Die practische Geometrie

Erster Theil.

I. Kapitel

Allgemeine Betrachtungen über den Gegenstand der practischen Feldmeßkunst, und über die nöthigsten Kenntnisse eines Feldmessers

§. 1.

Erklärung.

Die Feldmeßkunst (Geodaesia) ist eine Wissenschaft, die Figur eines kleinen Stücks unserer Erdfläche auf dem Papiere zu entwerfen, und zeigt überhaupt, wie man die theoretischen Lehren der Geometrie, anwenden könne, Messungen auf unserer Erdfläche aufs leichte-

leichteste und vortheilhafteste zu bewerkstelligen und mit einander zu vergleichen.

Die nähere Vorstellung davon ist diese:

Man gedenke sich z. E. auf dem Felde die Krümmung eines Flusses, oder die Gränzen einer Waldung, eines Gebürges, die Lage einer gewissen Menge von Oertern u. d. g. so geben diese Dinge allemahl eine gewisse Figur.

Gesezt es seyen die Punkte A, B, C, D, E, F, fig. I Oerter auf der Erdfläche. Man verbinde solche in Gedanken durch gerade Linien mit einander, so ergiebt sich auf dem Felde die Figur ABCDEF. Diese Figur nun auf dem Papiere zu entwerfen, das will sagen, auf dem Papiere eine kleinere Figur abcdef Fig. II zu verzeichnen, die der ABCDEF sowohl im ganzen als in ihren Theilen, so viel als möglich, und der jedesmahligen Absicht gemäß, ähnlich ist, auch alle Abmessungen, die dabey erfordert werden, aufs leichteste und vortheilhafteste zu bestimmen, dieses ist der Gegenstand der Geodäsie. Die hierzu erforderlichen Lehren aus der theoretischen Geometrie, verbunden mit einer genauen Kenntniß und Behandlung der practischen Werkzeuge, machen die Wissenschaft eines Feldmessers aus.

Er-

Erklärung.

Wenn eine Figur abcdef auf dem Papiere der ABCDEF auf dem Felde, völlig ähnlich ist, folglich die Punkte a, b, c, d, e, f, eben die Lage gegen einander haben, welche den Winkelpunkten A, B, C, D, E, F der Figur auf dem Felde zukömmt, auch die Seiten ab, bc, u. s. w. sich untereinander so verhalten, wie die AB, BC, u. s. w.; kurz, wenn alle Theile der Figur auf dem Felde, sich in eben der Ordnung, Verhältniß und Lage, auch im kleinen bey der Figur auf dem Papiere vorfinden, dann sagt man, leztere sey ein Grundriß, ein topographischer Entwurf, oder auch eine Karte von der Figur auf dem Felde, oder von dem kleinen Stücke der Erdfläche.

Anmerkung.

§. 2. Eine solche geometrische Karte unterscheidet sich von einer geographischen darinn, daß erstere sich nur mit einem kleinen Stücke der Erdfläche beschäfftigt, und sowohl die Figur desselben im Ganzen, als auch die innerhalb derselben fallenden einzelnen Theile, als Städte, Dörfer, Flecken, Wege, Flüsse, Waldungen, Gebürge, Felder, Wiesen, mit allen Abtheilungen und Gränzen, kurz alle merkwürdigen Punkte, welche in Lagerbüchern angemerkt zu werden pflegen, und zur genauern Kenntniß eines Landes, oder sonst zu einer Absicht dienlich seyn können, nach einem verjüngten Maasstabe, so genau als möglich in Absicht auf Grösse, Lage und Figur, abbildet.

Hingegen stellt eine geographische Karte meistens ein sehr großes Stück der Erdfläche dar, ohne Angabe aller kleinen einzelnen merkwürdigen Punkte, die sich darauf befinden: So z. E. nur die Figur eines ganzen Landes, die Hauptrichtung der Flüsse, die Lage der Städte u. s. w.

Zusatz.

§. 3. Man wird hieraus einsehen, daß die Feldmeßkunst meistens auf den Lehren von der Aehnlichkeit der Figuren beruhen wird, und leztere im Grossen auf dem Felde ausgeübt werden. Allein die gehörige Anwendung derselben hat auf dem Felde oft grosse Schwürigkeiten, und eine gewisse Art, auf dem Papiere ein paar Figuren einander ähnlich zu machen, läßt sich in manchen Fällen auf dem Felde gar nicht gebrauchen. So z. E. kan man ohne Schwürigkeit, auf dem Papiere ringsherum alle Seiten und Winkel einer Figur messen, und solche nachher in eben der Verhältniß und Ordnung, nur nach einem andern Maasstabe verzeichnen, also die zwote Figur der erstern ähnlich machen.

Allein mit diesem Verfahren läßt sich auf dem Felde oft gar nichts ausrichten; man kan nicht immer wegen vorkommender Hindernisse, auf dem Felde die Theile einer Figur an ihrem Umkreise unmittelbar messen; oder, wenn man sie auch unmittelbar, d. h. durch würkliche Anlegung des Maasstabes bestimmen könnte, so wäre doch die Messung oft so weitläuftig, daß man auf andere Mittel, sie zu verrichten, denken müßte.

Man kan also eine gewisse Methode, ein paar Figuren einander ähnlich zu machen, oder sonst Messungen anzustellen, nicht in jedem Falle auf dem Felde mit Vortheil gebrauchen, sondern man muß unter den verschiedenen Methoden diejenige auszuwählen wissen, wodurch man am leichtesten seinen Endzweck erreichet.

Demnach müssen in der Geodäsie auch Mittel angegeben werden, aus gewissen bekannten, oder willkührlich angenommenen Datis, diejenigen Umstände und Abmessungen einer Figur zu bestimmen, die man entweder gar nicht, oder durch sehr viele Mühe und Arbeit unmittelbar erhalten könnte.

Die Auflösung solcher schweren Fälle, ergiebt sich durch eine gehörige Anwendung der theoretischen Geometrie, wo gezeigt wird, wie man Größen durch Schlüsse herausbringen, und mit

mit einander vergleichen könne. Und in solchen Fällen unterscheidet sich der wissenschaftliche Feldmesser, von dem sogenannten handwerksmäßigen, welcher aus Mangel nöthiger Kenntnisse, oft entweder gar nichts, oder mit unbeschreiblicher Mühe nur etwas sehr unvollkommenes leistet.

Anmerkung.

§. 4. Das Papier, worauf man eine gewisse Figur auf dem Felde zu entwerfen hat, ist eine ebene Fläche; Nun aber liegen die Theile einer Figur auf dem Felde, sehr selten in einer einzigen Ebene. Es frägt sich daher, wie man in solchen Fällen sich verhalten müsse. Denn das läßt sich leicht übersehen, daß es unmöglich ist, auf einer ebenen Fläche eine Figur einer andern ähnlich zu machen, deren Theile nicht alle in einer einzigen Ebene liegen.

Um diese Schwürigkeit gehörig ins Licht zu setzen, und zu zeigen, wie man bey ihr verfahre, muß ich vorher einige Sätze, die in der Feldmeßkunst überall gebraucht werden, zum voraus schicken.

Es lehret die Erfahrung, daß die Richtungen zweener oder mehrerer Fäden, an denen man schwere Körper z. E. Bleykugeln herabhängen läßt, so genau, als man es bemerken kan,

kan, mit einander gleichlaufend sind. Eine ebene Fläche, die man sich auf die Richtungen dieser Fäden, welche man Verticallinien nennet, senkrecht denkt, heißt eine Horizontalfläche, und jede andere Fläche eine schiefe.

So z. E. sind die schrägen Abdachungen der Berge keine Horizontalflächen, denn jeder Versuch wird zeigen, daß die Richtung eines Fadens, woran ein Körper hängt, mit der Anhöhe eines Bergs schiefe Winkel macht.

Hingegen wird die Oberfläche eines stillstehenden Wassers, auch die Ebene des sogenannten platten oder flachen Landes horizontal seyn.

So kan man sich an jedem Orte, wo man ist, eine Horizontalfläche gedenken, und solche nach allen Gegenden, soweit man will, erweitert vorstellen.

Auch werden alle Horizontalflächen mit einander parallel seyn, weil sie insgesamt auf den parallelen Richtungen der Verticallinien senkrecht stehen.

Diese Horizontalflächen sind in der practischen Geometrie von unendlichen Gebrauche, weil man sie in jedem Falle, vermittelst eines mit Wasser angefüllten Gefäßes, sinnlich machen kan.

Nach

Nach diesen Betrachtungen werde ich nun die im Anfange dieses §. gedachte Schwürigkeit zu heben, und eine richtige Vorstellung von einem geometrischen Grundrisse zu geben suchen.

Man stelle sich demnach vor, die Punkte a, b, c, d, e, (fig. III) auf dem Felde, seyen nicht alle in einer einzigen Ebene, sondern nach Gefallen einer über den andern erhöhet, wie z. E. die Spitzen verschiedener Gebürge, oder ein ganzes Gebürge, wie es sich über dem platten Lande erhebt, und gedenke sich auf dem Felde, wo man will, eine Horizontalfläche.

Die Ebene des Papiers, worauf sich die III Figur befindet, mag diese Horizontalfläche vorstellen, und die Punkte a, b, c, d, e seyen also nach Gefallen über dieselbe erhoben.

Man fälle von den Punkten a, b, c, d, e, auf die Horizontalfläche die Perpendiculär- oder Verticallinien aα, bβ, cγ, dδ, eε, herab.

Die Punkte α, β, γ, δ, ε, wo diese Perpendiculärlinien in die Horizontalfläche eintreffen, nennet man die Projectionen der Punkte a, b, c, d, e, auf die Horizontalfläche, oder man sagt, α, β, γ, δ, ε, seyen die auf den Horizont reducirten Punkte a, b, c, d, e. Die Linien $\alpha\beta$, $\beta\gamma$,

$\beta\gamma$ u. s. w. heisen die auf den Horizont reducirten Linien ab, bc u. s. w.

Und so ist klar, wie man sich überhaupt eine ganze Figur auf dem Felde mit allen ihren Theilen, auf die Horizontalfläche reducirt vorstellen könne.

Eine solche auf den Horizont gebrachte Figur $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$, deren Theile nun alle in einer einzigen Ebene liegen, ist es eigentlich, um die man sich in der Feldmeßkunst bekümmert, und von der man auf dem Papiere einen Grundriß verfertigen kan.

Eine Figur auf dem Papiere, die nemlich der auf den Horizont reducirten Figur $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ ähnlich ist, heißt eigentlich der Grundriß der Figur abcde.

So würde also der Grundriß eines Gebürges, diejenige Figur auf dem Papiere vorstellen, welche derjenigen ähnlich wäre, welche man erhielte, wenn man die Gränzen und die ganze Oberfläche desselben auf die Horizontalfläche reducirt hätte.

Und so erhellet ferner, was z. E. unter dem Grundriß eines ganzen Landes zu verstehen sey.

Zusatz.

§. 5. Ein Grundriß kan also nicht die verschiedenen Erhöhungen der einzeln Theile einer Figur über der Horizontalfläche, angeben, sondern er bestimmt blos den Raum, den eine gegebene Figur auf der Horizontalfläche einnimmt.

Von den Grundrissen unterscheidet man zum Gegentheil die Profilrisse, welche diejenige Figur vorstellen, welche man erhielte, wenn man z. E. eine bergigte Gegend, mit einer auf der Horizontalfläche senkrechten Ebene, mit einer Vertical-Ebene, durchschnitte.

Zusatz.

§. 6. Einige nöthige Betrachtungen über das vorhergehende, werde ich nun hie noch beybringen.

Man setze, es werde (fig. III) durch den über der Horizontalfläche $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ erhabenen Punkt e, die Linie e n mit $\varepsilon\gamma$ und e i mit $\varepsilon\delta$ parallel gezogen, so sind die Linien e n, e i, horizontal, und der Winkel i e n $= \delta\varepsilon\gamma$. Auch liegt e n in der Verticalebene durch e ε, c γ; und e i in der durch e ε, δ d.

Es ist daher der Winkel i e n $= \delta\varepsilon\gamma$ das Maaß des Neigungswinkels, den die Verticalebene durch die beyden Gegenstände e, d, mit der Verticalebene macht, in der die Gegenstände e und c liegen.

Wenn man also im Stande ist, auf dem Felde bey e den Winkel ien zu messen, den ein paar Horizontallinien ei, en in den erwähnten Verticalebenen durch e und d, und durch e und c, mit einander machen, so hat man den Winkel $\delta\varepsilon\gamma$, den die drey Gegenstände d, e, c im Grundrisse mit einander machen müssen.

Wenn e, d, ein paar Punkte sind, durch welche eine Verticalebene gelegt ist, so werde ich in der Folge diese Verticalebene bloß durch ed bezeichnen, nemlich bloß durch zween Buchstaben, die sich auf die Punkte oder Gegenstände e, d, beziehen, durch welche man sich eine Verticalebene vorstellet.

Zusatz.

§. 7. Man verlängere die horizontale ei bis sie bey m in die Verticallinie δd einschneidet, so ist $em = \varepsilon\delta$

Es ist also ed die wahre Entfernung der beyden Gegenstände e, d.

$em = \varepsilon\delta$ ist aber die Entfernung der beyden Punkte e, d, nach der Horizontallinie gerechnet, oder ihr Horizontal-Abstand,

stand, und diese em oder $\varepsilon\delta$ ist es eigentlich, die man im Grundrisse für den Abstand der beyden Oerter e und d angiebt.

Zusatz.

§. 8. Der Triangel dme ist bey m rechtwinklicht, und eine Ebene durch ihn, stehet auf der Horizontalfläche senkrecht:

Auch drückt das Stück dm aus, um wie viel der Ort d niedriger als e, oder um wie viel e höher liegt als d.

Wäre also in dem Dreyecke dme, die wahre Entfernung ed, (§. 7) und die Tiefe des Punkts d unter e, oder dm gegeben, so könnte man daraus $em = \varepsilon\delta$, oder die auf den Horizont reducirte Entfernung der beyden Gegenstände e, d berechnen, denn es wäre

$$em = \varepsilon\delta = \sqrt{(ed^2 - md^2)}$$

Auch ließe sich der Winkel dem berechnen; für ihn wäre

$$\sin dem = \frac{md}{de}$$

Es ist aber dem die Neigung des Schenkels ed, oder der wahren Weite beyder Objecte e, d, gegen die Horizontallinie em.

Hat

Hat man eben so, auch die Neigung des Schenkels ec gegen die Horizontallinie en, so kan man aus den gegebenen Neigungen der beyden Schenkel ec, ed, nebst dem Winkel dec, den sie mit einander machen, den Horizontalwinkel men $= \delta \varepsilon \gamma$, durch die sphärische Trigonometrie finden. Von dieser Auflösung aber, die in der practischen Feldmeßkunst von großer Wichtigkeit ist, werde ich in der Folge reden.

Anmerkung.

§. 9. Die bisherigen Betrachtungen zeigen den Grund von verschiedenen Aufgaben und Operationen auf dem Felde.

Die Ursache aber, warum man eine Figur auf die Horizontalfläche reduciret, ist:

I) Weil sich die Lage und Richtung einer horizontalen Ebene, weit leichter angeben, und sinnlich machen läßt, als jede andere, die gegen den Horizont geneigt wäre. Denn man darf sich an einem gewissen Orte nur eine Wasserfläche, oder die Oberfläche eines mit Wasser angefüllten Gefässes gedenken, so hat man sogleich daselbst eine horizontale Ebene.

II) Weil man den natürlichen Werth eines Grundstückes, oder überhaupt eines Landes, mit nach dem Raume beurtheilt, den solches auf der Horizontalfläche einnimmt; Da nämlich die Erfahrung lehret, daß fast alle Früchte und Gewächse nach verticalen, oder auf der Horizontalebene senkrechten Richtungen wachsen, so schließt man, daß auf den erhabenen, gewölbten und ungleichen Flächen einer bergigten Gegend nicht mehr Gewächse stehen können, als auf dem ebenen Lande.

In wie ferne dieser Schluß gegründet ist, will ich hie nicht untersuchen. Man kan mehreres davon in Wilkens Landesvermessungen §. 229. Penthers pract. Geom. und andern Schriftstellern nachlesen. In den Abhandl. der Holländ. Ges. d. Wissenschaften zu Harlem 1774, sucht besonders Hr. Carrard in einer Abhandlung das Gegentheil der gewöhnlichen Voraussetzung darzuthun.

Bergigte Gegenden sind ohnstreitig für gewisse Arten von Producten z. E. für Wein und Hopfen fruchtbarer und ergiebiger, als flache; die Bestimmung des natürlichen Werthes eines Grundstücks, in so fern er bloß von dem Horizontalraume des Grundstückes abhängt, gehört aber bloß für den Geometer; was sonst auf dessen Werth Einfluß hat, muß durch physicalische und ökonomische Gründe entschieden werden, und gehört nicht hieher.

Zusatz.

Zusatz.

§. 10. Eine der nöthigsten Vorschriften eines Feldmessers bestehet also darinnen, alle Abmessungen der Theile einer Figur, auf den Horizont zu reduciren; und je unebener das Stück der Erdfläche ist, auf dem man misset, desto wichtiger ist diese Vorschrift.

Die Gränzen der gemeinen Geodäsie.

§. 11. Diese gehen eigentlich nur so weit, als die Erfahrung §. 4 statt findet. Wenn man annimmt, daß unsere Erde die Gestalt einer Kugel habe, so werden die Richtungen der Schwere an zween sehr weit von einander entlegenen Oertern, nicht mehr einander parallel seyn, und folglich auch nicht die auf den Verticallinien senkrecht stehende Horizontalebenen. Man setze, unsere ganze Erde sey mit Wasser umgeben, so wird aus physicalischen Ursachen, die Oberfläche des Wassers nicht eine ebene, sondern eine sphärische Gestalt annehmen, und das würde ein Bild von der eigentlichen Figur der Erdfläche seyn, welche man wohl von derjenigen unterscheiden muß, so wie sie gewöhnlich mit ihren höckerigten und bergigten Stellen in die Augen fällt.

Ist nun α β fig. IV ein kleines Stückgen von der eigentlichen Oberfläche unserer Erdkugel, so kan man annehmen, daß solches in Absicht der ganzen Erdfläche, keine merkliche Krümmung habe, und für unsere Sinne eine ebene Fläche sey.

Nun sey e über dem Stückgen $\alpha\ \beta$ nach Gefallen erhaben, z. E. e die Spitze eines Bergs, und man gedenke sich bey e eine Wasserfläche (§. 9. I) so wird d a auf ihr perpendiculär, des Orts e Verticallinie seyn.

Weil aber, wie ebenfalls in der Naturlehre gezeigt wird, die Wasserfläche eines beliebigen Orts e, mit dem kleinen Stückgen $\alpha\ \beta$ der eigentlichen Erdfläche, über welchem der Ort liegt, parallel läuft, so wird d e auch auf $\alpha\ \beta$ senkrecht stehen, und es ist daher ein jedes sehr kleines Stückgen der Erdfläche selbst eine Horizontalebene.

Nun sey an einem andern Orte i, welcher sich über dem Stückgen $\gamma\delta$ der Erdfläche befindet, ebenfalls i k, eine auf der Wasserfläche, und folglich auf $\gamma\ \delta$ senkrechte Linie. Weil also d e, auf $\alpha\beta$, und i k auf $\gamma\delta$ senkrecht stehen, so müssen offenbar beyde Verticallinien d e, k i, nach dem Mittelpunkte der Erdkugel c, hinlaufen.

Auf diese Art kommen eigentlich alle Verticallinien in dem Mittelpunkte der Erdkugel zu- sammen,

sammen, und sind daher wie oben §. 4 zum voraus gesetzt worden, nicht parallel. Weil aber der Mittelpunkt der Erde von der Oberfläche derselben, ohngefähr um 860 deutsche Meilen entfernt ist, und man Linien, die sich in einem so weit entlegenen Punkte, und unter einem sehr kleinen Winkel durchschneiden, ohne grossen Fehler als parallel ansehen kan, so erhellet, daß, wenn die beyden Oerter e, sind i, nicht sehr weit von einander entfernt sind, und folglich ihre Verticallinien ed, ik, bey c nur unter einem sehr kleinen Winkel eci zusammentreffen, man auch ohne merklichen Irrthum berechtigt sey, die Richtungen dieser Verticallinien selbst, so weit man es durch die Sinne bemerken kan, wie auch daher die auf ihnen senkrecht stehende Horizontalflächen, als gleichlaufend, und den Theil der eigentlichen Erdfläche, oder auch der sogenannten s c h e i n b a r e n H o r i z o n t a l f l ä c h e zwischen e, und i, als eben, oder ohne merkliche Krümmung zu betrachten. In so ferne ist also die Erfahrung §. 4 richtig und so weit gehen auch nur die Gränzen der gemeinen Feldmeßkunst.

Sie erstrecket sich also nur auf ein sehr kleines Stückgen der Erdfläche, in soferne es keine merkliche Krümmung hat, und lehret, wie die Figur desselben, auf dem Papiere entworfen werden könne.

Hätte man ein sehr großes Stück der Erdfläche auf dem Papiere zu entwerfen, so gehören dazu Kenntnisse der höheren Mathematik und Astronomie, die aber, so lange man nur ein kleines Stück der Erdfläche betrachtet, nicht unumgänglich nothwendig sind. Man könnte indessen denken, weil sich nach den Regeln der gemeinen Feldmeßkunst, ein jedes kleines Stückgen der Erdfläche vermessen läßt, so dürfte man nur alle diese kleinen Stückgen zusammen setzen, um den Grundriß oder die Projection eines sehr großen Theils der Erdfläche zu erhalten.

Allein wegen der Krümmung unserer Erdfläche gehet auch dieses so geradezu nicht an. Denn ein solches aus einzeln gemessenen Theilen zusammengesetztes und gleichsam in eine ebene Fläche ausgebreitetes Stück der Erdfläche, kan niemals dem Urbilde auf der Kugel ähnlich seyn. Auch kan überhaupt kein grosses Stück der Erdfläche auf irgend eine andere Art, so auf dem Papiere entworfen werden, daß es dem Originale auf der Kugel vollkommen entspräche. Man begnügt sich daher in der mathematischen Geographie mit perspectivischen Entwerfungen der Erdfläche, oder mit anderen, wodurch sonst gewisse Absichten erreicht werden können, und befriedigt sich, wenn die Charten nur nicht zu sehr von dem Urbilde abweichen. Es ist aber hier der Ort

nicht,

nicht, mich in das weitere Detail der geographischen Charten einzulassen, da hier nur von den Gränzen der practischen Geometrie die Rede ist.

Indessen erstrecket sich aber doch die gemeine Geodäsie schon auf eine beträchtliche Weite. Denn unsere Erde ist so groß, daß man einen Distrikt von 12 bis 15 Quadratmeilen wohl ohne merklichen Irthum als eben ansehen, und ihn also nach den Regeln der gemeinen Geodäsie vermessen, und auf eine einzige etwa durch die Mitte des Landes gehende Horizontalfläche entwerfen kann. Wenigstens läßt sich alsdann der von der sphärischen Gestalt der Erdfläche herrührende Fehler, sehr leicht beurtheilen, wie in der Folge näher erhellen wird.

Die nothwendigsten Kenntnisse eines Feldmessers.

§. 12. Diese sind:

1) Eine vollständige Kenntniß der theoretischen Elementargeometrie, und insbesondere desjenigen, was darinnen von der Aehnlichkeit der Figuren bewiesen wird.

2) Die Kenntniß trigonometrischer Rechnungen; ohne welche bey Vermessungen, die nur einigermaaßen ins Große gehen, wenig oder gar nichts geleistet werden kan.

Haupt-

Hauptsächlich dienen die bekannten trigonometrischen Formeln, für die Zusammensetzung der Sinusse, Cosinusse, u. s. w. zu vielen wichtigen Abkürzungen und Vortheilen, in den in der Geodäsie vorkommenden und nothwendigen Rechnungen.

3) Die ersten Gründe von der Algebra werden auch mit großen Nutzen gebraucht werden können.

4) Da bey geodätischen Vermessungen, immer gewisse Linien und Winkel unmittelbar gemessen werden müssen, um andere unbekannte Stücke daraus herleiten zu können, so verstehet es sich von selbst, daß man allen möglichen Fleiß und Sorgfalt anwenden müsse, solche Dinge, die zur Bestimmung anderer dienen sollen, so genau als möglich zu messen: und hierzu gehöret eine gewisse natürliche oder durch Uebung erlangte Fertigkeit, auf eine gehörige und leichte Art mit Werkzeugen umgehen zu können, und also dadurch wenigstens die groben Fehler zu vermeiden, die eine Trägheit, und Ungeschicklichkeit der Hände zur Quelle haben.

5) Der Feldmesser muß also genau die Natur und Einrichtung der Werkzeuge kennen,

nen, mit denen er Messungen anstellt: Er muß ihre Fehler zu beurtheilen und zu prüfen wissen.

Fehler, die eine ungeschickte Behandlung der Werkzeuge zum Grunde haben, werden allemal auf die Rechnung des Feldmessers gesetzt: Hingegen solche Fehler, die aus der Unvollkommenheit der Werkzeuge (z. E. bey einem Winkelmesser, aus der Unmöglichkeit, einen Kreis völlig genau einzutheilen u. s. w.) entspringen, kan wohl kein Feldmesser vermeiden: Er muß aber doch wenigstens aus der Natur eines Instruments mit einiger Wahrscheinlichkeit zu beurtheilen wissen, wie genau er mit einem gegebenen Werkzeuge messen könne, und ob die unvermeidlichen Fehler in den gemessenen Stücken, auf die Bestimmung der unbekannten, einen beträchtlichen Einfluß haben, oder nicht.

Mit einem Worte, er muß den Grad der Zuverläßigkeit einer Vermessung, wenn es verlangt wird, anzugeben wissen.

6) Da ferner bey einer Vermessung, es immer eine der Hauptabsichten eines Geometers seyn muß, mit der Arbeit, so bald

als

als möglich, fertig zu werden, so erhellet, daß man nicht mehr Stücke unmittelbar messen müsse, als unumgänglich nothwendig sind, die übrigen unbekannten daraus herzuleiten.

Man erspart dadurch nicht nur sehr viele überflüßige Arbeit, sondern auch oft große Unkosten. Besonders muß man auch dahin trachten, diejenigen Stücke, zur Bestimmung der unbekannten, auszuwählen, die nicht nur am bequemsten gemessen werden können, sondern von denen auch die geringsten Fehler in Absicht auf die Folge zu befürchten sind.

Daß hierin die Feldmesser sehr oft fehlen, die Arbeit länger, als nothwendig, aufhalten, ist kein Wunder, wenn man überlegt, daß oft nicht nur bloße Unwissenheit, sondern würklich noch öfter, die Begierde Geld zu gewinnen, zum Grunde liegt.

7) Da eine genaue Messung der Linien und Winkel, immer die Hauptsache in der Geodäsie ist, so muß sich ein Feldmesser außer den Fehlern, die von der Unvollkommenheit der Werkzeuge entspringen, noch um andere physicalische Ursachen bekümmern, die unsere Messungen unsicher machen,

machen, und zu Fehlern Gelegenheit geben, und besonders bey wichtigen Vermessungen alle nöthige Sorgfalt empfehlen;

Dahin gehören z. E.

a) Fehler, die von der Undeutlichkeit entfernter Gegenstände herrühren: Es lehret nemlich die Erfahrung, daß man Gegenstände, die sehr weit weg liegen, nicht mehr deutlich genug erkennen kan. Die Ursache hievon liegt sowohl in unserm Auge selbst, als auch darinnen, daß die zwischen unserm Auge und dem Gegenstand befindliche Atmosphäre, einen großen Theil der von dem Objecte ausfahrenden Lichtstrahlen aufhält. Es hängt aber die undeutliche Empfindung entlegener Gegenstände, noch von mehreren Umständen ab, die ich hie nicht alle erklären kan.

Die Folge aber hieraus, ist diese:

Wenn man in einer gewissen Entfernung ein kleines Object, das z. E. unter einem Winkel von 2 Minuten ins Auge fällt, nicht mehr deutlich erkennen kan, so können die Dioptern eines Winkelmessers, nach dem Augenmaaße zu urtheilen, noch so genau nach einem solchen Gegenstande gerichtet

tet zu seyn scheinen, und es bleibt doch mit der Ungewisheit einer Minute unentschieden, ob man die Dioptern nicht noch um etwas verrücken soll.

b) Fehler, die von den Strahlenbrechungen herrühren. Nemlich ein Lichtstrahl der von einem erhabenen Objecte durch die Luft in unser Auge kömmt, gehet in keiner geraden Linie fort; und daher erfordern besonders Winkel, die solche Gegenstände an unserm Auge machen, einige Verbesserungen.

c) Fehler, die von der Voraussetzung herrühren, daß alle Mittagslinien, wie auch die Richtungen der Magnetnadel, sich beständig parallel sind. Doch hierüber werde ich mich erst in der Folge näher erklären können.

8) Ueberhaupt sind aber auch aus der Ursache, einem Geometer die vornehmsten Kenntniße der Naturlehre wichtig, weil verschiedene Vorrichtungen an den Werkzeugen, wie auch einige practische Arbeiten selbst, ohne sie nicht verstanden werden können.

Insbesondere sind die optischen Wissenschaften, von sehr großen Gebrauche in der Feldmeßkunst.

Auch

Auch bieten unterweilen die Eigenschaften der natürlichen Körper dem Geometer wichtige Vortheile an, besonders in solchen Fällen, wo man nur eine ohngefähre Bestimmung der unbekannten Stücke verlangt. So z. E. kan man sich des Schattens, der Geschwindigkeit des Schalles u. d. g. bedienen, wenn man Entfernungen nur beyläufig bestimmen will.

Hr. Lambert hat in seinen vortreflichen Beyträgen zur practischen Geometrie, nicht nur die Data und Vortheile überhaupt erzählt, die die Geodäsie aus der Physik erhält, sondern solche auch in Classen geordnet, den Grad ihrer Zuverläßigkeit, und die Absicht bey ihrem Gebrauche, zu bestimmen gesucht.

9) Da fast jedes geometrisches Werkzeug gewissen Fehlern, in Absicht auf dessen Einrichtung und Zusammensetzung unterworfen ist, so verstehet es sich doch von selbst, daß der Geometer, wenn er anders was genaues leisten will, immer dasjenige Werkzeug auszuwählen wisse, welches den damit vorzunehmenden Arbeiten, am angemessensten, nicht zu zusammengesetzt, im ganzen sowohl, als in allen seinen Theilen fleißig ausgearbeitet, dauerhaft, und wo möglich, zu mehreren als einem Endzwecke, dienlich ist.

10) Endlich muß ich noch erinnern, daß man bey jeder Vermessung sich allemal nach dem Grade ihrer Wichtigkeit verhalten müsse. Man muß zu beurtheilen wissen, in welchen Fällen es der Mühe werth sey, mehr oder weniger Genauigkeit zu beobachten, und in wie ferne man dadurch unnöthige Mühe und Arbeit ersparen könne.

Wenn z. E. ein Feldmesser bey der Ausmessung eines Ackers oder Wiesenstücks von unbeträchtlicher Größe, alle kleinen Fehler, die sowohl aus Unvorsichtigkeit, als aus dem Baue der Werkzeuge, und allerley physikalischen Ursachen entspringen können, in Betrachtung ziehen wolte, so würde dieses eine Mühe seyn, die ihm niemand belohnen würde. Ja es würde eine Thorheit seyn, wenn man in solchen Fällen so genau verfahren wolte.

Hingegen je wichtiger eine Messung ist, und je mehr sie ins Große gehet, desto vorsichtiger muß der Geometer verfahren, und sich keine, auch nicht die kleinsten Fehler vorsetzlich erlauben; weil viele kleine Fehler sich häufen, und bey einer großen Figur, am Ende oft eine große Unrichtigkeit nach sich ziehen können.

Noch

Noch einige nothwendige Erinnerungen.

§. 13. I) Ich habe schon im vorhergehenden gesagt, daß die Hauptsache auf dem Felde darinnen bestehe, gerade Linien und Winkel auszumessen, um daraus andere unbekante Dinge herzuleiten. Ferner, daß man nicht mehrere Stücke unmittelbar ausmessen müsse, als zur Bestimmung der unbekannten, unumgänglich nothwendig sind.

Indessen pflegt man doch unterweilen, ein oder mehrere Stücke auszumessen, die an sich überflüßig sind; aber aus welchen man den Grad der Zuverläßsigkeit einer Vermessung beurtheilen will.

Z. E. Hätte man in einem Dreyecke auf dem Felde, die beyden Seiten nebst dem eingeschlossenen Winkel gemessen, so reichen diese Data zu, um den ganzen Triangel auf dem Papiere zu verzeichnen, und die übrigen unbekannten Theile desselben entweder durch Zeichnung oder Rechnung zu finden.

Hätte man aber in Messung der erwähnten drey Stücke irgendwo einen Fehler begangen, so würde sich dieses zeigen, wenn man in dem Dreyecke noch ein viertes Stück mäße, und solches mit eben dem Stücke vergliche, wie es sich aus den erstern drey Datis nach der Berechnung ergäbe. Zeigte sich, daß dieses zum Ueberfluß gemessene vierte Stück des Dreyecks, mit der Berechnung nicht übereinstimmt; so sind folgende drey Fälle möglich.

Entweder ist bloß in den drey ersten Datis, die zur Bestimmung des Dreyecks nothwendig waren, ein Fehler vorgefallen.

Oder: Die ersten drey Data sind richtig gemessen worden, und es ist nur ein Fehler in dem zur Prüfung der Arbeit gemessenen Stücke begangen worden.

Oder: man hat, sowohl in der Messung der erstern drey, als auch des vierten Stücks gefehlet.

Findet der erste Fall statt, so würde freylich das vierte richtig gemessene Stück, die fehlerhafte Bestimmung der erstern drey anzeigen.

Bey dem zweyten und dritten Falle würde sich aber aus dem zur Prüfung gemessenen Stücke, nichts auf die Richtigkeit der ganzen Arbeit schliessen lassen. Wir folgern also hieraus, daß, wenn man aus einigen zum Ueberfluß gemessenen Dingen, von der Richtigkeit einer ganzen Vermessung ein Urtheil fällen will, man solche Stücke selbst mit aller möglichen Sorgfalt bestimmen müsse. Die Vergleichung des zur Prüfung einer Arbeit gemessenen Stücks, mit eben demselben, wie es sich durch Rechnung oder Zeichnung ergeben hat, zeigt nun zwar gewöhnlich, ob ein Fehler in der Vermessung vorgefallen, aber nicht, wo derselbe begangen worden. Daher oft mehr als ein Stück zur Prüfung der Arbeit gemessen werden muß.

II) Es läßt sich leicht zeigen, daß ein Fehler, der in Messung der gegebenen, oder willkührlichen Theile einer Figur vorgefallen ist, nicht durchgehends auf jedes der daraus herzuleitenden Stücke gleich großen Einfluß habe: sondern daß die Folge eines Fehlers, bald größer bald kleiner seyn könne, je nach dem die Theile einer Figur diese oder jene Lage gegen einander haben. Ja es giebt Fälle, daß man gerade ein Stück zur Prüfung misset, auf welches die begangenen Fehler, gar keinen Einfluß gehabt. — Wie würde sich also aus einem solchen Stücke beurtheilen lassen, ob irgendwo in der Figur eine Unrichtigkeit stecke?

Ueberhaupt muß also ein Feldmesser ohngefähr wissen, dasjenige Stück zur Prüfung auszuwählen, auf welchem die Folge der begangenen Fehler am sichtbarsten ist, und woraus sich am meisten etwas auf die Richtigkeit des Ganzen schliessen läßt.

III) Wenn man in jedem Falle, würklich die wahre Größe des Fehlers angeben könnte, den man in Ausmessung eines jeden einzeln Stücks begangen hätte, so würde man ohne Schwürigkeit die auf die ganze Figur erfolgende Verbesserung berechnen können, und es würde so gut seyn, als wenn man gar keinen Fehler begangen hätte, wenn man dessen Größe kennet.

Allein da eben diese, bey allen practischen Arbeiten vorfallende, und nicht zu vermeidende Fehler bald größer bald kleiner seyn können, so bleibt weiter kein Hülfsmittel als folgendes übrig:

Man nimmt an, daß man einen Fehler begangen hat, beurtheilt dessen Möglichkeit, und wahrscheinliche Größe, aus der Einrichtung und der Schärfe des Werkzeugs, mit dem man misset, und schätzt daraus dessen Folge, in Absicht

auf

auf die ganze Figur: das will sagen: Wenn man z. E. einen Winkelmesser gebrauchte, bey dem man für einen Fehler von 4′ nicht gut stehen könnte, so nimmt man an, man begehe bey der Messung eines **jeden** Winkels einen Fehler von 4′, und sucht zu berechnen, was daraus in Absicht der unbekannten Stücke und der ganzen Figur für eine Unrichtigkeit erfolgen kan, und schätzt also daraus die größte mögliche Zuverlässigkeit einer Vermessung. Denn ob man gleich vielleicht einen kleinern Fehler als von 4′ begehen kan, so ist man doch darinnen ungewiß, wenn das Werkzeug keine größere Genauigkeit zuläßt. Aus der Möglichkeit, einen solchen Fehler zu begehen, muß man also den Grad der Zuverläßigkeit beurtheilen.

IV) Die Theorie, die Zuverläßigkeit einer Vermessung zu berechnen, und die Wahl solcher Umstände auf dem Felde zu treffen, bey denen man die geringsten Folgen der Fehler zu befürchten hat, und andere dahin gehörige nützliche Betrachtungen machen wenigstens für einen Feldmesser, der nur einigermaaßen sich über die gemeinen Kenntnisse erheben will, eine sehr nöthige und nützliche Beschäftigung aus, daher ich denn in der Folge mehreres hievon beybringen werde.

II. Kapitel

Von Verwandlung und Vergleichung der Fußmaasse untereinander.

§. 14. Ehe wir die Ausmessung gerader Linien auf dem Felde zeigen können, müssen wir erstlich von den hierzu gehörigen Maaßen, ihrer verschiedenen Größe und Eintheilung, reden.

Was nun erstlich die Größe derselben anbelangt, so ist darinnen bis jetzt nichts allgemeines festgesetzt, es herrscht vielmehr bey dieser Bestimmung eine unendliche Verschiedenheit, selbst in einem und demselben Lande,

Jedes Maaß ist an sich willkührlich, und eben daher rührt es, daß die Längenmaaße fast an allen Orten von einander abweichen. Schon in den ältesten Zeiten wurden Längenmaaße von der Größe gewisser Körper, oder ihrer Theile hergenommen. Z. E. von dem menschlichen Körper, die Spanne, der Schritt, der Fuß, der Zoll oder Daumen, die Klaffter u. d. gl. Allein die Veränderlichkeit dieser Bestimmungen erregte bey dem mancherley Verkehre der Menschen täglich große Verwirrung, und man fand sich daher in die Nothwendigkeit versetzt, Vergleichungen, oder Verhältnisse zwischen den an verschiedenen Orten, und bey verschiedenen Völkern eingeführten Längenmaaßen, zu suchen, und auch mit diesen müssen wir uns gegenwärtig behelfen, so lange nicht überall einerley Längenmaaß festgesetzt und eingeführt ist Wegen des so großen Vortheils, den menschliche Geschäfte, durch ein allgemein übereinstimmendes Längenmaaß erhalten würden, haben in der That schon mehrere berühmte Männer, Vorschläge zu dergleichen bekannt gemacht, und gesucht, ein solches von einem Gegenstande herzunehmen, welcher keiner Veränderlichkeit unterworfen ist. Schon Christoph Wren, Huyghens, *Bouguer* (Fig. de la Terre p. 300) und *Condamine* (Voy. de la Riviere des Amazons p. 202. suiv.) haben dazu die Länge eines Secunden-Pendels unter dem Aequator, oder sonst einem bestimmten Orte auf der Erde, empfohlen; Allein, sowohl die ganz genaue Bestimmung, als Mittheilung eines solchen Normalmaaßes hat eigene Schwürigkeiten, die man zum Theil in der neuesten Schrift, welche über diesen Gegenstand heraus gekommen ist, nemlich: Versuch, durch Zeitmessung unveränderliche Längen- Körper- und Gewichtmaaße zu erhalten, ohne dabey der zur Bestimmung des Mittelpunkts der Schwingung, oder der wahren Länge der Pendel erforderlichen mechanischen Vorrichtungen zu bedürfen, von Joh. Whitehurst ... aus dem engl. mit Anmerkungen, von J. H. Wiedmann. Nürnberg, im Verlage der Raspischen Buchh. 1790. mit mehrerem ersehen kann. Diese Schwürigkeiten mögen zum Theil Ursache seyn, daß man den so nützlichen Vorschlag eines allgemeinen Fußmaaßes noch nicht hat befolgen können. Indessen soll die Nationalversammlung in Frankreich so etwas auszurichten vorhaben.

Für einen Geometer ist es wichtig, die verschiedene Größe des Längenmaaßes, welches man einen Schuh oder einen Fuß nennet, an diesem oder jenen Orte zu kennen, d. h. das Verhältniß desselben, zu dem Maaße, dessen er sich gewöhnlich bedient, zu wissen, um erforderlichen Falles, Messungen auf einander reduciren zu können. Folgende Tafel stellet die verschiedenen Verhältnisse der Fußmaaße, in Ansehung des Pariser Fußes, der einer der größten ist, vor Augen.

Wenn man den P Theile theilt,

	Th	Logarithmen
d. Amsterdamer Fuß	1257	4, 0993353
Anspacher	132	4, 1205739
Augspurger	131	4, 1182316
Baseler	1326	4, 1225435
Berliner	137	4, 1376705
Bayerischer	129	4, 1118671
Berner	131	4, 1189257
Bologneser	1686	4, 2268576
Braunschweig.	1265	4, 1020905
Bremer	128	4, 1078880
Breslauer	1260	4, 1003705
Brüßler	1290	4, 1105897
Calenberger	129	4, 1111279
= = .	1299	4, 1136091
= = =	129	4, 1123703
Cölner	1219	4, 0860037
Constantinopel.	314	4, 4969296
Cracauer	158	4, 1986571
Dänische	140	4, 1471814
Danziger	127	4, 1043163
Erfurther	125	4, 0972573
Eslinger		
= Stadtschuh	128	4, 1072100
= Feldschuh	122	4, 0864665
Florentinische		
= Bracci	258	4, 4123765
Frankfurther	127	4, 1038037
Genever	216	4, 3350565
Giesensche	132	4, 1205739
Griechische	136	4, 1353234
Haager	144	4, 1583625
Hällische	132	4, 1215598
Hamburger	127	4, 1038037
Hannöverischer	129	4, 1123703
Harlemer	126	4, 1027766
Heydelberger	122	4, 0890215
Hildesheimer	124	4, 0949948
Holsteiner	133	4, 1263262

Königs-

Wenn man den Pariser Fuß (Pied. du Roi) in 14400 gleiche Theile theilt, so hält von dergleichen Theilen

	Theile		Logarithmen
d. Amsterdamer Fuß	12570	- - - - - -	4, 0993353
Anspacher	13200	nach Krusens Kontoristen p. 362. -	4, 1205739
Augspurger	13129	Nach Tob. Mayer Math. Atlas Tab. II.	4, 1182316
Baseler	13260	- - - - - -	4, 1225435
Berliner	13730	Kr. - - - - - -	4, 1376705
Bayerischer	12938	Helfenzrieders Geodäsie §. 7	4, 1118671
Berner	13150	- - - - -	4, 1189257
Bologneser	16860	Nach Hrn. Auzout (De la Lande Astron. §. 26. 39.)	4, 2268576
Braunschweig.	12650	Kr. - - - - - -	4, 1020905
Bremer	12820	Kr. - - - - - -	4, 1078880
Breslauer	12600	Kr. - - - - - -	4, 1003705
Brüßler	12900	Kr. - - - - - -	4, 1105397
Calenberger	129 6	Hoareve Landesvermessungen p. 157 -	4, 1111279
= = .	12990	Münchhausens Hausvater I Th. p. 536	4, 1136091
= = =	12953	- - - - -	4, 1123703
Cölner	12190	Münchhausen a. a. O.	4, 0860037
Constantinopel.	31400	Kr. - - - - - -	4, 4969296
Cracauer	15800	Kr. - - - - - -	4, 1986571
Dänische	14034	Eisenschmid de Pond. et Mens. p. 96	4, 1471814
Danziger	12715	Hevel. in praef. ad Selenogr. -	4, 1043163
Erfurther	12510	Münchhausen a. a. O.	4, 0972573
Eslinger			
= Stadtschuh	12800	Nach Tob. Mayer - - -	4, 1072100
= Feldschuh	12203	Nach T. Mayer Math. Atlas Tab. II	4, 0864665
Florentinische			
= Bracci	25845	Nach P. Ximenez (De la Lande Astr. a. a. O)	4, 4123765
Frankfurther	12700	Kr. - - - - - -	4, 1038037
Genever	21630	Kr. - - - - - -	4, 3350565
Giesensche	13200	Kr. - - - - - -	4, 1205739
Griechische	13656	Nach Hr. le Roy (De la Lande Astr. a. a. O)	4, 1353234
Haager	14400	- - - - - -	4, 1583625
Hällische	13200	- - - - - -	4, 1215598
Hamburger	12700	Kr. - - - - - -	4, 1038037
Hannöverischer	12953	- - - - - -	4, 1123703
Harlemer	12670	Kr. - - - - - -	4, 1027766
Heydelberger	12275	- - - - - -	4, 0890215
Hildesheimer	12445	- - - - - -	4, 0949948
Holsteiner	13376	- - - - - -	4, 1263262

Königs=

Königsberger	13640	- - - - -	4, 1348144
Leipziger	12520	- - - - -	4, 0976043
Lissabonner	13875	Münchhausen a. a. O. - -	4, 1422330
Londner	13511,54	Phil. Transact. 1768. pag. 326	4, 1307048
„ „ „	13515,80	Nach Hr. Graham (Phil. Trans. V.42.p.541)	4, 1308417
„ „ „	13513,00	Nach Hrn. Celsius (Schwed. Abh. 1740 p.255)	4, 1307417
Lübecker	12870	- - - - -	4, 1095785
Manheimer	12865	- - - - -	4, 1094097
Mecklenburger	12890	- - - - -	4, 1102529
München.	12825	- - - - -	4, 1080573
Neapolitaner	11615	Nach Hrn. Auzout (De la Lande Astr. a. a. O)	4, 0650191
Nürnberger	13467	Nach Wurzelbau (Vid. Eisenschmid p. 95)	4, 1292708
Osnabrügg.	12375	- - - - -	4, 0925451
Padua.	18990	Christiani delle Misure d'ogni Genere. 1760	4, 2785250
Pariser	14400	- - - - -	4, 1583625
Prager	13360	D'Anville Tr. de Mesures itiner. p. 116	4, 1258065
Reinländische	13913	Eisenschm. de Pond. et Mens. a. a. O.	4, 1434207
„ „ „	13920	Nach Picard. Ouvrag. adopt. T. IV. p. 313	4, 1436392
„ „ „	13918,30	N. Hrn. Lulofs (De la Lande Astr. a. a. O)	4, 1435861
„ „ „	14146	Nach Hr. Celsius. Schwed. Abh. 1740. p. 255	4, 1506336
Riga.	12160	- - - - -	4, 0849336
Römisch. alter	13090	Mem. de l'Ac. de Paris an. 1757.	4, 1169396
„ „ „	13060	Nach Hrn. Cassini (d'Anville Mes. it. p. 12,)	4, 1159432
Neuer Röm. Palmo	9903	Nach Hrn. Boscovich (de la Lande Astr. a. a. O.	4, 9957668
Rostocker	12820	Kr. - - - - -	4, 1078880
Rotterdammer	13835	- - - - -	4, 1409791
Russische	23856	- - - - -	4, 3775976
Schwedische	13165	Eisenschmid de P. et Mens. -	4, 1194208
„ „ „	13160	d'Anville Mes. Itin. p. 120 -	4, 1192559
„ „ „	13175	Memoir. de l'Ac. de Paris (an. 1714)	4, 1197496
„ „ „	13159	Nach Hrn. Celsius Schw. Abh. 1740. p. 255	4, 1192229
Stettiner	12530	- - - - -	4, 0929511
Strasburg.	12820,8	Eisenschm. a. a. O. pag. 95 -	4, 1079150
Turiner	22770	Nach Hrn. P. Beccaria (de la Lande Astr.)	4, 3573630
Ulmer	12953	- - - - -	4, 1123703
Venetianische	15400	Christiani delle Misure d'ogni Genere	4, 1875207
„ „ „	15396	Nach Hrn. Celsius Schwed. Abhandl. 1740	4, 1874078
Wiener	14011,7	Nach Hrn. P. Hell (de la Lande)	4, 1464907
„ „ „	14012	Nach Liesganig Dimens. Grad. p. 18	4, 1465000
Würtemberg.	12780	Nach Tob. Mayer Math. Atlas T. II.	4, 1065309
Zürcher	13300	- - - - -	4, 1238516

Die-

- - - -	4, 1348144
- - - -	4, 0976043
ısen a. a. O. - -	4, 1422330
ısact. 1768. pag. 326	4, 1307048
Graham (Phil. Trans. V.42.p.541)	4, 1308417
Celsius (Schwed. Abh. 1740 p.255)	4, 1307417
- - - -	4, 1095785
- - - -	4, 1094097
- - - -	4, 1102529
- - - -	4, 1080573
. Auzout (De la Lande Astr. a. a. O)	4, 0650191
rzelbau (Vid. Eisenschmid p. 95)	4, 1292708
- - - -	4, 0925451
delle Misure d' ogni Genere. 1760	4, 2785250
- - - -	4, 1583625
Tr. de Mesures itiner. p. 116	4, 1258065
. de Pond. et Mens. a. a. O.	4, 1434207
rd. Ouvrag. adopt. T. IV. p. 313	4, 1436392
ulofs (De la Lande Astr. a. a. O)	4, 1435861
Celsius. Schwed. Abh. 1740. p. 255	4, 1506336
- - - -	4, 0849336
Ac. de Paris an. 1757.	4, 1169396
. Cassini (d' Anville Mes. it. p. 12,)	4, 1159432
. Boscovich (de la Lande Astr.	
	4, 9957668
- - - -	4, 1078880
- - - -	4, 1409791
- - - -	4, 3775976
id de P. et Mens. -	4, 1194208
Mes. Itin. p. 120 -	4, 1192559
e l'Ac. de Paris (an. 1714)	4, 1197496
Celsius Schw. Abh. 1740. p. 255	4, 1192229
- - - -	4, 0929511
. a. a. O. pag. 95 -	4, 1079150
P. Beccaria (de la Lande Astr.)	4, 3573630
- - - -	4, 1123703
elle Misure d'ogni Genere	4, 1875207
Celsius Schwed. Abhandl. 1740	4, 1874078
P. Hell (de la Lande)	4, 1464907
anig Dimens. Grad. p. 18	4, 1465000
Mayer Math. Atlas T. II.	4, 1065309
- - - -	4, 1238516

Die-

Dieses sind die Verhältnisse der Fußmaaße, so wie ich sie aus angeführten Schriftstellern insgesamt aufs Pariser Maaß reducirt habe. Die mit Kr. bezeichnet sind, habe ich aus Krusens Kontoristen genommen. Bey denen gar kein Schriftsteller angeführt ist, die sind als arithmetische Mittel zwischen solchen Angaben, die ich bey verschiedenen andern Schriftstellern für die wahrscheinlichsten und übereinstimmensten hielte, zu betrachten. Ich glaube daher, daß meine Zahlen von der Wahrheit nicht sehr abweichen werden.

Schriftsteller, die außer den angeführten noch von Verhältnissen der Fußmaaße reden, sind folgende:

C. Arbuthnot's Tables of ancient Coins, Wheigts and Measures (London 1727). *Snellii* Erathostenes Batauus. Lib. 2. *Riccioli* Geographia reformata. Lib. 2. *Ed. Bernard* de mensuris et ponderibus antiquis. Lib. 1. u. s. w.

Auch körperliche Maaße hängen von der genauen Bestimmung der Längenmaaße ab. Sehr umständlich hievon, so wie auch von den Maaßen der Alten handelt Hrn. *Pauctons* Metrologie, a Paris 1789. Hieher gehört auch eine Einladungsschrift des Hrn. Prof. Joh. Phil. Ostertags in Regenspurg, Ueber das

Ver-

Verhältniß der Maaße der Alten zu den heutigen Maaßen, und ein bey allen Nationen einzuführendes Eichmaaß nach *Pauctons Metrologie.* mit erläuternden Anmerkungen. 1791.

Gebrauch dieser Tafel.

§. 15. Die Zahlen dieser Tafel, drücken die verschiedenen Größen der Fußmaaße in Absicht des Pariser Fußes aus.

So ist z. E. Paris. Fuß: Reinl. F. = 14400 : 13918, 30

Vermittelst der angegebenen Verhältnisse läßt sich nun leicht ein Fußmaaß in das andere verwandeln; Ich werde die Art dieser Berechnung jetzt durch ein Exempel erläutern.

Ex. Man frägt, wie viel betragen 125 Reinländische Fuß an Londner Fußen?

Weil aus der Tafel der Reinländische Fuß, sich zum Londner Fuß verhält, wie 13918 30 : 13511 54 so sind

13918, 30 Londn. F. = 13511, 54 Reinl. F.

also

$$\frac{13918\ 30}{13511\ 54}$$ Londn. F. = 1 Reinl. F.

folglich

folglich

$$\frac{13918,30}{13511,54} \cdot 125 \text{ Londn. F.} = 125 \text{ Reinl. F.}$$

Um nun dieses zu berechnen, kan man mit Vortheil die Logarithmen gebrauchen,

Und die Berechnung wird folgendergestalt geführt:

$$
\begin{array}{lr}
\log 13918,30 = 4, & 1435861 \\
\log \quad 125 \quad = 2 & 0969100 \\
\hline
6 & 2404961 \\
\log 13511,54 = 4 & 1307048 \\
\hline
2, & 1097913
\end{array}
$$

hierzu gehört die Zahl 128, 763; also so viel Londner Fus machen 125 Reinländische.

Zusatz.

§. 16. Bequemerer Rechnung wegen, habe ich den Zahlen obiger Tafel ihre Logarithmen beygefügt, damit man nicht nöthig habe, sie erst in jedem besondern Falle zu suchen.

Zusatz.

