

Viertes Capitel.

§. 22. Nehmen wir nun an, daß man durch eine Reihe von Beobachtungen drey unbekante Größen x y z so bestimmen soll, daß sie diesen Beobachtungen am besten entsprechen. Hier werden also die Bedingungsgleichungen folgende Form haben

$$\begin{aligned} z &= a x + b y + c z - \delta \\ \varepsilon_1 &= a_1 x + b_1 y + c_1 z - \delta_1 \\ \varepsilon_2 &= a_2 x + b_2 y + c_2 z - \delta_2 \\ \varepsilon_3 &= a_3 x + b_3 y + c_3 z - \delta_3 \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

Sucht man daraus wieder diejenigen Gleichungen, welche die Summe der Quadrate der Fehler, oder welche die Größe

$$\varepsilon^2 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots = \sum \varepsilon^2$$

zu einem Minimum machen, oder welche den Ausdrücken

$$\left(\frac{d.\sum\varepsilon}{dx}\right) = 0, \quad \left(\frac{d.\sum\varepsilon}{dy}\right) = 0, \quad \left(\frac{d.\sum\varepsilon}{dz}\right) = 0$$

entsprechen, so hat man

$$\left. \begin{aligned} 0 &= X \sum a^2 + Y \sum ab + Z \sum ac - \sum a \delta \\ 0 &= X \sum ab + Y \sum b^2 + Z \sum bc - \sum b \delta \\ 0 &= X \sum ac + Y \sum bc + Z \sum c^2 - \sum c \delta \end{aligned} \right\} \dots (I),$$

und die Werthe von X , Y und Z , welche man aus diesen drey Gleichungen (I) durch Elimination findet, werden die gesuchten wahrscheinlichsten Werthe von x y z seyn.

Setzt man dann

$$k = \sum a^2 \cdot \sum b^2 \cdot \sum c^2 - \sum a^2 \cdot (\sum b c)^2 - \sum b^2 (b^2) \cdot (\sum a c)^2 - \sum c^2 \cdot (\sum a b)^2 + 2 \sum a b \cdot \sum a c \cdot \sum b c,$$

so sind die Gewichte dieser drey Bestimmungen von

$$X \dots P_x = \frac{N}{2 \sum \varepsilon^2} \cdot \frac{k}{\sum b^2 \cdot \sum c^2 - (\sum b c)^2},$$

$$Y \dots P_y = \frac{N}{2 \sum \varepsilon^2} \cdot \frac{k}{\sum a^2 \cdot \sum c^2 - (\sum a c)^2},$$

$$Z \dots P_z = \frac{N}{2 \sum \varepsilon^2} \cdot \frac{k}{\sum a^2 \cdot \sum b^2 - (\sum a b)^2}.$$

Ist so P bekannt, so hat man für die mittleren zu befürchtenden Fehler

$$\Phi_x = \frac{0.28209}{\sqrt{P_x}}, \quad \Phi_y = \frac{0.28209}{\sqrt{P_y}}, \quad \Phi_z = \frac{0.28209}{\sqrt{P_z}},$$

für die wahrscheinlichsten Fehler

$$F_x = \frac{0.47694}{\sqrt{P_x}}, \quad F_y = \frac{0.47694}{\sqrt{P_y}}, \quad F_z = \frac{0.47694}{\sqrt{P_z}},$$

für die Genauigkeit dieser drey Resultate X, Y und Z ist

$$G_x = \sqrt{\frac{2 P_x \cdot \sum \varepsilon^2}{N}}, \quad G_y = \sqrt{\frac{2 P_y \cdot \sum \varepsilon^2}{N}},$$

$$G_z = \sqrt{\frac{2 P_z \cdot \sum \varepsilon^2}{N}},$$

und endlich ist der wahrscheinlichste Fehler jeder einzelnen Beobachtung

$$f = 0.47694 \sqrt{\frac{2 \sum \varepsilon^2}{N}}.$$

Sind die einzelnen Beobachtungen von ungleichem Werth c, c_1, c_2, \dots , so multiplicirt man sie durch diese Werthe, und verfährt dann wie zuvor.

