gemeinschaftliche Wirkung nicht gestört. Aber ihre Entfernung kann, ungeachtet sie in Vergleichung mit der des Monds sehr groß ist, doch nicht für unendlich angenommen werden. Der Mond ist wechselsweise näher bey der Sonne oder weiter von ihr entfernt, als die Erde, und die gerade Linie, die seinen Mittelpunkt mit dem der Sonne verbind-

det, macht mit dem Radius Vector der Erde mehr oder minder stumpfe Winkel. Die Sonne wirkt also auf ungleiche Art, und nach verschiedenen Richtungen auf die Erde und den Mond; und aus dieser Verschiedenheit der Wirkungen müssen in der Bewegung des Mondes Ungleichheiten entstehen, die von den respectiven Stellungen des Mondes und der Sonne abhängen. Um sie zu bestimmen, muß man zugleich die Wechselwirkung und die Bewegungen der drey Körper, der Sonne, der Erde und des Mondes, betrachten. Eben darin besteht die berühmte Aufgabe von drey Körpern, deren strenge Auflösung die Kräfte der Analysis übersteigt, die aber die Nähe des Mondes in Vergleichung mit seinem Abstände von der Sonne, und die geringe Ausdehnung seiner Masse in Vergleichung mit der der Erde, durch Näherung aufzulösen verstaten. Indessen ist die feinste Analysis nöthig, um dabey alle Stücke auszusondern, deren Einfluß merklich ist; wovon die ersten in dieser Analyse gemachten Schritte einen Beweis abgeben.

Euler, Clairaut und Dalembert, welche zuerst und bey nahe zu gleicher Zeit, die Aufgabe von drey Körpern auflöseten,

fanden übereinstimmend durch die Theorie der Schwere die Bewegung der Erdnähe des Mondes um die Hälfte kleiner, als nach den Beobachtungen. Clairaut schloß daraus, daß das Gesez der Attraction nicht so einfach sey, als man bisher geglaubt habe, und daß es aus zwey Theilen zusammengesetzt sey, deren erster dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportionirt, und in großen Entfernungen der Planeten von der Sonne allein merklich sey; der zweyte aber bey abnehmender Entfernung in einem größeren Verhältnisse wachse, und in der Entfernung des Mondes von der Erde merklich werde. Diese Folgerung wurde von Buffon lebhaft angegriffen, der sich darauf stützte, daß die ursprünglichen Naturgeseze, als die einfachsten, nur von *einer* Form (module) abhängen könnten, und ihr Ausdruck nicht mehr als *ein* Glied enthalten könnte. Diese Betrachtung muß uns ohne Zweifel leiten, das Gesez der Attraction nicht anders, als im äussersten Nothfalle, verwickelt zu machen; aber die Unwissenheit, worin wir uns in Ansehung der Natur dieser Kraft befinden, verstattet uns nicht, über die Einfachheit ihres Ausdrucks etwas mit Sicherheit zu entscheiden.

Wie dem auch sey, so hatte dießmal der Metaphysiker, dem Geometer gegenüber, Recht, welcher seinen Irrthum selbst erkannte, und die wichtige Bemerkung machte, daß, wenn man die Näherung weiter treibt, das Gesez der im umgekehrten Verhältnisse mit dem Quadrate der Entfernungen stehenden Schwere die Bewegung der Erdnähe des Monds genau übereinstimmend mit den Beobachtungen gebe, und dieß ist seitdem durch alle, welche sich mit diesem Gegenstande beschäftigten, bestätigt worden. Es ist nicht möglich, ohne Hülfe der Analysis die Verhältnisse aller Ungleichheiten der Bewegung des Monds zur vereinigten Wirkung der Sonne und der Erde auf diesen Trabanten bemerklich zu machen.

Wir bemerken nur, daß die Theorie der allgemeinen Schwere nicht blos die Bewegungen des Knoten und der Erdnähe der Mondsbahn, wie auch die drey großen Ungleichheiten, die man mit den Namen der *Variation*, der *Evection* und der *Jahrgleichung* bezeichnet hat, und welche die Astronomen schon zuvor erkannt hatten, erklärt, sondern deren noch eine große Anzahl anderer, minder beträchtlicher bekannt gemacht habe, wel-

che durch bloße Beobachtungen zu entdecken und festzusetzen beynahe unmöglich gewesen wäre. Je mehr diese Theorie vervollkommenet wurde, desto mehr Genauigkeit erhielten die Mondstafeln, und dieses ehemals so unbändige Gestirn weicht jetzt nur noch sehr wenig davon ab. Aber um ihnen die Genauigkeit zu geben, die ihnen noch fehlt, werden zum wenigsten eben so ausgedehnte Untersuchungen nöthig seyn, als die sind, die man schon angestellt hat; denn in allen Dingen sind die letzten Schritte zur Vollkommenheit die schwersten.

Indessen kann man ohne die Analysis von der Jahrgleichung des Mondes und von seiner secularen Gleichung keine Rechenschaft geben. Ich werde mich um desto lieber bey der Auseinandersetzung der Ursachen dieser Gleichungen verweilen, da man die größten Ungleichheiten des Mondes, welche die Folge der Jahrhunderte den Beobachtern entdecken muß, und die bis jetzt heynahe unmerklich sind, daraus wird entstehen sehen.

Bey seinen Zusammenkünften mit der Sonne ist der Mond ihr näher, als die Erde, und leidet eine beträchtliche Einwirkung von ihr. Der Unterschied der Attractionen der

Sonne gegen diese zwey Körper geht folglich alsdann auf die Verminderung der Schwere des Mondes gegen die Erde. In den Oppositionen hingegen ist der Mond von der Sonne entfernter, und wird von ihr schwächer angezogen; der Unterschied der Wirkungen der Sonne geht folglich noch auf die Verminderung der Schwere des Mondes. In diesen beyden Fällen ist diese Verminderung sehr nahe die nämliche und dem doppelten Producte aus der Masse der Sonne in den Quotienten des Halbmessers der Mondsbahn, dividirt durch den Würfel der Entfernung der Sonne von der Erde, gleich. In den Quadraturen geht die nach der Richtung des Halbmessers der Mondsbahn zerlegte Wirkung der Sonne auf den Mond auf die Vermehrung der Schwere des Mondes gegen die Erde; aber die Zunahme seiner Schwere beträgt nur die Hälfte von der Verminderung, die er in den Syzygien leidet. Auf solche Art entsteht aus allen Wirkungen der Sonne auf den Mond während seines synodischen Umlaufs eine mittlere nach dem Radius Vector des Mondes gerichtete Kraft, welche die Schwere dieses Trabanten vermindert, und der Hälfte des Products der Masse der Sonne in den Quotienten des Halbmessers

der Mondsbahn dividirt durch den Würfel der Entfernung der Sonne von der Erde, gleich ist.

Um das Verhältniß dieses Products zu der Schwere des Monds zu erhalten, wollen wir bemerken, daß diese Schwere, die ihn in seiner Bahn erhält, der Summe der Massen der Erde und des Monds, dividirt durch das Quadrat ihrer Entfernung von einander, die Kraft aber, welche die Erde in ihrer Bahn erhält, der Masse der Sonne, dividirt durch das Quadrat ihres Abstands von der Erde, sehr nahe gleich ist. Nach der im zweyten Buche beygebrachten Theorie der Centralkräfte verhalten sich diese zwey Kräfte, wie die Halbmesser der Bahnen der Sonne und des Monds stückweise dividirt durch die Quadrate der Umlaufszeiten dieser Gestirne; folglich verhält sich das vorige Product zur Schwere des Monds wie das Quadrat der siderischen Umlaufszeit des Monds zum Quadrate der siderischen Umlaufszeit der Erde; dieses Product beträgt also sehr nahe  $\frac{1}{179}$  der Schwere des Monds, welche also durch die mittlere Wirkung des Monds um ihren 358sten Theil vermindert wird.



Vermöge dieser Verminderung erhält sich der Mond in einer größern Entfernung von der Erde, als wenn er der ganzen Wirkung ihrer Schwere überlassen wäre. Der durch seinen Radius Vector um die Erde beschriebene Sector wird dadurch nicht verändert, weil die Kraft, die sie bewirkt, nach diesem Radius gerichtet ist. Aber die wirkliche Geschwindigkeit und die Winkelbewegung dieses Gestirns werden vermindert, und es ist leicht zu sehen, daß, wenn man den Mond so weit entfernt, daß seine Centrifugalkraft seiner durch die Wirkung der Sonne verminderten Schwere gleich ist, und sein Radius Vector den nämlichen Sector beschreibt, den er ohne diese Wirkung beschrieben hätte, dieser Radius um  $\frac{1}{358}$  vermehrt, und die Winkelbewegung um  $\frac{1}{179}$  vermindert werde.

Diese Größen ändern sich im umgekehrten Verhältnisse der Würfel der Entfernungen der Sonne von der Erde. Wenn die Sonne in die Erdnähe kommt, so erweitert ihre nun stärker gewordene Wirkung die Monds-bahn; aber diese Bahn zieht sich in eben dem Maasse zusammen, als die Sonne ihrer Erdferne entgegenrückt. Der Mond beschreibt also im Weltraume eine Reihe von Epicycloi-

den, deren Mittelpunkte in der Erdbahn liegen, und die sich erweitern oder zusammenziehen, je nachdem die Erde der Sonne sich nähert, oder sich von ihr entfernt. Daraus entsteht in der Mondbewegung eine der Mittelpunktsgleichung der Sonne ähnliche Gleichung, mit dem Unterschiede, daß sie diese Bewegung vermindert, wenn die der Sonne zunimmt, und daß sie solche beschleunigt, wenn die Bewegung der Sonne abnimmt, so daß diese beyden Gleichungen ein entgegengesetztes Zeichen führen.

Die Winkelbewegung der Sonne verhält sich, wie wir im ersten Buche gesehen haben, umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung; da nun in der Erdnähe diese Entfernung um  $\frac{1}{60}$  kleiner ist, als ihre mittlere Gröfse, so wird die Winkelgeschwindigkeit um  $\frac{1}{30}$  vermehrt; die durch die Wirkung der Sonne in der Mondbewegung bewirkte Verminderung um  $\frac{1}{179}$  ist alsdann um  $\frac{1}{20}$  grösser; die Zunahme dieser Verminderung beträgt also alsdann den 3580sten Theil dieser Bewegung. Daraus folgt, daß die Mittelpunktsgleichung der Sonne zur Jahrgleichung des Mondes sich verhält, wie  $\frac{1}{30}$  der Sonnenbewegung zu  $\frac{1}{3580}$  der Mondbewegung, wel-

ches 2398" für die Jahrgleichung giebt. Nach den Beobachtungen ist sie ohngefähr um  $\frac{1}{7}$  kleiner; welcher Unterschied von den bey der erstern Rechnung ausser Acht gelassenen Grössen herrührt.

Eine der Jahrgleichung ähnliche Ursache verursacht die seculare Gleichung des Monds. Halley hat diese Gleichung zuerst bemerkt, welche Dunthorn und Mayer durch eine tief sinnige Untersuchung der Beobachtungen bestätigten. Diese zwey scharfsinnige Astronomen sahen, daß den neueren Beobachtungen und den durch die Chaldäer und Araber beobachteten Finsternissen nicht einerley mittlere Bewegung des Monds Genüge thun könnte. Sie versuchten also sie darzustellen, indem sie zu den mittleren Längen dieses Trabanten eine, dem Quadrate der Zahl der vor oder nach 1700 verflossenen Jahrhunderte proportionirte GröÙe hinzusetzten. Nach Dunthorn beträgt diese GröÙe 30",9 für das erste Jahrhundert; Mayer setzte sie in seinen ersten Mondstafeln auf 21",6, und vermehrte sie in den letzten bis auf 27",8. Endlich wurde Lalande durch eine neue Untersuchung dieses Gegenstandes sehr nahe auf Dunthorns Resultat geführt.

Die arabischen Beobachtungen, wovon man hauptsächlich Gebrauch machte, sind zwey Sonnenfinsternisse, und eine Mondfinsterniß die in den Jahren 977, 978 und 979 von Ibn Junes bey Cairo beobachtet wurden; diese schienen einigen Astronomen verdächtig, aber eine aufmerksame Untersuchung führte zur Anerkennung ihrer Wirklichkeit. Ausserdem waren die neueren Beobachtungen, mit denen der Chaldäer verglichen, schon zureichend, um das Daseyn der secularen Mondsgleichung vestzusezen.

In der That hat de Lambre vermittelst einer grossen Anzahl von Beobachtungen des leztverflossenen und des laufenden Jahrhunderts die wirkliche seculare Bewegung dieses Trabanten mit einer Genauigkeit bestimmt, die kaum eine Ungewissheit von einigen Secunden übrig läßt; er fand sie nur ohngefähr um 77" kleiner, als die von Mayern angegebene, während die älteren Beobachtungen eine um sechs- oder siebenhundert Secunden kleinere seculare Bewegung geben. Die Mondsbewegung ist also seit den Zeiten der Chaldäer beschleuniget worden; und da die zwischen uns und ihnen gemachten arabischen Beobachtungen mit diesem Resultate über-

einstimmen, so ist es unmöglich, es in Zweifel zu ziehen.

Was ist nun die Ursache dieser Erscheinung? Giebt die allgemeine Schwere, die uns die zahlreichen Ungleichheiten des Mondes so gut bekannt gemacht hat, auf gleiche Art von seiner secularen Ungleichheit Rechenschaft? Die Auflösung dieser Fragen ist um so viel wichtiger, weil man, wenn man dazu gelangt, eben damit das Gesez der secularen Veränderungen der Mondsbewegung hat. Denn man sieht wohl, das die von den Astronomen angenommene Hypothese einer der Zeit proportionirten Beschleunigung bloß eine Näherung giebt, und nicht auf eine unbegrenzte Zeit ausgedehnt werden darf.

Dieser Gegenstand hat die Geometer viel beschäftigt, aber ihre lange Zeit fruchtlosen Untersuchungen ließen weder in der Wirkung der Sonne und der Planeten auf den Mond, noch in den nicht genau kugelförmigen Gestalten dieses Trabanten und der Erde etwas entdecken, das seine mittlere Bewegung merklich ändern könnte.

Einige wählten den Ausweg, seine secular Gleichung zu verwerfen; andere nahmen, um sie zu erklären, zu verschiedenen

Mitteln, dergleichen die Wirkung der Kometen, der Widerstand des Aethers und die allmähliche Fortpflanzung der Schwere sind, ihre Zuflucht. Indessen ist die Uebereinstimmung der übrigen himmlischen Erscheinungen mit der Theorie der Schwere so vollkommen, daß man nicht ohne Bedauern sehen kann, daß die *seculare* Gleichung des Mondes sich dieser Theorie entziehen, und allein eine Ausnahme von einem allgemeinen und einfachen Geseze machen soll, dessen Entdeckung durch die Größe und Manchfaltigkeit der Gegenstände, die es umfaßt, dem menschlichen Geiste so viel Ehre macht. Diese Betrachtung bestimmte mich, diese Erscheinung von neuem zu untersuchen, und nach einigen Versuchen gelang es mir endlich, ihre Ursache zu entdecken.

Die *seculare* Gleichung des Mondes rührt von der Wirkung der Sonne auf diesen Trabanten, in Verbindung mit der Veränderung der Excentricität der Erdbahn her. Um uns eine richtige Vorstellung von dieser Ursache zu machen, erinnern wir uns, daß die Elemente der Erdbahn durch die Wirkung der Planeten Störungen leiden; ihre große Axe bleibt immer die nämliche, aber ihre Excen-

tricität, ihre Neigung gegen eine unbewegliche Ebene, die Lage ihrer Knoten und ihrer Sonnennähe ändern sich ohne Unterlass. Wir erinnern uns ferner, daß die Wirkung der Sonne auf den Mond seine Winkelgeschwindigkeit um  $\frac{1}{179}$  ändert, und daß dieser Zahlcoefficient im umgekehrten Verhältnisse mit dem Würfel der Entfernung der Erde von der Sonne sich ändert. Entwickelt man nun die umgekehrte dritte Potenz dieser Entfernung in einer nach dem Verhältnisse zu den Sinus und Cosinus der mittleren Bewegung der Erde, und deren vielfachen geordneten Reihe, und nimmt man die halbe große Axe der Erdbahn für die Einheit an; so findet man, daß diese Reihe ein Glied enthält, das drey Halben des Quadrats der Excentricität dieser Bahn gleich ist. Der Ausdruck der Verminderung der Winkelgeschwindigkeit des Monds enthält also ein Glied, das dem 179sten Theile dieser Geschwindigkeit, multiplicirt mit drey Halben des Quadrats jener Excentricität, oder, was auf *eins* hinausläuft, dem Producte dieses Quadrats durch die Winkelgeschwindigkeit des Monds, dividirt durch 119,33, gleich ist. Wäre die Excentricität der Erdbahn beständig, so würde dieses Glied die mittlere Winkelge-

schwindigkeit des Monds selbst seyn; aber ihre Veränderung hat, ob sie schon sehr klein ist, auf die Länge einen merklichen Einfluß auf die Mondsbeugung. Es ist sichtbar, daß sie diese Bewegung beschleunigt, wenn die Excentricität abnimmt, was seit den alten Beobachtungen bis auf unsere Zeit Statt gefunden hat. Diese Beschleunigung wird sich in eine Verminderung verwandeln, wenn die Excentricität ihr Minimum wird erreicht haben, wo sie abzunehmen aufhören, und zu wachsen anfangen wird.

In dem Zeitraume von 1700 bis 1800 nimmt das Quadrat der Excentricität der Erdbahn um  $0,0000015325$  ab, wenn man die halbe große Axe für die Einheit annimmt; die zugehörige Zunahme der Winkelgeschwindigkeit des Monds ist also  $0,0000000128425$  von dieser Geschwindigkeit. Da diese Zunahme allmählig und im Verhältnisse der Zeit Statt findet, so ist ihre Wirkung auf die Bewegung des Monds um die Hälfte kleiner, als wenn sie im ganzen Verlaufe des Jahrhunderts bis ans Ende die nämliche wäre. Man muß also, um diese Wirkung oder die seculare Gleichung des Monds am Ende eines Jahrhunderts, von 1700 an gerechnet, zu bestimmen, die seculare Bewegung



wegung des Mondes mit der Hälfte der sehr kleinen Zunahme seiner Winkelgeschwindigkeit multipliciren. Nun beträgt in einem Jahrhunderte die Bewegung des Mondes  $53474^{\circ}5454''$ ; man erhält also  $34''337$  für seine *seculare* Gleichung.

So lange die Abnahme des Quadrats der Excentricität der Erdbahn der Zeit proportionirt angenommen werden kann, wird die *seculare* Gleichung des Mondes merklich wachsen, wie das Quadrat der Zeit; man wird also nur  $34,337$  mit dem Quadrate der Zahl der Jahrhunderte zwischen 1700 und der Zeit, für welche man rechnet, zu multipliciren brauchen. Ich habe aber gefunden, dafs, da ich zu den chaldäischen Beobachtungen zurückgieng, das dem Würfel der Zeit proportionirte Glied, in dem Ausdrücke der *secularen* Mondsgleichung durch eine Reihe, merklich wurde. Dieses Glied ist für das erste Jahrhundert  $0'',13574$  gleich; es muß mit dem Würfel der Zahl der Jahrhunderte von 1700 an multiplicirt werden, für die vor dieser Epoche liegenden Jahrhunderte wird also dieses Product negativ.

Vergleicht man die Beobachtungen mit dieser Theorie, so findet man zwischen ihnen

*II. Theil.*

F

eine Uebereinstimmung, die bewundernswürdig scheint, wenn man die Unvollkommenheit der alten Beobachtungen, die unsichere Art ihrer Fortpflanzung, und die Ungewissheit betrachtet, welche noch über die Veränderungen der Excentricität der Erdbahn diejenige zurückläßt, worin wir in Ansehung der Massen der Venus und des Mars uns befinden.

Es ist merkwürdig, daß die Abnahme der Excentricität der Erdbahn in der Bewegung des Monds viel merklicher seyn soll, als für sich selbst. Diese Verminderung, welche seit der ältesten Finsterniß, wovon wir Kenntniß haben, die Mittelpunktsgleichung der Sonne nicht um fünfzehn Minuten geändert hat, hat in der Länge des Monds eine Veränderung von zwey Graden hervorgebracht. Nach den Beobachtungen des Hipparchus konnte man sie kaum vermuthen, aber die alten Finsternisse sezen sie ausser Streit.

Die seculare Gleichung des Monds ist, wie die Veränderungen der Excentricität der Erdbahn, periodisch, und kommt, wie diese, erst nach mehreren Millionen Jahren wieder. Die äusserste Langsamkeit, womit sie diese Ungleichheit ändert, würde sie seit den ältesten Beobachtungen unmerklich gemacht ha-

ben, wenn nicht ihr Werth, indem er sich über mehrere Peripherien erstreckt, in den in verschiedenen Epochen beobachteten secularen Bewegungen beträchtliche Unterschiede hervorbrächte, welche zwar seit den Zeiten der Chaldäer nicht mehr, als sechzehn oder siebenzehn Minuten, betragen haben, aber einst auf mehrere Grade sich belaufen werden. - Die jezt sehr kleine Excentricität der Erdbahn wird zum wenigsten dreymal grösser werden. Multiplicirt man die Zunahme ihres Quadrats mit der secularen Bewegung des Monds, so giebt das Product durch 119,33 dividirt, die secularre Verminderung dieser Bewegung, welche mehr, als zehn Grade, betragen wird. Die künftigen Jahrhunderte werden diese grossen Veränderungen entwickeln, deren Geseze die Analysis bekannt macht, und man könnte auf solche Art den Beobachtungen voreilen, wenn die Massen der Planeten genau bestimmt wären. Aber diese für die Vervollkommnung der astronomischen Theorien so wünschenswerthe Bestimmung fehlt uns bis jezt noch. Glücklicherweise ist Jupiter, dessen Masse wir genau kennen, derjenige von den Planeten, welcher auf die secularre Gleichung des Monds den meisten Einfluss hat.

Der Halbmesser der Mondsbahn nimmt mit der Excentricität der Erdbahn zu und ab. Wir haben gesehen, daß die Wirkung der Sonne die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde um  $\frac{1}{358}$  vermehre; das Glied, das in dem Ausdrücke dieser Wirkung drey Halben des Quadrats der Excentricität der Erdbahn proportionirt ist, vermehrt also die Mondspatallaxe um eine dem Producte dieser Parallaxe durch den 239sten Theil dieses Quadrats gleiche Grösse. Wenn man also setzt, daß dieses Quadrat sogar neunmal grösser werde, so wird die Mondspatallaxe doch nur um ein Zehntel einer Secunde vermehrt, welches unmerklich ist. Es ist also nicht zu besorgen, der Mond möchte sich einmal auf die Erde stürzen, wie dieß Statt finden würde, wenn seine seculare Gleichung dem Widerstande des Aethers zuzuschreiben wäre.

Die Veränderungen der Excentricität der Mondsbahn sind eben so unmerklich; die der Bewegung der Knoten und der Erdnähe sind groß genug, um es nothwendig zu machen, daß man bey Untersuchungen, welche die Vervollkommnung der Mondstheorie zum Gegenstande haben werden, darauf Rücksicht nehme.

Die mittlere Wirkung der Sonne auf diesen Trabanten hängt auch noch von der Neigung der Mondsbahn gegen die Ekliptik ab, und man könnte glauben, daß, weil die Lage der Ekliptik veränderlich ist, daraus in der Mondsbewegung Ungleichheiten entstehen müßten, die denen ähnlich sind, welche die Verminderung der Excentricität der Erdbahn hervorbringt. Aber die Mondsbahn wird ohne Unterlaß durch die Wirkung der Sonne zu einerley Neigung gegen die Erdbahn zurückgebracht, so daß die größten und kleinsten Abweichungen des Monds, vermöge der Veränderungen der Schiefe der Ekliptik, den nämlichen Veränderungen, wie die Abweichungen der Sonne unterworfen sind.

