

und für sich selbst betrachtet, heißt hingegen sein absolutes Gewicht (pondus absolutum).

§. 73.

Dies absolute Gewicht eines Körpers hängt von der Menge seiner Masse oder Materie ab, und kann also nicht vermehrt oder vermindert werden, ohne daß neue Masse zu ihm hinzugesetzt, oder von ihm weggenommen wird. Aber das eigenthümliche Gewicht kann vergrößert werden, wenn die nämliche Masse in einen kleinern Raum gebracht wird; es kann umgekehrt auch vermindert werden, wenn die Masse in einen größern Raum ausgedehnt wird.

Hieraus wird auch begreiflich, wie ein Körper im Ganzen ein geringeres eigenthümliches Gewicht haben könne, als einzelne Theile von ihm haben.

### Vom Hebel und dem Räderwerk.

§. 74.

AB 6 Fig. sey eine gerade für sich nicht schwere unbiegsame Linie, die in dem Puncte C horizontal aufliegt. In A und B hangen Gewichte an Faden, oder welches einerley ist, an A und B wirken senkrecht auf AB zwei Kräfte nach den Richtungen AD und BE; keines dieser Gewichte kann sinken, ohne die Linie um den Punct C zu drehen und das andere Gewicht zu heben. Diese Linie AB heißt ein geradlinichtes mathematischer Hebel (vectis), C der Ruhepunct oder der Bewegungspunct (centrum motus),

motus), das worauf C liegt die Unterlage (hypomochlium). Aber in andern Fällen wird C zu einer Ueberlage; oder es ist eigentlich ein Zapfen, um welchen sich der Hebel dreht.

## §. 75.

Liegt die Unterlage zwischen den beiden am Hebel angebrachten Kräften oder Gewichten, wie in der 6 Fig. so heißt der Hebel ein Doppelarmichter oder zweiseitiger Hebel oder ein Hebel der ersten Art (vectis heterodromus); liegt die Unterlage aber außerhalb denselben, wie in der 7 Fig. so ist der Hebel von der andern Art oder ein einarmichter, einseitiger Hebel (vectis homodromus). Bey diesem ist in A eine Kraft angebracht die diesen Punct aufwärts nach der Richtung AD treibt.

## §. 76.

Wenn an dem doppelarmichten Hebel die beiden Gewichte oder auf ihn wirkenden Kräfte gleich groß und gleich weit vom Ruhepunkte entfernt sind, so kann keines von beiden fallen oder steigen. Denn eben die Ursachen, wegen welchen das eine Gewicht sinken sollte, gelten auch völlig von dem andern; beyde können aber nicht zugleich sinken, folglich sinkt gar keines; beyde Kräfte heben sich einander auf, und es entsteht, wie oben (§. 59), ein Gleichgewicht (aequilibrium, aequipondium).

## §. 77.

## §. 77.

Wäre das eine Gewicht größer als das andere, z. E. in A, 6 Fig. zwey Pfund und in B drey Pfund angebracht; so würden zwey von den Pfunden in B den beiden in A das Gleichgewicht halten, aber dem dritten Pfunde in B würde nichts weiter im Sinken widerstehen; B würde also sinken und A steigen. Unter diesen Umständen kann also der doppelarmichte Hebel nicht im Gleichgewichte bleiben.

## §. 78.

Die Unterlage in C hat, wenn der doppelarmichte Hebel wie im 76. §. im Gleichgewichte ist, das Gewicht D und E, oder D zweymahl zu tragen. Wenn also anstatt der Unterlage nur eine Kraft nach der Richtung CF zöge, die der Kraft D oder E zweymahl genommen gleich wäre, so würde der Hebel hinlänglich unterstützt seyn und alles ruhen.

## §. 79.

Nun nehme man an diesem Hebel das Gewicht D weg und befestige dagegen den Punct A so, daß er weder aufwärts noch unterwärts weichen kann; so wird dieser doppelarmichte Hebel in einen einarmichten verwandelt; A wird zum Ruhepuncte, die Kraft CE ist doppelt so groß als die in B angebrachte; aber B ist noch einmahl so weit von A entfernt als C; und unter diesen

diesen Umständen halten sich die einfache und die doppelte Kraft das Gleichgewicht.

