Der neuerfundene

Tachometer

oder

Geschwindigkeitmesser

von

Diederich Uhlhorn.

Frankfurt am Main
in der Hermannschen Buchhandlung
1817.

Im Verlage der Hermannschen Buchhandlung in Frankfurt am Main sind folgende sehr gehaltvolle Werke erschienen, die wir der Beachtung des geehrten Lesers aufs Beste empfehlen:

Lehrbuch der reinen und angewandten Mathematik, nach einem neuen Plane bearbeitet von Dr. J. H. M. Poppe, Professor der Mathematik und Physik.

Erster Band. Reine Mathematik, mit 7 Steintafeln, gr. 8. 1814. Rthlr. 2:—„

Zweiter Band. Angewandte Mathematik, mit 8 Steintafeln, gr. 8. 1815. Rthlr. 2: — 12 gr.

Dieses Werk zeichnet sich durch Reichhaltigkeit, durch gedrängte Behandlung der Lehren und Vorschriften, durch Deutlichkeit, durch Präcision in Bestimmung der Begriffe und durch fließende Darstellung vor allen andern Lehrbüchern der Mathematik aus, so daß es nicht blos als Lehrbuch auf Akademien und Gymnasien, sondern seiner großen Deutlichkeit und Genauigkeit wegen auch mehr als irgend ein ähnliches Werk zum Selbstunterricht gebraucht werden kann. Es ist sowohl im Ganzen als auch bei Behandlung einzelner Lehren nach einem neuen und zwar nach einem solchen Plane ausgearbeitet, wodurch ein streng wissenschaftlicher Gang, ein sehr harmonischer Zusammenhang und die größtmöglichste Deutlichkeit in der Darstellung aller Sätze erlangt werden konnte. Auch ist noch nie die angewandte Mathematik in

Theoretische und praktische

Abhandlung

über einen neuerfundenen

Tachometer

oder

Geschwindigkeitmesser.

Zunächst

für

Mechaniker, Fabrikanten, Baumeister und Andere,

von

Diederich Uhlhorn.

Mit einer Steintafel.

Frankfurt am Main,
in der Hermannschen Buchhandlung
1817.

Vorrede.

Bekanntlich kommt es bei einer jeden Maschine auf einen gleichförmigen Gang an; vorzüglich muß dieses aber bei den Baumwoll-Spinnmaschinen statt finden, wovon ich mich durch vieljährige Erfahrung überzeugt habe. Werden diese Maschinen durch Wasser getrieben, so wird der gleichförmige Gang derselben erstlich dadurch gehindert, daß das Oberwasser steigt nnd fällt, besonders wenn die Mühlenwerke nahe beisammen liegen; zweitens, daß in einer Spinnerei bald eine oder mehrere Maschinen still gesetzt und wieder in Gang gebracht werden, wodurch der gleichförmige Gang der übrigen gestört wird. Dieses läßt sich einigermaßen durch Aufziehen oder Niederlassen des Schutzbrets heben, weil dadurch mehr oder weniger Wasser auf das Wasserrad geleitet wird, je nachdem dasselbe zu langsam oder zu geschwinde geht. Auf diese Art ist man im Stande, das Wasserrad sowohl, als auch alle damit in Verbindung gesetzte Maschinen in einem ziemlich gleichförmigen Gange zu erhalten. Durch Erfahrung läßt sich nun die vortheilhafteste Umdrehungs-Geschwindigkeit des Wasserrades finden, und wenn man dieselbe gefunden hat, so zählt man nach einer Sekundenuhr, wie viele Umläufe das Wasserrad in einer Minute macht; auch kann man statt des Wasserrades ein durch dasselbe herumgetriebenes Rad oder eine Walze ꝛc. zu den Beobachtungen nehmen. Hat man nun auf diese Art den vortheilhaftesten Gang einer Maschine gefunden, so kann man durch Aufziehen oder Niederlassen des Schutzbrets dieselbe immer darin erhalten;

denn geht dieselbe nach diesen Beobachtungen zu langsam, so wird mehr Wasser, und geht sie zu geschwinde, weniger Wasser auf das Wasserrad geleitet, je nachdem es nothwendig ist. Indessen hat dieses Verfahren die Unbequemlichkeit, daß man erst eine Minute warten muß, bevor man gewahr wird, ob die Maschine in dem gehörigen Gange ist, oder nicht; denn geht dieselbe nach den angestellten Beobachtuugen zu langsam oder zu geschwinde, so muß man, wie vorhin gezeigt worden ist, durch Stellen des Schutzbrets die Maschinen in den verlangten Gang zu bringen suchen, welches mit Mühe und Zeitverlust verbunden ist, und oft erst nach einigen Versuchen gelingt.

Dieses alles veranlaßte mich, ein Instrument zu erfinden, welches ohne Gebrauch einer Uhr jeden Augenblick den Gang derjenigen Maschin angiebt, mit welcher dasselbe in Verbindung gesetzt wird. Nach vieler Mühe ist es mir gelungen, ein solches Instrument zu Stande zu bringen; ein Knabe kann hiernach das Schutzbret stellen, und die Maschine in demjenigen Gange erhalten, welcher die größte Wirkung derselben hervorbringt; auch kann er außerdem noch andere Arbeiten wahrnehmen.

Bekanntlich hat ein jeder Körper, welcher sich in einem horizontalen Kreise bewegt, vermöge der Schwungkraft ein Bestreben, sich von dem Mittelpunkte desselben nach horizontaler Richtung zu entfernen, die Kraft der Schwere aber treibt jeden Körper senkrecht gegen die Ebene der Erde. Beide Kräfte habe ich auf folgende Art bei diesem Instrumente benutzt. An einer vertikalen Axe ist ein Winkelhebel befestigt, welcher sich um einen Zapfen frei drehen kann. Wird nun dieser Winkelhebel mit der Axe in Umlauf gesetzt, so dreht sich derselbe vermöge der Schwungkraft um seinen Zapfen, die Schwere wirkt der Schwungkraft entgegen, beide Kräfte kommen bei einer gewissen Umlaufs-Geschwindigkeit mit einander ins Gleichgewicht, und ein Zeiger, welcher mit diesem Winkelhebel verbunden ist, giebt auf einer Scale die Schnelligkeit an, mit welcher der Winkelhebel alsdann herumläuft.

Dieses Instument, welches sich füglich Tachometer oder Geschwindigkeitmesser nennen läßt, habe ich in hiesiger Baumwollspinnerei *) angewandt, und mich durch Erfahrung von dem Nutzen desselben überzeugt. Da es bei allen Maschinen und Mühlenwerken, besonders aber bei den Fabrikmaschinen, auf eine gleichförmige Bewegung ankömmt, so läßt sich dieses Instrument auch dabei mit Nutzen gebrauchen. Ferner läßt sich dasselbe auch anwenden, um die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, so wie auch die des Windes, darnach zu beobachten. Auch zur Beobachtung hin- und hergehender Bewegungen läßt es sich einrichten, da man im Stande

*) Siehe Anmerkung 1.

ist, hierdurch auf mehr als eine Art kreisförmige Bewegungen hervorzubringen.

Die Vortheile, welche man durch den Gebrauch dieses Instruments beim Maschinenwesen ꝛc. erhält, bewegen mich, eine Beschreibung von derselben herausgegeben, um es dadurch so gemeinnützig, als möglich zu machen.

Die Abhandlung über dieses Instrument ist in drei Abschnitte eingetheilt; der erste Abschnitt enthält die Theorie des Geschwindigkeitmessers. Hier habe ich den Satz von der Schwungbewegung eines Körpers im Kreise, die Summirung der Reihen und die Lehre von den statischen Momenten der Kräfte als bekannt vorausgesetzt. Nach diesen Voraussetzungen habe ich die Theorie des Geschwindigkeitmessers durch Hülfe der gemeinen Analysis ausgeführt; um Raum zu sparen, sind die Entwickelungen der Gleichungen weggelassen, und nur die Resultate jedesmal hingesetzt worden. Dagegen sind zur Versinnlichung der allgemeinen Sätze Beispiele in Zahlen gegeben.

Der zweite Abschnitt enthält die praktische Beschreibung des Geschwindigkeitmessers. In dieser Beschreibung sind alle einzelne Theile des Instruments so vollständig beschrieben, und auch auf der Tafel abgebildet worden, daß ein geschickter Arbeiter dasselbe darnach verfertigen kann. Ferner ist in diesem Abschnitte eine Tabelle mühsam berechnet worden, um nach derselben die Scale einzutheilen, auf welcher durch einen Zeiger die Umdrehungs-Geschwindigkeiten angegeben werden. Den Gebrauch dieser Tabelle hoffe ich so deutlich beschrieben zu haben, daß auch diejenigen, welche keine mathematische Kenntnisse besitzen, doch im Stande seyn werden, darnach diese Scale zu zeichnen.

In dem dritten Abschnitte wird der Gebrauch dieses Geschwindigkeitmessers gezeigt. Zuerst wird die gehörige Aufstellung, und was sonst noch beim Gebrauch desselben wahrzunehmen ist, beschrieben. Ferner werden einige Versuche mit demselben angeführt, um zu zeigen, wie die berechneten Geschwindigkeiten mit dem Beobachten, und also Theorie und Erfahrung überstimmen.

In der Vorrede zu meiner Schrift: Entdeckungen der höhern Geometrie rc. *), habe ich einige von mir erfundene Fabrikmaschinen bekannt gemacht, und zugleich versprochen, die Wirkung von noch mehreren andern von mir erfundenen und ausgeführten Maschinen späterhin anzugeben.

Diese sind folgende:

1) Eine Maschine Kratzenhaken zu biegen. Ein Kind kann diese Maschine durch Umdrehung einer Kurbel in Bewegung setzen,

*) Siehe Anmerkung 2.

und damit in einer Stunde 15000 Haken verfertigen.

2) Eine Maschine, die Löcher in Kratzenblätter zu stechen. Diese Maschine wird ebenfalls durch Umdrehung einer Kurbel in Gang gesetzt; sie ist zu verschiedenen Arten von Stichen eingerichtet; ein Kratzenblatt von 5 Zoll Breite kann darauf in 6 Minuten gestochen werden.

3) Eine Maschine, Ketten- und Miulspindeln damit zu verfertigen. In einem Tage kann ein Arbeiter darauf 20 Spindeln abziehen.

4) Eine Maschine, um verschiedene Arten von Riffelwalzen abzudrechseln; ein Knabe kann darauf täglich 10 Stück verfertigen.

5) Eine Riffelmaschine, worauf ein Arbeiter täglich 12 Kettenstuhlwalzen verfertigen kann.

6) Eine Stechmaschine, um die Zähne in eisernen und messingenen Rädern auszustechen, welches viel geschwinder und genauer geht, als wenn man dieselben auf einer Schneidmaschine einschneidet oder mit der Hand einfeilt.

7) Eine Maschine, Farbholz zu schneiden; sie giebt fast keinen Staub, welcher beim Färben verschiedener Sachen sehr nachtheilig ist, und bei der gewöhnlichen Art, wie das Farbholz gemahlen wird, nicht vermieden werden kann.

8) Eine Gravirmaschine, um metallene Platten, sowie Cylinder zur Katundruckerei, damit zu graviren. Solche Platten dienen statt der Münze oder des vergänglichen Papiergeldes und können weder durch Stempel nachgeschlagen, noch von Kupferstechern nachgestochen werden.

9) Eine Pferde-Rammaschine. Beim Gebrauch dieser Maschine kann der Rammblock auf jede beliebige Höhe bis zu 6 Fuß gehoben, und wenn wegen des Richtens der Pfähle kein Auffenthalt nothwendig ist, unterbrochen im Gange erhalten werden.

10) Eine neue Vorrichtung, durch geradlinichte Bewegung circuläre Bewegung hervorzubringen, welche auf mehr als eine Art beim Maschinenwesen, besonders aber sehr vortheilhaft bei Dampfmaschinen, anzuwenden ist.

Diese Erfindungen, welche mir viele Mühe und Kosten gemacht haben, bin ich erbötig, gegen eine angemessene Prämie mitzutheilen, auch erbiete ich mich, wenn man sich in postfreien Briefen an mich wendet, über alles nähere Auskunft ~~zu~~ geben.

Sollte der in dieser Abhandlung beschriebenen Geschwindigkeitsmesser von sachkundigen Männern einigen Beifall erhalten, so werde ich mich vielleicht entschließen, auch von den oben angeführten Maschinen nach und nach Beschreibungen und Zeichnungen herauszugeben.

Grevenbroich bei Düsseldorf,
im März 1816.

D. Uhlhorn.

Inhalt.

Erster Abschnitt.

Theorie des Geschwindigkeitmessers.

§. 1.

Auf einer ebenen horizontalen Tafel beschreibe man (Fig. 1.) von C aus mit CM den Kreis MABM. M sey ein schwerer Körper, dessen Masse man sich in einen Punkt vereinigt vorstellt; an diesen Körper wird ein Faden gebunden, dann gespannt und hierauf in C befestigt. Wird nun NM auf den Halbmesser CM senkrecht gezogen, und dem Körper M nach der Richtung MN ein horizontaler Stoß gegeben, so durchläuft derselbe den Kreis MABM. Wäre der Körper M nicht befestigt, so würde derselbe nach erhaltenem Stoß in der Richtung MN fortgehen. Da aber der Faden den Körper nöthigt, in dem Kreise MABM herum zu laufen, so muß derselbe von dem Körper M gedehnt werden; diese Kraft, womit der Körper den Faden nach der Richtung CM dehnt, heißt bekanntlich die Schwungkraft des Körpers.