§. 17. Diese Verwandlung der Fußmaaße in einander, muß man wissen, wenn man eine Meßkette, oder einen Maasstab gebraucht,

dessen

dessen Fuße, an dem Orte, wo man misset, nicht gewöhnlich sind; denn jedes Land verlangt allemal, die Ausmessungen in dem daselbst eingeführten Maaße.

Eintheilungen der Fußmaaße.

§. 18. Um die Abmessungen noch in kleinern Theilen als Fußen angeben zu können; so theilet der Geometer zu dieser Absicht den Fuß ferner in 10 gleiche Theile, und nennet sie Zolle; der zehnte Theil eines Zolles heißt eine Linie, der zehnte Theil einer Linie, ein Scrupel u. s. w.

Diese Decimaleintheilung hat man durchgängig in der practischen Geometrie eingeführt, und man erhält dadurch besondere Bequemlichkeiten und Vortheile.

Im gemeinen Leben, pflegt man sonst auch die zwolf- oder 16 theiligte Eintheilung zu gebrauchen. Dergestalt, daß z. E. bey der ersten

der Fuß in 12 Zolle
der Zoll in 12 Linien
u. s. w.

eingetheilt wird. Allein diese Eintheilungen sind in der Ausübung mit einigen Unbequemlichkeiten verbunden.

Wenn

Wenn nämlich 1 Fuß = 12 Zoll = 144 Linien = 144 . 12 = 1728 Scrupel ist, so muß man, mit den Zahlen 12; 144; 1728 multipliciren, wenn man den Fuß auf Zolle, Linien oder Scrupel bringen will; und umgekehrt muß man mit diesen Zahlen dividiren, wenn man die niedrigern Einheiten auf die höhern bringen will.

Ueberhaupt muß man bey der Reduction, der höhern Einheiten auf die nächst niedrigen, oder umgekehrt, allemal mit 12 multipliciren oder dividiren, und dieses ist etwas beschwerlich.

Hingegen bey der zehntheiligten Eintheilung der Feldmesser, hat man, nur die Multiplication oder Division mit 10 zu verrichten; und dieses ist weit bequemer, als mit 12 solches vorzunehmen. Auch ist die Decimaleintheilung deswegen sehr vortheilhaft, weil die niedrigern Einheiten lauter Decimalbrüche der höhern sind.

Ex. 3 Zoll = $\frac{3}{10}$ Fuß = 0, 3 Fuß
253 Lin. = 25,3 Zoll = 2, 53 Fuß.

Man gebraucht bey Vermessungen auch die Ruthe, welche bey dem Geometer allemahl aus 10 Fußen besteht; An einigen Orten aber, werden 12, 15, 16, und mehrere Fusse auf eine Ruthe gerechnet.

Ehe

Ehe also ein Feldmesser an irgend einem Orte Vermessungen anstellet, muß er sich vorher genau erkundigen, was für Fußmaaße daselbst gebräuchlich sind, und wie viel Fuß auf eine Ruthe gerechnet werden.

Die Ruthen, Fuße, Zolle, Linien u. s. w. werden durch die Zeichen, o, I, II, III u. s. w. angedeutet.

Zusatz.

§. 19. 1) Da bey der Decimaleintheilung der Fuß in 10 Theile; bey der Duodecimal-Eintheilung aber die nämliche Länge, in 12 Theile getheilet wird, so muß man wissen, wie beyde Eintheilungen auf einander reducirt werden können.

2) Da nemlich ein Decimalzoll $\frac{1}{10}$ eines Fußes, und ein Duodecimalzoll = $\frac{1}{12}$ eines Fußes ist; so erhellet von selbst, daß der Decimalzoll größer seyn müsse, als der zwölftheiligte, und man kan daher fragen; was eine gewisse Anzahl von Duodecimalzollen, an Decimalzollen beträgt und umgekehrt.

3) Diese Aufgabe bequem aufzulösen, dienen folgende Betrachtungen.

Man

Man bezeichne beym Decimalmaaße, die Zolle, Linien, Scrupel, Quarten u. ſ. w. mit den großen Buchſtaben Z, L, S, Q, beym Duodecimalmaaße aber, die ähnlichen Dinge mit den kleinen Buchſtaben, z, l, ſ, q u. ſ. w.

4) So hat man aus dem vorhergehenden erſtlich folgende Gleichungen.

$$1 \text{ Fuß} = 10 \,.\, Z = 12 \,.\, z$$
$$1 \text{ Fuß} = 100 \,.\, L = 144 \,.\, l$$
$$1 \text{ Fuß} = 1000\, S = 1728 \,.\, \text{ſ}$$

u. ſ. w.

5) Alſo $Z = \frac{12}{10} z = z + \frac{2}{10} z$;

Weil aber $z = 12\, l$ iſt, ſo wird

$$Z = z + \frac{2}{10} . 12\, l = z + \frac{24}{10} l = z + 2l + \frac{4}{10} l$$

und eben ſo wegen $l = 12\, \text{ſ}$; wird ferner

$$Z = z + 2l + 4\text{ſ} + \frac{8}{10} \text{ſ}$$

alſo endlich, wenn man nur bis auf Quarten gehen will, findet ſich

$$Z = z + 2l + 4\text{ſ} + 9,6q$$

6) Nach eben dem Verfahren, wird aus der Gleichung $10\, L = 144\, l$; gefunden

$$L = l + 5\text{ſ} + 3,3 \cdot q$$

Und aus $1000\, S = 1728\, \text{ſ}$

7) $S = ſ + 8{,}7\,q.$

8) So drücken also die gefundenen Formeln, für Z, L, S, u. s. w. das Decimalmaas in Theilen des Duodecimalmaaßes aus.

Wenn man demnach eine gewisse Menge von Decimalzollen, u. s. w. in Duodecimaltheilen ausdrücken will, so braucht man nur, das, was rechter Hand der Gleichheitszeichen, in den Formeln für Z, L, S, stehet, mit der gegebenen Zahl von Decimalzollen u. s. w. zu multipliciren.

Ex. Man soll $9Z + 8L + 4S$ auf die Duodecimal-Eintheilung bringen: so ist

$$\begin{array}{rl} 9Z = & 10z + 9l + 7ſ + 2{,}4.q \text{ aus } (5) \\ 8L = & 11l + 6ſ + 2{,}4.q \text{ aus } (6) \\ 4S = & 6ſ + 10{,}8.q \text{ aus } (7) \\ \hline \end{array}$$

also

$$9Z + 8L + 4S = 11z + 9l + 8ſ + 3{,}6.q$$

oder

9 Dec. Zoll + 8 Dec. L. + 4 Dec. S. machen 11 Duod. Z. + 9 Duod. L. + 8. Duod. S. + 3, 6 Duod. q

Dieses ist die bequemste Methode die Decimal-Eintheilung auf die zwölftheiligte zu bringen.

Zusatz.

Zusatz.

§. 20. Man kan sich aber auch folgender Methode bedienen;

Weil 1000 Decimal Sc. = 1728 Duodecimal Scrup. so schliesse man nach der Regel detri, für die Zahlen des vorigen Exempels

$$1000\,S : 1728\,.\,ſ = 984\,S : x\,.\,ſ$$

also

$$x = \frac{1728\,.\,984}{1000}$$

Man muß also hier im Zähler die beyden Zahlen 1728; 984 mit einander multipliciren, und vom Producte drey Decimalstellen abschneiden. — Man kan aber auch, um den Werth x zu berechnen, sich der Logarithmen bedienen

$$\begin{array}{rl} \log 1728 = & 3,\ 2375437 \\ \log 984 = & 2,\ 9929951 \\ \hline & 6,\ 2305388 \\ \log 1000 = & 3, \\ \hline \log x = & 3,\ 2305388 \\ \text{also } x = & 1700 \end{array}$$

folglich

$984\,S = 1700\,ſ = 11\,z + 9\,l + 8\,ſ$; wie vorhin (§. 19) wenn man nämlich die 1700 ſ durch eine fortgesetzte Division mit 12 auf die höhern Einheiten bringt.

Zusatz.

§. 21. So kan man auch umgekehrt die Duodecimal-Eintheilung auf die Zehntheiligte bringen.

Denn aus $10 . Z = 12 . z$ folgt

$\frac{10}{12} Z = z$ oder

$\frac{10}{12} . 10 L = z$ wenn man nun so weiter fortgehet und L durch 10 S; S durch 10 Q u. s. w. ausdrückt, so findet sich endlich

$$z = 8 L + 3 S + 3 , 3 Q$$

und aus $100 L = 144 l$

wird $l = 6 S + 9 , 4 Q$

und aus $1000 S = 1728 s$ findet sich

$s = 5 , 7 Q$ u. s. w.

Der Gebrauch dieser Formeln ist der nemliche, wie in §. 19.

Ex. Gesetzt man habe $8 z + 3 l + 5 s$ ins Decimalmaas zu verwandeln, so wird

$$\begin{aligned} 8 z &= 6 Z + 6 L + 6 S + 6 , 4 Q \\ 3 l &= \quad\quad\;\; 2 L + 0 S + 8 , 2 Q \\ 5 s &= \quad\quad\quad\quad\;\;\, 2 S + 8 , 5 Q \\ \hline \end{aligned}$$

also $8z + 3l + 5s = 6Z + 9L + 0S + 3 , 1 . Q$

Zusatz.

Zusatz.

§. 22. So erhellet, wie man sich überhaupt Formeln, für jede beliebige Eintheilung des Fußmaaßes verfertigen könne, und es würde daher sehr überflüssig seyn, das Verfahren für die Reduction der 16 theiligten Eintheilung auf die Zehntheiligte hieher zu setzen.

Zusatz.

§. 23. Es kan vorkommen, daß an einem gewissen Orte, wo ein Feldmesser misset, nicht allein die Eintheilung, sondern auch die Größe des Fußmaaßes, von demjenigen unterschieden ist, dessen sich der Feldmesser gewöhnlich zu bedienen pflegt. Wie man also in solchem Falle die Reduction anstellen müsse, wird folgendes Beyspiel weisen.

Gesetzt man soll finden, was 5′ 1″ 2‴ reinländisches Decimalmaas, an Londner Duodecimalmaas beträgt. Hier verwandele man also erstlich die 5′ 1″ 2‴ oder 5, 12 Reinländische Fuß in Londner nach §. 15.

log 13918, 30	=	4, 1435861
log 5, 12	=	0, 7075702
Summa	=	4, 8511563
abzuziehen log 13511 54	=	4, 1307048
Rest	=	0, 7204515

Zu diesem Logarithmen 0, 7204515 gehört nun die Zahl 5, 253 oder so viel Londner Fuß betragen 5, 12 Reinländische.

Diese gefundenen 5, 253 Londner Fuß sind aber Decimaltheile, und bedeuten, wenn man den Londner Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien u. s. w. eintheilt, soviel als, 5 Fuß 2 Zoll 5 Lin. 3 Sc. oder nach der bisherigen Bezeichnung $5\,F + 2\,Z + 5\,L + 3\,S$. Diese Größe muß nun noch nach §. 19 ins Duodecimalmaas verwandelt werden, wie folget.

$$\begin{aligned}
5\,F &= 5\,f \\
2\,Z &= 2z + 4l + 9.\text{ſ} + 7,\,2.q \\
5\,L &= 7l + 2.\text{ſ} + 4,\,5\,q \\
3\,S &= 5\,\text{ſ} + 2,\,1\,q
\end{aligned}$$

also

$$5F+2Z+5L+3S = 5f + 2z + 11l + 16\text{ſ} + 13{,}8.q$$

weil man aber für jede 12 q ein ſ, für jede 12 ſ ein l u. s. w. setzen kan, so wird

$$5F+2Z+5L+3S = 5f + 3z + 0.l + 5.\text{ſ} + 1.8.q$$

folglich sind $5'\ 1''\ 2'''$ Reinl. Dec. M. = $5'\ 2''\ 5'''\ 3''''$ Londn. Dec. Maas oder = $5'\ 3''\ 0'''\ 5''''\ 1'''''$, 8 Londner Duodec. M.

Anmerkung.

§. 24. Bisher sind sowohl bey der zehen- als zwölftheiligten Eintheilung, die Fuße gleich groß angenommen worden; und dadurch wurden

den bey der zwölftheiligten Eintheilung die Zolle, Linien, u. s. w. kleiner, als bey der Zehntheiligten.

Nähme man aber die Ruthen gleich groß, und theilte diese einmal in 10 und dann in 12 Theile oder Fuße, so würden bey der zwölftheiligten Eintheilung, selbst schon die Fuße kleiner seyn, als bey der Zehntheiligten.

In diesem Falle würde also schon für die Fuße eine Reduction nöthig seyn. Indessen werden die obigen Formeln §. 19 mit einer kleinen Veränderung auch alsdann noch gelten. Denn nennet man itzt den Decimalfuß = F den Duodecimalfuß = f, so wird, weil die Ruthen gleich groß angenommen werden,

1 Ruth	= 10 F	=	12 f
100	Z	=	144 z
1000	L	=	1728 l

u. s. w.

Mithin nach eben dem Verfahren §. 19.

$$F = f + 2z + 4l + 9,6.\mathfrak{f}$$
$$Z = z + 5l + 3,3.\mathfrak{f}$$
$$L = l + 8,7\,\mathfrak{f}$$

u. s. w.

Anmerkung.

§. 25. Da wir itzt gerade mit Verwandlung der Längenmaaße beschäftiget sind, so wird es Zusammenhangs wegen nicht undienlich seyn, auch die Verwandlung der Flächenmaaße in einander, hie kurz zu erläutern.

Es ist bekannt, daß zu Ausmessung der Flächen auch eine gewisse Fläche zum Maaß angenommen werden müsse, und daß dieses Maaß die Fläche eines Quadrats sey, dessen Seitenlinie von einem bekannten Längenmaaße ist. Ist sie nur einen Fuß lang, so heißt dieses Quadrat alsdann ein Quadratfuß. Ein Quadrat, dessen Seite eine Ruthe lang ist, wird eine Quadratruthe genannt, und so erhellt die Bedeutung der Quadratzolle, Quadratlinien u. s. w. Ist ferner eines Quadrats Seite = 1 Duodecimalfuß, so heißt das Quadrat ein Duodecimalquadratfuß. Ist aber die Seite desselben = 1 Decimalfuß, so wird das Quadrat dieser Seite ein Decimalquadratfuß genannt. Und so wird man leicht verstehen, was Duodecimalquadratzolle, Duodecimalquadratlinien u. s. w. bedeuten. Nun erhellet, wenn die Seitenlinie einer Quadratruthe in 10 Decimalfüße getheilet wird, daß die Quadratruthe 10 . 10 oder 100 Decimalquadratfuße und eben so der Quadratfuß 10 . 10 oder 100 Quadratzolle u. s. w. enthalten müsse.

Hingegen bey der zwölftheiligten Eintheilung wird die Quadratruthe 12 . 12 oder 144 Duodecimalquadratfuß, der Duodecimalquadratfuß 144 Duodecimalquadratzolle u. s. w. enthalten.

Zusatz.

Zusatz.

§. 26. 1) Bezeichnet man daher die Decimalquadratfuße, Zolle, Linien rc. mit F^2, Z^2, L^2, u. s. w. Beym Duodecimalmaaße aber die ähnlichen Dinge mit f^2, z^2, l^2 u. s. w. so hat man nach dem vorhergehenden §. folgende Ausdrückungen.

2) 1 Quadratruthe $= 100\ F^2 = 144\ f^2$

oder (wegen $F^2 = 100\ Z^2$; $f^2 = 144 z^2$)

$100 . 100 Z^2 = 144 . 144 z^2$

3) und (wegen $Z^2 = 100\ L^2$; $z^2 = 144 l^2$)

$100 . 100 . 100 . L^2 = 144 . 144 . 144 l^2$

u. s. w.

4) Mithin wenn man würklich multipliciret

$$100\ F^2 = 144 . f^2$$
$$10000\ Z^2 = 20736 . z^2$$
$$1000000\ L^2 = 2985984 . l^2$$
$$100000000\ S^2 = 429981696 . s^2$$

u. s. w.

5) Daher aus $100\ F^2 = 144\ f^2$ erhält man

$F^2 = \frac{144}{100} f^2 = f^2 + \frac{44}{100} f^2 = f^2 + \frac{44}{100} . 144 z^2$

$= f^2 + 63 z^2 + \frac{36}{100} z^2$

$= f^2 + 63 z^2 + \frac{36}{100} . 144\ l^2 =$

$f^2 + 63 z^2 + 51\ l^2 + \frac{84}{100} l^2$

$= f^2 + 63\ z^2 + 51\ l^2 + \frac{84}{100} . 144\ s^2 =$

$f^2 + 63 z^2 + 51\ l^2 + 120,9 s^2$

Völlig nach eben dem Verfahren findet sich aus den übrigen Gleichungen in (4)

$$Z^2 = 2z^2 + 10l^2 + 86,1\ldots f^2$$
$$L^2 = 2l^2 + 141,9\ldots f^2$$
$$S^2 = 4,3\ldots f^2$$

Wenn es nöthig ist, kan man die Zahlen, womit die Duodecimalquadratscrupel multipliciret sind, noch weiter, als bis auf die erste Decimalstelle berechnen.

Ex. Gesetzt man wolle nun z. E.

$4F^2 + 9Z^2 + 20L^2$ ins Duodecimalquadratmaaß verwandeln; Um dieses zu finden, multipliciret man in der Gleichung $F^2 = f^2 + 63z^2 + 51l^2 + 120,9f^2$ auf beyden Seiten mit 4; Hierauf die folgende Gleichung $Z^2 = 2z^2 + 10l^2 + 86,1f^2$ auf beyden Seiten mit 9, u. s. w. so giebt dieses folgende Werthe

$$4F^2 = 4f^2 + 252z^2 + 204l^2 + 483,6f^2$$
$$9Z^2 = 18z^2 + 90l^2 + 774,9f^2$$
$$20L^2 = 40l^2 + 2838,0f^2$$

Die Zahlen, die nun rechter Hand unter einander zu stehen gekommen, zusammenaddirt, und für jede 144 f^2 ein l^2, für jede 144 l^2 ein z^2 für jede 144 z^2 ein f^2 gesetzt, geben

$$4F^2 + 9Z^2 + 20L^2 = 5f^2 + 128z^2 + 74l^2 + 64,5f^2$$

und

und so erhellet, wie überhaupt eine vorgegebene Anzahl von Decimalquadratfüßen, Zollen, Linien, in Theile des Duodecimalmaaßes verwandelt werden könne.

Anmerkung.

§. 27. Mit etwas weitläuftigerer Rechnung liessen sich die $4F^2 + 9Z^2 + 20L^2$, auch auf folgende Art ins Duodecimalmaaß verwandeln.

Man überlege, daß $4F^2 + 9Z^2 + 20L^2 = 40920\,L^2 = 4092000\,S^2$ ist; Weil nun §. 26. $100000000\,S^2 = 429981696 \cdot f^2$ so schließe man nach der Regel Detri $100000000\,S^2$ geben $429981696 \cdot f^2$, was geben $4092000\,S^2$ an Duodecimalquadratscrupeln; Man setze die 4te Proportionalzahl $= x \cdot f^2$ oder x Duodecimalquadratsc. so wird x durch Logarithmen auf folgende Art gefunden.

$\log 4092000 =$	$6,6119356$
$\log 429981696 = 4 \log 144 =$	$8,6334500$
	$15,2453856$
Subtr. $\log 100000000$	$8,0000000$
giebt $\log x =$	$7,2453856$

Da nun dieser Logarithme nicht unmittelbar in den gewöhnlichen Tafeln stehet, so vermindre man die Characteristick um 4 Einheiten, und suche in den Tafeln die Zahl, deren Logarithme 3, 2453856 ist. Die zugehörige Zahl multiplicire man alsdann mit einer 1 mit 4 Nullen, oder mit der Zahl 10000 so hat man x.

Wenn ich nun nach den gewöhnlichen Regeln die dem Logarithmen 3, 2453856 zugehörige Zahl suche, so finde ich sie = 1759, 4850; also mit 10000 multiplicirt, x = 17594850. Also 4092000 Decimalquadratsc. = 17594850 Duodecimalquadratsc. Diese letztere Anzahl von Duodecimalquadratsc. kan man nun durch fortgesetzte Divisionen mit 144 auf Quadratlinien, Zolle und Fuße reduciren.

Zusatz.

§. 28. Weil $100\,F^2 = 144\,f^2$ ist, so wird $f^2 = \frac{100}{144} F^2 = 0,694444\,F^2 = \frac{69}{100} F^2 + \frac{44}{10000} \cdot F^2 + \frac{44}{1000000} F^2 = 69\,Z^2 + 44\,L^2 + 44,4\,S^2$;

wenn man nämlich statt

$$\frac{1}{100} F^2;\ \frac{1}{10000} F^2;\ \frac{1}{1000000} F^2$$

die gleichgültigen Werthe, Z^2; L^2; S^2 setzet.

Völlig eben so wird, wegen $\frac{10000}{20736} Z^2 = z^2$, oder wegen $0,482204\,Z^2 = z^2$ der Werth von

$$z^2 = 48\,L^2 + 22\,S^2$$

und

und endlich wegen $\frac{100000000}{4299981696} L^2 = l^2$ erhält man

$$l^2 = 23 S^2$$

Diese gefundene Formeln dienen, umgekehrt das Duodecimalquadratmaaß ins zehntheiligte zu verwandeln.

Anmerkung.

§. 29. Das bisherige mag von Verwandlung der Maaße genug seyn. In der Folge werden wir Gelegenheit haben, mehreres von andern im gemeinen Leben eingeführten Maaßen zu reden, nach denen man die Flächeninhalte der Ländereyen, Holzungen u. s. w. anzugeben pflegt.

Meilenmaase.

Da geometrische Charten sehr oft zur Verfertigung der geographischen mit gebraucht werden, und überhaupt Vergleichungen von Längenmaaßen mit zur practischen Geometrie gehören, so ist es nützlich, auch von den in der Geographie und im gemeinen Leben eingeführten Meilenmaaßen, Kenntnisse zu haben.

Daß die sogenannte Meile römischen Ursprungs sey, zeigt schon die Benennung Milliare. Dies Längenmaaß begriff 1000 Schritte, jeden zu 5 alten römischen Schuhen, oder auch 8 Stadien, jede zu 125 Schritten, in sich. Dies giebt nach dem Verhältniße des alten römischen Schuhes zum Pariser (S. obige Tafel) nemlich 1309 : 1440 für diese Meile 4545, 13 paris. Fuß, oder 757, 52 Toisen. (de la Lande Astron. L. XV. 2639) Nach Strabo's Angaben bestimmt Hr. Cassini diese Meile auf 766 Toisen. (Mem. de l'Ac. de Paris. 1702.)

Die neuern Europäer haben ihre Meilen viel größer angesetzt, und bald diesen bald jenen aliquoten Theil des mittleren Meridian-Grades auf der Erde dafür angenommen. Die vermuthlich nach den Niederdeutschen Schiffern oder Geographen so genannte deutsche oder auch geographische Meile macht den 15ten Theil eines mittlern Meridiangrades, also 3807, 2 Toisen, oder nach Hrn. Pr. Klügels Bestimmung (S. unten §. 117) 3811, 6 Toisen. Diese geographische oder deutsche Meilen werden fast nirgends im heil. Röm. Reiche gebraucht, und die in Deutschland üblichen Meilen, weichen bald mehr bald weniger von jenen ab. Man scheint so viel auf eine Meile gerechnet zu haben, als ein guter Fußgänger in zwo Stunden gehen kan (Kepler Tab. Rudolph. Cap. 16) woher denn die so grosse Verschiedenheit der Meilen in den deutschen Provinzen entstanden seyn mag. Die italienische Meile ist der 60ste Theil eines Meridiangrades. Die französischen Schiffer nehmen

den

den 20sten Theil eines Grades für eine Seemeile, zu Lande bedient man sich in Frankreich der Lieue, deren 25 auf einen Grad gehen. Englische Meilen gehen beynahe 69 auf einen Grad. Hier ist im Zusammenhange eine Tafel für die vorzüglichsten Meilenmaaße, wobey der mittlere Meridiangrad zu 2811, 6 Toisen, oder zu 23661 Reinl. Schuhen, oder zu 4000 geogr. oder geometrischen Schritten, angenommen worden ist.

Meilen, deren Benennung und Grundmaaße.	Enthalten reinl. Schuhe	Gehen auf 1 Grad od. 15 geogr. M.
Arabische - - -	6263	56,67
Armenische, Farsang = 30 griechischen Stadien = 3 Röm. Meil. - - -	14197	25,00
Bayrische, kleine Meile	25000	14,15
„ „ große - -	40800	8,69
Böhmische zu 3545 Tois.	22017	16,12
Burgundische zu 1500 reinl. Rut	18016	19,70
Chinesische neue Li -	1835	193,40
Churbraunsch. Polizey M. = 2811, 2 reinl. Ruthen	33737	10,52
Dänische = 12000 dän. Ell. à 2 reinl. Schuhen -	24000	14,79

Deutsche,

Deutsche, alte, Rasta = 3 röm. Meilen - -	14197	25,00
neue kleine - -	20000	17,74
geographische zu 4000 Schritt	23661	15,00
Egyptische Schönus zu 60 egypt. Stadien - -	18779	18,90
Flandrische - - -	20000	17,74
Französische, alte gallische Leuka oder Lewa = 1. 5 röm. M.	7042	50,50
neue Lieue = 2400 geogr. Schr	14197	27,00
Seemeile = 3000 Schritte	17745	20,00
Grosbrittann. alte brittische = 12 Quarantená =	7456	47,60
neue engl. zu 1760 Yard -	5135	69,12
Seemeilen - -	5915	60,00
Leagues - - -	17445	20,00
Hamburgische - -	24000	14,79
Hessische - - -	31440	11,29
Holländische - -	18680	19,00
Hungarische - -	27280	13,00
Irrländische = 1500 geogr. Schr	6536	54,30
Italienische = 1000 geogr. Schr	5915	60,00
Jüdische, alte, Sabatherweg zu 2000 jüdisch-biblische Ellen	3521	100,80
Litthauische - -	28530	12,44
Londner von 1666⅔ Yards	4862	73,00
Niederländische, Stunden	18043	19,67
= = = Seemeilen	17745	20,00
Nürnbergische - -	27000	13,10
Oesterreichische - -	47500	7,48
Persische, Farsang, -	15774	22,50

Polni-

Polnische = 1 Seemeile	17745	20,00
Portugiesische - -	19717	18,00
Preußische zu 1800 Danz. Ruth.	24700	14,37
Römische, gewöhnl. zu 8 olympischen Stadien -	4701	75,50
Russische, Wersta, = 1500 Archinen - -	3402	104,3
Sächsische, Polizey M. zu 16000 Dresdner Ellen -	28878	12,29
Schlesische zu 11250 Schles. Ell.	20658	17,18
Schottländische zu 1147 Tois.	7119	49,85
Schwäbische - -	29560	12,00
Schwedische zu 18000 Ell.	34094	10,41
Schweizerische - -	26688	13,30
Spanische, zu 5000 Varas oder 2147 Toisen - -	13328	26,63
Stadien, oder Feldwege		
1) griechische, olympische = 100 Orgy - -	591	600,0
2) See-Stadien -	473	750,0
3) egyptische - -	315	1125
Türkische, Berri, -	5323	66,67
" " Seemeile -	4179	86,40
Ungarische - - -	26625	13,33
Westphälische - -	36300	9,77

Schriften, in welchen noch mehrere Meilenmaaße vorkommen, sind, ausser den oben angeführten, noch

Gatterers Abriß der Geographie. Göttingen, 1775. S. 21.

J. Elert. Bode Anleitung zur allgemeinen Kenntniß der Erdkugel. Berlin, 1786. §. 244.

Anleitung zum Aufnehmen und Zeichnen der Gegenden, verfertigt von einem Officier. Göttingen, 1783. S. 302.

Der allgemeine kleine Contorist, oder tabellarisches Verzeichnis und Vergleichung aller, besonders Europäischen Maaße und Gewichte. Erfurt, 1791. S. 292.

Schulzens elementarische Erläuterung der Meilencharte. Halle, 1785.

Vergleichung der gewöhnlichsten Maaße, Gewichte und Münzsorten v. J. C. W. Dresden, 1787. u. a.

Auch kan in diesen Schriften noch mehreres von Fußmaaßen nachgelesen werden.

III. Ka-

III. Kapitel

Von der würklichen Ausmessung gerader Linien, auf dem Felde.

§. 30. Wenn auf dem Felde zwischen zwey vorgegebenen Punkten eine gerade Linie gemessen werden soll, so ist es nöthig, daß man diese Punkte, wenn sie nicht sonst schon kenntlich sind, durch gewisse Merkmahle bezeichne, oder absteckе, damit die Richtung oder Lage der auszumessenden geraden Linie angegeben sey.

Nun erhellet aber aus demjenigen, was ich oben §. 7 gesagt habe, daß man in der Geodäsie meistens immer, wenn es nicht besondere Absichten erfordern, nur den horizontalen Abstand zweener Punkte verlangt; das will sagen, man stellet sich durch die beyden Endpunkte einer Linie, ein paar Verticallinien vor, und bestimmt die horizontale Entfernung zwischen beyden.

Da aber auf dem Felde die beyden Punkte, deren Entfernung man messen will, oft so weit von einander liegen, daß man bey dem einen, den andern entweder nicht deutlich, oder wegen dazwischen liegender Hinderniße gar nicht sehen, und auf ihn geradezu messen kan, so erhellet, daß man nothwendig erstlich zwischen den beyden äussersten Punkten einer auszumessenden Linie andere bestimmen müsse, die mit ihnen in einer und derselben Verticalfläche liegen. Dieses nennen die Feldmesser eine gerade Linie abstecken.

Bestimmter zu reden, sollte es heißen, eine Vertical-Ebene abstecken, in der sich die beyden Punkte befinden, deren horizontalen Abstand man messen will.

Dieses ist also in der Feldmeßkunst nothwendig, ehe man zur unmittelbaren Ausmessung schreiten kan. Ich werde nun zuerst die zur Absteckung der Verticalflächen erforderlichen Werkzeuge kürzlich beschreiben.

Werkzeuge zur Absteckung gerader Linien oder Verticalflächen.

§. 31. Zu dieser Absicht gebraucht man 5 bis 6 Fuß hohe, und ohngefähr einen bis zwey Zoll dicke, gerade cylindrische Stangen, von guten trockenen und dauerhaften Tannen- oder Buchenholze. Sie sind unten mit einer eisernen Spitze oder einer Stachel versehen, damit man sie in den Boden befestigen könne. Man nennet diese Stangen Absteckstäbe, oder auch

Fluchtstäbe, und einige rathen, man solle sie, um sie in der Ferne gut erkennen zu können, mit einer weißen Oelfarbe anstreichen lassen.

Meßfahnen, sind ebenfalls Stangen von guten Holze, unten mit einer Spitze beschlagen, und an ihrem oberen Ende mit einer ausgespannten Leinewand oder Fahne versehen. Man macht sie wohl 10 und mehrere Fuß hoch, um sie über niedrige Gebüsche und Anhöhen hervorragen zu lassen, und erkennen zu können.

Zeichenstäbe, sind kleine etwa 8 Zoll lange und $\frac{1}{2}$ Zoll dicke Stäbgen; Sie sind ebenfalls mit einer Spitze versehen, und dienen, auf dem Felde Punkte zu bezeichnen.

Man kan ihr oberes Ende mit einem Spalt versehen, um in solchen zu gewissen Absichten ein Kartenblatt, oder ein Papier mit einer Nummer stecken zu können.

Der Vorrath von Absteckstäben, und Meßfahnen, richtet sich offenbar nach der Weitläuftigkeit einer Vermessung. Indessen darf man doch wohl nicht weniger, als etwa 6 Absteckstäbe, und ein paar Fahnen besitzen.

Die Anzahl von Zeichenstäbgen muß aber beträchtlicher seyn, weil sie leicht verlohren gehen. Daher es gut ist, sie in einem besonders dazu verfertigten Sacke, oder in einer Kapsel zu verwahren, und die Einrichtung so zu machen, daß man die Kapsel umhängen kan.

Aufgabe.

§. 32. Eine Verticalebene auf dem Felde abzustecken, oder eine bereits abgesteckte so weit man will, zu erweitern.

Aufl. I) Gesetzt A und E (Fig. V.) seyen auf dem Felde ein paar Punkte, durch die man eine Verticalebene legen wolle.

Um dieses zu leisten, hat man weiter nichts nöthig, als nur in A und E ein paar Absteckstäbe vertical in den Boden zu befestigen, welches man vermittelst eines långst sie herabhängenden Lothes bewerkstelligen kan.

Eine ebene Fläche, die man sich solchergestalt durch die Richtung der Stangen AB, EF gelegt vorstellet, wird eine Verticalfläche seyn.

II) Soll in eine Verticalebene, wie ABEF, bey C zwischen A und E, eine dritte Stange CD eingesetzt werden, so lasse man einen Gehülfen nach C hingehen, mit dem Unterrichte, daß, wenn er in die Gegend von C angekommen, er daselbst einen Absteckstab frey und in verticaler Richtung zwischen zween Fingern herunter hängen lasse, und auf ein gegebenes

Zeichen

Zeichen oder Winken, sich rechts oder links bewege.

Ist nun der Gehülfe bey C angekommen, so tritt man zween bis drey Schritte hinter die erste Stange AB, zielet oder visiret mit dem Auge längst AB und EF vorbey, und untersuchet, ob der in der Gegend bey C, von dem Gehülfen senkrecht in der Hand herunter gehaltene Stab, rechts oder links von der durch AB und EF eingebildeten Verticalebene abweiche; Geschieht dieses, welches sich denn in der That sehr leicht erkennen läßt, so giebt man dem Gehülfen ein Zeichen, sich rechts oder links mit seiner frey herabhangenden Stange fortzubewegen, bis er endlich bey C die Stange so hält, daß die längs AB und EF hinausstreichende Ziellinie des Auges auch an CD vorbeygehe, oder nach dem gemeinen Sprachgebrauche der Feldmesser, bis alle drey Stangen AB, CD, EF einander zu decken, und dem Auge, welches sich hinter AB befindet, gleichsam nur eine einzige auszumachen scheinen.

Alsdann liegen AB, CD, EF, wo nicht völlig genau, doch wenigstens ohne großen Fehler, in einer einzigen Verticalebene.

Hierauf giebt man dem Gehülfen, nach der geschehenen Verabredung ein Zeichen, in der letztern verticalen Richtung, die Stange CD senkrecht, vermittelst eines längst ihr herabhängenden Lothes, in den Boden zu befestigen.

III) Soll in eine abgesteckte Verticalebene, wie ABEF, ausserhalb A und E z. E. in der Gegend bey G, ein Stab eingesetzt, d. h. die erwähnte Verticalebene bis G verlängert werden, so darf nur der Gehülfe bey G an seinem Stabe GH, den er gerade vor sich hält, hinausvisiren und sehen, ob er die übrigen EF, CD, AB decke, und wenn dieß geschieht, ihn bey G feststecken. Solchergestalt können so viel Stäbe, als man will, in eine und dieselbe Verticalebene gebracht werden, d. h. man kan sie, so weit man will, erweitern, nur muß man, damit die Dicke des Stabes, hinter dem man zunächst steht, nicht im Visiren hinderlich falle, das Auge allemal, so weit man kan, von dem Stabe weghalten.

Wenn eine Verticalebene sehr weit hinaus erweitert werden soll, so geschiehet es oft, daß man mit der vorhandenen Anzahl von Stäben nicht ausreichet; In diesem Falle kan man von den in der Mitte bereits eingesetzten Stangen wieder einige ausziehen, und statt ihrer etwa 2 Fuß hohe Pfähle einschlagen lassen. Mit diesen Stäben kan man alsdann die Arbeit weiter fortsetzen, und solchergestalt eine Verticalfläche, so weit man will, erweitern.

Nur verstehet sich, muß man bey diesem Verfahren, von den bereits eingesetzten Stäben wenigstens allemal die beyden letzten EF, GH stehen lassen, damit, wenn man mit dem Abstecken von A bis G gekommen ist, man alsdann durchs Visiren längst EF, GH, und durch Hülfe der ausgezogenen Stäbe, die Verticalfläche EFGH weiter fortsetzen könne.

IV) Wenn Fig. VI. sich zwischen A und E auf dem Felde ein Hinderniß z. E. ein Hügel befände, oder A wäre von E so weit entfernt, daß man bey A den Punkt E entweder gar nicht, oder nur sehr undeutlich erkennen könnte, so frägt sich, wie man in solchem Falle zwischen A und E Stäbe in die Verticalebene AE bringen könne.

Um diesen und ähnliche Fälle aufzulösen, dienet folgender Grundsatz:

Wenn die Buchstaben α, β, γ, δ, ε, η u. s. w. auf dem Felde, nach der Ordnung gewisse Punkte in die z. E. Stäbe eingesetzt worden, vorstellen, und es sind die Punkte oder Stäbe

α, β, γ,
β, γ, δ,
γ, δ, ε,
δ, ε, η,
u. s. w.

je drey für sich in einer Verticalebene, so müssen auch alle Punkte α, β, γ, δ, ε, η in einer und derselben Verticalebene liegen.

Dieses zum voraus gesetzt, wird man zwischen A und E, auf folgende Art Stäbe in eine Verticalebene bringen können.

Man wähle zwischen A und E einen Punkt C, wo man A und E zugleich sehen kan, und setze daselbst einen Stab senkrecht in den Boden.

Es wird gut seyn, C so anzunehmen, daß der daselbst eingesetzte Stab, wenigstens nach dem Augenmaaße zu schätzen, sich beyläufig in der Verticalebene AE befinde.

Hierauf lasse man von einem Gehülfen zwischen A und C eine Stange B in die Verticalebene AC, und eben so von einem andern Gehülfen auch bey D eine Stange in die Verticalebene CE einsetzen.

So hat man hier 5 Stäbe oder Punkte A, B, C, D, E; von denen sind also

A, B, C
C, D, E

jede drey für sich, in eine Verticalfläche gesetzt worden; Wären nun auch die drey mittelsten B, C, D, in einer Ebene, so erhellet aus dem angeführten Grundsatze, daß alsdann alle 5 Stäbe oder Punkte A, B, C, D, E,

in

in einer und derselben Verticalebene stehen würden; und die Aufgabe würde also aufgelöset seyn.

Da aber nicht zu erwarten ist, daß die gleich anfangs bey C ausgesetzte Stange, sich in der That in der Verticalebene BD befinden wird, so lasse man den Gehülfen bey D visiren. Bemerkt dieser, daß die drey Stäbe B, C, D einander nicht decken, so ziehe man die Stange C aus, und bringe sie nach c in die Verticalebene BD

Weil aber anfangs A, B, C und C, D, E jede drey für sich in einer Ebene lagen, so wird, weil nun der Stab C nach c hingekommen ist, B nicht in der Verticalebene Ac, und eben so D nicht in der Verticalebene Ec sich befinden können.

Man lasse also die Stäbe B, D, ausziehen, und den erstern B nach b in die Verticalebene Ac, den andern D aber nach d in die Verticalebene cE hinbringen.

Durch diese Operation kommen also die Stäbe in folgende Lage A, b, c, d, E, von denen sind itzt wieder

A, b, c,
c, d, E,

jede drey für sich, in einer Ebene. Wären daher itzt auch die drey mittelsten b, c, d in einer

einer Ebene, so würden alle 5 Stäbe oder Punkte A, b, c, d, E, in einer einzigen Verticalebene stehen.

Man visire also bey d: Findet sich, daß am Ende der bisher vorgenommenen Operation, c nicht mit b und d in einer Verticalebene steht, so muß man wieder eine neue Operation anfangen, und nach dem gewiesenen Verfahren wiederum

1) die 3te Stange mit der 2ten und 4ten
2) dann die 2te mit der 1ten und 3ten
3) und hierauf die 4te mit der 2ten und 5ten

jede drey für sich, in eine Verticalebene bringen, und die Arbeit auf diese Art so oft wiederhohlen, bis endlich die Stäbe eine solche Lage, wie A, β, γ, δ, E erhalten, in der nicht allein A, β, γ
und γ, δ, E
sondern auch die mittelsten β, γ, δ jede drey für sich in einer Ebene zu liegen kommen. Alsdann werden alle 5 Stäbe A, β, γ, δ, E in einer und derselben Verticalebene stehen.

V) Daß man vermittelst dieses Verfahrens endlich seinen Endzweck erreiche, erhellet daraus, weil nach einer jeden Operation, die drey mittelsten Stäbe immer näher in die Verticalfläche AE kommen, bis sie endlich völlig genau sich in ihr befinden.

VI) Das bisherige Verfahren würde mit Vortheil in dem Falle gebraucht werden können, wenn zwischen den beyden äussersten Punkten oder Objecten A und E z. E. ein Hügel läge. Dann würde man natürlicherweise mit der Stange C auf die Spitze des Hügels gehen, von der man A und E zugleich sehen kan.

VII) Wäre der Hügel von C gegen A, und von C gegen E sehr abhängig, so wird man in diesem Falle, die Stäbe B, D, oft sehr nahe bey C annehmen müssen, weil man sonst bey B die Stange D wegen der dazwischen befindlichen Anhöhe nicht würde sehen können.

VIII) Läge zwischen A und E eine Holzung, so würde sich zwischen diesen Punkten sehr selten ein Punkt C annehmen lassen, von dem man nach A und E, wie bey dem bisherigen Verfahren zum vorausgesetzt wird, zugleich hinsehen könnte. In diesem Falle würde sich also das bisher gewiesene Verfahren nicht anbringen lassen. Es giebt aber andere Mittel, in diesem und ähnlichen Fällen zwischen A und E eine Verticalfläche abzustecken, von denen ich aber erst in der Folge Unterricht ertheilen kan. Ueberhaupt muß ich hie erinnern, daß verschiedene schwere Fälle, die in der Ausübung beym Abstecken der Verticalflächen vor-

kommen

kommen können, sich ohne Kenntnis des Winkelmessens nicht leicht auflösen lassen.

Nur noch einen, dem in IV ähnlichen Fall will ich hie erläutern.

IX) Gesetzt (Fig. VII) G, und H seyen auf dem Felde zween Hügel, über welche man Stäbe mit A und E in eine Verticalfläche bringen solte. Ich will annehmen, auf G könne man A sehen, aber E nicht, und eben so auf H sey nur E sichtbar, aber A nicht.

In diesem Falle stecke man auf G und H willkürlich zwey Stäbe n und o ab.

Ferner zwischen A und n in die Verticalebene An, den Stab m, und zwischen o und E in die Verticalebene o E den Stab p.

Dann erhellet, daß, wenn man bey m nur die übrigen drey Stäbe n, o, p sehen kan, vermittelst des in IV angeführten Grundsatzes, alle Stäbe m, n, o, p, in die Verticalebene AE gebracht werden können.

Denn gleich beym Anfange stehen A, m, n, und o, p, E, jede drey für sich in einer Verticalebene. Befänden sich nun auch m, n, o, und n, o, p, jede drey für sich, in einer Ebene, so würden alle 6 Punkte oder Stäbe, in einer und derselben Verticalebene seyn.

Stehen

Stehen also n und o nicht in der Verticalebene m p, so müssen sie durch Hülfe einer Person, die bey m oder p visiret, in die Verticalebene m p gebracht werden.

Aber anfangs stand m in der Verticalebene A n und p in der o E; Nachdem also die bey n und o hingesteckten Stäbe wiederum ausgezogen, und in die Verticalebene m p gebracht worden sind, so wird, bey der jetzigen Lage der 4 Stäbe m, n, o, p, der Stab m nicht mehr in der Verticalebene A n; und p nicht mehr in der Verticalebene o E sich befinden.

Man ziehe also m und p aus, und bringe erstern wieder in die Verticalebene A n, den andern aber in die Verticalebene o E.

Hiedurch kommen aber nun n und o wieder aus der Verticalebene m p. Man ziehe daher n und o wieder aus, und setze sie zum zweitenmahle in die Verticalebene m p.

Hierauf ziehe man m und p wieder aus, und bringe m wieder in die Verticalebene A n, p wieder in die o E.

Auf diese Art bringe man wechselsweise immer die dritte und vierte Stange n und o, in die Verticalebene m p der 2ten und 5ten, und darauf wieder den zweiten Stab m mit dem ersten und dritten A und n, den 5ten p aber mit dem 4ten und 6ten o und E, in

eine

eine Verticalebene, so wird man bey Fortsetzung dieser Arbeit es endlich dahin bringen, daß die Stäbe

A, m, n,
m, n, o, p
o, p, E

jede für sich in eine Ebene, und folglich insgesammt in die Verticalebene A E zu liegen kommen.

X) Die würkliche Ausübung dieses Verfahrens scheint freylich etwas weitläuftig zu seyn, allein wenn man selbst Hand anlegt, und dem gewiesenen Verfahren Fuß für Fuß folgt, so wird man darinn gar bald eine Fertigkeit erlangen.

Es verstehet sich übrigens, daß die Arbeit desto geschwinder von statten gehet, wenn bey jedem der mittleren Stäbe m, n, o, p ein gehörig unterrichteter Gehülfe befindlich ist; denn sonst würde das Laufen von einem Orte zum andern, die Arbeit ungemein verzögern.

Auch erhellet, daß, wenn zwischen den beyden äussersten Punkten A und E noch mehrere Hügel lägen, die Arbeit noch zusammengesetzter ausfallen würde. Aber vermittelst gehöriger Anwendung des Grundsatzes IV, wird sich leicht beurtheilen lassen, wie man in einem solchen Falle zu verfahren habe.

Noth-

Nothwendige Vorsichten bey Absteckung der Verticalebenen, nebst Schätzung der Fehler, die man bey diesem Geschäfte leicht begehen kan.

§. 33. I) Bey Absteckung der Verticalebenen, wird man in der Ausübung bemerken, daß diejenige Stange, die sich zunächst vor dem Auge befindet, wegen ihrer Dicke allemal ein merkliches Hinderniß im visiren verursacht, so daß es einige Schwürigkeit hat, die folgenden Stäbe, mit den erstern genau in eine Verticalfläche zu bringen.

Auch daß dieses Hinderniß desto größer ist, je näher sich das Auge hinter dem Stabe befindet.

Um nun den Fehler, der wegen der Dicke eines Stabes begangen werden kan, einigermaaßen zu bestimmen, überlege man folgendes.

Es sey Fig. VIII, O das Auge. Vor ihm stehe in einer gewissen Entfernung eine Stange vertical, deren Dicke oder Durchmesser die Linie ab sey. cd, mn seyen die Durchmesser von ein paar andern Stäben, und i, l, k, die Mittelpunkte von ab, cd, mn, so werden Verticallinien, die man sich durch i, l, k, einbildet, die Axen der Stäbe vorstellen.

Wenn nun die Punkte i, l, k, in einer geraden Linie, oder vielmehr die durch i, l, k, aufgerichteten Verticallinien in einer einzigen Ebene liegen, dann sagt man eigentlich, daß die über ab, cd, mn, aufgerichteten Stäbe sich in einer Verticalfläche befinden, oder Stäbe in eine Verticalfläche abstecken, heißt eigentlich, sie so stellen, daß ihre verticalen Axen in eine einzige Ebene fallen.

Gesetzt nun, das Auge O befände sich in der durch die Mittelpunkte l, i, gezogenen geraden Linie liO, und visirte an dem über ab aufgerichteten Stabe hinaus. Man ziehe die Gesichts- oder Visirlinien Obf, Oah, so ist, wenn mn zu beyden Seiten verlängert wird, die gerade Linie hf der Raum, den die Dicke ab des vor dem Auge befindlichen Stabes, in der Entfernung Om zu bedecken scheinet, und alles, was innerhalb des Winkels hOf liegt, wird dem Auge O von ab bedeckt.

Wenn man also beym Abstecken einer Verticalfläche, nach der gemeinen Regel der Feldmesser, nemlich, die Stangen so zu setzen, daß sie einander zu decken scheinen, verfahren wolte, so würde man offenbar Fehler begehen. Denn, wo man auch innerhalb des Winkels hOf irgendwo einen Stab hinsetzte, so würde solcher doch noch immer bey der jetzigen Lage des Auges, von den Stangen

über

über ab und cd, bedeckt zu seyn scheinen, und sich doch nicht immer in einer durch die Mittelpunkte i, l, eingebildeten Verticalfläche befinden.

So würde z. E. eine bey μ hingesetzte Stange, zwar von den Stäben über ab, cd, bedeckt zu seyn scheinen, aber sich doch nicht in der erweiterten Verticalfläche il befinden, und der Winkel μik wäre der Fehler, den man begienge, wenn man die Verticalebenen iμ, und ilk für einerley hielte.

So erhellet also, daß man der gemeinen Regel nicht Wort für Wort folgen darf, wenn man sich nicht Fehlern unterwerfen will, die in einigen Fällen beträchtlich seyn können.

Der Winkel fik wäre aber der größte Fehler, den man begehen könnte.

Wenn nun die Weite Ok mit der Dicke ab verglichen, sehr groß ist, so kan man ohne merklichen Irrthum den Winkel kif = kOf setzen, und da würde

$$\text{tang}\, kOf = \frac{kf}{Ok} = \frac{ib}{Oi}$$

Man setze also die halbe Dicke der nächsten Stange vor dem Auge, oder ib = L Zoll, die Weite des Auges von ihr, oder Oi = E Zolle, so wird

$$\tan kOf = \frac{L}{E}$$

Und wenn die Entfernung Ok, in der ein Stab mit denen über ab, cd, in eine Verticalebene ausgestecket werden soll = F Zollen ist, so wird der Raum hf, den ab bedecket, $= 2.kf = \frac{2.Ok.ib}{Oi} = \frac{2F.L}{E}$ Zoll.

Aus dieser Formel $\tan kOf = \frac{L}{E}$ erhellet nun, daß der Winkel kOf, und folglich der Fehler, den man bey Absteckung einer dritten Stange in die Verticalfläche der erstern beyden, wegen der Dicke des sich vor dem Auge befindenden Stabes begehen kan, desto grösser ist, je grösser L und je kleiner E ist, d. h. je dicker der Stab ist, und je näher er sich vor dem Auge befindet. Denn $\tan kOf$, oder der Bruch $\frac{L}{E}$ wächst, wenn der Zähler L zunimmt, und der Nenner E kleiner wird.

II) Um den Fehler, der von der Dicke der Stäbe herrührt, zu vermindern, muß man also zum Abstecken sich so dünner Stäbe bedienen, als möglich ist, und beym Visiren jederzeit das Auge weit genug davon halten. Einige rathen, man solle in den Stab, den man zunächst

zunächst vor dem Auge hat, kleine Löcher der Länge nach herunter bohren lassen, und durch diese Löcher visiren. Hiedurch wird freylich die Gefahr, zu fehlen, um ein beträchtliches vermindert.

Andere, wie Marinoni in seinem Werke de re ichnographica, bedienen sich, bey Absteckung der Verticalebenen, des Meßtisches mit dem Diopterliniale. Hievon kan ich aber erst in der Folge nähern Unterricht ertheilen.

III) Das beste Mittel aber, den Fehler wegen der Dicke der Absteckstäbe zu vermindern, kömmt lediglich auf die Lage des Auges O an.

Die Regel ist nemlich diese:

Man muß das Auge nicht gerade hinter die Stange halten, wie hier bey O, denn da wird ihre Dicke ab dem Visiren immer hinderlich seyn, sondern man muß es etwas seitwärts halten, wie in o, dergestalt, daß die Visirlinie obdn an den Seitenflächen der Stäbe hinausstreiche, und sie also in b, d, n berühre; denn es erhellet, daß alsdann die Mittelpunkte i, l, k, mithin auch die über i, l, k aufgerichteten Verticallinien, in eine einzige Ebene zu liegen kommen, so bald man den dritten Stab bey mn so einsetzet, daß die Visirlinie obdn gemeinschaftlich die Seitenflächen der Stäbe berühret, und in diesem

Sinne muß man den Ausdruck nehmen, wenn man der Kürze halber sagt: die Stäbe decken sich.

IV) Bey Absteckung der Verticalflächen ist es ferner auch nothwendig, die Stangen, so genau als möglich, lothrecht in den Boden zu stecken. Aus welcher Ursache, wie ich schon oben erinnert habe, man sich des Senkbleyes zu bedienen hat.

Die Fehler, die man sonst zu befürchten hätte, lassen sich aus folgenden beurtheilen.

Wenn Fig. IX die beyden Stäbe AB, CD vertical sind, so hat es keine Schwürigkeit, die folgenden EF, u. s. w. mit AB und CD in eine Ebene zu bringen, wenn man die Vorschriften (I, II, III) befolgt.

Gesetzt aber, die Stange Cd Fig. IX stehe schief auf der Horizontalfläche.

Dann würde ein Beobachter, welcher hinter AB z. E. an dem obersten Ende d oder nach der Richtung Bd vorbey visirte, die dritte Stange nicht bey E in die erweiterte Verticalfläche AC, sondern bey e einsetzen lassen, wo nemlich die Stange ef in den Gesichtsstrahl Bdf einträfe. Man würde also statt der Verticalfläche ACE, die über Ae erhalten.

Beyde

Beyde würden mit einander den Winkel EAe machen, wenn AE, Ae Horizontallinien sind. Die drey Punkte A, C, e, würden also nicht in einer einzigen Verticalebene liegen.

Man fälle von d das Loth dc herab, und von c auf die Horizontallinie AE das Perpendickel cn, so drückt cn aus, wie weit der Punkt d der schiefen Stange, ausserhalb der Verticalfläche ACE liege.

Weil nun in dem rechtwinklichten Dreyecke Acn

$$\sin cAn = \frac{cn}{Ac} \text{ ist}$$

und man, wenn der Stab Cd einigermaaßen weit von A entfernt ist, ohne merklichen Irrthum Ac = AC folglich

$$\sin cAn = \frac{cn}{AC}$$

setzen kan, so erhellet, daß der Winkel CAc, oder der Fehler, den man begienge, wenn man die Verticalfläche über Ae, mit der über AC, für einerley hielte, desto beträchtlicher ist, je größer cn und je kleiner AC ist, d. h. je weiter der Punkt d, nach welchen man visirt, ausserhalb der Verticalfläche AC liegt, und je näher sich die schiefstehende Stange Cd bey der erstern AB befindet.

Wäre cn = o das heißt, stände die Stange Cd zwar schief, aber doch in der Verticalfläche AC, so wäre auch sin cAn oder der Winkel cAn, mithin der Fehler = o.

Eine Stange kan also wohl schief stehen, sie muß aber, wenn kein Fehler entstehen soll, ihre schiefe Lage in der Verticalfläche AC selbst haben.