Einige Anhänger der Endursachen haben sich eingebildet, der Mond sey der Erde zugegeben, um sie bey Nacht zu erleuchten. In diesem Falle würde die Natur die Absicht, die sie sich vorgesezt hätte, nicht erreicht haben; weil uns sehr oft das Licht der Sonne und des Monds zugleich entzogen wird. Um dies zu erhalten, wäre nur nöthig gewesen, den Mond von Anfang in Opposition mit der Sonne zu setzen, und zwar in der Ebene der Ekliptik selbst, und in einer Entfernung von der Erde, die

dem hundertsten Theile der Entfernung der Erde von der Sonne gleich wäre, und dem Monde und der Erde parallele und ihren Entfernungen von diesem Gestirne proportionirte Geschwindigkeiten zu ertheilen. Alsdann wäre der Mond beständig in Opposition mit der Sonne geblieben, und hätte um sie eine der Erdbahn ähnliche Ellipse beschrieben; diese beyden Gestirne wären über dem Horizonte auf einander gefolgt, und da der Mond in dieser Entfernung nie verfinstert worden wäre, so hätte sein Licht beständig das der Sonne ersetzt.

Andere Philosophen, verleitete durch die sonderbare Meinung der Arkadier, die sich für älter als den Mond hielten, kamen auf den Gedanken, dieser Trabant sey ursprünglich ein Komet gewesen, der, als er an der Erde nahe vorbegegangen, durch ihre Attraction genöthiget worden sey, sie zu begleiten. Wenn man aber mit Hülfe der Analysis in die entferntesten Jahrhunderte zurückgeht, so sieht man immer den Mond in einer beynahe kreisförmigen Bahn, wie die Planeten, sich um die Sonne bewegen; folglich war weder der Mond, noch irgend ein Trabant ursprünglich ein Komet.

## Sechstes Kapitel.

*Von den Störungen der Jupiterstrabanten.*

Die ersten Ungleichheiten, welche die Beobachtung in der Bewegung dieser Körper bekannt gemacht hat, bieten sich auch in der Theorie ihrer wechselseitigen Attraction zuerst dar.

Wir haben im zweyten Buche gesehen, dafs

1) in der Bewegung des ersten Trabanten eine Gleichung von  $5258''$ , multiplicirt durch den Sinus des doppelten Ueberschusses der mittleren Länge des ersten Trabanten über die des zweyten vorkommt.

2) In der Bewegung des zweyten Trabanten eine Gleichung von  $11923''$  multiplicirt durch den Sinus des Ueberschusses der Länge des ersten Trabanten über die des zweyten;

3) in der Bewegung des dritten Trabanten eine Gleichung von  $827''$  multiplicirt durch den Sinus des Ueberschusses der Länge des zweyten Trabanten über die des dritten.

Nicht blos diese Ungleichheiten giebt die Theorie der Schwere, wie *L a g r a n g e* und *B a i l l i* zuerst gefunden haben; sie zeigt uns noch überdieß, was die Beobachtungen mit

großser Wahrscheinlichkeit zu erkennen gaben, daß die Ungleichheit des zweyten Trabanten das Resultat von zwey Ungleichheiten ist, deren eine die Wirkung des ersten Trabanten zur Ursache hat, und sich ändert wie der Sinus des Ueberschusses der Länge des ersten Trabanten über die des zweyten, die andere aber durch die Wirkung des dritten Trabanten hervorgebracht wird, und sich ändert wie der Sinus des doppelten Ueberschusses der Länge des zweyten Trabanten, über die des dritten. Folglich leidet der zweyte Trabant von dem ersten eine ähnliche Störung, wie der dritte von ihm, und er leidet vom dritten eine ähnliche Störung wie der erste von ihm.

Vermöge der Verhältnisse, welche zwischen den mittleren Bewegungen und den mittleren Längen der drey ersten Trabanten Statt finden, und nach welchen die mittlere Bewegung des ersten Trabanten sammt dem Doppelten von der des dritten dem Dreyfachen von der des zweyten, und der Ueberschuß der mittleren Länge des ersten Trabanten über das Dreyfache von der des zweyten, sammt dem Doppelten von der des dritten beständig der halben Peripherie gleich ist, fallen diese zwey Ungleichheiten in *eine* zusammen. Aber



werden diese Verhältnisse immerfort bestehen, oder treffen sie blos bey nahe zu und werden die zwey Ungleichheiten des zweyten Trabanten, die heutzutage zusammenfallen, sich in der Folge der Zeit von einander absondern?

Die Näherung, womit die Tafeln die vorigen Verhältnisse gaben, brachte mich auf die Vermuthung, dafs sie genau seyn, und die kleinen Grössen, um welche diese Tafeln noch davon abwichen, von Fehlern, deren sie fähig wären, abhängen dürften. Es war gegen alle Wahrscheinlichkeit, anzunehmen, dafs der Zufall die drey ersten Trabanten ursprünglich in Entfernungen und Lagen gestellt habe, die zu diesen Verhältnissen passen, und es war dagegen höchstwahrscheinlich, dafs sie einer besondern Ursache zuzuschreiben seyen. Ich suchte daher diese Ursache in der wechselseitigen Wirkung der Trabanten.

Eine bis zur Ergründung fortgesetzte Untersuchung dieser Wirkung zeigte mir, dafs sie diese Verhältnisse genau gemacht habe, und daraus schlofs ich, dafs, wenn man durch die Vergleichung einer sehr grossen Anzahl von einander entfernter Beobachtungen die mittleren Bewegungen und mittleren Längen der drey ersten Trabanten von neuem bestimmte

man finden würde, daß sie diesen Verhältnissen, welchen die Tafeln genau unterworfen seyn müssen, noch näher kommen. Ich erhielt die Genugthuung, diese Folgerung aus der Theorie durch die von Delambre über die Jupiterstrabanten angestellten Untersuchungen mit einer merkwürdigen Genauigkeit bestätigt zu sehen. Es ist nicht nothwendig, daß diese Verhältnisse gleich vom Anfange genau Statt gefunden haben; es ist nur nöthig, daß die Bewegungen und Längen der drey ersten Trabanten davon wenig entfernt gewesen seyen, und alsdann war die Wechselwirkung dieser Trabanten schon zureichend, um sie vestzusezen, und in aller Schärfe zu erhalten. Aber der geringe Unterschied zwischen ihnen und den anfänglichen Verhältnissen hat eine Ungleichheit von einer willkührlichen Ausdehnung veranlasset, die sich zwischen den drey Trabanten auf ungleiche Art vertheilt, und die ich mit dem Namen der *Libration* bezeichnet habe. Die zwey willkührlichen beständigen Grössen dieser Ungleichheit, stellen das Willkührliche in den mittleren Bewegungen und den Epochen der mittleren Längen der drey ersten Trabanten wieder her, was die zwey vorigen Verhältnisse davon entfernten;

denn die Zahl der willkürlichen Größen, welche die Theorie eines Systems von Körpern enthält, ist nothwendig das Sechsfache von der Zahl dieser Körper. Da die Untersuchung der Beobachtungen diese Ungleichheit nicht hat bemerken lassen, so muß sie sehr klein, und sogar unmerklich seyn.

Die obigen Verhältnisse werden immerfort bestehen, obschon die mittleren Bewegungen der Trabanten ähnlichen secularen Gleichungen, wie die Bewegung des Monds, unterworfen sind. Sie würden selbst in dem Falle noch bestehen, wenn diese Bewegungen durch den Widerstand eines Mittels, oder durch andere Ursachen, deren Wirkungen erst im Zeitraume eines Jahrhunderts merklich wären, abgeändert würden. In allen diesen Fällen werden die secularen Gleichungen dieser Bewegungen durch die Wechselwirkung der Trabanten einander coordinirt, so daß die seculare Gleichung des ersten, sammt dem Doppelten von der des dritten, dem Dreyfachen von der des zweyten gleich ist. So bilden die drey ersten Jupiterstrabanten ein System von Körpern, die durch die obigen Verhältnisse und Ungleichheiten mit einander verbunden sind, welche ihre Wechselwirkung ohne Auf-

hören erhalten wird, wofern nicht eine fremde Ursache ihre gegenseitige Stellung gewaltsam in Unordnung bringt.

Die Theorie der Schwere hat mir die Ursache der besondern Veränderungen bekannt gemacht, welche man in der Excentricität der Bahn des dritten Trabanten beobachtet hat, und wovon im zweyten Buche die Rede war.

Diese Veränderungen hängen von zwey sehr verschiedenen Mittelpunktsgleichungen ab, denen seine Bewegung unterworfen ist, und wovon die eine auf die Jupitersnähe dieses Trabanten, die andere aber auf die des vierten sich bezieht. Die Excentricitäten der Bahnen der vier Trabanten und ihre Jupitersnähen sind durch die Wechselwirkung dieser Körper mit einander verbunden, vermöge deren die Excentricität des vierten Trabanten über die drey andern sich erstreckt, aber in eben dem Maasse schwächer, als sie von ihm entfernt sind. In der Bahn des dritten ist sie sehr merklich, und durch ihre Verbindung mit der dieser Bahn eigenen Excentricität bringt sie in der Bewegung des dritten Trabanten eine zusammengesetzte Mittelpunktsgleichung hervor, deren größter Werth ohne Unterlaß sich ändert, und die sich auf eine Jupitersnähe

bezieht, deren Bewegung nicht gleichförmig ist. Im Anfange des Jahrs 1700. war die Länge der Jupitersnähe des vierten Trabanten  $59^{\circ}43'$  und ihre jährliche und siderische Bewegung ist  $785''2$ . Die Länge der Jupitersnähe des dritten Trabanten war  $194^{\circ}11'$  im Anfange des Jahrs 1700, und seine jährliche und siderische Bewegung ist  $29776''$ . Diese Jupitersnähen fielen im Jahr 1684. zusammen, und die beyden Mittelpunktsgleichungen des dritten Trabanten machten eine einzige ihrer Summe gleiche, deren größter Werth auf  $2661''$  sich belief. Im Jahre 1775. hatten diese Jupitersnähen entgegengesetzte Lagen, die zwey Mittelpunktsgleichungen machten eine einzige, ihrem Unterschiede gleiche, deren Werth nur  $759''$  betrug. Diefs ist die Ursache, warum Wargentin durch Vergleichung der Beobachtungen die Excentricität dieses Trabanten gegen den Anfang dieses Jahrhunderts am größten, und um das Jahr 1760. am kleinsten gefunden hat. Er hatte anfänglich versucht, diese Veränderungen mittelst zweyer Mittelpunktsgleichungen darzustellen; da er aber nicht wufste, daß die eine von ihnen auf die Jupitersnähe des vierten Trabanten sich beziehe, und da er ihnen ihre Werthe nicht genau

gegeben hatte, so sahe er sich genöthiget, sie zu verlassen, und zu der Voraussetzung einer veränderlichen Excentricität, deren Veränderungen er durch Beobachtungen bestimmte, seine Zuflucht zu nehmen.

Die Wechselwirkung der Jupiterstrabanten macht, daß die Lage ihrer Bahnen sich jeden Augenblick ändert. Die Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen lehrt darüber folgendes.

Jupiters Aequator ist gegen die Bahn dieses Planeten um  $3444''$  geneigt; im Anfange des Jahrs 1760 war die Länge seines aufsteigenden Knoten  $347^{\circ}8519$ , seine jährliche und siderische Bewegung beträgt ohngefähr  $6''$ .

Die Bahn des ersten Trabanten ist gegen die Ebene des Aequators des Jupiters nur um  $22''$  geneigt, ihre Knoten auf dieser Ebene fallen mit den Knoten der nämlichen Ebene, und der Jupitersbahn zusammen, da die Bahn des Trabanten zwischen diesen zwey Ebenen liegt.

Die Bahn des zweyten Trabanten bewegt sich auf einer unbeweglichen Ebene, die gegen den Aequator Jupiters um  $221''$  geneigt ist, und durch die Knotenlinie dieses Aequators geht, zwischen dieser letzten Ebene, und der der Jupitersbahn.

Die Bahn des Trabanten ist um  $5182''$  gegen diese unbewegliche Ebene geneigt, und ihre Knoten mit dieser Ebene haben eine rückläufige Bewegung, deren jährlicher und siderischer Werth  $13^{\circ},3488$ , und deren Periode 30 julianische Jahre ist. Im Jahr 1700 war die Länge des aufsteigenden Knoten  $179^{\circ},5185$ .

Die Bahn des dritten Trabanten bewegt sich auf einer unbeweglichen Ebene, die gegen Jupiters Aequator um  $1030''$  geneigt ist, und durch die Knotenlinie dieses Aequators geht, zwischen dieser letzteren Ebene, und der der Jupitersbahn. Die Bahn des Trabanten ist gegen diese unbewegliche Ebene um  $2244''$  geneigt, und ihre Knoten mit dieser Ebene haben eine rückläufige Bewegung, deren jährlicher und siderischer Werth  $2^{\circ},9149$ , und deren Periode 137 Jahre ist; im Jahre 1700 war die Länge des aufsteigenden Knoten  $136^{\circ},9630$ .

Die Astronomen, welche die Bewegung dieses Knoten aus den Beobachtungen erkannt hatten, nahmen an, die Bahnen des zweyten und dritten Trabanten seyen in Jupiters Aequator selbst in Bewegung; aber sie waren durch diese Beobachtungen genöthigt, die Neigung dieses Aequators gegen die Jupiters-

bahn etwas zu vermindern, wenn sie die Bewegung des dritten Trabanten betrachteten.

Endlich bewegt sich die Bahn des vierten Trabanten in einer unbeweglichen Ebene, die gegen Jupiters Aequator um  $4630''$  geneigt ist, und durch die Knotenlinie dieses Aequators geht, zwischen dieser letzteren Ebene, und der der Jupitersbahn. Die Bahn des Trabanten ist gegen diese unbewegliche Ebene um  $2772''$  geneigt, und ihre Knoten mit dieser Bahn haben eine rückläufige Bewegung, deren jährlicher und siderischer Werth  $7519''$  und deren Periode 532 Jahre ist; im Jahre 1700 war die Länge des aufsteigenden Knoten  $153^{\circ}75185$ . Die Neigung der Bahn des vierten Trabanten gegen die des Jupiters ändert sich, vermöge dieser Bewegung, ohne Aufhören. Nachdem sie gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts ihr Minimum erreicht hatte, stand sie viele Jahre lang beynahe still, und die Knoten der Bahn des Trabanten mit der Jupitersbahn hatten eine jährliche rechtläufige Bewegung von ohngefähr 8 Minuten.

Diesen durch die Beobachtungen bekannt gemachten Umstand haben die Astronomen ergriffen, und bey den Tafeln für diesen

Tra-



Trabanten angewandt; aber seit mehreren Jahren zeigen die Beobachtungen in der Neigung seiner Bahn gegen die des Jupiters eine sehr merkliche Zunahme, welche, ohne die Hülfe der Theorie die Verfertigung seiner Tafeln sehr erschwert haben würde. Für den Geometer ist es genugthuend, diese besonderen Erscheinungen, welche die Beobachtung ahnden liefs, die aber, da sie aus mehreren einfachen Ungleichheiten herfließen, zu verwickelt sind, als dafs die Astronomen die Geseze derselben hätten entdecken können, aus seiner Analyse hervorgehen zu sehen.

Die verschiedenen Ebenen, deren wir vorhin erwähnten, in welchen die Bahnen der Trabanten sich bewegen, sind nicht genau unbeweglich; die Ebene des Aequators des Jupiters zieht sie mit in ihre Bewegung, so dafs ihre Knoten mit der Bahn dieses Planeten beständig die nämlichen, wie die seines Aequators und ihre Neigungen gegen die Ebene dieser Bahn, der des Aequators beständig proportionirt sind. Aber alle diese Bewegungen sind seit der Entdeckung der Trabanten bis auf unsere Zeit unmerklich.

Die Bahn eines jeden Trabanten nimmt einigen Antheil an der Bewegung der benach-

barten Bahnen; denn in einem Systeme von Körpern, die ihrer eigenen Wechselwirkung unterworfen sind, hängt alles zusammen.

Die Trabanten des Jupiters machen um ihn ein System von Körpern, das dem Systeme der Planeten um die Sonne ähnlich ist; und da ihre Umläufe sehr schnell sind, so haben sie uns in dem kurzen Zeitraume von ihrer Entdeckung an, alle die großen Veränderungen gezeigt, welche eine lange Reihe von Jahrhunderten in dem Planetensysteme herbeyführen muß. So setzt die Uebereinstimmung der Theorie der Schwere mit den beobachteten Veränderungen in den Bahnen der Jupiterstrabanten die Veränderungen außer Zweifel, welche diese Theorie in den Planetenbahnen anzeigt, und welche die ältesten Beobachtungen kaum merklich machen.

Diese Theorie hat allen Empirismus aus den Tafeln der Jupiterstrabanten verbannt. Die von Delambre bekannt gemachten, welche nur die unentbehrlichen Bestimmungsstücke von den Beobachtungen entlehnen, haben den Vorzug, sich über alle Jahrhunderte zu erstrecken, indem sie diese Bestimmungsstücke in eben dem Maasse berichtigen als sie besser bekannt seyn werden. Es ist begreif-

lich, daß man, um die Theorie vestzusezen, die diesen Tafeln zur Grundlage gedient hat, die Massen der Trabanten und die Abplattung des Jupiters durch Näherung kennen mußte. Fünf durch Beobachtung gegebene Stücke sind nothwendig, um diese fünf unbekante zu bestimmen. Die von welchen ich Gebrauch gemacht habe, sind die zwey beträchtlichsten Ungleichheiten des ersten und zweyten Trabanten, die Periode der Veränderungen der Neigung der Bahn des zweyten Trabanten, die Mittelpunktsgleichung des dritten Trabanten, die sich auf die Jupitersnähe des vierten bezieht; endlich die Bewegung dieser Jupitersnähe. Nimmt man Jupiters Masse zur Einheit an, so sind die Massen der Trabanten, die sich aus den vorerwähnten Bestimmungsstücken ergeben, folgende:

I. Trabant . . . . .	0,0000172011.
II. Trabant . . . . .	0,0000237103.
III. Trabant . . . . .	0,0000872128.
IV. Trabant . . . . .	0,0000544681.

Man wird diese Werthe berichtigen, wenn man in der Folge der Zeit die secularen Veränderungen der Trabanten besser kennen lernen wird.

Das Verhältniß der beyden Axen des Jupiters, das aus den nämlichen Bestimmungsstücken folgt, ist 0,93041. gleich. Dieses Verhältniß ist mehrmals mit großer Genauigkeit gemessen worden, und das Mittel aus diesen Messungen ist  $\frac{13}{14}$  oder 0,929, was von dem vorigen Resultate nur um eine unmerkliche Kleinigkeit abweicht. Betrachtet man aber den großen Einfluß der Abplattung des Jupiters auf die Bewegung der Knoten und der Jupitersnähen der Trabanten, so sieht man, daß das Verhältniß der Axen des Jupiters durch die Beobachtungen der Verfinsterungen genauer, als durch die genauesten Messungen gegeben ist. Uebrigens beweist uns die Uebereinstimmung dieser Messungen mit dem Resultate der Theorie auf eine einleuchtende Art, daß die Schwere gegen den Jupiter aus allen einzelnen Schweren gegen jedes seiner Elemente (molécules) zusammengesetzt ist, weil man, wenn man von diesem Grundsatz ausgeht, die beobachtete Abplattung des Jupiters wieder findet.

Die Verfinsterungen des ersten Jupiters-  
trabanten haben die Entdeckung der allmähigen Fortpflanzung des Lichts veranlaßt, welche die Erscheinung der Abirrung in der Folge

noch genauer bestimmt hat. Da nun die Theorie der Bewegung dieses Trabanten heut zu Tage vervollkommenet ist, und die Beobachtungen seiner Verfinsterungen sehr zahlreich geworden sind, so schien es mir, die Untersuchung derselben müßte die GröÙe der Abirring mit noch mehr Genauigkeit, als die directe Beobachtung geben. Delambre hat, auf meine Bitte, die Gefälligkeit gehabt, diese Untersuchung anzustellen, und  $62'',5$  für den ganzen Werth der Abirring gefunden, welcher mit demjenigen genau einerley ist, den Bradley aus seinen Beobachtungen hergeleitet hatte. Es ist sonderbar, zwischen Resultaten, die aus so verschiedenen Methoden gezogen worden sind, eine so genaue Uebereinstimmung zu bemerken. Aus dieser Uebereinstimmung folgt, daß die Geschwindigkeit des Lichts durch den ganzen in der Erdbahn eingeschlossenen Raum gleichförmig ist.

In der That ist die durch die Abirring gegebene Geschwindigkeit des Lichts diejenige, welche in der Peripherie der Erdbahn Statt hat, und welche durch ihre Verbindung mit der Bewegung der Erde diese Erscheinung hervorbringt. Die aus den Verfinsterungen der Jupiterstrabanten geschlossene Geschwindig-

keit des Lichts wird durch die Zeit bestimmt, welche das Licht braucht, um die Erdbahn zu durchlaufen; da also diese beyden Geschwindigkeiten die nämlichen sind, so ist die Geschwindigkeit des Lichts durch die ganze Länge des Durchmessers der Erdbahn gleichförmig. Aus diesen Verfinsterungen folgt ferner, daß diese Geschwindigkeit auch durch die ganze Länge der Jupitersbahn gleichförmig ist; denn die Wirkung der Veränderung des Radius Vector dieser Bahn auf die Verfinsterungen der Trabanten ist nach dem Verhältnisse ihrer Excentricität sehr merklich, und genau die nämliche, wie bey der Voraussetzung der gleichförmigen Bewegung des Lichts.

Wenn das Licht in Ausflüssen der leuchtenden Körper besteht, so fordert die Gleichförmigkeit seiner Geschwindigkeit, daß es durch jeden derselben mit einerley Kraft getrieben, und seine Bewegung durch ihre Anziehung nicht merklich aufgehalten werde. Läßt man hingegen das Licht in Schwingungen einer elastischen Flüssigkeit bestehen, so muß man, wegen der Gleichförmigkeit seiner Geschwindigkeit, die Dichtigkeit dieser Flüssigkeit durch den ganzen Raum des Planetensystems, ihrer Federkraft proportionirt an-

nehmen. Aber die Einfachheit, womit die Abirring der Sterne und die Erscheinungen der Brechung des Lichts bey dem Durchgange aus einem Mittel in ein anderes sich erklären lassen, wenn man das Licht als einen Ausfluß der leuchtenden Körper betrachtet, machen diese Voraussetzung sehr wahrscheinlich.

---

## S i e b e n t e s   K a p i t e l .

*Von der Gestalt der Erde und der Planeten, und dem Gesetze der Schwere auf ihrer Oberfläche.*

**I**m ersten Buche haben wir das erklärt, was die Beobachtungen über die Gestalt der Erde und der Planeten gelehrt haben; jetzt wollen wir diese Resultate, mit denen, welche die allgemeine Schwere (pesanteur) giebt, vergleichen.