Es sey diese Schwungkraft . . . . $= P$,
das Gewicht des Körpers M . . . $= M$,
der Halbmesser CM . . . . . . $= r$,
die Geschwindigkeit, womit der Körper
M im Kreise MABM herumläuft . . $= c$,
der Raum, durch welchen ein Körper
in der ersten Sekunde frei fällt . . . $= g$,
so hat man

$$(\text{I.}) \qquad P = \frac{c^2}{2gr} M.$$

[S. Karstens Lehrbegriff der gesammten Mathematik 4r Theil Seite 68, oder Eytelweins Handbuch der ~~Mathematik~~ Mechanik u. s. w. Seite 54.]

Durch Erfahrung hat man gefunden, daß ein Körper nahe an der Oberfläche der Erde in der ersten Sekunde durch einen Raum von $15\frac{5}{8}$ Fuß rheinländisch frei fällt.

Erstes Exempel.

Es sey $c = 5$ Fuß
$r = 2$ Fuß
$M = 15$ Loth, welche man sich in einem Punkte vereinigt vorstellt, so ist

$$P = \frac{25 \cdot 15}{2 \cdot 15\frac{5}{8} \cdot 2} = 6 \text{ Loth}.$$

Zweites Exempel.

Es sey $c = 8$ Fuß
$r = 2\frac{6}{125}$ Fuß
$M = 15$ Loth, so ist

$$P = \frac{64 \cdot 15}{2 \cdot 15\frac{5}{8} \cdot 2\frac{6}{125}} = 15 \text{ Loth} = M.$$

In diesem Falle ist die Schwungkraft der Schwere gleich, und die Schwungkraft dehnt den Faden eben so stark, als wenn ein Gewicht von 15 Loth frei an dem Faden herabhinge.

§. 2.

Aufgabe.

Der Körper M (Fig. 1.) laufe in einer Minute oder in 60 Sekunden N mal in dem Kreise MABM herum; man sucht die Schwungkraft dieses Körpers.

Auflösung.

Wenn der Körper in 60 Sekunden N Umläufe macht, so beträgt dies in einer Sekunde $\frac{N}{60}$ Umläufe. Es sey, wie im §. 1. der Halbmesser $CM = r$, so ist der Durchmesser $AM = 2r$ und der Umfang $= 2r\pi$ wo π bekanntlich $= 3{,}14159\ldots$ ist. Nun ist 1 Umlauf $= 2r\pi$, folglich sind $\frac{N}{60}$ Umläufe $= \frac{2r\pi N}{60}$, welches die Geschwindigkeit des Körpers M in einer Sekunde ist. Heißt diese Geschwindigkeit c, so ist $c = \frac{2r\pi N}{60}$. Wird dieser Werth von c in die Gleichung 1 §. 1. gesetzt, so bekommt man:

$$\text{(II.)} \qquad P = \frac{\pi^2 N^2 r}{1800\, g} M.$$

Exempel.

Es sey $N = 60$ Umläufe,
$r = 2$ Fuß,
$M = 15$ Loth, so ist

$$P = \frac{(3{,}14)^2 \cdot 60^2 \cdot 2 \cdot 15}{1800 \cdot 15\frac{5}{8}} = 3{,}79 \text{ Loth}.$$

§. 3.

EF (Fig. 2.) sey eine in den Lagern q und r vertikal stehende Axe, mit welcher in E eine Kurbel K, und in A eine dünne prismatische Stange ABOC fest verbunden ist.

Aufgabe.

Die Axe EF (Fig. 2) mit der prismatischen Stange ABOC werde durch Umdrehung der Kurbel K in Umlauf gesetzt; man sucht die Schwungkraft dieser Stange nach horizontaler Richtung.

Auflösung.

Es sey die Anzahl dieser Umläufe . . = N,
der Winkel FAC . . . . = a,
die Länge der Stange AC . . . . = b,
das Gewicht derselben . . . . . . = M,
ihre Schwungkraft . . . . = P,

Nun theile man AC in eine sehr große Anzahl gleicher Theile = n; so ist die Länge eines jeden Theilchens $= \frac{1}{n}$ b, und das Gewicht desselben $= \frac{1}{n}$ M. Für irgend ein beliebiges Theilchen in B ziehe man BD auf EF senkrecht, so hat man:

$$1 : \sin . a = AB : BD; \text{ also ist}$$
$$BD = AB \sin . a.$$

Setzt man nun $\frac{1}{n}$ b, $\frac{2}{n}$ b, $\frac{3}{n}$ b bis $\frac{n}{n}$ b anstatt AB, so erhält man für BD nach und nach $\frac{1}{n}$ b sin. a, $\frac{2}{n}$ b sin . a, $\frac{3}{n}$ b sin a bis $\frac{n}{n}$ b sin . a.

Werden nun diese Werthe von BD anstatt r, und $\frac{1}{n}$ M anstatt M, in die Gleichung II. §. 2. gesetzt, so erhält man für die Schwungkraft des ersten Theilchens nach horizontaler Richtung

$$= \frac{\pi^2 N^2 \frac{1}{n} b \sin. a}{1800 g} \frac{1}{n} M$$

des zweiten $= \frac{\pi^2 N^2 \frac{2}{n} b \sin. a}{1800 g} \frac{1}{n} M,$

des dritten $= \frac{\pi^2 N^2 \frac{3}{n} b \sin. a}{1800 g} \frac{1}{n} M,$

des vierten $= \frac{\pi^2 N^2 \frac{4}{n} b \sin. a}{1800 g} \frac{1}{n} M,$

des nten oder letzten $= \frac{\pi^2 N^2 \frac{n}{n} b \sin. a}{1800 g} \frac{1}{n} M.$

Die Summe dieser einzelnen Schwungkräfte gibt die Schwungkraft der ganzen Stange AC; diese ist demnach

$$= P = \frac{\pi^2 N^2 \frac{1}{n} b \sin. a}{1800 g} \frac{1}{n} M [1 + 2 + 3 + 4 \text{ bis } n].$$

Dasjenige, was in den Klammern steht, ist die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis n. Bekanntlich ist diese Summe $= (n + 1) \frac{1}{2} n$. Ist nun n eine sehr große Zahl, so kann man n anstatt $n + 1$ setzen; alsdann ist $(n + 1) \frac{1}{2} n = \frac{1}{2} n^2$, folglich ist

(III.) $$P = \frac{\pi^2 N^2 b \sin. a}{3600 g} M.$$

Exempel.

Es sey $N = 60$ Umläufe
$b = 1$ Fuß
$a = 30^\circ$
$M = 15$ Loth, so ist

$$P = \frac{(3,14..)^2 \cdot 60^2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 15}{3600 \cdot 15\frac{5}{8}} = 4,73\ldots \text{ Loth.}$$

§. 4.

An der Axe EF (Fig. 2.) sey ein Arm NO in horizontaler Lage befestigt; durch diesen Arm und durch die Stange AO werde ein Stift O so gesteckt, daß sich AO in der vertikalen Ebene FAC um den Stift O frei drehen und sowohl in die Lage mn, als auch in die Lage op kommen kann. Wird nun die Axe EF mit der Stange AC durch Umdrehung der Kurbel K in Umlauf gesetzt, und AO so genommen, daß sich die Schwungkräfte von OA und OC einander im Gleichgewicht halten, folglich der Endpunkt A der Stange AC in der Axe EF bleibt; so soll dieser Punkt O der Mittelpunkt des Schwunges heißen.

Aufgabe.

Den Mittelpunkt des Schwunges O der Stange AC zu finden.

Auflösung.

Man theile AC in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, wie Aa, ab, bc u. s. w. In A, a, b, c u. s. w. bringe man Kräfte an, welche sich wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. verhalten, und nach den horizontalen Richtungen A1, a2, b3, c4.... wirken.

Hier ist z. B. AC in 9 gleiche Theile getheilt worden. Werden nun die angebrachten Kräfte in A = 1 Loth, in a = 2 Loth, in b = 4 Loth bis in C = 10 Loth angenommen, so betragen dieselben 55 Loth. Diese Kräfte zusammen genommen mögen Q heißen, welche man sich in dem Punkte O vereinigt, und nach der Richtung O 7 wirkend verstellen kann; demnach hält eine Kraft Q in O nach der Richtung ON angebracht, jenen Kräften zusammen genommen das Gleichgewicht. Nun nehme man an, daß in A ein Stift angebracht sey, um welchen sich AC frei drehen könne, und daß sich in dem ersten Theilungspunkte a anstatt der einzelnen Kräfte in A, a, b, c u. s. w. eine Kraft R befinde, welche nach der Richtung a 2 wirke. Ist nun diese Kraft R gleich der Summe der statischen Momente $Aa \cdot 2 + Ab \cdot 3 + Ac \cdot 4 + \ldots\ AC \cdot 10$, so ist bekanntlich R mit Q im Gleichgewicht, wenn sich $Q : R = Aa : AO$ verhält, und mithin $AO = \frac{R \cdot Aa}{Q}$ ist. Da $Aa = 1$, $Ab = 2$ $Ac = 3$ u. s. w. ist, so ist $R = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \ldots\ 9 \cdot 10 = 330$ Loth. Demnach ist $AO = \frac{R \cdot Aa}{Q} = \frac{330}{55} = 6$ Theile $= \frac{2}{3}$ AC weil AC in 9 gleiche Theile getheilt worden ist. Nach diesem Beispiele mit Zahlen wird eine allgemeine Auflösung obiger Aufgabe nicht mehr schwer seyn. Es sey $\frac{\pi^2 N^2 \frac{1}{n} b \sin . a}{1800\, g} \frac{1}{n} M = p$; theilt man nun AC in eine sehr große Anzahl gleicher Theile = n, so ist nach §. 3. die Schwungkraft des ersten Theilchens $= p \cdot 1$, des zweiten $= p \cdot 2$, des dritten = p . 3, u. s. w.; demnach sind die statischen Momente folgende untereinander gesetzte Größen:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2p &= 2p \\ 2 \cdot 3p &= 6p \\ 3 \cdot 4p &= 12p \\ 4 \cdot 5p &= 20p \\ &\vdots \end{aligned}$$

das nte Glied = $n \cdot (n + 1)\, p = (n^2 + n)\, p$.

Wird nun das erste Glied von dem zweiten, das zweite von dem dritten, das dritte von dem vierten u. s. w. subtrahirt, so entstehen folgende Differenzen: 4p, 6p, 8p u. s. w. Wird ferner die erste Differenz von der zweiten, die zweite von der dritten u. s. w. abgezogen, so erhält man die gleichen Differenzen 2p, 2p u. s. w. Bekanntlich lassen sich alle Reihen summiren, bei denen man, wie hier, zuletzt auf gleiche Differenzen stößt. Es sey die Summe von $2p + 6p + 12p + 20p + \ldots$ bis $n\,(n + 1)\,p = S$, so erhält man, wenn nach der erwähnten Methode verfahren wird: $S = (\tfrac{1}{3}\, n^3 + n^2 + \tfrac{2}{3}\, n)\, p$ = der Kraft R. Die Summe aller einzelnen Schwungkräfte ist = $p + 2p + 3p + \ldots$ bis $(n + 1)\, p = (\tfrac{1}{2}\, n^2 + \tfrac{3}{2} n + 1)\, p$ = der Kraft Q. Demnach ist

$$A\,O = \frac{R.\ Aa}{Q} = \frac{(\tfrac{1}{3}\, n^3 + n^2 + \tfrac{2}{3}\, n)\, p}{(\tfrac{1}{2}\, n^2 + \tfrac{3}{2}\, n + 1)\, p} =$$

$\tfrac{2}{3}\, n$ Theile, wenn A C in n gleiche Theile getheilt worden ist.

Um also den Mittelpunkt des Schwunges der Stange A C zu finden, theile man dieselbe in drei gleiche Theile, und nehme hiervon von A bis O zwei Theile; so ist O der Mittelpunkt des Schwunges.

§. 5.

X a d Y (Fig. 3.) sey eine vertikal stehende Axe, welche durch die Lager q und r gehalten wird. Oben sey diese Axe mit einem winklicht gebogenen Theile a b c d versehen, mit dem in B eine dünne prismatische Stange B C fest verbunden ist.

Aufgabe.

Die Axe X Y mit der prismatischen Stange B C werde durch Umdrehung der Kurbel Q in Umlauf gesetzt; man sucht die Schwungkraft der Stange B C nach horizontaler Richtung.

Auflösung.

Man stelle sich die Stange B C so weit verlängert vor, bis dieselbe die Axe X Y in A trift; ferner ziehe man B I auf X Y senkrecht, setze BI = f, den Winkel IAB = a, und

die Länge der Stange BC = d, ihr Gewicht = M,
die Schwungkraft der Stange AB = Q,
die Schwungkraft der Stange AC = R,
die Schwungkraft der Stange BC = P,
die Anzahl der Umläufe, welche die Stange BC in einer Minute macht = N.