V) Da in manchen Fällen, bey Absteckung der Verticalebenen, besonders in bergigten Gegenden, die Stangen nahe neben einander zu stehen kommen, und man oft gezwungen ist, an ihrem obern Ende vorbey zu visiren, so erhellet, wie nothwendig es sey, in solchem Falle auf ihre lothrechte Stellung zu sehen.

Für die Ausübung sind aber aus dem vorhergehenden auch noch folgende Regeln herzuleiten.

1) Müssen die Absteckstäbe auf dem Felde immer so weit als möglich, und als es die Umstände erlauben, von einander weggesetzet werden, damit, wenn solche ja aus zufälligen Ursachen eine schiefe Lage bekommen sollten, der daraus zu befürchtende Fehler dadurch vermindert werde. (IV)

2) Muß man, wenn es angehet, nie an dem obern Ende eines Stabes, wie Cd (Fig. IX) vorbey visiren, sondern allemal

lieber bey einem Punkte vorbey, der näher am Boden liegt. Denn das obere Ende eines schiefstehenden Stabes hängt allemal am weitesten ausserhalb der abzusteckenden Verticalebene ACE.

Die Ausmessung gerader Linien.

§. 34. Nach dem Abstecken gerader Linien, folgt nun das Ausmessen derselben. Vorher muß ich aber die dazu erforderlichen Werkzeuge beschreiben.

1) Ein Maaßstaab bestehet aus einer geraden, ohngefähr zwey Zoll breiten, und 1 Zoll dicken, prismatischen viereckigten Stange, von guten dauerhaften, wohl ausgetrockneten Tannen- oder Büchenholze, auf der man eine gewisse Anzahl von Fußen, so genau als möglich, verzeichnet, und solche (oder wenigstens den letzten Fuß) durch zarte Einschnitte in Zolle und Linien eintheilet.

Gewöhnlich macht man sie 5 bis 6 Fuß lang. Zu Ausmessung sehr langer Linien ist es aber vortheilhaft, Maaßstäbe von 10 und mehreren Fußen zu gebrauchen.

So bediente sich Picard bey Gelegenheit der Abmessung eines Meridiangrades in Frankreich, Meßstangen von 12 Fußen.

Ob nun gleich die Messung mit Maasstäben wohl die genaueste ist, so erhält man doch bey der jedesmaligen Anlegung, nur eine Länge von wenigen Fußen, und die Arbeit geht also nicht sehr geschwind von statten. Man bedienet sich daher in Fällen, wo nicht die größte Genauigkeit nöthig ist, mit mehrerem Vortheil der Meßkette, welche gewöhnlich eine Länge von 5 bis 6 Ruthen enthält.

II) Die nähere Einrichtung der Meßkette ersieht man aus Fig. X.

Man läßt von eisernen Drate, etwa in der Dicke eines Federkiels, gleich lange, gerade Stäbe, wie rk, lp u. s. w. verfertigen, deren Enden umgebogen, und durch Ringe n von geschlagenem Messinge mit einander verbunden sind.

Die Entfernung zwischen jeden nächstaufeinander folgenden Mittelpunkten zweener Ringe, muß genau einerley Länge, z. E. die Länge eines Fußes betragen; Und dergleichen Glieder oder Fuße werden so viel an einander gehängt, bis man genau eine Länge von einigen Ruthen erhält. Gemeiniglich macht man die Kette 5 Ruthen lang.

Die einzelnen Ruthen werden durch etwas größere Ringe angedeutet, durch deren Mittelpunkte, um sie von andern gut unterscheiden zu können,

können, kleine Quer-Riegel durchgehen, wie Q ausweiset.

An den beyden Enden der solchergestalt eingerichteten Meßkette, werden ein paar große Ringe, wie A. etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser, angebracht. Diese Vorrichtung dienet dazu, damit die beyden Enden der Kette an die zugehörigen Kettenstäbe gehängt werden können.

Diese Kettenstäbe sind etwa 4 Fuß hoch und cylindrisch, in der Dicke, daß man die äussersten Ringe der Kette, gedränge an sie herablassen kan.

Den untern Theil eines solchen Kettenstabes, wie man sie gewöhnlich verfertiget, siehet man bey P.

Daselbst ist qn ein eiserner, sich in eine pyramidenförmige Spitze endigender Stift, oder eine Stachel, die fest unten an die Seitenfläche des cylindrischen Kettenstabes angeschuhet ist. qn ist etwa 3 Zoll lang und zu oberst 4 Linien dick.

Das untere Ende des Stabes selbst ist etwa in einer Höhe von 2 Zollen, von der Grundfläche angerechnet, mit Eisen beschlagen, und ohngefähr bey i gehet ein Stift durch, der auf beyden Seiten des Stabes hervorraget.

Diese

Diese Einrichtung dienet dazu, daß, wenn die äussersten Ringe A der Meßkette, an den Kettenstäben heruntergelassen worden, solche auf den hervorragenden Enden dieser Stifte zu ruhen kommen.

Den **Anfangspunkt der Meßkette** nenne ich denjenigen Punkt, wo die Schuhe angerechnet werden.

Wenn nun, wie gewöhnlich, die Stachel qn an der **Seitenfläche des Kettenstabes** befestiget ist, und der Ring A an dem Kettenstabe herabgelassen wird, so würde der Anfangspunkt der Meßkette nicht über den Anfangspunkt einer auszumessenden Linie, in welchen der Kettenstab eingesetzet wird, zu liegen kommen, wenn die Füße der Meßkette, von dem **Mittelpunkte** des an P steckenden Ringes A angerechnet würden.

Man pflegt daher nicht von dem Mittelpunkte des Ringes A, sondern von dessen äussersten Ende m den ersten Schuh mn anzurechnen, und dann den Ring A so an den Kettenstab P zu stecken, daß der äusserste Punkt m gerade über der Stachel qn zu ruhen kömmt: damit, wenn die Stachel in den Anfangspunkt einer auszumessenden Länge eingesetzet wird, alsdann der Anfang der Meßkette oder

der

der Punkt m gerade über den Anfangspunkt der auszumessenden Linie zu liegen komme.

Es kan nun während der Messung leicht geschehen, daß sich an dem Kettenstabe der Ring A etwas verrücket, und der Punkt m aus seiner gehörigen Lage kömmt. Man muß daher bey jeden neuen Kettenzuge zusehen, ob sich m oder der Anfang der Meßkette noch über der Stachel qn befinde.

Dieses ist eine Unbequemlichkeit: Es wäre weit besser, wenn man die Vorrichtung so machte, daß nicht, wie gewöhnlich, die Stachel qn an die Seitenfläche des Kettenstabes befestiget würde, sondern daß qn, wie bey O zu sehen ist, gerade durch den Mittelpunkt der Grundfläche gienge. Alsdann könnte man auch von dem Mittelpunkte des Ringes A die Schuhe anrechnen, und man wäre versichert, daß, wie auch A an den Kettenstab gestecket würde, doch allemal der Anfangspunkt der Meßkette, über den Anfangspunkt der auszumessenden Linie, in welchen die Stachel qn eingesetzet worden, zu liegen käme.

Einige Feldmesser nehmen die Länge der Glieder an der Meßkette, nur einen halben Fuß. Allein, dann braucht man zur Verbindung der Glieder doppelt soviel meßingene Ringe, und hiedurch werden nicht nur die

Kosten

Kosten erhöhet, sondern auch leicht Irrungen und Unrichtigkeit verursacht.

Da ferner der Geometer sich immer der zehntheiligten Eintheilung bedient, so sind die Fuße der Meßkette gewöhnlich Decimalfuße. Rechnete man also an einem gewissen Orte z. E. 16 Fuß auf eine Ruthe, so würde eben diese Länge auf der Kette in 10 Decimalfuße getheilet. Da wären also die Kettenfuße weit größer, als die gewöhnlichen, nemlich in dem Verhältniße 16 : 10 oder 8 : 5.

Gewöhnlich sind die Fuße auf der Kette nicht weiter in Zolle getheilet. — Man muß also die kleinern Theile entweder nach dem Augenmaaße schätzen, oder wenn man genau verfahren will, solche vermittelst eines angelegten Zollstabes bestimmen. Dieser bestehet aus einem prismatischen Stäbchen, auf dem der Fuß in Zolle und Linien getheilet ist.

III) Die Meßschnüre sind ehemals auch häufig gebraucht worden. Man verfertigte sie von Hanf oder auch Bast. Allein wegen der großen Unvollkommenheit, daß sich ihre Länge durch mehr oder mindere Spannung, und durch Feuchtigkeiten der Luft, oder des Bodens, auf dem man mißt, bald mehr bald weniger ändert, ist man fast völlig von ihrem Gebrauche abgekommen, ob man gleich gedachten Unvollkommenheiten in etwas abhelfen kan, wenn

man

man die Schnüre in Oel siedet, und nachdem sie getrocknet, sie durch zerflossenes Wachs ziehet, oder auch mit hartem Wachs durch und durch bestreicht. (Schwenters Geom. Pract. p. 481)

Indessen kan man sich doch in manchen Fällen, mit Vortheil der Meßschnüre bedienen, besonders wenn man keine gar zu große Genauigkeit verlangt; und dergleichen Fälle kommen häufig vor.

Man kan die Schnüre sehr lang machen, ohne daß daraus im Gebrauche sonderliche Unbequemlichkeit entstehen sollte, man kan sie um einen Stab oder um eine Rolle wickeln, und bequem mit sich führen. Die Abtheilungen der Schnur werden durch eingebundene Knoten oder durch andere Kennzeichen bemerkt.

Am häufigsten wird die Schnur gebraucht, bloß eine gerade Linie durch sie zu bezeichnen, oder an ihr mit einem Maaßstabe herzumessen, wenn sie auf einem ebenen Boden ausgespannt worden ist.

IV) Bey Messungen über Hügel und Anhöhen läßt sich die Meßkette nicht gut anwenden; die Maaßstäbe sind in solchen Falle weit bequemer. Man gebraucht aber dazu einen verticalen Maaßstab ab (Fig. XI) der genau von b nach a herauf in Fuße, Zolle und Linien getheilet, und unten bey c mit einer Spitze oder Stachel versehen ist, um ihn in den Boden stecken zu können.

Ferner einen **horizontalen** mn, der von m nach n in Fuße, Zolle und Linien eingetheilet ist und die **Setzlatte** heißt.

Wenn der eine Endpunkt m an die Anhöhe gesetzt wird, so kan man mn, um m, als um einen Mittelpunkt an dem verticalen Maaßstabe ab, auf und nieder bewegen.

Man kan auch bey m eine Spitze anbringen, um in weichen Boden das Ausrutschen des Maasstabes mn zu verhüten.

V) Die Meßketten und Maaßstäbe sind die bequemsten und brauchbarsten Werkzeuge zur Ausmessung gerader Linien.

Man giebt aber in einigen Büchern, die von der Feldmeßkunst handeln, noch andere Werkzeuge an.

So gebrauchen z. E. einige Feldmesser den sogenannten **Meßzirkel**, welcher wie ein gewöhnlicher Reiszirkel eingerichtet ist, aber nur von Holz, und von der Größe gemacht wird, daß man auf dem Felde füglich zwischen beyden Zirkelspitzen eine Länge von 4—5 Fußen fassen kan. Solchergestalt spannet man an die auszumessende Linie eine Schnur, und misset

längst

långst sie her, indem man den Zirkel beständig umwendet; Man zählet alsdann, wenn man zu Ende ist, nur die Menge der Umwendungen, und rechnet für jede soviel Fuße, als zwischen beyden Zirkelspitzen enthalten sind.

VI) Es ist beym Gebrauche der Maaßstäbe, wenn man eine Linie damit sehr genau ausmessen will, nothwendig, daß man mit denselben über die kleinen Ungleichheiten des Bodens wegmessen könne. Deswegen bedienet man sich in solchen Falle kleiner hölzerner, etwa 2 Fuß hoher Schemmel, auf die man die Maaßstäbe legt. Bey Fig. XII zeigt sich die Gestalt eines solchen Schemmels. A ist das Tischgen, auf welches man die Stange legt. Die Füsse des Schemmels sind bey a und b in Gewinden beweglich. Der hölzerne Stab cd, welcher unten an das Tischgen A befestigt ist, ist mit Schraubengängen versehen, welche in eine Mutter greifen, die sich an dem untern Bretgen bey m befindet. Hiedurch kan man das Tischgen A sanft erhöhen oder erniedrigen, je nachdem man die Schraube in ihrer Mutter herumbewegt. Noch besser ist es, wenn der Theil cd ohne Schraubengänge ist, und sich bloß in einer hölzernen Röhre auf- und niederschieben, und seitwärts durch eine Schraube feststellen läßt.

VII) Wenn die Maaßstäbe solchergestalt auf Tischgen gelegt werden, so ist es nicht undienlich, wenn an ihren beyden Enden (Fig. XII. P) senkrecht auf sie, ein paar etwa einen Fuß hohe eiserne Stiften angeschroben werden können, an die man hinausvisiren, und dadurch die Maaßstäbe nach einem bestimmten Punkt hinrichten kan.

VIII) Endlich, damit man den Maasstäben eine horizontale Lage, wie erfordert wird, geben könne, so mag man sich hierzu blos der gemeinen Setzwaage bedienen.

Man läßt (Fig. XIII) von guten Lindenholze drey glatt gehobelte Leisten, ab, bc, ac, von denen die beyden ab und bc einander gleich seyn können, verfertigen, und in ein Dreyeck zusammenfügen. Auch gehet quer durch noch eine vierte Leiste ef parallel mit ac.

Aus der Spitze b des Dreyeckes läßt man von einem Stifte, an einem feinen Silberfaden oder Pferdehaar, ein Loth bl herabhängen. Wenn nun bl frey hängt, so ist bekanntermaaßen die Richtung des Loths eine Verticallinie und mithin ein Perpendikel auf sie, eine Horizontallinie. Will man nun auf der Leiste ef den Punkt n finden, welchen der frey herabhängende Faden bl decken muß, damit ef und folglich auch die damit parallele Leiste ac eine horizontale Lage habe,

habe, wenn man sie braucht, so nehme man einen vorher wohl geprüften Winkelhaaken, lege dessen einen Schenkel genau an die Leiste ac, und lasse den andern durch den Punkt b gehen. Hierauf ziehe man långst des durch b gehenden Schenkels auf ef eine feine Linie, so hat man daselbst die Stelle n, welche der frey herabhångende Faden bl decken muß, wenn die Leiste ac horizontal seyn soll.

Denn alsdann ist die Richtung der Leiste, auf der verticalen Richtung des Loths senkrecht, mithin horizontal.

Man hat noch andere Methoden, den Punkt n zu bestimmen, den das herabhångende Loth decken muß, damit die Linie, nach der die Setzwaage aufgestellt ist, horizontal sey. Man s. davon Hrn. H. Kåstners Markscheidek. IV. Anm. (24). Helfenszrieders Geodåsie §. 151. u. f.

Stellt man nun die solchergestalt eingerichtete Setzwaage auf eine Meßstange, z. E. auf mn Fig. XI, so daß die Leiste ac långst mn zu liegen komme, und beweget alsdann die Stange mn so lange auf und nieder, bis das Loth bl die auf ef bezeichnete Stelle n deckt, so ist in dem Augenblicke, die Grundflåche der Leiste ac, und folglich auch die Richtung der Meßstange mn auf der Richtung des Lothes bl senkrecht, und also horizontal.

In der Ausübung ist aber zu bemerken, daß sich das Loth bl ganz frey bewegen, und nicht an der Leiste ef reiben dürfe.

Man hat noch andere Einrichtungen, den horizontalen Stand einer Fläche oder Linie zu erfahren, deren ich in der Folge erwähnen werde. Aber die bisher beschriebene gemeine Setzwaage, ist zu der Absicht, eine Stange horizontal zu stellen, zureichend genau.

Anmerkung.

§. 35. Zu gewissen Absichten, wo keine gar zu große Schärfe verlangt wird, kan man sich mit Vortheil der Schritte zur Ausmessung gerader Linien bedienen: Und unter allen Methoden, Längen nur beynahe zu bestimmen, ist diese gewiß die bequemste und geschwindeste in der Ausübung auf dem Felde.

Wenn nämlich vorher durch einen Versuch, die Anzahl von Schritten bestimmt worden ist, die auf eine gegebene Länge gehen, so läßt sich nachher jede andere Länge, die in Schritten bekannt ist, auf gewöhnliches Maaß reduciren.

Die Gleichförmigkeit der Schritte ist aber hiebey eine nothwendige Voraussetzung. Man kan sich solche durch einige Uebung leicht verschaffen. Man nehme eine gewisse Länge vor,

vor, schreite sie zu wiederholtenmalen ab, und untersuche, ob man immer einerley Anzahl von Schritten bekömmt. Wo nicht? So muß man den Versuch so oft anstellen, bis man eine Fertigkeit erlangt hat, wenigstens nicht viel zu fehlen.

Um nun das Verhältniß eines Schrittes gegen ein bekanntes Maaß ausfindig zu machen, so messe man auf einer horizontalen Ebene, eine gerade Linie mit der Meßkette. Je länger sie ist, desto genauer findet man das Verhältniß. Hierauf untersuche man die Anzahl der Schritte, die auf diese Länge gehen.

So wird man daraus berechnen können, wie viel Fuße auf einen Schritt kommen.

Auf diese Art habe ich gefunden, daß 100 meiner gewöhnlichen Schritte 253 Kalenberger Fuß betragen. Es kommen also auf einen meiner Schritte 2, 53 Fuß oder $2' \, 5'' \, 3'''$.

Gewöhnlich rechnet man $2\frac{1}{2}$ Fuß auf einen Schritt, allein, man siehet wohl, daß dieses nur eine ohngefähre Bestimmung ist, und nicht für alle Schritte gelten kan.

Ich habe sehr oft den Versuch gemacht, nämlich eine Länge erstlich abgeschrittet, die gefundene Anzahl von Schritten auf Fuße gebracht, und dann die nemliche Länge mit der Kette gemessen. In den meisten Fällen trafen beyde Resultate, bey ihrer Vergleichung mit einander, ziemlich gut überein, auch selbst bey einer sehr großen Anzahl von Schritten, so daß ich überzeugt bin, auf einem ebenen Boden, auch bey einer Länge von 1000 bis 2000 Schritt, selten um 10 bis 12 Fuß zu fehlen. Beym Zählen der Schritte ist es nöthig, wenigstens für jede 100 in einem Manuale ein Merkmal zu machen.

Man hat indessen, um das Zählen der Schritte zu ersparen, besondere Maschinen erfunden, die man Schrittzähler nennet. — Allein ich halte es hier für überflüssig, eine Beschreibung davon mitzutheilen, da man sie gar wohl entbehren kan. Indessen kan man in Bions mathematischer Werkschule p. 98 darüber einiges nachlesen. In Nürnberg werden sie gegenwärtig sehr sauber verfertigt, so daß man sie bequem, wie eine Taschenuhr, bey sich tragen kan.

Anmerkung.

§. 36. Ehe ich zur Ausmessung der geraden Linien fortgehe, muß ich noch erinnern, daß

1) Ueberhaupt bey den Feldmesserarbeiten immer einige Gehülfen zur Hand seyn müssen, sowohl, um die Werkzeuge zu tragen, als auch selbst, gerade Linien abzustecken, Ketten zu ziehen, und andere Geschäfte auf Befehl

des dirigirenden Feldmessers zu verrichten; damit man aber während der Arbeit nicht aufgehalten werde, so müssen die Gehülfen vorher wohl unterrichtet seyn. Auch müssen keine alte träge Leute, sondern junge muntere, aufmerksame Personen gewählet werden.

2) Muß der Feldmesser immer ein Manual oder Diarium, nebst einem Besteck, bey sich führen, sowohl um die Messungen und Entwürfe, als auch andere bemerkungswürdige Umstände aufzeichnen zu können, und in dem Diario alles nach gewissen Rubriken ordnen, damit nachher zu Hause beym Auftragen und Berechnen keine Verwirrung entstehe.

Aufgabe.

§. 37. Auf einer ebenen Fläche eine gerade Linie mit der Meßkette auszumessen.

Auflösung.

I) Es sey Fig. V. AG die auszumessende Linie. Ist der Punkt A von G so weit entfernt, daß man das bey G abgesteckte Signal, nicht deutlich erkennen kan, so will ich annehmen, nach §. 32 seyen bereits Stäbe AB, CD, EF, u. s. w. in die vorgegebene Verticalfläche AG abgesteckt.

II) Ist dieses geschehen, so werden die beyden äussersten Ringe der Meßkette, an die zugehörigehörigen Kettenstäbe gesteckt, mit der Vorsicht, daß Fig. X. der äusserste Punkt m eines jeden Kettenringes A gerade über die Spitze n des Kettenstabes P zu liegen komme. (§. 34. II)

Auch werden die Glieder der Meßkette gehörig auseinander gelegt.

III) Nachdem alles in Ordnung ist, so ergreifen zween Kettenzieher die Kettenstäbe, und der vorwärtsgehende Kettenzieher versiehet sich mit einer gewissen Anzahl von Zeichenstäbgen. (§. 31)

Ich will den vorwärts gehenden Kettenzieher A nennen, den nachfolgenden aber B.

IV) B begiebt sich nun mit seinem Kettenstabe gleich nach dem Anfangspunkt A der auszumessenden Linie, ziehet die daselbst stehende Fahne oder Stange AB aus, und setzet in das Loch, wo AB gestanden, die Stachel seines Kettenstabes.

V) Der vorwärts gehende Kettenzieher A, begiebt sich aber mit seiner Kettenstange, so weit es die ausgespannte Kette zulässet, nach α und hält daselbst seinen Kettenstab frey in der Hand herunter, so daß er sich vermittelst seiner Schwere von selbst in eine verticale Richtung stellet.

VI) B aber tritt einige Schritte hinter seinen Kettenstab, visirt längst ihn vorbey, und untersucht, ob der Kettenstab des A sich in der abgesteckten Verticalebene ACEG befinde. Wenn solches nicht ist, so giebt B dem A durch Zeichen und Zurufen zu verstehen, den Stab rechts oder links zu stecken, so lange bis derselbe bey α in der abgesteckten Verticalfläche ACEG steht.

VII) Zugleich spannet A die Meßkette gehörig aus, damit sie gerade zu liegen komme, und wenn solche etwa durch kleine Hügel aufgehalten würde, so wird sie etwas in die Höhe gehoben, und geworfen oder geschlenkert, bis sie gerade liegt.

Alsdann hat man von A bis α die Länge einer Meßkette.

VIII) Nun ziehen beyde Kettenzieher ihre Stäbe wiederum aus: B setzet in das Loch, wo sein Kettenstab gestanden, die (IV) ausgezogene Meßfahne oder Stange: A aber stecket da, wo nach gehöriger Einrichtung die Spitze seines Kettenstabes gestanden, ein Zeichenstäbgen ein.

Hierauf gehen beyde Kettenzieher mit ausgespannter Kette weiter fort nach G oder auch nach dem nächsten Absteckstabe zu.

IX) Wenn B nach α hinkömmt, wo das Zeichenstäbgen stehet, so ziehet er solches aus, verwahret es wohl, und stecket in das Loch bey α die Stachel seines Kettenstabes.

A aber, der nach β hinkömmt, stecket auf Befehl des B, der längst seines Stabes vorbey visiret, seinen Kettenstab wieder in die abgesteckte Verticalfläche ACFG, oder auch A visiret an seinem eigenen Kettenstabe vorbey, und siehet zu, ob er mit dem Kettenstabe des B, und der bey A zurückgelassenen Fahne in gerader Richtung stehe, spannet die Kette an, und setzet darauf wieder, wie vorhin, ein Zeichenstäbgen ein, so hat man von α bis β abermahls eine Kettenlänge.

X) Auf diese Art gehet die Arbeit immer fort; der vorwärts gehende Kettenzieher, setzet allemahl in das Loch, wo sein gehörig eingerichteter Kettenstab gestanden, ein Zeichenstäbgen, und der nachfolgende Kettenzieher sammlet sie ein.

XI) Wenn endlich A nach γ hingekommen ist, und daselbst bemerkt, daß das letzte Stück γG nicht mehr völlig eine ganze Kettenlänge betragen möchte, so begiebt er sich mit seinem Kettenstabe dennoch immer weiter vorwärts, über G hinaus, bis B nach γ hinkömmt. Hierauf spannet A die Kette gehörig aus, B aber gehet längst der ausgespannten Kette $\gamma\varepsilon$ fort,

fort, und zählet, wie viel ganze Ruthen und Schuhe noch auf das Stück Gγ gehen. Trift G nicht gerade auf den Endpunkt eines Schuhes, so schätzet er die noch übrigen Zolle entweder nach dem Augenmaaße, oder bestimmt solche vermittelst eines angelegten Zollstabes.

XII) Ich will setzen, von A bis γ habe B 10 Zeichenstäbgen eingesammlet, und das letzte Stück γG sey $= 3^\circ\ 5'\ 7''$ gefunden worden; Wäre nun die gebrauchte Meßkette 5 Ruthen lang gewesen; so würde also endlich die ganze ausgemessene Länge $AG = 10 . 5^\circ + 3^\circ\ 5'\ 7'' = 53^\circ\ 5'\ 7''$ seyn.

Anmerkung.

§. 38. Solchergestalt läßt sich in kurzer Zeit eine beträchtliche Länge ausmessen. Nur sind hiebey kürzlich noch folgende Erinnerungen nöthig.

1) Müssen die Kettenstäbe allemal senkrecht in den Boden gestecket werden.

2) Wenn man während der Messung an seichte Orte kommen solte, wie solches unterweilen auf Wiesen zu geschehen pflegt, und man daher im Wasser herumwaden müßte, so ist es, um der Gesundheit nicht zu schaden, rathsam, sich blecherner Wasserstiefel zu bedienen. Diesen Vorschlag thut Helfenszrieder

(An-

(Anleitung zur Geodäsie §. 245). Die Einrichtung solcher Stiefel kan am a. O. nachgelesen werden.

3) Oft ereignet es sich, daß niedriges Buschwerk oder Gesträuche die Messung unterbrechen. In solchen Falle müssen sie umgebogen, oder, wenn nichts daran gelegen, abgehauen werden.

4) Ueber kleine Gräben und Vertiefungen, die man überschreiten, oder über die man ein Brett legen kan, läßt sich ohne Mühe die Messung fortsetzen; ist aber der Graben sehr breit, so muß man durch andere Kunstgriffe, die ich aber erst in der Folge erklären kan, vorher die Breite desselben messen, ehe man jenseits des Grabens, die Arbeit weiter fortsetzen kan.

5) Wenn kleine Erhöhungen unterwegs vorkommen solten, so muß man die äussersten Ringe der Meßkette, an ihren Stäben in die Höhe schieben, so daß die Meßkette frey, in gerader Linie über die kleinen Hügel und Anhöhen wegstreiche.

6) Wenn die ebene Fläche von A nach G (Fig. V) abhängig oder nicht horizontal ist, so ist die gemessene Weite AG, eigentlich nicht der Horizontalabstand der beyden Punkte A und G.

Hätte

Hätte man diesen bestimmen wollen, so wäre es nothwendig gewesen, bey jedem Kettenzuge die Kette horizontal auszuspannen.

Dieses geschiehet, wenn der tiefer stehende Kettenzieher, nachdem er seinen Stab vertical in den Boden gestecket, den Ring an seinem Kettenstabe ergreift, und solchen in die Höhe schiebt, bis die Richtung der ausgespannten Meßkette, mit der verticalen Richtung des Kettenstabes einen rechten Winkel macht.

Der rechte Winkel wird aber nur nach dem Augenmaaße geschätzt.

Völlig genau, und auf eine andere Art die Meßkette horizontal zu richten, würde ziemliche Schwürigkeiten haben, ja gar nicht möglich seyn. Es kömmt aber auch so sehr nicht darauf an, weil eine kleine Abweichung von der horizontalen Lage keinen merklichen Fehler verursacht.

Wenn man ohngefähr nach dem Augenmaaße, oder sonst auf eine andere Art wüßte, um wie viel Fuße der Punkt A (Fig. XIV) höher läge als G, so könnte man nur geradehin die schiefe Linie AG messen, und alsdann aus AG, AC, in dem rechtwinklichten Triangel ACG den Horizontalabstand CG berechnen, aus §. 7.

Denn es ist $CG = \sqrt{(AG^2 - AC^2)}$

Ge-

Gesetzt, man habe gemessen AG = 300′ und nach dem Augenmaaße geschätzt oder sonst gefunden AC = 20′ so würde CG = √ (90000 — 400) = √ 89600 = 299 , 33′ oder 299′ 3″ 3‴, mithin der Horizontalabstand der beyden Punkte A und G nur um 6″ 7‴ kleiner, als die wahre Weite AG.

Man siehet hieraus, daß wenn die Fläche, auf der man misset, nur sehr wenig gegen die Horizontalfläche geneigt ist, man ohne merklichen Irrthum, die wahre Weite AG der horizontalen CG gleichsetzen könne.

Man könnte auch aus der wahren Weite AG die horizontale CG berechnen, wenn man den Elevationswinkel AGC entweder nach dem Augenmaaße geschätzt, oder unmittelbar gemessen hätte; denn es ist

$$CG = AG . \cos AGC$$

Der Winkel AGC brauchte aber nur ohngefähr in Graden bekannt zu seyn, wenn die Anhöhe nicht sehr steil ist.

Ex. Es sey AGC = 10°; AG = 1000 Fuß so wird aus den Sinustafeln cos AGC = 0 985, wenn man nämlich die höhern Decimalstellen wegläßt; also AG = 0, 985 . 1000 Fuß = 985 Fuß; daher AG — CG = 1000 F. — 985 . F. = 15 Fuß; um so viel wäre folglich, bey einer wahren Weite = 1000 F. und einem

Eleva-

Elevationswinkel von 10°, die Horizontalweite kleiner, als die wahre.

Ist aber die Fläche von A nach G sehr abhängig, so läßt sich die Horizontalweite auch sehr bequem und richtig durch Hülfe zweyer Maaßstäbe, von denen immer einer vertical gestellt, und der andere horizontal angelegt wird, bestimmen, wie ich hernach zeigen werde.

Aufgabe.

§. 39. Auf einem Boden, der nicht sehr abhängig, und auf dem keine beträchtliche Ungleichheiten vorkommen, eine gerade Linie mit Maaßstäben auszumessen.

Aufl. I) Gesetzt (Fig. XV) sey der Horizontalabstand der beyden Objecte U und Y zu messen, und von U nach Y sey der Boden nicht sehr abhängig. Ich nehme an, daß zwischen U und Y bereits Stäbe in die Verticalebene UY abgestecket worden sind.

Um nun den erwähnten Horizontalabstand sehr genau zu bestimmen, so bediene man sich dazu der (§. 34. VI) angegebenen Maaßstäbe mit Stiften, nebst der daselbst beschriebenen Schemmel, auf folgende Art.

II) Gleich zunächst des Anfangspunktes U setze man einen dergleichen Schemmel (§. 34

VI und Fig. XII) hin. Ferner bey B und C, einen zweiten und dritten, ohngefähr nach dem Augenmaaße in die gerade Richtung UY, und etwa in der Weite der Maaßstäbe von einander.

Zu der Messung selbst werden nun wenigstens drey Personen, die A, B, C heisen mögen, erfordert; A und B beschäftigen sich mit Legung der Maaßstäbe; C aber führet eine Setzwaage (§. 34. VIII u. Fig. XIII) mit sich.

III) Nachdem nun die Tischgen ohngefähr nach dem Augenmaaße wagerecht gestellet worden, so nimmt A einen von denen §. 34. VII beschriebenen Maaßstäben, und legt ihn auf die beyden Schemmel A und B, so, daß der eine Endpunkt r dieses Maaßstabes nr auf das Tischgen des Schemmels B, das andere Ende n aber lothrecht über den Anfangspunkt U der auszumessenden Linie zu liegen komme.

IV) Hierauf nimmt C eine Setzwaage, stellet solche bey d auf den Maaßstab nr, und und läßt von den Gehülfen B und A die Füsse der beyden Schemmel so lange verrücken, und die Tischgen, auf denen der Maaßstab ruhet, auf und nieder stellen, bis der herabhängende Faden der Setzwaage genau die auf dem Querleisten bezeichnete Stelle §. 34. VIII. bedecket; Alsdann wird der Maaßstab nr horizontal liegen, und die Ebene der beyden Tischgen,

gen, so viel als bey diesem Geschäfte nöthig ist, wagerecht seyn.

Nach dieser Vorbereitung bringt nun der Gehülfe A das Ende n des auf den Tischgen ruhenden Maaßstabes nr völlig genau über den Anfangspunkt U der auszumessenden Linie, und bedienet sich zu dieser Absicht eines von n herabzuhängenden Lothes.

Wenn dieses geschehen ist, so hält A sein Auge hinter den vordersten Stift m, visiret an beyde Stifte m und i hinaus, nach dem bey Y aufgerichteten Signale, oder nach dem nächsten Absteckstabe zu, und untersuchet, ob die Richtung des Maaßstabes nr sich in der abgesteckten Verticalebene UY befinde. (I)

Wenn solches nicht ist, so verrücket er den Maaßstab nr so lange rechts und links, aber so, daß doch n beständig lothrecht über U bleibe, bis nr genau in gerader Linie nach dem Gegenstande Y hingerichtet ist.

V) Hierauf nimmt der Gehülfe B einen zweiten eben so langen Maaßstab rs, und legt solchen auf die beyden Schemmel B und C, so daß der eine Endpunkt s auf den Schemmel C, der andere aber genau an den Endpunkt r des erstern Maaßstabes nr zu liegen komme.

VI) Während daß sich aber B mit der Legung seines Maaßstabes beschäftiget, muß der erste nr in unverrückter Lage erhalten werden. Dieses geschiehet, wenn A den Maaßstab nr an die Tischgen, auf denen er ruhet, sanft andrücket, und allenfalls bey r, wo sich der Maaßstab nr endiget, auf dem Tischgen mit der Spitze eines Federmessers eine zarte Linie reisset, damit, wenn etwa der Endpunkt r etwas aus seiner Lage gekommen seyn solte, die Verrückung sogleich wieder hergestellet werden könne.

Diese Vorsicht ist überhaupt bey der Legung eines jeden nächstfolgenden Maaßstabes zu beobachten.

VII) Damit nun die Richtung der zwoten Stange rs ebenfalls in die Verticalebene UY, oder in die gerade Linie mit nr zu liegen komme, so visiret A an den Stiften m und i, oder an dem Maaßstabe nr hinaus, und läßt von dem Gehülfen B den Maaßstab rs nur erst ohngefähr in die gerade Richtung UY bringen.

VIII) Hierauf setzt C auf rs die Setzwaage, und läßt von dem Gehülfen B das dritte Tischgen C erhöhen oder erniedrigen, bis rs genau horizontal liegt. Alsdann visiret A nochmals an den Stiften hinaus, damit, wenn sich die Stange rs, während daß sie B in die horizon-

horizontale Lage brachte, wieder etwas aus der Verticalfläche UY verrückt haben solte, sie sogleich wieder gehörigermaaßen eingerichtet werden könne.

IX) Auf diese Art hätte man also am Ende der bisherigen Operation, in der abgesteckten Verticalfläche UY, von n bis s eine gemessene Horizontallinie von 2 Stangenlängen.

X) Um nun die Messung weiter fortzusetzen, so fängt man auf eine ähnliche Art eine neue Operation an. Sobald nämlich B mit der Legung seines Maaßstabes fertig ist, so nimmt A sein Tischgen über U weg, und bringet solches nach α; B aber erhält seinen Maaßstab rs in unverrückter Lage und bedienet sich der Vorsicht (VI).

XI) Hierauf legt A den von U zugleich mitgenommenen Maaßstab, auf die beyden Tischgen bey C und α. Nämlich, dessen einen Endpunkt genau an s, den andern t aber auf das Tischgen bey α. Wenn dieß geschehen, so wird die Stange st erstlich in die gerade Linie UY gerichtet, und dann horizontal gestellet, völlig nach eben dem Verfahren, dessen sich vorhin B bediente, den Maaßstab rs zu legen.

XII) Solchergestalt gehet die Arbeit beständig fort, indem A und B wechselsweise immer ihre Tischgen näher nach Y hinbringen, und ihre Maaßstäbe an einander legen, bis sie an den Endpunkt Y der auszumessenden Linie hinkommen.

XIII) Während der ganzen Messung, verstehet sich, müssen die Stangen gezählet werden; Um hiebey nicht zu irren, so zählet A, Eins, sobald der Maaßstab von A nach B gehörig liegt. Ist hierauf B mit der Legnng seines Maaßstabes fertig, so zählet B, Zwey.

Ist nun A wiederum von C bis α fertig, so zählet er Drey; dann zählet B wiederum Viere u. s. w. So kommen auf diese Art an A immer ungerade Zahlen, an B aber die geraden.

So bald nun z. E. B einmal eine ungerade Zahl zählen solte, so zeigt dieses an, daß im Zählen ein Fehler vorgefallen ist, und so wäre dieses Verfahren, die Stangen zu zählen, eine Prüfung, ob richtig gezählet wird. Um übrigens das Gedächtnis nicht zu beschweren, so können A und B ihre Zahlen auch in ein Manual eintragen.

Diese Methode des Zählens wird von verschiedenen Schriftstellern empfohlen. Vielleicht wäre es nicht überflüssig, auch an jeder Station ein kleines Zeichenstäbchen, worauf die

Zahl

Zahl jeder Station geschrieben, zurückzulassen. Man kan, um keine Stange zu überzählen, nicht vorsichtig genug seyn.

XIV) Um das Zählen zu ersparen, könnte auch C eine gewisse Menge von Rechenpfennigen bey sich führen, und denen B und A, nach der jedesmaligen Anlegung des Maaßstabes, einen davon zureichen.

Solchergestalt brauchte man nur, wenn die ganze Messung zu Ende ist, die Menge der von A und B eingesammleten Rechenpfennige zusammen zu rechnen, so weis man, wie viel ganze Stangenlängen, auf die ausgemessene Linie gehen.

Gesetzt bey β endige sich ein angelegter Maaßstab $t\beta$, und das Stück βg, bis ans völlige Ende, betrage keine ganze Stangenlänge, so fälle man von dem horizontalen Maaßstabe βo, ein Loth auf Y herunter, so bestimmt sich auf βo, die Länge des letzten Stücks βg.

Es verstehet sich aber von selbst, daß für die letzte Stange βo kein Rechenpfennig eingesammlet wird, weil von ihr nur das Stück βg, bis ans völlige Ende der auszumessenden Länge, genommen wird.

Um nun endlich, die ganze Länge ng zu erfahren, so setze man, die Länge der beyden gleich großen Maaßstäbe, deren sich A und B bedienet haben, betrage 5′. Von n bis β habe man 100 Rechenpfennige eingesammlet, und das letzte Stück βg sey = 3′ 5″ 4‴ gefunden worden.

So wird der ganze Horizontalabstand ng = 100 . 5′ + 3′ 5″ 4‴ = 503′ 5″ 4‴

XV) Solchergestalt kan man mit sehr grosser Genauigkeit eine gerade Linie auf dem Felde messen. Allein man siehet leicht, daß eine Messung mit Stäben nicht so geschwind von statten gehen kan, als die mit der Meßkette; Indessen geben die Maaßstäbe die Messungen weit schärfer, und da man in manchen Fällen eine sehr große Genauigkeit verlangen kan, so habe ich zeigen müssen, wie man seine Absicht erreichen könne.

Statt der Schemmel, deren ich mich bisher, bey Ausmessung einer Linie mit Maaßstäben bedienet habe, kan man sich noch einer andern, aber etwas weitläuftigern Vorrichtung bedienen, die Hr. P. von Osterwald (Abh. der Churfürstl. Bayrischen Acad. der Wissensch. Erst. Band II Th. p. 62) vorschlägt. Nämlich, man läßt in die Verticalfläche, in der eine Linie gemessen wird, von 20 zu 20 Schuhen, etwa 4 Schuh hohe vierecktigte Pfähle in die Erde schlagen. An diese befestigt man Latten in wagrechten Stande, und

und misset auf ihnen, wie auf einer Brücke, her, dergestalt, daß man jeden nächstfolgenden Maaßstab, genau an das Ende des nächst vorhergehenden anlegt. — Man kan etwa nur zehn solcher Pfähle auf einmal einschlagen, und wenn man auf ihnen hergemessen hat, die hintersten wieder ausziehen, eine neue Brücke machen, und so die Messung, so weit man will, fortsetzen, ohne daß man der Gefahr ausgesetzt ist, die Meßstangen während der Arbeit zu verrücken. — Bey diesem Verfahren ist nur zu bemerken, daß die Stellen, wo die Pfähle zu den Brücken gestanden, sorgfältig, vermittelst kleiner Zeichenstäbgen, bezeichnet werden müssen, damit, wenn man zur Prüfung der Arbeit, die Messung noch einmal rückwärts vornehmen will, die Brücken wieder auf eben die Art zu stehen kommen, wie sie bey der ersten Messung standen. — Diese Vorrichtung Hrn. von Osterwalds kan allerdings in der practischen Geometrie mit Nutzen gebraucht werden, wenn eine sehr lange Grundlinie mit großer Sorgfalt gemessen werden soll.

In dem zweiten Theile des zweiten Bandes der erwähnten Abhandlungen der Bayerischen Acad. der Wissensch. (p. 365) findet sich noch eine andere Abhandlung von Hrn. v. Osterwald, die einen Bericht über die Messung einer Grundlinie von München bis Dachau ent-

 hält,

hält, woselbst die erwähnte Methode, auf Pfählen herzumessen, weitläuftig erzählt, und alle Umstände angeführt sind, auf die man bey genauer Messung einer Linie zu sehen hat. Auch befindet sich daselbst p. 378 eine Tabelle, für die Veränderungen der Länge eines zwölfschuhigten Maaßstabes von Tannenholz, bey verschiedenen Graden der Wärme.

Will man nicht so genau verfahren, so läßt man die Schemmel weg, und spannet bloß längst UY eine Meßschnur aus. Dann nehmen zween Gehülfen ein paar Maaßstäbe und legen sie wechselsweise längst der Meßschnur an einander. Die horizontale Richtung der Maaßstäbe wird sich aber alsdann freylich nicht so genau, wegen der Ungleichheiten des Bodens, erhalten lassen.

XVI) Handwerksmäßige Feldmesser verfahren noch weniger genau, sie spannen oft nicht einmal eine Schnur in die abgesteckte gerade Linie aus. Damit weichen sie alle Augenblicke von der geraden Richtung ab, und begehen aus Nachläßigkeit, offt andere noch weit beträchtlichere Fehler, wie ich in der Folge zeigen werde.

Anmerkung.

§. 40. Wie genau man, vermittelst der Maaßstäbe, gerade Linien ausmessen könne, zeigen die Abmessungen, die die Pariser Academisten

demiſten, zur Beſtimmung der Figur und Größe unſerer Erdkugel angeſtellet haben.

So wurde in Lappland zwiſchen Torneo und Kitti eine Grundlinie von 7406 Toiſen und 5 Schuhen zu verſchiedenen mahlen gemeſſen, und man fand nur einen Unterſchied von 4 Zollen bey wiederholten Meſſungen; dieſes iſt bey einer ſo großen Linie eine Genauigkeit, die man kaum erwarten ſolte.

Die Arbeit gieng freylich langſam von ſtatten, denn man brauchte dazu eine Zeit von 7 Tagen.

Meiſtens iſt in der Geodäſie keine ſo gar große Schärfe nöthig, und aus dieſer Urſache bedienet man ſich mit Vortheil der Meßkette.

Daß aber der Gebrauch der Kette, auf einem ebenen Boden, zureichend genau iſt, davon hat ſich Marinoni (de re ichnog. p. 245) durch folgenden Verſuch, den jeder leicht nachmachen kan, überzeugt.

Er maaß nämlich auf einem horizontalen Boden, vermittelſt zweyer Maaßſtäbe von 6 Wiener Fuſſen, eine gerade Linie von 110 Stangenlängen, oder 660 Wiener Fuſſen zu wiederholten malen.

Nun maaß er die nämliche Länge mit einer vorher wohl geprüften Kette, und gebrauchte daben alle nöthigen Vorsichten. Die Meßkette hielt genau 60 Wiener Fuß.

Wie die Messung zu Ende war, so erreichte der 11te Kettenzug, völlig genau den Endpunkt der abgesteckten, und vorher mit Maaßstäben ausgemessenen Länge.

Und so zeigte sich, daß eben diese Linie, vermittelst der Meßkette gemessen, 11. 60'. oder 660' betrug, zum Beweise, wie genau beyde Messungen mit Stäben und mit der Kette, übereinstimmten.

Die Zeiten aber, in denen die Messungen vollendet wurden, waren sehr von einander unterschieden. Beym Gebrauch der Maaßstäbe wurde immer $\frac{1}{4}$ Stunde Zeit erfordert. Mit der Kette wurde aber eben die Länge innerhalb 5 Minuten gemessen.

Marinoni macht also hieraus den Schluß, daß es in der Geodäsie, bey Messungen auf ebenen Boden, in allem Betrachte vortheilhaft sey, sich der Meßkette zu bedienen.

Aufgabe.

§. 41. **Auf einer sehr abhängigen Fläche, den Horizontalabstand zweener gegebenen Punkte zu finden.**

Auflösung. I) Gesetzt (Fig. XVI) A und G seyen auf dem Felde ein paar Punkte, zwischen denen sich ein hoher und stark abhängender Hügel befände: Man soll den Horizontalabstand der beyden Punkte A und G finden.

Das will sagen, wenn man sich durch A eine Verticallinie Aα gedenkt, und durch G eine Horizontallinie Gα, welche gedachte Verticallinie in α durchschneidet, so soll man die Länge Gα finden.

II) Um also dieses zu leisten, stecke man zwischen A und G über den Hügel eine Verticalebene ab, vermittelst der bey M, N, R, hinzusetzenden Absteckstäbe (§. 32. IV)

III) Nun sey erstlich (Fig. XI) die schiefe Linie μmc ein Stück von der abhängigen Richtung eines Hügels. Man setze in c die Spitze des Maaßstabes abc (§. 34. IV) und bringe solchen, vermittelst des an dem Stift t herabhängenden Lothes, in eine verticale Lage.

Darauf nehme man einen zweiten Maaßstab mn; setze dessen einen Endpunkt m an die Anhöhe, und schiebe mn an ab so lange auf und nieder, bis eine auf mn gestellte Setzwaage, die horizontale Lage des Maaßstabes nm anzeigt.

Auf

Auf dem Maaßstabe abc ist nun, nach der Mitte herunter, eine gerade Linie ab gezogen, auf der sich Abtheilungen von b gegen a, in Fuße, Zolle und Linien befinden; auch liegt die gerade Linie ab in der Verlängerung des Stiftes bc, welcher in dem Boden stecket.

Ferner sind auch auf dem horizontalen Maaßstabe, von m gegen n, Abtheilungen in Fuße u. s. w. verzeichnet.

Man untersuche also, wie viel Fuße, Zolle und Linien, die verticale Linie ab, auf dem horizontalen Maaßstabe, von m bis l abschneidet, so hat ml, oder den Horizontalabstand, der beyden Punkte m und b.

Und wenn man cy horizontal, my vertical ziehet, so ist ml = by.

IV) So wie also hier in der XI Fig. des schiefen Stücks mc Horizontalweite ml gefunden worden, so wird in Fig. XVI über den ganzen Hügel A w RNMG, die Arbeit fortgesetzet, und die ganze Horizontalweite Gα stückweise gesucht.

Nämlich gleich bey G (Fig. XVI) wird der Maaßstab Ga vertical eingesetzt, der horizontale mn aber, so angelegt, daß er sich in der abgesteckten Verticalebene befinde; dieses kan man leicht bewerkstelligen, wenn man hinter Ga das Auge hält, und an dem Maaßstabe

stabe nm hinaus, nach der nächsten Absteckstange M visiret.

Nimmt man darauf, wie in Fig. XI gewiesen, von m nach l, die Anzahl von Fussen, Zollen und Linien, so hat man erstlich die Horizontalweite ml des schiefen Stücks mG.

Nun gehe man weiter: Nachdem vorher genau der Punkt m auf dem Boden bemerkt worden, wo der Endpunkt des horizontalen Maaßstabes hinreichte, so nehme man den verticalen Stab von G weg, und setze ihn in m ein; dann lege man wieder, wie vorhin, den horizontalen an; und bestimme auf ihm die Horizontalweite ki, des schiefen Stücks km.

Auf diese Art setzet man, wie die punktirten Linien ausweisen, die Messung über den ganzen Hügel fort, und bemerkt jedesmal in dem Diario, die gefundene Horizontalweite.

V) So giebt endlich die Summe aller gemessenen horizontalen Stückgen ml + ki + xo + Nr + Nv + ts + wy, wie sich leicht übersehen läßt, die ganze Horizontalweite Gα, und die vorgelegte Aufgabe wäre aufgelöset.

Zusatz.

§. 42. Wolte man die wahre Weite von A nach G bestimmen, so müßte man ausser der

der horizontalen Weite Gα, auch noch die Erhöhung des Punkts A über G, oder die Linie Aα wissen.

Diese bestimmet sich so:

Da Fig. XI. auch von dem horizontalen Maaßstabe mn, die Abtheilungen auf dem verticalen ba, abgeschnitten werden, so ergiebt sich zu gleicher Zeit dadurch die Linie bl, oder die Erhöhung des Punktes m über c.

Solchergestalt erhält man in Fig. XVI bey jeder Station, sowohl die Erhöhungen Gl, mi, ko, xr auf der einen Seite des Hügels, als auch die Erhöhungen vs, tw, Ay; auf der andern Seite desselben.

Man ziehe von dem höchsten Punkte N eine Verticallinie Nz auf Gα; und durch A die Linie AX horizontal.

So erhellet folgendes: die Summe der Erhöhungen Gl + mi + ko + xr auf der einen Seite des Hügels, giebt die Erhöhung des Puntes N über G, oder die Linie Nz:.

Die Summe vs + tw + Ay giebt aber die Erhöhung des Punktes N über A, oder die Linie NX.

Ziehet man nun von NZ die Linie NX ab, so erhält man XZ oder Aα; folglich die gesuchte Höhe, des Punkts A über G.

Sol-

Solchergestalt ist endlich, nachdem $A\alpha$ gefunden worden; die wahre Weite $AG = \sqrt{(G\alpha^2 + A\alpha^2)}$.

Solten auf dem Wege von G nach N auch Vertiefungen vorkommen, so muß man solche als negative Erhöhungen ansehen.

Zusatz.

§. 43. Die krumme Linie A w RMNG ist die Durchschnittsfigur einer Verticalebene, mit der krummen Fläche des Hügels.

Gedenkt man sich nun, von jedem Punkte dieser krummen Linie, ein Loth auf die Horizontalfläche herab, reducirt man die krumme Linie z. E. auf den Horizont durch G (§. 4) so erhält man die gerade Linie $G\alpha$, für die Projection der krummen Linie auf diese Horizontalfläche.

Begreiflich wird aber die nach der Aufgabe §. 41 gemessene Horizontalweite $G\alpha$, auch der Projection der krummen Linie A w RNMG z. E. auf den Horizont durch A, gleich seyn.

Anmerkung.

§. 44. Einige bedienen sich bey Messungen über Anhöhen, nicht der Maaßstäbe, sondern bloß der Meßkette, und verfahren dabey auf folgende Art.

Statt

Statt Anlegung eines horizontalen Maaßstabes mn (Fig. XVI) befestigen sie in m den einen Endpunkt der Kette, spannen hierauf ein Stück von ihr horizontal aus, bis an den verticalen Stab Ga, und bestimmen so auf der Kette die Horizontalweite ml.

Ohne Zweifel wird man aber weit bequemer und richtiger sich bey dieser Aufgabe bloß der Maaßstäbe bedienen.

Man kan auch, wie in der Folge erhellen wird, die Horizontalweite Gα noch auf andere Arten bestimmen. Dieses setzt aber Kenntniße des Winkelmessens zum voraus.

Will man die Erhöhung des Punktes A über G, und zwar, wie zu einigen Absichten erfordert wird, mit sehr großer Schärfe bestimmen, so gehöret dieses ins Kapitel vom Nivelliren, davon in der Folge ebenfalls der gehörige Unterricht ertheilet werden soll.

Von den Fehlern, die man in der Messung einer geraden Linie begehen kan.

§. 45. Die Fehler, denen man bey diesem Geschäfte ausgesetzt ist, hängen theils von der Unvollkommenheit der Werkzeuge ab, theils aber auch von der Nachläßigkeit des Geometers, und von der Unmöglichkeit, eine völlig mathe-

mathematische Genauigkeit zu erhalten. Man muß aber solche zu beurtheilen wissen, und dieß soll in folgenden geschehen.

Fehler aus der Unvollkommenheit der Werkzeuge.

I) Diese hängen von der Größe und Eintheilung der Meßketten und Maaßstäbe ab.

Es verstehet sich von selbst, daß eine Kette nicht allein die angebliche Größe würklich besitze, sondern auch richtig in Ruthen und Fuße abgetheilt sey. Wenn eine Kette gerade 5 reinländische Ruthen lang seyn solte, in der That aber etwas länger oder kürzer wäre, so würde bey jedem Kettenzuge ein Fehler begangen. Man muß daher die angebliche Länge der Kette, das will sagen, die Entfernung ihrer beyden Endpunkte vorher wohl prüfen, ehe man Messungen anstellet.

Die Art, wie diese Prüfung geschehen könte, wäre etwa folgende.

Man verzeichne auf einem Maaßstabe, mit aller möglichen Sorgfalt, die Länge einer solchen Ruthe, dergleichen die Kette z. E. 5 enthalten soll, und bestimme mit diesem Maaßstabe auf einem ebenen Boden, so genau als möglich, eine Länge von 5 Ruthen. Dann bringe man die Meßkette an diese abgesteckte

Länge, und untersuche, ob nach gehöriger Ausspannung derselben, ihre beyden Endpunkte völlig genau die 5 Ruthen zwischen sich enthalten. Den Versuch kan man einigemahle wiederholen, und sich so von der eigentlichen Größe der Meßkette versichern. Fände man z. E. die Kette um 2 Zoll länger, als 5 Ruthen, so müßte man in der Folge für jeden Kettenzug nur 5 Ruthen weniger 2 Zoll, oder 4° 9′ 8″ rechnen.

Diese Prüfung der Kette ist besonders in dem Falle nothwendig, wenn sie schon lange gebraucht worden. Denn es lehret die Erfahrung, daß die Glieder oder Gelenke sich mit der Zeit in ihren Ringen abnutzen und ausschleifen, wodurch die Kette verlängert wird.