Die Schwere (gravité) \*) gegen die Plane-

\*) Da durch dieses ganze Kapitel die Schwere (pesanteur) von der Schwere (gravité) unterschieden wird, so will ich, der Kürze wegen, diesen Unterschied nur durch Beysetzung der Buchstaben p. g., zu dem Worte Schwere bemerklich machen. Die Frage: warum die teutsche Sprache für das eine dieser Dinge keinen Namen habe? hat Herr Hofrath Kästner beantwortet. (Weitere Ausführung der mathematischen Geographie. Göttingen 1795. S. 163.)

ten ist aus den Attractionen aller ihrer Elemente zusammengesetzt. Wären ihre Massen flüssig und ohne Umdrehungsbewegung, so wäre ihre Gestalt, und die ihrer verschiedenen Schichten, kugelförmig, und die dem Mittelpunkte am nächsten liegende Schichten die dichtesten. Die Schwere  $p$  auf der äußeren Oberfläche und in jeder Entfernung außer derselben wäre genau die nämliche, wie wenn die ganze Masse des Planeten in seinem Schwerpunkte vereinigt wäre. Dies ist eine merkwürdige Eigenschaft, vermöge welcher die Sonne, die Planeten, Kometen und Trabanten sehr nahe als eben so viele materielle Punkte auf einander wirken.

In großen Entfernungen heben die Attraction der von dem angezogenen Punkte entferntesten Elemente eines Körpers von jeder Figur und die der nächsten, einander auf, so daß die gesammte Attraction ohngefähr die nämliche ist, wie wenn diese Elemente in ihrem Schwerpunkte vereinigt wären; und wenn man das Verhältniß der Dimensionen des Körpers zu seiner Entfernung von dem angezogenen Punkte als eine sehr kleine Größe von der ersten Ordnung betrachtet, so ist dieses Resultat bis auf Größen der zweyten Ord-



nung genau. Es ist aber für die Kugel nach der Schärfe richtig, und für ein von derselben wenig abweichendes Sphäroid ist es von der nämlichen Ordnung, wie das Product seiner Excentricität durch das Quadrat des Verhältnisses seines Halbmessers zu seiner Entfernung von dem Punkte, den es anzieht.

Die Eigenschaft, welche die Kugel besitzt, so anzuziehen, als wenn ihre Masse in ihrem Mittelpunkte vereinigt wäre, trägt also zu der Einfachheit der himmlischen Bewegungen bey. Sie kommt nicht ausschliessend dem Naturgeseze zu, sondern sie findet auch noch bey dem Geseze der der einfachen Entfernung proportionirten Anziehung Statt, und sie kann nur den durch die Zusammensetzung dieser beyden einfachen Geseze entstandenen Gesezen zukommen. Aber unter allen Gesezen, nach welchen die Schwere  $p$  in einer unendlichen Entfernung verschwindet, ist das wirkliche Naturgesez das einzige, wobey die Kugel diese Eigenschaft hat.

Nach diesem Geseze wird ein Körper, der sich in einer durchgängig gleich dichten sphärischen Schichte befindet, von allen Seiten gleichförmig angezogen, so daß er, mitten unter den Anziehungen, die er leidet, in

Ruhe bleiben würde. Das nämliche hat Statt in einer elliptischen Schichte, deren innere und äußere Oberfläche ähnlich sind, und ähnlich liegen. Wenn man also annimmt, die Planeten seyen gleichartige Kugeln, so nimmt die Schwere  $p$  in ihrem Innern ab, wie die Entfernung von ihrem Mittelpunkte; denn die den angezogenen Punkt umschließende Hülle trägt nichts zu seiner Schwere  $p$  bey, welche also bloß durch die Attraction einer Kugel von einem Halbmesser, der dem Abstände dieses Punkts von des Planeten Mittelpunkte gleich ist, bewirkt wird; nun ist diese Attraction der Masse der Kugel, dividirt durch das Quadrat ihres Halbmessers, proportionirt, und die Masse verhält sich wie der Würfel eben dieses Halbmessers; folglich ist die Schwere  $p$  des Punkts diesem Halbmesser proportionirt. Da aber die Schichten des Planeten wahrscheinlich in dem Maasse dichter sind, als sie dem Mittelpunkte näher liegen; so nimmt die Schwere  $p$  im Innern in einem geringern Verhältnisse, als in dem Falle ihrer Gleichartigkeit, ab.

Die Umdrehungsbewegung der Planeten entfernt sie ein wenig von der Kugelgestalt; die von dieser Bewegung herrührende Centri-

fugalkraft blähet sie an dem Aequator auf, und drückt sie beyden Polen ein. Wir wollen zuerst die Wirkungen dieser Abplattung in dem sehr einfachen Falle betrachten, da die Erde eine gleichartige flüssige Masse, die Schwere  $g$  gegen ihren Mittelpunkt gerichtet, und dem Quadrate des Abstandes von diesem Punkte umgekehrt proportionirt wäre. Es ist leicht zu beweisen, daß alsdann das Erdsphäroid ein durch Umdrehung entstandenes Ellipsoid sey. Denn wenn man zwey in ihrem Mittelpunkte zusammenlaufende flüssige Säulen gedenkt, deren eine in dem Pole, die andere in einem beliebigen Punkte ihrer Oberfläche sich endigt, so ist klar, daß diese zwey Säulen einander das Gleichgewicht halten müssen. Die Centrifugalkraft ändert das Gewicht der gegen den Pol zu gerichteten Säule nicht, sie vermindert nur das Gewicht der andern Säule. Im Mittelpunkte der Erde ist diese Kraft gleich Null; auf der Oberfläche ist sie dem Halbmesser des Erdparallels, oder sehr nahe dem Cosinus der Breite proportionirt, aber sie wird nicht ganz auf die Verminderung der Schwere  $g$  verwandt. Da diese zwey Kräfte einen Winkel mit einander machen, der der Breite gleich ist, so wird die Centrifugalkraft, wenn man

sie so zerlegt, daß der eine Theil von ihr nach der Richtung der Schwere  $g$  geht, in dem Verhältnisse des Cosinus dieses Winkels zum Halbmesser vermindert; folglich wird an der Oberfläche der Erde die Schwere  $g$  von der Centrifugalkraft um das Product aus der Centrifugalkraft am Aequator durch das Quadrat des Cosinus der Breite vermindert; der mittlere Werth dieser Verminderung in der Länge der flüssigen Säule ist also die Hälfte dieses Products, und da die Centrifugalkraft  $\frac{1}{289}$  der Schwere  $g$  am Aequator ist, so ist dieser Werth  $\frac{1}{578}$  der Schwere  $g$ , multiplicirt mit dem Quadrate des Cosinus der Breite. Zum Gleichgewichte wird erfordert, daß die Säule die Verminderung ihrer Schwere  $p$  durch ihre Länge erseze; sie muß also die Polarsäule um  $\frac{1}{578}$  ihrer Grösse, multiplicirt mit dem Quadrate eben dieses Cosinus, übertreffen. Demnach sind die Zunahmen der Erdhalbmesser vom Pole nach dem Aequator diesem Quadrate proportionirt; daraus aber kann man leicht den Schluß ziehen, daß die Erde ein durch Umdrehung entstandenes Ellipsoid sey, dessen Polaraxe zum Aequatorialdurchmesser sich verhält wie 577 zu 578.

Man übersieht leicht, daß das Gleichgewicht der flüssigen Masse noch bestehen würde, unter der Voraussetzung, daß ein Theil in ihrem Innern sich verdichtete, wenn nur die Kraft der Schwere  $g$  die nämliche bleibt.

Um das Gesez der Schwere  $p$  an der Oberfläche der Erde zu bestimmen, wollen wir bemerken, daß die Schwere  $g$  in jedem Punkte dieser Oberfläche, nach dem Verhältnisse der größern Entfernung vom Mittelpunkte, kleiner ist, als an dem Pole. Diese Abnahme ist sehr nahe das Doppelte von der Zunahme des Erdhalbmessers: sie ist also dem Producte von  $\frac{1}{289}$  der Schwere  $g$  durch das Quadrat des Cosinus der Breite gleich. Die Centrifugalkraft vermindert noch die Schwere  $p$  um eben diese Grösse; folglich ist, vermöge der Vereinigung dieser beyden Ursachen, die Abnahme der Schwere  $p$  vom Pole bis zum Aequator dem Producte von  $0,00694$  durch das Quadrat des Cosinus der Breite gleich, wenn man die Schwere  $g$  am Aequator für die Einheit annimmt.

Wir haben im ersten Buche gesehen, daß die Messungen der Meridiangrade der Erde eine größere Abplattung als  $\frac{1}{578}$  geben, und daß die Messungen des Pendels eine Abnahme

der Schwere  $p$  von den Polen nach dem Aequator anzeigen, die kleiner, als  $0,00694$ , und nur  $0,00555$  gleich ist; die Messungen der Grade und des Pendels vereinigen sich also, um zu zeigen, daß die Schwere  $g$  nicht gegen einen einzigen Punkt gerichtet sey; und dieß ist mithin ein Erfahrungsbeweis für den Satz, den wir oben dargethan haben, daß sie aus den Attractionen aller Elemente der Erde zusammengesetzt sey.

In diesem Falle hängt das Gesez der Schwere  $g$  von der Gestalt des Erdsphäroids ab, welche selbst hinwiederum von dem Geseze der Schwere  $g$  abhängig ist. Diese wechselseitige Abhängigkeit zweyer unbekanntener Größen macht die Untersuchung der Gestalt der Erde sehr schwer. Glücklicherweise thut die elliptische Gestalt, als die einfachste unter allen in sich zurücklaufenden Figuren, nach der Kugel, dem Gleichgewichte einer flüssigen Masse, die eine Umdrehungsbewegung hat, und deren sämtliche Elemente einander wechselseitig im Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen anziehen, Genüge. Newton begnügte sich damit, sie vorauszusetzen, und fand, indem er von dieser Hypothese und von der Gleichartigkeit der Erde ausgieng, daß die zwey

Axen dieses Planeten sich zusammen verhalten, wie 229 zu 230.

Daraus läßt sich das Gesez der Veränderung der Schwere  $p$  auf der Erde leicht herleiten. Wir betrachten zu dem Ende verschiedene Punkte, die in einerley Halbmesser liegen, der aus dem Mittelpunkte einer gleichartigen, im Gleichgewichte befindlichen flüssigen Masse an ihre Oberfläche geht. Alle ähnlichen elliptischen Schichten, welche einen von ihnen einschließen, tragen nichts zu seiner Schwere  $p$  bey; und das Resultat der Anziehungen, die er leidet, ist blos der Attraction eines, dem ganzen Sphäroid ähnlichen elliptischen Sphäroids zuzuschreiben, dessen Oberfläche durch diesen Punkt geht. Die ähnlichen und ähnlich liegenden Elemente dieser beyden Sphäroiden ziehen stückweise diesen Punkt und den zugehörigen Punkt der äußeren Fläche, im Verhältnisse der Quotienten der Massen durch die Quadrate der Entfernungen, an; die Massen verhalten sich, wie die Würfel der ähnlichen Dimensionen der beyden Sphäroiden, und die Quadrate der Entfernungen wie die Quadrate eben dieser Dimensionen; die Attractionen ähnlicher Elemente sind also diesen Dimensionen proportionirt;

woraus folgt, daß die ganzen Attractionen der beyden Sphäroiden, in dem nämlichen Verhältnisse, und ihre Richtungen parallel sind. Auch die Centrifugalkräfte der beyden Punkte, die wir betrachten, sind den nämlichen Dimensionen proportionirt; ihre Schweren  $p$ , welche die Resultate aller dieser Kräfte sind, verhalten sich also wie ihre Entfernungen von dem Mittelpunkte der flüssigen Masse.

Gedenkt man sich nun zwey flüssige Säulen, deren eine aus dem Mittelpunkte des Sphäroids nach dem Pole, die andere nach einem beliebigen Punkte seiner Oberfläche geht, so ist klar, daß, wenn das Sphäroid sehr wenig abgeplattet ist, die nach den Richtungen dieser Säulen zerlegten Schweren  $p$  sehr nahe die nämlichen wie die ganzen Schweren  $p$  seyn werden. Theilt man also die Länge der Säulen in eine gleiche Zahl unendlich kleiner, diesen Längen proportionirter Theile, so werden die Gewichte der zusammengehörigen Theile sich zusammen verhalten wie die Producte aus den Längen der Säulen durch die Schweren  $p$  in den Punkten der Oberfläche, wo sie sich endigen; die ganzen Gewichte dieser Säulen werden also in dem nämlichen Verhältnisse stehen. Im Falle des Gleichgewichts müssen die-



se Gewichte gleich seyn; folglich sind die Schweren  $p$  auf der Oberfläche den Längen der Säulen umgekehrt proportionirt. Da also der Halbmesser des Aequators den des Pols um  $\frac{1}{230}$  übertrifft, so muß die Schwere  $p$  unter dem Pole die am Aequator um  $\frac{1}{230}$  übertreffen.

Dies hat Maclaurin unter der Voraussetzung, daß die elliptische Figur dem Gleichgewichte einer gleichartigen flüssigen Masse Genüge thue, durch eine sehr schöne Methode erwiesen, aus welcher sich ergibt, daß das Gleichgewicht alsdann nach der Strenge möglich, und daß, wenn das Ellipsoid sehr wenig abgeplattet ist, die Ellipticität fünf Vierteln des Verhältnisses der Centrifugalkraft zur Schwere  $p$  am Aequator gleich ist.

Zu einerley Umdrehungsbewegung passen zwey verschiedene Figuren, die das Gleichgewicht verstattet; aber das Gleichgewicht kann nicht bey allen diesen Bewegungen bestehen. Die kürzeste Umdrehungszeit einer gleichartigen im Gleichgewichte befindlichen Flüssigkeit von gleicher Dichtigkeit mit der mittleren Dichtigkeit der Erde, ist 0,10089 Tag; und diese Grenze ändert sich im umgekehrten Verhältnisse von der Quadratwurzel der Dichtigkeit. Wenn die Umdrehung am

schnellstenist, so wird die flüssige Masse unter den Polen abgeplattet, dadurch wird ihre Umdrehungszeit kleiner, und fällt zwischen die zum Zustande des Gleichgewichts taugliche Grenzen; nach einer großen Zahl von Schwingungen setzt sich die flüssige Masse, vermöge der Reibungen und des Widerstands, den sie leidet, in diesem Zustandē fest, welcher nur einer, und durch die ursprüngliche Umdrehungsbewegung bestimmt ist.

Die vorhergehenden Resultate geben uns ein einfaches Mittel an die Hand, die Hypothese von der Gleichartigkeit der Erde zu bestätigen.

Die Unregelmäßigkeit der gemessenen Meridiangrade läßt über die Abplattung der Erde noch gar zu viele Ungewißheit, als daß man erkennen könnte, ob sie ohngefähr so beschaffen ist, wie diese Hypothese es fordert. Aber die ziemlich regelmäßige Zunahme der Schwere  $p$  vom Aequator nach den Polen kann uns über diesen Gegenstand Licht geben. Nimmt man die Schwere  $p$  am Aequator zur Einheit an, so ist ihre Zunahme bis zum Pole, im Falle der Gleichartigkeit der Erde,  $0,00435$ ; aber nach den Pendelbeobachtungen ist diese Zunahme  $0,00555$ ; die Erde ist also

nicht gleichartig. Es ist in der That natürlich zu denken, daß die Dichtigkeit ihrer Schichten von der Oberfläche gegen den Mittelpunkt zunehme; ja es ist zur Beständigkeit des Gleichgewichts der Meere sogar nothwendig, daß ihre Dichtigkeit kleiner, als die mittlere Dichtigkeit der Erde sey; sonst würden die Gewässer derselben, wenn sie durch die Winde oder andere Ursachen aufgetrieben werden, oft über ihre Grenzen austreten, um das veste Land zu überschwemmen.

Da also die Gleichartigheit der Erde durch die Beobachtungen ausgeschlossen wird, so muß man, um ihre Gestalt zu bestimmen, das Meer als die Hülle eines Kerns betrachten, dessen Schichten eine vom Mittelpunkte nach der Oberfläche zu abnehmende Dichtigkeit haben. *Clairaut* hat in seinem schönen Werke über die Figur der Erde bewiesen, daß das Gleichgewicht bey der Voraussetzung einer an ihrer Oberfläche, und in den Schichten des innern Kerns elliptischen Gestalt noch möglich sey. Bey den wahrscheinlichsten Hypothesen über das Gesez der Dichtigkeiten und der Ellipticitäten dieser Schichten ist die Abplattung der Erde kleiner, als im Falle der Gleichartigheit, und größer, als wenn die

Schwere  $g$  gegen einen einzigen Punkt gerichtet wäre; die Zunahme der Schwere  $p$  vom Aequator nach den Polen ist gröfser, als im ersten, und kleiner, als im zweyten Falle. Aber zwischen der ganzen Zunahme der Schwere  $p$ , wenn man die am Aequator zur Einheit annimmt, und der Ellipticität der Erde findet das merkwürdige Verhältniß Statt, daß bey allen Hypothesen über die Beschaffenheit des vom Meere umschlossenen Kerns die Ellipticität der ganzen Erde von derjenigen, welche im Falle der Gleichartigkeit Statt hat, um eben so viel übertroffen wird, um wie viel die ganze Zunahme der Schwere  $p$  diejenige übertrifft, welche in eben diesem Falle Statt findet, und umgekehrt; so daß die Summe dieser Zunahme und der Ellipticität immer die nämliche und fünf Halben des Verhältnisses der Centrifugalkraft zur Schwere  $p$  am Aequator gleich ist, welches für die Erde  $\frac{1}{115,2}$  giebt.

Setzt man also, die Gestalt der Schichten des Erdsphäroids sey elliptisch, so ist die Zunahme seiner Halbmesser, und der Schwere  $p$ , und die Abnahme der Meridiangrade von den Polen nach dem Aequator dem Quadrate des Cosinus der Breite proportionirt, und sie sind

mit der Ellipticität der Erde so verbunden, daß die ganze Zunahme der Halbmesser, dieser Ellipticität, die ganze Abnahme der Grade dem Producte der Ellipticität durch das Dreyfache des Aequatorialgrads, und die ganze Zunahme der Schwere  $p$ , dem Producte der Schwere  $p$  am Aequator durch den Ueberschufs von  $\frac{1}{115,2}$  über diese Ellipticität gleich

ist. Man kann also die Ellipticität der Erde sowohl durch die Gradmessungen als durch die Pendelbeobachtungen bestimmen.

Diese Beobachtungen geben 0,0055506. für die Zunahme der Schwere  $p$  vom Aequator bis zu den Polen; zieht man diese Gröfse

von  $\frac{1}{115,2}$  ab, so erhält man  $\frac{1}{320}$  für die Ab-

plattung der Erde. Wenn die Voraussetzung einer elliptischen Gestalt in der Natur wirklich Statt hat, so muß diese Abplattung den Gradmessungen Genüge thun; aber sie setzt im Gegentheile unwahrscheinliche Irrthümer dabey voraus, und dies, mit der Schwierigkeit, alle diese Messungen einer und derselben elliptischen Figur anzupassen, beweist uns, daß die Figur der Erde viel zusammengesetzter ist, als man vorher glaubte. Darüber

wird man sich auch nicht wundern, wenn man die Unregelmäßigkeit der Tiefen des Meeres, die Erhöhung des festen Landes und der Inseln über dessen wagrechte Fläche, die Höhe der Berge, die ungleiche Dichtigkeit der Gewässer, und der verschiedenen, auf der Oberfläche dieses Planeten befindlichen Körper betrachtet.

Um die Theorie von der Gestalt der Erde und der Planeten mit der größten Allgemeinheit zu umfassen, mußte man die Attraction solcher Sphäroiden bestimmen, die von der Kugelgestalt wenig abweichen und aus Schichten bestehen, deren Gestalt und Dichtigkeit sich nach jeden Gesetzen ändern; man mußte auch die Figur bestimmen, welche dem Gleichgewichte einer über ihre Oberfläche verbreiteten Flüssigkeit zukommt; denn man muß sich die Planeten, wie die Erde mit einer im Gleichgewichte befindlichen Flüssigkeit bedeckt vorstellen; sonst würde ihre Gestalt ganz willkürlich seyn. Dalember hat dazu eine sinnreiche Methode angegeben, die sich auf sehr viele Fälle erstreckt, aber es fehlt ihr an derjenigen Einfachheit, die bey so verwickelten Untersuchungen so sehr zu wünschen ist, und die auch das größte Verdienst davon aus-

macht. Mich hat eine merkwürdige Gleichung für die partialen Differenzen, die sich auf die Attractionen der Sphäroiden bezieht, ohne Hülfe der Integrationen, durch bloße Differentiationen, auf allgemeine Ausdrücke, von den Halbmessern der Sphäroiden, von ihren Attractionen gegen jede Punkte in ihrem Innern, auf ihrer Oberfläche, oder aufser derselben, von den Bedingungen des Gleichgewichts der Flüssigkeiten, die sie bedecken, von dem Gesetze der Schwere  $p$ , und der Veränderung der Grade auf der Oberfläche dieser Flüssigkeiten geführt. Alle diese Größen sind durch sehr einfache Verhältnisse mit einander verbunden, und es ergibt sich daraus ein leichtes Mittel, die Voraussetzungen zu berichtigen, die man annehmen kann, um theils die beobachteten Veränderungen der Schwere  $p$ , theils die Messungen der Meridiangrade darzustellen. So findet man, daß Bouguers-Voraussetzung, welcher in der Absicht, die in Lappland, in Frankreich und am Aequator gemessenen Grade darzustellen, annahm, die Erde sey ein durch Umdrehung entstandenes Sphäroid, auf welchem die Zunahme der Meridiangrade vom Aequator gegen die Pole dem Biquadrate des Sinus der Breite

proportionirt sey, der Zunahme der Schwere p vom Aequator bis nach Pello nicht Genüge thut, welche, nach den Beobachtungen 45 Zehnmilliontheilchen der ganzen Schwere p beträgt, da sie, nach dieser Voraussetzung nur 27 solcher Theilchen betragen würde.

Die erwähnten Ausdrücke geben eine directe und allgemeine Auflösung der Aufgabe: Die Figur einer im Gleichgewichte befindlichen, mit einer Umdrehungsbewegung versehenen, und aus unendlich vielen Flüssigkeiten von jeder Dichtigkeit zusammengesetzten flüssigen Masse zu bestimmen, deren sämtliche Elemente einander im geraden Verhältnisse der Massen, und im umgekehrten des Quadrats der Entfernungen anziehen. Legendre hat bereits diese Aufgabe, unter der Voraussetzung einer gleichartigen Masse, durch eine sehr sinnreiche Analyse aufgelöst. In dem allgemeinen Falle nimmt die flüssige Masse nothwendig die Gestalt eines durch Umdrehung entstandenen Ellipsoids an, dessen sämtliche Schichten elliptisch, und von abnehmender Dichtigkeit sind, während ihre Ellipticität von dem Mittelpunkte gegen die Oberfläche zu wächst. Die Grenzen der Abplattung des ganzen Ellipsoids sind  $\frac{5}{4}$  und  $\frac{1}{2}$  von dem



Verhältnisse der Centrifugalkraft zur Schwere  $p$  am Aequator; die erste Grenze bezieht sich auf die Gleichartigkeit der Masse, und die zweyte auf den Fall, wo die dem Mittelpunkte unendlich nahen Schichten unendlich dicht sind, und die ganze Masse des Sphäroids als in diesem Punkte vereinigt angesehen werden kann. In diesem Falle würde die Schwere  $p$  gegen einen einzigen Punkt gerichtet, und dem Quadrate der Entfernungen umgekehrt proportionirt seyn, wie wir sie oben bestimmt haben; aber in dem allgemeinen Falle ist die Linie, welche die Richtung der Schwere  $p$  vom Mittelpunkte bis an die Oberfläche des Sphäroids bestimmt, eine Curve, von welcher jedes Element auf der Schichte, durch die es geht, lothrecht ist.