§. 80.

Aber wenn man nun diesen einarmichten Hebel jenseits der Unterlage um das Stück CF, 8 Fig. verlängerte, das dem Stück CB gleich wäre, so würden unstreitig zwey Pfund an F gehenkt eben so stark unterwärts nach der Richtung FG ziehen, als zwey Pfund in B, die nach der Richtung BE zögen. Aber zwey Pfund die nach der Richtung BE ziehen, stehen mit einem Pfunde im Gleichwichte, das noch einmahl so weit vom Ruhepunkte, in A ziehet (§. 79.): also halten auch zwey Pfund und ein Pfund am doppelarmichten Hebel einander das Gleichgewicht, wenn das eine Pfund zweymahl weiter vom Ruhepunkte entfernt ist, als die zwey Pfund am andern Arme.

§. 81.

So kann man nun weiter schließen, daß an beiden Arten des Hebels das dreyfache Gewicht dem einfachen das Gleichgewicht hält, wenn das einfache dreymahl weiter vom Ruhepunkte entfernt ist als das dreyfache; das vierfache dem einfachen, wenn das einfache viermahl weiter vom Ruhepunkte entfernt ist als das vierfache, u. s. w. Oder überhaupt erfolgt ein Gleichgewicht am Hebel, wenn sich die Gewichte oder die

die

die Kräfte verkehrt verhalten wie ihre Entfernung vom Ruhepunkte.

(Eigentlich ist von diesem allgemeinen Satze durch das vorhergehende nur der besondere Fall erwiesen, da eines der Gewichte ein vielfaches des andern ist. Die Wahrheit desselben läßt sich aber für jeden besondern Fall, da die Gewichte jene Verhältniß nicht haben, leicht aus dem gesagten herleiten und so der allgemeine Beweis finden, den Kästner (Anfangsgründe der Statik S. 34, 35.) giebt. L.)

Durch die gehörige Verlängerung des einen Armes am Hebel läßt sich also ein sehr kleines Gewicht mit einer großen Last nicht nur ins Gleichgewicht bringen, sondern läßt sich sogar durch ein zu erstem noch hinzukommendes geringes wirklich bewegen.

S. 82.

Wenn sich die Gewichte verkehrt verhalten wie ihre Entfernungen vom Ruhepunkte, so muß auch das Gewicht in seine Entfernung multiplicirt auf der einen Seite so viel betragen als auf der andern; und wenn dieses Product, welches man das Moment nennt, auf beiden Seiten gleich ist, so erfolgt also ein Gleichgewicht am Hebel: auch umgekehrt, wenn ein Gleichgewicht erfolgen soll, so müssen die Momente gleich seyn.

Bestätigung durch Versuche.

S. 83.

Wenn an dem Punkte B des Hebels AB, 9 Fig. ein einfaches Gewicht hängt, so muß in A ein vierfaches angebracht werden, wenn ein Gleichgewicht erfolgen soll. Gesezt der Hebel würde nun in die Lage DE gebracht, so wird das vierfache Gewicht in A den einfachen Bogen

E

AD,

AD, das einfache Gewicht in B aber in eben der Zeit den vierfachen Bogen BE durchlaufen, und sich folglich viermahl geschwinder bewegen. Ueberhaupt werden sich die Bogen oder die Räume, durch welche die Gewichte bewegt werden, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte verhalten. Denn  $BE:AD = CB:CA$ ; oder verkehrt wie die Gewichte oder Kräfte (S. 81). Es wird also einerley Kraft erfordert, ein einfaches Gewicht durch einen sechsfachen, siebenfachen u. s. w. Raum zu führen, als ein sechsfaches, siebenfaches u. s. w. Gewicht durch den einfachen Raum.

Diesen letzten Schluß nahm Cartes für einen von selbst evidenten Satz an, und erwies daraus die Gesetze des Hebels. Von selbst evident ist der Satz nur wohl eben nicht, obgleich wahr; und ich bin daher lieber dem völlig überzeugenden und höchst deutlichen Kästnerischen Vortrage gefolgt.

ABR. GOTTH. KÄSTNER *vectis, et compositionis virium theoria evidentius exposita.* Lips. 1753. 4.