Ferner biegen sich auch beym Gebrauche die Glieder krumm, und dieser Umstand verkürzt die Kette; daher muß man beständig darauf sehen, daß die Gelenke gehörig die gerade Richtung haben.

II) Einige rathen, man solle eine **sehr lange** Linie z. E. von 100°, erst mit Maaßstäben, und dann mit der Kette messen, beyde Messungen mit einander vergleichen, und aus dem gefundenen Unterschiede die wahre Länge der Kette bestimmen. Die Ursache, warum man zur Prüfung der Kette eine sehr lange Linie vorschlägt, ist, weil ein in der

Ketten-

Kettenlänge enthaltener Fehler sich bey oft wiederholten Kettenzügen häuft, und daher bey einer sehr langen Linie sichtbarer ausfällt, als bey einer kurzen.

Begreiflich wird aber die sehr lange Linie auch sehr genau mit der Kette gemessen werden müssen, wenn der am Ende gefundene Unterschied, den wahren Fehler der Kette bestimmen, und nicht mit denen Fehlern vermischt seyn soll, die der Feldmesser selbst begangen haben könte, z. E. wenn er während der Messung, die Kette nicht immer gleich stark angezogen, die Kettenstäbe nicht immer gehörig eingesetzt hätte u. d. gl.

Wäre demnach z. E. eine Linie von 1000 Fußen aufs genauste mit Maaßstäben gemessen worden, und man fände solche, vermittelst der Kette, nur 998 Fuß lang, so könte vielleicht der Unterschied von 2 Fußen blos von jenen Nachlässigkeiten des Feldmessers herrühren.

Ich rathe also, um recht sicher zu seyn, lieber die Länge von 1000 Fußen zu wiederholtenmalen mit der Kette zu messen. Findet man alsdann immer einen Unterschied von 2 Fußen, dann kan man versichert seyn, daß der Fehler in der eigentlichen Kettenlänge enthalten ist. Auch kan man aus den gefundenen Unterschieden ein arithmetisches Mittel nehmen, um der Wahrheit näher zu kommen.

Um nun aus einem solchergestalt gefundenen Unterschiede von 2 Fußen, die wahre Kettenlänge zu berechnen, so setze man, die Kette halte 50 Kettenfuße, und schliesse nach der Regel Detri, 998 Kettenf. geben 1000 wahre Fuße (dergleichen nämlich auf den Maaßstäben verzeichnet waren) was geben 50 Kettenfuße? Antw. 50, 1 wahre Fusse; das will sagen, die 50 Kettenfuße betragen 0, 1 Fuß oder 1 Zoll mehr, als 50 wahre Fuße, und die Kettenlänge ist also um 1'' zu groß. Eine Linie, die man folglich mit dieser Kette mäße, würde man immer kleiner angeben, als sie in der That ist, und man muß daher die gehörige Verbesserung anbringen. Z. E. hätte man mit dieser Kette eine Linie von 625° oder 6250 Kettenfußen gemessen, so würden diese nach obiger Regel de Tri 6262, 5 wahre Fuß betragen.

III) Um nun auch die Eintheilung der Kette zu untersuchen, oder zu finden, ob ihre einzeln Glieder durchaus von gleicher Länge sind, so spanne man auf einem ebenen Boden die Kette sehr stark an, lasse sie in dieser Lage liegen, nehme nun einen Maaßstab, worauf man z. E. 5 Kettenfuße verzeichnet hat, und untersuche, ob auf der Kette jede Entfernung von 5 Kettenfußen, der auf dem Maaßstabe verzeichneten Länge gleich ist: durch dieses Verfahren wird man gar bald entdecken, wo sich in den Abthei-

Abtheilungen der Kette merkliche Ungleichheiten befinden.

Fehler aus Unvorsichtigkeit.

§. 46. Diese sind beym Gebrauche der Meßkette hauptsächlich folgende.

I) Wenn man nicht in jedem Falle die Glieder der Meßkette gehörig auseinander legt, und wenn sich einige krumm gebogen, sie wieder in eine gerade Richtung bringt.

II) Wenn man in Einsetzung der Kettenstangen nachläßig ist, d. h. wenn man nicht jederzeit die Stachel genau in das Loch setzet, wo ein Zeichenstäbgen gestanden. Aus dieser Quelle entspringen die meisten und beträchtlichsten Fehler. Besonders hat man alle nöthige Vorsicht zu beobachten, wenn man über weiches Erdreich wegmisset. Da kan es gar leicht geschehen, daß, wenn der vordere Kettenzieher die Kette schlenkert und anziehet, der Kettenstab des nachfolgenden, in dem weichen Erdreiche nachgiebt, große Löcher bohrt, und sich so aus seiner wahren Stelle verrücket; daher muß man in solchem Falle sehr behutsam verfahren.

III) Wenn die Kette nicht gehörig angespannt wird.

IV) Wenn man bey jedem Kettenzuge von der geraden Linie oder Verticalfläche abweicht.

V) Wenn man bey der gewöhnlichen Einrichtung, da sich die Stachel an der Seitenfläche des Kettenstabes befindet (§. 34. II) nicht bey jedem Kettenzuge untersuchet, ob sich die Endpunkte der äussersten Ringe noch gehörig über der Stachel der Kettenstäbe befinden.

Etwas über die Beträchtlichkeit des Fehlers, dessen in IV erwähnet worden.

§. 47. Ich will annehmen, es sey auf dem Felde (Fig. XVII) die gerade Linie ah ausgemessen worden, man sey aber während der Messung nicht immer auf der geraden Linie ah geblieben, sondern z. E. bey dem ersten Kettenzuge ac um das Perpendikel bc, bey dem zweyten Kettenzuge um de, bey dem dritten df um gf u. s. w. von der geraden Richtung ah abgewichen. Auch sey fh der letzte Kettenzug. So würde man also für die ausgemessene Länge ah hier z. E. 4 Kettenzüge ac + cd + df + fh oder $4.5° = 20°$ rechnen.

Es ist aber, weil man immer von der geraden Richtung abgewichen, in der That ab um etwas kleiner als ac + cd + df + fh, und man giebt also die ausgemessene Linie ah zu groß an, wenn man sie = 20° setzet.

Um

Um nun zu finden, ob der hieraus zu befürchtende Fehler beträchtlich seyn kan, so will ich annehmen: Es seyen die bey jedem Kettenzuge begangene Abweichungen von der geraden Richtung, oder die Perpendikel bc, de, gf gegeben.

Weil nun gewiß, wenn man auch nur mittelmäßig misset, die Abweichungen von der geraden Richtung, nicht sehr beträchtlich seyn können, so werden die Perpendikel bc, de, ef, in Absicht der ganzen Kettenlänge, sehr klein seyn.

Es sey die Kettenlänge $= r = ac = cd = df = fh$

So ist in dem rechtwinklichten Dreyeck abc

$$ab = \surd\,(ac^2 - bc^2) = \surd\,(r^2 - bc^2)$$

$= r\surd\left(1 - \frac{bc^2}{r^2}\right)$; weil nun bc gegen r sehr klein, folglich auch $\frac{bc}{r}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so kan man ohne merklichen Fehler setzen

$\surd\left(1 - \frac{bc^2}{r^2}\right) = 1 - \frac{bc^2}{2r^2}$ (Tr. S. IX) u. mithin

$$ab = r - \frac{bc^2}{2r}.$$

Nun verlängere man ferner de, und ziehe $c\gamma$ parallel mit be, so ist in dem rechtwinklichten Triangel $cd\gamma$.

$$c\gamma = be = \sqrt{(cd^2 - d\gamma^2)} = \sqrt{(r^2 - (de+bc)^2)} = r\sqrt{\left(1 - \frac{(de+bc)^2}{r^2}\right)} = r - \frac{(de+bc)^2}{2r},$$

weil eben so, wie vorhin, der Bruch $\frac{de+bc}{r}$ sehr klein ist.

Völlig eben so wird $eg = r - \frac{(de+gf)^2}{2r}$ und

$gh = r - \frac{gf^2}{2r}$ folglich

$$ah = ab + be + eg + gh =$$
$$4r - \frac{bc^2 + (bc+de)^2 + (de+gf)^2 + gf^2}{2r}$$

oder wenn man der Kürze halber die Summe der Quadrate $bc^2 + (bc+de)^2 + (de+gf)^2 + gf^2 = C$ setzet, so wird

$$ah = 4r - \frac{C}{2r}$$

das will sagen, die Linie ah ist hier um die Größe $\frac{C}{2r}$ kleiner, als 4 Kettenlängen, oder $\frac{C}{2r}$ ist der Fehler,

ler, den man begehet, wenn man bey der Messung nicht beständig auf der geraden Richtung bleibt.

Ich habe in der Figur angenommen, daß jede zwo nächst aufeinander folgende Abweichungen, wie bc, de auf verschiedenen Seiten der Linie ah liegen. Fielen aber z. E. bc, de auf einerley Seite, so wird ein kleines Nachdenken zeigen, daß man alsdann in dem Werthe von C nur $(bc - de)^2$ statt $(bc + de)^2$ setzen müsse.

Man setze, die Abweichungen, die man bey jedem Kettenzuge begehet, seyen alle gleich groß, oder es sey $bc = de = gf = \varepsilon$ so wird

$$C = \varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + \varepsilon^2 = 10\varepsilon^2$$

folglich $ah = 4r - \frac{10\varepsilon^2}{2r} = 4r - \frac{5\varepsilon^2}{r}$.

Hätte man überhaupt von a bis h, n Kettenlängen gezählet, so würde, wie leicht erhellet, alsdann

$$C = \varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 \ldots\ldots + \varepsilon^2$$
$$= \varepsilon^2 + 4(n-2)\varepsilon^2 + \varepsilon^2 = (4n-6)\varepsilon^2.$$

Und daher in diesem Falle

$$ah = n.r - \frac{(4n-6)\varepsilon^2}{2r} = n.r - \frac{(2r-3)\varepsilon^2}{r}$$

Um ein Exempel zu geben, so will ich annehmen $r = 5^\circ = 500''$, und setzen, bey jeden Ket-

 tenzuge

tenzuge weiche man um 5'' von der geraden Richtung ab. Dies ist eine Abweichung, die, wenn auch nur mittelmäßig gemessen wird, nicht leicht statt finden kan. Ferner sey n=20, so wird der Werth von

$$ah = 20.5^\circ - \frac{(2.20-3)}{500}.25.$$

In diesem Falle ist also der Fehler, um den man ah zu groß angäbe, wenn man sie 20 Kettenlängen gleich setzte, oder die Größe

$$\frac{C}{2r} = \frac{(2.20-3)}{500}.25 \text{ Zolle} = 1,85 \text{ Zoll}.$$

D. h. man begienge in der ganzen Länge nur einen Fehler von 1, 85 Zollen, wenn man gleich bey jeden Kettenzuge um 5 Zoll von der geraden Richtung abwiche, und dieses ist ein Fehler, der in Absicht der ganzen Länge von 20 Kettenzügen sehr unbeträchtlich ist.

Noch einige Folgerungen aus dem bisherigen.

§. 48. I) Aus der Formel $\frac{C}{2r} = \frac{(2n-3).\varepsilon^2}{r}$ erhellet, daß der Fehler, den man in Messung einer Linie, wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, begehen kan, sich bey einerley r und n, d. h. bey gleich großen und gleichvielen Kettenzügen, verhalten würde wie ε^2, oder wie

wie das Quadrat der Abweichung von der geraden Linie;

II) Der Bruch $\frac{C}{2r} = \frac{bc^2 + (bc+de)^2 \ldots\ldots}{2r}$

§. 47 wächst, wenn C grösser wird, und r abnimmt, das will sagen: der Fehler, den man in einer ausgemessenen Länge, wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, zu befürchten hat, ist desto beträchtlicher, je mehr und öfter man von der geraden Richtung abgewichen, und je kürzer die Meßkette ist:

Daß man überhaupt beym Gebrauche langer Ketten bey weiten nicht so große Fehler, sowohl wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, als aus anderen Ursachen zu befürchten habe, erhellet noch mehr aus folgenden Betrachtungen.

Je länger eine Meßkette ist, desto weiter kommen alsdann die Kettenstäbe von einander wegzustehen, desto geringer sind also die Fehler, die beym Visiren wegen der Dicke der Kettenstäbe etwa begangen werden können, und folglich, desto weniger ist man der Gefahr unterworfen, von der geraden Richtung abzuweichen. Ferner bey einer längern Kette braucht man auch die Kettenstäbe nicht so oft einzusetzen, als bey einer kürzern. Aus dieser Ursache können also auch die Fehler §. 46. II nicht

nicht so oft vorfallen. Endlich überhaupt, je kleiner die Ketten sind, desto öfter multipliciren sich die Fehler, die man bey jeden einzeln Kettenzuge begehen kan.

III) Es würde also vortheilhaft seyn, sich in der Ausübung so langer Ketten zu bedienen, als es die Bequemlichkeit und die Umstände erlauben. Freylich würden besonders in bergigten Gegenden lange Ketten alsdann einige Beschwerlichkeiten haben, sowohl beym Forttragen, als gehörigem Ausspannen derselben.

IV) Da geringe Abweichungen von der geraden Richtung keine beträchtlichen Folgen nach sich ziehen, so erhellet, daß die Ursache §. 46. IV am wenigsten dazu beyträgt, eine Messung unsicher zu machen. Hingegen sind aber die Vorsichten §. 46. I. II. III. V. von desto größerer Wichtigkeit.

V) Wenn man annehmen will, daß in den meisten Fällen bey jedem einzeln Kettenzuge die Fehler §. 46 begangen werden, so erhellet, daß bey n Kettenzügen ein n mahl so großer Fehler begangen werden kan, als bey jedem einzelnen. Wenn also der größte Fehler, der bey jedem einzeln Kettenzuge, aus obigen Ursachen §. 46 zusammen genommen, entspringen kan $= e$ gesetzt wird, so ist bey einer ausgemessenen Länge von n Kettenzügen der zu befürchtende Fehler $= n . e$ und dieser verhält sich also

wie

wie n, oder wie die ausgemessene Linie, wenn man annimmt, daß bey jedem Kettenzuge gleich große Fehler begangen werden. Dieser Satz, daß der Fehler einer ausgemessenen Linie, der Linie selbst proportional sey, findet sich beym Marinoni de re ichnographica, und ist desto wahrscheinlicher, je mehr die Fehler bey den einzeln Kettenzügen einander gleich und ähnlich sind.

VI) Endlich erhellet auch aus der Art, wie die Fehler §. 46 begangen werden, daß man überhaupt die ausgemessenen Linien gemeiniglich zu groß angiebt.

Die gewöhnlichen Fehler, welche bey Messung mit Maaßstäben begangen werden.

§. 49. Diese sind:

I) Wenn man in die Linie, långst der man hermisset, keine Schnur ausspannt, sondern den Maaßstab nur nach dem Augenmaaße in die gerade Richtung legt.

Dieser Fehler wird von den Feldmessern sehr häufig begangen, und kan bey sehr langen Linien grosse Unrichtigkeit verursachen, weil man bey der Legung des Maaßstabes nach dem bloßen Augenmaaße, alle Augenblicke der Gefahr unterworfen ist, von der geraden Richtung abzuweichen, und dieses beym Gebrauche der Maaßstäbe weit beträchtlichere Folgen nach sich ziehen kan, als bey der Kette, weil die Abweichungen öfter begangen werden;

In der Formel $\frac{C}{2r}$ §. 47 bedeute nunmehr r die Länge des Maaßstabes; da diese gewöhnlich nur 5 bis 6 Fuß beträgt, so ist der Nenner des Bruches $\frac{C}{2r}$ beym Gebrauche des Maaßstabes weit kleiner, als bey der Meßkette, wo r gewöhnlich $= 50'$ ist. Daher wird, alles übrige gleich gesetzt, der Bruch $\frac{C}{2r}$, oder der Fehler wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, weit größer beym Maaßstabe, als bey der Kette.

II) Ein zweyter Fehler, der gewöhnlich vorzufallen pflegt, wenn man nur mit einer Stange misset, ist, wenn man die Umschläge nicht in Betrachtung ziehet, die die Stange bey jeder Umwendung auf der Erde mit ihrer Dicke macht. Das will sagen, wenn die Stange die Dicke eines Zolles hätte, und man mit beständiger Umwendung des Stabes, an einer Linie hermäße, so würde man jedesmahl 1 Zoll überschlagen, und dieß betrüge also bey 10 Stangenlängen schon einen Fuß.

III) Auch

III) Auch erhellet leicht, daß man auf diese Art die ausgemessene Linie allezeit zu kurz angeben würde.

IV) Ein dritter Fehler, der von nachläßigen Feldmessern am häufigsten begangen wird, ist, wenn man sich nicht die Mühe giebt, den Maaßstab ganz auf die Erde niederzulegen, sondern, um sich das öftere Bücken zu ersparen, das hinterste Ende des Stabes erhebt, ehe noch das vorderste den Boden erreicht hat. Die XVIII Fig. stellet solches vor Augen.

Aa ist der Stab, der in c gehalten wird.

Wenn nun der Punkt A unverrückt bleibt, bis man Aa auf den Boden niedergelegt hat, und also der Punkt a bey α den Boden erreicht, so ist $A\alpha = Aa =$ der wahren Stangenlänge. Giebt man sich aber nicht die Mühe, den Stab ganz niederzulegen, sondern erhebt das Stangen-Ende A, und läßt die Stange um c, wo man sie hält, drehen, bis sie bey β den Boden erreicht, so würde man einen großen Fehler begehen, wenn man $A\beta$ für die Länge der Stange annehmen, und also $A\beta = A\alpha = Aa$ setzen wolte. Es wäre nämlich der Fehler $= \alpha\beta = A\alpha - A\beta = Aa - A\beta$.

Gesetzt, man hielte die Stange in ihrer Mitte so, daß $Ac = ca = c\beta = \frac{1}{2}\, Aa$ wäre, und das Perpendikel cd sey die Höhe, in der man über

über dem Boden die Stange zu drehen anfienge, so würde in dem gleichschenklichten Drenecke Acβ $A\beta = 2d\beta = 2\surd(c\beta^2 - cd^2) = 2\surd(\frac{1}{4}Aa^2 - cd^2)$ folglich der Fehler $\alpha\beta = Aa - A\beta = Aa - 2\surd(\frac{1}{4}Aa^2 - cd^2)$.

Ex. Gesetzt, die Stangenlänge Aa sey $= 6'$ und wie man gewöhnlich setzen kan $cd = 1\frac{1}{2}' = \frac{3}{2}'$ so wird $\alpha\beta = 6' - 2\surd(9 - \frac{9}{4}) = 6 - \surd 27 = 6 - 3\surd 3 = 0{,}84' = 8''\,4'''$. Diesen Fehler würde man also bey jeder Stangenlänge begehen, und daher beym Fortgange der Messung ziemlich beträchtlich irren, wenn man immer Aβ für eine Stangenlänge rechnen wolte.

Anmerkung.

§. 50. Die bisherigen Betrachtungen werden nicht unnütz seyn, in einem gegebenen Falle, die Genauigkeit einer Messung zu beurtheilen, und sowohl die zufälligen, als vorsetzlichen Fehler zu schätzen.

I) Indessen gehören hieher auch diejenigen Fehler, welche daher rühren, daß fast alle Materien sich durch Wärme ausdehnen, und durch Kälte wieder zusammenziehen, mithin auch Maaßstäbe und Ketten, bey unterschiedenen Graden der Temperatur, nicht ganz genau einerley Länge behalten, welches zumal bey Messung langer Linien von einem nicht ganz unerheblichen Erfolge seyn kan.

II) Eben

II) Eben so lehret auch die Erfahrung, daß, wenn hölzerne Maaßstäbe Feuchtigkeiten einsaugen, sie einige Veränderungen ihrer Länge erfahren, und kürzer werden, so lange diese Feuchtigkeiten in den Zwischenräumen nicht gefrieren. Kommen sie aber in eine große Kälte, so hält es Hr. v. Maupertuis (Oeuvres de Mr. Maup. T. III p. 144) für wahrscheinlich, daß sie sich alsdann nicht, wie andere Materien, zusammenzögen, sondern ausdehnten, weil die Feuchtigkeiten in ihnen gefrören, und das Eis einen grössern Raum einnimmt, als das Wasser, woraus es entstanden ist.

So dehnte sich, nach Hrn. Celsius Versuchen, eine hölzerne Stange, welche einer Temperatur von 14 Reaum. Graden über den Gefrierpunkt ausgesetzt war, um $\frac{1}{6000}$ ihrer Länge aus, als sie in eine Kälte von 14 Graden unter dem Gefrierpunkt gebracht wurde.

III) Wegen (II) ist es vortheilhaft, die hölzernen Maaßstäbe, ehe man die Abtheilungen darauf macht, mit einer Oelfarbe anzustreichen, und wenn diese wohl getrocknet, sie noch mit einem Lakfürnis zu überziehen.

IV) Bey Messungen, wo eine sehr große Schärfe erfordert wird, muß man allerdings die Fehler einigermaaßen kennen, die aus den in (I) erwähnten Ursachen zu befürchten sind, und aus Versuchen über den Einfluß der

Wärme oder Kälte auf diese oder jene Materien, woraus die Maaßstäbe verfertigt werden, die Correction einer gemessenen Linie zu berechnen wissen, wie z. E. von Bouguer und andern geschehen ist, welche Messungen über die Figur der Erde angestellt haben.

V) So hat Condamine gefunden, daß ein eiserner Maaßstab von 6 pariser Fußen, sich ohngefähr um $\frac{1}{87}$ einer Linie verlängert, wenn die Wärme nach dem Reaumurschen Thermometer um 1 Grad zunimmt. Ueberhaupt beträgt, nach Don Iuans Versuchen (Voy. hist. de l'Amerique merid. Tom. II. P. II. pag. 90) die Verlängerung einer eisernen Stange für eine Veränderung von 10 Graden des Reaumurschen Therm. ohngefähr 0, 0003 ihrer Länge, einer kupfernen Stange 0, 00044, einer gläsernen 0, 00008 ihrer Länge. Die Versuche anderer weichen hievon etwas ab, wie man aus Lamberts Pyrometrie §. 217 sehen kan. Man sehe auch hierüber Lowizens Gedanken von Ausdehnung der Metalle bey Maaßstäben, im Staatsgeographus II Beylage, und *Berthoud Essai sur l'horlogerie* 1763. T. II. p. 113.

VI) Werkzeuge zu Versuchen über die Ausdehnung der Metalle findet man in *Musschenbroek Tentam. Exp. nat. Acad. del Cimento* P. II. p. 12 und in dessen *introd. in Phil. naturalem.* §. 1527. Hieher gehört auch *Smea-*

Smeaton's description of a new pyrometer, with a Table of experiments made with them in den *Phil. Transactions* Vol. XLVIII. P. II. p. 598.

VII) Weil metallene Maaßstäbe, ihrer Schwere wegen, etwas unbequem sind, so hat sich der Hr. Generalmajor William Rey, bey Gelegenheit der Abmessung einer Grundlinie auf Hounslowheath, um eine Reihe von Dreyecken zwischen London und Dower mit den bereits in Frankreich gemessenen zu verbinden, mit großem Vortheil gläserner, 20 Schuh langer vollkommen gerader Stäbe, bedient (*Phil. Trans.* Vol. 75). Auch hatte Hr. Ramsden eine Kette zu dieser Arbeit verfertigt, um zu sehen, wie die Messungen mit der Kette und diesen Maaßstäben übereinstimmen würden. Die Einrichtung dieser Kette verdient nachgeahmt zu werden. Die Messungen wurden mit aller ersinnlichen Genauigkeit angestellt, und so übereinstimmend gefunden, daß der Unterschied, wie pyrometrische Versuche auswiesen, bloß von der verschiedenen Ausdehnung des Glases und des Metalles der Meßkette herrührte. Ein neuer Beweiß, daß man auch mit Ketten, bey gehöriger Vorsicht, sehr genau messen kan.

VIII) In der gemeinen Geodäsie würde es eine sehr gesuchte und überflüßige Genauigkeit seyn, wenn man so geringe Veränderungen wegen Wärme und Kälte in Betrachtung ziehen wolte, überdem da während einer Messung gewöhnlich Fehler begangen werden, die beträchtlicher sind, als alle Veränderungen, die die Werkzeuge durch Wärme, Kälte und Feuchtigkeit erleiden.

Wenn man nur Meßstangen von guten trockenen Holze gebraucht, so lehret die Erfahrung, daß sie auch bey beträchtlichen Abwechselungen der Wärme und Kälte dennoch immer sehr gute Dienste leisten.

Einige Methoden, Entfernungen nur ohngefähr zu bestimmen.

§. 51. I) Zu dieser Absicht kan man sich des Schalles bedienen. Solcher legt in einer Zeitsecunde bekanntermaaßen ohngefähr 1040 pariser Fuß zurück, welches also 20 Sec. auf eine deutsche Meile bringt. Man kan also das Echo, oder auch den Schall bey Lösung eines Geschützes u. d. gl. auf folgende Art gebrauchen.

Da man das Feuer eines entfernten Geschützes in dem Augenblicke siehet, da es gelöset worden, so zähle man nur die Secunden, die verfliessen, bis man den Knall höret, und rechne für jede Secunde 1040 Fuß, so hat man die Weite von dem Geschütze innerhalb 1040 Fussen. Denn hat man kein Mittel, kleinere

kleinere Zeittheile als Secunden anzugeben, so wird man auch, vermittelst des Schalles, schwerlich eine größere Genauigkeit verlangen können.

Wenn man eine gute Taschenuhr bey der Hand hat, so kan man auch diese gebrauchen, die verflossene Zeit, von dem Augenblicke an, da man das Feuer siehet, bis zu demjenigen, da man den Knall höret, zu bestimmen. Nämlich, man zählet die Schläge der Taschenuhr, und da ohngefähr 150 Schläge eine Minute oder 60 Secunden ausmachen, so läßt sich in dieser Verhältniß jede gefundene Menge von Urschlägen, in Secunden ausdrücken.

Auf dem göttingischen Observatorio befindet sich eine Tertienuhr, die man bequem in der Tasche mit sich führen kan, und von dem dasigen geschickten Uhrmacher, Hrn. Klindworth, verfertiget ist. Sie wird durch eine Feder getrieben, und die Vorrichtung ist so gemacht, daß man in dem Augenblicke, da man z. E. das Feuer siehet, die Uhr in Bewegung setzen, sie fortgehen lassen kan, und sie in dem Augenblicke, da man den Schall höret, wieder zum Stillstehen bringen, und vermittelst des Zeigers auf dem Ziferblatte, die verflossenen Minuten, Secunden und Tertien zählen kan. Vermittelst einer solchen Tertienuhr würde man also schon weit genauer, die Weiten, vermittelst des Schalles, bestimmen können.

Es wird offenbar in vielen Fällen sehr bequem seyn, nach dem gewiesenen Verfahren, Weiten durch den Schall zu finden, besonders wenn keine gar zu große Schärfe verlangt wird.

Um indessen eine Probe zu geben, daß sich auch Weiten, vermittelst des Schalles, sehr genau bestimmen lassen, wenn man mit einer Tertienuhr versehen ist, so führe ich einige Beobachtungen an, welche auf Veranlassung und in Gegenwart Hrn. Hofr. Kästners auf der göttingischen Sternwarte angestellet worden sind, um die Geschwindigkeit des Schalles zu finden. Ich maaß trigonometrisch die Weite von dem Standpunkte auf der Sternwarte, wo ich die Beobachtungen mit der Tertienuhr anstellte, bis an einen zweyten Standpunkt auf einer Wiese ausserhalb der Stadt, wo ein Geschütz zu verschiedenen malen abgefeuert wurde, und fand sie = 3569 kalenbergischen Schuhen. Der Schall brauchte, um diese Weite zu durchlaufen,

nach der 1sten Beobachtung	3	Sec.	8	Tert.
2ten = = =	3	=	5	
3ten = = =	3	=	7	
4ten = = =	3	=	5	
5ten = = =	3	=	5	
6ten = = =	3	=	9	
Mittel	3	=	6, 5	

also

also 3, 1 Sec. Hieraus findet sich für die Weite, die der Schall in 1 Sec. zurücklegte $\frac{3569}{3,1}$ = 1151 Kal. Fuß = 1036 pariser. Eine andere Reihe von Beobachtungen, wo die gemessene Weite 1638 pariser Fuß war, gab 1038 paris. Schuh, welche bis auf eine Kleinigkeit, mit den Beobachtungen der pariser Academisten, und mit denen, welche erst ganz neuerlich Hr. Ingenieurmajor **Müller** in Göttingen mit eben der Tertienuhr über die Geschwindigkeit des Schalles angestellt hat, (Gött. gel. Anz. 1791) übereinstimmt, zu einem Beweise, wie genau sich also auch, bey gehörigen Vorsichten, Weiten durch Hülfe des Schalles bestimmen lassen.

Man sehe übrigens noch mehreres hievon in Hrn. **Lamberts Beyträgen zur Mathematik, I Theil** §. 244 u. s. w.

Auch befindet sich in den **Abhandl. der Königl. Schwed. Acad. der Wissenschaften im III. Band** p. 82 **der Kästnerischen Uebersetz.** ein Aufsatz vom Hrn. **Melderkreuz**, Weiten vermittelst des Schalles, zu bestimmen, und mit einander zu vergleichen, besonders wenn man nach den Oertern, wo der Schall herkömmt, keine freye Aussicht hat; Hr. **Melderkreuz** schlägt vor, man solle sich, um die Zeit in viel kleinern

nern Theilen, als Secunden, zu erhalten, gehörig gefüllter Stundengläßer von Quecksilber bedienen, und die Vorrichtung so machen, daß man etwa in dem Augenblicke, da man z. E. das Feuer eines Geschützes siehet, einen Hahn öfnen, das Quecksilber auslaufen lassen, und sobald man den Schall höret, den Hahn wieder verschliessen kan, und solle hierauf aus der Menge oder dem Gewichte des ausgelaufenen Quecksilbers die verflossene Zeit berechnen. Dieser Vorschlag würde aber vielleicht in der Ausübung verschiedenen Schwierigkeiten unterworfen seyn.

Auch von Messung der Weiten, vermittelst der Stückschüsse, stehet in dem *I.* Th. 63 Seite der schwed. Abhandl. eine Vorlesung vom Hrn. Kapit. Triewald.

II) Das Augenmaaß ist in der practischen Geometrie, um Weiten ohngefähr zu bestimmen, ebenfalls von großen Vortheil. Wir werden in der Folge zeigen, daß zu einer guten und genauen Messung, sehr viel auf die Wahl der Standlinie und anderer festen Punkte ankomme. Diese Auswahl wird aber sehr erleichtert, wenn man von den einzeln Theilen, den Seiten und Winkeln einer Figur auf dem Felde, nur erst eine ohngefähre Bestimmung hat, und ehe man die Messung selbst anstellet, vorher einen rohen Entwurf von der

ganzen

ganzen Gegend nur blos nach dem Augenmaaße macht. Dann wird sich in vielen Fällen daraus schliessen lassen, wo sich die Messung am bequemsten anfangen läßt, welche Data sich am sichersten bestimmen lassen, und wie solche ausgewählet werden müssen, damit in Absicht der daraus herzuleitenden unbekannten Theile die wenigsten Fehler zu besorgen sind. u. s. w. Daher ist ein gutes Augenmaaß sehr brauchbar in der Feldmeßkunst. Ich werde hier kürzlich den Theil der Theorie des Augenmaaßes etwas näher betrachten, welcher sich bloß mit Schätzung der Weiten zweyer oder mehrerer Gegenstände von einander beschäftiget, und kurz die Umstände erläutern, die bey diesem Geschäfte in Erwägung gezogen werden müssen, wenn das Augenmaaß etwas von der Wahrheit nicht sehr entferntes geben soll.

Vom Augenmaaße.

§. 52. 1. Wenn wir die Erfahrung zu Rathe ziehen, so ergeben sich leicht einige Mittel, durch deren Hülfe wir einen Begrif von dem ohngefähren Abstande eines Objects von unserm Auge, erlangen; jedermann weiß, daß entfernte Gegenstände bey weiten nicht so kenntlich und deutlich erscheinen, als nahe; Sie kommen unserm Auge nicht nur immer kleiner vor, je weiter wir uns entfernen, sondern sie erhalten auch eine weit blässere und minder lebhafte Farbe.

2. Mit diesem verschiedenen Eindrucke, den nahe oder entlegene Gegenstände auf unser Auge machen, haben wir uns von Jugend auf gewöhnt, den Begriff von Entfernung oder Abstand zu verbinden, d. h. wir haben uns ein Augenmaaß, ein Vermögen erworben, blos aus diesem Eindrucke Entfernungen zu vergleichen oder zu schätzen, und das mit desto grösserer Genauigkeit, je öfter wir Gelegenheit gehabt haben, Sachen in einer wirklich ausgemessenen, oder auch nur in Zeit oder Schritten angegebenen Entfernung zu sehen, oder aus Vergleichung des Gesichts mit dem Gefühl, und durch andere Mittel, aus dem, was uns das Auge darstellt, Urtheile über die wahren Grössen und Lagen der Gegenstände zu fällen.

3. Indessen wird unser Urtheil über die Grösse und Entfernung einer Sache unterweilen getäuscht. Das geschieht, wenn wir z. E.

Nach den Objecten, deren Größe und Abstand, sowohl unter sich, als vom Auge, wir aus Vergleichung ihrer scheinbaren Helligkeit, Farbe und Deutlichkeit, schätzen wollen, keine ganz freye Aussicht haben.

Wem lehret nicht die Erfahrung, daß ein Thurm oder Berg, wenn er über ein näheres Gebäude hervorragt, uns viel näher und grösser vorkömmt, als wenn wir nach ihm hin auf dem Horizonte eine ganz freye Aussicht haben. So sind wir denn überhaupt auch gewohnt, die Entfernung eines Gegenstandes von uns, für desto größer zu halten, je mehr der Zwischenraum, von dem Auge bis an den Gegenstand, in kleinere sich von einander unterscheidende Theile zerfällt. Daher erscheinen Entfernungen auf ebenen Flächen größer, als auf unebenen, wo uns Hügel einen Theil der dazwischen liegenden Dinge bedecken. Von einem ähnlichen Umstande hängt denn auch die Täuschung ab, daß das scheinbare Gewölbe des Himmels, gegen den Horizont hin, weit entfernter, als gegen den Scheitelpunkt erscheint, und die Scheibe des aufgehenden vollen Mondes für größer gehalten wird, als wenn er bereits hoch über dem Horizont herauf ist, und daß überhaupt Gegenstände in der höhern Luft viel näher scheinen, als gleich entfernte auf dem Horizonte, z. E. Wolken oder die Gipfel der Alpen viel näher, als sie wirklich sind. Täuschungen dieser Art hängen indessen auch mit von dem Orte des Bildes dieser Gegenstände in der Luft, ab, wie Hr. Lambert (Beyträge zur pract. Geom. §. 27 u. f.) gezeigt hat, wovon aber die Theorie noch lange nicht ins Reine gebracht ist. Von andern Umständen, welche auf unser Urtheil über Größe und Entfernung, Einfluß haben,

ben, lese man mehreres in Smiths Lehrbegr. der Optik, I Buch § 160 und an andern Stellen. Priestleys Geschichte der Optik nach Hrn. Prof. Klügels Uebers. S. 500 rc. und Gehlers physik. Wörterbuch unter dem Artik. Entfernung, scheinbare Größe u. d. gl. wo alles hieher gehörige sehr schön erläutert ist.

4. Ohnstreitig kömmt aber die Schätzung des Abstandes entlegener Objecte von einander auch sehr mit auf eine vortheilhafte Lage des Auges an.

Am unsichersten ist der Gebrauch des Augenmaaßes, wenn das Auge gegen die Linie, deren Länge es schätzen will, eine sehr schiefe Lage hat: Um das hieher gehörige zu erläutern, dient folgendes. Es seyen Tab. II. Fig. XIX, a, c, d, e, f, nach Gefallen Gegenstände auf dem Horizonte, und b das Auge.

Man ziehe von a, c, d, e, f nach b gerade Linien, so siehet das Auge b, die Weite ac unter dem Winkel abc, die Weite cd unter dem Winkel cbd u. s. w. Diese Winkel abc, cbd u. s. w. heisen die optischen, sehr oft auch die scheinbaren Weiten der Objecte a, c; c, d; Es lehret nämlich die Erfahrung, daß uns (einige Täuschungen,

wie

wie (3) beyseitegesetzt) Weiten gleich groß zu seyn scheinen, wenn sie an unserem Auge einerley Winkel machen, und daß überhaupt eine Sache desto größer scheinet, unter einem je größern Winkel sie ins Auge fällt.

Wären also z. E. die Winkel abc, cbd, dbe, ebf alle gleich groß, so werden dem Auge b, gewöhnlich auch die Weiten ac, cd, de, ef, insgesammt von gleicher Größe zu seyn scheinen.

Man würde aber sehr irren, wenn man die wahren Weiten ac, cd, de, ef in der That einander gleichsetzen wolte. Denn aus der Geometrie wird man leicht übersehen, daß hier cd weit größer, als ac seyn müsse, obgleich cbd = abc ist; Eben so de > cd und ef noch > als de.

Wären also z. E. a, c ein paar Objecte auf dem Horizonte, deren Weite ac man wüste; e, f, ein paar andere Gegenstände mit a, c, in einer geraden Linie, und mit der bekannten Weite ac wolte man die Entfernung ef nach dem Augenmaaße vergleichen, so würde man einen großen Fehler begehen, wenn man in Gedanken die Weite ac auf ef so oft hintragen wolte, als es angienge, und daher in der That ef so vielmal größer als ac schätzen wolte, so vielmal sie nach dem optischen Winkel größer schiene. Dieser Fehler würde desto beträcht-

licher

licher seyn, je schiefer die Linie ef gegen dem Auge liegt, d. i. je spitziger die Winkel bea, bfe, und je ungleicher der Objecte e, f, Entfernungen vom Auge eb, fb, sind, auch je mehr die Weiten eb, fb, von denen ba, bc, unterschieden sind.

5. Wenn Fig. XX. der Objecte e, f, Entfernungen vom Auge, fb, eb einander gleich sind, folglich ebf ein gleichschenklichtes Dreyeck ist, wenn eben so auch der Objecte a, c, Weiten vom Auge ba, bc, gleiche Größe haben, und man die optische Weite, oder den Winkel ebf $= \alpha$, den abc $= \beta$, und die Entfernungen eb $=$ A, ba $=$ B setzet, so wird in dem Dreyecke ebf die wahre Weite ef $= 2 A \sin \frac{1}{2} \alpha$; In dem Dreyecke abc aber, ac $= 2 B \sin \frac{1}{2} \beta$. Mithin

$$ac : ef = B \sin \tfrac{1}{2} \beta : A \sin \tfrac{1}{2} \alpha$$

d. h. die wahren Weiten ac, ef, verhalten sich gegen einander, wie die Producte aus den Entfernungen ba, be, der Objecte vom Auge, in die Sinusse der halben optischen Weiten oder Winkel abc, ebf.

6. Wenn man sich also bey b auf dem Felde befände, und wolte aus dem Verhältniß der optischen Weiten abc, ebf, das Verhältniß der wahren ac : ef finden, so kan dieses nicht geschehen, wenn man nicht zu gleicher Zeit

auch

auch weiß, wie der Objecte a, c, e, f, Entfernungen vom Auge ba, be, sich verhalten.

7. Wenn von dem Auge alle vier Objecte a, c, e, f ohngefähr gleichweit weg zu seyn scheinen, und man also in obiger Formel (5) $A = B$ setzet, so wird

$$ac : ef = \sin \tfrac{1}{2}\beta : \sin \tfrac{1}{2}\alpha$$

8. Endlich, wenn die optischen Weiten oder die Winkel abc, ebf, nicht gar groß sind, z. E. nur einige Grade betragen, so kan man ohne merklichen Fehler $\sin \tfrac{1}{2}\alpha = \tfrac{1}{2}\alpha$; $\sin \tfrac{1}{2}\beta = \tfrac{1}{2}\beta$ setzen; dann wird

$$ac : ef = \tfrac{1}{2}\beta : \tfrac{1}{2}\alpha = \beta : \alpha$$

9. Man siehet also aus dem bisherigen, unter welchen Umständen man auf dem Felde, aus dem Verhältniß der scheinbaren oder optischen Weiten verschiedener Gegenstände von einander, sogleich das Verhältniß der wahren finden kan: Nämlich, wenn die Gegenstände gleich weit vom Auge wegliegen, und die scheinbaren Weiten nicht sehr groß sind.

10. Wären also ε, φ; a, c; gleichweit vom Auge, so untersuche man nach dem Augenmaaße, wie oft etwa die Weite ac, in der $\varepsilon\varphi$ enthalten zu seyn scheinet; gesetzt dem Auge schiene $\varepsilon\varphi$ etwa $= 4.ac$ zu seyn, so wird in der That auch die wahre Weite

$\varepsilon\varphi = 4 . ac$ seyn, vorausgesetzt, daß die Winkel abc, $\varepsilon b \varphi$ nicht gar groß sind.

11. Das wesentliche, was hiebey das Auge zu thun hat, ist, das scheinbare Verhältniß $ac : \varepsilon\varphi$ erträglich genau zu schätzen; dieses kan nicht anders, als durch anhaltende Uebung geschehen. Es wird deswegen vortheilhaft seyn, wenn man vorher auf dem Papiere sich in diesem Geschäfte einige Fertigkeit erwirbt, und nur erstlich kleine Weiten schätzen lernt.

12. Man würde, wenn Fig. XX auf dem Papiere die Linie ac vorgegeben wäre, ein Stück von ihr z. E. ab, etwa auf folgende Art nach dem Augenmaaße bestimmen.

Erstlich würde ich in Gedanken die Linie ac halbiren. Fände ich nun, daß b näher bey a als beym Mittelpunkte läge, so würde ich schließen, daß $ab < \frac{1}{4}$ ac seyn müsse.

Wenn ich mir nun ferner vorstelle, ab würde auf ac so oft getragen, als es angienge, so würde ich hier finden, daß ab mehr als viermal, aber nicht völlig fünfmal auf ac passet, folglich den Schluß machen, daß $ab > \frac{1}{5}$ ac seyn müsse.

Auf diese Art könnte man noch mehr Vergleichungen anstellen, und sich der Gränze des Verhältnißes ab : ac stuffenweise immer mehr nähern;

nähern; Wolte man mit den Gränzen $ab < \frac{1}{4} ac$; $ab > \frac{1}{5} ac$ hier sich begnügen, so könnte man für ab etwa das Mittel zwischen $\frac{1}{4} ac$ und $\frac{1}{5} ac$ annehmen, mithin setzen $ab = \frac{1}{2} (\frac{1}{4} ac + \frac{1}{5} ac) = \frac{9}{40} ac$.

13. Die Natur der Sache, und anhaltende Uebung werden hiebey allerley Vortheile an die Hand geben, wodurch man in den Stand gesetzt wird, dergleichen Verhältnisse auf dem Papiere sehr geschwind, und gleichsam beym ersten Anblicke, zu schätzen. Auch kan man jederzeit auf dem Papiere die geschätzten Verhältnisse mit dem Zirkel nachmessen, und dadurch finden, wie viel sich das Augenmaaß betrogen habe.

14. Hat man solchergestalt sich erst auf dem Papiere ein fertiges Augenmaaß erworben, so kan man alsdann auf dem Felde desto sicherer die scheinbaren Entfernungen mit einander vergleichen.

15. Je größer auf dem Felde die scheinbaren Weiten sind, desto unsicherer ist die Schätzung, auch wegen allerley Täuschungen, die dabey vorfallen können.

Es wird nämlich beym Augenmaaße zum vorausgesetzt, daß das Auge, die Weite, die es schätzen, und mit einer andern vergleichen will, ganz übersehen kan. Wären daher die

Objecte e, f, (Fig XX) ziemlich weit von einander entfernt, so hat das Auge Mühe, sie beyde zu gleicher Zeit deutlich zu unterscheiden, und sich folglich die ganze Weite ef, gehörig vorzustellen. Siehet das Auge genau nach f hin, so hat es eine undeutliche Empfindung von dem Punkte e, und wenn es e genau betrachtet, so erscheinet ihm f undeutlich. Weil also auf diese Art die ganze Weite ef undeutlich empfunden wird, so wird auch die Vergleichung einer andern Weite ac, mit ihr, sehr unsicher ausfallen.

Eben dieses ist die Ursache, warum man ein paar kleine Linien weit geschwinder und sicherer schätzen kan, als ein paar größere;

Ferner ist die Schätzung desto sicherer, durch je kleinere Zahlen, ein Verhältniß ausgedrückt werden kan. Z. E. unser Auge kan weit geschwinder und zuverläßiger, die Verhältniße, 1 : 2 ; 1 : 3, 2 : 3 u. s. w. empfinden, als z. E. folgende 1 : 16; 2 : 27 u. s. w. dieses giebt einige Anleitung, die Zuverläßigkeit eines geschätzten Verhältnißes zu beurtheilen.

16. Die bisherigen Betrachtungen werden nun einigermaaßen zeigen, in wie ferne, und unter welchen Umständen, man sich auf das Augenmaaß verlassen könne; ich habe aus dieser Ursache im vorhergehenden die optischen Sätze (5—9) beygebracht, die zu gleicher

Zeit in der Folge von einiger Brauchbarkeit seyn werden.

17. Das bisherige betraf bloß das Augenmaaß, in Absicht, Weiten dadurch zu schätzen. Man kan es aber auch gebrauchen, die ohngefähre Größe eines vorgegebenen Winkels zu bestimmen. Davon werde ich aber in der Folge etwas erwähnen.

18. In den meisten Fällen, pflegt man die Weite eines Gegenstandes von unserm Auge bloß nach dem Eindrucke zu beurtheilen, die des entfernten Objects, mehr oder minder lebhafte Farbe, dessen Deutlichkeit und Klarheit u. s. w. auf unser Auge macht: und nach Verhältniß dieses Eindrucks, wird der Abstand verschiedener Gegenstände von unserm Auge, mit einander verglichen. Man kan in diesem Geschäfte offenbar durch anhaltende Uebung eine Fertigkeit erlangen. Man nehme anfangs nur kleine Weiten vor, schätze sie nach der Empfindung, die unser Auge von ihnen hat; man vergleiche die geschätzte Weite mit der wahren, die man etwa durch Schritte finden, oder auf eine andere Art bestimmen kan, so findet man, wie viel sich das Augenmaaß betrogen; hierauf übe man das Auge immer in größern Entfernungen, so wird man endlich eine ziemliche Fertigkeit erlangen, kleine Weiten sogleich beym ersten Anblick, ohne großen

Irrthum, größere aber wenigstens erträglich zu schätzen. Insbesondere wird bey der Uebung des Augenmaaßes in größern Entfernungen, eine Karte dienen, die man von der umliegenden Gegend hat, wo man diese Uebung anstellet. Man schätze die Entfernung eines Orts von dem Standpunkte, wo man sich befindet, und den man auch auf der Karte hat, messe alsdann auf der Karte die wahre Weite, und vergleiche sie mit der geschätzten, so findet man den Fehler des Augenmaaßes: dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man die Fertigkeit erlangt hat, in Schätzung einer vorgegebenen Weite der Wahrheit ziemlich nahe zu kommen.

Verschiedene neue und brauchbare Bemerkungen über das Augenmaaß, findet man noch in einem Aufsatze des Hrn. Prof. Jetze im Leipziger Magazin zur Naturkunde und Mathematik 1783. I. Stück.

Anmerkung.

Die Kettenlinie.

§. 53. Ehe ich dieses Kapitel schließe, muß ich auch noch kürzlich der Kettenlinie erwähnen.

Wenn a, b, Fig. XXI auf dem Felde ein paar Punkte sind, zwischen denen sich eine Ver-

Vertiefung, z. E. ein Fluß oder Graben befände, über den man von a nach b die Kette ausspannen und messen wolte, so wird sich die Kette, aller angewandten Kraft ohngeachtet, nie völlig in eine gerade Richtung ab ausspannen lassen, sondern sich allemal, gegen die Mitte zu, etwas senken, so daß die Glieder derselben, wie bc, cd, de, u. s. w. insgesammt gegen den Horizont eine gewisse Neigung bekommen.

Diese Senkung der Meßkette, oder die Tiefe ihres untersten Punktes f, unter der Horizontallinie ab, ist desto merklicher, je mehr Glieder zwischen a und b ausgespannet sind.

Die Ursache, warum sich die Kette gegen ihre Mitte zu senket, liegt offenbar in den gegenseitigen Wirkungen der Schwere, mit welcher jedes Glied in einer Verticallinie herabsinken will; die zwischen a und b herabhängenden Glieder erhalten aber nicht eher ihre gehörige Stellung, als bis ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere, seine größte Tiefe unter der Horizontallinie erreicht hat. Eben das gesagte gilt auch von einer Schnur, die man zwischen a und b ausspannen wolte, nur mit dem Unterschiede, daß sich die Schnur in eine wirkliche zusammenhängende krumme Linie beugt, bey der Kette hingegen, die Stellung ihrer einzeln Glieder bc, cd, de u. s. w. mehr den Umfang eines gewissen Vielecks ausmacht.

Ueber die Krümmung einer Schnur haben verschiedene Mathematiker Untersuchungen angestellt. Allgemeine Auflösungen davon findet man z. E. in Ioh. Bernoulli Opp. T. IV. n. 173.

Es erhellet leicht, daß man einigen Fehler begehen würde, wenn man, um die Horizontalweite ab zu wissen, die Menge der zwischen a und b herabhängenden Kettenglieder oder Fuße, dafür annehmen wolte.

Denn die Summe bc + cd + de u. s. w. beträgt allemal etwas mehr, als die ganze Horizontalweite ab, welche die kürzeste Entfernung der beyden Punkte a und b ist.

Da aber in den meisten Fällen, wenn nämlich, wie ich voraussetze, die Kette stark ausgespannt wird, die größte Tiefe hf nur klein ist, in Vergleichung der ganzen Weite ab, so wird auch der Fehler so gar beträchtlich nicht seyn.

Indessen könnte man doch hier, um völlig überzeugt zu seyn, einige Anweisung verlangen, um wie viel man, bey einer gegebenen größten Tiefe hf, wohl fehlen würde, wenn man für ab, die Länge der zwischen a und b ausgespannten Kette annähme.

Dieses zu bestimmen, setzt Kenntniße der höhern Mathematik und Mechanik zum voraus, die

die ich hier nicht vortragen kan, die auch die wenigsten meiner Leser verstehen würden. Auch kömmt es hier auf eine sehr genaue Bestimmung nicht an.

Hier ist indessen eine Formel, wie ich sie nach der Theorie gefunden habe, um ohngefähr den Fehler zu bestimmen, den man begehet, wenn für ab, die Länge der herabhängenden Kette bdfha angenommen wird.

Ich nehme an, daß die beyden Punkte a und b in einer Horizontallinie liegen, die Glieder der Kette durchgehends gleich lang und schwer sind, und folglich der unterste Punkt f in die Mitte zwischen a und b falle. Setzet man nun die größte Tiefe hf = a, die Länge eines Gliedes an der Kette = e, und die Anzahl der zwischen b und f herabhängenden Glieder = n, so ist der Unterschied zwischen der halben Länge der Kette, und dem halben Horizontalabstande oder bc + cd + de ... + ef — bh beynahe $= \frac{(2n+1)(2n-1)a^2}{6.n^3 e}$. Mithin der Unterschied der ganzen Horizontalweite ab, und der zwischen a und b herabhängenden Kettenlänge $= \frac{(2n+1)(2n-1)a^2}{3n^3 e}$, voraus gesetzt, daß die größte Tiefe hf = a, nicht sehr groß in Vergleichung der ganzen zwischen a und b herabhänabhängenden Länge ist, welches auch meistens bey geodätischen Gebrauche, statt finden wird.

Den Gebrauch dieser Formel durch ein Exempel zu erläutern, so sey die halbe Länge der zwischen a und b ausgespannten Kette oder $n.e = 25'$; oder $n = 25$, $e = 1' = 1000''''$. die größte Tiefe $a = 1' = 1000''''$ so wird

$$\frac{(2n+1).(2n-1)}{3.n^3.e}.a^2 = \frac{51.49.1000^2}{3.25^3\ 1000} \text{ Scr.}$$

$= \frac{17.49}{25^3}.1000$ Scr. dieses kan man durch Logarithmen berechnen.

log 17 =	1, 2304489
log 49 =	1, 6901961
log 1000 =	3, 0000000
Logarith. des Zählers =	5, 9206450
Log. d. Nenn. = 3. log 25 =	4, 1938200

$\log.\frac{17.49.1000}{25^3} = 1, 7268250$ dieser Logarithme, unter der Characteristick 3 aufgesucht, giebt die zugehörige Zahl $\frac{17.49.1000''''}{25^3}$

$= 53''''\ 31$ od. $5'''\ 3''''$, 31 od. 0,05331 Fuß. Es ist also die Horizontalweite ab Fig. XXI, in dem angenommenen Exempel nur um 0, 05331 Fuß,

Fuß, oder nicht einmal völlig 0, 06 Fuß kleiner, als die Länge der zwischen a und b herabhängenden Kette, welche $= 2 . 25' = 50'$ ist. Daher ist also der Fehler, um den man ab zu groß angabe, wenn man sie $= 50'$ setzte, fast für nichts anzusehen, wenn gleich die Senkung der Kette einen ganzen Fuß betrüge, und also sehr merklich in die Augen fiele.

Man kan auch, ohne die obige Formel anzunehmen, noch auf eine andere Art, wenigstens die Gränze des größten Fehlers bestimmen, der sich aus der Krümmung oder Senkung der Kette befürchten ließe.

Man verlängere die beyden äussersten Glieder bc, ai, bis sie sich bey r durchschneiden, so erhält man unter den Umständen, die ich oben angenommen habe, ein gleichschenklichtes Dreyeck arb, wo hf verlängert, durch r gehen wird.

Nun ist die Summe der beyden Seiten $ar + rb$ gewiß allemal größer, als die ganze Länge der zwischen a und b herabhängenden Kette, folglich auch der Unterschied zwischen dem Horizontalabstande ab und der beyden Linien $ar + rb$ Summe, größer, als der zwischen dem Horizontalabstande ab, und der Ketten-Länge: d. h. wenn zwischen a u. b, m Kettenglieder, jedes $= e$ herabhängen, u. der Horizontalabstand $ab = h$ gesetzt wird, so ist allemal $ar + rb - h > m . e - h$. Ist also der

Unterschied $ar + rb - h$ unbeträchtlich, so wird um so viel mehr auch $m . e - h$ unbeträchtlich seyn.