Es ist sehr merkwürdig, daß die beobachteten Veränderungen der Pendellängen dem Geseze des Quadrats des Cosinus der Breite ziemlich genau folgen, von welchem die Veränderungen der gemessenen Meridiangrade merklich abweichen. Die allgemeine Theorie der Attractionen der im Gleichgewichte befindlichen Sphäroiden giebt von dieser Erscheinung eine sehr einfache Erklärung; sie zeigt uns, daß die Stücke, welche in dem Werthe

des Erdhalbmessers von diesem Gesetze abweichen, in dem Ausdrücke der Schwere  $p$  merklicher, und in dem Ausdrücke der Grade noch merklicher werden, wo sie Werthe bekommen können, die groß genug sind, um die Erscheinung, wovon die Rede ist, hervorzu- bringen. Diese Theorie lehrt uns ferner, daß die Grenzen der ganzen Zunahme der Schwere  $p$ , die am Aequator für die Einheit angenommen, die Producte aus 2 und aus  $\frac{5}{4}$  durch das Verhältniß der Centrifugalkraft zur Schwere  $p$  seyen; die erste dieser Grenzen be- zieht sich auf den Fall, wo die Schichten im Mittelpunkte unendlich dicht wären, die zwey- te aber auf die Gleichartigkeit der Erde. Daß die beobachtete Zunahme zwischen diese Gren- zen fällt, zeigt an, daß die Dichtigkeit der Schichten des Erdsphäroids in eben dem Maas- se zunimmt, als sie sich dem Mittelpunkte nähern, was auch den Gesetzen der Hydrosta- tik gemäß ist. Die Theorie thut also den Beobachtungen so gut Genüge, als man es, bey der Unwissenheit, worin wir uns in An- sehung der Beschaffenheit des Inneren der Er- de befinden, nur verlangen kann.

Aus dieser Uebereinstimmung folgt, daß man bey der Berechnung der Veränderungen

der Schwere  $p$ , und der Parallaxen eine elliptische Gestalt der Erdmeridiane annehmen kann, deren Abplattung dem Ueberschusse des Bruchs  $\frac{1}{115,2}$  über die ganze Zunahme der Schwere  $p$  vom Aequator bis zu den Polen gleich ist.

Der aus dem Schwerpunkte des Erdsphäroids unter dem Parallele, für welchen das Quadrat des Sinus der Breite  $\frac{1}{3}$  ist, an seine Oberfläche gehende Halbmesser bestimmt die Kugel von einerley Masse mit der Erde, und von einer Dichtigkeit, die ihrer mittleren Dichtigkeit gleich ist. Dieser Halbmesser ist 19614648 Fufs groß, und die Schwere  $g$  unter diesem Parallele ist die nämliche, wie auf der Oberfläche dieser Kugel.

Was ist aber das Verhältniß der mittleren Dichtigkeit der Erde zu der einer bekannten Materie, die ihre Oberfläche hätte? Die Wirkung der Attraction der Berge auf die Schwingungen des Pendels und auf die Richtung des Bleyloths kann uns allein zur Auflösung dieser wichtigen Aufgabe führen. In der That sind auch die höchsten Berge im Verhältnisse gegen die Erde immer noch sehr klein, aber wir können dem Mittelpunkte ihrer Wirkung

sehr nahe kommen, und dies, in Verbindung mit der Genauigkeit der neueren Beobachtungen, kann ihre Wirkungen merklich machen. Die Berge in Peru, als die höchsten der Erde, schienen zu dieser Absicht am geschicktesten zu seyn. Bouguer verabsäumte daher eine so wichtige Beobachtung auf seiner, wegen der Messung der Meridiangrade am Aequator unternommenen Reise nicht. Aber da diese großen Körper vulkanisch und inwendig hohl sind, so fand man die Wirkung ihrer Anziehung viel kleiner, als man nach dem Verhältnisse ihrer GröÙe hätte erwarten sollen.

Indessen war sie gleichwohl merklich; denn auf dem Gipfel des Pichincha würde die Verminderung der Schwere  $p$ , ohne die Attraction des Bergs, 0,00149 gewesen seyn, sie war aber, nach den Beobachtungen, nur 0,00118. Die Wirkung der Abweichung des Bleyloths wegen der Anziehung eines andern Bergs übertraf 20". Seitdem hat Maskelyne eine ähnliche durch die Anziehung eines Bergs in Schottland verursachte Wirkung mit der äußersten Sorgfalt gemessen, und das Resultat erhalten, daß die mittlere Dichtigkeit der Erde ohngefähr doppelt so groß, als die des Berges, und vier- oder fünfmal größer, als

die des gemeinen Wassers ist. Diese sonderbare Beobachtung verdient recht oft, und auf verschiedenen Bergen, deren innere Beschaffenheit wohl bekannt ist, wiederholt zu werden.

Wir wollen nun die vorhergehende Theorie auf den Jupiter anwenden.

Die von der Umdrehungsbewegung dieses Planeten herrührende Centrifugalkraft ist sehr nahe  $\frac{1}{5}$  der Schwere  $p$  an seinem Aequator, wenigstens wenn man die im zweyten Buche angegebene Entfernung des vierten Trabanten von seinem Mittelpunkte annimmt. Wäre Jupiter gleichartig, so würde man seinen Aequatorialdurchmesser erhalten, wenn man zu seiner kleinen Axe, diese für die Einheit angenommen, fünf Viertel des vorigen Bruchs hinzusetzte; diese beyden Axen stünden also in dem Verhältnisse von 41 zu 36. Nach den Beobachtungen aber ist ihr Verhältniß das von 14 zu 13; Jupiter ist also nicht gleichartig. Nimmt man an, er bestehe aus Schichten, deren Dichtigkeiten von dem Mittelpunkte nach der Oberfläche zu abnehmen, so muß seine Ellipticität zwischen  $\frac{5}{36}$  und  $\frac{1}{18}$  fallen. Dafs die beobachtete Ellipticität zwischen diese Grenzen fällt, beweist uns die Ungleich-

artigkeit seiner Schichten, und durch die Analogie auch die der Schichten des Erdsphäroids, die schon an sich, und durch die Pendelbeobachtungen sehr wahrscheinlich ist.

---

## A c h t e s K a p i t e l .

### *Von der Gestalt des Saturnsrings.*

**D**er Ring des Saturns wird, wie wir im ersten Buche gesehen haben, von zwey concentrischen Ringen von sehr geringer Dicke gebildet. Durch welchen Mechanismus erhalten sich nun diese Ringe um diesen Planeten? Es ist nicht wahrscheinlich, daß dies durch das bloße Anhängen ihrer Elemente geschehe; denn alsdann würden ihre dem Saturn nahe liegenden Theile, da sie durch die immer wiederholte Wirkung der Schwere getrieben werden, sich auf die Länge von den Ringen ablösen, welche durch eine unmerkliche Abnahme endlich vernichtet werden würden, so wie alle Werke der Natur, welche nicht hinreichende Kräfte hatten, um der Einwirkung fremder Ursachen zu widerstehen.

Diese Ringe erhalten sich also ohne ein

besonderes Bestreben und durch die bloßen Geseze des Gleichgewichts; aber man muß ihnen zu dem Ende eine Umdrehungsbewegung um eine auf ihrer Ebene lothrechte, und durch Saturns Mittelpunkt gehende Axe geben, damit ihre Schwere gegen den Planeten durch ihre von dieser Bewegung herrührende Centrifugalkraft im Gleichgewichte gehalten wird.

Wir wollen uns eine in Gestalt des Rings um den Saturn verbreitete gleichartige Flüssigkeit vorstellen, und sehen, was für eine Figur sie haben müsse, damit sie, vermöge der wechselseitigen Anziehung ihrer Elemente, vermöge ihrer Schwere gegen den Saturn, und ihrer Centrifugalkraft, im Gleichgewichte sey. Wenn man durch des Planeten Mittelpunkt eine auf der Ebene des Rings lothrechte Ebene legt, so entsteht ein Durchschnitt dieser Ebene mit dem Ringe, welchen ich die erzeugende Curve (*courbe génératrice*) nenne.

Die Analysis zeigt, daß, wenn die Dicke des Rings, in Ansehung seiner Entfernung von Saturns Mittelpunkte, nicht beträchtlich ist, das Gleichgewicht der Flüssigkeit möglich ist, wenn die erzeugende Curve eine Ellipse ist, deren große Axe gegen des Planeten Mittelpunkt gerichtet ist. Die Umdrehungszeit

des Rings ist ohngefähr die nämliche, wie die Umlaufszeit eines Trabanten, der sich, in der Entfernung des Mittelpunkts der erzeugenden Ellipse, kreisförmig bewegt, und diese Zeit ist ohngefähr  $4 \frac{1}{3}$  Stunde für den innern Ring.

Das Gleichgewicht der Flüssigkeit würde noch bestehen, wenn man die Gröfse und Lage der erzeugenden Ellipse durch den ganzen Umfang des Rings veränderlich setzte, wofern diese Veränderungen nur erst in viel größeren Entfernungen, als die Axe des erzeugenden Durchschnits ist, merklich wären.

Man kann also annehmen, der Ring habe in seinen verschiedenen Theilen eine ungleiche Dicke, ja man kann sogar sezen, er sey von doppelter Krümmung. Diese Ungleichheiten werden durch die Phänomene des Erscheinens und Verschwindens des Saturnsrings, die bey den beyden Armen desselben verschieden waren, angezeigt; sie sind sogar nothwendig, um den Ring im Gleichwichte um den Planeten zu erhalten; denn wenn er in allen seinen Theilen vollkommen ähnlich wäre, so würde sein Gleichgewicht durch die geringste Kraft, z. B. durch die Attraction eines Trabanten, gestört werden, und der Ring würde sich endlich auf den Planeten stürzen.

Die



Die den Saturn umgebenden Ringe sind also unregelmäßige feste Körper, von ungleicher Dicke in verschiedenen Punkten ihres Umfangs, so daß ihre Schwerpunkte mit den Mittelpunkten ihrer Figur nicht zusammenfallen. Diese Schwerpunkte können als eben so viele Trabanten betrachtet werden, die sich um Saturns Mittelpunkt in Entfernungen bewegen, welche von den Ungleichheiten der Ringe abhängen, und mit Winkelgeschwindigkeiten, die den Geschwindigkeiten der Umdrehung ihrer zugehörigen Ringe gleich sind.

Begreiflich müssen diese Ringe, die durch ihre eigene Wechselwirkung durch die Wirkung der Sonne und der Saturnstrabanten getrieben werden, sich um den Mittelpunkt dieses Planeten schwingen, und ihre Knoten mit der Ebene der Bahn des Planeten müssen rückläufige Bewegungen haben. Man könnte glauben, daß sie aufhören müßten, in der nämlichen Ebene zu seyn, weil sie unter der Einwirkung verschiedener Kräfte stehen; aber da Saturn eine schnelle Umdrehungsbewegung hat, und die Ebene seines Aequators mit der des Rings und der sechs ersten Trabanten einerley ist, so erhält seine Wirkung das System dieser verschiedenen Körper in dieser Ebene.

Die Wirkung der Sonne und des siebenten Trabanten verursacht blos eine Veränderung in der Lage der Aequatorsebene des Saturns, welcher bey dieser Bewegung die Ringe, und die Bahnen der sechs ersten Trabanten durch einen Mechanismus fortführt, der demjenigen ähnlich ist, welcher die Bahnen der Jupiters-  
trabanten, und hauptsächlich die des ersten, ohngefähr in der Aequatorsebene dieses Planeten erhält.

---

## Neuntes Kapitel.

### *Von den Atmosphären der Himmelskörper.*

Eine dünne, durchsichtige, zusammendrückbare, und elastische Flüssigkeit, die einen Körper umgiebt, nennt man seine *Atmosphäre*. Wir gedenken um jeden Himmelskörper eine ähnliche Atmosphäre, deren Daseyn bey allen wahrscheinlich, und bey der Sonne und dem Jupiter durch die Beobachtungen angezeigt ist. Die atmosphärische Flüssigkeit wird in eben dem Maaße dünner, als sie sich über die Körper erhebt, vermöge ihrer Federkraft, welche sie um so vielmehr aus-

dehnt, je weniger sie zusammengedrückt ist. Wären aber die Theile ihrer Oberfläche elastisch, so würde sie sich ohne Unterlaß ausdehnen, und sich endlich in dem Weltraume zerstreuen; die Federkraft der atmosphärischen Flüssigkeit muß also in einem größeren Verhältnisse abnehmen, als das Gewicht, das sie zusammendrückt, und es muß einen Zustand der abnehmenden Dichtigkeit geben, wobey diese Flüssigkeit ohne Federkraft ist; und in diesem Zustande muß sie an der Oberfläche der Atmosphäre sich befinden.

Alle atmosphärischen Schichten müssen auf die Länge einerley Umdrehungsbewegung annehmen, die den Körpern, welche sie umgeben, gemeinschaftlich ist; denn die Reibung dieser Schichten unter einander und an der Oberfläche der Körper muß die langsamsten Bewegungen soweit beschleunigen, und die schnellsten aufhalten, bis eine völlige Gleichheit unter ihnen zu Stande gebracht ist. Bey diesen Veränderungen, und überhaupt bey allen denen, welche die Atmosphäre leidet, bleibt die Summe der Producte der Elemente der Körper und ihrer Atmosphäre, wenn sie stückweise durch die Flächen, welche ihre auf die Aequatorsebene projecirten Radii vectores

um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt beschreiben, multiplicirt werden, immer in einerley Zeit die nämliche. Setzt man also, daß aus irgend einer Ursache die Atmosphäre sich zusammenziehe, oder ein Theil von ihr, an der Oberfläche des Körpers sich verdichte, so wird die Umdrehungsbewegung des Körpers und der Atmosphäre dadurch beschleunigt; denn da die Radii vectores der durch die Elemente der anfänglichen Atmosphäre beschriebenen Flächen kleiner werden, so kann die Summe der Producte aller Elemente durch die zugehörigen Flächen nicht die nämliche bleiben, wofern nicht die Geschwindigkeit der Umdrehung zunimmt.

An der Oberfläche der Atmosphäre wird die Flüssigkeit blos durch ihre Schwere zurückgehalten, und die Figur dieser Oberfläche ist so beschaffen, daß das Resultat der Centrifugalkraft und der Anziehungskraft des Körpers auf ihr lothrecht ist. Die Atmosphäre wird an ihren Polen abgeplattet, und schwillt um ihren Aequator auf; aber diese Abplattung hat Grenzen, und in dem Falle, wo sie am größten ist, ist das Verhältniß der Axen des Pols und des Aequators das von 2 zu 3.

Die Atmosphäre kann sich um den Aequa-

tor nur so weit ausdehnen, bis die Centrifugalkraft der Schwere genau das Gleichgewicht hält; denn es ist klar, daß über diese Grenze hinaus die Flüssigkeit sich zerstreuen müsse. Bey der Sonne ist dieser Grenzpunkt von ihrem Mittelpunkte um den Halbmesser der Bahn eines Planeten entfernt, welcher seinen Umlauf in einer Zeit machen würde, die der Umdrehungszeit der Sonne gleich ist. Die Atmosphäre der Sonne erstreckt sich also nicht bis zu der Bahn des Merkurs, und folglich bringt sie auch das Thierkreislicht nicht hervor, welches sich sogar über die Erdbahn hinaus zu erstrecken scheint. Außerdem ist diese Atmosphäre, deren Polaraxe zum wenigsten zwey Drittheile von der des Aequators halten muß, weit entfernt, die linsenförmige Gestalt zu haben, welche die Beobachtungen dem Thierkreislichte geben.

Der Punkt wo die Centrifugalkraft der Schwere das Gleichgewicht hält, ist um so viel näher bey dem Körper, je schneller die Umdrehungsbewegung ist. Wenn man sich vorstellt, daß die Atmosphäre sich bis an diese Grenze erstreckt, und daß sie sofort sich zusammen ziehe, und durch die Erkältung an der Oberfläche des Körpers verdichte, so wird

die Umdrehungsbewegung immer schneller werden, und die äußerste Grenze der Atmosphäre wird sich ohne Unterlaß dem Mittelpunkte nähern. Die Atmosphäre wird also allmählig in der Ebene ihres Aequators flüssige Zonen absetzen, welche fortfahren werden um den Körper zu laufen, weil ihre Centrifugalkraft ihrer Schwere gleich ist; da aber diese Gleichheit bey den vom Aequator entfernten Elementen der Atmosphäre nicht Statt hat, so werden diese nicht aufhören, ihr anzugehören. Es ist wahrscheinlich, daß die Ringe des Saturns solche von seiner Atmosphäre abgesetzte Zonen seyen.

Wenn andere Körper, um den, welchen wir betrachten, laufen, oder, wenn er selbst um einen andern Körper läuft, so ist die Grenze seiner Attraction der Punkt, wo seine Centrifugalkraft, sammt der Attraction der fremden Körper, seine Schwere genau aufwiegt; so ist die Grenze der Atmosphäre des Monds der Punkt, wo die von seiner Umdrehungsbewegung herrührende Centrifugalkraft, sammt der Anziehungskraft der Erde, mit der Attraction dieses Trabanten im Gleichgewichte ist. Da die Masse des Monds, wie wir im

Vorhergehenden gesehen haben,  $\frac{1}{58,7}$  von der Erde ist, so beträgt der Abstand dieses Punkts von des Monds Mittelpunkte olngefähr den neunten Theil der Entfernung des Monds von der Erde. Wenn in dieser Entfernung die ursprüngliche Atmosphäre des Monds ihrer Federkraft nicht beraubt war, so wird sie sich nach der Erde zu begeben haben, die sie also annehmen konnte. Dies ist vielleicht die Ursache, warum diese Atmosphäre so wenig merklich ist.

---

## Z e h n t e s K a p i t e l.

### *Von der Ebbe und Fluth des Meeres.*

Wenn schon die Untersuchung der Geseze des Gleichgewichts der Flüssigkeiten, welche die Planeten bedecken, grofse Schwierigkeiten darbietet, so muß die Untersuchung der Bewegung dieser Flüssigkeiten, in welche sie durch die Attraction der Gestirne versetzt werden, mit noch erheblicheren verbunden seyn. Auch Newton, der sich zuerst mit dieser wichtigen Aufgabe beschäftigte, begnügte sich

damit, die Figur zu bestimmen, bey welcher das Meer unter der Einwirkung der Sonne und des Monds im Gleichgewichte seyn würde. Er setzte voraus, das Meer nehme diese Figur jeden Augenblick an, und diese Voraussetzung, welche die Berechnungen äußerst erleichtert, gab ihm Resultate, die unter vielen Beziehungen mit den Beobachtungen übereinstimmten. In der That nahm dieser große Geometer auf die Umdrehungsbewegung der Erde Rücksicht, um das Zurückbleiben der Ebbe und Fluth hinter den Durchgängen der Sonne und des Monds durch den Meridian zu erklären. Aber der Gang seiner Schlüsse ist nicht befriedigend, und widerspricht außerdem dem Resultate einer genauen Analyse. Die Akademie der Wissenschaften machte dies zum Gegenstande einer Preisfrage für das Jahr 1740.; die gekrönten Abhandlungen enthalten Entwicklungen der Newtonischen Theorie, welche sich auf die nämliche Hypothese vom Gleichgewichte des Meeres unter der Einwirkung der Gestirne, die es anziehen, gründen. Man übersieht indessen leicht, daß die Schnelligkeit der Umdrehungsbewegung der Erde die Gewässer, welche sie bedecken, verhindert, jeden Augenblick die Figur anzunehmen, welche dem Gleich-



gewichte der Kräfte, die sie in Bewegung setzen, angemessen ist. Aber die Untersuchung dieser Bewegung, in Verbindung mit der Wirkung der Sonne und des Monds, zeigte Schwierigkeiten, welche den Kenntnissen, die man damals in der Analysis und von der Bewegung der Flüssigkeiten hatte, überlegen waren. Unterstützt von den seitdem über diese zwey Gegenstände gemachten Entdeckungen nahm ich diese schwerste Aufgabe der ganzen Mechanik des Himmels wieder vor. Die einzigen Hypothesen, die ich mir erlaubte, sind die, daß das Meer die ganze Erde bedecke, und daß es, bey seinen Bewegungen nur kleine Hindernisse finde; sonst ist meine ganze Theorie genau, und auf die Grundsätze von der Bewegung der flüssigen Körper gegründet. Indem ich mich so der Natur näherte, hatte ich die Genugthuung, zu sehen, daß meine Resultate sich den Beobachtungen näherten, besonders in Ansehung des kleinen Unterschieds, der in unsern Häfen zwischen den beyden Fluthen des nämlichen Tags Statt findet, und welcher nach Newtons Theorie sehr groß seyn würde. Ich bin auf das merkwürdige Resultat gekommen, daß man, um diesen Unterschied völlig auf Null zu bringen, nur voraus

zu sezen brauche, dafs das Meer durchgängig einerley Tiefe habe. Daniel Bernoulli versuchte in seiner Abhandlung über die Ebbe und Fluth des Meeres, welche einen Theil des von der Akademie für das Jahr 1740. ausgesetzten Preises bekam, diese Erscheinung durch die Umdrehungsbewegung der Erde zu erklären. Nach ihm ist diese Bewegung zu schnell, als dafs die Fluthen zu den Resultaten der Theorie passen könnten. Aber die Analysis zeigt uns, dafs diese Schnelligkeit die Fluthen nicht hindern würde, sehr ungleich zu seyn, wenn die Tiefe des Meers nicht beständig wäre. Man sieht aus diesem Beyspiele, und aus dem vorhin angeführten von Newton, wie viel Mistrauen man auch in die wahrscheinlichsten Wahrnehmungen sezen müsse, wenn sie nicht durch eine genaue Berechnung berichtigt werden.

Obschon die vorhergehenden Resultate sich sehr weit erstrecken, so sind sie doch durch die Voraussetzung einer über die Erde regelmäfsig verbreiteten Flüssigkeit, die bey ihren Bewegungen nur sehr geringen Widerstand leide, noch eingeschränkt. Die Unregelmäfsigkeit der Tiefe des Meeres, die Lage und der Abhang der Ufer, ihre Verhältnisse

zu den benachbarten Küsten, die Reibungen der Gewässer am Meeresgrunde, und der Widerstand, den sie von demselben leiden, alle diese Ursachen, die sich keiner Berechnung unterwerfen lassen, ändern die Schwingungen dieser grossen flüssigen Masse verschiedentlich. Alles, was wir thun können, ist, die allgemeinen Erscheinungen der Ebbe und Fluth, welche aus den Anziehungskräften der Sonne und des Mondes folgen müssen, zu entwickeln, und aus den Beobachtungen die Bestimmungsstücke zu ziehen, deren Kenntniß unumgänglich erforderlich ist, um die Theorie der Ebbe und Fluth in jedem Hafen zu ergänzen. Diese Bestimmungsstücke sind eben so viele willkürliche Grössen, die von dem Umfange des Meeres, von seiner Tiefe und den Localumständen des Hafens abhängen. Wir wollen nur die Theorie der Schwingungen des Meeres und ihre Uebereinstimmung mit den Beobachtungen aus diesem Gesichtspunkte betrachten.