## S. 84.

Um eine Scheibe, die um ihren Mittelpunct C, 10. Fig. beweglich ist, sey ein Faden herum gelegt, an dessen Enden in D und E gleich große Gewichte hängen: so wird auch hier ein Gleichgewicht erfolgen. Der Durchmesser der Scheibe AB ist gleichsam ein Hebel, sein Ruhepunct ist C, und seine Arme GA und CB sind gleich lang; folglich müssen die Gewichte, die daran hängen, auch im Gleichgewichte stehen, wenn sie selbst gleich sind. Selbst wenn die Gewichte oder Kräfte

Kräfte in Tangenten der Scheibe nach andern Richtungen zögen, z. E. 11 Fig. nach AD und BE, wäre dennoch kein Grund vorhanden, warum das eine Gewicht eher sinken sollte, als das andere, und folglich entstünde wieder ein Gleichgewicht. Man nennt eine solche Scheibe eine Rolle (trochlea).

S. 85.

Wären zwei solcher Rollen dergestalt an einander befestigt, daß sie sich nur zugleich, nicht aber jede für sich allein um ihren gemeinschaftlichen Mittelpunct drehen könnten, 12 Fig., so müßten sich die Gewichte D und E, die von ihnen herabhängen, verkehrt verhalten wie die Halbmesser der Rollen, oder  $D : E = CB : CA$ ; denn AB wäre abermahls ein Hebel, und sein Ruhepunct C. So auch wenn die Gewichte nach der Richtung anderer Tangenten zögen, z. E. in Fig. 13; nur lägen dann die beiden Arme des Hebels nicht in einer geraden Linie, sondern ACB wäre ein Winkelhebel oder gebrochener Hebel; für den sich aber ebenfalls die Kräfte verkehrt verhalten müssen wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte.

S. 86.

Eine Anwendung des Hebels giebt die Waage. Sie ist ein Hebel, an dem man für einen gegebenen Körper das Gegengewicht sucht das mit ihm im Gleichgewicht steht. Wenn die Arme des Hebels gleichlang sind, so ist das Gewicht

E 2

des

des Körpers so groß als das Gegengewicht, das man zum Abwägen gebraucht hat, und die Wage heißt gleicharmicht (*bilanx, libra*), dergleichen z. E. die Kramerwage ist. Sind die Arme des Hebels nicht von einerley Länge so kann man mit einerley Gegengewichte das Gewicht verschiedener Körper finden, indem man das Gegengewicht bald nahe bald weit vom Ruhepunkte rückt. Eine solche Wage heißt eine Schnellwage (*Statera*): bey ihr sind nicht selten die beyden Arme selbst von unterschiedenem Gewichte, welches sie doch mehr von dem mathematischen Hebel unterscheidet.

Die Einrichtung einer brauchbaren Wage hat noch verschiedenes Besondere, das aber hier nicht vorgetragen werden kann. (Weil es nehmlich noch Kenntnisse vom Schwerpunkte, Friction u. voraussetzt. L.)

## §. 87.

Man wendet das Gesetz des Hebels sonst noch im gemeinen Leben bey tausenderley Verfahren an, ohne immer darauf Acht zu geben oder es zu kennen. Die gemeinen Hebebäume, der Geisfuß der Maurer, die Ruder, Messer, Scheren, Zangen, Hammer, Bohrer, sind einzelne oder auch unter einander vereinigte Hebel, die zwar nach ihrer verschiedenen Einrichtung und Bestimmung auch verschiedene Wirkungen hervorbringen, aber sich doch dabey nach dem allgemeinen Gesetze des Hebels (§. 81.) richten.

Hier etwas von der Bewegung der Glieder. L.)

## §. 88.

## S. 88.

Auch alle Räder, sowohl die eigentlich sogenannten, als die verschiedenen Arten von Haspeln, Kreuzhaspel, Winden, Hornhaspel mit der Kurbel, Räder, die vermittelst der Zähne und Getriebe, durch Schnüre oder Ketten bewegt werden, wirken nach diesem Gesetze.