Da ich nun hier zum voraussetze, daß die Kette stark angespannt ist, folglich die äussersten Glieder bc, ai, mit der Horizontallinie ab sehr kleine Winkel machen, so wird nicht allein hf, sondern auch hr in Vergleichung des Horizontalabstandes ab, klein seyn. Und dieser Voraussetzung gemäß, berechne ich den Unterschied $ar + rb - h$ auf folgende Art.

In dem gleichschenklichten Dreyecke arb setze man die Tiefe $hr = c$; so ist $ah = \frac{1}{2} h$, und

$$ar = \sqrt{(\tfrac{1}{4}h^2 + c^2)} = \tfrac{1}{2} h \sqrt{\left(1 + \frac{4c^2}{h^2}\right)}$$

$= \frac{1}{2} h \left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right)$ weil nähmlich c in Vergleichung mit h klein ist. Folglich auch $rb = ar$ $= \frac{1}{2} h \left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right)$: Daher $ar + br$

$$= h \left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right) = h + \frac{2c^2}{h}$$ und $ar + rb - h$

$$= \frac{2c^2}{h}.$$

Da

Da nun $\frac{2c^2}{h}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so ist auch der Unterschied $ar + rb - h$ sehr unbeträchtlich, folglich noch mehr der Unterschied $m.e - h$, zwischen der Kette und dem Horizontalabstande.

Es sey z. E. die Tiefe $hr = c = 1'$ und die Horizontalweite $ab = h = 50'$, so wird

$$hr + rb - h = \frac{2c^2}{h} = \frac{2'}{50} = \frac{1'}{25} = 0,04 \text{ Fuß}$$

$= 4$ Lin.

Um so viel wäre also hier die Horizontalweite ab nur kleiner, als der beyden Linien $ar + rb$ Summe. Es wird folglich der Unterschied zwischen der Kette und dem Horizontalabstande oder $m.e - h$ nicht einmal 4 Linien betragen: und so erhellet, daß man bey einer nicht sehr großen Beugung der Kette, wie hier angenommen ist, ohne merklichen Fehler den Horizontalabstand ab, der Länge der zwischen a und b herabhängenden Kette gleich setzen könne.

IV. Ka-

IV. Kapitel

Die Bestimmung krummer Linien auf dem Felde.

Vorläufige Begriffe und Erklärungen.

§. 54. Es sey Fig. XXII. Tab. II. $\alpha\beta c\delta\varepsilon\varphi\gamma\zeta$ der Zug einer beliebigen krummen Linie auf dem Felde: Z. E. die Beugung eines Flußes u. s. w.

AD sey aber eine gerade Linie, die nach Gefallen neben der krummen hergezogen ist: so wird die krumme Linie, sich der geraden, an einigen Stellen nähern, an andern sich wieder von ihr entfernen; Auch sie selbst, wie z. E. bey c durchschneiden.

2. Wüste man nun die Lage eines jeden Punktes der krummen Linie gegen die gerade, so würde man einen deutlichen Begriff von ihrem Zuge erhalten, ja auch selbst daraus ein Mittel finden, sie auf dem Papiere zu verzeichnen.

3. Es giebt verschiedene Methoden, die Lage eines Punktes, gegen eine nach Gefallen gezogene

gene gerade Linie zu bestimmen; diejenige aber, die sehr oft in der praktischen Geometrie gebraucht wird, ist folgende.

Es sey AD eine willkührliche gerade Linie, und man nehme nach Gefallen in ihr einen gewissen Punkt A an. α, β, δ u. s. w. seyen Punkte der krummen Linie, deren Lagen gegen die gerade AD bestimmt werden sollen. Man fälle also von α, β, δ u. s. w. auf AD die Perpendiculärlinien αa, βb, δd u. s. w. herab.

So wird der Punkt α bestimmt seyn, wenn man erstlich die Länge des Perpendikels αa weiß, zweitens die Weite Aa, von dem willkührlichen Punkte A angerechnet, bis an das Perpendikel αa, und drittens die Lage des Perpendikels αa, ob nämlich αa, rechter oder linker Hand AD liege.

Eben so würde β durch die Linien $b\beta$, Ab bestimmt u. s. w.

Denn es wird kein anderer Punkt, in der krummen Linie vorkommen, dem eben die αa, Aa zugehörten, und der doch von dem Punkte α unterschieden wäre. Es ist kein Punkt in der krummen Linie, als gerade der β, dem diese Weiten $b\beta$, Ab zugehörten.

4. Es könte wohl geschehen, daß z. E. der Punkt δ eben den Abstand von der geraden Linie AD hätte, den der Punkt α hat, oder

daß

daß $d\delta = a\alpha$ wäre, allein dann sind doch Ad, und Aa nicht einerley; Auch läge hier δ linker Hand AD, α aber rechter Hand.

Eben so könte z. E. dem Punkte x sowohl ein Perpendikel $xa = a\alpha$, als auch dieselbe Weite Aa zugehören, die dem Punkte α zukömmt, aber x wird doch nicht mit α einerley seyn, weil die Weiten xa, $a\alpha$ auf entgegengesetzten Seiten der geraden Linie AD liegen.

5. So erhellet also, wie durch die in (3) angegebenen Umstände, die Lage eines gewissen Punktes gegen die gerade Linie AD völlig bestimmt und gegeben ist.

6. Man nennet die Linien Aa, Ab, Ad u. s. w. welche auf der willkührlichen Ad von A angerechnet werden, Abscissen, und die zugehörigen Perpendikel $a\alpha$, $b\beta$, δd; Ordinaten. Die Linie AD selbst heißt die Abscissenlinie, und A der Anfangspunkt der Abscissen.

7. Also sagt man, daß jeder Punkt der krummen Linie z. E. α durch seine Abscisse Aa, und Ordinate $a\alpha$ gegeben oder bestimmt ist.

8. Da zu gleicher Zeit auch die Lage der Ordinate bekannt seyn muß (3) so kan man diese durch die Zeichen + — unterscheiden. Z. E. die Ordinaten rechter Hand der Abscissenlinie, wie $a\alpha$, $b\beta$ u. s. w. mögen mit +, die Ordi-

Ordinaten linker Hand z. E. dδ, εe u. s. w. mit dem Zeichen — bemerket werden.

9. Da, wo die krumme Linie die gerade Linie AD schneidet, wie bey c, ist die Absciſſe = Ac, die Ordinate aber = o.

10. Da zu jedem andern Punkte der krummen Linie eine andere Absciſſe und Ordinate gehöret (3. 4) so würde es auf dem Felde eine unendliche Arbeit seyn, wenn man für alle und jede Punkte die Absciſſen und Ordinaten meſſen wolte. Man bemerket und miſſet daher gewöhnlich nur diejenigen Ordinaten und Absciſſen, welche den merklichſten Krümmungen und Wendungen zugehören. Z. E. in der Figur nur diejenigen, welche die Punkte α, β, c, δ ε φ. γ, η bestimmen würden, wo die krumme Linie am stärkſten sich der Absciſſenlinie nähert, oder sich von ihr entfernt.

11. Hat man ſolchergeſtalt auf dem Felde für die hauptſächlichſten Punkte der krummen Linie, die Ordinaten und Absciſſen gemeſſen, so läßt sich daraus schon ziemlich genau ihr Zug und ihre Geſtalt beurtheilen, und auf dem Papiere entwerfen, wenn man die Maaße der Absciſſen und Ordinaten, in eben der Ordnung, wie man sie auf dem Felde gefunden, vermittelſt des verjüngten Maaßſtabes, auf eine auf dem Papier gezogene Absciſſen-Linie absetzt, und durch die Endpunkte der Ordinaten aus

freyer

freyer Hand eine krumme Linie ziehet. Die Figur auf dem Papiere wird aber, der auf dem Felde, desto ähnlicher seyn, je mehr Abscissen und Ordinaten gemessen worden sind.

12. Der Bogen einer krummen Linie, der zwischen zwo nächst auf einander folgenden, und nicht sehr weit von einander liegenden Ordinaten enthalten ist, kan gegen die Abscissenlinie hohl oder erhaben seyn. Hohl heißt er, wenn dessen Chorde zwischen ihm und der Abscissenlinie liegt. Erhaben, wenn die Chorde nicht zwischen ihn und die Abscissenlinie fällt. Z. E. in der Figur, wäre der Bogen $\gamma\phi$ gegen die Abscissenlinie hohl, weil dessen Chorde $\gamma\phi$ zwischen ihm und der Abscissenlinie liegt. Der Bogen $\gamma\eta$ aber wäre das Beyspiel eines Bogens, der seine erhabene Seite der Abscissenlinie zukehrte.

13. Man hat in der höhern Geometrie nähere und bestimmtere Merkmahle, woraus man erkennen kan, ob ein Bogen seine hohle oder erhabene Seite der Abscissenlinie zuwendet. Diese Merkmahle aber beyzubringen, halte ich hier für unnütz. Man sehe indessen hievon Hrn. H. Kästners Anal. des Unendl. (1770) §. 518. 521.

14. Hat man auf dem Felde ein paar nächst auf einander folgende Ordinaten gemessen, so wird es gut seyn, wenn man zu gleicher Zeit auch

auch anmerket, ob der Theil der krummen Linie zwischen ihnen, gegen die Abscissenlinie hohl oder erhaben ist. Diese Bemerkung dienet alsdann, zu einer genauern Verzeichnung auf dem Papiere.

15. Einige Schriftsteller bedienen sich statt der Wörter, Abscissen, Ordinaten, Benennungen aus der mathematischen Geographie, und nennen die Abscissen, Längen, die Ordinaten, Breiten; ich habe aber lieber die Namen beybehalten wollen, die man einmal in der Geometrie eingeführet hat.

Aufgabe.

§. 55. Die Abmessungen an einer krummen Linie auf dem Felde zu bestimmen.

Aufl. 1. Man stecke längst der krummen Linie (Fig. XXII), eine gerade ab, durch ein paar Stäbe, die man A und D in den Boden befestigt.

2. In der abgesteckten Richtung AD, spanne man von A bis B eine Meßkette aus, und lasse sie in unverrückter Lage.

3. Hierauf gehe man längst der ausgespannten Kette fort, z. E. bis nach a, wo man bey α eine merkliche Bucht, oder Wendung krummen Linie bemerket.

4. Man zähle auf der Kette die Menge der von A bis a enthaltenen Ruthen, Fuße und Zolle, so hat man die Abscisse Aa, die dem Punkte α zugehöret.

5. Um die Ordinate aα zu messen, lege man an den Punkt a, so gut es nach dem Augenmaaße geschehen kan, einen Maaßstab senkrecht an die Richtung der Kette, und messe nach dem Punkte α zu.

6. Wolte man noch genauer verfahren, so spanne man von α nach a eine Schnur an, und messe mit dem Maaßstabe längst ihr her. Die ausgespannte Schnur dienet nicht allein, um in der geraden Richtung aα zu messen, sondern auch desto sicherer bey a einen rechten Winkel Aaα zu erhalten.

7. In den meisten Fällen aber kan man die Schnur weglassen; besonders wenn die Ordinate aα nicht sehr groß ist.

8. Die gemessene Abscisse Aa, und Ordinate aα, bemerke man in einem bey sich zu führenden Manual, oder Brouillon.

9. Hierauf gehe man weiter längst der Kette fort, und wenn man nach dem Punkte b hinkömmt, wo man abermahls bey β eine Wendung der krummen Linie, nach einer auf Ab senkrechten Richtung bβ bemerket, so zähle man wiederum wie vorhin, die Menge der Ruthen,

Ruthen, Fuße und Zolle von A bis b, und messe die Ordinate bβ.

10. Weil die bisherigen Ordinaten rechter Hand der Abscissenlinie lagen, so schreibe man neben ihre Maaße in dem Manuale, zugleich das Zeichen + hin. (§. 54. 8)

11. Bey c, wo die krumme Linie in die Abscissenlinie einschneidet, nimmt man auch die Abscisse Ac; und setzt die zugehörige Ordinate =o. (§. 54. 9)

12. Endlich bey B, wo die Kettenlänge zu Ende ist, messe man auch die Ordinate Bi. Die Abscisse AB ist aber da der ganzen Kettenlänge gleich.

13. Auch muß man in dem Manuale neben die Ordinate Bi das Zeichen — setzen, weil sich die krumme Linie bereits linker Hand der Abscissenlinie befindet.

14. Ist man solchergestalt mit einer Kettenlänge zu Ende, so gehen die Kettenzieher weiter fort, und spannen abermahls von B bis C eine Kettenlänge an.

15. Darauf verfähret man von B bis C eben so, wie vorhin von A bis B gezeigt worden.

16. Hie muß ich aber erinnern, daß beym 2ten Kettenzuge zu jeder Abscisse Bd, Be, Bf u. s. w. eine Kettenlänge, oder 5° addiret

werden muß, um die Abscissen Ad, Ae, Af, von dem Punkt A angerechnet, zu erhalten; und diese letztern schreibt man eigentlich in dem Manuale auf.

17. Eben so addiret man, beym dritten Kettenzuge, zu jeder Abscisse Ch u. s. w. 2 Kettenlängen oder 10°, damit man die Abscissen Ah u. s. w. bekomme.

18. Bey jedem Kettenzuge nehme man überhaupt so viel Abscissen und Ordinaten, als man nothwendig braucht, um daraus ohngefähr den Zug der krummen Linie beurtheilen zu können.

19. Wegen des Manuals muß ich aber noch folgende Erinnerung beyfügen. Man mache zwo Kolumnen, in die erste schreibe man die Maaße für die Abscissen, in die zwote die Maaße der Ordinaten mit den zugehörigen Zeichen + —

Auch kan man, um die einzeln Kettenzüge zu unterscheiden, allemal da, wo ein Kettenzug zu Ende ist, einen Strich untersetzen.

Endlich bemerke man noch in dem Manuale, wo jedesmahl zwischen zwo nächst auf einander folgenden Ordinaten, die krumme Linie hohl oder erhaben gegen die Abscissenlinie war, und bediene sich dazu etwa der Buchstaben H. E. oder anderer willkührlicher Zeichen, die man neben die Maaße der Ordinaten hinschreibt.

20. So

20. So würden also die Bestimmungen für die Abscissen und Ordinaten der krummen Linie, in dem Manuale etwa auf folgende Art zu stehen kommen.

Abscissen	Ordinaten	
° ′ ″	° ′ ″	
1 . 5 . 3	+ 0 . 2 . 8	H
2 . 8 . 5	+ 0 . 8 . 3	H.
3 . 4 . 6	+ 0 . 0 . 0	E
5 . 0 . 0	— 0 . 5 . 0	E
6 . 0 . 0	— 0 . 6 . 0	E
7 . 2 . 0	— 0 . 7 . 0	E
8 . 5 . 0	— 0 . 8 . 0	E
10 . 0 . 0	— 0 . 7 . 0	E
11 . 0 . 0	— 0 . 9 . 0	H
12 . 9 . 0	— 0 . 5 . 0	H.
15 . 0 . 0	— 0 . 4 . 0	

21. Wie nun aus diesen Datis die krumme Linie aufs Papier verzeichnet werden könne, das werde ich in der Folge zeigen.

Anmerkungen über das Vorhergehende.

§. 56. I) Es erhellet leicht, daß die Punkte α, β, γ u. s. w. eben nicht Punkte einer krummen Linie seyn müssen, sondern sich auch nach Gefallen auf andere Gegenstände beziehen können, deren Lage man in Absicht der Abscissenlinie

linie bestimmen will. Z. E. Eckpunkte von Gebäuden, Gränzsteine u. s. w.

II) Man nimmt die willkührliche Abscissenlinie gern so nahe neben der krummen Linie her, als möglich, damit die Ordinaten nicht gar zu groß werden; fangen daher die Ordinaten an sehr stark zu wachsen, so reicht man mit einer Abscissenlinie allein nicht aus. In solchem Falle nimmt man eine neue Abscissenlinie DO an, deren Lage oder Winkel mit der erstern, bekannt seyn muß. Doch hievon werde ich in der Folge erst nähern Unterricht ertheilen können.

III) Oft zeigen sich unerwartete Hindernisse, die keine unmittelbare Messung der Ordinaten zulassen: Wie wenn z. E. die krumme Linie Fig. XXII die Beugungen eines Flusses vorstellte: Da kan man oft wegen der seichten Ufer keine Ordinaten bequem messen. Wie man sich in solchem Falle zu verhalten habe, wird ebenfalls die Folge ausweisen.

IV) Es muß endlich noch bemerkt werden, daß man sowohl die Abscissenlinie nach horizontaler Richtung annehmen, als auch selbst die Ordinaten horizontal messen müsse, damit man nämlich die Reduction der krummen Linie auf die Horizontalfläche erhalte. (§. 4)

Liefe

Liefe daher die krumme Linie Fig. XXII an einer Anhöhe herunter, so müßte man nach (§. 38. 6) jeden Kettenzug horizontal anspannen. Um die Ordinaten zu messen, liesse sich in solchem Falle sehr bequem eine Meßschnur gebrauchen. Man läßt sie an dem Punkte, wo sich auf der Kette eine Absciße endiget, fest halten, und spannet sie alsdann bis an den perpendiculär gegenüberstehenden Punkt der krummen Linie horizontal aus, so daß sie mit der Kette einen rechten Winkel macht: Hierauf bestimmt man auf dieser Schnur die Länge der Ordinate. Dieses Verfahren ist bey solchen Krümmungen, die an Anhöhen herunter laufen, weit sicherer, als wenn man sich der Maaßstäbe dazu bedienen wolte.

Es verstehet sich aber, daß auf der Schnur Fuße von eben der Größe seyn müssen, wie auf der Kette, damit man Ordinaten und Abscissen in einerley Maaße bekömmt.

Uebrigens ist in vielen Fällen eine sehr genaue Bestimmung der Ordinaten nicht nöthig, wie z. E. in dem Falle, wenn die Krümmungen eines Flußes zu bestimmen sind, da bekannt ist, daß die Ufer oft sehr unbestimmte Gränzen haben.

V. Kapitel.

Leichte Methoden, senkrechte und parallele Linien auf dem Felde zu ziehen.

§. 57. Diese Aufgaben sind in der Ausübung von mannichfaltiger Anwendung, z. E. bey Feldertheilungen u. s. w.

Es kommen aber hiebey verschiedene schwere Fälle vor, die sich ohne Theorie des Winkelmessens, und der dazu gehörigen Werkzeuge, nicht gut auflösen lassen. Diese muß ich bis auf die Folge versparen. Im gegenwärtigen Kapitel zeige ich, wie man bloß, vermittelst der Meßketten und Maaßstäbe, auf dem Felde parallele und senkrechte Linien ziehen könne.

Wem übrigens aus der Elementar-Geometrie die Lehrsätze von Parallellinien bekannt sind, der wird die Beweise der folgenden Aufgaben sehr leicht finden können, ohne daß ich nöthig hätte, mich dabey aufzuhalten.

Aufgabe.

§. 58. Perpendikulär-Linien auf dem Felde zu ziehen.

Aufl.

Aufl. 1) Gesetzt in Fig. XXIII sey von dem Punkte D auf die gerade Linie EB, eine Perpendiculäre herabzufällen; ich will hiebey annehmen, die Weite des Punktes D von der geraden Linie EB, d. h. die perpendiculäre DC sey merklich kürzer, als die Länge der Meßkette oder Meßschnur, die man gebraucht. Um nun auf EB den Punkt C zu finden, auf den das Perpendikel DC eintreffen muß, so verfahre man auf folgende Art.

Ein paar Punkte der geraden Linie EB, bezeichne man durch ein paar Absteckstäbe, E, B.

Nun setze man in den Punkt D einen Kettenstab, und spanne von D nach f die Meßkette aus: darauf bestimme man auf der ausgespannten Kette Df, den Punkt A welcher mit E und B in gerader Linie liegt, welches geschiehet, wenn man mit einem Absteckstabe längst Df fortgehet, und ihn bey A so einsetzet, daß ein Gehülfe bey E ihn in der Verticalfläche oder geraden Linie EB erblickt. Hierauf zähle man auf der Kette, die Menge der Ruthen, Fuße und Zolle, von D nach A.

Nachdem der Punkt A durch ein Zeichenstäbgen bemerkt worden, so ergreife man bey A die Meßkette, und bringe das Stück AD, indem man solches um den Endpunkt D, als wenn man auf dem Felde mit dem Halbmesser AD einen Kreiß beschreiben wolte, herum-führt, in die Lage DF, so daß A nach F, wiederum in die gerade Linie EB hinkömmt.

So erhält man durch dieses Verfahren auf dem Felde ein gleichschenklichtes Dreyeck ADF, wo AD = DF.

Hierauf messe man die Weite AF. Sie sey z. E. 6°; die Hälfte davon 3° zähle man auf einer in die Richtung AF ausgespannten Kette, von A nach C, und setze in C einen Stab ein, so wird C der Punkt seyn, auf welchen das Perpendikel DC eintrift. Und so wird auch zu gleicher Zeit eine Verticalfläche durch D, C, auf der EB senkrecht stehen.

II) Ist aber der Punkt D von der geraden Linie EB so weit entfernt, daß man mit einer bey D befestigten Kettenlänge nicht bis auf die gerade Linie EB hinreichen, und auf ihr, wie in (I) den Punkt A bestimmen kan, so verfahre man auf folgende Art.

Man setze bey A und F, willkührlich in die gerade Linie EB, ein paar Stäbe hin, so aber, daß ein Perpendikel DC, nach dem Augenmaaße, zwischen A und F würde zu liegen kommen.

Hierauf messe man die drey Seiten AD, DF, AF, des Dreyecks ADF.

So

So kan man daraus die Weite des Punkts A, von dem Punkte C, wo das Perpendikel DC hinfallen muß, durch eine leichte Rechnung finden. Mit Worten ausgedrückt, ist die Regel diese. Man addire die Quadrate der Seiten AD und AF, die aus dem Punkte A auslaufen, zusammen, davon subtrahire man das Quadrat der dritten Seite DF, und den Rest dividire man durch die doppelte Grundlinie AF, so hat man die Weite AC: oder will man die Weite FC haben, so addire man die Quadrate von FD und FA zusammen, ziehe das Quadrat der dritten Seite AD davon ab, und dividire den Rest wie vorhin.

Also ist $AC = \frac{AD^2 + AF^2 - FD^2}{2\,AF}$ (Tr. §. XXIII)

$$FC = \frac{FD^2 + FA^2 - AD^2}{2\,AF.}$$

Ex. Es sey gemessen worden $AD = 50'$
$DF = 60'$
$FA = 82'$

so wird $AD^2 = 2500$
$AF^2 = 6724$

$AD^2 + AF^2 = 9224$
$FD^2 = 3600$

$AD^2 + AF^2 - FD^2 = 5624$

Mithin
$$\frac{AD^2 + AF^2 - FD}{2\,AF} = \frac{5624}{164} = \frac{1406}{41} = 34.29$$
also $AC = 34'2''9'''$

Man

Man spanne also in die Richtung AF die Meßkette an, und nehme auf ihr von A nach C 34′ 2″ 9‴ so ergiebt sich der Punkt C, folglich die Lage des Perpendikels DC.

So siehet man also, wie bequem sich die vorgelegte Aufgabe, durch Rechnung auflösen läßt.

III) Auf das Ende einer Linie AB Fig. XXIV ein Perpendikel AD aufzurichten, verfähret man so:

Man setze in A und B die beyden Kettenstangen ein, oder befestige bey A und B die beyden Endpunkte einer Meßschnur.

Nun ergreife man das Mittel der Meßkette oder Schnur, z. E. wenn die Kette 5° lang wäre, so fasse man den Ring der zu 2° 5′ gehöret, und gehe nach C, bis die beyden Hälften der Meßkette AC, CB, gehörig angespannet sind, und folglich AC = CB ist. Bey C, wo das Mittel der Kette hintrift, setze man einen Stab hin, und wenn dieß geschehen, gehe man nach A, ziehe die daselbst stehende Kettenstange aus, und bringe den Theil AC der Meßkette, in die Lage CD, so daß der Kettenstab A nach D, in gerader Linie mit C und B, hinkömmt. Dann wird D der Punkt seyn, der perpendiculär über A stehet.

Denn

Denn weil man AC = CB = CD gemacht hat, so gehet durch die drey Punkte D, A, B ein Kreis, dessen Durchmesser = BD ist, und da ist der Winkel DAB im Halbkreise, bekanntermaasen ein rechter.

IV) Wolte man Fig. XXIII überhaupt durch jeden willkührlichen Punkt C, der in der geraden Linie EB vorgegeben wäre, ein Perpendikel aufrichten, so nehme man auf beyden Seiten des Punktes C, auf der geraden Linie EB, ein paar gleich große Stücke, z. E. CF = CA, mache jedes etwa eine Ruthe lang. Dann setze man in A und F die Kettenstäbe ein, ergreife das Mittel der Kette, und bringe ihre beyden Hälften in die Lagen AD, FD, so daß AD = DF, und beyde Linien gehörig angespannet sind, so wird der Punkt D, wo auf dem Boden das Mittel der Kette hintrift, die Lage des Perpendikels DC bestimmen.

Es verstehet sich, daß die Weite AF merklich kleiner genommen werden müsse, als die Kette lang ist.

V) In jedem rechtwinklichten Triangel ist das Quadrat der Hypothenuse den beyden übrigen Quadraten zusammen genommen gleich. Wären also die beyden Catheten AC, CG Fig. XIV ersterer AC = 3, und der andere CG = 4, so würde die Hypothenuse AG = 5

weil

weil $3^2 + 4^2 = 5^2$ ist. Daher ist ein Triangel rechtwinklicht, wenn sich seine drey Seiten verhalten wie die drey Zahlen, 3, 4, 5. Dieses giebt ein bequemes Mittel, rechte Winkel, oder Perpendikulärlinien auf dem Felde zu bestimmen.

Man trage Fig. XIV von C nach G, 4 Ruthen. Hierauf nehme man auf einer Meßschnur eine Länge von 8 Ruthen, lasse beyde Enden dieser Länge bey C und G festhalten; und ergreife diese Schnurlänge von 8 Ruthen dergestalt, daß wenn man sie nach den Richtungen CA, GA anspannt, CA = 3 Ruthen, GA = 5 R. werde, so erhält man einen rechten Winkel ACG, und ein Stab bey A hingesetzt, giebt die Richtung des Perpendikels CA, welche man alsdann nach Gefallen verlängern kan.

VI) Dieses sind die brauchbarsten Methoden, Perpendikulärlinien auf dem Felde, bloß mit der Kette und Schnur, abzustecken. Man kan in jedem Falle diejenige wählen, die zu einer gewissen Absicht die bequemste ist.

Aufgabe.

§. 59. **Parallel-Linien auf dem Felde zu ziehen.**

Aufl.

Aufl. I) Da wir in der vorigen Aufgabe gezeigt haben, Perpendikulärlinien zu ziehen, so ergiebt sich daraus von selbst die Methode, zwo oder mehrere Linien auf dem Felde einander parallel zu machen. Ein Exempel wird dieses erläutern.

Es sey (Fig. XXV) AB eine gerade Linie, mit der man eine parallele ziehen soll, die um 18 Fuß von ihr abstehe.

Man errichte also durch einen willkührlichen Punkt d in AB, eine Perpendikulärlinie da auf AB, und mache solche = 18′: Eben so geschehe dieses durch einen andern Punkt e, und mache auch eb = 18′, so geben ein paar Stäbe, bey a und b hingesetzt, die Richtung ab, die mit AB parallel seyn wird, und die man nach Belieben verlängern kan.

II) Eine andere bequeme Methode ist folgende (Fig. XXVI) Ausserhalb der Linie AB, mit der man eine parallele ziehen will, nehme man einen willkührlichen Punkt C an, und setze daselbst einen Stab ein: Hierauf gehe man in der geraden Linie BC fort, und setze auch bey a einen Stab in den Boden.

Die drey Linien AC, BC, Ca messe man, und suche zu BC, Ca, AC, die vierte Proportionallinie: Diese trage man in der verlängerten Richtung AC, von C nach b, so erhält

hält man den Punkt b, und folglich die Linie ab, welche nach den bekannten Gründen der Geometrie, mit AB gleichlaufend seyn muß.

Ex. Es sey gemessen worden $AC = 20'$; $BC = 18'$, $aC = 15'$: so wird die Proportion

$$18 : 15 = 20 : Cb$$

$$\text{folglich } Cb = \frac{20.15}{18} = \frac{10.5}{3} = 16,66..$$

$$= 16' \, 6'' \, 6'''$$

Man trage also mit der Meßkette von C nach b eine Länge von $16' \, 6'' \, 6'''$, und setze bey b einen Stab hin, so ist ab mit AB parallel; und man kan ab, soweit man will, verlängern, indem man mit a und b, Stäbe in eine Verticalebene oder gerade Linie bringt.

III) Es würde in (II) C willkührlich angenommen, und a dadurch bestimmt, daß eine Stange bey a in die gerade Richtung BC eingesetzt wurde. Wäre a aber ein gegebener Punkt auf dem Felde, so muß man C in die gerade Linie Ba einsetzen, und dann eben so wie in II verfahren, um den Punkt b zu bestimmen; dieses zeigt, wie man durch einen gegebenen Punkt a auf dem Felde, eine mit AB parallele Linie ab ziehen könne.

Gebrauch

Gebrauch entfernter Objekte, zu Ziehung paralleler Linien.

§. 60. 1. Wenn man auf dem Felde sich in einer Ebene befindet, in der man eine freye Aussicht nach Gegenständen haben kan, die sehr weit, z. E. zwo oder mehrere Meilen vom Auge entfernt sind, so geben diese ein sehr bequemes Mittel, die Richtung paralleler Linien zu bestimmen.

2. Man weiß nämlich aus der Geometrie, daß man parallele Linien ansehen kan, als durchschnitten sie sich in einem unendlich weit entfernten Punkte. Schneiden sich daher ein paar Linien in einer endlichen Entfernung, so sind sie zwar nicht gleichlaufend, kommen aber doch der parallelen Lage immer näher, je weiter ihr Durchschnittspunkt hinaus rückt.

3. Man kan also Linien, die sich in einem sehr weit entfernten Punkte durchschneiden, nicht völlig, aber doch beynahe als parallel betrachten.

Es sey demnach (Fig. XXVII) der Punkt I ein sehr entferntes Objekt, z. E. die Spitze eines einige Meilen weit entlegenen Thurms oder Bergs. Man setze bey H und C ein paar Stäbe hin, so, daß H, C, I in einer Verticalebene, oder geraden Linie liegen.

Eben so seyen auch F und E ein paar andere Stäbe, mit I in gerader Linie, dergestalt, daß die beyden geraden Linien HC, FE verlängert, sich bey I durchschneiden würden: So wird man ohne merklichen Fehler, die Stücken HC, FE, als parallel ansehen können.

4. Um einigermaaßen die parallele Lage beurtheilen zu können, so fälle man von F und E ein paar senkrechte Linien Fc, Ei, auf HI herab.

5. Wären nun HC, FE völlig genau parallel, so müßte $Fc = Ei$ seyn.

6. So aber, wenn sich HC, FE bey I durchschneiden, wird Ei etwas kleiner, als Fc seyn; der Unterschied wird also den Fehler angeben, den man begehet, wenn man HC und FE für parallel annimmt.

7. Nun ist wegen der ähnlichen Dreyecke IEi, IFc,

$$IF : Fc = IE : Ei \text{ daher}$$

$$Ei = \frac{EI \,.\, Fc}{IF} \text{ und mithin}$$

der Unterschied $Fc - Ei = Fc - \frac{EI}{IF} \,.\, Fc$

$$= \frac{(IF - EI)\, Fc}{IF} = \frac{EF \,.\, Fc}{IF}.$$

8. Hieraus folgt, daß $Fc - Ei$ oder $\frac{EF . Fc}{IF}$ d. h. der Fehler, den man begehet, wenn man das Stück FE als parallel mit HC annimmt, desto kleiner ist,

a) je weniger die beyden Stücke FE, HC, von einander abstehen, oder je kleiner Fc ist.

b) Je kleiner FE, und

c) Je weiter das Objekt I von F entfernt ist.

9. Ex. Wie viel weicht man von der parallelen Lage ab, wenn das Objekt I z. E. 2 Meilen oder 50000 Fuß entfernt wäre, und man in einer Weite Fc von 50 Fußen, ein Stück FE von 100 Fußen, parallel mit HC abstecken wollte?

10. Hier ist also $FI = 50000'$; $FE = 100'$ $Fc = 50'$

daher $Fc - Ei = \frac{50 . 100'}{50000} = \frac{1}{10}$ Fuß $= 1''$.

also ist das Perpendikel Ei nur um $1''$ kleiner, als Fc; man kan folglich das Stück FE als parallel mit HC ansehen, da die Abweichung von der parallelen Lage so unbeträchtlich ist. Wie würde man fast auf eine andere Art eine so genaue parallele Lage erhalten können?

11. Man siehet, daß der Gegenstand I nicht einmal so weit entlegen zu seyn brauchte, als ich

ich angenommen habe, selbst Gegenstände, die z. E. nur eine halbe Meile, ja nicht einmal so weit, entfernt sind, können auf dem Felde, unter gewissen Umständen, schon zu Ziehung paralleler Linien dienen; wenigstens läßt sich die Abweichung von der parallelen Lage, in jedem Falle leicht beurtheilen.

12. Es ist $\sin I = \frac{Fc}{FI}$, also der Winkel bekannt, unter welchen sich bey I die beynahe parallelen Stücke HC, FE durchschneiden.

Da nun der Winkel I immer sehr klein seyn wird, so kan man $\sin I = I$ setzen, und den Winkel I in Secunden ausdrücken, dann wird

$$I = \frac{Fc}{FI} \cdot 206264 \text{ Secunden. (Tr. S. VII)}$$

13. Ex. Bey den obigen Datis (9) würde

$$I = \frac{50}{50000} \cdot 206264'' = 206'', 26 =$$

$3'\ 26'', 26$. Es schneiden sich also die Stücken HC, FE, bey I unter einem sehr kleinen Winkel;

14. Dieses Verfahren, vermittelst eines weit entlegenen Gegenstandes, durch einen gegebenen Punkt F eine Linie FE, mit einer andern HC parallel zu ziehen, kan in vielen Fällen sehr brauchbar seyn, wie die Folge zeigen wird.

15. Wenn mit H, C, die parallele FE gezogen werden soll, so muß man erst nach H hingehen, und untersuchen, auf welchen Gegenstand I, am entlegenen Horizonte, die Gesichtslinie HC hintrift; mit diesem Objekte I, werden alsdann F und E in eine gerade Linie gebracht.

16. Allein wenn man ein gutes Augenmaaß hat, und keine gar große Schärfe verlangt, so braucht man nicht einmal vorher nach H hinzugehen, um den Punkt I am Horizonte zu bestimmen, der mit H, C in gerader Linie liegt. Es kan dieses selbst bey F geschehen. Man verlängere in Gedanken, die gegenüberstehende gerade Linie HC, bis an den Horizont, bemerke den Punkt I, wo sie hintrifft, und setze dann F und E, mit I in eine gerade Linie.

17. Es wird sich freylich, wenn man bey F die Richtung HC nur nach dem bloßen Augenmaaße verlängert, nicht so genau der Punkt I bestimmen lassen, als wenn man selbst an H und C hinausvisirte. Allein wer ein gutes Augenmaaß hat, und einige Fertigkeit besitzt, in Gedanken, bloß mit dem Auge, gerade Linien zu verlängern, der wird selten beträchtlich fehlen. Man kan auch leicht in diesem Geschäfte sich eine Uebung erwerben.

Wenn man sich z. E. auf dem Felde bey F befindet, so wähle man ein paar Objekte H, C, z. E. ein paar Bäume, und suche nach dem Augenmaaße am Horizonte den Punkt I, der mit ihnen in gerader Linie zu liegen scheinet. Dann gehe man nach H, visire an H, C, hinaus, so wird sich finden, ob der nach dem Augenmaaße gefundene Punkt I, von denen H und C bedecket wird, und sich also in der That in der geraden Linie HC befindet. Stellet man solchergestalt den Versuch oft an, so wird man bald eine Fertigkeit erhalten, ohne großen Fehler eine gerade Linie auf dem Felde, nach dem bloßen Augenmaaße, so weit man will, zu verlängern, wenn sich gleich das Auge nicht selbst in der geraden Linie befindet. Man sehe mehreres hievon in Hrn. Lamberts Beyträgen zur Mathematik 1 Th. §. 37.

18. So könte also das bisherige Verfahren in dem Falle brauchbar seyn, wenn z. E. FE auf dem Felde, mit HC parallel gezogen werden solte, und zwischen FE, HC befände sich ein Hinderniß, daß man nicht nach H hinkommen, an H und C würklich hinaus visiren, und so am Horizonte die Stelle I bestimmen könnte.

Einige Anwendungen des bisherigen.

§. 61. 1. Es kan sehr oft geschehen, daß bey Messung gerader Linien auf dem Felde unterwegs Hinderniße vorkommen, welche die Arbeit heit unterbrechen. Z. E. wenn auf der geraden Linie, die man messen oder abstecken wolte, sich ein tiefer Morast befånde, den man nicht durchwaden kónte, oder wenn ein Gebåude der freyen Aussicht auf der geraden Linie hinderlich wåre u. s. w. In solchen Falle werden die Aufgaben (§. 59) gute Dienste leisten kónnen.

2. Es sey also Fig. XXVIII die gerade Linie AC zu messen, und bey F sey ein Morast, der die Messung unterbricht.

Ich will setzen, man sey mit der Messung von A bis a gekommen, so daß bey a sich eine ganze Kettenlånge ba, oder ein gewisser Theil der zuletzt ausgespannten Kette endigte.

3. Weil nun wegen des Hindernißes F nicht weiter in der geraden Linie AC fortgemessen werden kan, so ziehe man nach §. 59 neben der Linie AC eine parallele DE her, in einer solchen Weite von AC, daß man ohne Hinderniß auf DE hermessen kan. Es wird aber gut seyn, DE so nahe neben AC herzuziehen, als es der Morast F erlaubt.

4. Um also die Lage der Parallellinie DE zu erhalten, so zåhle man auf der in der Richtung AC zuletzt ausgespannten Kette ba rückwårts von a nach β z. E. 3 Fuß. Nun nehme man eine Meßschnur, auf welcher aber Fuße von eben der Långe, wie auf der Kette, seyn

 müssen,

müssen, fasse auf ihr eine Weite von 9 Fussen, lasse die beyden Enden dieser 9 Fuß, bey a und β fest anhalten, und spanne die Schnur nach den Richtungen ac, βc an, so daß ac 4 Fuß und βc 5 Fuß wird, so erhält man nach (§. 58. V) bey a einen rechten Winkel βac, und es ist ac senkrecht auf Aa.

5. Die Richtung des Perpendikels ac verlängere man bis D, so weit nämlich, daß man durch D neben den Morast die Linie DE parallel herziehen kan, und messe die Weite aD. Bey D setze man eben so, wie die Figur ausweiset, und in (4) gewiesen worden, einen rechten Winkel iDe an, so erhält man die Richtung De, die mit AC parallel ist, und welche man bis E, soweit der Morast gehet, verlängern kan.

6. Endlich setze man auch noch bey E einen rechten Winkel mEn an, so daß En auf DE perpendiculär stehe, und verlängere En bis r, so wird, wenn Er = Da gemacht worden, der Punkt r wieder auf die gerade Linie AC zu liegen kommen, und man kan alsdann auf der Richtung AC von r nach C die Messung weiter fortsetzen.

Weil aber DE = ar ist, so darf man nur die Länge des parallelen Stücks DE gemessen haben, so hat man die Weite ar, welche wegen des dazwischen liegenden Morastes oder Hinder-

Hindernisses nicht unmittelbar gemessen werden konnte.

7. Wenn die Messung einer Linie, mit Maaßstäben geschiehet (§. 39), und sich unterwegs ein Hinderniß vorfindet, so kan man mit einiger Veränderung, auf eine ähnliche Art verfahren.

8. Nur die zur Ziehung der Parallellinie DE nöthigen rechten Winkel wird man bequemer und richtiger auf folgende Art bestimmen können.

9. Man lasse, Fig. XXIX, ein paar glatt gehobelte, etwa 3 Fuß lange Leisten im, dh, wie die Figur ausweiset, in einen rechten Winkel zusammenfügen, und ziehe auf der Leiste dh mit aller möglichen Sorgfalt eine gerade Linie $\alpha\beta$, parallel mit der Seitenlinie dh.

Auf $\alpha\beta$ nehme man den Punkt m an, und errichte durch ihn auf $\alpha\beta$ eine Perpendiculärlinie mi; dieses kan bloß geometrisch, oder auch vermittelst eines wohl geprüften Winkelhaakens bewerkstelligt werden. Bey m und i, schraube man senkrecht ein paar Stiften ein, an die man hinausvisiren kan.

10. Nun setze man, man sey mit der Messung bis a gekommen Fig. XXVIII. Bey a, b, befänden sich ein paar Schemmel, auf denen der zuletzt angelegte Maaßstab ab ruhet.

11. Um nun an die Richtung des Maaßstabes ab eine Perpendiculärlinie aD anzusetzen, so bringe man nach c einen Schemmel hin.

12. Man nehme den in (9) und Fig. XXIX beschriebenen rechten Winkel, lege die Leiste dh genau an den Maaßstab ab Fig. XXVIII an, so daß dh längst ab, und die Leiste mi auf die beyden Schemmel bey a und c, längst ac zu liegen komme, und gebe, wie gewöhnlich, der auf a und c ruhenden Leiste mi eine horizontale Lage. Dann macht die Richtung der Leiste mi mit dem anliegenden Maaßstabe ab einen rechten Winkel, und wenn man an den Stiften m und i (9) hinausvisirt, so läßt sich bey D ein Stab abstecken, und folglich auf dem Felde der rechte Winkel baD bestimmen.

13. Demnächst bestimme man genau den Punkt a, welcher von der Visirlinie im auf dem Maaßstabe ab abgeschnitten wird; so weit werden nämlich auf dem zuletzt angelegten Maaßstabe ab die Maaße genommen.

14. Hat man nun auf diese Art die Weite Aa gemessen, und auf dem Boden die Stelle bemerkt, die vertical unter dem Endpunkt der gemessenen Weite Aa, oder unter dem Punkt a (13) liegt, so wird alsdann von a bis D die Messung fortgesetzt, und so wie vorhin (12) auf die Linie Aa das Perpendikel aD gesetzt wurde, so verfähret man auch itzt bey

D,

D, und errichtet auf aD die Perpendiculärlinie DE; misset die Weite DE, setzt an E wieder den rechten Winkel mEr an und macht endlich, wie in (5) Er = Da.

15. Man siehet leicht, wie diese Aufgabe bey unendlichen Vorfällen brauchbar seyn kan, das Hinderniß F mag, von welcher Art man will, seyn. Z. E. F könte in einem Walde, wo man mit einer Messung beschäftigt wäre, ein dicker Baum seyn, der im Wege stände. In diesem Falle würde sich die Parallellinie DE sehr nahe neben AC hernehmen lassen; Auch könte man da die rechten Winkel bloß durchs Augenmaaß bestimmen.

Sobald aber die Linie DE in beträchtlicher Weite neben AC genommen werden muß, so ist es nöthig, die zur Ziehung der Parallele DE nöthigen rechten Winkel, so scharf als möglich, zu bestimmen.

16. In (4) habe ich des Beyspiels halber βa = 3 Fuß, ac = 4 Fuß, βc = 5 Fuß genommen. Kan man die erwähnten Linien in eben dem Verhältniße noch größer machen, so wird sich dadurch der rechte Winkel bac desto genauer ergeben. Um ferner in (5) die Richtung des gefundenen Perpendikels ac bis D zu verlängern, rathe ich nicht, bey a und c Stäbe hinzusetzen, und an ihnen hinaus zu visiren. Sicherer verfährt man, wenn man

längst

långst ac eine Schnur anspannt, und sie bis D hinreichen läßt.

17. Man könte auch beym Gebrauch der Kette in (4) sich des Winkelhakens (Fig. XXIX) zur Bestimmung des Perpendikels ac bedienen. Man würde nemlich (Fig. XXVIII) die Leiste dh des Winkelhaakens, an die ausgespannte Kette ba legen, und nun långs den Stifften m und i, eine Schnur ausspannen, die man bis D gehen liesse. Auch ist begreiflich, daß man, im Falle man von r nach A eine freye Aussicht hat, die Weite aD nicht zu messen und von E nach r zu tragen, nöthig hat. Nachdem man nemlich bloß aD senkrecht auf Aa, alsdann DE senkrecht auf aD, und in E die Schnur Er senkrecht auf DE, gesetzt hat, darf man bey r nur den Punkt der Schnur Er bestimmen, welcher mit a und A in gerader Linie liegt, um von r aus, die Messung weiter fortsetzen zu können, wo denn ebenfalls die gemessene DE = ar.

VI. Ka-

VI. Kapitel

Vom Abtragen gerader Linien aufs Papier, nebst verschiedenen Methoden, sie in gegebenen Verhältnissen zu theilen.

§. 62. Wenn auf dem Felde eine gerade Linie, so genau als möglich, der jedesmahligen Absicht gemäß, ausgemessen worden, so muß man sie auch mit der gehörigen Schärfe aufs Papier abtragen können.

Da wir nicht im Stande sind, auf dem Papiere, vermittelst der bekannten Werkzeuge, das Bild einer mathematischen Linie zu entwerfen, so müssen wir uns doch bemühen, demselben, so viel sich thun läßt, nahe zu kommen. Dieses ist eine Hauptregel, die ich in der Folge immer zum voraussetze, wenn ich von Ziehung gerader Linien rede. Geschiehet dieses nicht, so unterwerfen wir uns der Gefahr, auf dem Papiere, nach Verhältniß, weit beträchtlichere Fehler zu begehen, als bey der unmittelbaren Messung auf dem Felde.

2. Das heißt: Man muß auf dem Papiere die Punkte und Linien so zart und rein verzeichnen, als es nur immer, vermittelst der besten Werkzeuge, geschehen kan.

3. Die Werkzeuge, gerade Linien und Punkte zu zeichnen, sind so bekannt, daß ich es für sehr überflüßig halte, hie eine umständliche Beschreibung derselben mitzutheilen. Man findet sie in den sogenannten Reißzeugen oder mathematischen Bestecken. Nur muß ich von den nöthigsten Vollkommenheiten gedachter Werkzeuge kürzlich einiges beybringen.

4. Die Güte eines Handzirkels bestehet darinnen: Erstlich, daß die Spitzen desselben von gehärteten Stahl und sehr scharf sind. Zweitens, daß sich die Schenkel des Zirkels, im sogenannten Kopfe desselben, um ein stählernes Gewinde herumdrehen. Drittens, daß dieses Gewinde so beschaffen sey, daß sich zwar die Schenkel sehr sanft, geschmeidig und gleichförmig eröfnen lassen, aber doch auch aus der Lage, worin sie einmal gebracht sind, sich nicht leicht wieder verrücken. Man pflegt daher sich auch eines Schlüsselgens zu bedienen, das Gewinde mehr oder weniger anzuziehen, wenn es darum zu thun ist, die Schenkel in einem beliebigen Winkel sehr fest zu erhalten. Viertens, wenn man die Schenkel zusammen legt, so müssen

die

die Spitzen des Zirkels genau in einen gemeinschaftlichen sehr feinen Punkt zusammen treffen.

5. Es ist bey practischen Arbeiten vortheilhaft, verschiedene Gattungen von Handzirkeln zu besitzen. Einige davon müssen so eingerichtet seyn, daß sich der eine Fuß herausnehmen, und statt dessen ein Einsatz zum Bleystift, oder eine mit einem Gelenk versehene Reisfeder hineinfügen läßt.

6. Man braucht die Zirkel überhaupt, sowohl Figuren abzutragen und zu verzeichnen, als auch Linien einzutheilen. Zu letzterer Absicht sind die sogenannten Federzirkel sehr vortheilhaft. Die Gestalt eines solchen Federzirkels ist ohngefähr aus Fig XXX zu ersehen.

Daselbst ist statt eines gewöhnlichen Zirkelgewindes, das Stück ABCDHG von gehärteten Stahl; nämlich der obere Theil CDE, ist ein breites, in einen Bogen gekrümmtes elastisches Stück, eine Feder, an welcher auf beyden Seiten die Schenkel CA, EG heruntergehen, in die, wie gewöhnlich, die Füße des Zirkels AL, GM eingesenket werden. BF ist ein mit feinen Schraubengängen versehener Zirkelbogen, der an dem einen Schenkel CA, bey B befestiget ist, an dem andern Schenkel EG aber durch eine ihm gemäße Oefnung gehet. H ist eine Schraubenmutter. Nachdem man nun diese rechts oder links herum-

drehet,

drehet, treibt sie die Schenkel CL, EM näher zusammen, oder weiter von einander, und die elastische Kraft des in den Bogen gespannten Stücks CDE, welche beständig die Schenkel CL, EM auseinander zu treiben strebt, trägt vieles dazu bey, daß auch durch die geringste Umdrehung der Schraubenmutter H, die Entfernung der beyden Spitzen L, M, verändert wird, und man also die Endpunkte einer abzutragenden Linie sehr genau zwischen die beyden Spitzen L, M fassen kan. Wenn man einen solchen Federzirkel besitzt, so wird derselbe zur Eintheilung gerader Linien vortrefliche Dienste leisten.

7. Man gebraucht auch die sogenannten Haarzirkel, zu dieser Absicht. Man findet die Beschreibung davon in Leupolds Theatr. Mach. Geom. §. 287. Ich halte indessen den (6) beschriebenen Federzirkel für richtiger und zuverläßiger, als den Haarzirkel, welcher sehr leicht wandelbar wird.

8. Die Güte einer Reisfeder bestehet darinnen, daß ihre gegeneinander über stehende Plättlein, oder Backen, von gleicher Länge, nicht stumpf, aber dabey auch nicht zu scharf seyn müssen. Die Erfahrung muß entscheiden, ob eine Reisfeder taugt; je eine zärtere und reinere Linie man damit ziehen kan, desto vollkommener ist sie, und man muß ihr mit einer zarten englischen Feile, und einem Oelsteine, worauf man

man sie schleifet, zu Hülfe kommen, bis sie die gehörige Vollkommenheit hat. Beym Gebrauche taucht man die Spitze der Reisfeder in eine zerlassene gute indianische Tusche, und ziehet hierauf längst eines Linials gerade Linien damit auf dem Papiere her. Dabey ist aber zu bemerken, daß man allemal die Backe der Reisfeder, welche längst der Schärfe des Linials fort beweget wird, vorher abwischen muß, weil man sich sonst der Gefahr aussetzen würde, Flecken aufs Papier zu bringen. Die Uebung wird hiebey die beste Lehrmeisterin seyn.

9. Die Vollkommenheit eines Linials bestehet darinnen, daß dessen Schärfen genau in eine gerade Linie gebracht sind. Man verfertigt sie von guten trockenen Linden- Buxbaum- oder Ebenholze, wie auch von Messing, Elfenbein u. s. w. die von Metall beschmutzen das Papier. Am besten sind die von Ebenholze, weil sich solche nicht leicht werfen.

10. Um die Schärfe, oder diejenige schmale Seitenfläche des Linials, längst welcher nähmlich die gerade Linien hergezogen werden, vollkommen eben und gerade zu machen, habe ich folgendes Mittel für gut befunden. Ich besitze ein ziemlich langes Stück von einem zerbrochenen Spiegel: auf dieses streue ich etwas feinen Schmergel oder Uhrsand, benetze ihn mit Wasser, und schleife nun die schmale Seiten-

fläche des Linials auf dieser Platte ab. Man muß aber während des Schleifens immer nach einerley Richtung hin und herfahren, und soviel als möglich, gleich stark und senkrecht aufdrücken, damit nähmlich die abzuschleifende Fläche von dem Sande an allen Stellen gleich stark angegriffen werde. — Man könte auch, um das hiebey schädliche Wanken, oder den ungleichen Zug zu verhüten, mehrere Liniale auf einmal abschleiffen. Man legt ihre breiten Seitenflächen an einander, so daß die schmalen insgesamt in eine Ebene fallen, und so auf der Platte hin und hergeführt und abgeschliffen werden; oder man liesse sich vierecktigte prismatische glatt gehobelte Stäbgen verfertigen, legte sie an die breitern Seitenflächen des Linials, und führe so zugleich auf der Platte mit ihnen her. Auf diese Art ist die abzuschleifende Fläche größer, und ein Ungeübter setzt sich nicht so leicht der Gefahr aus, während des Schleifens von einer Seite auf die andere zu wanken.

Wenn nun das Schleifen der Liniale einige Zeit fortgesetzt worden, und man bemerkt, daß der Sand ziemlich fein geschliffen, auch solcher die abgeschliffenen Flächen der Liniale an allen Stellen gleich stark angegriffen hat, so trockne man die Liniale ab, reinige sie von dem anhängenden Sande, und fahre alsdann mit einem Stückgen Tuch an der abgeschliffenen Fläche so lange hin und her, bis sie durch das Rei-

ben

ben vollkommen trocken geworden, und einen Glanz bekommen hat.

Auf diese Art erhalte ich die schmale Seitenfläche eines Linials vollkommen eben und gerade, so daß, wenn ich dergleichen abgeschliffene Flächen zweyer Liniale auf einander lege, und sie gegen das Licht halte, sie sich vollkommen decken, und nicht den geringsten leeren Raum zwischen sich lassen.

Wer ein solches Spiegelglas nicht besitzet, der lasse sich ein paar etwa 18 Zoll lange, 4 Zoll breite, und [illegible] Zoll dicke Platten von Eichenholz verfertigen, und sie glatt abhobeln. Hierauf schleife man sie mit Uhrsand auf einander ab, bis sie vollkommen eben geworden, und dieser hölzernen Platten bediene man sich alsdann, statt einer Spiegelplatte, um die Liniale darauf abzuschleifen.