Zuerst betrachten wir blos die Wirkung der Sonne auf das Meer, und setzen dabey voraus, daß dieses Gestirn sich gleichförmig in der Ebene des Aequators bewege. Man übersieht leicht, daß, wenn die Sonne den Schwerpunkt der Erde und alle Elemente des Meeres

mit gleichen und parallelen Kräften anzöge, das ganze System des Erdsphäroids, und der Gewässer, die es bedecken, diesen Kräften mit gemeinschaftlicher Bewegung folgen, und das Gleichgewicht der Gewässer nicht gestört werden würde. Dieses Gleichgewicht wird also nur durch den Unterschied dieser Kräfte, und durch die Ungleichheit ihrer Richtungen gestört. Ein unter der Sonne liegendes Element des Meeres, wird von ihr mehr angezogen, als der Mittelpunkt der Erde; es strebt also, sich von der Oberfläche der letztern abzulösen, wird aber durch seine Schwere, die dieses Bestreben vermindert, auf derselbigen zurückgehalten. Einen halben Tag nachher steht dieses Element in Opposition mit der Sonne, die es alsdann schwächer, als den Mittelpunkt der Erde anzieht; die Oberfläche der Erdkugel ist also nun bestrebt, sich von demselben los zu machen, aber die Schwere des Elements hält es an ihr fest; diese Kraft wird also noch durch die Attraction der Sonne vermindert; und da die Entfernung der Sonne von der Erde in Ansehung des Halbmessers der Erdkugel sehr groß ist, so kann man sich leicht davon überzeugen, daß die Verminderung der Schwere in diesen beyden Fällen

sehr nahe die nämliche sey. Eine bloße Zerlegung der Wirkung der Sonne auf die Elemente des Meeres ist hinreichend, um zu sehen, daß in jeder andern Lage dieses Gestirns gegen diese Elemente sein Einfluß auf die Störung des Gleichgewichts derselben nach einem halben Tage wieder der nämliche werde.

Nun kann man als einen allgemeinen Grundsatz der Mechanik vestsetzen, daß der Zustand eines Systems von Körpern, bey welchem die ursprünglichen Bedingungen der Bewegung, durch den Widerstand, den es leidet, aufgehoben worden, periodisch sey, wie die Kräfte, von welchen es getrieben wird; es muß also jedesmal nach Verfluß eines halben Tags wieder der nämliche Zustand des Meers eintreten, so daß man während dieser Zeit einmal Ebbe und einmal Fluth hat.

Das Gesez, nach welchem das Meer steigt und fällt, kann auf folgende Art bestimmt werden. Man gedenke sich einen verticalen Kreis, dessen Peripherie einen halben Tag vorstelle, und dessen Durchmesser der totalen Fluth, d. h. dem Unterschiede der Höhen der vollen und der tiefen See, gleich sey; und man seze, daß die Bogen dieser Peripherie, von dem niedrigsten Punkte an gerechnet,

die von der tiefen See an verfloffenen Zeiten ausdrücken, so werden die Quersinus dieser Bogen die mit diesen Zeiten zusammengehörigen Meereshöhen seyn. Das Meer schneidet also bey seinem Steigen in gleichen Zeiten gleiche Bogen dieser Pheripherie ab.

Mitten in einem von allen Seiten freyen Meere findet dieses Gesez genau Statt; aber in unsern Häfen werden die Fluthen durch besondere Localumstände etwas davon entfernt. Das Meer braucht daselbst etwas mehr Zeit zum Fallen, als zum Steigen, und zu *Brest* beträgt der Unterschied dieser zwey Zeiten ohngefähr  $10 \frac{1}{2}$  Minuten.

Je größer ein Meer ist, desto merklicher müssen die Erscheinungen der Ebbe und Fluth seyn. Bey einer flüssigen Masse theilen sich alle Eindrücke, welche ein jedes Element erhält, der ganzen Masse mit; dadurch bringt die bey einem einzelnen Elemente unmerkliche Wirkung der Sonne in dem Weltmeere merkwürdige Erscheinungen hervor. Wir wollen uns einen über den Meeresgrund hin gekrümmten Kanal vorstellen, dessen eines Ende über der Meeresfläche in eine lothrechte Röhre ausgeht, deren Verlängerung der Sonne Mittelpunkt trifft. In dieser Röhre wird sich das

Wasser, vermöge der Einwirkung dieses Gestirns, welche die Schwere seiner Elemente vermindert, und überdies vermöge des Drucks der in dem Kanale eingeschlossenen Wassertheilchen, erheben, welche sämmtlich bestrebt sind, sich unter der Sonne zu vereinigen. Die Erhebung des Wassers in der Röhre, über den natürlichen Wasserspiegel des Meeres ist das Integral dieser unendlich kleinen Bestrebungen. Wenn die Länge des Kanals zunimmt, so wird dieses Integral gröfser, weil es sich über einen gröfsern Raum erstreckt, und dabey ein gröfserer Unterschied in der Richtung und Gröfse der Kraft, wovon die äußersten Elemente getrieben werden, Statt findet. Man sieht an diesem Beyspiele den Einfluß der Ausdehnung des Meeres auf die Erscheinungen der Ebbe und Fluth, und die Ursache, warum diese in kleinen Meeren, wie im *Schwarzen* und *Caspischen* unmerklich sind.

Die Gröfse der Fluthen hängt viel von Localumständen ab. Die wellenförmigen Bewegungen des Meeres können in einer Meerenge sehr groß werden; das Zurückprellen des Wassers von entgegenstehenden Ufern sie noch mehr vergrößern. Daher sind die in den Inseln des Südmeers durchgängig sehr

kleine Fluthen in unsern Häfen sehr beträchtlich.

Wenn das Weltmeer ein durch Umdrehung entstandenes Sphäroid bedeckte, und wenn es bey seinen Bewegungen keinen Widerstand litte, so wäre der Augenblick der vollen See zugleich der des oberen oder unteren Durchgangs der Sonne durch den Mittagskreis; aber es verhält sich damit nicht so in der Natur, und die Localumstände bringen, selbst in sehr nahen Häfen, beträchtliche Verschiedenheiten in die Zeit der Fluthen. Um eine richtige Vorstellung von diesen Verschiedenheiten zu erhalten, wollen wir uns eine mit dem Meere in Gemeinschaft stehende und sich tief in das veste Land hinein ziehende weite Röhre vorstellen; man übersieht leicht, daß die wellenförmigen Bewegungen, welche an ihrer Mündung Statt haben, sich allmählig durch ihre ganze Länge hin fortpflanzen werden, so daß die Figur ihrer Oberfläche durch eine Reihe großer in Bewegung begriffener Wellen sich bilden wird, welche sich ohne Unterlaß erneuern, und ihre Länge in Zeit von einem halben Tage durchlaufen werden. Diese Wellen werden in jedem Punkte der Röhre eine Fluth und eine Ebbe bewirken, welche



welche den vorigen Gesezen folgen werden; aber Zeiten der Fluth werden in eben dem Maafse später einfallen, als die Punkte von der Mündung sich mehr entfernen werden. Was von einer Röhre gesagt worden ist, läßt sich auch auf die Flüsse anwenden, deren Oberfläche, der entgegengesetzten Bewegung ihrer Gewässer ungeachtet, durch ähnliche Wellen steigt und fällt. Man bemerkt diese Wellen in allen Flüssen nahe an ihrer Mündung; und an der Strasse *Pauzis* im Amazonenflusse sind sie auf zweyhundert Meilen vom Meere noch merklich.

Wir wollen jezt die Wirkung des Mondes betrachten, und sezen, dieses Gestirn bewege sich gleichförmig in der Ebene des Aequators. Es ist klar, dafs es im Weltmeere eine Ebbe und Fluth bewirken müsse, die derjenigen ähnlich ist, welche aus der Wirkung der Sonne entsteht, und die einen halben Mondstag zu ihrer Periode hat. Nun haben wir aber im vorhergehenden Buche gesehen, dafs die ganze Bewegung eines durch sehr kleine Kräfte getriebenen Systems die Summe der besondern Bewegungen ist, welche jede Kraft besonders ihm würde eingedrückt haben. Die zwey durch die Wirkungen der Sonne

und des Monds erregten partialen Fluthen vereinigen sich also ohne einander zu stören, und aus ihrer Vereinigung entsteht die Fluth, die wir in unsern Häfen beobachten.

Hieraus entstehen die merkwürdigsten Erscheinungen der Ebbe und Fluth. Der Augenblick der Mondfluth ist nicht immer einerley mit dem der Sonnenfluth, weil ihre Perioden verschieden sind. Wenn zwey dieser Fluthen zusammen fallen, so wird die folgende Mondfluth um den Ueberschufs eines halben Mondtags, über einen halben Sonnentag, d. i. um  $1752''{,}5$  hinter der Sonnenfluth zurückbleiben. Da diese Verspätungen von einem Tage zum andern sich anhäufen, so wird die durch den Mond bewirkte volle See mit der von der Sonne verursachten tiefen See zusammenfallen, und umgekehrt. Wenn die Mondfluth mit der Sonnenfluth zusammenfällt, so ist die zusammengesetzte Fluth am größten; dies verursacht die großen Fluthen gegen die Syzygien. Wenn hingegen die volle See von dem einen dieser Gestirne mit der tiefen See von dem andern zusammenfällt, so ist die zusammengesetzte Fluth am kleinsten; dies verursacht die kleinen Fluthen gegen die Quadraturen. Wenn die Sonnenfluth stärker ist, als

die Mondfluth, so ist es sichtbar, daß die Zeiten der größten und der kleinsten Fluth zusammengesetzt, mit der Zeit zusammentreffen werden, auf welche die Sonnenfluth fallen würde, wenn sie allein einträte. Wenn aber die Mondfluth stärker ist, als die Sonnenfluth, so fällt die kleinste zusammengesetzte Fluth mit der von der Sonne bewirkten tiefen See zusammen, und folglich ist ihre Zeit von der größten zusammengesetzten Fluth um einen Viertelstag entfernt. Dies ist also ein einfaches Mittel, zu erkennen, ob die Mondfluth größer oder kleiner, als die Sonnenfluth ist. Alle Beobachtungen geben einstimmig zu erkennen, daß die Zeit der kleinsten Fluthen von der der größten um einen Viertelstag unterschieden ist; folglich ist die Mondfluth stärker, als die Sonnenfluth.

Wir haben im ersten Buche gesehen, daß der mittlere Werth der größten totalen Fluth von jedem Monate ohngefähr 18,13; und der mittlere Werth der kleinsten 8,67 Fufs ist. Es ist leicht, nach den gehörigen Reductionen daraus zu schliessen, daß die mittlere Mondfluth, welche dem beständigen Theile der Mondsparrallaxe zugehört, dreymal kleiner sey als die mittlere Sonnenfluth; oder, was

auf *eins* hinausläuft, daß die Wirkung des Monds zur Erhebung des Meerwassers das Dreyfache von der der Sonne sey.

Die Wirkung eines Gestirns, um ein flüssiges Element, das zwischen diesem Gestirne, und dem Mittelpunkte der Eräe sich befindet, zu erheben, ist dem Unterschiede seiner Wirkung auf diesen Mittelpunkt und auf das Element gleich; und dieser Unterschied ist das Doppelte von dem Quotienten der Masse des Gestirns multiplicirt durch den Erdhalbmesser, und dividirt durch den Würfel der Entfernung dieses Gestirns vom Mittelpunkte der Erde. Dieser Quotient beträgt bey der Sonne, vermöge des fünften Kapitels,  $\frac{1}{179}$  der Schwere, welche den Mond gegen die Erde treibt, multiplicirt mit dem Verhältnisse des Erdhalbmessers zu der Entfernung des Monds. Diese Schwere ist sehr nahe gleich der Summe der Massen der Erde und des Monds, dividirt durch das Quadrat der Entfernung des letztern; die Wirkung der Sonne zur Erhebung des Meerwassers ist folglich  $89 \frac{1}{2}$  mal kleiner, als die Summe der Massen der Erde und des Monds, multiplicirt durch den Erdhalbmesser, und dividirt durch den Würfel der Entfernung des Monds. Aber diese Wirkung ist nur ein Drit

theil von der Wirkung des Mondes, welche das Doppelte seiner Masse, multiplicirt mit dem Erdhalbmesser, und dividirt durch den Würfel seiner Entfernung ist; folglich verhält sich die Masse des Mondes zur Summe der Massen des Mondes und der Erde wie 3 zu 179, woraus folgt, daß diese Masse sehr nahe  $\frac{1}{58,7}$  von der

der Erde ist. Da sein Volumen nur  $\frac{1}{49,316}$  von dem der Erde ist, so ist seine Dichtigkeit 0,8401, wenn man die mittlere Dichtigkeit der Erde zur Einheit annimmt, und das Gewicht 1 auf der Erde würde, auf die Oberfläche des Mondes gebracht, sich in 0,2291 verwandeln.

Wenn das Meer in jedem Augenblicke die Gestalt annähme, welche, dem Gleichgewichte der auf dasselbe wirkenden Kräfte angemessen ist, so würde die größte totale Fluth unter dem Äquator ohngefähr drey Fuß haben, und dies ist wirklich der mittlere Werth, den man in dem großen Südmeere beobachtet. Aber die große Verschiedenheit der Fluthen, die man auch in sehr nahen Häfen bemerkt, beweist uns, daß Localumstände die Größe derselben beträchtlich vermehren können.

Die Größe und das Gesetz der Verände-

rungen der totalen Fluthen nahe bey ihrem Maximum und Minimum ist nach der Theorie der Schwere und nach den Beobachtungen völlig einerley. Ihre Zunahme bey ihrer Entfernung von dem Minimum ist das Doppelte ihrer Abnahme bey ihrer Entfernung von dem Maximum, wie die Beobachtungen es zeigen.

Weil die Mondfluth stärker ist, als die Sonnenfluth, so muß die zusammengesetzte Fluth sich hauptsächlich nach der Mondfluth richten, und man muß in einer gegebenen Zeit eben so viele Fluthen haben, als obere oder untere Durchgänge des Mondes durch den Meridian; und dies stimmt mit den Beobachtungen überein. Aber der Augenblick der zusammengesetzten Fluth muß um den Augenblick der Mondfluth nach einem von den Lichtgestalten des Mondes und von dem Verhältnisse seiner Wirkung zu der der Sonne abhängigen Geseze schwingen. Der erste dieser Augenblicke geht vor dem zweyten her von der größten bis zur kleinsten Fluth, er folgt aber auf ihn von der kleinsten bis zur größten, so daß, da die mittlere Zeit der zusammengesetzten Fluth mit der der Mondfluth einerley ist, die mittlere Verspätung der Fluthen von einem Tage zum andern  $3505''$  beträgt.

Nach der Theorie also, wie nach den Beobachtungen, ändert sich die Verspätung der Fluthen, wie ihre Höhe, mit den Lichtgestalten des Monds. Die kleinste Verspätung trifft mit der größten Höhe, und die größte Verspätung mit der kleinsten Höhe zusammen und, durch eine merkwürdige Uebereinstimmung, giebt die Theorie für diese Verspätungen, von einem Tage zum andern  $2708''$  und  $5150''$ , eben so wie die Beobachtungen. Diese Uebereinstimmung beweist zugleich die Wahrheit dieser Theorie und die Genauigkeit des angenommenen Verhältnisses zwischen den Wirkungen des Monds und der Sonne. Aendert man dieses Verhältniß ein wenig, so würde es den Beobachtungen der Höhen und der Zwischenzeiten der Fluthen bey weitem nicht Genüge thun; diese geben es folglich mit großer Genauigkeit.

Hier muß eine wichtige Bemerkung angebracht werden, von welcher die Erklärung mehrerer Erscheinungen der Fluthen abhängt.

Wenn das vom Meere bedeckte Sphäroid ein durch Umdrehung entstandener Körper war, so würden die partialen Fluthen in dem Augenblicke des Durchgangs der sie verursachenden Gestirne durch den Mittagskreis

Statt haben: wenn also eine der Syzygien auf den Mittag fiele, so würden die beyden Fluthen, die vom Monde und die von der Sonne verursachte, mit diesem Augenblicke, als dem der größten zusammengesetzten Fluth, zusammenfallen. Diese größte Fluth würde auch noch an dem Tage der Syzygien selbst Statt haben, wenn die beyden partialen Fluthen auf die Durchgänge der sie verursachenden Gestirne durch den Mittagskreis sehr nahe nach einerley Zwischenzeit folgten. Da aber die tägliche Bewegung des Monds in seiner Bahn beträchtlich ist, so kann die Geschwindigkeit dieser Bewegung auf die Zeit, um welche dieses Gestirn vor der Mondfluth hergeht, einen merklichen Einfluß haben. In der That bringt die Wirkung der Sonne und des Monds auf ein Element des Meeres jeden Augenblick eine unendlich kleine Welle hervor, deren Anfang dieses Element ist, und die sich durch die ganze Ausdehnung des Meeres verbreitet; die Summe dieser Wellen macht die Bewegung dieser großen flüssigen Masse aus. Nun ist es einleuchtend, daß die, deren Ursprung weit entfernt ist, eine beträchtliche Zeit brauchen müssen, um in unsere Häfen zu gelangen; die Fluth, die man daselbst be-



obachtet, ist also das Resultat der dem Meere einige Zeit vorher ertheilten Eindrücke. Obschon im Falle eines durch Umdrehung entstandenen vom Meere bedeckten Körpers diese Eindrücke einander so zugeordnet sind, daß die Fluth im Augenblicke des Durchgangs des Gestirns durch den Mittagskreis selbst erfolgt, so kann sie doch, wenn die Tiefe des Meers unregelmäßig ist, auf den Durchgang, der für ihre Ursache angesehen werden muß, nach einem oder etlichen Tagen folgen; und da in dieser Zwischenzeit die Bewegung des Mondes in seiner Bahn, sehr merklich ist, so kann die Zeit, um welche sein Durchgang durch den Mittagskreis früher erfolgt, als die Mondfluth, von derjenigen sehr verschieden ausfallen, um welche der Durchgang der Sonne durch den Meridian früher erfolgt, als die Sonnenfluth.

Wir werden von diesem Unterschiede eine richtige Vorstellung haben, wenn wir uns, wie oben, eine weite, mit dem Meere in Gemeinschaft stehende, und unter dem Meridiane ihrer Mündung sich sehr weit in das veste Land hinein ziehende Röhre gedenken. Wenn man setzt, daß an dieser Mündung die volle See im Augenblicke des Durchgangs des

Gestirns durch den Mittagskreis selbst Statt habe, und dafs sie 21 Stunden brauche, um an das Ende der Röhre zu gelangen, so übersieht man leicht, dafs an diesem letzten Punkte die Sonnenfluth eine Stunde nach dem Durchgange dieses Gestirns durch den Mittagskreis eintreten werde; da aber 2 Mondstage 2,070 Sonnentage ausmachen, so wird die Mondfluth nur 30' nach dem Durchgange des Mondes durch den Mittagskreis erfolgen, so dafs zwischen den Zeiten, um welche die Mondfluth und die Sonnenfluth nach den Durchgängen der sie verursachenden Gestirne folgen werden, ein Unterschied von 70' Statt findet.

Hieraus folgt, dafs das Maximum und das Minimum der Fluth nicht an den Tagen der Syzygien und der Quadraturen selbst, sondern einen oder zwey Tage nachher Statt finden, wenn die Zwischenzeit, nach welcher die Mondfluth auf des Mondes Durchgang durch den Meridian folgt, mit der Zwischenzeit, nach welcher des Mondes Durchgang auf den der Sonne folgt, zusammen genommen, der Zwischenzeit gleich ist, nach welcher die Sonnenfluth auf der Sonne Durchgang durch den Meridian folgt. So erfolgen

in dem vorigen Beyspiele dies Maximum und dies Minimum, welche bey der Mündung der Röhre an den Tagen der Syzygien und der Quadraturen selbst Statt haben, an ihrem Ende erst 21 Stunden nachher.

Durch Vergleichung einer grossen Zahl von Beobachtungen, und durch verschiedene Methoden habe ich gefunden, daß zu *Brest* die Zwischenzeit, nach welcher die grösste Fluth auf die Syzygien folgt, sehr nahe  $1\frac{1}{2}$  Tage beträgt. Daraus folgt, daß in diesem Hafen die Sonnenfluth 18718" nach der Sonne Durchgang, und die Mondfluth 13466" nach des Monds Durchgang durch den Meridian eintrete. Die Zeiten der Fluthen sind also zu *Brest* die nämlichen, wie an dem Ende einer mit dem Meere in Gemeinschaft stehenden Röhre, wenn man sich vorstellt, daß an ihrer Mündung die partialen Fluthen in dem Augenblicke des Durchgangs der Gestirne durch den Mittagskreis selbst Statt haben, und daß sie  $1\frac{1}{2}$  Tage brauchen, um an das Ende derselben zu gelangen, wenn solches 18718" östlicher, als ihre Mündung angenommen wird. Ueberhaupt haben mich Beobachtung und Theorie darauf geführt, jeden von unsern Häfen in Frankreich, in Ansehung der Fluthen, als das

Ende einer Röhre zu betrachten, an deren Mündung die partialen Fluthen im Augenblicke des Durchgangs der Gestirne durch den Meridian selbst Statt haben, und sich in  $1 \frac{1}{2}$  Tagen an das Ende derselben fortpflanzen, welches man um eine, bey verschiedenen Häfen sehr verschiedene, GröÙe östlicher, als ihre Mündung, annehmen muß.

Es ist zu bemerken, daß der Unterschied der Zwischenzeiten, nach welchen die partialen Fluthen auf den Durchgang der sie verursachenden Gestirne durch den Mittagskreis folgen, die Erscheinungen der Ebbe und Fluth nicht ändert. Für ein System von Sternen, die sich in der Ebene des Aequators gleichförmig bewegen, schiebt er bloß die unter der Voraussetzung, daß diese Zwischenzeiten gleich Null seyen, berechneten Erscheinungen um  $1 \frac{1}{2}$  Tage zurück.

Mehrere Philosophen haben das Zurückbleiben der Erscheinungen der Fluthen hinter den Lichtgestalten des Monds der Zeit zugeschrieben, die seine Wirkung braucht, um bis zur Erde zu gelangen; aber diese Hypothese kann mit der unbegreiflichen Wirksamkeit der Anziehungskraft, wovon man die Beweise am Ende dieses Buchs finden wird, nicht

bestehen. Also nicht der Zeit dieses Uebergangs, sondern derjenigen, welche die dem Meere von den Gestirnen ertheilten Eindrücke brauchen, um in unsere Häfen zu gelangen, ist dieses Zurückbleiben zuzuschreiben.

Bisher haben wir vorausgesetzt, die Sonne und der Mond bewegen sich in der Ebene des Aequators gleichförmig; jezt wollen wir ihre Bewegungen und ihre Entfernungen vom Mittelpunkte der Erde sich ändern lassen. Wenn man die Ausdrücke ihrer Wirkung auf das Meer entwickelt, so kann man jedes Glied derselben durch die Wirkung eines in einer kreisförmigen Bahn gleichförmig um die Erde bewegten Gestirns darstellen; es ist also leicht, die den verschiedenen Ungleichheiten der Sonne und des Monds zugehörige Ebbe und Fluth nach den im Vorigen aufgestellten Grundsätzen zu bestimmen.

Wenn man auf solche Art die Erscheinungen der Fluthen der Analyse unterwirft, so findet man, daß die durch die Sonne und den Mond bewirkten Fluthen im umgekehrten Verhältnisse der Würfel ihrer Entfernungen wachsen; die Fluthen müssen also, bey übrigen gleichen Umständen, in der Erdnähe des Monds wachsen, und in seiner Erdferne ab-

nehmen. Diese Erscheinung ist zu *Brest* sehr merklich; die Vergleichung der Beobachtungen hat mir gezeigt, daß auf 100 Secunden Aenderung in dem Halbmesser des Monds  $1 \frac{1}{2}$  Fuß Aenderung in der totalen Fluth kommen, wenn der Mond im Aequator ist; und dieses Resultat der Beobachtung stimmt mit dem der Theorie so genau überein, daß man durch dieses Mittel das Gesez der mit der Entfernung des Monds zusammengehörigen Wirkung desselben auf das Meer hätte bestimmen können.