Nun ist in dem rechtwinkelichten Dreiecke IAB,

$$\sin. IAB : 1 = IB : AB, \text{ oder}$$
$$\sin. a : 1 = f : AB,$$

also ist die Länge der Stange $AB = \frac{f}{\sin. a}$. Auch verhalten sich die Gewichte der Stangen BC und AB wie ihre Längen, folglich hat man:

$$BC : AB = M : \frac{AB}{BC} . M, \text{ oder}$$

$$d : \frac{f}{\sin. a} = M : \frac{f}{d \sin. a} . M;$$ also ist das Gewicht der Stange AB $= \frac{f}{d \sin. a} . M.$

Setzt man nun in die Gleichung III. §. 3. Q anstatt P, $\frac{f}{\sin. a}$ anstatt b und $\frac{f}{d \sin. a}$ M anstatt M, so erhält man:

$$Q = \frac{\pi^2 N^2 f^2}{3600 g . d \sin. a} M.$$

Auch ist $AC = AB + BC$, oder

$$AC = \frac{f}{\sin. a} + d = \frac{f + d \sin. a}{\sin. a} .$$

Ferner hat man:

$$BC : AC = M : \frac{AC}{BC} M, \text{ oder}$$

$$d : \frac{f + d \sin. a}{\sin. a} = M : \frac{f + d \sin. a}{d \sin. a} M,$$

also ist das Gewicht der Stange AC $= \frac{f + d \sin. a}{d \sin a} M.$

Wird nun, wie vorhin, R anstatt P, $\frac{f + d. \sin a}{\sin. a}$ anstatt b, und $\frac{f + d \sin. a}{d \sin. a}$ M anstatt M, in die Gleichung III. §. 3. gesetzt, so erhält man:

$$R = \frac{\pi^2 N^2 (f + d \sin. a)^2}{3600 g d \sin. a} M.$$

Nun ist $P = R - Q$. Setzt man in diese Gleichung die eben gefundenen Werthe für R und Q, so erhält man nach gehöriger Entwickelung:

$$(IV.) \quad P = \frac{\pi^2 N^2 (2 f + d \sin. a)}{3600 g} M$$

welches die Schwungkraft der Stange B C nach horizontaler Richtung ist.

Exempel.

Es sey $N = 60$ Umläufe
$d = 1$ Fuß
$f = \frac{1}{2}$ Fuß
$a = 30^\circ$
$M = 15$ Loth, so ist

$$P = \frac{(3,14.)^2 . 60^2 . (1 + \frac{1}{2})\, 15}{3600 . 15\frac{5}{8}} = 14,21 \text{ Loth.}$$

§. 6.

Aufgabe.

Den Mittelpunkt des Schwunges der Stange B C (Fig. 3.) zu finden.

Auflösung.

Es seyen G, D und E die Mittelpunkte des Schwunges der Stangen AB, AC und BC; Q, R und P die Schwungkräfte der Stangen AB, AC und BC nach dem vorigen §; alsdann hat man nach Gründen der Mechanik

$$R . AD = Q . AG + P . AE; \text{ also ist}$$

$$AE = \frac{R . AD - Q . AG}{P}.$$

Nun ist $BE = AE - AB$; folglich ist

$$\text{(A)} \quad BE = \frac{R . AD - Q . AG}{P} - AB.$$

Nach §. 4. ist $AD = \frac{2}{3} AC = \frac{2}{3} (AB + BC)$ und $AG = \frac{2}{3} AB$. Nach §. 5. ist

$$AB = \frac{f}{\sin. a} \text{ und } BC = d; \text{ folglich ist}$$

$$AD = \frac{2/3\, f}{\sin.\, a} + 2/3\, d \text{ und}$$

$$AG = \frac{2/3\, f}{\sin.\, a}.$$

Werden nun diese Werthe von AB, AD und AG, und die im vorigen §. gefundenen von P, Q und R in obige Gleichung A gesetzt, so erhält man nach gehöriger Rechnung:

$$\text{(V)} \qquad BE = \frac{d\, f + 2/3\, d^2 \sin.\, a}{2\, f + d \sin.\, a}.$$

Durch diese Gleichung kann man also E, den Mittelpunkt des Schwunges der Stange BC, aus den Größen d, f und a finden.

Exempel.

Es sey $d = 3/4$ Fuß
$f = 1/2$ Fuß
$a = 30°$, so ist

$$BE = \frac{3/4 \cdot 1/2 + 2/3 \cdot 9/16 \cdot 1/2}{2 \cdot 1/2 + 3/4 \cdot 1/2} = 9/22 \text{ Fuß}.$$

§. 7.

Man ziehe durch E (Fig. 3.) die gerade Linie KEL so, daß dieselbe BC unter einem rechten Winkel in E schneidet. Ferner ziehe man durch E die gerade Linie HEi auf XY senkrecht. Hierauf beschreibe man aus B mit dem Halbmesser BC den Bogen pCh, und ziehe Bh mit XY parallel.

Nimmt man nun an, daß sich die dünne prismatische Stange BC um den Punkt B frei drehen könne, so hängt dieselbe bekanntlich in der Vertikallinie Bh herunter, wenn alles in Ruhe ist. Wird aber durch Umdrehung der Kurbel Q die Stange BC in Umlauf gesetzt, so streben alle Theile derselben, sich, vermöge der Schwungkraft, von der Axe XY zu entfernen. Diesem wirkt indessen die Schwere entgegen, und die Stange BC wird dadurch in eine Lage kommen, welche in diesem Falle BC seyn mag.

Aufgabe.

Die dünne prismatische Stange BC (Fig. 3.) hänge in der Vertikallinie Bh herunter; durch Umdrehung der Kurbel Q werde nun diese Stange, welche vermöge der Schwungkraft und der Kraft der Schwere in die Lage BC kommt, in Umlauf gesetzt; man sucht die Anzahl der Umläufe, welche alsdann die Stange BC in einer Minute macht.

Auflösung.

Die vorigen Bezeichnungen der Größen werden hier beibehalten. Es ist demnach IB = f, die Länge der Stange BC = d, der Winkel hBC = IAB = a, die Anzahl der Umläufe, welche die Stange BC in einer Minute macht = N.

Da E der Mittelpunkt des Schwunges der Stange BC ist (§. 6.), so wirkt die Schwungkraft der Stange BC nach der horizontalen Richtung EH mit der Kraft P (§. 5.), und folglich nach der Richtung EL mit der Kraft P cos. a, wie sich aus der Zerlegung der Kräfte ergiebt. Halbirt man BC in F, so ist F der Schwerpunkt der Stange BC; nun ziehe man VF auf BC senkrecht und Ff mit XY parallel. Bekanntlich wirkt das Gewicht M der Stange BC vermöge der Schwere nach der vertikalen Richtung Ff mit der Kraft M, folglich nach der Richtung FV mit der Kraft M sin. a.

Denkt man sich diese Kraft aus F weg, und dagegen in E eine andere Kraft M sin. a $\frac{BF}{BE}$ angebracht, so wirkt diese nach der Richtung EK eben so stark auf die Umdrehung der Stange BC um den Punkt B, als vorhin jene in F nach FV wirkte, weil in beiden Fällen die statischen Momente BF. M sin. a und BE . M. sin. a . $\frac{BF}{BE}$ einander gleich sind.

Demnach wirkt die Schwere der Stange BC nach der Richtung EK mit der Kraft M sin. a $\frac{BF}{BE}$ und die Schwungkraft der Stange BC nach der entgegengesetzten Richtung EL mit der Kraft P cos. a.

Da nun beide Kräfte einander gleich sind, so hat man folgende Gleichung:

$$\text{(B)} \qquad M \sin. a \frac{BF}{BE} = P \cos. a.$$

Nun ist $BF = \frac{1}{2} d$; nach §. 6. ist

$$BE = \frac{d f + \frac{2}{3} d^2 \sin. a}{2 f + d \sin. a};$$

ferner ist nach §. 5. $P = \frac{\pi^2 N^2 (2 f + d \sin. a)}{3600 g.} M.$

Werden diese Werthe in die vorhin gefundene Gleichung B gesetzt, so erhält man nach gehöriger Rechnung:

$$\text{(VI.)} \qquad N^2 = \frac{2700 g \tan g. a}{\pi^2 (\frac{3}{2} f + d \sin. a)}.$$

Exempel.

Es sey $f = \frac{1}{2}$ Fuß,
$d = \frac{3}{4}$ Fuß,

der Winkel $a = 30°$, so ist

$$N = \sqrt{\left[\frac{2700 \cdot 15\,{}^{5}/_{8} \cdot 0,57735 \ldots}{(3.14)^2 \cdot ({}^{3}/_{2} \cdot \frac{1}{2} + {}^{3}/_{4} \cdot {}^{1}/_{2})}\right]} = 46,83.$$

§. 8.

Die prismatische Stange BC (Fig. 3.) sey in B mit b o fest verbunden und an derselben in C einen Kugel angebracht, deren Masse man sich in dem Punkte C vereinigt vorstellt. Durch C ziehe man S C g, welche Bh in m schneidet, auf X Y senkrecht; es ist alsdann g m = I B.

Aufgabe.

Durch Umdrehung der Kurbel Q werde die Axe XY, die damit verbundene Stange BC, und die Kugel C in Umlauf gesetzt; man sucht die Schwungkraft der Kugel C nach der horizontalen Richtung CS.

Auflösung.

Es sey, wie vorhin,

$gm = IB = f$,

die Länge der Stange BC . . . . $= d$,

das Gewicht der Kugel C . . . . $= R$,

ihre Schwungkraft . . . . $= Q$,

der Winkel hBC . . . . $= a$,

die Anzahl der Umläufe, welche die Kugel C in einer Minute macht . . . . . . $= N$.

Nun ist:

$1 : \sin. hBC = BC : mC$, oder

$1 : \sin. a \;\; = \;\; d : mC$, also ist

$mC = d \sin. a$. Ferner ist,

$gC = gm + mC$; folglich ist

$gC = f + d \sin. a$.

Wird nun dieser Werth von g C anstatt r, Q anstatt P, und R anstatt M in die Gleichung II. §. 2. gesetzt, so erhält man für die Schwungkraft der Kugel C nach der horizontalen Richtung CS:

$$(\text{VII.}) \qquad Q = \frac{\pi^2 \ N^2 \ (f + d \ \sin. \ a)}{1800 \ g.} \ R.$$

Exempel.

Es sey N = 60 Umläufe,
f = ½ Fuß,
d = ½ Fuß,
a = 30°,
R = 32 Loth, so ist

$$Q = \frac{(3,\ 14.)^2 \ . \ 60^2 \ (\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) \ 32}{1800 \ . \ 15 \ \tfrac{5}{8}} = 30,\ 32 \text{ Loth.}$$

§. 9.

Aufgabe.

Den Mittelpunkt des Schwunges der prismatischen Stange BC (Fig. 3.), so wie der damit verbundenen Kugel C zu finden.

Auflösung.

Es sey U der gesuchte Mittelpunkt des Schwunges; durch U ziehe man MUN, und durch C, TCW mit KEL parallel.

Nach dem vorigen §. ist die Schwungkraft der Kugel C nach der horizontalen Richtung CS = Q, mithin nach der Richtung CW = Q cos. a (§. 7.). Ferner hat man nach §. 5. für die Schwungkraft der Stange BC nach der horizontalen Richtung EH = P, folglich nach der Richtung EL = P cos. a (§. 7.), wo E, nach §. 6, der Mittelpunkt des Schwunges der Stange BC ist. Nun stelle man sich E C als einen Hebel vor, welcher sich um den Punkt U frei drehen kann; der Punkt U wird so genommen, daß sich die Kräfte P cos. a nach der Richtung E L, und Q cos. a nach der Richtung C W einander im Gleichgewicht halten, welches bekanntlich geschieht, wenn P cos. a. EU = Q cos. a. UC ist. Hieraus erhält man:

$$\text{(C)} \qquad UC = \frac{P \,.\, EU}{Q}.$$

Nun ist $EC = BC - BE$, oder
$EC = d - BE.$

Setzt man hierin den in der Gleichung V. §. 6. gefundenen Werth von BE, so hat man:

$$EC = \frac{3\,d\,f + d^2 \sin.\, a}{6\,f + 3\,d \sin a}.$$

Da $EU = EC - UC$ ist, so setze man diesen Werth von EU in die vorhin gefundene Gleichung C; alsdann erhält man:

$$UC = \frac{P\,(EC - UC)}{Q}, \text{ folglich}$$

$$UC = \frac{P \,.\, EC}{P + Q}.$$

Ferner ist $BU = BC - UC$, oder
$BU = d - UC.$ Setzt man nun in diese Gleichung den vorhin gefundenen Werth von UC, so erhält man:

$$\text{(D)} \qquad BU = d - \frac{P \,.\, EC}{P + Q}.$$

Nach §. 5. ist

$$P = \frac{\pi^2\, N^2\, (2\,f + d \sin.\, a)}{3600\, g}\, M; \text{ und nach §. 8.}$$

$$Q = \frac{\pi^2 \; N^2 \; (f + d \; \sin. \; a)}{1800 \; g} \; R.$$

Vorhin hat man gefunden:

$$EC = \frac{3 \, f \, d + d^2 \; \sin. \; a}{6 \, f + 3 \, d \; \sin. \; a}.$$

Werden diese Werthe von P, Q und EC in die vorhin gefundene Gleichung D gesetzt, so erhält man nach gehöriger Reduktion:

(VIII.)

$$BU = \frac{(df + \tfrac{2}{3} d^2 \; \sin. \; a) \; M + (2df + 2d^2 \; \sin. \; a) \; R}{(2f + d \; \sin. \; a) \; M + (2 \; f + 2 \; d \; \sin. \; a) \; R}.$$

Exempel.