Exempel. Seyen die Gleichungen gegeben

$$\varepsilon = x + y - 2z - 1.. \text{ mit dem Werthe } c = 1$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{3}x - y + \frac{1}{3}z - 1.. \text{ „ „ „ } c_1 = 3$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y - \frac{1}{2}z - \frac{1}{3}.. \text{ „ „ „ } c_2 = 6$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{12}x - \frac{1}{3}y + \frac{1}{12}z - \frac{1}{4}.. \text{ „ „ „ } c_3 = 12$$

Multiplieirt man diese Gleichungen nach der Ordnung durch c, c_1, c_2 und c_3 , so erhält man die reducirten Bedingungs-
gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= x + y - 2z - 1 \\ \varepsilon_1 &= x - 3y + z - 3 \\ \varepsilon_2 &= 2x + y - 3z - 2 \\ \varepsilon_3 &= x - 4y + z - 3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(A).$$

Diese Gleichungen geben

$$\begin{array}{lll} \Sigma a^2 = 7 & \Sigma ab = -4 & \Sigma a\delta = +11 \\ \Sigma b^2 = 27 & \Sigma ac = -6 & \Sigma b\delta = -18 \\ \Sigma c^2 = 15 & \Sigma bc = -12 & \Sigma c\delta = -2 \end{array}$$

und daher sind die Gleichungen (I)

$$\left. \begin{aligned} 0 &= 7X - 4Y - 6Z - 11 \\ 0 &= 4X - 27Y + 12Z - 18 \\ 0 &= 6X + 12Y - 15Z - 2 \end{aligned} \right\}$$

woraus man durch Elimination die wahrscheinlichsten Werthe $X Y Z$ der Größen $x y z$ erhält

$$X = +1.9231, \quad Y = -0.1538, \quad Z = +0.5128.$$

Substituirt man diese Werthe von $X Y Z$ in den Gleichungen (A), so erhält man

$$\begin{array}{ll} \varepsilon = -0.2563, & \varepsilon_1 = -0.1027, \\ \varepsilon_2 = +0.1540, & \varepsilon_3 = +0.0511. \end{array}$$

Also ist $\Sigma \varepsilon^2 = 0.1025$ und $k = 39$, so wie $N = 4$. Damit erhält man die Gewichte

$$P_x = 2.9136, \quad P_y = 11.0211, \quad P_z = 4.3957.$$

Die mittleren zu befürchtenden Fehler

$$\Phi_x = 0.1052, \quad \Phi_y = 0.0850, \quad \Phi_z = 0.1345.$$

Die wahrscheinlichsten Fehler dieser drey Resultate

$$F_x = 0.2794, \quad F_y = 0.1437, \quad F_z = 0.2275,$$

und die Genauigkeit dieser Resultate

$$G_x = 0.3865, \quad G_y = 0.7518, \quad G_z = 0.4748.$$

Endlich ist der wahrscheinlichste Fehler jeder einzelnen Beobachtung

$$f = 0.47694 \sqrt{\frac{2 \sum \varepsilon^2}{N}} = 0.1080,$$

und daher der wahrscheinlichste Fehler der

1. Beobachtung $\frac{f}{c} = 0.108,$

2. „ $\frac{f}{c_1} = 0.036,$

3. „ $\frac{f}{c_2} = 0.018,$

4. „ $\frac{f}{c_3} = 0.009.$

Man sieht aus diesen Ausdrücken, daß von den drey Größen der Werth von Y am genauesten, und der von X am wenigsten genau, und daß Y nahe noch einmal so genau, als X bestimmt ist. Auch kann man, nach §. 6., 1000 gegen 1 werten, daß der Fehler von

X nicht größer als ± 1.36
Y „ „ „ ± 0.70
Z „ „ „ ± 1.11 ist.

In der
F. Beck'schen Univers. Buchhandlung
in Wien, Seizergasse Nr. 427, im Seizerhofe, dem Kriegsge-
bäude gegenüber, ist erschienen:

Vergleichung
der vorzüglichsten
Maße, Gewichte und Münzen
mit den
im österreichischen Kaiserstaate Gebräuchlichen.

Von
J. J. Pittrow,
Director der k. k. Sternwarte in Wien, Ritter des kaiserlich russischen
St. Annen-Ordens zweyter Classe, Mitglied mehrerer gelehrten
Gesellschaften.

gr. 8. 1832. geb. 1 fl. C. M.

Dieses Werk erfüllt den schon so oft geäußerten Wunsch nach einem
einfachen und bequemen Mittel, die verschiedenen Maße, Gewichte und
Münzen anderer Länder mit den in Oesterreich Gebräuchlichen zu ver-
gleichen. Die Anordnung desselben ist so getroffen, daß es für alle
Classen von Lesern gleich brauchbar ist, und daß das Gesuchte in jedem
Falle leicht, und gleichsam auf den ersten Blick, gefunden werden
kann. Der reiche Inhalt auf nur wenigen Blättern, die Genauigkeit
der Angaben, der sehr geringe Preis, und endlich der bekannte Na-
me des Herrn Verfassers wird aller weiteren Empfehlung des Wer-
kes überheben.

Ferner von demselben Verfasser:

U b e r
Lebensversicherungen
u n d
andere Versorgungs - Anstalten.

gr. 8. 1832. geb. 1 fl. C. M.