11. Die gewöhnliche Methode, sich von der Richtigkeit eines Linials zu versichern, bestehet darinnen, daß man auf dem Papiere, längst des Linials, eine Linie ziehet, wie z. E. in Fig. XXXI längst des Linials MNOP die Linie rns; hierauf das Linial MNOP umkehret, so daß N nach N′, M nach M′, O nach O′ und P nach P′, zu liegen komme, und dann längst eben der Schärfe, neben der zuerst gezogenen Linie rns, wieder eine Linie rms ziehet. Wenn nun diese beyde Linien rms, rns,

in eins zusammenfallen, und keine Höhlungen, wie hier z. E. bey m und n geschiehet, zwischen sich lassen, so wird die Seite oder Schärfe des Linials, bey der man diesen Versuch angestellet hat, zum Gebrauche gut seyn. Im entgegengesetzten Falle aber ist das Linial nicht zu gebrauchen, und muß also vorher (nach 10) abgeschliffen werden.

12. Die hölzernen rechtwinklichten Dreyecke, und Winkelhaaken, so wie man sie gewöhnlich auch in Reiszeugen antrift, dienen zu Ziehung paralleler und senkrechter Linien. Die nothwendigste Erforderniß guter Winkelhaaken oder Dreyecke, wenn man sie zu Ziehung der Perpendikulärlinien gebrauchen will, bestehet darinnen, daß der rechte Winkel an diesen Werkzeugen, alle nöthige Genauigkeit habe. Es giebt unterschiedene Methoden, sich von der Richtigkeit eines Winkelhaakens zu versichern.

Folgende Methode scheinet mir die richtigste und bequemste zu seyn. Man lege den einen Schenkel des Winkelhaakens oder des rechtwinklichten Dreyecks hbc (Fig. XXXIII) genau an die Schärfe ik eines wohlgeprüften Linials; drücke das Linial mit dem Daumen fest ans Papier, und ziehe darauf mit aller möglichen Sorgfalt genau längst des andern Schenkels hb, eine feine Linie auf das Papier. Nun lasse man das Linial in unverrückter Lage, und

und kehre den Winkelhaaken um, so daß der Schenkel bc nach der Richtung bC zu liegen komme. Wenn nun bey der jetzigen Lage des Winkelhaakens hbC, der Schenkel hb, wieder genau mit der vorhin auf dem Papiere gezogenen Linie hb zusammentrift, oder mit ihr parallel läuft, so ist der Winkelhaaken richtig, und der Winkel, den beyde Schenkel hb, bc mit einander machen, genau ein rechter. Geschiehet dieses aber nicht, so bedarf der Winkelhaaken einer Verbesserung. Es wird sich auch leicht aus dem Grunde dieses Verfahrens beurtheilen lassen, ob der Winkel hbc stumpf oder spitzig ist. Andere Methoden findet man übrigens auch in Hrn. P. Helfenzrieders Geodäsie. §. 193. rc.

Ein anderes sehr brauchbares Verfahren ist auch: daß man auf einer ebenen Fläche, z. E. einem Reisbrette, oder noch besser auf einer ebenen Kupferplatte, nach den bekannten geometrischen Methoden, genau einen rechten Winkel verzeichnet, alsdann beyde Schärfen des Winkelhaakens an die Schenkel des rechten Winkels anlegt, und prüfet, ob sie damit zusammentreffen, und wenn dieses nicht geschiehet, alsdann durch Abschaben oder Schleifen, die Schenkel des Winkelhaakens verbessert, bis sie den gehörigen rechten Winkel mit einander machen.

13. Das gewöhnliche Parallel-Linial, welches aus zwey beweglichen, und mit gleich langen Gelenken verbundenen Linialen bestehet, ist von sehr eingeschränktem und wandelbaren Gebrauche. Am besten und zuverläßigsten geschiehet die Ziehung paralleler Linien, vermittelst eines guten Linials und Dreyecks, wie ich hernach zeigen werde.

14. Man hat einige zusammengesetztere Gattungen von Parallellinialen, bey welchen man zugleich die Absicht erreichen will, Parallinien sogleich in einer beliebigen Weite zu ziehen, ohne sie erst mit einem Zirkel von einem Maaßstabe abfassen zu dürfen. Man findet einige Beschreibungen und Abrisse davon in Leupolds *Theatro Mach.* §. 312. 321. 322.

15. Die meisten dieser Vorrichtungen sind unnütz und erreichen den Endzweck (14) nicht aufs bequemste und richtigste.

16. Folgende Einrichtung scheint mir zur Ausübung bequem und einfach zu seyn. S. die XXXII Fig. Daselbst sind ABC, DEF ein paar rechtwinklichte hölzerne Dreyecke von gleicher Größe und Dicke. Ihre längern Seiten BC, EF sind etwa einen Fuß, die kürzern AB, DE aber 4 bis 6 Zoll lang; dann haben diese Dreyecke eine ansehnliche Größe, wie erfordert wird.

Die

Die Schenkel AB, BC, DE, EF kan man mit meßingenen Platten überlegen lassen, und Abtheilungen auf sie verzeichnen, wie die Figur ausweist.

Auf die längern Schenkel oder Seiten BC, EF kan man nach Gefallen eine gewisse Anzahl gleicher Theile absetzen: z. E. Zehntheile eines Zolles.

Damit sich aber noch kleinere Abtheilungen erhalten lassen, als unmittelbar auf BC, EF verzeichnet sind, so dienet jeder kürzere Schenkel DE, AB, denen größern BC, EF als Nonius oder Vernier. Die Art dieser Vorrichtung soll unten (§. 76) erklärt werden, und erinnere hie nur noch dieses. Wenn die Seitenfläche DE, längst BC genau angelegt und fortgeschoben wird, so lassen sich längst EF Parallellinien ziehen, die entweder gleich weit, oder nachdem auf BC von dem Nonio DE, die Abtheilungen abgeschnitten werden, in jeder beliebigen Entfernung von einander abstehen. Und eben so kan man auch längst BC Parallellinien in beliebigen Weiten von einander ziehen, wenn die lange Seite EF des Dreyecks DEF, an die kürzere AB gelegt, und alsdann das Dreyeck ABC längst EF herunter geschoben wird.

17. Durch diese Verbindung zweyer rechtwinklichten Dreyecke erreicht man also bequem die Absicht (14). Auch kan dieses Werkzeug, wie

wie ich in der Folge zeigen werde, noch zu verschiedenen andern Arbeiten und Entzwecken nützlich seyn.

18. Auch der geschickte und scharfsinnige Mechanikus Hr. Brander in Augspurg verfertigte ehemals Parallelliniale von großer Vollkommenheit. Sie sind auch so eingerichtet, daß sich sogleich Parallellinien in beliebigen Weiten ziehen lassen. H. Br. erinnert aber, daß sein Werkzeug mit großer Genauigkeit und Sorgfalt verfertiget werden müsse, wenn es den erwünschten Endzweck erreichen soll. Er erwähnet dieser Parallelliniale in seiner Beschreibung eines Systems von Maaßstäben am Ende pag. 30. Ich habe nie ein Parallellinial von ihm gesehen, auch befindet sich am a. O. keine nähere Beschreibung und Abriß davon.

19. Da die Ziehung paralleler und senkrechter Linien in der Ausübung oft vorkömmt, so sollen folgende zwo Aufgaben, kürzlich den Gebrauch der rechtwinklichten Dreyecke zu dieser Absicht erläutern.

Es giebt zwar in der theoretischen Geometrie sehr viele Methoden, bloß durch Zirkel und Linial, parallele und senkrechte Linien zu ziehen; allein, so richtig auch die reinen geometrischen Auflösungen sind, so kan man sie dennoch in der Ausübung nicht mit Vortheil da

gebrau-

gebrauchen, wo man geschwind zu Werke gehen will.

Aufgabe.

§. 63. Auf eine vorgegebene Linie, vermittelst des Dreyecks oder Winkelhaakens eine Perpendikulärlinie aufzurichten.

Aufl. Man lege den einen Schenkel des rechten Winkels an die vorgegebene Linie genau an, und ziehe längst des andern auf dem Papiere eine gerade Linie herunter, so wird diese auf der erstern senkrecht stehen.

Aufgabe.

§. 64. Mit einer gegebenen Linie ACG, Fig. XXXIII durch einen gegebenen Punkt F, eine parallele zu ziehen.

Aufl. Man lege die Hypothenuse HC des Dreyecks HBC genau an die Linie AG an.

Dann nehme man ein Linial ik, lege dessen Schärfe an den Katheten BC an, drücke es fest ans Papier, damit es sich nicht verrücke, und schiebe nun das Dreyeck HBC an dem Liniale fort, daß solches in die Lage hbc kömmt, wo die Hypothenuse hc durch den gegebenen

Punkt F gehet. Hierauf ziehe man långst hc eine Linie, so wird diese mit AG gleichlaufend seyn. Denn es ist der Winkel HCB = hcb.

Es geschiehet oft, daß das Linial nicht lang genug ist, und man also das Dreyeck nicht ganz bis an den Punkt hinschieben kan, wie wenn durch O eine Parallele gezogen werden sollte.

In diesem Falle schiebe man erstlich das Dreyeck so weit fort, als es angehet. Z. E. bis in die Lage hbc. Hierauf drücke man das Dreyeck aus Papier, und schiebe das Linial långst des Katheten bc weiter herauf. So erhellet, daß man alsdann im Stande seyn wird, långst des Linials das Dreyeck weiter fortzuschieben, bis an den Punkt O.

Es kan sich zutragen, daß das Dreyeck nicht ausreicht, wie wenn man durch L die parallele ziehen wollte. In diesem Falle, wenn das Dreyeck bis in die Lage hbc fortgeschoben worden, nehme man das Linial ik, lege es an den andern Katheten hb, und schiebe alsdann das Dreyeck långst des Linials fort, so wird man bis an den Punkt L hinkommen können. So lassen sich die Aufgaben, Parallellinien zu ziehen, bequem, vermittelst eines Dreyecks und Linials, oder auch zweyer Dreyecke, wo das eine als Linial dienet, auflösen.

Des

Des verstorbenen Hrn. Oberbaukomiss. Müllers Dissertatio de recta Normae applicatione. Goett. 1752 zeigt, wie man die Dreyecke noch zu vielen andern Absichten sehr vortheilhaft bey geodätischen Zeichnungen gebrauchen könne.

Aufgabe.

§. 65. Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen, vermittelst dessen man, die auf dem Felde gemessenen Linien ins kleine aufs Papier tragen, und überhaupt Linien in gegebenen Verhältnissen theilen kan.

Aufl. I) Ehe ich die Zeichnung dieses Maaßstabes erkläre, erinnere man sich aus der Geometrie folgenden Satz. Wenn Fig. XXXIV mon ein Dreyeck ist, dessen Seitenlinie on in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt worden, und man ziehet durch die Theilpunkte die Linien a1, b2, c3 u. s. w. mit mn gleichlaufend, so ist

$$ca : on = a1 : mn$$
$$ob : on = b2 : mn$$

II) Wäre daher z. E. on in 10 gleiche Theile getheilet, und z. E. mn = 1 Fuß, so würde

$$oa : on = 1 : 10 = a1 : mn \text{ also}$$

$$a1 = \tfrac{1}{10}\, mn = \tfrac{1}{10} \text{ Fuß} = 1 \text{ Zoll}$$

$$ob : on = 2 : 10 = b2 : mn \text{ also}$$

$$b2 = \tfrac{2}{10}\, mn = \tfrac{2}{10} \text{ F.} = 2 \text{ Zoll.}$$

und eben so

$$c3 = \tfrac{3}{10}\, mn = \tfrac{3}{10} \text{ F.} = 3 \text{ Zoll u. s. w.}$$

Und so erhielte man sehr bequem, Theile der vorgegebenen Länge mn.

III) Nun sey (Fig. XXXV. A) a II eine gerade Linie auf dem Papiere. Man setze auf sie eine gewisse Anzahl gleicher Theile aO = OI = I. II u. s. w. und lasse einen solchen Theil auf dem Papier eine Ruthe bedeuten.

IV) Man theile die äusserste Ruthe aO in 10 gleiche Theile, welches man durch Versuche bewerkstelligen kan, so ist Ob = $\tfrac{1}{10}$ Ruth. = 1 Fuß, Oc = $\tfrac{2}{10}$ R. = 2 Fuß u. s. w.

V) Da nun meistens auf dem Papiere die Theile auf aO schon sehr klein ausfallen, so würde es Schwürigkeit haben, diese Theile wieder unmittelbar noch weiter in Zolle einzutheilen; man bedienet sich daher des Satzes (I) mit Vortheil auf folgende Art.

VI) Durch a errichte man auf a II eine Perpendiculärlinie aα (§. 63) setze auf sie 10 willkührliche gleiche Theile von a nach 1, von

1 nach 2 u. s. w. Ziehe durch 1, 2, 3, u. s. w. wie die Figur ausweiset, Parallelen mit der Grundlinie a II (§. 64) und durch O, I, II, u. s. w. auch mit aα Parallelen.

VII) Von α nach dem nächsten Theilpunkte bey a, nähmlich nach k, ziehe man eine schiefe Linie αk herunter, und mit αk durch die übrigen Theilpunkte auf aO, die Parallelen βi; γh u. s. w. unter welchen Om die letzte ist.

VIII) So erhält man am Ende ein schmales Dreyeck Omn, wie in Fig. XXXIV, in welchem mn = $\frac{1}{10}$ αn = $\frac{1}{10}$ aO = 1 Fuß ist. Weil nun On vermittelst der mit a II parallel gezogenen Linien in 10 gleiche Theile getheilet wird, so ergeben sich in dem schmalen Dreyecke Omn, von mn nach O herunter, solche Transversalstückgen, wie in Fig. XXXIV, die also Zehntheilgen der Linie mn oder eines Fusses, mithin Zolle vorstellen werden. (II)

IX) So hat man also auf dem Papiere einen kleinen Maaßstab A, der auf eben die Art, Ruthen, Fuße und Zolle enthält, wie das Maaß, dessen man sich auf dem Felde bedienet hat.

X) Es erhellet, wenn OI, I. II. u. s. w. Fuße vorstellen, so bedeuten die Theile auf aO Zolle, und die Querstückgen in dem Dreyecke Omn, Linien.

XI) Hätte man von O gegen die rechte Hand zu, 10 Ruthen oder Theile abgesetzt, so bekäme man eine Länge, von der sind die Theile OI, u. s. w. Zehntheilgen, die Stücken auf aO Hunderttheilgen, und die Querstückgen in dem Dreyecke Omn, Tausendtheilgen; So lehret also dieses Verfahren überhaupt, eine Linie in 1000 Theile zu theilen, und ein solchergestalt eingerichteter Maaßstab heißt ein tausendtheiliger Maaßstab, dessen Gebrauch von häufiger Anwendung ist.

XII) Wolte man einen Maaßstab für die 12theiligte Eintheilung verfertigen, so darf man nur überall, wo bisher 10 Theile hingesetzt worden, zwölf dergleichen hinsetzen.

XIII) Bey B, C, D finden sich noch einige andere Gattungen von Maaßstäben, die aus der Zeichnung zulänglich verständlich seyn werden. Bey B, sind aO, OI, I. II. Ruthen, und die Querstückgen in dem Dreyecke PMO, nach der Ordnung von O nach PM heraufgerechnet, die einzeln Fuße. Bey C ist oben Bm bey 5 halbiret, und es sind a5, O5 gezogen; also ist $m5 = \frac{1}{2} mB = \frac{1}{2} aO = \frac{1}{2}$ Ruthe $= 5$ Fuß, und folglich weil auf aB, 5 gleiche Theile abgesetzet worden,

$$d\,1 = \tfrac{1}{5}\, m5 = \tfrac{1}{5} \cdot 5 \text{ Fuß} = 1 \text{ Fuß}$$
$$c\,2 = \tfrac{2}{5}\, m5 = \tfrac{2}{5} \cdot 5 \text{ Fuß} = 2 \text{ Fuß}$$

u. s. w.

Eben

Eben so ist auch $\alpha 6 = a 4 = 4$ Fuß.
Mithin $6 = a\alpha - \alpha 6 = 10$ Fuß — 4 Fuß $= 6$ Fuß. Und eben so wegen $\beta 7 = 3$ Fuß; $\gamma 8 = 2$ Fuß; $\delta 9 = 1$ Fuß, wird nach der Ordnung $b7 = 7$ Fuß; $c8 = 8$ Fuß; $d9 = 9$ Fuß. Diese Einrichtung des Maaßstabes C ist sehr bequem.

Anmerkung.

§. 66. 1. Wenn man die bisher beschriebenen Maaßstäbe auf dem Papiere verfertiget, so muß man Sorge tragen, die Theilpunkte mit den Zirkelspitzen, so zart als möglich, anzugeben; auch muß man, wenn mit dem Zirkel die Maaße abgenommen werden, niemals die Spitzen desselben ins Papier einstechen, weil sonst der Maaßstab gar bald unbrauchbar und unrichtig würde.

2. Aus dieser Ursache bedienet man sich lieber solcher Maaßstäbe, die auf Elfenbein, Birnbaumholz oder Messing verzeichnet sind. Man findet sie ebenfalls in den mathematischen Bestecken.

3. Man kan auch mit leichter Mühe, auf einer wohlpolirten messingenen oder kupfernen Platte, dergleichen Maaßstäbe, von verschiedener Größe, selbst einstechen, und solche zum Gebrauche verwahren. Man darf sich nur ein wenig in dergleichen Arbeit üben, so wird

wird man es gar bald zu einer Fertigkeit bringen. Um die Linien ins Metall einzureissen, bediene ich mich eines guten englischen Federmessers, dessen Spitze von Stahl, und scharf abgeschliffen ist. Nachdem die Linien eingeschnitten sind, polirt man das Rauhe von der Platte ab, und überziehet sie mit einer Druckerschwärze, nach deren Wegwischung alsdann sehr zarte Linien auf der Platte stehen bleiben.

4. In Marinoni Buche *de re ichnographica* (*Viennae* 1751) pag. 46 findet sich ein sehr bequemes und einfaches Werkzeug, Linien in sehr nahen Entfernungen, mit einander parallel, und sehr zart, ins Metall einzuschneiden.

Auch in Hrn. Helfenzrieders Geodäsie (Ingolstadt und Augsburg 1775) p. 81 ist ein zu dieser Absicht angegebenes Instrument.

Ferner gehört hieher das Werkzeug, dessen sich der berühmte englische Künstler Ramsden bedient, gerade Linien einzutheilen. Es findet sich in einem Anhange zu einer Schrift, welche ich unten (§. 89) anführe. Das Werkzeug ist aber sehr zusammengesetzt, und die Genauigkeit desselben hängt mit von einer Schraube ohne Ende ab, welche längst der Schärfe eines Linials in Gänge eingreift, wodurch das Linial sanft in Nuthen hin und her geschoben, und um einen beliebigen Abstand fortbewegt werden kan. Dieses Werkzeug

zeug würde demnach ebenfalls zur Eintheilung und Verfertigung verjüngter Maaßstäbe dienen, zumahl wenn eine sehr große Genauigkeit erforderlich wäre.

5. Man hält den Tycho de Brahe' für den Erfinder des verjüngten Maaßstabes, eigentlich ist es aber wohl Joh. Hommel, ehemaliger Prof. der Mathem. zu Leipzig, aus dessen Unterrichte Tycho de Brahé ums Jahr 1553 zuerst diese Abtheilung gerader Linien gelernt hat.

Aufgabe.

§. 67. Den Gebrauch des verjüngten Maaßstabes zu erklären.

Aufl. 1) Gesetzt man wolle von dem verjüngten Maaßstabe A (Fig. XXXV) eine Länge z. E. von 2° 8′ 6″ mit dem Zirkel fassen, und aufs Papier tragen.

Um dieses zu leisten, so zähle man von O nach II, erstlich die 2° ab: hierauf setze man die eine Zirkelspitze in den Punkt y, nähmlich in den Durchschnittspunct des Perpendikels II. M, mit derjenigen Parallellinie y6 welche auf a α, durch den Theilpunkt 6 gehet, so findet sich auf dieser Parallele in dem Dreyecke mnO das Querstückgen lη = 6″. Nun lasse man die Zirkelspitze in y unverrückt, und eröfne den Zirkel so weit, bis dessen andere Spitze, auf der vorerwähnten Parallele bis an den Durchschnitt t hinreicht; dieser Punkt t ist nähmlich der Durchschnitt, der obgedachten Parallele $6y$, mit der schiefen Linie β:, die auf aO, die Weite $Oi = 8$ Fuß abschneidet.

So wird die Weite $ty = 2^\circ\ 8'\ 6''$ seyn. Denn es ist $ty = y\eta + \eta l + lt = OII + l\eta + Oi = 2^\circ + 6'' + 8'$, oder $2^\circ\ 8'\ 6''$.

Diese abgefaßte Weite zwischen beyden Zirkelspitzen, kan man nun aufs Papier tragen.

II) Umgekehrt, wäre auf dem Papiere eine Linie vorgegeben, deren Größe man nach dem verjüngten Maaßstabe bestimmen wolte, so fasse man solche mit dem Zirkel, behalte den Zirkel in unveränderter Oefnung, und suche nun ein solches Perpendikel z. E. II. M auf, daß, wenn die eine Zirkelspitze in einen gewissen Theilpunkt, z. E. in y eingesetzt wird, die andere Spitze innerhalb des Raumes $a\alpha On$ in einen Durchschnittspunkt, wie t, hinfalle, der mit y in einer geraden Linie ty liegt, die mit der Grundlinie a II parallel gehet. Alsdann kan man die Weite ty auf dem verjüngten Maaßstabe in Ruthen, Fußen und Zollen bestimmen.

Zusatz.

Zusatz.

§. 68. Wäre der Maaßstab A ein tausendtheiligter, (§. 65. XI) so würden die 2° 8′ 6″ (§. 67. I) auch so viel bedeuten, als 286 Tausendtheilgen derjenigen Länge, die von O gegen die rechte Hand zu abgesetzt, und = 10. OI oder 10° genommen worden ist.

Aufgabe.

§. 69. Vermittelst des verjüngten Maaßstabes, Linien von gegebenen Verhältnissen aufs Papier abzutragen, oder sie auch in gegebenen Verhältnissen zu theilen.

Aufl. I) Diese Aufgaben kommen in der Ausübung häufig vor, und aus dieser Ursache muß ich ihrer hier erwähnen.

Gesetzt, man solle ein paar Linien aufs Papier hintragen, die sich wie 512:618 verhalten. Um dieses zu leisten, nimmt man von dem tausendtheiligten Maaßstabe 512 Theile, oder nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche 5° 1′ 2″ ab, und setzt sie aufs Papier; eben so fasset man die Weite 6° 1′ 8″ und setzt sie ab, so hat man auf dem Papiere ein paar Linien, die sich wie 512:618 verhalten.

II) Wäre das Verhältniß der abzutragenden Linien durch so große Zahlen gegeben, (z.

E. wenn das Verhältniß wie 5102 : 6733 wäre) daß man solche von dem tausendtheiligten Maaßstabe nicht bequem abtragen kan, so muß man entweder versuchen, nach den gewöhnlichen Regeln, das vorgegebene Verhältniß durch kleinere Zahlen auszudrücken, oder wenn dieses nicht angehet, beyde Glieder des Verhältnisses mit einer dritten Zahl gemeinschaftlich dividiren, damit man wenigstens ein paar andere ganze Zahlen bekomme, die beynahe das vorgegebene Verhältniß unter sich haben, und sich von dem Maaßstabe abtragen lassen.

Z. E. Man dividire beyde Glieder des Verhältnisses 5102 : 6733 mit 10, so ist das vorgegebene Verhältniß wie 510, 2 : 673, 3 also beynahe wie 510 : 673, welches letztere man also von dem Maaßstabe abtragen kan.

Es erhellet nähmlich, daß man ein vorgegebenes Verhältniß, von einem tausendtheiligten Maaßstabe auch nur höchstens bis auf tausendtheilgen genau abtragen kan, vorausgesetzt, daß der Maaßstab die gehörige Vollkommenheit habe, und man alle nöthige Vorsichten, im Einsetzen der Zirkelspitzen beobachte.

III) Soll eine Linie AD (Fig XXXVI) in so viel Theile, als man will, getheilet werden, die gegebene Verhältnisse, z. E. wie 13 : 14 : 20 unter einander haben, so trägt man auf eine

eine durch A nach Gefallen gezogene gerade Linie Ad von A nach b, 13 Theile, von A nach c, 13 + 14 oder 27 Theile, von A nach d, 13 + 14 + 20 oder 47 Theile, von dem Maaßstabe ab; ziehet durch D, d, eine gerade Linie, und mit ihr durch c, b, die Parallelen Cc, bB (§. 64) so werden die Stücke AC, BC, CD, sich verhalten, wie Ab : bc : cd oder wie 13 : 14 : 20.

IV) Wer die Ziehung paralleler Linien vermeiden will, der kan auch AD, bloß durch Rechnung, oder arithmetisch, theilen. Man fasse die Weite AD mit dem Zirkel und trage sie auf den Maaßstab: Gesetzt man fände AD = $5^{0} \cdot 0' \; 4''$ oder 504 Theile. Diese Zahl theile man in drey Theile, die sich verhalten wie 13 : 14 : 20. Dieß geschiehet nach der gewöhnlichen Regel auf folgende Art:

Man addire die vorgegebenen Verhältnißzahlen 13, 14, 20 zusammen, suche zu ihrer Summe 47, zur Zahl 504 und zu jeder einzeln Zahl 13, 14, 20, nach der Ordnung die 4te Proportionalzahl;

$$47 : 504 = 13 : 139 \tfrac{19}{47}$$
$$47 : 504 = 14 : 150 \tfrac{6}{47}$$
$$47 : 504 = 20 : 214 \tfrac{22}{47}$$

so ist $139 \tfrac{19}{47} + 150 \tfrac{6}{47} + 214 \tfrac{22}{47} = 504$, und die drey Stücke, in welche 504 zerleget worden, verhalten sich wie 13 : 14 : 20.

 Man

Man trage also auf AD von A nach B 139 $\frac{12}{47}$ Theilgen des verjüngten Maaßstabes; weil sich aber die $\frac{12}{47}$ nicht gut abnehmen lassen, so setzt man bloß von A nach B 139 Theile, oder 1° 3′ 9″ und von B nach C 150 Theile, oder 1° 5′ 0″ so wird AD, so genau in dem Verhältniß 13:14:20 getheilet seyn, als man es in der Ausübung verlangen kan.

V) Ich wolte rathen, allemahl lieber nach III die Linie AD einzutheilen, weil man da nicht nöthig hat, solche kleine Brüche, wie in (IV) wegzulassen.

Indessen würde dabey noch folgendes zu erinnern seyn.

1) Es ist nicht nothwendig, daß man von dem verjüngten Maaßstabe gerade die Zahlen 13, 14, 20 (III) selbst abnimmt; man könte auch andere Zahlen oder Theile abnehmen, die sich nur verhalten müssen, wie die 13, 14, 20. Z. E. man könte jede von den Zahlen 13, 14, 20 mit einer gewissen dritten Zahl erst multipliciren, z. E. mit 10, von dem Maaßstabe alsdann von A nach b, 130 Theile, von A nach c, 140 Theile, und von A nach d, 200 Theile absetzen, und hierauf mit Dd die Parallelen ziehen.

Dieses dienet dazu, daß, wenn die gegebenen Zahlen gar zu klein sind, und sich folglich nicht

nicht bequem mit dem Zirkel auf dem Maaßstabe fassen lassen, man statt ihrer, größere Zahlen bekömmt, die in eben dem Verhältniße stehen, sich aber bequemer abtragen lassen, und eine genauere Ziehung der Parallellinien verstatten.

2. Muß man den Winkel DAd nicht gar zu klein annehmen, weil sich sonst bey A die Linien AD, Ad, zu sehr an einander fortschleifen, und daher Unrichtigkeiten zu besorgen sind.

VI) Solte eine Linie, wie AG (Fig. XXXVII) in lauter gleiche Theile, z. E. in 6 eingetheilet werden, so fasse man ihre Weite AG, und trage sie auf den Maaßstab. Gesetzt, man fände für sie 864 Theile. Hievon ist der 6te Theil = 144 Th. Man nehme also von dem Maaßstabe 144 Theile, oder 1° 4′ 4″, und trage sie nach der Ordnung von A bis B, von B bis C u. s. w. so wird AG in 6 gleiche Stücke getheilet seyn.

VII) Hätte man die 144 Theile nicht sehr genau von dem Maaßstabe abgenommen, und man trüge sie nach der Ordnung von A nach B, von B nach C u. s. w. mit beständiger Umweudung des Zirkels, so würde bey jeder Umwendung desselben, oder bey jedem Theile AB, BC u. s. w. ein kleiner Fehler begangen, alle diese Fehler würden sich häufen, und am

Ende eine große Unrichtigkeit verursachen, so daß sich der letzte Theil selten bey G endigen würde, wo die ganze Linie zu Ende ist. Damit sich also die Fehler nicht häufen, so verfährt man richtiger auf folgende Art. Man trägt von A bis B erstlich 144 Theile, dann von A bis C, 2. 144 oder 288 Theile, von A bis D, 3. 144 oder 432 Theile u. s. w. so kommen endlich von A bis G, 6. 144, oder 864 Theile, und indem solchergestalt, immer aus einem Punkte A aufgetragen wird, so können sich die Fehler nicht häufen, und die Linie AG wird auf diese Art weit richtiger getheilet werden. Eben dieses ist die Ursache, warum in III, die Theile 13, 14, 20 nicht nach der Ordnung von A bis b, von b bis c, von c bis d aufgetragen, sondern von A bis b erst 13, dann von A bis c, 37, und endlich von A bis d, 47 Theile abgesetzet wurden.

VIII) Die Methode (VII) eine Linie in eine beliebige Anzahl gleicher Theile zu theilen, ist in der Ausübung weit bequemer, als die gewöhnliche Euclidische Methode, die in der Elementargeometrie gewiesen wird (*). Auch ist sie nicht leicht den Fehlern unterworfen, die bey Ausübung der Euclidischen Methode vorfallen können, wenn man die dabey nothwendigen

(*) S. Kästners Anf. d. Geom. u. Arith. Gött. 1774. das. Geom. 29 Satz.

digen Parallellinien nicht sehr genau ziehet. Indessen ist aber die letztere auch oft von großen Nutzen; wenn man z. E. keinen verjüngten Maaßstab bey der Hand hat, oder eine Linie nicht in gar viele Theile getheilt werden soll.

IX) Die practischen Feldmesser theilen, besonders kleine Linien, auch oft nur blos durchs Augenmaaß oder durch Versuche. Dieses gehet besonders dann desto bequemer von statten, wenn die Anzahl der Theile sich in Factoren zerfällen läßt. Z. E. solte eine Linie in 12 Theile getheilet werden, so theilet man sie erst in 3, und dann jedes Drittel wieder in 4 Theile.

X) Wenn man vermittelst des tausendtheiligten Maaßstabes, ein paar Linien aufs Papier absetzen wolte, deren Verhältniß irrational wäre, z. E. wie $\sqrt{7} : \sqrt{5}$, so muß man das vorgegebene Verhältniß erstlich beynahe durch ein rationales ausdrücken. Dieß geschiehet, wenn man die Wurzeln würklich ausziehet, und dann der herauskommenden Werthe ihr Verhältniß in ganzen Zahlen, von dem Maaßstabe abträgt.

Z. E. $\sqrt{7} = 2,64$ beynahe
$\sqrt{5} = 2,23$ beynahe
also beynahe $\sqrt{7} : \sqrt{5} = 2,64 : 2,23 = 264 : 223$.

Man nimmt also nur das Verhältniß der ganzen Zahlen 264 : 223 von dem Maaßstabe ab, so wird man ein paar Linien erhalten, die beynahe das irrationale Verhältniß $\sqrt{7} : \sqrt{5}$ unter einander haben.

XI) Wegen der Ausziehung der Wurzeln, die man vorher bewerkstelligen muß, ist dieses Verfahren etwas unbequem. Lassen sich aber die Zahlen unter dem Wurzelzeichen in Factoren zerfällen, so läßt sich die Aufgabe bequemer durch folgende geometrische Methode auflösen.

Gesetzt: das Irrationalverhältniß sey folgendes

$$\sqrt{68575} : \sqrt{14124} \quad .$$

Hier ist nun,

$$68575 = 325 \cdot 211$$
$$14124 = 428 \cdot 33.$$

Man trage also (Fig. XXXVIII) auf eine gerade Linie von A bis C, 325 Theile des tausendtheiligten Maaßstabes, von A bis B, 325 + 211 oder 536 Theile, so wird CB = 211 Theilen. Man halbire AB in P, und beschreibe über AB einen Halbkreiß ADB; durch C errichte man ein Perpendikel CD, so ist $CD = \sqrt{68575}$.

Bew. Denn CD ist die mittlere Proportionallinie zwischen AC und CB, folglich

$$AC : CD = CD : CB \text{ oder}$$
$$325 : CD = CD : 211 \text{ mithin}$$
$$325 \cdot 211 = CD^2 \text{ also}$$
$$CD = \sqrt{325 \cdot 211} = \sqrt{68575}.$$

Völlig auf eben die Art findet man $\sqrt{14124}$, wenn man $Ac = 428$, $Ab = 428 + 33 = 461$ Theilen nimmt, über Ab einen Halbkreiß Adb beschreibt, und durch c das Perpendikel cd setzt: dann wird wie vorhin $cd = \sqrt{14124}$; So sind also die Perpendikel CD, cd, die Linien, die das Irrationalverhältniß $\sqrt{68575} : \sqrt{14124}$ unter einander haben.

XII) Um dergleichen Zahlen unter dem Wurzelzeichen in ihre Factores zu zerfällen, kan man sich mit Vortheil solcher Tafeln bedienen, aus denen man sogleich, ohne weitere Rechnung, die Factores herausnehmen kan. Eine solche Tafel, nebst ihrem Gebrauche, findet man in Lamberts Beyträgen zur Mathematik II Th. S. 52 bis auf die Zahl 10200, in Poetii Anleitung zur arithmetischen Wissenschaft, bis auf 10000, und in den logarithmischen, trigonometrischen und andern zum Gebrauche der Mathematik eingerichteten Tafeln des Hrn. Georg Vega (Wien 1783) bis auf die Zahl 10500.

XIII) Endlich, wenn die Linien, die von dem verjüngten Maaßstabe, in den bisherigen Aufga-

Aufgaben abgetragen, oder auf ihm gemessen werden sollen, größer sind, als der Maaßstab, so muß man sie in Theile zerlegen, und die Größe eines jeden einzeln Theiles abtragen.

Aufgabe.

§. 70. **Die krumme Linie auf dem Felde (Fig. XXII) für die man in (§. 55. 20) die Abmessungen hat, aufs Papier zu tragen, und daselbst eine zu verzeichnen, die ihr, so viel als möglich, ähnlich ist.**

Aufl. I) Man ziehe auf dem Papiere willkührlich eine gerade Linie; auf diese trage man, nach dem verjüngten Maaßstabe, die in §. 55. 20 gefundenen Maaße für die Abscissen.

II) Diese Maaße werden aber alle von einem Punkte angerechnet, welcher auf dem Papiere eben so, wie auf dem Felde, der **Anfangspunkt der Abscissen** ist.

III) Hat man nun solchergestalt, nach der Ordnung, aus dem Manuale alle Abscissen aufgetragen, so richtet man durch alle Endpunkte der Abscissen, Perpendikulärlinien auf. §. 63.

IV) Auf diese setzet man die jeder Abscisse zugehörige Ordinate, und nachdem die Zeichen + — angegeben sind, werden die Maaße der Ordi-

Ordinaten rechter oder linker Hand der Abscissenlinie, auf die Perpendikel getragen.

V) Ist man hiemit fertig, so ziehet man durch die Endpunkte der aufgetragenen Ordinaten, aus freyer Hand eine zusammenhängende krumme Linie. Diese wird nun der auf dem Felde beynahe ähnlich seyn; besonders wenn man auch zu gleicher Zeit, während der Verzeichnung, darauf siehet, wo nach Angabe des Manuals, die krumme Linie hohl oder erhaben gegen die Abscissenlinie ist. Aus §. 54. 12. und §. 55. 19.

Anmerkung.

§. 71. Die Abscissenlinie und Ordinaten kan man erst mit einem subtilen Beystift, die krumme Linie selbst aber mit einer fein geschnittenen, in Tusche eingesenkten Rabenfeder ausziehen, und alsdann, die mit dem Bleystift gezogenen Linien, mit Brod oder elastischem Harz wieder wegreiben.

Herrn Branders System von Maaßstäben.

§. 72. 1. Die verschiedene Größe der verjüngten Maaßstäbe, richtet sich überhaupt nach diesen oder jenen Absichten, die man durch den Grundriß einer Figur erreichen will; Sollen auch sehr kleine Theile einer Figur noch

unter-

unterschieden werden können, so muß man einen Maaßstab annehmen, der eine zu dieser Absicht erforderliche Größe hat.

Ist ferner der Raum, oder die Größe des Papiers gegeben, worauf man eine Figur, deren Abmessungen auf dem Felde bestimmt worden, entwerfen will, und soll solche, so viel als möglich, den Raum des Papiers einnehmen, so hat es oft Schwürigkeit, die eigentlich hierzu erforderliche Größe der Theile auf dem verjüngten Maaßstabe, zu bestimmen. Denn nähme man den Maaßstab, oder die Theile auf ihm, zu groß an, so würde die abzutragende Figur, vielleicht gar nicht auf die vorgegebene Größe des Papiers passen. Nähme man sie zu klein an, so würden Theile der Figur undeutlich ausfallen, die man doch noch gern unterscheiden will.

2. Um nun mit der Bestimmung der in jedem Falle erforderlichen Größe des Maaßstabes keine Zeit zu verderben, so werden in der Branderischen (nunmehr Höschelischen) Officin in Augspurg, besonders hierzu eingerichtete Systeme von Maaßstäben verfertiget, unter welchen man sogleich denjenigen auswählen kan, der zu einer gewissen Absicht am schicklichsten ist.

3. Die Einrichtung eines solchen Systems beruhet auf folgenden Gründen.

Erst-

Erstlich, sollen die Maaßstäbe, oder vielmehr ähnliche Theile auf ihnen, in einer geometrischen Progression fortgehen, aber so, daß ein Theil, z. E. eine Ruthe auf dem eilften Maaßstabe, nur erst ohngefähr 10 mahl größer ist, als ein ähnlicher Theil auf dem ersten Maaßstabe. Also muß der 11te Maaßstab 10 mahl so groß seyn, als der erste.

Zweytens, werden alle diese Maaßstäbe auf eine ähnliche Art eingetheilet, damit die Theile auf den nach einander folgenden Maaßstäben stuffenweise immer größer werden, doch so, daß

Drittens, ähnliche Theile zweyer nächst aufeinander folgender Maaßstäbe, nicht zu sehr verschieden ausfallen.

4. Es sey also die Länge des ersten Maaßstabes = a, des eilften = l: So werden zwischen a und l, 9 mittlere geometrische Proportionallinien b, c, d, e, f, g, h, i, k, gesucht, auf die nachher Abtheilungen verzeichnet werden. Dieses geschiehet so:

5. Weil a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l in einer geometrischen Progression stehen, so ist das Verhältniß l : a zehenmahl so groß, als das Verhältniß b : a, mithin nach den Regeln

geln der Zusammensetzung der Verhältnisse. (Kästn. Arith. VI Kap. 4 Zus.)

$$l : a = b^{10} : a^{10}$$

$$\text{daher } b^{10} = \frac{a^{10} . l}{a} = a^{9} . l$$

Nun soll aber $l = 10 . a$ seyn (3) also wird

$b^{10} = 10 . a^{10}$ Mithin $b = a . \sqrt[10]{10}$, und $\log b = \log a + \frac{1}{10} \log 10 = \log a + 0{,}1000000$

6. Ferner ist $a : b = b : c$; $b : c = c : d$ u. s. w.

folglich $c = \frac{b^2}{a} = \frac{a^2 \sqrt[10]{100}}{a} = a \sqrt[10]{100}$;

daher $\log c = \log a + \frac{1}{10} \log 100 = \log a + 0{,}2000000$;

$d = \frac{c^2}{b} = a \sqrt[10]{1000}$ daher $\log d = \log a + \frac{1}{10} . \log 1000 = \log a + 0{,}\ 3000000$ u. s. w.

7. Nun macht Hr. Br. den kleinsten Maaßstab $a = 100$ Pariserlinien, und theilt jede Linie wieder in 10 Theile. Also ist in solchen Theilen $a = 1000$; und $\log a = 3$.

8. Daher werden die Logarithmen von a, b, c, d u. s. w. nebst den zugehörigen Werthen von a, b, c, d u. s. w. folgende

log

$\log a = 3,\ 0000000;$	folglich	$a = 1000,\ 000$
$\log b = 3,\ 1000000;$	—	$b = 1257,\ 925$
$\log c = 3,\ 2000000;$	—	$c = 1584,\ 893$
$\log d = 3,\ 3000000;$	—	$d = 1995,\ 262$
$\log e = 3,\ 4000000;$	—	$e = 2511,\ 886$
$\log f = 3,\ 5000000;$	—	$f = 3162,\ 278$
$\log g = 3,\ 6000000;$	—	$g = 3980,\ 072$
$\log h = 3,\ 7000000;$	—	$h = 5011,\ 872$
$\log i = 3,\ 8000000;$	—	$i = 6309,\ 574$
$\log k = 3,\ 9000000;$	—	$k = 7943,\ 284$
$\log l = 4,\ 0000000;$	—	$l = 10000,\ 000$

9. So zeigen also die für b, c, d u. s. w. gefundenen Werthe, wie viel von denen Theilen, deren a, 1000 hält (7) zu der Länge eines jeden nächstfolgenden Maaßstabes genommen werden müssen.

10. Jede solche Länge wird nun für sich in 1000 Theile getheilt, und so erhält Hr. Br. 1000theiligte Maaßstäbe a, b, c u. s. w. deren ganze Längen sowohl, als auch ähnliche Theile auf ihnen, sich wie die für a, b, c, u. s. w. gefundenen Werthe (8) verhalten.

11. Da nun z. E. a : b = 1000 : 1257, 925 = 31 : 39 ist, so erhellet, daß die Länge eines gewissen Maaßstabes sich verhält zu der Länge des nächstfolgenden, wie 31 : 39; und eben so verhalten sich überhaupt ähnliche Theile, die z. E. auf beyden nächstaufeinander folgenden Maaßstäben, Ruthen bedeuten, gegeneinander.

Es wachsen also die Maaßstäbe und ähnliche Theile auf ihnen, nicht sehr schnell: Wenn daher ein gewisser Maaßstab, zu einer Figur, die man auf dem Papiere entwerfen wolte, etwas zu groß wäre, so könte man stuffenweise einen von den nächst kleinern nehmen, ohne sich der Gefahr auszusetzen, einen auszuwählen, wodurch die aufzutragende Figur plötzlich zu klein ausfiele.

12. Die Art, wie nun der zu einer Figur schickliche Maaßstab gefunden wird, ist diese:

Gesetzt, es sey auf dem Felde ein Dreyeck gemessen worden, dessen längste Seite = 5° 3′ 4″ sey. Damit nun diese längste Seite, und folglich auch das ganze Dreyeck verjüngt, z. E. auf ein vorgegebenes Quartblatt Papier, aufgetragen werden könne, und daselbst eine schickliche Größe bekomme, so nehme man auf dem Papiere eine gewisse Länge an, so groß man nämlich die längste Seite des Dreyecks haben will; diese Weite fasse man mit dem Zirkel, und untersuche, auf welchem der Maaßstäbe a, b, c u. s. w. diese Weite 534 Theile, oder nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche, 5° 3′ 4″ beträgt, oder dieser Größe am nächsten kömmt, so hat man den Maaßstab gefunden, nach welchem die Figur aufgetragen werden muß. Man nehme alsdann die 534 Theile von dem gefundenen Maaßstabe völlig genau ab, setze diese

diese Weite aufs Papier, und beschreibe über ihr das vorgegebene Dreyeck.

13. Mehrere Beyspiele findet man in Hrn. Br. Abhandlung selbst. Man s. dessen Beschreibung eines Systems von Maaßstäben §. 12. u. s. w.

14. Eine solche Reihe von Maaßstäben kan demnach in der ausübenden Mathematick von sehr großen Nutzen seyn, indem man dadurch viel Mühe erspart, die man sonst auf die Auswahl eines geschickten Maaßstabes und dessen Zeichnung verwenden müßte. Will man sich nicht selbst die Mühe geben, nach der bisherigen Anleitung, eine solche Reihe von Maaßstäben zu verfertigen, so kan man solche in obgedachter Officin auf Messing und Glas in sehr großer Vollkommenheit erhalten.

Der Nonius oder Vernier.

§. 73. Es sey (Fig. XXXIX. Tab. III) AR eine gerade Linie, auf der sich lauter gleiche Theile, z. E. in beystehender Figur, 14 gleiche Stücke befinden.

II) Nun nehme man eine gewisse Anzahl von diesen Theilen, z. E. die Weite mc, welche 9 von diesen Theilen hält, trage solche auf eine andere gerade Linie von M nach D; dergestalt daß MD = mc sey; und theile nun diese

Länge MD in 8 gleiche Stücke ML=LK=KI u. s. w. nämlich in einen Theil weniger, als vorher auf mc; so erhellet, daß die Theile auf MD größer seyn werden, als die auf mc. Es ist nämlich ML $= \frac{1}{8}$ MD $= \frac{1}{8}$ mc; aber ml ist $= \frac{1}{9}$ mc, mithin ML > ml.

III) Man nenne einen Theil auf MD = a; einen Theil auf mc oder AR, = b, und die angenommene Größe mc oder

MD = L: So ist ML $= a = \frac{1}{8}$ L
ml $= b = \frac{1}{9}$ L

Mithin der Unterschied ML — ml = a — b = $\frac{1}{8}$ L — $\frac{1}{9}$ L = $\frac{1}{72}$ L oder weil auch 8a = 9b, und folglich a $= \frac{9}{8}$ b ist, so wird auch a — b = $\frac{9}{8}$ b — b = $\frac{1}{8}$ b:

IV) Es ist also ein Theil ML der eingetheilten Linie MD, um den 72ten Theil der ganzen Länge MD größer, als ein Theil ml auf der zuerst eingetheilten Größe mc: oder es ist auch das Stück ML größer als ml, um den 8ten Theil von ml.

V) Nähme man also z. E. ML, und trüge sie von m nach r, so wäre das Stückgen rl der 72te Theil von mc, oder der 8te Theil von ml oder kl.

VI) Fer-

VI) Ferner ist

$$MK - mk = 2a - 2b = 2(a - b) = \tfrac{2}{8} b \quad (III)$$
$$MI - mi = 3a - 3b = 3(a - b) = \tfrac{3}{8} b$$
$$MH - mh = 4a - 4b = 4(a - b) = \tfrac{4}{8} b$$

u. s. w.

VII) Man stelle sich also vor, die Linie MD werde auf mc gelegt, so daß M auf m, und folglich D auf c zu liegen komme, so wird der Theilpunkt L linker Hand l, auf r fallen, und L wird von l um $\frac{1}{8}$ b abstehen. Ferner wird der Theilstrich K linker Hand k zu liegen kommen, und beyde Theilstriche K, k werden um $\frac{2}{8}$ b von einander abstehen. I wird von i um $\frac{3}{8}$ b entfernt seyn u. s. w.

VIII) Ich werde nun, um die eingetheilten Linien AR, DM von einander zu unterscheiden, künftig AR einen eingetheilten Rand, MD aber einen Vernier oder Nonius nennen. Die Ursache dieser Benennungen soll unten erkläret werden.

Den Punkt oder Strich M, wo sich auf dem Vernier die Theile anfangen, werde ich in der Folge den Index, oder den Anfangsstrich nennen. Die Theilstriche L, K, I u. s. w. die auf dem Vernier den ersten, zweiten, dritten u. f. Theil endigen, sollen nach der Ordnung der erste, zweite, dritte u. f. Theilstrich heissen.

Dieses zum vorausgesetzt, nehme man an, man könnte den Vernier MD längst des eingetheilten Randes AR fortschieben, so aber, daß beyde Linien MD, AR immer genau an einander lägen (wie wenn z. E. die Abtheilungen ML, KL u. s. w. sich auf dem Rande eines dünnen Linials MD befänden, welches man an die Linie AR anlegte, und längst ihr fortbewegte) so wird aus dem bisherigen folgendes erhellen. Wenn man den Vernier MD so an den eingetheilten Rand AR anlegt, daß dessen Index M genau an einen gewissen Theilstrich m des Randes RA passet, (wie in VII) so liegen bey dieser ersten Lage des Vernier, überhaupt die Theilstriche desselben, L, K, I u. s. w. insgesammt linker Hand derjenigen Theilstriche der eingetheilten Größe mc, die mit denen des Vernier einerley Zahl haben, das heißt: L wird von l um $\frac{1}{8}$ b, K von k um $\frac{2}{8}$ b u. s. w. abstehen.

Schiebt man also den V. DM von der linken Hand gegen die rechte, längst AR fort, bis der erste Theilstrich L des V. an den ersten Theilstrich l der angenommenen Größe mc zu liegen kömmt, so rückt der Index M vorwärts nach R zu, und entfernt sich von m um $\frac{1}{8}$ b. Und so rückt derselbe nach der Ordnung um $\frac{2}{8}$ b, $\frac{3}{8}$ b u. s. w. vorwärts, so wie nach und nach bey dem Fortschieben des V. die Theilstriche, K, I, H, u. s. w. an die ähnli-

ähnlichen Theilstriche, k, i, l u. s. w. der eingetheilten Größe mc, zu liegen kommen.

IX) Dieses giebt ein Mittel, zu erfahren, um wie viel ein Punkt μ, der z. E. zwischen zween Theilstrichen m und n angenommen wird, von dem nächsten Theilstriche m linker Hand, absteheet. Man schiebe den V. fort, bis dessen Index M genau an μ zu liegen kömmt; Dann untersuche man, welcher Theilstrich des V. mit einem gewissen Theilstriche der eingetheilten Größe mc zusammentrift; Gesetzt, der 5te Theilstrich G. passe alsdann genau an den eben so vielten Theilstrich g, der eingetheilten Größe mc, so wird nach VIII der Index M oder der Punkt μ, genau um $\frac{5}{8}$b von m abstehen, oder es wird das Stückgen mμ = $\frac{5}{8}$ b seyn müssen; und die Weite Aμ würde hier auf dem eingetheilten Rande = 11 b + $\frac{5}{8}$ b seyn.

X) Es kan aber geschehen, wie Fig. XL ausweiset, daß kein Theilstrich des V. mit einem Theilstriche des Randes zusammenpaßt. Es erhellet, wenn der dritte Theilstrich I des V. MD, mit dem eben so vielten Theilstrich i der Länge mc, zusammen passete, daß alsdann völlig genau das Stück mμ = $\frac{3}{8}$ b seyn müßte. Nun stehet aber I etwas rechter Hand über i hinaus, also muß offenbar mμ etwas größer als $\frac{3}{8}$ b seyn. Es kan aber nicht = $\frac{4}{8}$ b

 seyn,

seyn, weil sonst die Theilstriche H, h, zusammen passen müßten, welches nicht angenommen wird. Es ist also $m\mu > \frac{3}{8}$ b aber $< \frac{4}{8}$ b, und daher zwischen zweyen Gränzen enthalten, die nur um $\frac{1}{8}$ b, von einander unterschieden sind. Das Stückgen Ii, auf dem Rande, ist aber eigentlich der Werth, um wie viel $m\mu$ größer als $\frac{3}{8}$ b ist. Um also Ii zu finden, überlege man folgendes.

Weil $HI - hi = \frac{1}{8}$ b, und die Summe der beyden Stückgen $Ii + Hh$, dem nur genannten Unterschiede $HI - hi$ gleich ist, so wird $Ii + Hh = \frac{1}{8}$ b. Man schätze nun nach dem Augenmaaße, was die beyden benachbarten Stückgen Ii, Hh für ein Verhältniß gegen einander haben; Gesetzt, man habe gefunden $Ii : Hh = n : m$, also $Hh = \frac{m}{n} Ii$; so wird $Ii + \frac{m}{n} Ii$ oder $\frac{n+m}{n} Ii = \frac{1}{8} b$

mithin $Ii = \frac{n}{m+n} \cdot \frac{1}{8}$ b.

je genauer man also sich auf das Augenmaaß verlassen kan, desto zuverläßiger wird man dem wahren Werthe von Ii nahe kommen.

Ex. Ich will annehmen, man habe Hh etwa $= \frac{1}{3}$ Ii geschätzt, so wäre $m = 1$, $n = 3$, also $Ii = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8} b = \frac{3}{32}$ b, folglich das Stück $m\mu = \frac{3}{8} b + \frac{3}{32}$ b, und die Weite $A\mu$ auf dem Rande $= 11 b + \frac{3}{8} b + \frac{3}{32}$ b.

XI) Ich habe bisher bloß der Deutlichkeit halber angenommen, daß die Länge des Vernier 9 Theilen des Randes gleich sey, und diese Länge des V. in 8 gleiche Stücke zertheilet worden. Hierdurch wurde jeder Theil des Vernier um $\frac{1}{8}$ b größer, als jeder Theil des Randes (III) und wir fanden dadurch sehr bequem Achttheilgen von den gleichen Stücken auf dem Rande (VI). Man kan aber die bisherigen Betrachtungen leicht allgemein machen. Man darf sich nur statt der bisherigen Zahl 9 jede andere vorstellen. Gesetzt, es fasse überhaupt der Vernier r Theile des Randes, oder die Länge des V. sey $= r.\,b$, und diese werde in $r - 1$ Theile getheilet, so wird ein Theil des V. um $\frac{1}{r-1}$ b größer seyn, als ein Theil des Randes, wo also r überhaupt dasjenige bedeutet, was in den bisherigen Schlüssen (I—X) die Zahl 9 war.

Ferner seyen auf dem Rande von A bis m überhaupt x Theile, jeder $= b$, und für das Stückgen $m\mu$, welches kleiner als ein b ist, treffe der yte Theilstrich des angelegten Vernier DM, an einen Theilstrich des Randes, so wird überhaupt die Weite

$$A\mu = xb + \frac{y}{r-1} \cdot b$$

So war z. E. für (X) $x = 11$; $y = 3$.

Passet endlich kein Theilstrich des V. genau an einen Theilstrich des Randes, so wird

$$A\mu = xb + \frac{y}{r-1}.b + \frac{n}{m+n}.\frac{1}{r-1}b$$

wo m, n, wieder die Zahlen bedeuten, die in solchem Falle, nach der gegebenen Anleitung (X) von dem Augenmaaße abhängen.

Anmerkung.

§. 74. Die bisherige Methode, kleine Theile einer Linie anzugeben, wird gewöhnlich dem Peter Nunnetz, oder Nonius, wie man ihn zu nennen pflegt, zugeeignet. Man nennet daher die längst dem eingetheilten Rande bewegliche Linie DM auch einen Nonium. Nunnetz war ein Portugiese, und Prof. der Mathematik zu Koimbra.