Die Veränderungen der Entfernung der Sonne von der Erde sind bey den Höhen der Fluthen merklich, aber viel weniger, als die der Entfernung des Monds, weil ihre Wirkung zur Erhebung des Meerwassers dreymal kleiner ist, und ihre Entfernung von der Erde in einem kleineren Verhältnisse sich ändert. Dieses Resultat der Theorie stimmt mit den Beobachtungen überein.

Da die Wirkung des Monds gröfser, und seine Bewegung schneller ist, wenn er näher bey der Erde ist, so muß die zusammengesetzte Fluth bey den Syzygien in der Erdnähe der Mondsfluth und diese selbst dem Durchgange des Monds durch den Meridian sich nähern; denn wir haben gesehen, daß die par-

tiale Fluth dem sie verursachenden Gestirne sich um so viel mehr nähere, je schneller seine Bewegung ist. In der Erdnähe müssen also die Fluthen am Tage der Syzygien voreilen, und in der Erdferne zurückbleiben. Wir haben im ersten Buche gesehen, daß, nach den Beobachtungen, jede Minute der Vermehrung oder Verminderung in dem Mondshalbmesser ein Voreilen oder Zurückbleiben der vollen See von 354" zur Folge hat, und dies ist sehr nahe das nämliche, was die Theorie giebt.

Die Mondsparallaxe hat auch noch auf die Zwischenzeit zweyer auf einander folgenden Morgen- oder Abendfluthen gegen die Syzygien, oder in der Nähe des Maximums der Fluthen einen Einfluß.

Nach der Theorie bringt eine Minute Aenderung in dem Mondshalbmesser 256" Aenderung in dieser Zwischenzeit, genau so, wie nach den Beobachtungen, hervor.

Diese beyden Erscheinungen haben in den Quadraturen auf gleiche Art Statt; aber die Theorie zeigt, daß sie dort dreymal kleiner sind, als in den Syzygien, und eben das bestätigen die Beobachtungen. Um die Ursache davon zu begreifen, muß man erwägen, daß das tägliche Zurückbleiben der Mondfluth

zunimmt, wenn die Bewegung des Monds schneller ist, wie dies in der Erdnähe Statt hat, und daß das Zurückbleiben der Fluthen bey den Syzygien zunimmt, und sich dem täglichen Zurückbleiben der Mondfluth nähert, wenn die Kraft des Monds zunimmt; diese beyden Ursachen wirken also zusammen, die Zwischenzeit der Fluthen bey den Syzygien in der Erdnähe zu vergrößern. In den Quadraturen, wenn die Kraft des Monds zunimmt, vermindert sich das tägliche Zurückbleiben der Fluth und nähert sich dem Zurückbleiben der Mondfluth; folglich wächst die Zwischenzeit der Fluthen durch die Geschwindigkeit der Bewegung des Monds in der Erdnähe, und nimmt ab durch die Zunahme der Kraft des Monds; da also alsdann diese beyden Ursachen einander entgegenwirken, so ist die Zunahme des Zurückbleibens der Fluth blos die Wirkung ihres Unterschieds, und aus diesem Grunde ist sie kleiner, als in den Syzygien.

Nach dieser Entwickelung der Theorie der Ebbe und Fluth des Meeres unter der Voraussetzung, daß die Sonne und der Mond sich in der Ebene des Aequators bewegen, wollen wir die Bewegungen dieser Gestirne betrachten, wie sie in der Natur wirklich beschaffen sind.



sind. Wir werden dabey aus ihren Abweichungen neue Erscheinungen hervorgehen sehen, welche, mit den Beobachtungen verglichen, die vorhergehende Theorie immer mehr und mehr bestätigen werden.

Dieser allgemeine Fall läßt sich auch noch auf den zurückführen, da mehrere Gestirne sich gleichförmig in der Ebene des Aequators bewegen, aber man muß diesen Gestirnen sehr verschiedene Bewegungen in ihren Bahnen geben. Die einen bewegen sich langsam in denselben, und bringen eine Ebbe und Fluth hervor, deren Periode von einem halben Tage ist; andere haben eine Umlaufsbewegung, die der Hälfte von der Umdrehungsbewegung der Erde beynahe gleich ist, und diese bringen eine Ebbe und Fluth hervor, die eine Periode von ohngefähr einem Tage haben; andere endlich haben eine Umlaufsbewegung, die der Umdrehungsbewegung der Erde beynahe gleich ist, und diese bringen eine Ebbe und Fluth hervor, die eine Periode von einem Monate und von einem Jahre haben. Wir wollen nun diese drey Arten von Fluthen untersuchen.

Die erste schließt nicht nur die vorhin betrachteten Schwingungen ein, welche von

L

den Bewegungen der Sonne und des Monds und den Veränderungen ihrer Entfernungen von der Erde abhängen, sondern noch andere, die von ihren Abweichungen abhängig sind. Wenn man diese der Analyse unterwirft, so findet man, daß die totalen Fluthen der Syzygien der Nachtgleichen gröfser sind, als die der Syzygien der Sonnenstillstände, in dem Verhältnisse des Halbmessers zu dem Quadrate des Cosinus der Abweichung der Sonne oder des Monds gegen die Sonnenstillstände; man findet ferner, daß die Fluthen der Quadraturen der Sonnenstillstände die der Quadraturen der Nachtgleichen in einem größern Verhältnisse übertreffen, als das des Halbmessers zum Quadrate des Cosinus der Abweichung des Monds gegen die Quadraturen der Nachtgleichen ist. Diese Resultate der Theorie werden durch alle Beobachtungen bestätigt, welche über die Verminderung der Wirkung der Gestirne, nach dem Verhältnisse ihrer Entfernung vom Aequator, keinen Zweifel übrig lassen.

Die Abweichungen der Sonne und des Monds sind auch selbst an den Gesezen der Abnahme und des Wachsthums der Fluthen, von dem Maximum und Minimum an gerechnet, merklich. Ihre Abnahme beträgt nach

den Beobachtungen, wie nach der Theorie, ohngefähr ein Drittheil, und erfolgt schneller in den Syzygien der Nachtgleichen, als in den Syzygien der Sonnenstillstände; ihre Zunahme ist nach den Beobachtungen, wie nach der Theorie, ohngefähr zweymal schneller in den Quadraturen der Nachtgleichen, als in den Quadraturen der Sonnenstillstände.

Die Lage der Knoten der Mondsbahn ist auf gleiche Art an den Höhen der Fluthen, durch ihren Einfluss auf die Abweichungen des Monds, merklich.

Die Bewegung dieses Gestirns in gerader Aufsteigung, welche in den Sonnenstillständen geschwinder, als in den Nachtgleichen ist, muß die Mondfluth dem Durchgange des Gestirns durch den Meridian nähern; die Zeit der Fluthen bey den Syzygien in den Nachtgleichen muß also hinter der Zeit der Fluthen bey den Syzygien in den Sonnenstillständen zurückbleiben. Aus der nämlichen Ursache muß die Zeit der Fluthen bey den Quadraturen in den Sonnenstillständen hinter der Zeit der Fluthen bey den Quadraturen in den Nachtgleichen zurückbleiben, und die Theorie giebt diese Verspätung ohngefähr viermal so groß, als die erste.

Die Abweichungen der Sonne und des Monds haben auch noch einen Einfluss auf die tägliche Verspätung der Fluthen in den Nachtgleichen und Sonnenstillständen; diese muß gegen die Syzygien in den Sonnenstillständen größer seyn, als gegen die Syzygien in den Nachtgleichen; und noch vielmehr größer gegen die Quadraturen der Nachtgleichen, als gegen die Quadraturen der Sonnenstillstände, und in diesem zweyten Falle ist der Unterschied der Verspätungen viermal größer, als in dem ersten. Die Beobachtungen bestätigen diese verschiedenen Resultate der Theorie mit einer merkwürdigen Genauigkeit.

Die Fluthen der zweyten Art, deren Periode von einem Tage ist, sind dem Producte des Sinus durch den Cosinus der Abweichung der Gestirne proportionirt; sie sind gleich Null, wenn die Gestirne im Aequator sind, und wachsen mit ihrer Entfernung von demselben. Durch ihre Vereinigung mit den Fluthen der ersten Art machen sie die zwey Fluthen des nämlichen Tags ungleich. Aus dieser Ursache ist zu *Brest*, gegen die Syzygien des Winterstillstands, die Morgenfluth ohngefähr um 0,563 Fuß größer, als die Abendfluth, und gegen die Syzygien des

Sommerstillstands um eben so viel kleiner, wie wir im ersten Buche gesehen haben. Eben diese Ursache macht auch gegen die Quadraturen der Herbstnachtgleiche die Morgenfluth um 0,419 Fufs gröfser, als die Abendfluth, aber gegen die Quadraturen der Frühlingsnachtgleiche um eben so viel kleiner.

Ueberhaupt sind die Fluthen der zweyten Art in unsern Häfen nicht beträchtlich; ihre Gröfse ist unbestimmt, und hängt von Localumständen ab, welche sie vermehren, und zugleich die Fluthen der ersten Art so weit vermindern können, dafs sie ganz unmerklich werden. Wir wollen uns eine weite, durch ihre beyden Enden mit dem Meere in Gemeinschaft stehende Röhre vorstellen, so wird die Fluth in einem über dem Rande dieser Röhre gelegenen Hafen das Resultat der durch ihre beyden Enden fortgepflanzten wellenförmigen Bewegungen seyn. Nun kann es geschehen, dafs nach dem Verhältnisse der Lage des Hafens die wellenförmigen Bewegungen der ersten Art in solchen Zeiten dahin gelangen, dafs das Maximum der einen mit dem Minimum der andern zusammenfällt, und wenn sie überdies einander gleich sind, so ist klar, dafs, vermöge dieser wellenförmigen Bewegungen, in

diesem Hafen keine Ebbe und Fluth Statt haben wird. Aber eine durch die wellenförmigen Bewegungen der zweyten Art bewirkte Fluth wird man daselbst haben; und da diese eine zweymal längere Periode haben, so werden sie nicht so übereinstimmen, daß das Maximum derer, die durch die eine Mündung kommen, mit dem Minimum derer, die durch die andere kommen, zusammenträfe. In diesem Falle wird man gar keine Ebbe und Fluth haben, wenn die Sonne und der Mond in der Ebene des Aequators seyn werden; aber die Fluth wird merklich werden, wenn der Mond sich von dieser Ebene entfernen wird, und alsdann wird man täglich nur *eine* vom Monde bewirkte Ebbe und Fluth haben, so daß, wenn die Fluth beym Untergange des Mondes erfolgt, die Ebbe bey seinem Aufgange eintreten wird. Diese sonderbare Erscheinung ist zu *Baza*, einem Hafen des Königreichs *Tunkin*, und an einigen andern Orten, beobachtet worden. Es ist wahrscheinlich, daß in den verschiedenen Häfen der Erde gemachte Beobachtungen alle zwischen die Fluthen zu *Baza* und die in unsern Häfen fallende Verschiedenheiten darbieten würden.

Wir wollen endlich die Fluthen der drit-

ten Art betrachten, deren Perioden sehr lang und von der Umdrehung der Erde unabhängig sind. Wären diese Perioden von unendlicher Dauer, so würden diese Fluthen keine andere Wirkung haben, als daß sie die beständige Gestalt des Meers veränderten, welches bald in den Zustand des Gleichgewichts kommen würde, der eine Folge von den sie verursachenden Kräften wäre. Man übersieht aber leicht, daß die Länge dieser Perioden die Wirkung dieser Fluthen sehr nahe zur nämlichen machen müsse, wie in dem Falle, wenn sie unendlich wäre; man kann also das Meer betrachten, als wenn es beständig im Gleichgewichte wäre unter der Einwirkung der erdichteten Gestirne, welche die Fluthen der dritten Art hervorbringen, und sie unter dieser Voraussetzung bestimmen. Diese Fluthen sind sehr klein; indessen sind sie zu *Brest* doch merklich, und dem Resultate der Rechnung gemäß.

Man sieht aus dieser Darstellung die Uebereinstimmung der auf das Gesez der allgemeinen Schwere gegründeten Theorie mit den Erscheinungen der Höhen und der Zwischenzeiten der Fluthen. Hätte die Erde keinen Trabanten, und wäre ihre Bahn kreisförmig und läge sie in der Ebene des Aequators, so hätten

wir zur Erkenntniß der Wirkung der Sonne auf das Meer kein anderes Hülfsmittel, als die Zeit der vollen See, die täglich die nämliche wäre, und das Gesez ihrer Entstehung. Aber die Wirkung des Monds bringt durch ihre Verbindung mit der der Sonne, in den Fluthen Veränderungen hervor, die sich auf seine Lichtgestalten beziehen, und deren Uebereinstimmung mit den Beobachtungen der Theorie der Schwere eine große Wahrscheinlichkeit giebt. Alle Ungleichheiten der Bewegung der Abweichung und der Entfernung dieser zwey Gestirne veranlassen eine große Menge von Erscheinungen, welche die Beobachtung bekannt gemacht hat, und welche diese Theorie gegen alle Angriffe sicher stellen. So dienen also die Verschiedenheiten in der Wirkung der Ursachen, um das Daseyn der letzteren vestzusezen. Da die Wirkung der Sonne und des Monds auf das Meer, als eine nothwendige Folge der durch alle himmlischen Erscheinungen erwiesenen allgemeinen Attraction, durch die Erscheinungen der Ebbe und Fluth eine directe Bestätigung erhält, so ist sie keinem Zweifel mehr unterworfen. Sie ist jezt zu einem solchen Grade der Evidenz gebracht, daß alle Gelehrten, die von diesen Erscheinungen



unterrichtet, und in der Geometrie und Mechanik geübt genug sind, um die Verhältnisse derselben zu dem Gesetze der allgemeinen Schwere zu begreifen, darüber völlig einverstanden sind.

Eine lange Reihe von noch genaueren Beobachtungen, als die bisher gemachter, wird die bereits bekannten Elemente berichtigen, den Werth der noch ungewissen vorsezen, und die bis jetzt in Fehlern der Beobachtungen verwickelten Erscheinungen enthüllen. Die Kenntniß der Erscheinungen der Ebbe und Fluth ist eben so wichtig, als die der Ungleichheiten der himmlischen Bewegungen, und verdient eben so sehr die Aufmerksamkeit der Beobachter.

Man hat verabsäumt, sie mit der gehörigen Genauigkeit zu verfolgen, wegen der Unregelmäßigkeiten, die sie zeigen; aber ich kann nach einer reifen Prüfung versichern, daß diese Unregelmäßigkeiten verschwinden, wenn man die Beobachtungen vervielfältigt. Zu *Brest*, dessen Lage zu Beobachtungen dieser Art sehr günstig ist, braucht ihre Anzahl zu dieser Absicht nicht einmal sehr beträchtlich zu seyn.

Ich habe nun noch von der Methode zu sprechen, nach welcher man für jeden Tag

die Zeit der Fluth bestimmen kann. Wir erinnern uns, daß jeder unserer Hafens betrachtet werden kann, als an dem Ende einer Röhre liegend, an deren Mündung die partialen Fluthen im Augenblicke des Durchgangs durch den Mittagskreis selbst anlangen, und  $1\frac{1}{2}$  Tage Zeit brauchen, um an ihr Ende, das man um eine gewisse Anzahl Stunden östlicher, als ihre Mündung, annehmen muß, zu gelangen; diese Zahl nenne ich die *Grundzeit* (*heure fondamentale*) des Hafens. Man kann sie leicht aus der Zeit der Einrichtung (*établissement*) des Hafens herleiten, wenn man bedenkt, daß die letztere die Zeit der Fluth ist, da sie mit einer der Syzygien zusammenfällt.

Da das Zurückbleiben der Fluthen von einem Tage zum andern, alsdann  $2708''$  beträgt, so wird es für  $1\frac{1}{2}$  Tage  $3955''$  betragen; diese Gröfse muß man zur Zeit der Einrichtung hinzusezen, um die Grundzeit zu erhalten.

Wenn man nun die Zeit der Fluthen an der Mündung um die Summe von 15 Stunden und der Grundzeit vermehrt, so erhält man die Zeiten der zugehörigen Fluthen in dem Hafen. Die Aufgabe beruhet also auf der Bestimmung der Zeit der Fluthen an einem Orte von bekannter Länge, unter der Voraussetzung,

daß die partialen Fluthen im Augenblicke des Durchgangs der Gestirne durch den Mittagskreis eintreten. Die Analysis giebt dafür sehr einfache Formeln, die sich leicht in Tafeln auflösen lassen, welche mit Nutzen in die Schifferkalender eingerückt werden könnten.

---

### Eilftes Kapitel.

*Von der Beständigkeit des Gleichgewichts der Meere.*

Mehrere unregelmäßige Ursachen, wie die Winde und die Erdbeben, erschüttern das Meer, heben es auf große Höhen, und treiben es zuweilen aus seinen Grenzen. Indessen zeigt uns die Beobachtung, daß es bestrebt ist, seinen Zustand des Gleichgewichts wieder anzunehmen, und daß die Reibungen und Widerstand aller Art, ohne die Wirkung der Sonne und des Mondes, es bald wieder in denselben zurückbringen würden. Dies Bestreben macht das *veste* oder *beständige* Gleichgewicht aus, wovon im dritten Buche die Rede war. Wir haben gesehen, daß die Beständigkeit des Gleichgewichts eines Systems

von Körpern *absolut* seyn, oder Statt finden könne, was für kleine Störungen dieses immer erfahren mag; es kann aber auch blos *relativ* und von der Beschaffenheit seiner ersten Erschütterung abhängig seyn. Von welcher Art ist nun die Beständigkeit des Gleichgewichts der Meere? Dies können uns die Beobachtungen nicht mit völliger Gewisheit lehren; denn obschon das Weltmeer, bey der fast unendlichen Manchfaltigkeit der Erschütterungen, die es durch die Wirkung unregelmäßiger Ursachen leidet, immer ein Bestreben nach seinem Zustande des Gleichgewichts zeigt, so kann man doch besorgen, es möchte eine ausserordentliche Ursache ihm eine Erschütterung mittheilen, welche bey ihrem Ursprunge unbedeutend wäre, aber sich mehr und mehr verstärkte, und es bis über die höchsten Berge erhöhe; welches mehrere Erscheinungen der Naturgeschichte erklären würde. Es ist also von Wichtigkeit, die zur absoluten Beständigkeit des Gleichgewichts der Meere nothwendigen Bedingungen aufzusuchen, und zu erforschen, ob diese Bedingungen in der Natur Statt haben. Dadurch, dafs ich diesen Gegenstand der Analysis unterwarf, versicherte ich mich, dafs das Gleichgewicht des Meeres be-

ständig sey, wenn seine Dichtigkeit kleiner ist, als die mittlere Dichtigkeit der Erde, welches sehr wahrscheinlich ist; denn es ist natürlich, zu denken, daß seine Schichten um so viel dichter seyen, je näher sie ihrem Mittelpunkte liegen. Wir haben außerdem gesehen, daß dies durch die Messungen des Pendels und der Meridiangrade wie auch durch die beobachtete Attraction der Berge erwiesen ist. Das Meer ist also in einem beständigen Zustande des Gleichgewichts, und wenn es, woran nicht wohl zu zweifeln ist, das feste Land, das sich heut zu Tage weit über seinen Wasserspiegel erhebt, einmal bedeckt hat, so muß man die Ursache davon anderswo, als in dem Mangel der Beständigkeit seines Gleichgewichts suchen.

---

## Z w ö l f t e s K a p i t e l

### *Von den Schwingungen der Atmosphäre.*

U m zum Meere zu gelangen, geht die Wirkung der Sonne und des Monds durch die Atmosphäre, welche folglich den Einfluß davon erfahren, und ähnlichen Bewegungen, wie die des Meeres sind, unterworfen seyn muß. Hieraus entstehen Winde und Schwingungen in dem Barometer, die mit der Ebbe und Fluth

einerley Perioden haben. Aber diese Winde sind in einer von andern Ursachen heftig bewegten Atmosphäre unbeträchtlich, und bey nahe unmerklich. Die Größe der Schwingungen des Barometers beträgt selbst am Aequator, wo sie am größten ist, nicht 0,002 Fufs. Wie indessen Localumstände die Schwingungen des Meeres beträchtlich vermehren, so können sie auf gleiche Art auch die Schwingungen des Barometers vermehren, deren Beobachtung, in dieser Beziehung verfolgt, die Aufmerksamkeit der Naturforscher verdient.

Wir wollen hier bemerken, daß die Attraction der Sonne und des Mondes weder in dem Meere, noch in der Atmosphäre eine beständige Bewegung von Osten nach Westen bewirke; Diejenige also, welche man zwischen den Wendekreisen, unter dem Namen der *beständigen* Winde (*vents alisés*) in der Atmosphäre beobachtet, hat eine andere Ursache. Die wahrscheinlichste ist die nachfolgende.

Die Sonne, welche wir, der größeren Einfachheit wegen, in der Ebene des Aequators annehmen, verdünnt daselbst durch ihre Wärme die Luftsäulen, und erhebt sie über ihren eigentlichen wagrechten Stand; sie müssen

also durch ihr Gewicht zurückfallen, und sich in dem obern Theile der Atmosphäre nach den Polen hinziehen; zu gleicher Zeit aber muß in dem untern Theile neue kühle Luft ankommen, welche von den gegen die Pole zu liegenden Klimaten herstreicht, und diejenige ersetzt, welche am Aequator verdünnt worden war. Auf solche Art bilden sich zwey entgegengesetzte Strömungen (courans) von Luft, die eine in dem untern, die andere in dem obern Theile der Atmosphäre: nun ist die von der Umdrehung der Erde herrührende wirkliche Geschwindigkeit der Luft um so viel kleiner, je näher sie dem Pole ist; sie muß folglich gegen den Aequator zu sich langsamer drehen, als die zugehörigen Theile der Erde, und die auf der Erdoberfläche befindlichen Körper müssen sie mit dem Ueberschusse ihrer Geschwindigkeit treffen, und von ihr durch ihre Gegenwirkung einen ihrer Umdrehungsbewegung entgegengesetzten Widerstand erfahren. Für den Beobachter, der sich unbeweglich glaubt, scheint also die Luft in einer der Umdrehung der Erde entgegengesetzten Richtung, das ist, von Osten nach Westen zu blasen, und dies ist in der That die Richtung der beständigen Winde.

Wenn man alle Ursachen betrachtet, welche das Gleichgewicht der Atmosphäre stören, ihre große Beweglichkeit, die eine Folge ihrer Flüssigkeit und ihrer Federkraft ist, den Einfluß der Kälte und Wärme auf ihre Elasticität, die ungeheure Menge von Dünsten, die sie wechselsweise aufnimmt, und wieder von sich giebt, endlich die Veränderungen, welche die Umdrehung der Erde in der relativen Geschwindigkeit ihrer Theilchen bloß dadurch hervorbringt, daß sie nach der Richtung der Meridiane ihre Stellen verändern; so wird man sich über die Unbeständigkeit und Veränderlichkeit ihrer Bewegungen nicht wundern, die sich schwerlich werden unter sichere Gesetze bringen lassen.

---

### D r e y z e h n t e s   K a p i t e l .

*Von dem Vorrücken der Nachtgleichen und dem Wanken der Erdaxe.*

Alles ist in der Natur verbunden, und ihre allgemeinen Gesetze verknüpfen auch Erscheinungen mit einander, die nicht in der geringsten Verbindung zu stehen scheinen. So verursacht die Umdrehung des Erdsphäroids die Abplattung desselben an den Polen, und diese  
Abplat-



Abplattung, verbunden mit der Wirkung der Sonne und des Monds, bewirkt das Vorrücken der Nachtgleichen, welches vor der Entdeckung der allgemeinen Schwere, auf die tägliche Bewegung der Erde keine Beziehung zu haben schien.

