

## Viertes Capitel.

§. 22. Nehmen wir nun an, daß man durch eine Reihe von Beobachtungen drey unbekante Größen  $x$   $y$   $z$  so bestimmen soll, daß sie diesen Beobachtungen am besten entsprechen. Hier werden also die Bedingungsgleichungen folgende Form haben

$$\begin{aligned} z &= a x + b y + c z - \delta \\ \varepsilon_1 &= a_1 x + b_1 y + c_1 z - \delta_1 \\ \varepsilon_2 &= a_2 x + b_2 y + c_2 z - \delta_2 \\ \varepsilon_3 &= a_3 x + b_3 y + c_3 z - \delta_3 \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

Sucht man daraus wieder diejenigen Gleichungen, welche die Summe der Quadrate der Fehler, oder welche die Größe

$$\varepsilon^2 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots = \sum \varepsilon^2$$

zu einem Minimum machen, oder welche den Ausdrücken

$$\left(\frac{d.\sum\varepsilon}{dx}\right) = 0, \quad \left(\frac{d.\sum\varepsilon}{dy}\right) = 0, \quad \left(\frac{d.\sum\varepsilon}{dz}\right) = 0$$

entsprechen, so hat man

$$\left. \begin{aligned} 0 &= X \sum a^2 + Y \sum ab + Z \sum ac - \sum a \delta \\ 0 &= X \sum ab + Y \sum b^2 + Z \sum bc - \sum b \delta \\ 0 &= X \sum ac + Y \sum bc + Z \sum c^2 - \sum c \delta \end{aligned} \right\} \dots (I),$$

und die Werthe von  $X$ ,  $Y$  und  $Z$ , welche man aus diesen drey Gleichungen (I) durch Elimination findet, werden die gesuchten wahrscheinlichsten Werthe von  $x$   $y$   $z$  seyn.



Setzt man dann

$$k = \sum a^2 \cdot \sum b^2 \cdot \sum c^2 - \sum a^2 \cdot (\sum b c)^2 - \sum b^2 (b^2) \cdot (\sum a c)^2 - \sum c^2 \cdot (\sum a b)^2 + 2 \sum a b \cdot \sum a c \cdot \sum b c,$$

so sind die Gewichte dieser drey Bestimmungen von

$$X \dots P_x = \frac{N}{2 \sum \varepsilon^2} \cdot \frac{k}{\sum b^2 \cdot \sum c^2 - (\sum b c)^2},$$

$$Y \dots P_y = \frac{N}{2 \sum \varepsilon^2} \cdot \frac{k}{\sum a^2 \cdot \sum c^2 - (\sum a c)^2},$$

$$Z \dots P_z = \frac{N}{2 \sum \varepsilon^2} \cdot \frac{k}{\sum a^2 \cdot \sum b^2 - (\sum a b)^2}.$$

Ist so P bekannt, so hat man für die mittleren zu befürchtenden Fehler

$$\Phi_x = \frac{0.28209}{\sqrt{P_x}}, \quad \Phi_y = \frac{0.28209}{\sqrt{P_y}}, \quad \Phi_z = \frac{0.28209}{\sqrt{P_z}},$$

für die wahrscheinlichsten Fehler

$$F_x = \frac{0.47694}{\sqrt{P_x}}, \quad F_y = \frac{0.47694}{\sqrt{P_y}}, \quad F_z = \frac{0.47694}{\sqrt{P_z}},$$

für die Genauigkeit dieser drey Resultate X, Y und Z ist

$$G_x = \sqrt{\frac{2 P_x \cdot \sum \varepsilon^2}{N}}, \quad G_y = \sqrt{\frac{2 P_y \cdot \sum \varepsilon^2}{N}},$$

$$G_z = \sqrt{\frac{2 P_z \cdot \sum \varepsilon^2}{N}},$$

und endlich ist der wahrscheinlichste Fehler jeder einzelnen Beobachtung

$$f = 0.47694 \sqrt{\frac{2 \sum \varepsilon^2}{N}}.$$

Sind die einzelnen Beobachtungen von ungleichem Werth  $c, c_1, c_2, \dots$ , so multiplicirt man sie durch diese Werthe, und verfährt dann wie zuvor.