Hr Hofr. Kästner in seinen vortreflichen astronom. Abhandl. zweite Samml. 5te Abhandl. p. 180 eignet diese Erfindung vielmehr einem Deutschen, Nahmens P. Vernier, oder Werner zu, und dieses giebt die Ursache der Benennung §. 73. VIII. Man kan in der angeführten Schrift die Geschichte dieser Erfindung weiter nachlesen, auf welche ich also meine Leser verweise. Noch mehr litterärische Nachrichten vom Nonius oder Vernier hat Hr. Hofr. Kästner in der

38ten

38ten Abh. der geometrischen Abhandlungen II Sammlung (Göttingen, 1791) gegeben.

Anwendung des bisherigen.

§. 75. Man setze, auf dem Rande AR habe man von A nach R Zolle abgetragen, und jeder Zoll sey in 10 Linien abgetheilet, dergestalt, daß also das bisherige b $= \frac{1}{10}$ Zoll $=$ 1 Linie sey. Nun mache man einen Vernier DM, dessen Länge $= 101 . b$ sey, und diesen Vernier theile man in 100 gleiche Theile, so ist ein Theil auf dem Vernier $= \frac{101}{100} . b = b + \frac{1}{100} . b$, mithin um $\frac{1}{100}$ b oder um $\frac{1}{1000}$ Zoll größer, als ein Theil des Randes; so kan man also vermittelst dieses V. sehr bequem den Zoll in 1000 Theile, folglich den Fuß in 10000 Theile eintheilen.

Anmerkung (zu §. 62. 16)

§. 76. 1. Gesetzt, in Fig. XXXII sey auf dem längern Schenkel BC eine gewisse Anzahl von Zollen abgesetzt, und jeder Zoll sey in 10 Linien abgetheilet, dergestalt, daß also die gleichen Theile auf dem Rande BC, Linien bedeuten. Auf dem Schenkel DE des längst BC beweglichen Dreyecks DEF, sey ein Vernier verzeichnet, dessen Länge $=$ 11 Linien in 10 gleiche Theile getheilet sey, so wird ein

Theil auf dem Vernier $= \frac{11}{10}b = b + \frac{1}{10}b$ also hier um $\frac{1}{10}b$, oder (wegen $b = 1$ Linie) um 1 Scrupel größer, als ein Theil des Randes BC. Mithin wird man leicht begreifen, wie sich durch diese Vorrichtung längst EF Parallellinien ziehen lassen, die in einer beliebigen Weite von einander abstehen.

2. Nähmlich die Zahlen, die sich auf die Theile des Vernier beziehen, werden nach entgegengesetzter Richtung auf dem Vernier von E gegen D hingesetzt; bey x befinde sich der Index des Vernier.

3. Gesetzt nun, man sollte ein paar Parallellinien ziehen, die z. E. um 8 Linien 4 Scrupel, mithin nach der bisherigen Bezeichnung um $8b + \frac{4}{10}b$ von einander abständen.

4. So lege man den Schenkel DE so an BC, daß der Index des Vernier genau an einen gewissen Theilstrich des Randes BC passet, und ziehe längst EF eine gerade Linie: Nun schiebe man das Dreyeck DEF von der linken Hand gegen die rechte fort, bis an dem Rande BC, der Index x des Vernier, genau um die in (3) angegebene Größe $8b + \frac{4}{10}b$ vorwärts gerückt ist, und sich also um so viel, von seiner erstern Stelle entfernt hat, so kan man längst EF wieder eine Linie ziehen, welche denn mit ersterer in der gegebenen Weite parallel seyn wird.

4. Auf eben die Art dienet auch der Schenkel AB dem EF als Nonius oder Vernier.

Wie ein Vernier zur Eintheilung der Kreisbögen und Winkel gebraucht wird.

§. 77. Da dieses mit dem bisherigen sehr genau zusammen hängt, so ist hier der bequemste Ort davon zu handeln.

I) Es sey Fig. XLI, AR ein aus dem Mittelpunkte C gezogener Kreisbogen, der in lauter kleine Theile, z. E. in gewöhnliche Grade getheilt sey. AR bedeute hie also einen eingetheilten Rand.

II) Nun halte der Bogen oV auf dem Rande überhaupt r solcher gleicher Theile $o\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ u. s. w. oder es sey $oV = r \cdot o\alpha$, und der diesem Bogen oV zugehörige Winkel VCo am Mittelpunkte heise α: so wird, wenn man sich durch die Theilpunkte α, β, γ u. s. w. Linien nach dem Mittelpunkte C gezogen vorstellet, dadurch der Winkel $oCV = \alpha$ in r gleiche Theile getheilet.

III) DM sey ein anderer Kreisbogen, aus eben dem Mittelpunkte C mit einem Halbmesser CM beschrieben, der hier etwas kleiner ist, als der Halbmesser Co des Randes: So ist der Bogen DM mit dem eingetheilten Rande con-

concentrisch, und gehört hier eben dem Winkel VCo am Mittelpunkte, zu.

IV) Auch die nach C zulaufenden Theilstriche des Randes, $\alpha 1$, $\beta 2$, $\gamma 3$ u. s. w. würden den Bogen DM in r gleiche Theile theilen.

V) Nun theile man aber den Bogen DM, bey a, b, c, d u. s. w. in $r - 1$ gleiche Theile, und stelle sich durch die Theilpunkte a, b, c &c. gleichfalls Theilstriche vor, die nach dem Mittelpunkte C zulaufen.

So erhellet folgendes:

Einem Theile, wie $o\alpha$ auf dem Rande, gehöret am Mittelpunkte C ein kleiner Winkel αCo zu, welcher der rte Theil des Winkels oCV, also $= \frac{\alpha}{r}$ ist (II).

Aber einem Theile, wie Ma auf dem Bogen MD, gehöret am Mittelpunkte C ein Winkel MCa zu, der der $r - 1$te Theil des Winkels MCD oder oCV also $= \frac{\alpha}{r-1}$ ist.

Der Unterschied der beyden Winkel MCa und $oC\alpha$ ist $MCa - oC\alpha = \frac{\alpha}{r-1} - \frac{\alpha}{r} = \frac{\alpha}{r(r-1)}$ = dem kleinen Winkel aC1, den beyde Theil-

striche

striche $\alpha 1$, und a, am Mittelpunkte C mit einander machen würden.

Eben so ist der Winkel $oC\beta = \frac{2}{r} \cdot \alpha$; der Winkel $MCb = \frac{2}{r-1} \cdot \alpha$; daher $MCb - oC\beta$ $= \frac{2}{r(r-1)} \cdot \alpha$ = dem kleinen Winkel 2Cb, um den die beyden Theilstriche $\beta 2$ und b von einander abstehen. u. s. w.

VI) Man nenne den Winkel $oC\alpha$, der einem Theile $o\alpha$ auf dem Rande zugehört = b, so ist $b = \frac{\alpha}{r}$ (V).

Also der kleine Winkel aC1, den die ersten beyden Theilstriche $\alpha 1$ und a mit einander machen = $\frac{b}{r-1}$, der Winkel 2Cb der nächstfolgenden beyden Theilstriche $= 2 \cdot \frac{b}{r-1}$ u. s. w.

VII) Man siehet hieraus, daß jede Theilstriche a, b, c u. s. w. des Bogens MD, linker Hand der eben so vielten oder gleichnahmigten Theilstreiche α, β, γ des Randes, nach der Ordnung um um folgende kleine Winkel $\frac{b}{r-1}$, $\frac{2b}{r-1}$, $\frac{3b}{r-1}$, $\frac{4b}{r-1}$ u. s. w. abstehen werden.

VIII) So würde also hier der Bogen MD in Absicht des eingetheilten Randes AR eben das seyn, was Fig. XXXIX die gerade Linie MD in Absicht der AR war. D. h. es würde hier der Bogen MD ein Vernier seyn, und man muß sich hier, eben so wie in §. 73. VIII, einbilden, der Bogen MD könne längst den Abtheilungen des Randes fortgeschoben werden, so aber, daß MD beständig mit AR parallel bliebe.

So wird begreiflich seyn, wie sich vermittelst dieser Einrichtung viel kleinere Winkel angeben lassen, als diejenigen sind, die den Theilen des Randes selbst, am Mittelpunkte C zugehören.

IX) Hätte man daher auf dem Rande z. E. den kleinen Bogen ow, oder den zugehörigen kleinen Winkel wCo am Mittelpunkte, und wollte dessen Größe erfahren, so schiebe man den B. MD von der linken Hand gegen die rechte fort, bis der Index des Vernier, oder der Strich M genau in den Halbmesser Cw zu liegen kömmt, und untersuche hierauf, welcher Theilstrich des Vernier, von dem Index ange-

angerechnet, mit einem gewissen Theilstriche des Randes in eine gerade Linie fällt, so hat man den kleinen Winkel w Co, um den der Inder des V. rechter Hand vom nächsten Theilstriche o des Randes abstehet.

X) Ex. Gesetzt, man habe den Rand in einzelne Grade abgetheilt, oder jeder Theil auf dem Rande gehöre am Mittelpunkte einem Grade zu; so ist $b = 1^\circ$. Der Bogen MD des Vernier gehöre am Mittelpunkte C einem Winkel MCD $= \alpha = 31$ Graden zu, so ist $r = 31$.

Folglich $\frac{b}{r-1} = \frac{1^\circ}{30} = \frac{60'}{30} = 2'$. D. h. jedem Theile auf dem V. gehöret am Mittelpunkte C ein Winkel zu, der um 2′ größer ist, als der, welcher einem Theile des R. zugehöret: Mithin würde bey dieser Einrichtung des Vernier, ein Winkel von 2 zu 2 Min. gemessen. Träfe daher in (IX) der 12te Theilstr. des V. mit einem Theilstriche des Randes zusammen, so würde der kleine Winkel oCw, um den der Inder des V. von dem Theilstr. o abstehet $= 12 . 2' = 24'$ seyn. Hätte man demnach auf dem Rande von A bis o, 13 Grade, so wäre der Bogen Aow, oder der zugehörige Winkel am Mittelpunkte $= 13^\circ\ 24'$.

XI) Träfe übrigens kein Theilstrich des Vernier mit einem Theilstriche des Randes genau zusammen, so wird man doch aus §. 73. XI schon zu beurtheilen wissen, wie in solchen Fällen das Augenmaaß zu gebrauchen ist.

XII) Zweites Ex. Gesetzt, der Rand AR sey von 5 zu 5 Minuten getheilet, es sey also $b = 5' = 300''$. Es frägt sich, wie viel Theile des Randes muß der Vernier fassen (*), wenn ein Theil auf dem Vernier um $15''$ größer seyn soll, als ein Theil des Randes. Hier wird also r gesucht.

Es soll also (I) die Größe $\frac{b}{r-1}$ oder hier $\frac{300''}{r-1} = 15''$ seyn: Mithin wird $\frac{300}{r-1} = 15$ oder $\frac{20}{r-1} = 1$ folglich $r = 21$. Man muß also den Bogen des V. 21 Theilen des Randes gleich setzen, und solchen alsdann in 20 Theile theilen, so wird man das gesuchte erhalten.

Anmer-

(*) Wenn ich mich in der Folge des Ausdrucks bediene, der Vernier fasse so viel Theile des Randes, oder sey so viel Theilen des Randes gleich, so verstehe ich darunter die Anzahl der Theile des Randes, welche dem Winkel DCM zukommen, zwischen dessen Schenkeln CD, CM der Vernierbogen enthalten ist.

Anmerkung.

§. 78. Da sowohl die Theile des Randes, als auch die des V. gewissen Winkeln am Mittelpunkte zugehören, so erhellet, wie die bisherigen Betrachtungen, bey Werkzeugen, Winkel zu messen, ihre Anwendung finden. In der Folge werde ich übrigens zeigen, wie man an solchen Werkzeugen die Einrichtung macht, daß man den V. an dem eingetheilten unbeweglichen Rande bequem fortschieben kan. Sonst habe ich hie weiter nichts zu bemerken, als daß die Theilstriche des V. sowohl, als die des Randes, genau nach dem Mittelpunkte C zulaufen müssen, wenn man anders bey der Untersuchung, ob zween Theilstriche zusammen passen, keine Fehler begehen will.

Noch eine andere Einrichtung des Vernier.

§. 79. Man setze, der V. fasse r Theile des Randes, oder dessen Länge sey $= r \cdot b$; Man theile diese Länge in $r + 1$ Theile, so werden hier die Theile des V. kleiner ausfallen, als die des Randes. Es ist nähmlich alsdann ein Theil des V. $= \frac{rb}{r+1}$ und folglich $b - \frac{rb}{r+1} = \frac{b}{r+1}$; oder um die Größe $\frac{b}{r+1}$ übertrift itzo ein Theil des Randes, einen des Vernier.

Diese zwote Art von Eintheilung, bey der die Theile des Vernier kleiner ausfallen, als die des Randes, wird auch unterweilen bey Winkelmessern gebraucht, deswegen habe ich hier etwas davon sagen müssen. Den fernern Gebrauch hievon, wird man aber leicht verstehen können, da mit einer kleinen Veränderung die Betrachtungen des 73 §. hier ebenfalls ihre Anwendung finden.

Eine Anwendung des verjüngten Maaßstabes, kleine Theile eines Zirkelbogens anzugeben.

§. 80. Da wir bisher mit der Eintheilung der Kreisbogen beschäftiget waren, so werde ich hie noch zeigen, wie man nach Art des verjüngten Maaßstabes unterweilen die Kreisbogen in kleinere Theile einzutheilen pflegt. Man findet verschiedene, sowohl alte als neuere Winkelmesser, worauf diese Art der Eintheilung angebracht ist; und denen zu Gefallen, die ein solches Werkzeug besitzen, mögen folgende Betrachtungen dienen.

I) Es

I) Es sey CFD Fig. XLII ein gegebener Winkel $= \alpha$, und AB, CD ein paar concentrische Kreisbogen, die aus F mit den Halbmessern $FC = R$; $FA = r$ beschrieben worden, so ist der Abstand AC, der Parallelkreiße CD, AB, bekannt, nähmlich es ist $AC = R - r$, welches ich a nennen will.

Nun ziehe man von C nach B die schiefe Linie CB; Ferner sey der Winkel CFN ein Theil von CFD, oder man nehme $CFN = \frac{m}{n} . \alpha$. Man sucht den Punkt K, wo der Halbmesser FN die schiefe Linie CB durchschneidet; oder wenn der Winkel $CFN = \frac{m}{n} \alpha$ seyn soll, was ist alsdann CK für ein Stück von CB?

II) Um dieses zu finden, fälle man auf FN, von C, B, die Perpendickel CL, BM herab, so ist in den rechtwinklichten Dreyecken CFL, BFM; für den Sinus totus $= 1$

$$1 : \sin CFN = CF : CL \text{ oder}$$

$$1 : \sin \frac{m}{n} \alpha = R \;\; : CL$$

also $CL = R . \sin \frac{m}{n} \alpha = (r+a) . \sin \frac{m}{n} \alpha$.

III) Nun ist ferner der Winkel NFD $= \alpha - \frac{m}{n}\alpha = \frac{n-m}{n}\alpha$; und daher eben wie in II

$$BM = BF . \sin MFB = r . \sin \frac{n-m}{n}\alpha.$$

IV) In den beyden ähnlichen Dreyecken CKL, MKB ist CL : BM = CK : KB oder auch CL + BM : CL = CK + KB : CK also endlich (weil CK + KB = CB)

$$CK = \frac{CL}{CL+BM} . CB . \text{ oder aus (II. III)}$$

$$CK = \frac{(r+a)\sin\frac{m}{n}\alpha}{(r+a)\sin\frac{m}{n}\alpha + r\sin\frac{n-m}{n}\alpha} . CB.$$

V) Auf diese Art ist also CK ein solches Stück von CB, als der Bruch andeutet, womit CB multipliciret ist: Man könte also für jeden Winkel CFN $= \frac{m}{n}\alpha$; das zugehörige Stück CK der schiefen Linie CB berechnen.

VI) Um aber die in IV gefundene Formel zum gewöhnlichen Gebrauch anzuwenden, so wollen wir setzen, der Winkel CFD $= \alpha$ sey sehr klein.

z. E. nur $\alpha = 1^\circ$, und man wolle also vermittelst des Stücks CK, den Winkel CFN, oder den $\frac{m}{n}$ Theil eines Grades angeben.

VI) Bey dieser Voraussetzung (V) kan man nun ohne merklichen Fehler $\sin \frac{m}{n} \alpha = \frac{m}{n} \alpha$; und $\sin \frac{n-m}{n} \alpha = \frac{n-m}{n} \alpha$, oder die Sinus für die Bogen selbst annehmen. Dann wird

$$CK = \frac{(r+a)\frac{m}{n}\alpha . CB}{(r+a)\frac{m}{n}\alpha + r\frac{(n-m)}{n}\alpha}$$

$$= \frac{(r.m+a.m)}{rn+am} . CB = \frac{m+\frac{a}{r}.m}{n+\frac{a}{r}.m} . CB.$$

VII) Wenn also a in Vergleichung mit r sehr klein ist, folglich der Bruch $\frac{a}{r}$ sehr klein wird, so kan man im Zähler und Nenner die Glieder $\frac{a}{r}.m$, weglassen, und dann wird ohne großen

Fehler $CK = \frac{m}{n} CB$; Folglich $CK : CB = CFN : CFD$.

VIII) Hierauf gründet sich die gewöhnliche Eintheilung eines Winkels in kleinere Theile. Es seyen die parallelen Kreisbogen, gf, io Fig. XLIII, mit willkührlichen Halbmessern beschrieben; die Bogen gd = de = eh u. s. w. bedeuten jeder einen Grad; ziehet man alsdann die Halbmesser Fgi, Fdk, Fem, Ffo u. s w. so werden auch die Bogen ik, km, ml, lo, auf dem größern Kreise, Grade bedeuten, und die Maaße der Winkel iFk, kFm am Mittelpunkte, seyn. Man ziehe die schiefen Linien id, ke, mh, lf u. s. w. theile id, in so viel gleiche Theile, in so viel man den Grad iFk eintheilen will. Durch die Theilpunkte a, b, c beschreibe man mit den Halbmessern Fa, Fb, Fc, eine Reihe concentrischer Kreise, wie die Figur ausweiset; so wird man jeden Grad, wie iFk; kFm u. s. w. in kleinere Theile theilen, und diese Theile auf den schiefen Linien id, ke, mh, lf u. s. w. angezeigt finden. In beystehender Figur ist die schiefe Linie id in 4 gleiche Theile getheilet werden, und wegen der gezogenen Parallelkreise wird jede andere schiefe Linie ke, lf, eben so viel gleiche Theile halten. Wenn man sich daher z. E. von F nach a eine gerade Linie gezogen vorstellet, so wird der Winkel iFa = $\frac{1}{4}$ iFd; weil ia = $\frac{1}{4}$ id ist;

ist; folglich iFa = 15′. Eben so iFb = $\frac{2}{4}$ iFd = 30′ u. s. w.; Man theilet also auf diese Art hier jeden Grad von 15 zu 15 Minuten ein.

Hätte man daher z. E. den Winkel iFr, wo Fr durch den 3ten Theilpunkt der schiefen Linie lf durchgehet, so würde dieser Winkel hier = $3° + 3 . 15′ = 3° + 45′$ seyn.

VIII) Auf diese Art findet man verschiedene Winkelmesser, worauf diese Eintheilung angebracht ist. Man siehet aber, daß dieses Verfahren sich auf die Voraussetzung gründet, daß die Stückgen auf den schiefen Linien id, ke, u. s. w. sich wie die Winkel am Mittelpunkte verhalten; dieses gehet aber offenbar nur in dem Falle an, wenn in der Formel für CK (VI) der Bruch $\frac{a}{r}$ sehr klein ist, folglich die Breite des Randes ig = a mit dem Halbmesser Fg = r verglichen, sehr gering ist. Im entgegengesetzten Falle dürfen die Theile auf den Querlinien id, ke &c. nicht einander gleich seyn, wenn die Winkel iFk, kFe in gleiche Theile getheilet werden sollen.

Es sey z. E. $\frac{a}{r} = \frac{1}{6}$ also $a : r = 1 : 6$, und man wolte den Grad iFd in 8 gleiche Theile theilen; so ist in der Formel (V) $n = 8$, und für den ersten Theil $iFa = \frac{1}{8}\, iFd$, wird in (VI) $\frac{m}{n} = \frac{1}{8}$; Mithin CK, oder in Fig. XLIII; $ia = \frac{1 + \frac{1}{6}}{8 + \frac{1}{6}} . id = \frac{7}{49} . id = \frac{1}{7} . id.$

Soll also der Winkel iFa, in diesem Exempel, der 8te Theil von iFd seyn, so darf man nicht $ia = \frac{1}{8}$ id nehmen, sondern es muß hier $ia = \frac{1}{7}$ id genommen werden. Soll ferner $iFb = \frac{2}{8}\, iFd$ seyn, so wird, weil jetzt $m = 2$; $n = 8$ ist.

$$ib = \frac{2 + \frac{2}{6}}{8 + \frac{2}{6}} . id = \frac{14}{50}\, id = \frac{7}{25}\, id$$

also keinesweges $ib = \frac{2}{8}$ id.

Und so wird leicht erhellen, daß die Theile auf id insgesammt ungleich ausfallen werden, wenn zu ihnen gleich große Winkel am Mittelpunkte gehören sollen.

IX) Da in Fig. XLII überhaupt $CK = \frac{m + \frac{a}{r} . m}{n + \frac{a}{r} . m} . CB$ ist, so kan man ein- für allemal aus den beyden Seiten $CF = a + r$;
FB

FB = r; und dem eingeschlossenen Winkel CFB = α; die schiefe Linie CB berechnen, und sie folglich in dem Maaße finden, womit man FB ausgemessen hat; daher alsdann auch CK in diesem Maaße bekannt wird.

Ex. Man setze a = 2 Zoll, r = 48 Zoll; $\alpha = 1°$, so findet sich durch eine leichte Rechnung CB = 2, 176 Zoll. Solte man nun für CFK = $\frac{1}{2}$ Gr. das Stück CK der schiefen Linie CB berechnen, so setze man in die Formel, statt $\frac{m}{n}$ den Bruch $\frac{1}{2}$, oder m = 1, n = 2, ferner $\frac{a}{r} = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$; also

$$CK = \frac{1 + \frac{1}{24}}{2 + \frac{1}{24}} \cdot 2,\ 176 \text{ Zoll} = 1,\ 108 \text{ Zoll}.$$

Dieß Ex. befindet sich in Hrn. H. Kästners Astron. Abh. 2ten Theil pag. 168. Hr. H. K. findet CL = 1, 109 Zoll.

IX) Will man also einen Winkel auf die bisher beschriebene Art eintheilen, so muß man nach der angegebenen Formel, erst die Theile auf der zugehörigen schiefen Linie CB berechnen; dann wird man eine weit genauere Theilung bewerkstelligen, als wenn man nur schlechthin nach der gewöhnlichen Methode

(VII)

(VII) auf der schiefen Linie CB lauter gleiche Stücke nehmen wolte.

XI) Man hält den Tycho de Brahe, für den ersten, der diese Art, Winkel einzutheilen, gelehret hat; er hat in der That hier die Construction des verjüngten Maaßstabes nachahmen wollen; wie aus Vergleichung der Figuren XLIII, und XXXVI (B), deutlich zu ersehen ist. Tycho und andere theilen nicht die schiefe Linie id, sondern die Breite des Randes ig, in gleiche Theile; aber auch auf ig, dürfen die Theile nicht gleich groß seyn, wie sich leicht zeigen liesse.

Es ist indessen immer vortheilhafter, die Theilung auf id, als auf ig zu bewerkstelligen, weil immer id > ig ist, und sich folglich die Theile genauer auf id auftragen lassen.

XII) Eigentlich müßte die Linie id ein Zirkelbogen seyn, wenn man auf sie, auch bey einem großen Verhältniß a : r, lauter gleiche Theile (VIII), tragen wolte, und dann hätte diese Theilung des Winkels iFd ihre völlig geometrische Richtigkeit. S. H. Hofr. Kästners Astr. Abh. II Th. pag. 171; dieser Kreisbogen id, hat aber seinen Mittelpunkt nicht bey F.

Auch ist es ziemlich mühsam, dieses Kreises id Mittelpunkt zu finden, und ihn gehörig zu ziehen.

ziehen. Dieses ist die Ursache, warum man für id lieber eine gerade Linie nimmt, und die den Winkeln am Mittelpunkte F zugehörigen Stücke auf id, nach IX, berechnet.

XIII) Mehreres hievon lehrt indessen Leupolds Theatrum Machin. Geometr. Cap. 26. §. 410. Er giebt aber nur das practische Verfahren an, die Transversallinien zu ziehen, und lehrt noch andere Eintheilungsmethoden, die aber in der Ausübung eben keinen großen Nutzen versprechen.

Der Proportionalzirkel.

§. 81. Dieses Werkzeug dienet gleichfalls, Linien in gegebenen Verhältnissen zu theilen, besonders in solchen Fällen, wo nicht die größte Schärfe nöthig ist.

1. Die Einrichtung dieses Instruments, läßt sich aus der XLIV Fig. beurtheilen.

Daselbst stellen ABCD, CEGF zwey messingene Liniale vor, welche bey C um ein Gewinde beweglich sind, beynahe auf eben die Art, wie die Schenkel eines gewöhnlichen Handzirkels, dergestalt, daß man die innern Seitenlinien BC, EC, der nurgenannten Liniale, in einen beliebigen Winkel eröfnen kan. Das Gewinde muß so gearbeitet seyn, daß bey jeder Oefnung des Instruments, die beyden

den Linien BC, EC, sich immer genau in einem und denselben Punkte C durchschneiden. Dieser Punkt C ist der Mittelpunkt einer runden Platte, auf welcher sich in dem Gewinde die Liniale herumdrehen.

Wenn man das Instrument zusammenlegt, so müssen die Oberflächen der Liniale genau in eine einzige Ebene fallen: Und wenn man beyde Schenkel BC, EC, in einen gewissen Winkel eröfnet, so muß sich dieser nicht so leicht wieder verrücken.

Beyde Liniale werden übrigens gleich lang gemacht. Die Diagonallinien CA, CF, oder auch ein paar andere von C ausgehende Linien, theilet man in eine gewisse Anzahl kleiner gleich großer Theile. Hier in der Figur mögen AC, FC, jede etwa in 100 gleiche Theile getheilet seyn. Neben die Theilpunkte, werden, wie hier, von 10 zu 10 Theilen, Zahlen beygestochen. Die Theilpunkte, bey denen auf beyden Schenkeln, einerley Zahlen zu stehen kommen, müssen von dem Punkte C gleiche Entfernungen haben.

Diese eingetheilten Diagonallinien nennet man auf dem bisher beschriebenen Proportionalzirkel, die arithmetischen Linien; (Lineae partium aequalium).

2. Zu allerley Absichten befinden sich aber ausserdem gewöhnlich noch verschiedene andere Gattungen von Linien auf diesem Instrumente, wovon man den Gebrauch, so wie überhaupt, die nähere Einrichtung des Proportionalzirkels, weitläuftig in Leupolds Theatro Mach. Geom. Kap. XVI ersehen kan. Auch findet sich daselbst Kap. XVIII ein umständliches Verzeichniß von Schriftstellern, die von dem Proportionalzirkel gehandelt haben.

3. Von der Art, wie obgedachte arithmetische Linien dieses Instruments gebraucht werden, soll folgendes kürzlich einigen Unterricht ertheilen.

Gebrauch des Proportionalzirkels.

I) Eine gerade Linie LM Fig. XLIV in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, z. E. in 9 gleiche Theile einzutheilen, verfahre man so:

Man fasse die vorgegebene Weite LM mit einem Handzirkel und suche auf dem Schenkel CF des Proportionalzirkels, einen solchen Theilpunkt auf, dessen beygeschriebene Zahl sich mit derjenigen genau dividiren läßt, welche die Menge der Theile ausdrückt, in die man LM theilen will. Hier wähle man also z. E. den Theilpunkt 90, welche Zahl sich mit 9 genau dividiren läßt, setze in diesen Punkt die

Zirkel-

Zirkelspitze, und eröfne das Instrument soweit, bis die andere Spitze, auf den eben so vielten Theilpunkt 90 des Schenkels CA hinfällt, dergestalt, daß die Weite zwischen beyden gegen einander überstehenden Theilpunkten 90, 90, genau der vorgegebenen Länge LM gleich ist. In dieser Oefnung lasse man nun das Instrument unverrückt, und fasse mit dem Zirkel die Weite zwischen beyden gegenüberstehenden Theilpunkten, 10, 10, (welche Zahlen den 9ten Theil von 90 ausdrücken) so wird diese Weite von 10 nach 10, dem neunten Theil der zwischen den Theilpunkten 90, 90, enthaltenen Länge LM gleich seyn. Die Weite zwischen den Theilpunkten 20, 20, wird $= \frac{2}{9}$ LM seyn u. s. w.

Der Beweiß dieses Verfahrens ist aus der Natur des Instruments offenbar. Denn da gleichnahmigte Theilpunkte, d. h. bey denen auf beyden Schenkeln einerley Zahlen stehen, gleiche Entfernungen von C haben, so sind alle Weiten, z. E. von 10 nach 10, oder 20 nach 20 u. s. w. mit einander parallel, und verhalten sich wie der Theilpunkte 10, 20, u. s. w. Weiten von C. Weil also hier die Weite C 10 der 9te Theil von C 90 ist, so wird auch die Weite von 10 nach 10, der 9te Theil der Weite LM seyn, die zwischen den Theilpunkten 90, 90, enthalten ist, und mit der die Weite 10, 10, parallel läuft.

Eben

Eben so, weil C 20 = $\frac{2}{9}$ C 90, so ist auch die Weite von 20 nach 20, = $\frac{2}{9}$ LM u. s. w.

II) Die Linie LM in einem gegebenen Verhältniße, z. E. wie 25 : 40 zu theilen.

Man addire beyde Zahlen 25 und 40 zusammen, dieß giebt die Zahl 65. Man fasse LM mit dem Zirkel, und trage sie auf das Proportionalinstrument, eröfne es so weit, bis die Weite zwischen den Theilpunkten 65, 65, der vorgegebenen Länge LM gleich ist. Dann fasse man, bey unverrückter Oefnung des Instruments, die parallelen Weiten, zwischen den Theilpunkten 25, 25 und 40, 40, trage sie auf LM, so wird LM in dem vorgegebenen Verhältniß 25 : 40 getheilet seyn, wie ebenfalls aus der Natur des Werkzeugs erhellet.

III) Zu drey vorgegebenen Linien, die ich a, b, c nennen will, die 4te Proportionallinie d zu finden.

Um dieses zu leisten, fasse man die Weite a, und trage sie auf den Schenkel CA des Proportionalzirkels, z. E. von C nach 20; Ferner trage man auch die Weite b auf eben den Schenkel CA, z. E. von C nach 50; Hierauf nehme man die Weite c, setze die eine Zirkelspitze in den Theilpunkt 20, wo sich die erste Weite a endigte, und eröfne den Zirkel so weit, bis der Abstand zwischen beyden gegenüberstehenden Theilpunkten 20, 20, genau der Weite c gleich ist; dann wird die Weite zwischen den Theilpunkten 50, 50, die gesuchte 4te Proportionallinie seyn. Denn es verhält sich, nach (I), C 20 zu C 50, wie die Weite von 20 nach 20; zu der Weite von 50 nach 50. D. h. a : b = c : d.

IV) Es erhellet aus dem bisherigen, wie sich durch Hülfe des Proportionalzirkels noch viel andere Aufgaben auflösen liessen; ich übergehe sie aber hier, weil sich viele davon sicherer nach §. 69 bewerkstelligen lassen. Meine Absicht war nur, die vornehmsten Begriffe von einem Werkzeuge beyzubringen, welches ehemals bey den Feldmessern in so großem Ansehen stand.

V) Gegenwärtig bedient man sich desselben nicht mehr so häufig, weil dessen Gebrauch sehr oft durch die geringe Größe desselben eingeschränkt wird, welche nicht die gehörige Genauigkeit verstattet, sobald als die abzutragenden Verhältnisse durch sehr große Zahlen gegeben, oder gar irrational sind. Im Gegentheil lassen sich doch manche Irrationalverhältnisse durch eine leichte geometrische Zeichnung darstellen, wie z. E. in dem obigen Beyspiele §. 69. XI. Ist dann ferner eine Linie, die man eintheilen will, größer, als die Summe der beyden Schenkel CA und CF des Proportionaltionalzirkels, so fällt der Gebrauch desselben ohnehin weg. Wolte man hingegen das Werkzeug sehr groß, z. E. 12 bis 15 Zoll lang machen, (das wäre insbesondere auch nöthig, wenn Verhältnisse sich in sehr kleinen Theilen solten abtragen lassen) so würden doch die beträchtlichen Kosten, durch den Gebrauch desselben nicht belohnet. Auch müßte man in diesem Falle mit einem Stangenzirkel versehen seyn, um die Linien auf- und abzutragen, weil ein Handzirkel von gewöhnlicher Größe nicht mehr hinreichen, und die gehörige Genauigkeit verstatten würde. Diese und mehrere Ursachen, und zumahl der ungleich bequemere Gebrauch des tausendtheiligten Maaßstabes zum Abtragen und Eintheilen der Linien in gegebenen Verhältnissen, sind schuld, daß wenigstens zu diesen Aufgaben, der Proportionalzirkel eben nicht mehr gebraucht wird.

Anmerkung.

§. 82. I. Die bisher beschriebene Einrichtung des Proportionalzirkels, mit zweyen um ein Gewinde beweglichen Linialen, hat der berühmte Galiläus, ohngefähr um das Jahr 1610, zuerst bekannt gemacht.

II. Es hat zwar schon vor dem Jahre 1600 Just. Byrgius ein Werkzeug angegeben, welches ebenfalls zu der Absicht, Linien in gegebenen Verhältnissen zu verzeichnen und abzutheilen dienen solte: Allein, sein Werkzeug ist darinn von dem Galiläischen verschieden, daß der Kopf oder Zapfen, um den sich die beyden Liniale mit ihren Abtheilungen drehen, veränderlich ist, und sich in Nuthen, längst den Linialen, verschieben läßt, so daß der eine von den Vertical-Winkeln, welche die beyden Liniale machen, längere Schenkel, als der andere bekömmt. Diese Einrichtung macht den Gebrauch dieses Instruments sehr wandelbar und unsicher, und das mag wohl mit Ursache seyn, daß es von Galiläi Proportionalzirkel sehr bald verdrungen worden ist. Beschreibungen und Abbildungen davon findet man in Leupolds Theatr. Machin. geom. §. 256. Bions mathem. Werkschule III. B. 1. Kap. p. 82. Galgemeyers Tractat vom Proportionalschregmaaß und Zirkel (Ulm 1615) und Lebrecht Hulsii Tractat von mechanischen Instrumenten (Frankfurt am Mayn, 1600.

Die besten Schriftsteller, die den mannichfaltigen Gebrauch des Proportionalzirkels lehren, sind MALLET *Geometrie Practique. De Chales Geom. Pract. L. 4.* Michael Scheffelts Unterricht vom Proportionalzirkel, vorzüglich die neue 1781 zu Breslau herausgekommene und vom Hrn. Prof. Schei-

Scheibel umgearbeitete Ausgabe davon. Nic. Goldmann *tract. de usu proportionarii (Lugd. Bat. 1656) in fol.*

Auch Hr. Mech. Brander (jetzt sein Schwiegersohn Hr. Höschel) in Augspurg, verfertigt Proportionalzirkel, zum geometrischen Gebrauche; man hat davon Hrn. Lamberts Abhandlung. Kurzgefaßte Regeln zu perspektivischen Zeichnungen, vermittelst eines zu deren Ausübung, so wie auch zu geometrischen Zeichnungen eingerichteten Proportionalzirkels. Augsburg, 1768.

III. Statt des Proportionalzirkels mit zwey eingetheilten Schenkeln, ein einziges Linial zu brauchen, hat Adrian Metius gewiesen. *Praxis nova geometr. per usum Circini et regulae proportionalis. Franek.* 1623.

IV. Wenn die arithmetischen Linien des Proportionalzirkels nicht, wie in der XLIV Fig. längs den Diagonalen der Liniale, sondern längs den Schärfen derselben CB, CE, selbst, verzeichnet wären, so daß diese arithmetischen Linien, beym Zusammenlegen der Liniale, völlig in eine einzige zusammenfielen, so könte man durch die Querstückgen von einem Theilpunkte auf CE zum gegenüberstehenden auf CB, bey einer geringen Oefnung beyder Liniale, auch Theilchen von sehr kleinen Größen angeben. Gesetzt CB, CE seyen in 100 Theile getheilt, und die Liniale so weit geöfnet, daß der Abstand von B nach E nur 1 pariser Linie betrüge, so würde nun z. E. das Querstückchen von 23 nach 23 = $\frac{23}{100}$ einer pariser Linie seyn. Gewöhnlich sind aber auf dem Proportionalzirkel die arithmetischen Linien nicht längs CB, CE selbst gezeichnet, lassen sich also nicht nahe genug zusammenbringen, daß ihre Endpunkte um jeden ganz geringen Abstand einander genähert, und also auch Theilchen von einer sehr geringen Größe angegeben werden könnten.

V. Je länger übrigens CB und CE sind, und je kleinere Theile sich auf CB und CE selbst schon tragen oder schätzen lassen, desto kleinere Theilchen werden sich auch von derjenigen Größe angeben lassen, welche zwischen B und C enthalten ist.

VI. In Nürnberg bedienen sich die Dratzieher und Instrumentenmacher eines Verfahrens, beynahe wie des bisherigen (IV), um die genaue Dicke, oder die sogenannte Nummer einer Dratsaite zu bestimmen. CB, CE, (Fig. XLVIII*) sind die Schärfen zweyer unter einem sehr kleinen Winkel BCE unter einander fest verbundener, sehr gerader messingener Liniale. Längs diesen Schärfen ist z. E. bey o und o die Stelle bemerkt, wo eine

Drat-

Dratsaite von Nro. 0, zwischen beyde Schenkel BC, CE gebracht, genau hinein passen würde. Wäre nun der Raum Co z. E. in 24 gleiche Theile getheilt, so würde eine Saite, welche z. E. genau zwischen die Theilpunkte 3 und 3 passete, wenn man sie in den Winkel BCE hineinbrächte, von Nro. 3 seyn, und so in andern Fällen. Auf eine ähnliche Art werden durch Unterabtheilungen, Nro. $3\frac{1}{2}$, Nro. $3\frac{1}{4}$ u. s. w. angegeben.

Auf eben dieser Idee beruht Wedgewoods Verfahren, um die Aenderung zu bestimmen, welche Thonwürfel durch die Hitze erfahren. *Phil. Trans.* Vol. 72. for 1788. P. II. art. 19. und des von Hrn. Hofr. Lichtenberg und Forster herausgegebenen Götting. Mag. 1782. II. Stück. Man s. über das bisherige auch Hrn. Höfr. Kästners geometrische Abh. I. Sammlung, 38 und 39 Aufsatz.

Ein Verfahren, das Verhältniß zweyer Linien gegen einander zu finden, wenn man keinen verjüngten Maaßstab, oder andere Mittel bey der Hand hat.

§. 83. 1. Gesetzt, man solle Fig. XLV Tab. III, das Verhältniß der geraden Linien AB : AE finden.

Man trage also die kleinere Linie AB, auf die größere AE so oft es angehet, von A nach B, von B nach C, von C nach D. Dieses gehet hier 3 mahl an, und es bleibt das Stück DE übrig, daher ist hier

I) $AE = 3 . AB + DE.$

2. Nun fasse man die Weite DE, und trage sie auf AB, so oft es angehet, von A nach b, von b nach c, von c nach d; hier bleibt nun das Stückgen Bd übrig, und es ist

II) $AB = 3 . ED + Bd.$

3. Eben so trägt man das übergebliebene Stück dB auf Ab, so oft man kan, so findet sich Ab oder

III) $ED = 2 . Bd + \gamma b.$

4. Und endlich nach eben dem Verfahren, $A\beta$ oder

IV) $Bd = 2\, b\gamma + y\beta$

5. Hier ist das übergebliebene Stückgen $y\beta$ schon so klein, daß man es bequem nach dem Augenmaaße mit dem in (3) übergebliebenen Stückgen $b\gamma$ vergleichen kan. Hier würde ohngefähr

V) $y\beta = \frac{3}{4}\, \gamma b$ seyn.

6) Aus den Gleichungen I, II, III, IV, V, die man solchergestalt in (1, 2, 3, 4, 5) erhalten

ten hat, kan man nun durch eine sehr leichte Rechnung, das Verhältniß AB : AE finden. Denn

7) Aus der Gleichung V, den Werth von $\gamma\beta$ in die IV substituirt, wird

$Bd = \frac{11}{4} \cdot b\gamma$. also $b\gamma = \frac{4}{11} \cdot Bd$ dieß in III substituirt, giebt

$ED = \frac{26}{11} \cdot Bd$ also $Bd = \frac{11}{26} \cdot ED$; dieß in II substituirt, giebt $AB = \frac{89}{26} ED$ also $ED = \frac{26}{89} AB$, dieß in I gesetzt, giebt $AE = \frac{293}{89} \cdot AB$. Daher das gesuchte Verhältniß

$$AE : AB = 293 : 89.$$

8. Man siehet aus dem bisherigen Exempel sehr leicht das allgemeine dieser Methode. Man sucht nähmlich diese Näherung so weit zu treiben, bis man endlich auf ein so kleines Stückgen, wie $\gamma\beta$, kömmt, welches sich bequem, mit dem nächst vorhergehenden Stückgen γb, nach dem Augenmaaße vergleichen läßt.

9. Die Richtigkeit dieses Verfahrens hängt offenbar von der Sorgfalt ab, mit der man, vermittelst des Zirkels, die Theile auf AE nach einander hinsetzt, und von der Schärfe des Augenmaaßes, bey Schätzung des zuletzt übergebliebenen Stücks.

10. Man kan dieses Verfahren auch zur Ausmessung der Winkel oder Zirkelbogen ge-

brauchen. Gesetzt, die bisherigen Linien AE, AB, seyen ein paar Kreisbogen, die mit einerley Halbmesser beschrieben worden. Der Bogen AE gehöre zu 60°, so wird AB zu $\frac{89}{293}$. 60° oder zu 18° 13′ 30″ gehören, oder so groß würde der Winkel seyn, der diesem Bogen zugehörte. Auf die Secunden, die man in dem Werthe für AB erhält, wird man sich aber bey diesem Verfahren wohl schwerlich verlassen können; besonders wenn der Halbmesser dieser Bogen klein ist.

11. Ich habe nicht für undienlich erachtet, hier auch diese Methode beyzubringen: Denn man muß in der Ausübung immer mehrere Auflösungen einer Aufgabe in Bereitschaft haben; und die bisherige kan, in Ermangelung anderer Mittel, gar wohl gebraucht werden.

Herrn Hogrevens Vorschlag, Maaßstäbe auf ein dreyeckigtes Prisma zu verzeichnen.

§. 84. Da die Abtragung gerader Linien von dem verjüngten Maaßstabe, immer einige Zeit erfordert, besonders wenn man genau verfahren will, und man sehr leicht auf messingenen Maaßstäben die Zirkelspitzen verdirbt, so räth Hr. Hogreve (pract. Anweis. z. topogr. Vermess. eines Landes, §. 26) man solle auf die Seitenflächen eines dreyeckigeckigten Prisma von Holz oder Elfenbein rc. Maaßstäbe verzeichnen, beym Gebrauche die scharfe Kante, auf der die Abtheilungen eingerissen sind, an die vorgegebene gerade Linie anlegen, und so auf ihr, bloß vermittelst einer scharf zugespitzten Nadel, die abzusetzenden Maaße bemerken.

Man kan auf die drey Seitenflächen des Prisma 6 Maaßstäbe von verschiedener Größe verzeichnen; Innerhalb des dreyeckigten Prisma wird ein Theil mit Bley ausgefüllt, damit das Prisma auf dem Papiere fest liege.

Hr. Hogreve versichert, daß dieses Verfahren, Maaße abzutragen, sehr geschwind von statten gehe, und auch die Fehler vermieden würden, die sonst beym Einsetzen der Zirkelspitzen begangen werden könnten.

Einige Anmerkungen über die Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

§. 85. I. In der theoretischen Mathematik pflegt man sich den Punkt als die Gränze aller Ausdehnung zu gedenken, und mathematische Punkte haben weder Länge, Breite, noch Dicke. Eine Linie ist bloß die äusserste Gränze einer Fläche, und sie bestehet also bloß in einer Länge, ohne Breite und Dicke. Allein, eine ganz andere Bewandniß hat es mit solchen

chen Punkten und Linien, die in der practischen Mathematik vorkommen. Die praktischen Punkte, wenn sie in die Sinne fallen sollen, sind selbst kleine Theilchen einer Fläche; und eben so verhält sichs mit den practischen Linien, bey denen ebenfalls eine Länge und Breite in Betrachtung kömmt.

Auf dem Felde werden, nach Maaßgabe der Umstände, oft ganze Flächen und Körper, z. E. Gränzsteine, Häuser, Bäume, Bergspitzen u. s. w. für Punkte angenommen, und Flüsse, Hecken, Wege u. s. w. als Linien betrachtet. So groß ist also der Unterschied, zwischen den theoretischen und practischen Größen.

Auf dem Papiere haben wir Ursache, die practischen Punkte und Linien, dem Bilde der theoretischen, so nahe als möglich zu bringen, d. h. sie so zart zu entwerfen, als es die Werkzeuge zulassen, und die Umstände erfordern.

Wenn wir eine practische Linie auf dem Papiere mit einem Zirkel fassen, und messen wollen, so werden wir dabey allemahl Fehler begehen; theils wegen der Dicke der Zirkelspitzen, die als Punkte angesehen werden, theils wenn der Maaßstab selbst vielleicht nicht ganz zuverläßig ist, und endlich wegen der Unvollkommenheit unserer Augen, die im Sehen ihre Gränzen haben, und practische Punkte auf dem

Papie-

Papiere nicht mehr deutlich erkennen, so bald sie gar zu klein sind, und folglich unter einem zu kleinen Sehewinkel ins Auge fallen.

2. In dem letzten Falle hat man Versuche angestellet, die kleinste mögliche Größe der practischen Punkte zu bestimmen, die man auf dem Papiere mit bloßem Auge noch deutlich unterscheiden kan. — Um hievon nur ohngefähr einige Begriffe zu geben, so setze man, auf dem Papiere sey ein kleiner Kreis, z. E. von einer *Linie* im Durchmesser, beschrieben, und etwa mit einer schwarzen Farbe überstrichen worden. Nun stelle man das Blatt Papier in eine mäßige Erleuchtung, und entferne sich mit dem Auge nach und nach immer weiter, bis der Kreis auf dem Papiere anfängt undeutlich zu werden. Die Entfernung des Auges von dem Papiere, mit dem Durchmesser des Kreises verglichen, giebt die scheinbare Größe, oder den kleinsten Winkel, unter welchem dieser Kreis noch deutlich empfunden werden kan.

3. Nämlich, wenn man den Sinus totus $= 1$ setzet, so wird die Tangente der scheinbaren Größe dieses Kreises herauskommen, wenn man dessen Durchmesser, mit der Entfernung des Auges dividirt. Es sey also die scheinbare Größe $= \varphi$, des Kreises Durchmesser $= a$, die Weite des Auges von dem Kreise, wenn er anfängt undeutlich zu werden, d. h. die

Gesichtsferne, oder die Gränze des deutlichen Sehens $= b$ so ist

$$\text{tang}\ \varphi = \frac{a}{b}$$

weil aber φ immer ein sehr kleiner Winkel ist, so kan man bloß $\varphi = \frac{a}{b}$ (Trig. S. VII) oder in Secunden $\varphi = \frac{a}{b} \cdot 206264$ Sec. setzen.

4. Diese scheinbare Größe φ richtet sich offenbar nach der Schärfe der Augen, weil b nicht für jedes Auge einerley seyn kan.

5. So ist R. Smith (Lehrbegr. d. Optik 97 §.) bey einem Versuche gegenwärtig gewesen, wo ein guter Freund von ihm, einen schwarzen Kreis auf weißen Papiere, bey dem gewöhnlichen Tageslichte nicht mehr deutlich erkennen konnte, da die Entfernung seines Auges von dem Kreise ohngefähr 5156 mahl grösser war, als der Durchmesser desselben. Mithin war für diese Person $b = 5156 \cdot a$ und folglich der kleinste empfindbare Gesichtswinkel $\varphi = \frac{206264}{5156}$ Sec. $= 40$ Sec.

6. Diese Person hatte sehr gute Augen; weil ihr in einer so großen Entfernung, folglich unter einer so geringen scheinbaren Größe, jener Kreis

Kreis erst anfieng undeutlich zu werden. Wahrscheinlich muß bey den meisten Menschen der Sehewinkel größer als 40'' seyn, wenn sie ein kleines Object noch deutlich sollen empfinden können.

Man kan annehmen, als ein Mittel aus vielen Erfahrungen, daß von den meisten Menschen ein Object anfängt undeutlich gesehen zu werden, so bald der Winkel, unter welchem es ins Auge fällt, kleiner als eine Minute, oder 60'' ist. — Indessen giebt es Personen, denen ein Gegenstand noch unkenntlich bleibt, wenn er gleich unter einem Winkel von 2 und mehrern Minuten ins Auge fiele.

7. Es kömmt der Sehewinkel offenbar auch auf die Farbe und Figur der Gegenstände, und auf den Grad ihrer Erleuchtung an. Wenn man z. E. einen gelben Kreis von eben der Größe, wie in (5) auf dem weißen Papiere verzeichnete, so würde man ihn bey weiten in der Entfernung gar nicht mehr sehen, in welcher der schwarze Kreis nur erst anfängt undeutlich zu werden.

Die größten Fixsterne machen an unserm Auge kaum einen Winkel von 1'' und wir sehen sie dennoch wegen ihres sehr lebhaften Glanzes.

Striche werden auf größere Weiten gesehen, als Punkte, oder Tüpfelchen von gleicher Breite,

und

und längere Striche sieht man auf größere Weiten als kürzere gleich dicke. Jurin konnte einen Silberdrath von $\frac{1}{385}$ Zoll Dicke auf weisem Papiere unter einem Gesichtswinkel von $3\frac{1}{2}$ Sec. und einen seidenen Faden unter einem Winkel von $2\frac{1}{2}$ Sec. noch sehen. Einzelne isolirte Gegenstände bleiben auf eine größere Weite empfindbar, als gleich große, zwischen andern befindliche, Gegenstände. (Smiths Optik, der deutschen Uebers. S. 502).

8. Hat man nun ein für allemahl durch eine Erfahrung den kleinsten Sehewinkel bestimmt, unter dem ein Auge einen gewissen Gegenstand noch deutlich empfindet, so können wir daraus herleiten, wie groß der Durchmesser eines andern Objects, dessen Weite vom Auge gegeben ist, seyn müsse, damit man es noch deutlich erkennen möge. Denn aus der Gleichung (3) wird umgekehrt

$$a = b \tang \varphi.$$

Ex. Gesetzt eine Person, deren kleinster Sehewinkel, bey schwarzer Farbe auf weiß, zwey Minuten betrüge, wolte eine gerade Linie LM Fig. XLIV, die auf dem Papiere mit Tusche gezeichnet ist, mit dem Zirkel fassen, und auf dem verjüngten Maaßstabe messen; die Entfernung dieser Linie vom Auge sey 8 Zoll, so ist $\varphi = 2$ Min. $b = 8$ Zoll, folglich der Diameter des kleinsten sichtbaren practischen

schen Punktes der Linie LM $=$ 8 Zoll $\times$ tang $2' = 0,\ 0005818 \ .\ 8$ Zoll $= 0,\ 0046544$ Zoll $= \frac{1}{215}$ Zoll. Um so viel kan also diese Person bey dem einen Endpunkt M der Linie LM, und um eben so viel auch bey dem andern L fehlen.

D. h. sie würde die Weite LM höchstens nur bis auf $\frac{2}{215}$ oder $\frac{1}{107}$ eines Zolles genau mit dem Zirkel fassen können; oder um so viel könnte sie LM zu groß oder zu klein nehmen, weil ihr die äussersten Gränzen dieser Linie in der Entfernung von 8 Zollen unkenntlich werden.

Wäre nun z. E. die Linie LM $= 6$ Zoll, so wäre das Verhältniß des Fehlers zur ganzen Länge $= \frac{1}{107} : 6 = 1 : 642$ oder blos wegen der undeutlichen Empfindung der äussersten Punkte dieser Linie, würde die Person, deren kleinster Sehewinkel $2'$ betrüge, die vorgegebene Länge LM, in einer Entfernung von 8 Zollen, nur höchstens bis auf ihren 642 Theil genau abtragen, und messen können, wenn auch gleich die Zirkelspitzen mathematische Punkte wären, und also aus dieser Ursache keine neuen Fehler entsprängen.

9. So läßt sich also aus dem bisherigen einigermaaßen die Genauigkeit bestimmen, mit der eine Person, deren kleinster Sehewinkel bekannt ist, eine vorgegebene Linie abtragen

und messen kan. Indessen werden doch wohl in den meisten Fällen die Fehler, deren Grund in dem Baue unserer Augen liegt, nicht sehr beträchtlich seyn. Weit größer sind diejenigen, die aus Nachläßigkeit begangen zu werden pflegen. Z. E. wenn man die Zirkelspitzen nicht recht genau einsetzt, oder wenn sie nicht scharf genug sind, die äussersten Gränzen einer Linie gehörig zu fassen.

10. Die bisherigen Betrachtungen werden bey Gelegenheit auch in der Folge noch nützlich seyn. Z. E. die Fehler bestimmen, die wegen der unterschiedenen Schärfe der Augen, beym Winkelmessen u. s. w. begangen werden können.

11. Verschiedene Versuche über die Schärfe der Augen, und der scheinbaren Größe der kleinsten sichtbaren Punkte, bey verschiedener Farbe, und Erleuchtung derselben, sind von meinem Vater, Tob. Mayer, in den alten Göttingischen Comment. Soc. Reg. Tom. IV. pag. 120 beschrieben. Er folgert daraus, daß bey schwachen Erleuchtungen sich der kleinste Sehewinkel wie die Cubikwurzel der Entfernung des Lichts von der Sache verhalte.