Wir wollen uns diesen Planeten als ein gleichartiges, an seinem Aequator aufgetriebenes, Sphäroid vorstellen. Man kann ihn alsdann betrachten als entstanden aus einer Kugel von einem der Polaraxe gleichen Durchmesser, und einem diese Kugel bedeckenden Meniscus, dessen grösste Dicke an dem Aequator des Sphäroids wäre. Die Theilchen dieses Meniscus können angesehen werden, als eben so viele kleine Monde, die aneinander hangen, und ihre Umläufe in einer der Umdrehungszeit der Erde gleichen Zeit machen. Die Knoten aller ihrer Bahnen müssen also, vermöge der Wirkung der Sonne, zurückgehen, wie die Knoten der Mondsbahn; und aus diesen rückläufigen Bewegungen muß, vermöge der Verbindung aller dieser Körper eine zusammengesetzte Bewegung in dem Meniscus entstehen, welche seine Durchschnittspunkte mit der Ekliptik zurückgehen macht. Da aber dieser Meniscus an der Kugel hängt, die er bedeckt, so theilt er seine

rückläufige Bewegung mit ihr, wodurch ihre Bewegung beträchtlich aufgehalten wird; die Durchschnittspunkte des Aequators und der Ekliptik, d. h. die Nachtgleichen, müssen folglich, vermöge der Wirkung der Sonne, eine rückläufige Bewegung haben. Wir wollen versuchen die Geseze und die Ursache derselben zu erforschen.

Zu dem Ende betrachten wir die Wirkung der Sonne auf einen in der Ebene des Aequators liegenden Ring. Wenn man sich die Masse dieses Gestirns als gleichförmig vertheilt auf der Peripherie ihrer für kreisförmig angenommenen Bahn vorstellt, so übersieht man leicht, daß die Wirkung dieser körperlichen Bahn die mittlere Wirkung der Sonne vorstellen werde. Wird diese Wirkung auf jeden der über die Ekliptik erhabenen Punkte des Rings in zwey zerlegt, deren eine in der Ebene des Rings liegt, die andere auf dieser Ebene lothrecht ist, so ist leicht, einzusehen, daß das Resultat dieser letzteren Wirkungen auf alle diese Punkte auf der Ebene selbst lothrecht sey, und in dem Durchmesser des Rings liege, der auf seiner Knotenlinie lothrecht ist. Die Wirkung der Sonnenbahn auf den unter der Ekliptik liegenden Theil des Rings bringt auf ähnliche Art

ein auf der Ebene des Rings lothrecht und in dem untern Theile eben dieses Durchmesser liegendes Resultat hervor. Diese zwey Resultate sind bestrebt, den Ring der Ekliptik zu nähern, indem sie ihn auf seiner Knotenlinie in Bewegung setzen; seine Neigung gegen die Ekliptik würde also durch die mittlere Wirkung der Sonne abnehmen, und seine Knoten würden vest seyn, ohne die Umdrehungsbewegung des Rings, von welchem wir hier annehmen, daß er sich in einerley Zeit mit der Erde umdrehe. Aber diese Bewegung erhält dem Ringe eine beständige Neigung gegen die Ekliptik, und verwandelt die Wirkung des Einflusses der Sonne in eine rückläufige Bewegung der Knoten; sie zieht diesen Knoten eine Veränderung zu, welche, ohne sie, bey der Neigung Statt finden würde, und giebt der Neigung die Beständigkeit, welche bey den Knoten Statt finden würde. Um die Ursache dieser sonderbaren Veränderung zu begreifen, wollen wir die Lage des Rings sich unendlich wenig ändern lassen, so daß die Ebenen seiner beyden Lagen sich nach der Richtung des auf der Knotenlinie lothrechten Durchmessers schneiden. Man kann am Ende eines jeden Augenblicks die Bewegung eines jeden seiner

Punkte in zwey zerlegen, deren eine im folgenden Augenblicke allein bleiben, die andere aber auf der Ebene des Rings lothrecht seyn, und vernichtet werden soll; und es ist klar, daß das Resultat dieser zweyten Bewegungen, auf alle Punkte des oberen Theils des Ringes bezogen, auf seiner Ebene lothrecht seyn, und in dem vorhin betrachteten Durchmesser liegen werde, welches in Ansehung des untern Theils des Ringes auf gleiche Art Statt findet. Damit dieses Resultat durch die Wirkung der Sonnenbahn aufgehoben, und der Ring, vermöge dieser Kräfte, im Gleichgewichte um seinen Mittelpunkt erhalten werde, müssen sie einander entgegengesetzt, und ihre Momente in Beziehung auf diesen Punkt gleich seyn. Die erste dieser Bedingungen fordert, daß die angenommene Veränderung der Lage des Rings rückläufig sey; die zweyte Bedingung bestimmt die GröÙe dieser Veränderung, und folglich auch die Geschwindigkeit der rückläufigen Bewegung seiner Knoten. Es ist leicht einzusehen, daß diese Geschwindigkeit der Masse der Sonne, dividirt durch den Würfel ihrer Entfernung von der Erde und multiplirt durch den Cosinus der Schiefe der Ekliptik, proportionirt sey.

Da die Ebenen des Rings in zwey auf einander folgenden Lagen sich nach der Richtung eines auf der Knotenlinie lothrechten Durchmessers schneiden, so folgt, daß die Neigung dieser bey den Ebenen gegen die Ekliptik beständig ist; die Neigung des Rings ändert sich also, vermöge der mittleren Wirkung der Sonne, nicht.

Was wir so eben von einem Ringe gesehen haben, das beweist die Analysis von jedem von einer Kugel wenig unterschiedenen Sphäroide. Die mittlere Wirkung der Sonne bringt in den Nachtgleichen eine der Masse dieses Gestirns, dividirt durch den Würfel seiner Entfernung, und multiplicirt durch den Cosinus der Schiefe der Ekliptik proportionirte Bewegung hervor. Diese Bewegung ist rückläufig, wenn das Sphäroid an seinen Polen abgeplattet ist; ihre Geschwindigkeit hängt von der Abplattung des Sphäroids ab; aber die Neigung des Aequators gegen die Ekliptik bleibt immer die nämliche.

Die Wirkung des Monds macht gleichfalls die Knoten des Erdäquators in der Ebene seiner Bahn zurückgehen; da aber die Lage dieser Ebene und ihre Neigung gegen den Aequator, vermöge der Wirkung der

Sonne, sich ununterbrochen ändert, und die durch die Wirkung des Monds verursachte rückläufige Bewegung der Knoten des Aequators in der Mondsbahn dem Cosinus dieser Neigung proportionirt ist, so ist diese Bewegung veränderlich. Außerdem macht sie, wenn man sie gleichförmig annimmt, daß die rückläufige Bewegung der Nachtgleichen und die Neigung des Aequators gegen die Ekliptik sich nach der Lage der Mondsbahn ändert. Eine sehr einfache Rechnung ist hinreichend, um zu sehen, daß aus der Wirkung des Monds, verbunden mit der Bewegung der Ebene seiner Bahn, folgt 1) eine mittlere Bewegung bey den Nachtgleichen, die derjenigen gleich ist, welche dieses Gestirn verursachen würde, wenn es sich in der Ebene der Ekliptik selbst bewegte; 2) eine Ungleichheit, die von dieser rückläufigen Bewegung abzuziehen, und dem Sinus der Länge des aufsteigenden Knoten der Mondsbahn proportionirt ist; 3) eine dem Cosinus eben dieses Winkels proportionirte Verminderung der Schiefe der Ekliptik. Diese zwey Ungleichheiten werden zugleich dargestellt durch die Bewegung des Endpunkts der bis an den Himmel verlängerten Erdaxe

auf einer kleinen Ellipse, nach den im eilften Kapitel des ersten Buchs aufgestellten Gesezen; wobey die große Axe dieser Ellipse zur kleinen sich verhält, wie der Cosinus der Schiefe der Ekliptik zum Cosinus des Doppelten dieser Schiefe.

Aus dem eben Beygebrachten begreift man die Ursache des Vorrückens der Nachtgleichen, und des Wankens der Erdaxe; aber eine genaue Berechnung, und die Vergleichung ihrer Resultate mit den Beobachtungen sind der Probirstein einer Theorie. Die Theorie der Schwere verdankt Dalemberthen den Vortheil, in Ansehung der beyden vorhergehenden Erscheinungen auf diese Art bestätigt worden zu seyn. Dieser große Geometer hat zuerst durch eine sehr schöne Analyse die Bewegungen der Erdaxe, für jede beliebige Gestalt und Dichtigkeit der Schichten des Erdsphäroids bestimmt, und nicht nur mit den Beobachtungen übereinstimmende Resultate gefunden, sondern auch die wahren Dimensionen der kleinen Ellipse, welche der Erdpol beschreibt, bekannt gemacht, worüber Bradley's Beobachtungen noch einige Ungewißheit zurückließen.

Die Einflüsse eines Gestirns auf die Bewegung der Erdaxe und auf die der Meere sind beyde der Masse des Gestirns, dividirt durch den Würfel seiner Entfernung von der Erde proportionirt. Da das Wanken dieser Axe blos allein der Wirkung des Monds zugeschrieben ist, während das mittlere Vorrücken der Nachtgleichen das Resultat der vereinigten Wirkungen der Sonne und des Monds ist, so ist klar, daß die beobachteten Grössen dieser zwey Erscheinungen das Verhältniß dieser Wirkungen geben müssen. Setzt man mit Bradley das jährliche Vorrücken der Nachtgleichen auf  $154''$ , 4 und die ganze Grösse des Wankens auf  $55''$ , 6; so findet man die Wirkung des Monds sehr nahe dem Doppelten von der der Sonne gleich. Aber ein kleiner Unterschied in der Grösse des Wankens bringt einen beträchtlichen in dem Verhältnisse der Wirkungen dieser beyden Gestirne hervor; und um dieses Verhältniß der Zahl 3 gleich zu machen, wie es allen Beobachtungen der Ebbe und Fluth gemäß ist, braucht man nur die ganze Grösse des Wankens auf  $62''$ , 2 zu setzen. Maskelyne fand sie, da er Bradley's Beobachtungen aufs neue untersuchte,  $58''$ , 6 groß, was von dem



Resultate, welches die Erscheinungen der Ebbe und Fluth geben, nur um  $3'', 6$  unterschieden ist.

Da ein so kleiner Unterschied bey den Beobachtungen der Fixsterne fast unmerklich ist, so läßt sich das Verhältniß der Wirkungen des Monds und der Sonne viel besser durch die Ebbe und Fluth bestimmen. Es schien mir daher, daß man die Gleichung der Nutation auf  $31'', 1$ ; die der Präcession auf  $58'', 2$ ; und die Mondsgleichung der Sonnentafeln auf  $27'', 5$  setzen müsse.

Die Erscheinungen der Präcession und Nutation verbreiten ein neues Licht über die Beschaffenheit des Erdsphäroids; sie geben eine Grenze der Abplattung der für elliptisch angenommenen Erde, und es folgt daraus, daß diese Abplattung nicht über  $\frac{1}{307}$  ist, welches mit den Pendelversuchen übereinstimmt. Wir haben im siebenten Kapitel gesehen, daß der Ausdruck des Radius Vector des Erdsphäroids Glieder enthält, welche, ob sie schon an sich selbst und an der Länge des Pendels unmerklich sind, doch bey den Meridiangraden eine sehr merkliche Abweichung von der elliptischen Gestalt bewirken. Diese Glieder verschwinden gänzlich aus den Wer-

then der Präcession und Nutation, und daher stimmen diese Erscheinungen mit den Pendelversuchen überein. Das Daseyn dieser Glieder vereinigt also die Beobachtungen der Mondparallaxe, die des Pendels und der Meridiangrade, und die Erscheinungen der Präcession und Nutation.

Was für eine Gestalt und Dichtigkeit man den verschiedenen Erdschichten immer geben, und welche von den beyden Voraussetzungen man annehmen mag, daß die Erde ein durch Umdrehung entstandener Körper sey, oder nicht, so kann man, wenn sie nur von einer Kugel nicht viel unterschieden ist, immer einen durch Umdrehung entstandenen elliptischen Körper angeben, bey welchem die Präcession und Nutation die nämlichen wären. So sind bey Bouguer's Hypothese, wovon im siebenten Kapitel die Rede war, und nach welcher die Zunahmen der Grade der vierten Potenz des Sinus der Breite proportionirt sind, diese Erscheinungen genau die nämlichen, wie wenn die Erde ein Ellipsoid wäre, das eine Ellipticität von  $\frac{1}{183}$  hätte, und wir haben gesehen daß die Beobachtungen ihr keine grössere Ellipticität, als, von  $\frac{1}{305}$  zu geben verstatten. Die-

se Beobachtungen stimmen also mit den Pendelbeobachtungen überein, die Unstatthaftigkeit dieser Hypothese darzuthun.

Wir haben in dem Vorhergehenden vorausgesetzt, daß die ganze Erde ein vester Körper sey. Da aber dieser Planet großentheils mit den Gewässern des Meeres bedeckt ist, so entsteht die Frage, ob nicht die Wirkung dieser die Erscheinungen der Präcession und Nutation ändern müsse? Die Untersuchung dieser Frage ist von Erheblichkeit.

Da die Gewässer des Meeres vermöge ihrer Flüssigkeit den Attractionen der Sonne und des Monds nachgeben, so scheint es auf den ersten Anblick, ihre Gegenwirkung könne auf die Bewegungen der Erdaxe keinen Einfluss haben.

Auch Dalembert, und alle Geometer, welche sich nach ihm mit diesen Bewegungen beschäftigten, haben sie gänzlich außer Acht gelassen; ja sie sind sogar davon ausgegangen, um die beobachteten Größen der Präcession und Nutation mit den Messungen der Erdgrade zu vereinigen. Indessen zeigt uns eine tiefer eingehende Untersuchung dieses Gegenstandes, daß die Flüssigkeit der Gewässer kein zureichender Grund ist, ihren

Einfluss auf das Vorrücken der Nachtgleichen außer Acht zu lassen. Denn wenn sie auf der einen Seite der Wirkung der Sonne und des Monds folgen, so führt auf der andern Seite die Schwere sie ununterbrochen zu dem Zustande des Gleichgewichts zurück, und erlaubt ihnen nicht mehr, als ganz kleine Schwingungen zu machen. Es ist also möglich, daß sie durch ihre Attraction und ihren Druck auf das von ihnen bedeckte Sphäroid der Erdaxe, wenigstens zum Theile, die Bewegungen beybringen, die sie von ihnen erhalten würde, wenn sie sich verdichten sollten. Man kann sich überdies durch eine sehr einfache Schlußreihe überzeugen, daß ihre Gegenwirkung von der nämlichen Ordnung ist, wie die directe Wirkung der Sonne und des Monds auf den vesten Theil der Erde.

Wir wollen uns diesen Planeten als gleichartig und von einerley Dichtigkeit mit dem Meere vorstellen, und setzen, das Wasser nehme in jedem Augenblicke die dem Gleichgewichte der Kräfte, wovon es getrieben wird, angemessene Gestalt an. Wenn bey diesen Voraussetzungen die Erde plözlich ganz flüssig würde, so würde sie die nämliche Figur

behalten, und alle ihre Theile würden einander das Gleichgewicht halten; die Umdrehungsaxe würde also kein Bestreben, sich zu bewegen haben, und es ist klar, daß dies auch in dem Falle noch bestehen müsse, wo ein Theil dieser Masse bey seiner Verdichtung, das vom Meere bedeckte Sphäroid bilden würde. Die vorhergehenden Hypothesen dienen den *Newtonischen* Theorien von der Gestalt der Erde und der Ebbe und Fluth des Meeres zur Grundlage. Es ist sehr merkwürdig, daß dieser große Geometer unter der unendlichen Menge derer, die man über diese Gegenstände aufstellen kann, gerade zwey solche gewählt hat, welche weder Präcession noch Nutation geben, da alsdann die Gegenwirkung des Wassers die Wirkung des Einflusses der Sonne und des Monds auf den Kern der Erde aufhebt, wie auch immer seine Figur beschaffen seyn mag. Es ist wahr, daß diese beyden Hypothesen, und besonders die letztere, der Natur nicht gemäß sind; aber man sieht *a priori*, daß die Folge von der Gegenwirkung des Wassers, obschon von derjenigen unterschieden, welche bey Newtons Voraussetzungen Statt hat, doch von der nämlichen Ordnung ist.

Die Untersuchungen, welche ich über die Schwingungen des Meeres angestellt habe, haben mich in den Stand gesetzt, diese Folge der Gegenwirkung des Wassers nach den wahren Voraussetzungen der Natur zu bestimmen. Sie haben mich nämlich auf den merkwürdigen Lehrsatz geführt, daß, *wie auch das Gesez der Tiefe des Meeres beschaffen, und das von demselben bedeckte Sphäroid gestaltet seyn mag, die Erscheinungen der Präcession und Nutation die nämlichen sind, wie wenn das Meer eine veste Masse mit diesem Sphäroide ausmachte.*

Wenn die Sonne und der Mond allein auf die Erde wirkten, so würde die mittlere Neigung der Ekliptik gegen den Aequator beständig seyn; wir haben aber gesehen, daß die Wirkung der Planeten die Lage der Erdbahn beständig ändere, und daß daraus in ihrer Schiefe gegen den Aequator eine Abnahme entstehe, die durch alle älteren und neueren Beobachtungen bestätigt wird. Die nämliche Ursache giebt den Nachtgleichen eine jährliche rechtläufige Bewegung von  $0'',5707$ ; folglich wird die durch die Wirkung der Sonne und des Mondes verursachte jährliche Präcession durch die Wirkung der Planeten um diese

Größe vermindert, und ohne diese Wirkung würde sie 155",66 betragen. Diese Wirkungen des Einflusses der Planeten sind von der Abplattung des Erdsphäroids unabhängig; aber die Wirkung der Sonne und des Mondes auf dieses Sphäroid muß sie selbst und ihre Gesetze abändern.

Wenn wir die Lage der Erdbahn, und die Bewegung ihrer Umdrehungsaxe auf eine feste Ebene beziehen, so ist klar, daß die Wirkung der Sonne, vermöge der Veränderungen der Ekliptik, bey dieser Axé eine der Nutation ähnliche Schwingungsbewegung hervorbringen wird, mit dem Unterschiede, daß, da die Periode dieser Veränderungen unvergleichbar länger, als die der Veränderungen der Mondbahn ist, die Größe der correspondirenden Schwingung bey der Erdaxe viel größer ist, als die der Nutation. Die Wirkung des Mondes verursacht bey eben dieser Axé eine ähnliche Schwingung, weil die mittlere Neigung seiner Bahn gegen die Erdbahn beständig ist. Die Ortsveränderung der Ekliptik bringt also in Verbindung mit der Wirkung der Sonne und des Mondes auf die Erde in ihrer Schiefe gegen den Aequator eine Veränderung hervor, die von derjenigen sehr

verschieden ist, wie sie blos vermöge dieser Ortsveränderung allein Statt finden würde; die ganze Gröfse dieser Veränderung wäre nämlich vermöge der letzteren ohngefähr 12 Grade, und die Wirkung der Sonne und des Monds bringt sie etwa auf 3 Grade herunter.

Die durch eben diese Ursachen bewirkte Veränderung der Bewegung der Nachtgleichen ändert die Dauer des tropischen Jahres in verschiedenen Jahrhunderten. Diese Dauer nimmt ab, wenn diese Bewegung zunimmt, welches gegenwärtig Statt hat, und das jezige Jahr ist ohngefähr um 12" kürzer, als zur Zeit des Hipparchus. Aber diese Veränderung in der Länge des Jahres hat Grenzen, welche durch die Wirkung der Sonne und des Monds auf das Erdsphäroid noch näher zusammengerückt werden. Die Weite dieser Grenzen würde, vermöge der Ortsveränderung der Ekliptik allein, ohngefähr 500" seyn; durch diese Wirkung aber wird sie auf 120" herun-  
ter gesetzt.

Endlich ist auch der Tag selbst, in dem Sinne, wie wir ihn im ersten Buche bestimmt haben, vermöge der Ortsveränderung der Ekliptik verbunden mit der Wirkung der Sonne und des Monds, sehr kleinen Verän-  
derun-



derungen unterworfen, die, obschon die Theorie sie anzeigt, den Beobachtern immer unmerklich seyn werden. Nach dieser Theorie ist die Umdrehung der Erde gleichförmig und die mittlere Länge des Tags kann für beständig angenommen werden; dies Resultat ist für die Astronomie sehr wichtig, weil diese Länge zum Maasse für die Zeit und für die Umläufe der Himmelskörper dient. Wenn sie sich ändern sollte, so würde man solches an der Dauer dieser Umläufe erkennen, welche im Verhältnisse ihrer Länge zu- oder abnehmen würden; aber die Wirkung der Himmelskörper bringt darin keine merkliche Aenderung hervor.

Indessen könnte man glauben, die Winde, welche zwischen den Wendekreisen beständig von Osten nach Westen wehen, dürften durch ihre Wirkung auf das veste Land und die Gebirge die Geschwindigkeit der Umdrehung der Erde vermindern.

Es ist unmöglich diese Wirkung der Analysis zu unterwerfen; glücklicherweise kann man, vermittelst des im dritten Buche erläuterten Grundsatzes der Erhaltung der Flächen, beweisen, daß ihr Einfluß auf die Umdrehung der Erde gleich Null ist. Nach diesem Grund-

saze ist die Summe aller Elemente der Erde, des Meeres und der Atmosphäre, stückweise multiplicirt mit den Flächen, welche ihre auf die Ebene des Aequators projecirten Radii vectores um den Schwerpunkt der Erde beschreiben, in gleicher Zeit beständig. Die Sonnenwärme bringt darin keine Veränderung hervor, weil sie die Körper gleichförmig nach allen Richtungen ausdehnt; nun übersieht man leicht, dafs, wenn die Umdrehung der Erde abnehmen sollte, diese Summe kleiner seyn würde; die durch die Sonnenwärme verursachten beständigen Winde ändern also diese Umdrehung nicht. Zu einer merklichen Veränderung der Dauer derselben wäre eine beträchtliche Ortsveränderung bey den Theilen des Erdsphäroids erforderlich. So würde die Versezung einer grofsen Masse von den Polen an den Aequator diese Dauer länger machen; sie würde hingegen kürzer werden, wenn dichte Körper dem Mittelpunkte oder der Axe der Erde sich näherten. Aber wir kennen keine Ursache, welche Massen, die stark genug wären, um in der Länge des Tags eine merkliche Veränderung zu bewirken, auf grofse Entfernungen versezen könnte; und wir sind also vollkommen berechtigt, diese Länge als

eins der beständigsten Elemente des Weltsystems zu betrachten. Das nämliche gilt von den Punkten, wo die Umdrehungsaxe der Erde ihrer Oberfläche begegnet. Wenn dieser Planet sich nach und nach um verschiedene Durchmesser drehete, die mit einander beträchtliche Winkel machten, so würden der Aequator und die Pole ihre Stelle auf der Erde verändern, und die Meere würden, indem sie sich nach dem neuen Aequator hinzögen, die höchsten Berge wechselsweise bedecken, und wieder verlassen. Aber alle Untersuchungen, die ich über die Ortsveränderung der Pole der Umdrehung auf der Erdoberfläche angestellt habe, haben mir bewiesen, dafs sie unmerklich ist.

---

## Vier z e h n t e s   K a p i t e l.

### *Von dem Schwanken des Monds.*

**W**ir haben endlich noch die Ursache von dem Schwanken des Monds und der Bewegung der Knoten seines Aequators zu erklären.