Es sey $d = \tfrac{1}{2}$ Fuß,
$f = \tfrac{1}{2}$ Fuß,
$a = 30°$,
$M = 2$ Loth,
$R = 32$ Loth, so ist

$$BU = \frac{(\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{12}) \cdot 2 + (\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}) \; 32}{(1 + \tfrac{1}{4}) \cdot 2 + (1 + \tfrac{1}{2}) \; 32} = \tfrac{33}{67} \text{ Fuß.}$$

§. 10.

IBC (Fig. 3.) sey ein Winkelhebel, welcher sich um den Punkt B frei drehen kann. An dem Arme IB ist ein Bogen befestigt, wovon B der Mittelpunkt ist; Arm und Bogen werden ohne Schwere angenommen. An den obern Theil dieses Bogens befestigt man einen Faden, welcher um den Bogen geschlagen und mit einer Kugel O versehen wird. Der andere Arm BC ist die vorhin mehrmals erwähnte dünne prismatische Stange BC mit der daran befindlichen Kugel C.

Wenn alles in Ruhe ist, und man alsdann die Kugel O wegnimmt, so kommt BC, vermöge der Schwere, in die Vertikallinie Bh; bringt man aber diese Kugel, wie vorhin, wieder an, so wird durch das Gewicht derselben BC gehoben und aus der vertikalen Lage Bh in die Lage Bn versetzt.

Aufgabe.

Der Winkelhebel IBC mit den daran befindlichen Kugeln O und C werde durch Umdrehung der Kurbel Q in Umlauf gebracht, und vermöge der Schwungkraft und der Kraft der Schwere aus Bn in BC versetzt; man sucht die Anzahl der Umläufe, welche alsdann dieser Winkelhebel mit den daran befindlichen Kugeln in einer Minute macht.

Auflösung.

Die Bezeichnungen sind hier, wie in den vorhergehenden Paragraphen; es ist demnach

die Länge der Stange BC . . . = d,
das Gewicht derselben . . . . = M,
ihre Schwungkraft . . . . = P,
das Gewicht der Kugel C. . . . = R,
ihre Schwungkraft . . . . = Q,
die Länge des Arms IB . . . . = f,
das Gewicht der Kugel O . . . = O,
der Winkel hBC . . . . = a,
die Anzahl der Umläufe, welche der Winkelhebel in einer Minute macht . . . . = N.

Nach §. 7. und §. 9. ist die Schwungkraft der Stange BC nach der Richtung EL = P cos a, und die Schwungkraft der Kugel C nach der Richtung CW =

Q cos. a. Beide Kräfte wirken zusammen in U nach der Richtung UN mit einer Kraft (P + Q) .cos. a; nach dieser Richtung wirkt nun noch das Gewicht O mit der Kraft $\frac{f}{BU}$. O, wie leicht zu beweisen ist.

Nach §. 7. wirkt das Gewicht der Stange BC in F nach der Richtung FV mit der Kraft M sin. a. Denkt man sich diese Kraft aus F weg, und dagegen in U eine andere Kraft M sin. a $\frac{BF}{BU}$ angebracht, so wirkt diese nach der Richtung UM eben so stark auf die Umdrehung der Stange BC um den Punkt B, als vorhin jene in F wirkte (§. 7.). Die Kraft, mit welcher die Kugel C nach der Richtung CT wirkt, ist R sin. a; denkt man sich nun diese Kraft aus C weg, und dagegen in U eine andere R sin. a $\frac{BC}{BU}$ angebracht, so ersetzt diese die Stelle jener Kraft R sin. a (§. 7.).

Demnach wirkt die Schwere nach der Richtung UM mit der Kraft M sin. a $\frac{BF}{BU}$ + R sin. a $\frac{BC}{BU}$, und die Schwungkraft nach der entgegengesetzten Richtung UN mit der Kraft (P + Q) cos. a. Hiezu kömmt nun noch die Kraft des Gewichts O, welches nach Obigem $\frac{f}{BU}$.O ist. Da nun diese Kräfte nach den entgegengesetzten Richtungen UM und UN einander gleich sind, so hat man folgende Gleichung:

(E)
$$\left[M\frac{BF}{BU} + R\frac{BC}{BU}\right] \text{sin. a} = [P+Q] \text{ cos. a} + \frac{f}{BU}\text{ O}.$$

Nach §. 9. ist

$$B\,U = \frac{(d\,f + {}^2\!/_3\, d^2 \sin. a)\; M + (2\, d\, f + 2\, d^2 \sin. a)\, R}{(2\, f + d \sin. a)\; M + (2\, f + 2\, d \sin. a)\, R.}$$

Nach §. 5. ist

$$P = \frac{\pi^2\, N^2\, (2\, f + d \sin. a)}{3600\, g}\; M, \text{ und nach §. 8.}$$

$$Q = \frac{\pi^2\, N^2\, (f + d \sin a)}{1800\, g}\; R.$$

Ferner ist $BF = \frac{1}{2}\, d$ (§. 7.) und $BC = d$.

Werden diese Werthe von BU, P, Q, BF und BC in obige Gleichung E gesetzt, so erhält man nach einer mühsamen Rechnung:

$$(IX.)\; N^2 = \frac{5400\, g \left[(M + 2\, R) \text{ tang. } a - \frac{2\, f}{d \cos\, a}\, O \right]}{\pi^2 \left[(3 f + 2 d \sin. a)\, M + (6 f + 6 d \sin a)\, R \right].}$$

Setzt man in dieser Gleichung $N = o$, so ist $(M + 2\, R) \text{ tang. } a - \frac{2\, f}{d \cos.\, a}\, O = o.$

Hieraus erhält man:

$$\sin. a = \frac{2\, f\, O}{d\, M + 2\, d\, R},$$ welches der Sinus des Winkels $h\,B\,n$ ist.

Wird $a = 90°$ genommen, so ist $\sin. a = 1$ und $\cos. a = o$. Ist nun $M + 2\, R$ größer, als $\frac{2}{d}\, f\, O$, so ist in diesem Falle

$$(M + 2\, R) \text{ tang. } a - \frac{2\, f}{d \cos. a}\, O = \infty;$$

denn setzt man $\frac{\sin.\ a}{\cos.\ a} = \frac{1}{o}$ anstatt tang. a, so hat man:

$$(M + 2R) \text{ tang, } a - \frac{2f}{d \cos. a} O = \frac{M + 2R - d\frac{2}{f} + O}{o} = \infty.$$

Hieraus erhellt, daß für $a = hBp = 90°$ auch N unendlich ist.

Es sey $a = o$, so ist $\text{tang. } a = o$, $\sin. a = o$ und $\cos. a = 1$; alsdann ist

$$N^2 = - \frac{3600 \, g \, O}{\pi^2 \, d \, (M + 2R)}$$

eine negative Größe, folglich N unmöglich.

Setzt man $R = o$, und $O = o$, so ist

$$N^2 = \frac{2700 \, g \text{ tang. } a.}{\pi^2 \, (3/_2 \, f + d \sin. a)},$$ wie in §. 7.

Ist $M = o$ und $O = o$, so hat man:

$$N^2 = \frac{1800 \, g \text{ tang. } a}{\pi^2 \, (f + d \sin. a)},$$ und

$M = o$ und $f = o$

$$N^2 = \frac{1800 \, g}{\pi^2 \, d \cos. a}.$$

Setzt man $R = o$ und $f = o$, so ist

$$N^2 = \frac{2700 \, g.}{\pi^2 \, d \cos. a}.$$ Ist

$d = o$ und $O = o$, so erhält man:

$$N^2 = \frac{1800 \, g \text{ tang. } a}{\pi^2 \, f}.$$

Setzt man in obige Gleichung IX. $\frac{5400 \, g}{\pi^2} = P$; $\text{tang. } a = \frac{\sin. a}{\cos. a}$; $\cos. a = V(1 - \sin. a^2)$ und alsdann $\sin. a = x$; so entsteht durch Quadrirung und gehörige Reduktion, nach den Patenzen von x geordnet, folgende Gleichung:

$$\left.\begin{array}{r} 36d^2 R^3 N^4 \\ 24d^2 MR N^4 \\ 4d^2 M^2 N^4 \end{array}\right\} x^4 \left.\begin{array}{l} + 60 df MR N^4 \\ + 72 df R^2 N^4 \\ + 12 df M^2 N^4 \end{array}\right\} x^3 \left.\begin{array}{l} - 36d^2 R^2 N^4 \\ - 4d^2 M^2 N^4 \\ - 24d^2 MR N^4 \\ + 9 f^2 M^2 N^4 \\ + 36 f^2 R^2 N^4 \\ + 36 f^2 MR N^4 \\ + P^2 M^2 \\ + 4 MP^2 R \\ + 4 R^2 P^2 \end{array}\right\} x^2$$

$$\left.\begin{array}{l} - 12 df M^2 N^4 \\ - 60 df MR N^4 \\ - 72 df R^2 N^4 \\ - \frac{4}{d} f MOP^2 \\ - \frac{8}{d} f OP^2 R \end{array}\right\} x \left.\begin{array}{l} + \frac{4}{d^2} f^2 O^2 P^2 \\ - 9 f^2 M^2 N^4 \\ - 36 f^2 MB N^4 \\ - 36 f^2 R^2 N^4 \end{array}\right\} = 0.$$

Werden in dieser Gleichung die bekannten Größen in Zahlen gegeben, so wird es doch zu mühsam seyn, aus denselben x und hieraus den Winkel a zu suchen; deswegen soll in der Folge ein Verfahren angegeben werden, wodurch sich aus diesen gegebenen Größen der dazu gehörige Winkel a leichter finden läßt.

Zweiter Abschnitt.

Beschreibung des Geschwindigkeitmessers.

§. 11.

Fig. 4. stellt dieses Instrument im Durchmesser vor. A B D C ist ein Gestell von Holz, welches aus vier Stükken besteht, die durch Schrauben zusammen verbunden sind. E F ist eine vertikal stehende hölzerne Welle, in welcher zwei stählerne Zapfen m und h befindlich sind. r und n sind zwei in AB und CD befestigte messingene Lager, worin sich die Zapfen m und h frei drehen können. Die Welle EF ist von i bis e auf der einen Seite, und von e bis h in der Axe ausgehöhlt; ferner ist der Zapfen h, das Lager n und auch das Stück CD vertikal durchbohrt, damit sich sowohl der unten erwähnte Eisendrath e f, als auch der Arm i b des Winkelhebels i b c frei bewegen könne. K ist ein gebogenes Eisen, welches mit der Welle E F durch eine Schraube fest verbunden ist, und als Lager für den Winkelhebel i b c dient. Dieser

Winkelhebel ist von Stahl, und kann sich um den Zapfen b frei drehen; an dem einen Arm desselben ist eine bleierne Kugel C, und an dem andern ein Eisendrath i e f befestigt. Dieser Eisendrath ist in i und e mit Gelenken versehen, welche sich in der Ebene i b c frei drehen können. Der Theil e f desselben dient als Zeiger, um die Umlaufs-Geschwindigkeit der Welle E F und des damit verbundenen Winkelhebels i b c anzugeben. F ist ein Bret, welches mit zwei Zapfen an C D befestigt ist. Auf diesem Brete ist ein messingenes Lager g, worin der Zeiger e f läuft, angebracht. Ferner ist auf diesem Brete eine Scale befestigt, auf welcher die vorhin erwähnten Umlaufs-Geschwindigkeiten in Zahlen angegeben sind.

Ist der Winkelhebel i b c in Ruhe, so hängt der Arm b c beinahe in der Vertikallinie herunter (§. 10.), und das unterste Ende des Zeigers e f muß auf o stehen. Wird aber der Winkelhebel durch Umdrehung der Welle E F in Umlauf gesetzt, und b c, vermöge der Schwungkraft und der Kraft der Schwere (§. 7.), in die Lage b k gebracht, so kömmt i b in a b, und der Zeiger e f bewegt sich herunter, und giebt auf der Scale die Anzahl der Umläufe an, welche der Winkelhebel in einer Minute macht. Nach dieser kurzen Uebersicht sollen nun alle Theile dieses Instruments näher beschrieben, und ihre Größe in rheinländischem Fußmaaße angegeben werden.