Exempel. Seyen die Gleichungen gegeben

$$\varepsilon = x + y - 2z - 1.. \text{ mit dem Werthe } c = 1$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{3}x - y + \frac{1}{3}z - 1.. \text{ „ „ „ } c_1 = 3$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y - \frac{1}{2}z - \frac{1}{3}.. \text{ „ „ „ } c_2 = 6$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{12}x - \frac{1}{3}y + \frac{1}{12}z - \frac{1}{4}.. \text{ „ „ „ } c_3 = 12$$



Multipliziert man diese Gleichungen nach der Ordnung durch  $c, c_1, c_2$  und  $c_3$ , so erhält man die reducirten Bedingungs-  
gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= x + y - 2z - 1 \\ \varepsilon_1 &= x - 3y + z - 3 \\ \varepsilon_2 &= 2x + y - 3z - 2 \\ \varepsilon_3 &= x - 4y + z - 3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(A).$$

Diese Gleichungen geben

$$\begin{array}{lll} \Sigma a^2 = 7 & \Sigma ab = -4 & \Sigma ad = +11 \\ \Sigma b^2 = 27 & \Sigma ac = -6 & \Sigma bd = -18 \\ \Sigma c^2 = 15 & \Sigma bc = -12 & \Sigma cd = -2 \end{array}$$

und daher sind die Gleichungen (I)

$$\left. \begin{aligned} 0 &= 7X - 4Y - 6Z - 11 \\ 0 &= 4X - 27Y + 12Z - 18 \\ 0 &= 6X + 12Y - 15Z - 2 \end{aligned} \right\}$$

woraus man durch Elimination die wahrscheinlichsten Werthe  $X Y Z$  der Größen  $x y z$  erhält

$$X = +1.9231, \quad Y = -0.1538, \quad Z = +0.5128.$$

Substituiert man diese Werthe von  $X Y Z$  in den Gleichungen (A), so erhält man

$$\begin{array}{ll} \varepsilon = -0.2563, & \varepsilon_1 = -0.1027, \\ \varepsilon_2 = +0.1540, & \varepsilon_3 = +0.0511. \end{array}$$

Also ist  $\Sigma \varepsilon^2 = 0.1025$  und  $k = 39$ , so wie  $N = 4$ . Damit erhält man die Gewichte

$$P_x = 2.9136, \quad P_y = 11.0211, \quad P_z = 4.3957.$$

Die mittleren zu befürchtenden Fehler

$$\Phi_x = 0.1052, \quad \Phi_y = 0.0850, \quad \Phi_z = 0.1345.$$

Die wahrscheinlichsten Fehler dieser drey Resultate

$$F_x = 0.2794, \quad F_y = 0.1437, \quad F_z = 0.2275,$$

und die Genauigkeit dieser Resultate

$$G_x = 0.3865, \quad G_y = 0.7518, \quad G_z = 0.4743.$$

Endlich ist der wahrscheinlichste Fehler jeder einzelnen Beobachtung

$$f = 0.47694 \sqrt{\frac{2 \sum \varepsilon^2}{N}} = 0.1080,$$

und daher der wahrscheinlichste Fehler der

1. Beobachtung  $\frac{f}{c} = 0.108,$

2. „  $\frac{f}{c_1} = 0.036,$

3. „  $\frac{f}{c_2} = 0.018,$

4. „  $\frac{f}{c_3} = 0.009.$

Man sieht aus diesen Ausdrücken, daß von den drey Größen der Werth von Y am genauesten, und der von X am wenigsten genau, und daß Y nahe noch einmal so genau, als X bestimmt ist. Auch kann man, nach §. 6., 1000 gegen 1 werten, daß der Fehler von

X nicht größer als  $\pm 1.36$

Y „ „ „  $\pm 0.70$

Z „ „ „  $\pm 1.11$  ist.



In der  
F. Beck'schen Univers. Buchhandlung  
in Wien, Seizergasse Nr. 427, im Seizerhofe, dem Kriegsge-  
bäude gegenüber, ist erschienen:

**Vergleichung**  
der vorzüglichsten  
**Maße, Gewichte und Münzen**  
mit den  
im österreichischen Kaiserstaate Gebräuchlichen.

von  
**J. J. Pittrow,**  
Director der k. k. Sternwarte in Wien, Ritter des kaiserlich russischen  
St. Annen-Ordens zweyter Classe, Mitglied mehrerer gelehrten  
Gesellschaften.

gr. 8. 1832. geh. 1 fl. C. M.

Dieses Werk erfüllt den schon so oft geäußerten Wunsch nach einem  
einfachen und bequemen Mittel, die verschiedenen Maße, Gewichte und  
Münzen anderer Länder mit den in Oesterreich Gebräuchlichen zu ver-  
gleichen. Die Anordnung desselben ist so getroffen, daß es für alle  
Classen von Lesern gleich brauchbar ist, und daß das Gesuchte in jedem  
Falle leicht, und gleichsam auf den ersten Blick, gefunden werden  
kann. Der reiche Inhalt auf nur wenigen Blättern, die Genauigkeit  
der Angaben, der sehr geringe Preis, und endlich der bekannte Na-  
me des Herrn Verfassers wird aller weiteren Empfehlung des Wer-  
kes überheben.

Ferner von demselben Verfasser:

über  
**Lebensversicherungen**  
und  
andere Versorgungs-Anstalten.

gr. 8. 1832. geh. 1 fl. C. M.