Der Mond ist, vermöge seiner Umdrehungsbewegung, an seinen Polen etwas abgeplattet, aber die Attraction der Erde mußte

seine gegen diesen Planeten gerichtete Axe verlängern. Wäre der Mond gleichartig und flüssig, so würde er, um im Gleichgewichte zu bleiben, die Gestalt eines Ellipsoids annehmen, dessen kleinere Axe durch die Pole der Umdrehung gieng; die grössere Axe wäre gegen die Erde gerichtet, und in der Ebene des Mondäquators, und die in der nämlichen Ebene liegende mittlere Axe wäre auf den beyden andern lothrecht. Der Ueberschuss der grösseren Axe über die kleinere wäre das Vierfache von dem Ueberschusse der mittleren Axe über die kleinere, und ohngefähr  $\frac{1}{29711}$ , wenn die kleine Axe zur Einheit angenommen wird.

Man begreift leicht, dafs, wenn die grosse Axe des Monds sich ein wenig von der Richtung des Radius Vector entfernt, welcher seinen Mittelpunkt mit dem der Erde verbindet, die Attraction der Erde bestrebt sey, sie wieder zu diesem Radius zurückzubringen, ebenso, wie die Schwere ein Pendel zur lothrechten Linie zurückbringt. Wenn die Umdrehungsbewegung dieses Trabanten ursprünglich schnell genug gewesen wäre, um dieses Bestreben zu überwinden, so würde die Zeit seiner Umdrehung der Zeit seines Umlaufs

nicht vollkommen gleich gewesen seyn, und ihr Unterschied würde uns nach und nach alle Punkte seiner Oberfläche entdeckt haben. Da aber ursprünglich die Winkelbewegungen der Umdrehung und des Umlaufs des Monds wenig unterschieden waren, so war die Kraft, womit die große Axe des Monds von seinem Radius Vector sich entfernte, nicht zureichend, um das Bestreben eben dieser Axe gegen diesen Radius zu überwinden; die Schwere gegen die Erde, von welcher dieses Bestreben herrührt, hat also auf solche Art diese Bewegungen vollkommen gleich gemacht; und wie ein Pendel, das durch eine sehr kleine Kraft von der Verticallinie entfernt worden, ununterbrochen zu derselben zurückkommt, und auf beyden Seiten kleine Schwingungen macht, so muß die große Axe des Mondsphäroids auf beyden Seiten des mittleren Radius Vector seiner Bahn schwingen. Daraus entsteht eine schwankende Bewegung, deren Größe von dem ursprünglichen Unterschiede der beyden Winkelbewegungen der Umdrehung und des Umlaufs des Monds abhängt. Dieses Schwanken ist sehr klein, weil die Beobachtungen es nicht haben erkennen lassen.

Man sieht also, daß die Theorie der Schwere die genaue Gleichheit der beyden mittleren Winkelbewegungen der Umdrehung und des Umlaufs des Monds auf eine befriedigende Art erklärt. Es würde gegen alle Wahrscheinlichkeit seyn, anzunehmen, daß im Anfange diese beyden Bewegungen vollkommen gleich gewesen seyen; aber zur Erklärung dieser Erscheinung ist es genug, daß ihr anfänglicher Unterschied sehr klein war; und alsdann hat die Attraction der Erde die vollkommene Gleichheit hergestellt, welche man beobachtet.

Da die mittlere Bewegung des Monds großen secularen Ungleichheiten unterworfen ist, die sich auf mehrere Peripherien ausdehnen, so ist klar, daß, wenn seine mittlere Umdrehungsbewegung vollkommen gleichförmig wäre, dieser Trabant, vermöge dieser Ungleichheiten, der Erde nach und nach alle Punkte seiner Oberfläche entdecken würde; seine scheinbare Scheibe würde sich durch unmerkliche Abstufungen in eben dem Maasse ändern, als diese Ungleichheiten sich entdeckten; die nämlichen Beobachter würden sie immer sehr nahe als die nämliche sehen, und nur um mehrere Jahrhunderte von einander

entfernten Beobachtern würde sie merklich unterschieden zu seyn scheinen. Aber die Ursache, welche eine vollkommene Gleichheit zwischen den mittleren Bewegungen der Umdrehung und des Umlaufs des Monds zu Stande gebracht hat, benimmt den Erdbewohnern auf immer die Hoffnung, die der Halbkugel, welche er uns zeigt, entgegengesetzten Theile seiner Oberfläche einmal zu entdecken. Indem die Attraction der Erde die große Axe des Monds ununterbrochen gegen uns zurückführt, so macht sie, daß seine Umdrehungsbewegung an den secularen Ungleichheiten seiner Umlaufsbewegung Theil nimmt, und richtet beständig die nämliche Halbkugel gegen die Erde.

Die sonderbare Erscheinung des Zusammentreffens der Knoten des Mondäquators mit denen seiner Bahn ist auch noch eine Folge von der Attraction der Erde. Dies hat zuerst Lagrange durch eine sehr schöne Analyse gezeigt, welche ihn auf eine vollständige Erklärung aller an dem Mondsphäroide beobachteten Bewegungen geführt hat. Die Ebenen des Äquators und der Bahn des Monds, und die durch seinen Mittelpunkt in paralleler Richtung mit der Ekliptik gelegte Ebene haben

immer sehr nahe einerley Durchschnitt. Die secularen Bewegungen der Ekliptik ändern weder das Zusammentreffen der Knoten dieser drey Ebenen, noch ihre mittlere Neigung, welche die Attraction der Erde beständig bey einerley Gröſſe erhält.

Wir wollen hier bemerken, daß die vorhergehenden Erscheinungen mit der Hypothese nicht bestehen können, bey welcher der ursprünglich flüssige, und aus Schichten von jeder Dichtigkeit bestehende Mond die ihrem Gleichgewichte gemäſſe Gestalt angenommen hätte. Sie zeigen zwischen den Axen des Mond-phäroids gröſſere Unterschiede, als diejenigen, welche bey dieser Hypothese Statt haben. Die groſſen Ungleichheiten, welche man auf der Mondsfläche beobachtet, haben ohne Zweifel einen merklichen Einfluß auf diese Erscheinungen.

Wenn die Natur die mittleren himmlischen Bewegungen bestimmten Bedingungen unterwirft, so sind sie immer mit Schwingungen begleitet, deren Gröſſe willkührlich ist; so giebt die Gleichheit der mittleren Bewegungen der Umdrehung und des Umlaufs des Monds einem wirklichen Schwanken dieses Trabanten den Ursprung. Eben so ist das



Zusammentreffen der mittleren Knoten des Aequators und der Bahn des Monds mit einem Schwanken der Knoten dieses Aequators um die der Bahn begleitet, welches sehr klein ist, da es bis jezt den Beobachtungen entgangen ist. Wir haben gesehen, daß das wirkliche Schwanken der großen Axe des Monds unmerklich ist, und wir haben im sechsten Kapitel bemerkt, daß das Schwanken der drey ersten Jupiterstrabanten gleichfalls unmerklich ist. Es ist sehr merkwürdig, daß diese Arten des Schwankens, deren Größe willkürlich ist, und beträchtlich seyn könnte, doch sehr klein sind; man muß dies den nämlichen Ursachen zuschreiben, welche anfänglich die Bedingungen, wovon sie abhängen, vestgesetzt haben.

---

### F ü n f z e h n t e s   K a p i t e l .

*Betrachtungen über das Gesetz der allgemeinen Schwere.*

**W**enn man das Ganze der Erscheinungen des Sonnensystems betrachtet, so kann man sie in folgende drey Klassen ordnen; die erste enthält die Bewegungen der Schwerpunkte der Himmelskörper um Brennpunkte der Grund-

kräfte, welche sie treiben; die zweyte enthält alles, was die Gestalt und die Schwingungen der Flüssigkeiten, die sie bedecken, betrifft; endlich sind die Bewegungen dieser Körper um ihre Schwerpunkte der Gegenstand der dritten. In dieser Ordnung haben wir diese verschiedenen Erscheinungen erklärt, und man hat gesehen, daß sie eine nothwendige Folge von dem Grundsaze der allgemeinen Schwere sind. Dieser Grundsaz hat eine große Zahl von Ungleichheiten bekannt gemacht, welche aus den Beobachtungen auszusondern beynahe unmöglich gewesen seyn würde; er hat ein Mittel an die Hand gegeben, die himmlischen Bewegungen sicheren und genauen Regeln zu unterwerfen; die einzig auf das Gesez der Schwere gegründeten astronomischen Tafeln entlehnen jezt von den Beobachtungen bloß die willkührlichen Elemente, die auf keinem andern Wege bekannt werden können, und man darf nicht hoffen, sie noch weiter zu vervollkommen, als wenn man zugleich die Genauigkeit der Beobachtungen und die der Theorie noch weiter bringt.

Die Bewegung der Erde, welche durch die Einfachheit, womit sie die himmlischen Erscheinungen erklärt, den Beyfall der Astro-

nomen erhalten hat, hat durch den Grundsatz der Schwere eine neue Bestätigung bekommen, welche sie auf den höchsten Grad der Evidenz erhoben hat, deren physische Wissenschaften fähig sind. Die Wahrscheinlichkeit einer Theorie kann man theils durch Verminderung der Zahl der Hypothesen, auf welche man sie gründet, theils durch Vermehrung der Zahl der Erscheinungen, welche sie erklärt, vergrößern. Der Grundsatz der Schwere hat der Theorie von der Bewegung der Erde diese beyden Vortheile verschafft. Da sie eine nothwendige Folge von demselben ist, so setzt er keine neue Voraussetzung zu dieser Theorie hinzu; aber um die scheinbaren Bewegungen der Gestirne zu erklären, nahm Copernicus bey der Erde dreyerley verschiedene Bewegungen an: 1) die Bewegung um die Sonne, 2) die um sich selbst, 3) die Bewegung ihrer Pole um die der Ekliptik. Der Grundsatz der Schwere macht sie alle von einer einzigen der Erde eingedrückten Bewegung nach einer nicht durch ihren Schwerpunkt gehenden Richtung abhängig. Vermöge dieser Bewegung dreht sie sich um die Sonne und um sich selbst, hat eine an den Polen abgeplattete Gestalt angenommen, und die Wirkung der Sonne und des

Monds auf diese Gestalt macht, daß die Erdaxe sich langsam um die Pole der Ekliptik bewegt. Die Entdeckung dieses Grundsatzes hat also die Voraussetzungen, auf welche Copernicus seine Theorie gründete, auf die kleinste mögliche Anzahl heruntergesetzt. Sie hat außerdem den Vortheil, diese Theorie an alle astronomischen Erscheinungen anzuknüpfen. Ohne sie wären die elliptische Gestalt der Planetenbahnen, die Geseze, welchen die Planeten und Kometen bey ihren Bewegungen um die Sonne folgen, ihre secularen und periodischen Ungleichheiten; die zahlreichen Ungleichheiten des Monds und der Jupiterstrabanten; das Vorrücken der Nachtgleichen, das Wanken der Erdaxe, die Bewegungen der Mondsaxe, endlich die Ebbe und Fluth des Meeres, lauter einzelne Resultate der Beobachtung, aufser aller Verbindung. Im Gegentheile ist die Art, wie alle diese, dem ersten Anscheine nach so wenig zusammenhangende, Erscheinungen aus einerley Geseze herfließen, welches sie an die Bewegung der Erde knüpft, so daß, wenn man diese Bewegung einmal angenommen hat, man durch eine Reihe geometrischer Schlüsse auf diese Erscheinungen geführt wird, in der That etwas bewundernswürdiges.

Jede von ihnen giebt also einen Beweis seines Daseyns ab, und wenn man erwägt, daß es jetzt keine einzige unter ihnen giebt, die nicht auf das Gesez der Schwere zurückgebracht wäre, daß, da dieses Gesez die Lage und die Bewegungen der Himmelskörper für jeden Augenblick, und während ihres ganzen Laufs mit der größten Genauigkeit bestimmt, man nicht zu besorgen hat, daß es durch irgend eine bis jetzt nicht beobachtete Erscheinung werde umgestoßen werden; daß endlich auch der Planet Uranus und seine neuerlich entdeckten Trabanten ihm folgen, und es bestätigen: so ist es unmöglich, der vereinigten Kraft aller dieser Beweise sich zu entziehen, und nicht einzugehen, daß in der Naturphilosophie nichts besser erwiesen sey, als die Bewegung der Erde, und der Grundsatz der allgemeinen Schwere im geraden Verhältnisse der Massen, und im umgekehrten des Quadrats der Entfernungen.

Ist aber dieser Grundsatz ein ursprüngliches Naturgesez? Ist es nicht blos eine allgemeine Wirkung einer unbekanntten Ursache? Hier nöthigt uns die Unwissenheit, worin wir uns in Ansehung der inneren Eigenschaften der Materie befinden, stille zu stehen, und benimmt uns alle Hoffnung, diese Fragen auf eine

befriedigende Art zu beantworten. Anstatt Hypothesen darüber aufzustellen, schränken wir uns darauf ein, die Art, wie der Grundsatz der Gravitation von den Geometern angewandt worden ist, noch umständlicher zu untersuchen.

Sie sind von den fünf folgenden Voraussetzungen ausgegangen: 1) daß die Gravitation unter den kleinsten Elementen der Körper Statt habe; 2) daß sie den Massen proportionirt sey; 3) daß sie sich umgekehrt verhalte wie das Quadrat der Entfernungen; 4) daß sie in einem Augenblicke von einem Körper zum andern übergehe; 5) endlich, daß sie auf gleiche Art auf ruhende Körper und auf solche wirke, die, da sie schon nach ihrer Richtung in Bewegung sind, sich ihrem Einflusse zum Theil zu entziehen scheinen.

Die erste dieser Voraussetzungen ist, wie wir gesehen haben, eine nothwendige Folge der Gleichheit zwischen der Wirkung und Gegenwirkung; vermöge welcher jedes Element der Erde die ganze Erde anziehen muß, wie es von ihr angezogen wird. Diese Voraussetzung wird überdies durch die Messungen der Meridiangrade und des Pendels bestätigt. Denn mitten unter den Unregelmäßigkeiten,

welche die gemessenen Grade bey der Figur der Erde anzuzeigen scheinen; entdeckt man, wenn ich so sagen darf, die Züge einer regelmäßigen, und mit der Theorie übereinstimmenden Figur. Der große Einfluß der Abplattung des Jupiters auf die Bewegungen der Knoten und der Jupitersnähen der Bahnen seiner Trabanten beweist uns noch, daß die Attraction dieses Planeten aus den Attraktionen aller seiner Elemente zusammengesetzt ist.

Die Proportionalität der Anziehungskraft mit den Massen ist auf der Erde durch die Versuche mit dem Pendel erwiesen, dessen Schwingungen genau von gleicher Dauer sind, wie auch die Körper, die man schwingen läßt, beschaffen seyn mögen; in den Räumen des Himmels wird sie durch das beständige Verhältniß der Quadrate der Umlaufzeiten der Körper, die um einen gemeinschaftlichen Brennpunkt gehen, zu den Würfeln der grossen Axen ihrer Bahnen dargethan.

Wir haben im ersten Kapitel gesehen, mit welcher Genauigkeit die beynahe absolute Ruhe der Sonnennähen der Planetenbahnen das Gesez der Schwere im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen anzeigt; und jezt, da wir die Ursache der kleinen

Bewegungen dieser Sonnennähen kennen, müssen wir dieses Gesez als völlig genau betrachten. Es ist das Gesez aller Ausflüsse, die von einem Mittelpunkte ausgehen, dergleichen das Licht ist; es scheint sogar, daß alle Kräfte, deren Wirkung sich auf merkliche Entfernungen äußert, diesem Geseze folgen. Seit kurzem hat man bemerkt, daß die elektrischen und magnetischen Anziehungen und Abstosungen im Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen abnehmen. Es ist eine merkwürdige Eigenschaft dieses Naturgesezes, daß, wenn die Dimensionen aller Körper dieses Weltalls, ihre gegenseitigen Entfernungen und ihre Geschwindigkeiten sich verhältnismäßig vermehrten oder verminderten, sie den Curven, welche sie wirklich durchlaufen, völlig ähnliche beschreiben, und ihre Erscheinungen durchgängig die nämlichen seyn würden; denn da die Kräfte, von welchen sie getrieben werden, das Resultat der den Quotienten der Massen durch die Quadrate der Entfernungen proportionirten Attractionen sind, so würden sie nach dem Verhältnisse der Dimensionen des neuen Weltgebäudes zu- oder abnehmen. Man sieht zugleich, daß diese Eigenschaft nur dem Naturgeseze zukommen kann. Die Erscheinun-



scheinungen der Bewegungen des Weltgebäudes sind also von seinen absoluten Dimensionen eben so unabhängig, wie von der absoluten Bewegung, welche es im Weltraume haben kann, und wir können nichts, als Verhältnisse beobachten und erkennen. Dieses Gesez giebt den Kugeln die Eigenschaft, sich wechselseitig anzuziehen, als ob ihre Massen in ihren Mittelpunkten vereinigt wären. Es begrenzt auch noch die Bahnen und die Gestalten der Himmelskörper durch Linien und Flächen der zweyten Ordnung, wenigstens wenn man ihre Störungen aufser Acht läßt, und sie für flüssig annimmt.

Wir haben kein Mittel, um die Zeit der Fortpflanzung der Schwere zu messen, weil die Sonne, wenn ihre Attraction einmal die Planeten erreicht hat, so auf sie zu wirken fortfährt, als ob ihre Anziehungskraft den äußersten Enden des Planetensystems sich augenblicklich mittheilte; man kann daher eben so wenig wissen, in wie viel Zeit sie zur Erde gelange, als es ohne die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten und ohne die Aberration möglich gewesen wäre, die allmälige Fortpflanzung des Lichts zu erkennen. Mit dem kleinen Unterschiede, welcher bey der Wir-

kung der Schwere auf die Körper nach der Richtung und der Gröfse ihrer Geschwindigkeit Statt finden kann, verhält es sich nicht so. Die Rechnung hat mir gezeigt, dafs daraus eine Beschleunigung der mittleren Bewegungen der Planeten um die Sonne, und der Trabanten um ihre Planeten entsteht. Ich hatte dieses Mittel, die seculare Gleichung des Monds zu erklären, ausgedacht, da ich mit allen Geometern glaubte, dafs sie bey den über die Wirkung der Schwere angenommenen Hypothesen unerkklärbar wäre. Ich fand, dafs, wenn sie von dieser Ursache herrührte, man dem Monde, um ihn seiner Schwere gegen die Erde gänzlich zu entziehen, eine Geschwindigkeit gegen den Mittelpunkt dieses Planeten geben müfste, die zum wenigsten sechs millionenmal gröfser wäre, als die des Lichts. Da nun die wahre Ursache der secularen Gleichung des Monds heutzutage wohl bekannt ist, so sind wir versichert, dafs die Wirksamkeit der Schwere noch viel gröfser ist. Diese Kraft wirkt also mit einer Geschwindigkeit, die wir als unendlich betrachten können, und wir müssen daraus schliessen, dafs die Attraction der Sonne sich den äufsersten Enden des Sonnensystems in einem bey nahe untheilbaren Augenblicke mittheile.

Ob unter den Himmelskörpern noch andere Kräfte, aufser ihrer wechselseitigen Anziehung vorhanden seyen, wissen wir nicht; aber das können wir wenigstens behaupten, daß ihre Wirkung unmerklich sey. Eben so können wir behaupten, daß alle diese Körper von den Flüssigkeiten, die sie bey ihrer Bewegung durchschneiden, einen bis jezt unmerklichen Widerstand leiden, wie das Licht, die Kometenschweife und das Thierkreislicht.

Die Anziehungskraft verschwindet unter Körpern von unbeträchtlicher Gröfse; sie erscheint aber bey ihren Elementen wieder unter einer unendlichen Menge verschiedener Formen. Die Dichtigkeit der Körper, ihre Chrystallisation, die Brechung des Lichts, das Steigen und Fallen der Flüssigkeiten in den Haarröhren, und überhaupt alle chemischen Verbindungen sind Folgen der Anziehungskräfte, deren Kenntnifs einer der wichtigsten Gegenstände der Naturlehre ist. Aber sind etwa diese Kräfte die in den Räumen des Himmels beobachtete Gravitation selbst, auf der Erde durch die Gestalt der integrirenden Theilchen modificirt? Um diese Hypothese anzunehmen, müfste man bey den Körpern viel mehr leeren, als erfüllten Raum voraussetzen,

so daß die Dichtigkeit ihrer Theilchen unvergleichbar größer wäre, als die mittlere Dichtigkeit ihrer ganzen Massen. Ein sphärisches Element von 0,00001 Fufs Durchmesser müßte eine zum wenigsten zehntausend milliardenmal größere Dichtigkeit haben, als die mittlere Dichtigkeit der Erde ist, um auf seiner Oberfläche eine der Schwere auf der Erde gleiche Attraction zu äußern. Nun übertreffen die Anziehungskräfte der Körper diese Schwere beträchtlich, weil sie das Licht sichtbar beugen, dessen Richtung durch die Attraction der Erde nicht merklich verändert wird; die Dichtigkeit dieser Theilchen stünde also zu der der ganzen Körper in einem Verhältnisse, vor dessen Größe die Einbildungskraft sich entsetzt, wenn ihre Verwandtschaften von dem Geseze der allgemeinen Schwere abhängen. Das Verhältniß der Zwischenräume dieser Elemente zu ihren respectiven Dimensionen wäre von der nämlichen Ordnung, wie bey den Sternen, welche einen Nebelfleck bilden, den man aus diesem Gesichtspunkte als einen großen leuchtenden Körper betrachten könnte. Uebrigens hindert uns nichts, diese Vorstellungsart von allen Körpern anzunehmen. Mehrere Erscheinungen, und unter andern die

äußerste Leichtigkeit, womit das Licht die durchsichtigen Körper nach allen Richtungen durchdringt, sind ihr günstig. Die Verwandtschaften würden alsdann von der Gestalt der integrirenden Theilchen abhängen, und man könnte aus der Manchfaltigkeit dieser Gestalten alle Verschiedenheiten der Anziehungskräfte erklären, und auf solche Art alle Erscheinungen der Physik und Astronomie auf ein allgemeines Gesez zurückführen. Aber die Unmöglichkeit die Gestalten der Elementartheilchen zu erkennen, macht diese Untersuchungen zur Aufnahme der Wissenschaften unnüz. Einige Geometer haben, um von den Verwandtschaften Rechenschaft zu geben, zu dem Geseze der Attraction im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen neue, nur in sehr kleinen Entfernungen merklliche, Glieder hinzugesetzt. Aber diese Glieder würden eben so viele verschiedene Kräfte ausdrücken; und da sie sich außerdem mit der Gestalt der Elemente verwickelten, würden sie nur die Erklärung der Erscheinungen verwickelter machen. Bey diesen Ungewissheiten ist das klügste, was man thun kann, sich an die Bestimmung der Geseze der Verwandtschaften durch zahlreiche Versuche zu halten. Das

einfachste Mittel dazu zu gelangen, scheint die Vergleichung dieser Kräfte mit der zurückstossenden Kraft der Wärme zu seyn, die man selbst wiederum mit der Schwere vergleichen kann. Einige mit diesem Mittel bereits gemachten Versuche lassen hoffen, daß diese Gesetze einst vollkommen werden bekannt werden; alsdann könnte man, durch Anwendung der Rechnung auf dieselbige, die Physik der Erdkörper zu eben dem Grade der Vollkommenheit erheben, den die Entdeckung der allgemeinen Schwere der Physik des Himmels verschafft hat.