Das oberste Stück A B des Gestelles A B D C ist 3 Fuß 3 Zoll lang, 4 Zoll breit und 3 Zoll dick. M N stellt die Ansicht dieses Stücks nach der Lange und Breite von oben vor. Das messingene Lager r ist 3 ½ Zoll lang und 1 ½ Zoll breit; es besteht aus zwei Theilen, welche durch zwei eiserne Schrauben x und y zusammen verbunden sind. Diese Zusammensetzung des Lagers ist nothwendig, damit der Zapfen m darin beim Gebrauch, durch Anziehen der Schrauben x und y, ohne Spielraum gehen kann. Der Mittelpunkt dieses Lagers befindet sich in der punktirten Linie, welche das Stück MN an den Enden, der Breite nach, halbirt. Das unterste Stück CD ist mit dem Zapfen 2 Fuß 6 Zoll lang, 4 Zoll breit und 3 Zoll dick. In diesem Stücke ist in der Mitte desselben das messingene Lager n eingelassen, welches Fig. 5. in natürlicher Größe gezeichnet und wovon n n einen Durchschnitt vorstellt. So wie man in der Zeichnung sieht, ist dasselbe in der Mitte senkrecht durchbohrt, damit der Drath e f (Fig. 4.) frei hindurch gehen kann; ferner ist dieses Lager in der Mitte höher als am Rande, damit das Oel, welches zum Schmieren des Zapfens hh gebraucht wird, nicht an den Drath e f kommen kann. Die Seitenstücke AC und BD sind mit dem Zapfen 3 Fuß lang, 4 Zoll breit und 3 Zoll dick. Das ganze Gestell ist durch vier eiserne Schrauben, wie aus der Zeichnung zu ersehen ist, fest zusammen verbunden. Ferner ist an das Stück CD durch zwei Zapfen das Bret I befestigt, welches mit dem Zapfen 1 ½ Fuß lang, 5 Zoll breit und 1 ¼ Zoll dick ist. Auf diesem Brete ist ein anderes, 10 Zoll lang, 2 Zoll breit und ½ Zoll dick, mit 2 Schrauben so befestigt, daß es sich herauf und herunter schieben, und durch die erwähnten Schrauben feststellen läßt. Auf diesem Brete ist das messingene Lager g befestigt, und auch die Scale, welche die Umlaufs-Geschwindigkeit angiebt, gezeichnet.

Die Welle EF ist von gutem trockenem Holze, 2 ½ Fuß lang und 4 Zoll dick. Oben ist in dieselbe ein viereckigter eiserner Zapfen m eingelegt, und durch zwei eiserne Bänder befestigt. Dieser Zapfen ist 12 Zoll lang und $^3/_4$ Zoll dick; der obere Theil muß, so weit er in dem Lager r läuft, aus Stahl verfertigt, und vollkommen rund gedrechselt seyn. Unten ist an dieser Welle der ringförmige Zapfen h mit Schrauben befestigt. Fig. 5. stellt einen Durchschnitt dieses Zapfens in natürlicher Größe vor. p p ist eine eiserne Scheibe, an welche ein stählerner Ring h h gelöthet ist. Dieser Ring muß vollkommen rund gedrechselt seyn und die in der Figur abgebildete Gestalt haben, auch muß derselbe in dem Lager n n genau passen. In diesem Ringe ist eine messingene Büchse m m befestigt, welche in der Mitte eine Oeffnung hat, wodurch der Drath e f gehen, und sich darin frei auf- und niederbewegen kann. Die Scheibe p p mit diesem Zapfen wird nun durch vier Schrauben mit der Welle E F fest verbunden, wovon in der Figur aber nur zwei, nämlich r und r zu sehen sind.

Fig. 7. stellt den Durchschnitt von dem untern Theile des gebogenen Eisens K u. s. w. in natürlicher Größe vor. a b ist ein stählerner Zapfen, welcher durch die gebogenen Seitenstücke B und C geht, und durch eine Schraubenmutter befestigt wird. c e d f ist eine messingene Welle, welche sich um den Zapfen a b frei drehen kann. An dieser Welle ist der Winkelhebel, von welchem g h einen Theil vorstellt, mit Zinn fest gelöthet. Fig. 6. stellt die Seitenansicht des mittleren Theils dieses Winkelhebels in natürlicher Größe vor. Fig. 8. stellt diesen Winkelhebel, welcher von Stahl verfertigt ist, besonders vor. Der Arm b c desselben ist 6 Zoll lang, 0,18 Zoll breit und 0,18 Zoll dick, und wiegt 2 Loth Köllnisch. Die Kugel C ist von Blei, hat 1,64 Zoll im Durchmesser, und wiegt 32 Loth. Der Arm i b ist 6 Zoll lang, 0,180 Zoll breit und 0,135 Zoll dick, und wiegt 1 $^1/_2$ Loth. Der

Winkel i b c ist 130° 43′. Der Eisendrath i e ist 6 Zoll und e f ist 18 Zoll lang. Die Dicke eines jeden ist 0,08 Zoll; beide Theile i e und e f wiegen zusammen 1 ¼ Loth. Der Theil e f muß vollkommen gerade seyn, und sich in dem Lager h und g frei bewegen können. Das unterste Ende dieses Draths dient als Zeiger.

o q (Fig. 4.) ist ein eiserner Arm, 4 Zoll lang und so dick, wie das gebogene Eisen K; er ist mit zwei Schrauben an der Welle E F befestigt. An diesem Arme ist ein Pendel p q angebracht, welches sich um den Zapfen p frei drehen kann. Die Länge und Schwere dieses Pendels ist dem Arme des Winkelhebels b c gleich, auch muß die Kugel q so schwer als die Kugel c seyn. Dieser Arm mit dem Pendel p q dient dazu, die Schwingung des Winkelhebels aufzuheben, wodurch bekanntlich die Zapfen m und h, so wie auch die Lager r und n leiden würden. Noch ist an der Welle EF eine Scheibe GH befestigt, welche 15 Zoll im Durchmesser hat, und 3 Zoll dick ist.

§. 12.

Zur Erleichterung der Rechnung ist §. 10. nur die Kugel O Fig. 3. als schwer angenommen; dagegen hat man den Arm IB und den damit verbundenen Bogen ohne Schwere angenommen. Bei der wirklichen Ausführung des Instruments kann aber diese Annahme nicht statt finden. Ohne merklichen Fehler läßt sich jedoch Fig. 8. annehmen, daß das halbe Gewicht des Arms i b, und das Gewicht des Draths i e f in i vereinigt ist, und nach der lothrechten Richtung i n wirkt. Die Länge des Hebelarms würde man in diesem Falle anstatt i b nun n b nehmen dürfen; oder man müßte das Gewicht O §. 10.

in dem Verhältnisse i b : n b vermindern, welches in vieler Hinsicht bequemer seyn würde. In Fig. 8. ist angenommen, daß m e f in der Vertikallinie, i b = a b = d b, ferner b a und c m auf m f senkrecht, und b v mit m f parallel sey.

Nimmt man nun an, daß der Winkelhebel i b c in die Lage a b k kommt, so ist der Winkel i b a = o und v b k = 130° 48′ — a b v = 130° 43′ — 90° = 40° 43′ weil a b v = 90° ist und §. 11. i b c = a b k = 130° 43′ angenommen wurde. Ferner ist i b a = c b k — v b c. Wird nun der Winkel v b c = a gesetzt, welcher mit h B C Fig. 3. einerlei seyn soll, so ist i b a = c b k = 40° 43′ — a. Von diesem Winkel wird der Cosinus genommen, und mit demselben das Gewicht O in der Gleichung IX. §. 10. multiplizirt, wenn diese Gleichung hier auf Fig. 8. angewandt werden soll. In diesem Falle muß man also darin cos. (40° 43′ — a) O anstatt O setzen.

§. 13.

Um nun die §. 11. erwähnte Scale berechnen und zeichnen zu können, so müssen alle Abmessungen des Winkelhebels bekannt seyn. Nach §. 11. ist

die Länge der prismatischen Stange b c (Fig. 8).	=	6 Zoll,
das Gewicht derselben	=	2 Loth,
das Gewicht der Kugel C	=	32 Loth,
die Länge des Arms i b	=	6 Zoll,
das halbe Gewicht des Arms i b nebst dem Gewicht des Draths i e f . .	=	2 Loth,
der Winkel v b c	=	a.

Vergleicht man nun diese Werthe mit den in der Gleichung IX. §. 10. angenommenen, so ist:

$d = \frac{1}{2}$ Fuß,

$M = 2$ Loth,

$R = 32$ Loth,

$f = \frac{1}{2}$ Fuß,

$O = \cos. (40^\circ\ 43' - a)$ 2 Loth (§. 12.). Auch ist

$\frac{5400\,g}{\pi^2} = 8548{,}979 \ldots.$

Werden nun diese Werthe in die eben erwähnte Gleichung IX. gesetzt, so erhält man:

$$(X.)\ N^2 = \frac{8548{,}979 \left[66 \text{ tang. } a - \frac{4 \cos. (40^\circ\ 43' - a)}{\cos. a}\right]}{99 + 98 \sin. a}$$

Setzt man in dieser Gleichung $N = o$ so ist 66 tang. $a - \frac{4 \cos. (40^\circ\ 43' - a)}{\cos. a} = o.$

Wird nun $\frac{\sin. a}{\cos. a}$ anstatt tang. a gesetzt, so erhält man:

$66 \sin. a = 4 \cos. (40^\circ\ 43' - a)$. Nun ist $\cos. (40^\circ\ 43' - a) = \cos. 40^\circ\ 43. \cos. a + \sin. 40^\circ\ 43'. \sin. a$, und da $\cos. a = \sqrt{(1 - \sin. a^2)}$, so hat man: $66 \sin. a = 4 [\cos. 40^\circ\ 43'. \sqrt{(1 - \sin. a^2)} + \sin. 40^\circ\ 43'. \sin. a]$.

Aus dieser Gleichung erhält man nach gehöriger Rechnung:

$$\sin. a = o{,}\ 0477723$$

$$a = 2^\circ\ 44' \ldots$$

Hieraus ersieht man, daß, wenn Fig. 8. der Winkel $v\,b\,c = a$ zu $2^\circ\ 44'$ angenommen wird, alsdann $N = o$

ist; wird $v\,b\,c$ noch kleiner angenommen, so ist N unmöglich.

Aus obiger Gleichung X läßt sich ferner für jeden angenommenen Werth des Winkels $v\,b\,c = a$ der dazu gehörige Werth von N leicht finden.

Exempel.

Es sey $abc = a = 15°$, so ist

$$\text{tang. } a = 0{,}2679492$$
$$\sin.\ a = 0{,}2588190$$
$$\cos.\ a = 0{,}9659258$$
$$\cos.\ 40°\ 43' - a = 0{,}9009508; \text{ demnach ist}$$
$$66 \text{ tang. } a - \frac{4\ (\cos.\ 40°\ 43' - a)}{\cos.\ a.} = 13{,}9537$$
$$\text{und } 99 + 98 \sin.\ a = 124{,}3642$$
$$\text{folglich ist } N^2 = \frac{8548{,}979 \cdot 13{,}9537}{124{,}3642}.$$

Hieraus läßt sich durch Logarithmen N leicht finden.

$$\begin{aligned}
\log.\ 8548{,}979 &= 3{,}9319142\\
\log.\ 13{,}9537 &= 1{,}1446894\\
&\ 5{,}0766036\\
\log.\ 124{,}3642 &= 2{,}0946947\\
\log.\ N^2 &= 2{,}9819089\\
\log.\ N &= 1{,}4909544\\
N &= 30{,}97
\end{aligned}$$

für $a = 16°$ ist $N = 32{,}05$.

Aus diesen beiden Werthen von N findet man durch Interpoliren, für $N = 32$, $a = 15°\ 57'$. Dieses ist das §. 10. erwähnte Verfahren, um für jeden angenommenen Werth von N den dazu gehörigen Winkel a leicht zu finden; denn nimmt man für a nach und nach alle Grade in ganzen Zahlen von 3 bis 60 u. s. w. und sucht jedesmal den dazu gehörigen Werth von N, hierauf durch Interpoliren für N in ganzen Zahlen die dazu gehörigen Winkel in Graden und Minuten, so entsteht folgende Tabelle:

Es sey	N = 0	so ist	a =	2° 44′
	N = 8	„ „	a =	3° 27′
	N = 16	„ „	a =	5° 40′
	N = 24	„ „	a =	9° 41′
	N = 32	„ „	a =	15° 57′
	N = 33	„ „	a =	16° 55′
	N = 34	„ „	a =	17° 55′
	N = 35	„ „	a =	18° 58′
	N = 36	„ „	a =	20° 3′
	N = 37	„ „	a =	21° 10′
	N = 38	„ „	a =	22° 20′
	N = 39	„ „	a =	23° 32′
	N = 40	„ „	a =	24° 46′
	N = 41	„ „	a =	26° 1′
	N = 42	„ „	a =	27° 17′
	N = 43	„ „	a =	28° 36′
	N = 44	„ „	a =	29° 56′
	N = 45	„ „	a =	31° 18′
	N = 46	„ „	a =	32° 40′
	N = 47	„ „	a =	34° 2′
	N = 48	„ „	a =	35° 23′
	N = 49	„ „	a =	36° 44′
	N = 50	„ „	a =	38° 5′
	N = 51	„ „	a =	39° 24′
	N = 52	„ „	a =	40° 43′
	N = 53	„ „	a =	42° 1′
	N = 54	„ „	a =	43° 17′
	N = 55	„ „	a =	44° 32′

Es sey	N = 56	so	ist	a = 45° 46′
	N = 57	„	„	a = 46° 57′
	N = 58	„	„	a = 48° 6′
	N = 59	„	„	a = 49° 14′
	N = 60	„	„	a = 50° 21′
	N = 61	„	„	a = 51° 26′
	N = 62	„	„	a = 52° 28′
	N = 63	„	„	a = 53° 28′
	N = 64	„	„	a = 54° 26′
	N = 65	„	„	a = 55° 22′
	N = 66	„	„	a = 56° 17′
	N = 67	„	„	a = 57° 10′
	N = 68	„	„	a = 58° 2′
	N = 69	„	„	a = 58° 51′
	N = 70	„	„	a = 59° 38′
	N = 71	„	„	a = 60° 24′
	N = 72	„	„	a = 61° 9′

In dieser Tabelle ist die Schwungkraft des Arms i b Fig. 8. nicht in Betracht gezogen worden, weil dieselbe unbedeutend ist, wie sich's ergiebt, wenn man diese Schwungkraft für einen besondern Fall berechnet.