Die nähere Kenntniß dieser wichtigen Anstalten ist Jedem nothwen-  
dig, der das Wohl des Ganzen und das seiner Familie zu beachten  
gewohnt ist. Das gegenwärtige Werk enthält eine vollständige Anlei-  
tung zur Kenntniß aller Arten Versorgungsanstalten, die bisher be-



sonders in England, mit so glücklichem Fortgange bestehen, und von welchen die meisten bey uns noch unbekannt sind. Die erste Abtheilung desselben verbreitet sich über die wesentlichsten Theile dieses Gegenstandes in einem populären, Jedermann verständlichen Vortrage; die zweyte beschäftigt sich mit der eigentlichen Basis, oder mit der Berechnung desselben. Dem Ganzen sind viele Tafeln beygefügt, welche auch ohne Kenntniß jener Berechnung, bey der Errichtung und Prüfung solcher Anstalten leicht, und mit Nutzen gebraucht werden können.

## Kalender für alle Stände.

1 8 3 3.

Preis: geheftet 24 Kr.; geheftet und durchschossen 28 Kr.;  
cartonnirt 32 Kr. C. M.

Dieser bisher so allgemein gut aufgenommene Kalender hat sich für dieses Jahr durch wesentliche und sehr zweckmäßige Änderungen sowohl, als auch durch interessante Zusätze, mit denen er durch den regen Geist des bekannten Herrn Herausgebers ausgeschmückt wurde, eines erneuerten Beyfalles versichert. Unter jenen wollen wir hier nur anführen, daß jetzt jedem Monathe fünf Seiten, statt den früheren vier, gewidmet sind, die ersten zwey Seiten jedes Monats nämlich haben ganz die Gestalt, die sie in dem letzten Jahrgange hatten, beygehalten, die dritte Seite hingegen gibt jetzt bloß die Ephemeriden der Sonne und des Mondes, während sie früher auch die der Planeten enthielt, in einem etwas ausgedehnteren Umfange, indem von der Sonne nebst Auf- und Untergang, auch Länge und Abweichung, und vom Monde die Zeit seiner Culmination, und seine Abweichung angegeben sind; die vierte Seite jedes Monats aber enthält lediglich die Ephemeriden der Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn und Uranus, und zwar findet man von jedem derselben die Tageszeit seiner Sichtbarkeit, seine Länge, Abweichung, Zeit der Culmination, des Auf- und Unterganges angezeigt; die fünfte und letzte Seite jedes Monats endlich ist wie früher dem Tagebuche der Erscheinungen gewidmet.

Unter den neuen Zusätzen ist vorzüglich eine Chronik der epidemischen Krankheiten vom Jahre 1700 vor Christo bis auf unsere Zeit würdig, der allgemeinen Aufmerksamkeit empfohlen zu werden, da sie bey den leider damit nur zu verwandten gegenwärtigen Zeitverhältnissen, durch das Erinnern an so viel gräßlichere Plagen des Menschengeschlechts zu einer wahren Quelle des Trostes und der Beruhigung wird. Endlich erwähnen wir hier noch ein sehr fleißig gearbeitetes Verzeichniß aller durch meteorologische Erscheinungen ausgezeichneten Jahre von 476 vor Christo bis 999 nach Christo, dessen für das nächste Jahr versprochene Fortsetzung wir mit Ungeduld erwarten, und einen gewiß recht vielen lebenslustigen Wienern willkommenen Anzeiger aller Wienergesellschaftswagen sammt der Stunde ihrer Ankunft und Abfahrt.





so  
we  
de  
sta  
zw  
nu  
au  
fu

die  
wo  
ge  
ein  
an  
wie  
ber  
hal  
der  
ten  
Se  
vor  
geg  
die  
Sa  
La  
mit  
Se  
sche

sche  
wür  
bey  
niff  
sche  
gun  
tete  
net  
näd  
und  
Anz  
Fun

ge bestehen, und von  
Die erste Abtheilung  
Theile dieses Gegen  
lichen Vortrage; die  
oder mit der Berechn  
n beygefügt, welche  
Errichtung und Prü  
acht werden können.

# Stände.

schossen 28 fr. ;

Kalender hat sich für  
fige Änderungen so  
nen er durch den re  
ausgeschmückt wurde,  
wollen wir hier nur  
t, statt den früheren  
Monaths nämlich ha  
ange hatten, beybe  
soß die Sphemeriden  
auch die der Plane  
ange, indem von der  
nd Abweichung, und  
eine Abweichung an  
ber enthält lediglich  
s, Mars, Jupiter,  
jedem derselben die  
chung, Zeit der Cul  
die fünfte und letzte  
Tagebuche der Er

Schronik der epidem  
bis auf unsere Zeit  
en zu werden, da sie  
wärtigen Zeitverhält  
e Plagen des Men  
es und der Beruhi  
sehr fleißig gearbei  
einungen ausgezeich  
eifro, dessen für das  
Ingeduld erwarten,  
nern willkommenen  
r Stunde ihrer An