## S. 89.

Eine Schnur, die in F, 14 Fig. befestigt ist, gehe unten um die Rolle BA herum, von deren Mittelpuncte C das Gewicht D herabhängt. Es braucht von B nach E nur halb so viel Kraft zu ziehen, als sonst erforderlich seyn würde, das Gewicht D zu tragen; oder wenn die Schnur oben um eine zweyte Rolle G herumgeführt würde, so hält das Gewicht H, das halb so schwer ist als D, dem D das Gleichgewicht. Denn BA ist ein einarmiger Hebel, A der Ruhepunct, in C ziehet die eine Kraft niederwärts nach D, in B die andere aufwärts nach E; die Entfernung der letztern vom Ruhepuncte, BA, ist noch einmal so groß als die Entfernung der erstern AC; folglich entsteht ein Gleichgewicht, wenn die letztere Kraft halb so groß ist als die erstere.

## S. 90.

Wenn nun in einem Flaschenzuge (poly-spasto) die Schnur um mehrere Rollen auf eben die Art, wie vorher (S. 89.) um eine, geführt würde, so würde jede der Rollen in der untern

Flasche AB, 15 Fig. ihren Theil der Last tragen und so wirken, daß nur die Hälfte von Kraft nöthig wäre ihn zu tragen; für zwei Rollen in der untern Flasche würden also zwei Pfund in C den acht in B hangenden Pfunden das Gleichgewicht halten. Ueberhaupt wird man die Last, die vermittelst eines Flaschenzuges getragen werden soll, durch die Anzahl der Rollen in der untern Flasche doppelt genommen zu dividiren haben um die Kraft zu finden, die mit ihr im Gleichgewichte steht.

(Diese Regel gilt nur in denen Fällen, da die Schnur, wie in Fig. 15., am obern oder dem unbeweglichen Floben befestigt ist, aber nicht wenn sie an dem untern oder dem beweglichen fest sitzt, oder man müßte im letzten Fall den Haken oder Ring, an welchen sie angeknüpft wird, als eine halbe Rolle bei der Rechnung ansehen. Man dividirt also richtiger, um die Kraft zu finden, die Last durch die Anzahl der Stricke an welchen der untere Floben hängt. Daß hier noch weder das Gewicht der untern Flaschen, noch der Stricke noch auch die Steifigkeit der letztern, noch auch das Reiben derselben in Betracht gezogen werde, versteht sich von selbst. L.)

In den Vorlesungen wird noch von andern dem Flaschenzuge ähnlichen Verbindungen von Rollen die Kraft zu verstärken gehandelt. L.)

#### S. 91.

Je mehr man also die Zahl der Rollen im Flaschenzuge vergrößert, eine desto größere Last kann durch denselben vermittelst einer geringen Kraft gehoben werden. Aber so wie das, was bey dem Hebel an Kraft gewonnen wird, an Raum oder Zeit wieder verlohren geht (S. 83),

fo

so geht es auch hier, bey dieser Anwendung des Hebels. Wenn das Gewicht in B um einen Zoll gehoben werden soll, so muß die Kraft in C vier Zolle tief gehen; denn ein jeder von den um die Rollen geführten Stricken muß um einen Zoll verkürzt werden, wenn die Last B um einen Zoll höher rücken soll, und dieser Stricke sind noch einmahl so viel als Rollen in der untern Flasche.

### Vom Schwerpunkte.

S. 92.

Die Unterlage trägt bey einem doppelarmichten Hebel beide Gewichte, die an dem Hebel ziehen, und es ist in sofern eben so viel, als ob diese Gewichte selbst vom Ruhepunkte herabhängen. Der Punct C 16 Fig. trägt z. E. bey dem Hebel AB drey Pfund. Diese drey Pfund werden mit den sechs aufs Neue in E angebrachten wieder im Gleichgewichte stehen, wenn ihre Entfernung DC von dem neuen Ruhepunkte D noch einmahl so groß ist, als die Entfernung der sechs Pfund, DE. Die Unterlage in D wird also alle neun Pfund tragen, und es ist eben das, als wenn in D neun Pfund hingen, im übrigen aber die Linie AE gar nicht beschwert wäre. Dieser Punct D heißt der Mittelpunct der Schwere oder der Schwerpunct (centrum gravitatis) für die drey Gewichte A, B und E, die durch die Linie AE verbunden sind.

E 4

S. 93.