Für N = 32 ist nach obiger Tabelle i b a = 24° 46′
folglich n i b = 65° 14′ = a
die Länge des Arms i b ist = 6 Zoll = ½ Fuß = d
das Gewicht desselben = 1 ½ Loth (§. 11.) = M
und m i = 0,551 Zoll = 0,0459 Fuß = f.

Setzt man diese Werthe in die Gleichung IV. §. 5. so findet man P = 0,146 Loth für die Schwungkraft des Arms i b nach horizontaler Richtung.

Es sey y der Mittelpunkt des Schwunges des Arms i b; so findet man nach der Gleichung V. §. 6.

$$i\,y = 3{,}81 \text{ Zoll, folglich}$$
$$y\,b = 6 - 3{,}81 = 2{,}19 \text{ Zoll.}$$

Demnach vermindert die Schwungkraft des Arms i b das Gewicht O um $\frac{in}{n\,b} \cdot \frac{y\,b}{i\,b} \cdot 0{,}146 = \frac{4189}{9080} \cdot \frac{2{,}19}{6} \cdot 0{,}146 = 0{,}024$ Loth, wie leicht bewiesen werden kann.

Setzt man nun in §. 13. anstatt
$O = \cos.\ (40^\circ\ 43' - a)\ 2$ Loth
$= \cos.\ (40^\circ\ 43' - a)\ 2 - 0{,}024$ Loth, und für den Winkel $a = 15^\circ\ 57'$, so erhält man nach der Gleichung X. §. 13.

$$N = 32{,}05.$$

Kommt die Schwungkraft des Arms i b nicht in Betracht, so ist, für $a = 15^\circ\ 57'$, $N = 32$ nach der Tabelle §. 13, folglich die Differenz nur $0{,}05 = {}^1/_{20}$ Umgang, welches für den praktischen Gebrauch unbedeutend ist. Noch unbedeutender ist die Schwungkraft des Draths i e, welche daher kaum erwähnt zu werden verdient.

Wird N größer als 32 angenommen, so nimmt die Schwungkraft des Arms i b ab, und für $N = 52$ ist dieselbe ganz verschwunden; für $N = 52$ bis 72 nimmt diese Schwungkraft auf die entgegengesetzte Art wieder zu, bleibt aber für $N = 72$ noch unbedeutender als vorhin für $N = 32$.

§. 14.

Es sey (Fig. 8.) m r eine gerade Linie, b ein gegebener Punkt außer derselben; nun ziehe man b a auf m r senkrecht, und beschreibe mit dem Halbmesser b a aus b den Bogen $d\,a\,i$. Hierauf wird $i\,m$ auf $m\,r$ und $i\,n$ auf $a\,b$ senkrecht gezogen, und $i\,e = a\,b = i\,b = a\,o$ genommen. Ferner nimmt man die Linien $b\,i$, $i\,e$ und $e\,f$ in i und e beweglich an, jedoch so, daß $e\,f$ auf der Linie $m\,r$ bleibt, und sich $i\,b$ um den Punkt b dreht. Wird nun der Winkel $i\,b\,a = o$ gesetzt, so kommt $i\,b$ in $a\,b$, $i\,e$ in $a\,o$ und $e\,f$ in $o\,q$; folglich ist alsdann $e\,f = o\,q$.

Aufgabe.

Aus der gegebenen Länge des Halbmessers $a\,b$ und des gegebenen Winkels $i\,b\,a$, $q\,f$ zu finden.

Auflösung.

Es sey $a\,b = i\,b = i\,e = a\,o = f$, der Winkel $i\,b\,a = b$ und $q\,f = x$.

Nun ist:

$$1 : \sin.\, i\,b\,n = i\,b : i\,n, \text{ oder}$$
$$1 : \sin.\, b = f : i\,n; \text{ also ist}$$
$$i\,n = m\,a = f \sin.\, b.$$

Ferner hat man:

$$1 : \cos.\, i\,b\,n = i\,b : n\,b, \text{ oder}$$
$$1 : \cos.\, b = f : n\,b; \text{ also ist}$$
$$n\,b = f \cos.\, b.$$

Auch ist:

$$m\,i = a\,n = a\,b - n\,b, \text{ oder}$$
$$m\,i = a\,n = f - f \cos.\, b.$$

Nach Pythagoras Lehrsatze hat man in dem rechtwinklichten Dreiecke $i\,m\,e$:

$$m\,e^2 = i\,e^2 - m\,i^2, \text{ oder}$$
$$m\,e^2 = f^2 - (f - f \cos.\, b)^2, \text{ folglich}$$
$$m\,e = f \sqrt{(2 \cos.\, b - \cos.\, b^2)}.$$

Ferner ist:

$$me + ef + fq = ma + ao + eq, \text{ oder}$$

$$me + ef + x = ma + f + oq.$$

Nun ist $ef = oq$; also ist

$$me + x = ma + f.$$ Setzt man in diese Gleichung die vorhin gefundenen Werthe von me und ma, so erhält man nach gehöriger Rechnung:

$$x = f [1 + \sin. b - \sqrt{(2 \cos. b - \cos b^2)}].$$

Nach §. 11. ist der Winkel $iba = b = 40° 43' - a$, und $ib = ab = f = 6$ Zoll.

Setzt man nun diese Werthe in obige Gleichung, so erhält man:

$$\text{(XI.)} \quad x = 6 [1 + \sin. (40° 43' - a) - \sqrt{(2 \cos. (40° 43' - a) - \cos. (40° 43' - a)^2)}]$$

Aufgabe.

Der Winkelhebel ibc (Fig. 8.) sey in Ruhe; man sucht alsdann $qf = x$.

Auflösung.

In diesem Falle ist $N = 0$, und der Winkel $vbc = a = 2° 44'$ (nach der Tabelle §. 13.); demnach ist:

$$\sin. (40° 43' - a) = \sin. 37° 59' = 0{,}6154322$$

$$\cos. (40° 43' - a) = \cos. 37° 59' = 0{,}7881898.$$

Werden diese Werthe in die Gleichung XI. gesetzt, so ist

$$x = 6 [1 + 0{,}6154 - 0{,}9773] = 3{,}83 \text{ Zoll}.$$

Macht der Winkelhebel in einer Minute 52 Umläufe, so ist $N = 52$ und der Winkel $a = 40° 43'$ (§. 13). In diesem Falle ist

$x = 6 [1 + 0 - \sqrt{(2 - 1)}] = 0$, und das Ende des Zeigers bewegt sich von f bis q herunter, und der Winkelhebel ibc kommt in die Lage abk.

Aufgabe.

Der Winkelhebel i b c mache in einer Minute 32 Umläufe, und der Zeiger komme von f bis w herunter; man sucht alsdann q w = x.

Auflösung.

Für N = 32 ist a = 15° 57′ (§. 13.); also ist
sin. (40° 43′ — 15° 57′) = sin. 24° 46′ = 0,4189239;
cos. (40° 43′ — 15° 57′) = cos. 24° 46′ = 0,9080214.

Diese beiden Werthe setzt man in die Gleichung XI., so erhält man:

x = 6 [1 + 0,4189... — 0,9957) = 2,53 Zoll.

Aufgabe.

Der Winkelhebel i b c mache in einer Minute 72 Umläufe und komme in die Lage d b l, ferner bewege sich der Zeiger von f bis r herunter; man sucht alsdann q r = x.

Auflösung.

Für N = 72 ist a = 61° 9′; also ist
sin. (40° 43′ — 61° 9′) = — sin. 20° 26′ = — 0,3491173
cos. (40° 43′ — 61° 9′) = cos. 20° 26′ = 0,9370790.

Diese beiden Werthe setze man in die Gleichung XI. so erhält man:

x = 6 [1 — 0,3491 — 0,9979] = — 2,08 Zoll.

Auf diese Art ist folgende Tabelle berechnet worden:

Für	N = 0 ist	i b a = b = 37° 59′	und	x = 3,83 Zoll
	N = 8	i b a = b = 37° 16′		x = 3,75
	N = 16	i b a = b = 35° 3′		x = 3,54

Für N = 24	ist iba = b =	31° 2′ und	x = 3,15 Zoll
N = 32	iba = b =	24° 46′	x = 2,53
N = 33	iba = b =	23° 48′	x = 2,44
N = 34	iba = b =	22° 48′	x = 2,34
N = 35	iba = b =	21° 45′	x = 2,23
N = 36	iba = b =	20° 40′	x = 2,12
N = 37	iba = b =	19° 33′	x = 2,01
N = 38	iba = b =	18° 23′	x = 1,89
N = 39	iba = b =	17° 11′	x = 1,77
N = 40	iba = b =	15° 57′	x = 1,65
N = 41	iba = b =	14° 42′	x = 1,52
N = 42	iba = b =	13° 26′	x = 1,39
N = 43	iba = b =	12° 7′	x = 1,26
N = 44	iba = b =	10° 47′	x = 1,12
N = 45	iba = b =	9° 25′	x = 0,98
N = 46	iba = b =	8° 3′	x = 0,84
N = 47	iba = b =	6° 41′	x = 0,69
N = 48	iba = b =	5° 20′	x = 0,55
N = 49	iba = b =	3° 59′	x = 0,41
N = 50	iba = b =	2° 38′	x = 0,27
N = 51	iba = b =	1° 19′	x = 0,13
N = 52	iba = b =	0	x = 0, 0
N = 53	dba = − b = −	1° 18′	x = − 0,13
N = 54	dba = − b = −	2° 34′	x = − 0,26
N = 55	dba = − b = −	3° 49′	x = − 0,39
N = 56	dba = − b = −	5° 3′	x = − 0,52
N = 57	dba = − b = −	6° 14′	x = − 0,65
N = 58	dba = − b = −	7° 23′	x = − 0,77
N = 59	dba = − b = −	8° 31′	x = − 0,88
N = 60	dba = − b = −	9° 38′	x = − 1,00
N = 61	dba = − b = −	10° 43′	x = − 1,11

Für N = 62 ist	dba = — b = — 11° 45	und x = — 1,22 Zoll	
N = 63	dba = — b = — 12° 45′	x = — 1,32	
N = 64	dba = — b = — 13° 43′	x = — 1,42	
N = 65	dba = — b = — 14° 39′	x = — 1,51	
N = 66	dba = — b = — 15° 34′	x = — 1,60	
N = 67	dba = — b = — 16° 27′	x = — 1,69	
N = 68	dba = — b = — 17° 19′	x = — 1,77	
N = 69	dba = — b = — 18° 8′	x = — 1,85	
N = 70	dba = — b = — 18° 55′	x = — 1,93	
N = 71	dba = — b = — 19° 41′	x = — 2,01	
N = 72	dba = — b = — 20° 26′	x = — 2,08	

Nach dieser Tabelle läßt sich nun die Scale Fig. 9. auf folgende Art in natürlicher Größe zeichnen: Man ziehe erstlich die vier Vertikallinien, wie dieselben in der Figur zu sehen sind; hierauf ziehe man nach Gefallen die Horizontallinie q und schreibe dabei die Zahl 52. Will man nun den Theilstrich für N = 0 haben, so nehme man nach der Tabelle, für N = 0, x = 3,83 Zoll, von einem Maaßstabe ab, worauf der Zoll in 100 gleiche Theile getheilt worden ist, trage diese Länge von q bis in f, und ziehe die Horizontallinie fo; dann hat man den ersten Theilstrich für N = 0. Für N = 32, nehme man aus der Tabelle x = 2,53 Zoll, trage diese Länge von q bis w, und ziehe die Horizontallinie w 32, so hat man den Theilstrich für N = 32. Für N = 72 findet man in der Tabelle x = — 2,08 Zoll; die Länge nimmt man von q bis r herunter, und zieht die Horizontallinie r 72, so hat man den Theilstrich für N = 72.