Die nähere Kenntniß dieser wichtigen Anstalten ist Jedem nothwen-
dig, der das Wohl des Ganzen und das seiner Familie zu beachten
gewohnt ist. Das gegenwärtige Werk enthält eine vollständige Anlei-
tung zur Kenntniß aller Arten Versorgungsanstalten, die bisher be-

sonders in England, mit so glücklichem Fortgange bestehen, und von welchen die meisten bey uns noch unbekannt sind. Die erste Abtheilung desselben verbreitet sich über die wesentlichsten Theile dieses Gegenstandes in einem populären, Jedermann verständlichen Vortrage; die zweyte beschäftigt sich mit der eigentlichen Basis, oder mit der Berechnung desselben. Dem Ganzen sind viele Tafeln beygefügt, welche auch ohne Kenntniß jener Berechnung, bey der Errichtung und Prüfung solcher Anstalten leicht, und mit Nutzen gebraucht werden können.

Kalender für alle Stände.

1 8 3 3.

Preis: geheftet 24 Kr.; geheftet und durchschossen 28 Kr.;
cartonnirt 32 Kr. C. M.

Dieser bisher so allgemein gut aufgenommene Kalender hat sich für dieses Jahr durch wesentliche und sehr zweckmäßige Änderungen sowohl, als auch durch interessante Zusätze, mit denen er durch den regen Geist des bekannten Herrn Herausgebers ausgeschmückt wurde, eines erneuerten Beyfalles versichert. Unter jenen wollen wir hier nur anführen, daß jetzt jedem Monathe fünf Seiten, statt den früheren vier, gewidmet sind, die ersten zwey Seiten jedes Monats nämlich haben ganz die Gestalt, die sie in dem letzten Jahrgange hatten, beygehalten, die dritte Seite hingegen gibt jetzt bloß die Ephemeriden der Sonne und des Mondes, während sie früher auch die der Planeten enthielt, in einem etwas ausgedehnteren Umfange, indem von der Sonne nebst Auf- und Untergang, auch Länge und Abweichung, und vom Monde die Zeit seiner Culmination, und seine Abweichung angegeben sind; die vierte Seite jedes Monats aber enthält lediglich die Ephemeriden der Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn und Uranus, und zwar findet man von jedem derselben die Tageszeit seiner Sichtbarkeit, seine Länge, Abweichung, Zeit der Culmination, des Auf- und Unterganges angezeigt; die fünfte und letzte Seite jedes Monats endlich ist wie früher dem Tagebuche der Erscheinungen gewidmet.

Unter den neuen Zusätzen ist vorzüglich eine Chronik der epidemischen Krankheiten vom Jahre 1700 vor Christo bis auf unsere Zeit würdig, der allgemeinen Aufmerksamkeit empfohlen zu werden, da sie bey den leider damit nur zu verwandten gegenwärtigen Zeitverhältnissen, durch das Erinnern an so viel gräßlichere Plagen des Menschengeschlechts zu einer wahren Quelle des Trostes und der Beruhigung wird. Endlich erwähnen wir hier noch ein sehr fleißig gearbeitetes Verzeichniß aller durch meteorologische Erscheinungen ausgezeichneten Jahre von 476 vor Christo bis 999 nach Christo, dessen für das nächste Jahr versprochene Fortsetzung wir mit Ungeduld erwarten, und einen gewiß recht vielen lebenslustigen Wienern willkommenen Anzeiger aller Wienergesellschaftswagen sammt der Stunde ihrer Ankunft und Abfahrt.



© The Tiffen Company, 2007

Inches 1 2 3 4 5 6 7 8
 Centimetres 1 2 3 4 5 6 7 8

TIFFEN Color Control Patches

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

ge bestehen, und von
 Die erste Abtheilung
 Theile dieses Gegen-
 ständlichen Vortrage; die
 oder mit der Berechnung
 beygefügt, welche
 Errichtung und Prüfung
 sucht werden können.

Stände.

erschossen 28 fr. ;

Kalender hat sich für
 fuge Änderungen so-
 nen er durch den re-
 usgeschmückt wurde,
 wollen wir hier nur
 , statt den früheren
 Monats nämlich ha-
 nge hatten, beybe-
 oß die Ephemeriden
 auch die der Plane-
 nge, indem von der
 nd Abweichung, und
 eine Abweichung an-
 ber enthält lediglich
 s, Mars, Jupiter,
 jedem derselben die
 chung, Zeit der Cul-
 die fünfte und letzte
 Tagebuche der Er-

Schronik der epidem-
 bis auf unsere Zeit
 en zu werden, da sie
 wärtigen Zeitverhält-
 e Plagen des Men-
 es und der Beruhi-
 sehr fleißig gearbei-
 einungen ausgezeich-
 eifisto, dessen für das
 Ungeduld erwarten,
 nern willkommenen
 r Stunde ihrer An-