Auf diese Art kann man nun alle Längen aus der Tabelle nehmen, und hiernach die Scale, wie oben gezeigt worden ist, zeichnen.

a) §. 15.

Bei der Ausführung des vorhin beschriebenen Geschwindigkeitmessers ist es nicht möglich, alle angenommenen Abmessungen ganz genau zu erhalten, sondern es werden hiebei mehr oder weniger Abweichungen statt finden. Um nun zu wissen, was für einen Einfluß diese Abweichungen auf die Umlaufs-Geschwindigkeiten haben, so sollen bei der Ausführung Fehler angenommen werden, damit man sicher sey, innerhalb den Grenzen derselben zu bleiben.

Zur leichtern Uebersicht setze man die Größen aus §. 13. hierher, nämlich:

$d = 6$ Zoll $= 0{,}5$ Fuß,
$M = 2$ Loth,
$R = 32$ Loth,
$f = 6$ Zoll $= 0{,}5$ Fuß,
$O = (\cos. 40^\circ\, 43' - a)\; 2$ Loth.

Nimmt man nun in der Gleichung IX. §. 10. anstatt $d = 6$ Zoll, $d = 5\,{}^7\!/\!_8$ Zoll $= 0{,}49$ Fuß, so daß bei der Ausführung in der Länge der Stange b c (Fig. 8.) nur ${}^1\!/\!_8$ Zoll gefehlt werde, und behält die übrigen angenommenen Größen, wie vorhin, bei, so ist

$$N^2 = \frac{8548{,}979\left(66 \text{ tang. } a - \dfrac{2}{0{,}49 \cos. a.}\right)}{99 + 96{,}04 \sin. a.}$$

Es sey $a = 40^\circ\, 43'$, so ist

$N = 52{,}14.$

Für $d = 6$ Zoll ist nach §. 13.

N = 52, folglich
die Differenz = 0,14 Umgang.

Behält man d, M, R und O, wie vorhin angenommen worden ist, bei, nimmt anstatt f = 6 Zoll, f = 5 $^7/_8$ Zoll = 0,49 Fuß, so ist:

$$N^2 = \frac{8548{,}979 \left(66 \text{ tang. a} - \frac{3{,}92}{\text{cos. a.}}\right)}{97{,}02 + 98 \text{ sin. a}}.$$

Dieses giebt für a = 40° 43′
N = 52,35, folglich ist
die Differenz = 0,35, Umgang.

Für R = 33, anstatt R = 32, und für a, d, M, f und O, die vorhin angenommene Werthe; alsdann ist

$$N^2 = \frac{8548{,}979 \left(68 \text{ tang. a} - \frac{4}{\text{cos. a}}\right)}{102 + 101 \text{ sin. a}}$$

folglich N = 52,07 und
die Differenz = 0,07.

Endlich für O = 1 $^7/_8$ Loth, anstatt 2 Loth, und die übrigen Größen wie vorhin angenommen, ist

$$N^2 = \frac{8548{,}979 \left(66 \text{ tang. a} - \frac{3{,}75}{\text{cos. a}}\right)}{99 + 98 \text{ sin. a}}$$

N = 52,16 und
die Differenz = 0,16.

Aus diesen Untersuchungen erhellt also, daß die Differenz am größten ist, wenn bei der Bestimmung der Größe f gefehlt wird. Indessen ist dieser Fehler doch nur 0,35 oder etwas über $\frac{1}{3}$ Umgang, welcher bei der Ausübung nicht in Betracht kommt. Noch weniger kommen also die übrigen Differenzen oder Fehler, welche alle viel geringer sind, in Betracht. Hieraus ergiebt sich, daß man bei der Ausführung dieses Instruments in Hinsicht der erwähnten Größen keine sehr große Genauigkeit zu beobachten nöthig hat, welches für die Ausübung und beim Gebrauch desselben von großem Nutzen ist, und vorzüglich berücksichtigt zu werden verdient.

Dritter Abschnitt.

Von dem Gebrauch des Geschwindigkeitmessers.

§. 16.

Diesen vorhin beschriebenen Geschwindigkeitmesser habe ich ausgeführt; es ist derselbe in hiesiger Baumwollspinnerei schon seit einem Jahre mit vielem Nutzen gebraucht worden.

Die vortheilhafteste Stelle, wo dieses Instrument in einem Fabrikgebäude angebracht werden kann, ist da, wo das Schutzbret auf und niedergezogen wird, damit der Arbeiter beim Stellen desselben zugleich auch sehen könne, wo der Zeiger des Instruments steht, und er dadurch im Stande sey, die Maschinen bald in den Gang zu bringen. Am bequemsten läßt sich dieses Instrument durch Schrauben, welche durch das Stück AB (Fig. 4.) gehen, an der Decke des Zimmers befestigen. Beim Aus-stellen desselben ist vorzüglich darauf zu sehen, daß die Welle EF vertikal zu stehen komme, welches auf folgende Art leicht erhalten werden kann. Wenn alles in Ruhe ist, so stelle man die Scale so, daß der Zeiger f auf Null zu stehen kommt. Hierauf drehe man die Welle EF langsam herum, um zu sehen, ob der Zeiger immer auf Null stehen bleibe oder nicht. Ist das erstere der Fall, so steht die Welle vertikal, in letzterem Falle muß man die Schrauben, durch welche das Instrument an der Decke befestigt ist, zurückschrauben, und an der Seite, wo es nothwendig ist, zwischen die Decke und das Stück AB (Fig. 4.) Keile stecken, um dadurch die Welle EF in die vertikale Lage bringen, welches auf diese Art durch einiges Probiren leicht geschehen kann.

In dem Gebäude, wo dieses Instrument aufgestellt ist, befinden sich vier horizontal liegende Cylinderwalzen, welche durch ein Wasserrad in Umlauf gesetzt werden. Vermittelst Riemen, welche um diese Walzen gehen, werden die Kettenstühle in Gang gebracht, und darin erhalten. Bei dem mittleren Gange dieser Kettenstühle macht jede Cylinderwalze in einer Minute etwa 56 Umläufe. An eine dieser Walzen ist eine Scheibe befestigt, welche 15 Zoll im Durchmesser hat. Ueber diese Scheibe und über die Scheibe GH (Fig. 4.) wird eine Schnur oder ein Riemen geschlagen, und durch Spannrollen gehörig angespannt. Wird nun diese Cylinderwalze durch das Wasserrad in Umlauf gebracht, so bringt die eben erwähnte Schnur oder der Riemen auch die Scheibe GH mit der Welle EF und dem Winkelhebel ibc in Umlauf, und der Zeiger giebt alsdann auf der Scale die Anzahl dieser Umläufe in einer Minute an.

§. 17.

Durch Erfahrung habe ich gefunden, daß dieses Instrument beim Gebrauch sehr empfindlich ist. Die geringste Erschütterung des Räderwerks sowohl, als auch der ungleichförmige Gang des Wasserrades bringt den Winkelhebel mit dem Zeiger leicht in eine schwankende Bewegung. Dieses Schwanken des Zeigers ist bei den Beobachtungen sehr nachtheilig, weil man alsdann nicht genau wissen kann, wo der Zeiger eigentlich stehen würde, wenn dieses Schwanken nicht statt fände. Indessen kann man an das Stück I (Fig. 4.) eine messingene Feder anbringen, welche den Zeiger in das Lager g andrückt. Diese Feder muß aber nicht stärker angespannt werden, als eben nothwendig ist, um die schwankende Bewegung des Zeigers zu heben. Wäre die Feder zu stark angespannt, so würde dadurch die Empfindlichkeit des Instruments leiden, wie leicht einzusehen ist.

§. 18.

Obgleich dieser Geschwindigkeitsmesser für alle Umlaufs-Geschwindigkeiten zu gebrauchen ist, so ist doch die Einrichtung am vortheilhaftesten, wenn die Welle E F mit dem Winkelhebel i b c und dem Zeiger e f in einer Minute etwa 52 Umläufe machen, weil bei diesen Umläufen die Abtheilungen auf der Scale am größten ausfallen. Diese verlangten Umläufe lassen sich jedesmal auf folgende Art erhalten. Wenn z. B. die vorhin erwähnte Cylinderwalze in einer Minute 52 Umläufe macht, so muß die Scheibe an derselben mit der Scheibe G H von gleicher Größer seyn, wenn letztere mit der Welle E F, mit dem Winkelhebel i b c und dem Zeiger e f in einer Minute auch 52 Umläufe machen soll.

Macht die Cylinderwalze in einer Minute nur 26 Umläufe, so muß die Scheibe an derselben doppelt so groß seyn, als die Scheibe G H, wenn Letztere mit der Welle E F ꝛc., wie vorhin, in einer Minute 52 Umläufe machen soll.

Endlich, wenn die Cylinderwalze in einer Minute 104 Umläufe macht, so muß nach dem vorhergehenden die Scheibe an derselben nur halb so groß, als die Scheibe G H, seyn. Hieraus ist leicht zu ersehen, wie sich bei andern Verhältnissen der Geschwindigkeiten die Durchmesser der Scheiben verhalten müssen.

Soll nun der Zeiger auf der Scale jedesmal die Anzahl der Umläufe angeben, welche die Cylinderwalze macht, so müssen im ersten Falle die Zahlen so genommen werden, wie dieselben auf der Scale Fig. 9. stehen. Im zweiten Falle halbirt, und im dritten verdoppelt man die Zahlen, welche auf der Scale stehen, und setzt diese Zahlen anstatt jener; alsdann giebt der Zeiger jedesmal die Anzahl der Umläufe an, welche die Cylinderwalze in einer Minute macht, wie sich dieses aus dem Vorhergehenden leicht ergiebt.

§. 19.

Um nun zu sehen, in wie weit Theorie und Erfahrung bei diesem Geschwindigkeitmesser mit einander übereinstimmen, so habe ich damit folgende Versuche angestellt. Erstlich wurde die Feder, welche den Zeiger in das Lager g drückt, aufgehoben, und die Scale so gestellt, daß der Zeiger genau auf Null zu stehen kam, und alsdann die Feder wieder niedergelassen. Hierauf wurde das Schutzbret aufgezogen, und dadurch das Wasserrad und die Welle E F mit dem Winkelhebel i b c (Fig. 4.) in Umlauf gebracht. Die Anzahl der Umläufe dieses Winkelhebels wurde nach einer guten Sekundenuhr beobachtet. Ein Gehülfe zählte die Anzahl dieser Umläufe in einer Minute; in derselben Zeit beobachtete ich den Stand des Zeigers auf der Scale. Anfänglich wurde nur so viel Wasser auf das Wasserrad gelassen, daß der Winkelhebel in einer Minute etwa 8 Umläufe machte. Bei dieser kleinen Anzahl von Umläufen ließ sich aber der Stand des Zeigers auf der Scale nicht genau angeben, welches von der Friktion der Zapfen u. s. w. herrührte. Machte der Winkelhebel in einer Minute 16 bis 24 Umläufe, so gab der Zeiger dieselben schon ziemlich genau an. Wurde aber so viel Wasser auf das Wasserrad gelassen, daß der Winkelhebel in einer Minute 32 Umläufe machte, so stimmten die berechneten und beobachteten Umläufe völlig überein. Von dieser Anzahl bis zu 72 Umläufen konnte ich zwischen Theorie und Erfahrung keinen Unterschied bemerken. Wird die Umlaufs-Geschwindigkeit noch größer genommen, so nimmt die Genauigkeit, mit welcher der Zeiger dieselbe angiebt, wieder ab, weil alsdann die Abtheilungen auf der Scale zu klein ausfallen. So wie dieser Geschwindigkeitmesser eingerichtet ist, wird es daher nicht rathsam seyn, denselben auf mehr als höchstens 100 Umläufe in einer Minute zu gebrauchen.

§. 20.

In dem vorhin beschriebenen Geschwindigkeitmesser sind alle Theile von bedeutender Größe genommen worden.

Dieses ist geschehen, damit sich die Abtheilungen auf der Scale, sowohl beim Stellen des Schutzbrets, als auch des Abends beim Lichte gut erkennen lassen. Sollte aber dieses Instrument bei andern Beobachtungen gebraucht werden, wo man ganz nahe bei demselben seyn kann, so können dessen Theile um vieles kleiner genommen werden.

Es sey (Fig. 4.) die Länge der Stange
b c = d = 3 Zoll = $\frac{1}{4}$ Fuß,
ihr Gewicht M . . . . . = 1 Loth,
das Gewicht der Kugel C. . = 8 Loth,
die Länge des Arms I B . = f = 3 Zoll = $\frac{1}{4}$ Fuß,
das halbe Gewicht des Arms
i b nebst dem Gewicht des
Draths i e f . . . . . . = 2 Loth; alsdann ist
nach §. 12. O . . . . . . = cos. (40° 43′—a) 1 Loth.

Werden diese Werthe in die Gleichung IX. §. 10. gesetzt, so erhält man:

(XII.)

$$N^2 = \frac{8548{,}979\left[17 \text{ tang. } a - \dfrac{2\cos.(40^\circ\, 43' - a)}{\cos.\ a}\right]}{12\,\frac{3}{4} + 12\,\frac{1}{2} \text{ sin. } a}.$$

Es sey a = 40° 43′, so ist
tang. a = 0,8606419
sin. a = 0,6523189
cos. a = 0,7579446
cos. (40° 43′ — a) = 1,0000000; demnach ist

$$17 \text{ tang. } a - \frac{2\cos.(40^\circ\, 43' - a)}{\cos.\ a.} = 11{,}992$$

und $12\,\frac{3}{4} + 12\,\frac{1}{2}$ sin. a = 20,903;

folglich ist $N^2 = \dfrac{8548{,}979 \cdot 11{,}992}{20{,}903}$

$$
\begin{aligned}
\log.\ 8548{,}979 &= 3{,}9319142 \\
\log.\ 11{,}992 &= 1{,}0788916 \\
\hline
&\ \ \, 5{,}0108058 \\
\log.\ 20{,}903 &= 1{,}3202086 \\
\hline
\log.\ N^2 &= 3{,}6905972 \\
\log.\ N &= 1{,}8452985 \\
N &= 70{,}03
\end{aligned}
$$

Wird nach der Gleichung X. §. 13. für $a = 40^\circ\ 43'$, N berechnet, so findet man $N = 52$, so wie auch dieser Werth für N in der Tabelle §. 13. enthalten ist. Hieraus ersieht man, daß, je kürzer die Arme des Winkelhebels sind, desto mehr die Umlaufsgeschwindigkeiten desselben zunehmen müssen, wenn der Winkel a in beiden Fällen gleich seyn soll.

Nach obiger Gleichung XII. und nach gehöriger Abänderung der Gleichung XI. §. 14. lassen sich wie in §. 13. und §. 14. Tabellen berechnen und nach denselben die Scale zeichnen.

Wird ein Instrument nach obigen Abmessungen verfertigt, so werden alle Theile desselben so leicht, daß nur wenige Kraft dazu erforderlich ist, um sie in Umlauf zu setzen.

§. 21.

Den Geschwindigkeitsmesser kann man auch bei allen Maschinen, wo es vorzüglich auf einen gleichförmigen Gang ankommt, mit Vortheil gebrauchen. Besonders findet dieses bei Fabrikmaschinen statt; ferner bei Mahl-, Schleif- und Poliermühlen. Auch bei Bohrmaschinen, Dampfmaschinen und noch bei mehreren Anderen kann man sich dieses Instruments mit Nutzen bedienen.

§. 22.

Zur Beobachtung der Geschwindigkeit des Windes läßt sich dieser Geschwindigkeitmesser gebrauchen, wenn man denselben mit einem horizontalen oder vertikalen Windflügel in Verbindung bringt. Wird im ersten Falle dieser Windflügel auf dem Dache des Gebäudes angebracht, so läßt man von der Axe desselben eine dünne Stange in das Zimmer des Beobachters heruntergehen. Mit dieser Stange, welche nun anstatt der Welle EF Fig. 4. dienen kann, verbinde man den Winkelhebel ibc mit dem Drath ief; diese Stange muß unten in einem Lager laufen; auch muß alsdann die Scale angebracht werden.

Will man dieses Instrument mit einem vertikalen Windflügel in Verbindung setzen, so wird an die Axe des Windflügels ein Kammrad befestigt, welches in einen Trilling greift, der an einer vertikalen Stange befestigt ist. Diese Stange geht in das Zimmer des Beobachters herunter, wo man dann auf die vorhin gezeigte Art den Winkelhebel u. s. w. anbringen kann.

Auch zur Beobachtung der Geschwindigkeit des fließenden Wassers läßt sich dieses Instrument auf mehr als eine Art anwenden. Das Schwerste hierbei, so wie auch bei dem Vorhergehen, würde wohl seyn, die Scale wegen der Friktion und des Widerstandes der Luft gehörig zu zeichnen; allein viele andere Beschäftigungen verstatten es mir nicht, mich jetzt mit diesen Untersuchungen zu befassen. Sollte es mir aber künftig meine Lage erlauben, dieses Instrument zur Beobachtung der Geschwindigkeit des Windes und des fließenden Wassers anzuwenden, und sollten daraus nützliche Resultate hervorgehen, so werde ich nicht ermangeln, solche unverzüglich bekannt zu machen.

Anmerkungen.

1) Herr Friedrich Koch in Neuß ist der Eigenthümer der dasigen Spinnerei, welche aus einer bedeutenden Anzahl Kettenstühlen und Miuls besteht, und jetzt über 290 Arbeiter beschäftigt; gegenwärtig habe ich die Direktion über diese Spinnerei.

2) Entdeckungen in der höhern Geometrie theoretisch und praktisch abgehandelt, nebst Prüfung der von A. W. Wlochatius aufgestellten elementar-geometrischen Auflösung des Delischen Problems u. s. w. von Diederich Uhlhorn. Mit 4 Kupfertafeln. Oldenburg 1809. In Kommission in der Schulzeschen Buchhandlung.

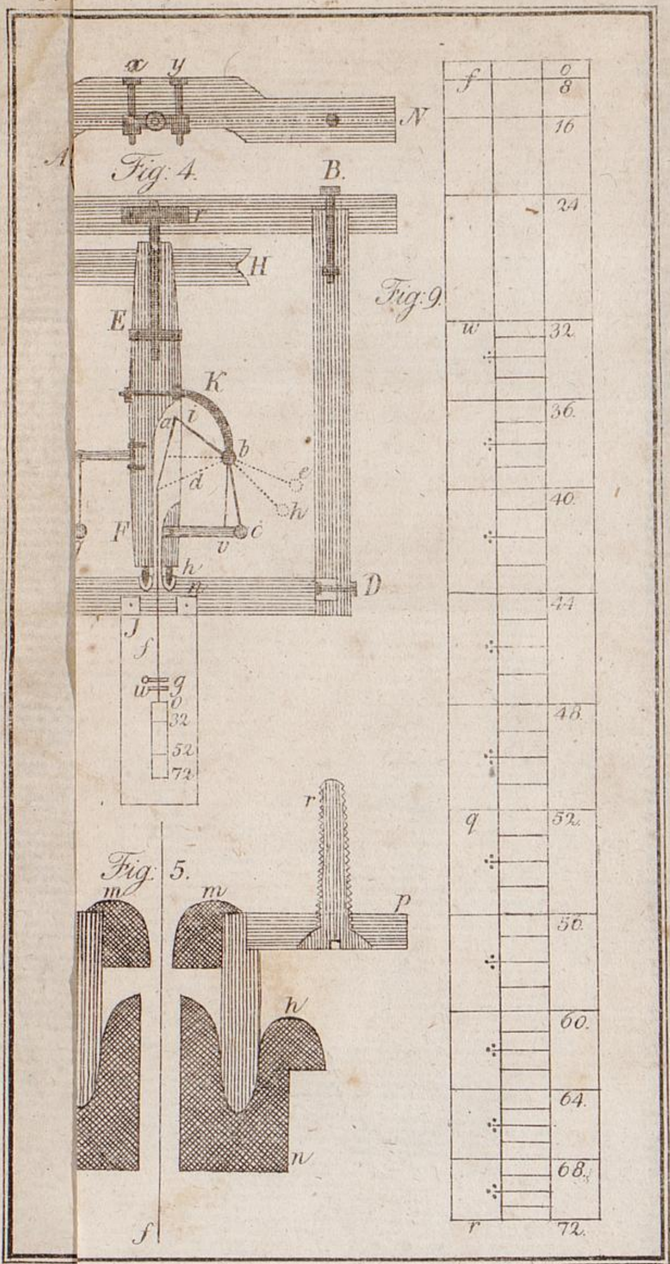
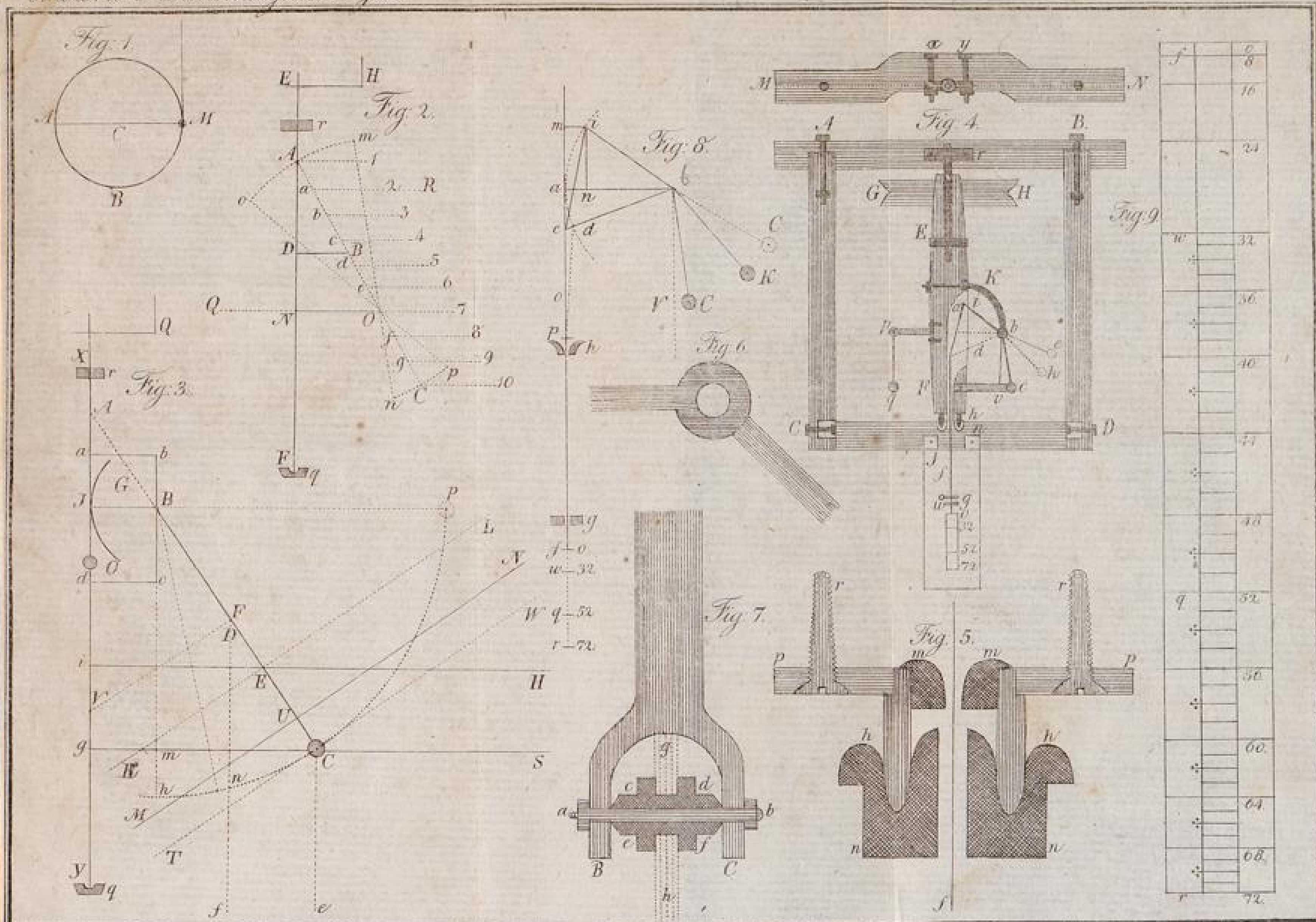


Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 9.
x y N A B H E K D F J
0 8 16 24 32 36 40 44 48 52 56 60 64 68 72

Uhlhorn Geschwindigkeitsmesser



einem einzigen Bande (von 37 Bogen und 8 Tafeln) bei aller Kürze so reichhaltig und klar abgehandelt worden wie hier. Deswegen ist das Werk, welches sich übrigens auch durch geschmackvollen Druck auf schönem Papier auszeichnet, schon gleich bei seiner Erscheinung in mehreren gelehrten Schulen und ähnlichen Anstalten als Lehrbuch eingeführt worden, und wir empfehlen es hier aufs neue, insbesondere Jedem, der ohne mündlichen Unterricht in den mathematischen Wissenschaften sich selbst üben will.

Poppe, Dr. J. H. M., Deutschland auf der höchstmöglichen Stufe seines Kunstfleißes, und seiner Industrie überhaupt. 8. 1816. Geheftet 9 gr.

Der berühmte Herr Verfasser entwickelt mit großer Gründlichkeit, was Deutschlands Fabrikwesen leiste, und zeigt, wie unser Vaterland der Erzeugnisse ausländischen Fleißes gar nicht bedürfe. Dies Werkchen ist mit allgemeinem Beifall aufgenommen, und jeder deutsche Fabrikant wird die darin aufgestellten patriotischen Ansichten, Wünsche und Hoffnungen mit Vergnügen lesen.

Poppe, Dr. J. H. M., der magische Jugendfreund, oder faßliche und unterhaltende Darstellung der natürlichen Zauberkünste und Taschenspielereien. 3 Bändchen, mit Kupfern. 8. 1817. Gebunden. Jedes Bändchen Rthlr. 1: 12 gr.

Seel, Dr. W. H., vom Weltuntergange. 8. 1817. Geheftet. 4 gr.