Allerley hieher gehöriges enthält auch eine Schrift vom Hrn. Prof. Späth in Altdorf: Analytische Untersuchungen über die

die Zuverläßigkeit, mit welcher ein Landmesser — — Winkel und Linien abmessen kan. Altdorf und Nürnberg, 1789. 2ter Abschnitt.

12. Die bisherigen Betrachtungen gelten überhaupt nur in so fern, als ein kleiner Gegenstand, z. E. ein Tüpfelchen, bloß undeutlich gesehen wird, weil es unter einem zu kleinen Sehewinkel ins Auge fällt, oder man nach Verhältniß des Durchmessers dieses Tüpfelchens zu weit von ihm weg ist.

13. Es lehret aber auch die Erfahrung, daß ein solches Tüpfelchen undeutlich wird, wenn man es zu nahe an das Auge bringt.

14. Mit dieser Undeutlichkeit muß man die bisher betrachtete nicht verwechseln.

15. Die (13) erwähnte rührt nemlich nicht bloß von der geringen scheinbaren Größe des Tüpfelchens her, sondern weil der ganze Gegenstand, von dem das Tüpfelchen ein Theil ist, undeutlich wird, so bald er dem Auge zu nahe kömmt, wovon die Optik den weitern Grund angiebt. Beym Abtragen der Linien nimmt man an, eine Linie erscheine im Ganzen deutlich, einzelne Punkte von ihr aber nur deswegen undeutlich, weil ihr Sehewinkel

zu klein ist, oder vielmehr, weil unser Auge Schenkel eines Winkels, die zu nahe zusammenfallen, mit einander verwechselt und einen für den andern hält.

VII. Kapitel

Von den zur Ausmessung der Winkel auf dem Felde gehörigen Werkzeugen.

§. 86. Die Größe eines vorgegebenen Winkels auf dem Felde zu bestimmen, ist eine der vorzüglichsten Aufgaben in der practischen Geometrie. Man hat aber bey diesem Geschäfte alle mögliche Sorgfalt und Genauigkeit zu beobachten, theils, weil wir auf dem Felde keine gar große Werkzeuge bequem gebrauchen können, theils, weil Fehler, die bey Winkeln begangen werden, gewöhnlich weit größern Einfluß haben, als solche, die bey Messung der Linien vorfallen. Es wird daher nothwendig seyn, nicht nur eine genaue Kenntniß der Werkzeuge hie beyzubringen, sondern auch die nöthigen Prüfungen und Vorsichten bey ihrem Gebrauche zu zeigen. Zugleich wird es nicht undienlich seyn, auch so viel

viel als nöthig, einige Begriffe von ältern Werkzeugen beyzubringen, um die Zuverläßigkeit der damit vorgenommenen Messungen einigermaaßen zu beurtheilen. Von dem Gebrauche und der Einrichtung neuerer Werkzeuge werde ich aber etwas umständlicher handeln, als gewöhnlich in den Anleitungen zur practischen Feldmeßkunst zu geschehen pflegt.

Allgemeine Begriffe von Winkelmessern.

§. 87. Wenn man die Größe eines Winkels bestimmen will, so verlangt man dessen Werth in Graden, Minuten, und zuweilen wohl noch in kleinern Theilen.

Werkzeuge dazu bestehen hauptsächlich aus folgenden Stücken:

I) Aus einer ebenen Fläche oder Platte, worauf ein Kreis von einem willkührlichen Halbmesser gezogen ist, dessen Peripherie in seine einzelnen Grade, und wo möglich, noch in kleinere Theile eingetheilet worden. Dieser Kreis macht gewöhnlich, während der Messung eines Winkels, den unbeweglichen Theil des Werkzeugs aus.

II) Aus den beweglichen Diopterlinialen, oder Fernröhren, die man an der unbeweglichen Platte (I) so anbringt, daß sie sich um den Mittelpunkt des auf ihr beschriebenen Kreises herumdrehen, und nach Gegenständen hinrichten lassen, deren Winkel am Mittelpunkte des Werkzeugs man bestimmen will.

III) Aus dem Gestelle oder Stativ, auf dem die unbewegliche Platte mit ihren Diopteren ruht, und welches zu gleicher Zeit dienet, dem Werkzeuge eine bequeme Stellung zu geben.

Dieses sind im ganzen die wesentlichen Stücke eines Winkelmessers. Die besondern Einrichtungen dieser einzeln Theile sind aber, in Absicht auf ihre Verbindung, ihren Gebrauch u. s. w. bey verschiedenen Gattungen solcher Werkzeuge, sehr mannichfaltig.

Bey einigen Werkzeugen wird die Größe eines Winkels, unmittelbar auf dem unbeweglichen Theile derselben (I), in Graden, Minuten u. s w. angegeben, wie auf dem sogenannten Astrolabiis u. s. w. Bey andern Werkzeugen erhält man auf der unbeweglichen Platte bloß den Winkel, ohne dessen Größe in Graden und Minuten, wie z. E. auf dem Meßtische, der Scheibe u. s. w. Letztere Werkzeuge haben mit dem Astrolabio wohl die unbewegliche Platte gemein, nur befindet sich auf ihnen kein eingetheilter Kreis. Ich werde nun vors erste die nähere Einrichtung der einzeln

zeln Theile eines eigentlichen Winkelmessers oder Astrolabii beschreiben.

Die unbewegliche Platte, beym Astrolabio.

§. 88. Dieser Theil des Werkzeugs erfordert ohnstreitig die meiste Sorgfalt des Geometers. Es erhellet von selbst, daß der Kreis auf der unbeweglichen Platte des Astrolabii, so genau, als es die Größe des Halbmessers erlaubt, in seine einzeln Grade getheilt seyn müsse. Kleinere Theile, die man wegen der geringen Größe des Halbmessers nicht unmittelbar auf dem Kreise haben kan, erhält man vermittelst eines Vernier, und durch andere Einrichtungen, die ich in der Folge erklären werde.

Da man nämlich bey großen Messungen zugleich auf die Bequemlichkeit siehet, so nimmt man den Halbmesser des Kreises auf der Platte nicht leicht über etwa $\frac{3}{4}$ Fuß. Da die Platte und noch mehrere Theile eines Astrolabii meistens von Messing verfertigt werden, so würden diese Werkzeuge zu schwer ausfallen, und daher nicht bequem von einer Stelle zur andern gebracht werden können, wenn man dem Kreise einen größern Halbmesser geben wolte. Meistens begnüget man sich mit Winkelmessern, die nur $\frac{1}{2}$ Fuß im Halbmesser haben; aber den Halbmesser noch kleiner anzunehmen, würde wohl nicht zu rathen seyn, wenn man nur etwas mäßig genaues leisten will.

Ein Kreis, dessen Durchmesser $= 1$ Fuß ist, hat zu seiner Peripherie 3, 1415 Fuß; da nun diese in 360 Theile oder Grade getheilet wird, so ist die Länge eines Grades $= \frac{1}{360} \cdot 3,1415$ $= 0,0087$ Fuß oder nicht völlig 1 Linie. Daher sind in diesem Falle die Theile auf dem Rande schon ziemlich klein, und es würde große Schwürigkeiten haben, die Länge eines jeden Grades, wieder in 60 Theile oder Minuten unmittelbar zu theilen. Man begnüget sich daher, auf dem Winkelmesser nur die einzeln Grade genau zu erhalten, die kleinern Theile bestimmt man durch den Vernier u. s. w.

Da nun die genaue Eintheilung des Kreises, auf der Platte des Werkzeugs, eine der wesentlichsten Vollkommenheiten eines Winkelmessers ist, so wird der Geometer diese Theilung lieber selbst vornehmen, als sie von einem Mechanico bewerkstelligen lassen, von dem man nicht immer wissen kan, ob er hiebey allemahl die nöthigen Vorsichten gebraucht. Der Feldmesser könnte zwar die von dem Mechanico verfertigte Eintheilung prüfen, und die entdeckten Unrichtigkeiten bey Messung der Winkel in Betrachtung ziehen. Allein die gehörige Prüfung ist oft mit weit größerer Mühe verbunden, als die Theilung des Werkzeugs selbst.

selbst. Auch ist es unangenehm, beträchtliche Fehler in der Theilung eines Winkelmessers zu entdecken, und sie jederzeit in Rechnung bringen zu müssen. Ich halte daher für nützlich, selbst die Mühe der Eintheilung zu übernehmen, wenn man anders glaubt, zu diesem Geschäfte einige Geschicklichkeit der Hände zu besitzen. Und wie nothwendig ist nicht diese überhaupt bey allen practischen Arbeiten, wo man einige Genauigkeit verlangt.

Ich finde also für nöthig, hie kürzlich etwas von dem Verfahren beyzubringen, wie man einen Winkelmesser eintheilen könne. Alle Handgriffe aber zu erzählen, würde zu weitläuftig seyn, da eine geschickte Hand, und ein vorsichtiges Auge, nach einiger Uebung, gar leicht die Mittel finden, wenigstens grobe Fehler zu vermeiden.

Theilung eines Kreises in seine einzeln Grade.

§. 89. I) Zuvörderst muß man bey diesem Geschäfte mit einem guten Stangenzirkel versehen seyn, um den Kreis auf die metallene Platte, die zum Winkelmesser dienen soll, aufzureißen.

Dieses Werkzeug bestehet Fig. XLVI. Tab. III. aus einem viereckigten prismatischen, etwa 1 Schuh langen Stäbgen AB, von Messing oder polirten Stahle: abcd, $\alpha\beta\gamma\delta$ sind viereckigte messingene Hülsen, in welche genau der prismatische Stab AB passet. Diese Hülsen sind an ihrer untern Fläche mit zween Ansätzen versehen, an die man sehr scharfe stählerne Spitzen i, g senkrecht anschrauben kan. p und q, sind ein paar andere Ansätze, durch welche die Stellschraube Ml gehet. Ersterer p findet sich am Ende des prismatischen Stabes AB, der zwote q ist aber auf die Hülse abcd befestiget. Die Vorrichtung dieser Stellschraube muß so beschaffen seyn, daß, wenn man sie herumdrehet, sie der Hülse abcd, und folglich dem Stifte i eine sanfte Bewegung von A gegen B, oder von B gegen A ertheile. r, n sind Schrauben, wodurch man die Hülsen an dem prismatischen Stabe in einer unverrückten Lage erhalten kan. Löset man die Schraube n an der Hülse $\alpha\beta\gamma\delta$, so läßt sich diese Hülse an dem prismatischen Stabe AB verschieben, und man kan dadurch den Stiften i, g, eine verlangte Weite von einander verschaffen.

Damit sich aber zwischen i, g eine gewisse Weite sehr genau fassen läßt, so dienet dazu die Stellschraube Ml; Sobald nämlich die Hülse $\alpha\beta\gamma\delta$, der abcd so nahe gebracht worden, daß zwischen g und i nur erst ohngefähr die verlangte Weite enthalten ist, so ziehet man die Schraube n an; Löset hierauf die r und wendet die Stellschraube Ml herum. Dann wird

sich

sich i, so wenig man will, verrücken lassen, bis zwischen i und g die verlangte Weite völlig genau enthalten ist. Wenn alsdann die Schraube r wieder angezogen wird, so läßt sich die gefundene Entfernung ig unverändert behalten.

Dieses ist ohngefähr die Einrichtung eines Stangenzirkels, so wie ich ihn für bequem halte. Man könnte leicht noch verschiedene Verbesserungen dabey anbringen, z. E. auf dem prismatischen Stabe AB Maaßstäbe verzeichnen, wodurch sich die Spitzen i, g sogleich in eine verlangte Weite stellen liessen, und dabey die Einrichtung so machen, daß Ml als Mikrometerschraube, sehr kleine Theile des Maaßstabes angäbe.

II) Nun lasse man zwo messingene Platten verfertigen, und solche wohl abschleifen und poliren. Die erste, die ich in der Folge A nennen will, soll den Winkelmesser abgeben, die zwote B aber dienet, die Abtheilungen auf ihr zu verfertigen, welche nachher ins reine, auf die Platte A abgetragen werden.

III) Ist nun die Größe des Halbmessers für den einzutheilenden Umkreis des Winkelmessers festgesetzt, so fasse man diese Länge zwischen die beyden Spitzen i, g des Stangenzirkels (I), behalte sie unverrückt, und ziehe mit diesem Halbmesser auf beyden Platten A, B, zween gleich große Kreise, so zart als möglich.

lich. S. die Fig. XLVII. Tab. III. Man setzet zu dieser Absicht die eine Spitze des Stangenzirkels in die Mitte der Platten A, B, und fähret mit der andern ganz sanft in einem Kreisbogen herum.

IV) Da nun bekanntermaaßen der Halbmesser eines Kreises genau 6 mahl in dessen Peripherie herumgetragen werden kan, so behalte man die Weite, womit in (III) die Kreise gezogen worden, unverändert, und trage sie in die Umkreise A, B, 6 mahl herum, so sind die Bogen ab = bc = cd u. s. w. so wie auch die $\alpha\beta = \beta\gamma$ u. s. w. jeder = 60°.

Es verstehet sich, daß man bey diesem Geschäfte alle mögliche Sorgfalt anwenden müsse, sowohl die Spitzen des Stangenzirkels genau in die Bogen einzusetzen, als auch die Theilpunkte a, b, α, β, u. s. w. so zart anzugeben, daß man Mühe hat, sie mit bloßen Augen zu erkennen. Diese Erinnerung gilt überhaupt bey jeder folgenden Eintheilung.

V) Ferner kan man auf dem Kreise B einen solchergestalt erhaltenen Bogen von 60° z. E. $\beta\gamma$ abermahls sehr leicht durch Hülfe des Stangenzirkels halbiren. Die beste Methode, durch Versuche dieses zu bewerkstelligen, ist folgende.

VI) Man fasse zwischen beyde Spitzen des Stangenzirkels eine Weite, wodurch man ohngefähr

gefähr nach dem Augenmaaße glaubt, den Bogen $\beta\gamma$ halbiren zu können, setze die eine Zirkelspitze in den Punkt β, und mache mit der andern in den Kreisbogen einen sanften Einschnitt v. Hierauf setze man, bey unveränderter Oefnung des Stangenzirkels, die eine Zirkelspitze in γ ein; wenn nun die andere genau in den Durchschnittspunkt v fiele, so würde die Weite der beyden Spitzen des Stangenzirkels, genau die Halbirungsweite des Bogens $\beta\gamma$ seyn.

Trift aber die andere Zirkelspitze nicht in den Punkt v, so mache man einen zweiten Einschnitt w. Dann erhält man die beyden Punkte v, w. Wenn diese nahe genug neben einander sind, mithin das Räumgen vw sehr klein ist, so kan man ziemlich genau schon nach dem bloßen Augenmaaße die Mitte desselben i, welche zugleich der Halbirungspunkt des Bogens $\beta\gamma$ seyn muß, bestimmen. Man lasse die eine Zirkelspitze in γ stehen, und verändere, vermittelst der Stellschraube, die andere Spitze, bis sie in i, oder in die Mitte zwischen v und w hintrift. Da aber solchergestalt i nur durchs Augenmaaß bestimmt wird, so kan man doch noch um etwas fehlen; Man muß daher mit der Weite γi wieder eben den Versuch anstellen, den man anfangs mit der Weite βv, oder γw vornahm, so wird man es endlich dahin bringen, daß ein paar Durchschnittspunkte,

wie

wie v, w, immer näher zusammen rücken, bis sie völlig genau in einen einzigen Punkt i zusammenfallen, der alsdann der wahre Halbirungspunkt des Bogens $\beta\gamma$ seyn wird. Mit dieser Weite, die solchergestalt den Bogen $\beta\gamma = 60°$ halbiret, kan man hierauf auf dem Kreise A jeden Bogen von 60°, wie bc, cd halbiren, wobey man aber sehr behutsam verfahren muß, damit sich die gefundene Weite zwischen beyden Spitzen des Stangenzirkels, nicht verrücke.

VII) Auch halbire man mit der Weite βi jeden Bogen von 60° auf dem Kreise B.

VIII) Man kan hierauf, um sich von der Richtigkeit der Arbeit zu versichern, auf dem Kreise A die Weite $gd = gc + cd = 30° + 60° = 90°$ mit dem Stangenzirkel fassen, und versuchen, ob sie durchgehends viermahl in den ganzen Umkreis herumpasset, bey welchem Theilpunkte b, g, c, d man auch anfangen mag.

IX) Auf eine völlig ähnliche Art halbiret man ferner auf dem Kreise B jeden Bogen von 30°, z. E. den Bogen $\beta i = 30°$, bey x, so wird $\beta x = 15°$ und mit dieser Weite kann man alsdann auf dem Kreise A auch jeden Bogen von 30° halbiren.

X) Um nun endlich auf dem Kreise B die einzeln Grade zu erhalten, so theilet man einen

nen Bogen von 15° erst in 3 Theile, und dann jedes Drittel wieder in 5 Theile; Man muß hier freylich bloß durch Versuche diese Eintheilungen bewerkstelligen.

Da aber auf dem Kreise B sich der Bogen von 15° sehr oft befindet, so kan man die Versuche auch oft anstellen, und solte etwa auf einem Bogen von 15° die Theilung unglücklich ausfallen, so kan man solche auf einem andern Bogen vornehmen, bis man endlich einen erhält, der mit aller möglichen Genauigkeit in seine einzeln Grade getheilet ist. Von diesem Bogen werden alsdann die einzeln Grade auf den Kreis A abgetragen. Dieses geschiehet so:

Von dem richtig eingetheilten Bogen von 15° auf dem Kreise B, fasset man erstlich mit aller möglichen Sorgfalt, die Weite eines Grades, und trägt sie auf den Kreis A, z. E. von f nach 1; Dann nimmt man auf dem Kreise B die Weite von 2°, und trägt sie von f nach 2; Hierauf werden 3° von f nach 3 getragen u. s. w. bis man auf dem Kreise A den Bogen fm in seine 15° getheilet hat.

Um eben so auf dem nächsten Bogen $mn = 15^\circ$, die einzeln Theile zu erhalten, so fasse man auf dem Kreise A, nach der Ordnung die Weiten $l1 = 15^\circ + 1^\circ$; $l2 = 15^\circ + 2^\circ$, $l3 = 15^\circ + 3^\circ$ u. s. w. Setze allemahl die eine Zirkelspitze

in

in f, so wird die andere zwischen m und n fallen, und auf dem Bogen mn solchergestalt die Theilpunkte für die einzeln Grade angeben, und so kan man, wie ein kleines Nachdenken zeigen wird, auf dem Kreise A jeden Bogen von 15° sehr genau in seine einzeln Grade theilen.

Die Theilung des Bogens von 15° auf dem Kreise B, verrichte ich aber bloß vermittelst eines sehr spitzigen und gehärteten Federzirkels, davon §. 62. 6. die Beschreibung gegeben worden ist: Denn der Stangenzirkel ist, wenn die Theile so klein werden, mit einigen Unbequemlichkeiten verbunden, wenn er nicht selbst sehr klein ist. In Ermangelung eines Federzirkels könnte man sich auch blos des gewöhnlichen Handzirkels bedienen, dessen Spitzen sehr scharf und gehärtet seyn müßten. Allein, man wird ihn nicht mit leichter Mühe so genau stellen können, als den Federzirkel.

Die sogenannten Haarzirkel, dergleichen man in Leupolds Th. Geom. §. 287. (das. in d. XX Tafel die XIII Figur) beschrieben findet, würden auch zur Theilung eines Kreises gute Dienste leisten.

XI) Auch wird es während der Theilung nicht überflüßig seyn, sich beständig eines Vergrösserungsglases, etwa von 2 Zollen in der Brennweite, zu bedienen, sowohl um die Zir-

kel-

kelspitzen desto genauer in die Theilpunkte einsetzen zu können, als auch selbst kleine Fehler in der Theilung auf dem Kreise A, bemerkbarer zu machen. Die Theilpunkte auf dem Kreise A werden aber vermittelst eines stählernen Punzen, sichtbar gemacht. Es werden nämlich anfangs die Stellen, wo die Abtheilungen hinfallen, bloß durch sehr zarte Einschnitte mit dem Federzirkel angegeben, die sich allenfalls wieder wegpolieren lassen, wenn einige davon unrichtig ausgefallen seyn sollten. Die wahren und richtig befundenen Theilpunkte werden aber vermittelst des erwähnten Punzen durch zarte Tüpfelgen, die nicht grösser als etwa 0, 001 eines Zolles seyn müssen, bemerkt.

XII) Ist nun die ganze Eintheilung auf der Platte A vollendet, und durch vielfältige Prüfungen für richtig befunden worden, so nimmt man wieder den Stangenzirkel zur Hand, und ziehet aus dem Mittelpunkte A in einiger Entfernung von dem eingetheilten Kreise abcdefa einen zweiten Kreis, dessen Halbmesser etwa um eine Linie größer ist, als der Halbmesser des eingetheilten: Zwischen diese beyden concentrischen Kreise werden alsdann die Theilstriche ausgezogen.

Zu dieser Absicht bediene ich mich blos eines Federmessers, dessen Spitze aber sehr hart,

 scharf,

scharf, und dünne geschliffen seyn muß. Ich lege an den Mittelpunkt A, und an jeden Theilpunkt a, b, c u. s. w. ein stählernes Linial sehr genau an, und ziehe längst desselben, von jedem Theilpunkte bis an den äussern Umkreis, sehr zarte Theilstriche mit dem Federmesser aus. Man muß hiebey die Vorsicht gebrauchen, daß die Theilstriche genau durch die Theilpunkte gezogen werden. Man wird aber dieses sowohl sehen als fühlen können, besonders wenn die Tüpfelgen gut gemacht sind, und man sich eines Vergrösserungsglases bedient, auch erst mit der Spitze des Federmessers längst des Linials herfährt, um zu fühlen, ob man durch durch den Punkt komme, ehe man den Theilstrich würklich ausziehet.

Man kan sich zum Einreissen der Theilstriche auch eines sehr scharfen stählernen, und konisch zulaufenden Punzen bedienen.

XIII) Endlich polieret man das Rauhe von der Platte ab, und überziehet die Theilstriche mit einer Druckerschwärze, nach deren Wegwischung alsdann die Striche sehr deutlich in die Augen fallen.

Auf diese Art kan man mit ziemlicher Genauigkeit einen Winkelmesser eintheilen, wie ich selbst den Versuch gemacht habe. Ueberhaupt muß man sich aber bey diesem Geschäfte nicht übereilen, und sich keine Mühe verdriessen

sen

sen lassen, durch öfters wiederhohlte Prüfungen die erhaltenen Theilpunkte zu berichtigen.

XIV) Die meisten Künstler theilen die geometrischen Werkzeuge bloß auf der sogenannten Theilscheibe. Allein ich muß gestehen, daß wenigstens die gewöhnlichen Theilscheiben, den Grad der Genauigkeit nicht verstatten, den man sich von der unmittelbaren Eintheilung nach dem bisher gewiesenen Verfahren, zu versprechen hat. Selten habe ich Winkelmesser für richtig befunden, von denen ich wußte, daß sie auf der Theilscheibe getheilt waren.

XV) Die Methode, deren sich H. Helfenzrieder (Anleitung zur Geodäsie. Ingolstadt u. Augsb. 1775. das. im 7ten Kap.) bedienet, halte ich nicht für sehr zuverläßig, und die Zurüstungen, die man vorher machen muß, sind ohne Noth zu weitläuftig und erkünstelt.

Ich halte die einfachste Methode immer für die beste, und die ist doch wohl, bey einem geometrischen Winkelmesser, der bloße Gebrauch eines Stangen- und Federzirkels. Bey größern Winkelmessern, z. E. von 2 und mehrern Fußen im Halbmesser, bestimmt man die Abtheilungen durch ihre Chorden, die man vorher berechnet, und alsdann von einem sehr genau eingetheilten Maaßstabe abträgt. Man kan das ganze Verfahren in des geschickten

Künstlers *J. Bird's Method of dividing astronomical instruments*, davon sich in Hrn. Hofr. Kästners astron. Abh. II Theil eine Uebersetzung befindet, nachlesen. Bey einem so kleinen Winkelmesser, als man meistens zum Feldmessen gebraucht, ist es unnöthig, ein ähnliches Verfahren anzubringen; Die Verfertigung eines so genau eingetheilten Maaßstabes für die Chorden, kostet fast eben so viel Arbeit, als die Theilung des Kreises selbst. Getrauet man sich nicht, sie sogleich auf dem Rande des zu verfertigenden Winkelmessers selbst, reinlich zu erhalten, welches ich freylich für das beste hielte, so wird doch das in (I—XIII) gelehrte Verfahren, bey gehöriger Vorsicht im Abtragen der Theile, alle Genauigkeit gewähren.

Auch in den Memoires de l'acad. roy. des Sciences a Paris 1765 befindet sich eine Abhandlung des Hrn. Duc de Chaulnes über die Theilung der Winkelmesser. Aber der hierzu gehörige Apparat ist etwas weitläuftig und kostbar, und besteht in einer besondern Einrichtung der Theilscheibe, die hier keine Beschreibung verstattet. Indessen ist er dadurch, so wie durch gehörige Anbringung dioptrischer Werkzeuge, wodurch dem schwachen Auge nachgeholfen wird, in den Stand gesetzt worden, einen Winkelmesser von ohngefähr 11 pariser Zollen im Halbmesser zu verfertigen,

womit

womit ein Winkel beynahe so scharf, als mit einem astronomischen Quadranten von 6 Fuß im Halbmesser, gemessen werden konnte, wie die Beobachtungen ausweisen, welche mit diesem Werkzeuge auf der Königl. Sternwarte zu Paris, über die Schiefe der Ekliptik angestellet worden.

Nachher hat Hr. Abt Fontana zu Florenz gesucht, die Methode des Hrn. v. Chaulnes einfacher, bequemer und allgemeiner zu machen. Wer hievon nähern Unterricht verlangt, findet ihn in der Vorrede der italiänischen Uebersetzung eines Werks, welches die Londner Soc. der Künste herausgegeben hat (*Avanzamento dell' arte delle Manifatture e del Commercio &c. Firenze*, 1773. in Fol. 2 Tomi.

Hr. Halle in Berlin hat von dem Verfahren des Hrn. v. Chaulnes eine Uebersetzung geliefert. Neue Art mathematische und astronomische Instrumente abzutheilen, nach Anweisung des Hrn. *Duc de Ch.* aus dem Franz. von J. S. Halle. Berlin, 1788.

Zu einer sehr großen Vollkommenheit in Eintheilung winkelmessender Werkzeuge hat es der berühmte englische Künstler Ramsden gebracht. Das Verfahren desselben hat Hr. de la Lande in einer französischen Uebersetzung der

Handschrift, welche Hr. Ramsden den Commissarien der englischen Admiralität übergeben hatte, vor einigen Jahren mitgetheilt. Description d'une machine pour diviser les instrumens de Mathematiques par Mr. Ramsden, de la soc. Royale de Londres, publiée à Londres en 1787 par Ordre du bureau des Longitudes (die gedruckten englischen Exemplare giengen alle in einem Brande verlohren) traduite de l'anglois, augmentée de la description d'une machine a diviser les lignes droites et de la notice de divers ouvrages de Mr. Ramsden, par Mr. de la Lande — — a Paris, 1790.

Hr. Ramsden bedient sich zur Theilung ebenfalls einer Theilscheibe, aber von einer besondern Einrichtung, wodurch die Unvollkommenheiten der gewöhnlichen Theilscheiben wegfallen, und die Eintheilungen so genau gemacht werden können, daß Werkzeuge von einem sehr kleinen Halbmesser, z. E. 5 bis 6 zöllige Sextanten oder Octanten, die Winkel wenigstens innerhalb einer halben Minute genau messen. (Ueber die Genauigkeit der Beobachtungen mit englischen — — Hadleyischen Sextanten von wenigen Zollen, von Hrn. Obristwachtmeister v. *Zach* in dem Berliner astronomischen Jahrbuche 1789. S. 236 ꝛc.)

Der vorzüglichste Theil der Ramsdenschen Maschiene besteht in einer metallenen Scheibe von

von 45 Zollen im Durchmesser, deren Umfang mit Einschnitten versehen ist, in welche eine auf einem festen Gestelle angebrachte Schraube ohne Ende eingreift, wodurch diese Scheibe und folglich auch das darauf befestigte und einzutheilende Werkzeug dergestalt um ein gemeinschaftliches Centrum gedreht werden kan, daß die kleinern Abtheilungen des Randes (die größern sind durch eine Handtheilung unmittelbar auf dem Rande der Theilscheibe bestimmt) nach Maaßgabe der Umwendungen jener Schraube, und durch eine zugleich mit ihr in Verbindung stehende Vorrichtung zum Einreissen der Theilstriche, viel schärfer, sicherer, und in kürzerer Zeit (Hr. Ramsden braucht, um einen Octanten von 10 zu 10 Minuten einzutheilen, nicht mehr als eine halbe Stunde Zeit) sich bestimmen lassen, als durch die bisherigen Theilscheiben geschehen konnte. Er beschreibt zugleich die Vorrichtungen, wodurch er sich von der Gleichheit der auf dem Umfange der Theilscheibe eingeschnittenen Vertiefungen, in welche die Gänge der Schraube eingreifen, versichert hat. Die weitere Beschreibung des ganzen Apparats dieser Theilungsmaschine kan man in der erwähnten Schrift mit mehrerem ersehen. Eine Uebersetzung davon ins Deutsche findet man in Hrn. J. G. Geislers — — Schrift, über die Bemühungen der Gelehrten und Künstler, mathematische und astronomische

sche Instrumente einzutheilen. Dresden, 1792. welche denen, die sich mit Eintheilungen der Werkzeuge abgeben, sehr willkommen seyn wird. Ueber Branders, (nunmehr Hoschels), Hindleys, und anderer Theilungsmethoden muß ich ebenfalls auf diese Schrift verweisen.

Untersuchungen über die Genauigkeit einer aus freyer Hand gemachten Theilung, besonders nach Birds und Branders Verfahren, findet man in Hrn. Prof. Späths zu Altdorf Schrift (Abhandlung zu Berechnung des Grades der Genauigkeit, mit welcher auf einem Mauerquadranten — — die Abtheilung der Theilkreise für die 90 und 96 Theilung vollführt werden kan. Leipz. 1788.) Die in dieser Schrift gegebenen Formeln lassen sich leicht auch auf die geometrischen Werkzeuge anwenden. Hr. S. betrachtet darinn die unvermeidlichen Fehler, für welche kein Künstler gut stehen kan, und die theils von der Schärfe des Gesichts und des Gefühls (z. E. beym Einreissen der Theilstriche durch bereits bemerkte Punkte) theils von der Beschaffenheit der Eintheilungswerkzeuge, z. E. der Stangen- und Federzirkel rc. von dem Grade der Wärme, Trockenheit, und Feuchtigkeit der Luft, von der Ausdehnung und Zusammenziehung der Materie, worauf die Eintheiluntheilungen gemacht werden, und andern Umständen, abhängen. Bey der geringen Größe der geometrischen Werkzeuge verschwinden zwar sehr viele dieser Fehlerchen, aber dergleichen Betrachtungen dienen doch, den Künstler überhaupt aufmerksam zu machen, und lehren den Grad der Zuverläßigkeit bey geographischen Messungen zu beurtheilen, bey denen nicht selten auch größere Werkzeuge gebraucht werden.

Ueber die Feinheit der Theilstriche auf dem Rande des Winkelmessers.

§. 90. I) Diese ist, ausser der Gleichheit der Theile, eine der nothwendigsten Erfordernisse eines Winkelmessers, und die Theilstriche müssen desto zärter auf die Platte gerissen werden, je kleiner der Halbmesser des Kreises ist.

II) Der Halbmesser eines Kreises heiße a, so ist dessen Umkreis = 3, 1415 . 2a; Gesetzt nun die Dicke eines Theilstrichs, oder Punkts auf der Peripherie heiße b, so kan man die Anzahl von Secunden finden, die dieser Theilpunkt auf dem Umkreise einnimmt. Da nähmlich der ganze Umkreis 1296000 Sec. hält, so schließt man nach der Regel de Tri

3, 1415 . 2a : b = 1296000 : zur Anzahl von Secunden = x die der Theilstrich einnimmt. Also ist

$$x = \frac{648000}{3,1415} \cdot \frac{b}{a} \text{ oder}$$

$$= 206264 \cdot \frac{b}{a} \text{ Secunden.}$$

Ex. Es sey a = 1 Fuß = 10 Zoll b = 0, 001 Zoll, so wird

$$\frac{b}{a} \cdot 206264 = 0,\ 0001 \times 206264 \text{ Sec.} =$$

20'', 62.. Wenn also bey einem Winkelmesser von 1 Fuß im Halbmesser, die Dicke eines Theilstrichs nur 0, 001 Zoll beträgt, so nimmt dieser Theilstrich schon einen Bogen von 20'' auf dem Rande ein.

III) Dieses zeigt die Nothwendigkeit, die Theilstriche so fein zu ziehen, daß man sie mit Mühe durch die bloßen Augen erkennen kan, wenn man anders bey Winkelmessungen einige Schärfe verlangt.

Es wird gut seyn, bey einem Winkelmesser, den man gebrauchen will, vorher die Dicke der Theilstriche zu untersuchen. Dieß dient zur Beurtheilung des Fehlers, der daraus entstehen kan.

IV) Die Dicke eines solchen Theilstrichs oder Punktes bekommt man ohngefähr, indem man ihn nach dem Augenmaaße, z. E. mit

der

der Dicke eines neben ihn gehaltenen feinen Drathes vergleicht, und nun die Dicke dieses Drathes selbst, entweder nach (§. 82. IV. VI) bestimmt, oder ihn dicht neben einander um einen Cylinder wickelt, und nun untersucht, wie viel dergleichen Drath-dicken z. E. auf $\frac{1}{4}$ Zoll, oder auf eine andere bekannte Größe gehen.

Der Werth von a in obiger Formel (III) ist der Sehne von 60 Graden auf dem Rande des Werkzeugs gleich, die man also nur abfassen und messen darf.

Verschiedene Arten des eingetheilten Randes.

§. 91. Meistens bestehet der eingetheilte Rand eines Winkelmessers, aus einem ganzen Kreise.

Man findet aber auch Werkzeuge, die nur aus einem Halb- oder Viertelskreise bestehen; die letztern nennet man Quadranten.

Da es in der Ausübung sehr oft vorkömmt, Winkel nach allen Richtungen, aus einem einzigen Standpunkte, aufzunehmen, so würde der ganze Kreis freylich zu dieser Absicht am bequemsten seyn, weil man da nicht nöthig hat, das Werkzeug von neuem zu stellen, so bald die Winkel sehr groß werden.

Der Quadrant ist besonders bequem zu Höhenmessungen.

Bey einem Winkelmesser, dessen Rand aus einem ganzen Kreise bestehet, hat man die Unbequemlichkeit, daß das Werkzeug zu schwer und zu kostbar wird, wenn man dessen Halbmesser größer, als etwa $\frac{3}{4}$ Fuß annimmt; Aber auch bey diesem Halbmesser fallen die Grade schon ziemlich klein aus.

Vielleicht wäre es also besser, sich bey geometrischen Vermessungen bloß eines Quadranten statt eines ganzen Kreises zu bedienen. Man könnte für ihn einen weit größern Halbmesser annehmen, ohne daß er kostbarer und schwerer würde, und die Grade auf dem Rande würden sich schärfer bestimmen und selbst in kleinere Theile zerlegen lassen.

Ich würde mir daher statt eines ganzen Kreises von $\frac{1}{2}$ Fuß im Halbmesser, lieber einen Quadranten von 1 Fuß im Halbmesser anschaffen. Auch brauchte nicht die ganze Scheibe des Quadranten von Metall zu seyn, sondern blos der eingetheilte Rand, und die Vorrichtung zur Befestigung der Dioptern oder Fernröhre, und anderer wesentlicher Stücke desselben. Uebrigens wird ein aufmerksamer Beobachter mit einem Viertheelszirkel auch leicht solche Winkel messen können, die über 90° oder 180° gehen; wenn man nur solche Winkel

kel in Theile zerlegt, und jeden Theil besonders ausmisset.

Noch einige Betrachtungen über die Eintheilung der Winkelmesser.

§. 92. Die Theilung eines Kreises in 360 Theile, oder eines Quadranten in 90, ist schon seit langer Zeit eingeführt, und bey geometrischen Werkzeugen fast bisher keine andere gebraucht worden. Bey astronomischen Werkzeugen pflegt man heut zu Tage auch gar oft den Quadranten in 96 Theile zu theilen.

Da man den Bogen von 60°, und folglich auch durch eine Halbirung den von 30°, am bequemsten bestimmen kan, so darf man den Bogen von 30° oder von $\frac{1}{3}\,90^\circ$ nur noch 5 mahl nach einander halbiren, so bekömmt man $\frac{\frac{1}{3}\,90^\circ}{2.2.2.2.2}$ oder $\frac{1}{3.2.2.2.2.2}\,.\,90^\circ$ oder den 96ten Theil eines Quadranten. Da man also bey dieser Einrichtung nur immer halbiren darf, und dieses besonders bequem ist, so mag wohl dieser Umstand zu der 96 Theilung eines Quadranten Anlaß gegeben haben.

2. Man kan aber sehr leicht die 96 Theile des Quadranten, auf die gewöhnlichen 90 Theile oder Grade reduciren. Da $\frac{1}{96}\,.\,90^\circ =$

56′ 15″ ist, so läßt sich leicht $\frac{2}{96} \cdot 90^\circ$, $\frac{3}{96}$ 90° und so überhaupt jedes Vielfache von $\frac{1}{96} \cdot 90^\circ$ oder von 56′ 15″ berechnen, und in eine Tafel bringen, die nachher dazu dienen kan, einen Winkel, der in 96 Theilen des Quadranten, oder in 384 Theilen des ganzen Umkreises bekannt ist, durch die gewöhnlichen Theile eines Kreises, nämlich durch Grade und Minuten auszudrücken.

3. Zu gleicher Zeit können beyde Arten von Eintheilungen, die man an einem geometrischen Werkzeuge auf zweyen koncentrischen Kreisen anbringt, einander wechselseitig zur Prüfung, und selbst auch zur genauern Ausmessung eines Winkels dienen, wie in der Folge erhellen wird.

4. Die wesentlichste Eigenschaft eines guten Winkelmessers bestehet in der möglichst genauen Gleichheit der Theile auf dessen Rande: Es mögen nun diese Theile entweder gewöhnliche Grade, oder auch von jeder andern willkührlichen Größe seyn, wenn man nur letzterer ihren Werth in gewöhnlichen Graden weiß.

Nun lehret die Erfahrung, daß es weit leichter ist, auf eine unbestimmte gerade Linie oder Zirkelbogen eine gewisse Anzahl willkührlicher gleich großer Theile abzusetzen, als umgekehrt einen Bogen von gegebener Größe, in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile

Theile zu theilen, wie z. E. den Quadranten genau in 90 gleiche Theile.

Man könnte daher einen sehr richtig eingetheilten Winkelmesser mit leichter Mühe auf folgende Art erhalten.

Auf einen Kreisbogen, den man auf einer metallenen Platte gerissen hat, setze man eine gewisse Anzahl willkührlicher kleiner Theile von gleicher Größe, so oft an einander, bis man einen Bogen von beträchtlicher Größe, z. E. beynahe einen Quadranten oder Halbkreis u. s. w. bekömmt. Diesen Bogen, auf dem sich solchergestalt lauter vollkommen gleiche Theile befinden, gebrauche man zu einem Winkelmesser.

Nur muß man vorher die eigentliche Größe dieses Bogens in gewöhnlichen Theilen des Kreises, nämlich in Graden und Minuten u. s. w. wissen, ehe man ihn würklich zu Winkelmessungen braucht. Ich werde in der Folge einige Mittel angeben, wie man sehr leicht und zuverläßig den Werth eines solchen Bogens bestimmen könne.

4. Gesetzt also, auf einen Kreisbogen von einem gegebenen Halbmesser, habe man nach der Ordnung 86 willkührliche gleich große Theile abgesetzt, und diese 86 Theile betrügen nach angestellter Untersuchung einen Bogen von

95° 7′ oder von 5707′, so würde ein solcher Theil = 1° 6′ 21″, 62 seyn.

Wenn man also hievon die vielfachen bis aufs 86fache berechnete, und in eine Tafel brächte, so könnte man alsdann sehr leicht einen jeden Winkel oder Bogen, der in solchen 86 Theilen, die sich auf dem Rande des Werkzeugs befinden, gegeben ist, auf gewöhnliche Grade und Minuten u. s. w. reduciren, wie in (2).

5. Diese Methode, einen Winkelmesser einzutheilen, hat schon Römer bey astronomischen Werkzeugen angebracht (*Horrebow Op. Math. Tom. III. Cap. V.* §. 57. 58) und verdiente würklich, daß man von ihr in der Ausübung mehreren Gebrauch machte, da sie mit so viel Bequemlichkeit und Genauigkeit verrichtet werden kan. Die einzige Vorsicht ist nur diese, daß man beym Auftragen dieser willkührlich kleinen Theile, im Einsetzen der Zirkelspitzen keine Fehler begehe, und immer genau dieselbe Weite zwischen beyden Zirkelspitzen behalte; Dieses wird sich aber in der Ausübung sehr leicht bewerkstelligen lassen, wenn man sich hiezu eines ganz kleinen Stangenzirkels, dessen Spitzen sehr scharf, hart, und konisch zulaufend sind, und sich fest in den gehörigen Abstand stellen lassen, oder auch eines Federzirkels bedient. Uebrigens ist die kleine Mühe, die willkührlichen Theile des

Randes

Randes in die gewöhnlichen Grade und Minuten jedesmahl zu verwandeln, sehr unbeträchtlich gegen den Vortheil, auf eine so leichte Art einen sehr richtig eingetheilten Winkelmesser zu erhalten.

6. In der Ausübung könnte man aber die gedachten willkührlichen Theile etwa so groß nehmen, daß 90 von ihnen einen Bogen ausmachten, der nicht sehr von gewöhnlichen 90 Graden abwiche. Man könnte auch einen Vernier anbringen, der die erdichteten Grade (gradus ficti) auf dem Rande, noch weiter in kleinere Theile eintheilte.

Ich habe mich durch mehrere Proben versichert, daß bey diesem Verfahren Römers, die kleinen Fehlerchen im Absetzen der Theile, sich unmerklich gegen einander aufheben, wenn man ohnabgesetzt, mit beständiger Umwendung des Zirkels, die Theile aufträgt; Es versteht sich, daß der Rand hinlänglich geebnet seyn muß.

Die beweglichen Diopteren an dem Winkelmesser.

§. 93. 1. Wenn man die Vorrichtung so macht, daß sich um den Mittelpunkt eines eingetheilten Kreises ein Linial bewegen kan, an dessen beyden Enden senkrecht auf die Fläche des Linials ein paar Linien aufgerichtet sind, långst die man nach einem gewissen Gegenstande hinaus visiren, und dadurch die Richtung einer durch den Gegenstand und den Mittelpunkt des eingetheilten Kreises eingebildeten Verticalebene bestimmen kan, so heist dieses Linial ein Absehe-linial, eine Alhidadenregel.

2. Die nåhere Einrichtung davon zeigt Fig. XLVIII. Tab. III; daselbst ist A der Mittelpunkt des eingetheilten Randes. Durch ihn gehet ein Zapfen, um den das Linial DD beweglich ist. cBe, eie, sind zwo senkrecht auf die Ebene des Linials aufgerichtete meßingene Plättlein oder Absehen (Diopteren).

3. Die Oculardiopter eie, hinter welche das Auge O zu liegen kömmt, hat långst der Mitte herunter, senkrecht auf die Ebene des Linials, einen zart eingeschnittenen Schlitz id, durch welchen das Auge zielet. Die Objectivdiopter eBe, hat aber eine etwas weite Oefnung, durch die der Långe herunter, ein zarter Silberfaden Bb, oder Pferdehaar ausgespannt ist. Der Schlitz id, und der ausgespannte Faden Bb müssen genau in einer Ebene liegen, die man sich durch den Mittelpunkt A, auf die Fläche des Linials senkrecht aufgerichtet, vorstellet.

4. Wenn also auf diese Art DD horizontal liegt, so sind id, Bb, vertical, und das Auge, wel-

welches durch id visiret, und von dem Faden Bb einen gewissen Gegenstand bedeckt siehet, liegt alsdann in einer Verticalfläche idBb, die erweitert, auch durch den Gegenstand gehen würde. Diese Verticalfläche idBb heisse ich die **dioptrische Ebene** (Planum dioptricum).

5. Sie gehet durch den Mittelpunkt A, und ihre Durchschnittslinie mit der Ebene des Linials, oder db, heißt die **Alhidade**, (Ziel- oder Visirlinie).

6. Oft ist die Einrichtung so gemacht, daß die Schärfe des Linials DD, selbst die Alhidade ist.

7. Gewöhnlich sind die Diopteren, bey ee, ee, um Gelenke beweglich; damit man sie auch auf die Regel DD niederlegen könne.

Gebrauch der Diopteren.

§. 94. Wenn die dioptrische Ebene Fig. XLVIII nach einem gewissen Gegenstande hingerichtet ist, folglich dem Auge O, das Object von dem Faden Bb der Diopter bedeckt zu seyn scheinet, so bemerke man auf dem Rande den Theilstrich m, welchen die Regel DD abschneidet.

Hierauf wende man die Alhidadenregel herum, und richte die dioptrische Ebene nach einem zweiten Objecte; $\eta\delta B\beta$ sey jetzt die Lage der dioptrischen Ebene, in der der Gegenstand erscheine, so ist der Bogen ms, oder auch μw, welchen die Visirlinien db, $\delta\beta$, auf dem Rande zwischen sich fassen, das Maaß des Winkels $bA\beta$, um welchen die Alhidadenregel herumgedrehet worden, und wenn die Ebene des Werkzeugs horizontal ist, so ist zugleich der nur genannte Bogen ms oder μw, das Maaß des Neigungswinkels, den ein paar Verticalflächen mit einander machen würden, die man sich durch den Mittelpunkt des Werkzeugs, und die beyden Objecte, nach denen man hinvisiret hat, einbildet.

Es verstehet sich, daß während Herumdrehung der Alhidadenregel, die Ebene des eingetheilten Randes in unverrückter Lage geblieben seyn muß. Die Art, wie dieses zu erhalten, wird in der Folge, bey vollständiger Beschreibung eines Winkelmessers, erhellen.

Nothwendige Eigenschaften der Diopteru.

§. 95. I) Der Schlitz id in der Oculardiopter darf nicht zu enge, aber auch nicht zu weit seyn. Im ersten Falle hält es schwer, Gegenstände, die nicht sehr stark erleuchtet sind, deutlich zu erkennen, und aufzusuchen. Im andern Falle, giebt es eine Parallaxe, das will sagen, wenn der Schlitz zu weit ist, so

wird

wird einem Auge hinter ihm, ein gewisses Object von dem Faden der Objectivdiopter bald bedeckt zu seyn scheinen, bald nicht, je nachdem man das Auge ein wenig mehr rechts oder links hält. Einige machen deswegen den Schlitz zwar enge, geben ihm aber der Länge herunter verschiedene kleine runde Löcher, die mehreres Licht durchlassen, und zu bequemerer Aufsuchung der Gegenstände dienen.

Man visiret erst durch ein solches Loch, suchet das Object, nach welchem man visiren will, auf, und drehet dabey die Ahlidadenregel herum, bis in dem Faden der Objectivdiopter, wenigstens erst ohngefähr, der Gegenstand erscheinet. Hierauf zielet man durch den engern Theil des Schlitzes, und richtet, vermittelst einer geringen Verrückung der Alhidadenregel, den Faden der Objectivdiopter, völlig genau nach einem gewissen bestimmten Punkte des Objects.

II) Der Faden Bb muß jederzeit wohl gespannet seyn; die gewöhnlichste Vorrichtung ist, ihn durch ein Schräubgen anzuziehen.

III) Es ist gut, wenn die Diopteru ziemlich hoch sind, um nach erhabenen Gegenständen desto bequemer visiren zu können. Aber je höher sie sind, desto nothwendiger ist es, daß Schlitz und Faden genau in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liegen.

IV) Eines der nöthigsten Erforderniſſe iſt, daß ſich die Alhidadenregel genau um den Mittelpunkt des eingetheilten Randes drehe; Man begehet ſonſt in einigen Fällen einen merklichen Fehler, wenn man den Bogen ms oder μw, welchen die Alhidade, auf dem Rande durchlaufen hat, für das Maaß des Winkels μAw annimmt, um welchen die Alhidade gedrehet worden. Was dieſe Excentricität eines Winkelmeſſers ſchaden kan, läßt ſich durch folgende Betrachtungen einigermaaßen überſehen.

Fehler bey Ausmeſſung der Winkel, wenn die Alhidadenregel ſich um einen Punkt drehet, der nicht genau der Mittelpunkt des Werkzeugs iſt.

§. 96. 1. Es ſey der Kreis Fig. XLIX. Tab. III. der eingetheilte Rand des Winkelmeſſers; C deſſen wahrer Mittelpunkt; c der Punkt, um den ſich die Alhidadenregel beweget; o ſey der Punkt auf dem Rande, von welchem die Theilung angerechnet wird.

2. Geſetzt nun, die Alhidade co führe nach einem gewiſſen Gegenſtande hin, und werde hierauf herumgedrehet, bis ſie in der Lage cA nach

nach einem zweiten Objecte hingerichtet sey: so ist zwar der Winkel ocA, derjenige, welchen die beyden Gegenstände mit einander machen, aber der Bogen oA, ist nicht das Maaß dieses Winkels, weil c, nicht der Mittelpunkt des Randes ist. Man begehet also einigen Fehler, wenn man nurgedachten Bogen, für des Winkels ocA Maaß annehmen wolte; Er ist eigentlich des Winkels oCA Maaß.

3. Um soviel also die beyden Winkel oCA, ocA von einander unterschieden sind, soviel beträgt der Fehler, der von der Excentricität des Werkzeugs herrühret.

4. Es sey also der auf dem Rande gefundene Bogen oA, oder der zugehörige Winkel $oCA = \varphi$.

5. Um die Lage des Punktes c zu bestimmen, muß gegeben seyn, dessen Abstand Cc vom wahren Mittelpunkte C, und der Winkel cCo, welchen Cc mit dem Halbmesser Cc macht, welcher durch den ersten Theilpunkt o gehet. Es sey daher $Cc = c$; $cCo = \alpha$, und der Halbmesser $Co = r$.

6. Ich suche den Unterschied (3) nämlich $ocA - oCA$, dieses ist der Fehler, dessen Größe verlangt wird.

7. Diesen findet man so: In dem Dreyecke ocm ist der äussere Winkel $omA = ocm + com$ und eben so $omA = oCA + CAm$; Daher,

8. $ocm - oCA = CAm - com$.

9. Nun ist im Dreyecke cCo gegeben; $Cc = c$; $cCo = \alpha$, $Co = r$; daraus findet sich

$$\text{tang } coC = \frac{c \sin \alpha}{r - c \cos \alpha} \text{ (Trig. S. XXI.)}$$

weil aber der Winkel coC gewiß in jedem Falle nicht sehr groß seyn wird, wenn anders das Werkzeug nicht gar zu fehlerhaft ist, so kan man ohne merklichen Fehler blos setzen.

$$coC = \frac{c \sin \alpha}{r - c \cos \alpha}$$

10. Eben so in dem Dreyecke CAc, ist bekannt $Cc = c$; $CA = r$; $cCA = \varphi + \alpha$; und daher $\text{tang } CAm = \frac{c \sin(\alpha + \varphi)}{r - c \cos(\alpha + \varphi)}$; oder aus eben dem Grunde, wie vorhin (9)

$$CAm = \frac{c \sin(\ + \varphi)}{r - c \cos(\alpha + \varphi)}$$

11. Also, (9. 10.)

$CAm - coC$ oder (8)

$ocm - oCA =$

$=$

$$= \frac{c \sin(\alpha + \phi)}{r - c \cos(\alpha + \phi)} - \frac{c . \sin \alpha}{r - c \cos \alpha}$$

12. Weil nun c in Vergleichung mit r sehr klein ist, so kan man die Glieder $c . \cos(\alpha + \phi)$, $c . \cos \alpha$ im Nenner, ohne merklichen Irrthum weglassen, und blos setzen

$$ocm - oCA = \frac{c (\sin(\alpha + \phi) - \sin \alpha)}{r}$$

13. Weil $\sin(\alpha + \phi) - \sin \alpha = 2 . \cos \frac{1}{2} (\alpha + \phi + \alpha) . \sin \frac{1}{2} (\alpha + \phi - \alpha) = 2 . \cos(\frac{1}{2}\phi + \alpha) \sin \frac{1}{2} \phi$ ist, so wird $ocm - oCA = \frac{2c}{r} . \cos(\frac{1}{2} \phi + \alpha) \sin \frac{1}{2} \phi$; welches sich sehr leicht durch Logarithmen berechnen läßt. Nur ist hiebey noch zu bemerken, daß die Formel $\frac{2c}{r} . \cos(\frac{1}{2} \phi + \alpha) \sin \frac{1}{2} \phi$, den Bogen, welcher den Unterschied der beyden Winkel $ocm - oCA$ misset, in Decimaltheilen des Sinus totus angiebt. Will man den Winkel $ocm - oCA$ sogleich in Secunden ausdrücken, so muß man die gedachte Formel noch mit der Zahl 206264 multipliciren, dann wird

$$ocm - oCA = ocm - \phi = \frac{2c}{r} \cos(\tfrac{1}{2}\phi + \alpha) \sin \tfrac{1}{2} \phi . 206264''.$$

14. Auf diese Art giebt also die gefundene Formel die Anzahl von Secunden an, die man zu dem Winkel φ, oder dem Bogen oA addiren muß, wenn man den wahren Winkel ocA, finden will, um welchen die Alhidade herumgedrehet worden. Addiret man diese Anzahl von Secunden nicht hinzu, sondern nimmt für den Winkel ocA, blos den Bogen $oA = \varphi$ zum Maaß an, so begehet man einen Fehler, der so groß ist, so viel der Werth $\frac{2c}{r} \cos(\frac{1}{2}\varphi + \alpha) \sin \frac{1}{2}\varphi . 206264$, Secunden beträgt.

15. Es sey der Bogen oA oder $\varphi = 20°$; $\alpha = 10°$; $c = 1$; $r = 1000$, also $\frac{2c}{r} = 0,002$ Mithin $\frac{1}{2}\varphi + \alpha = 20°$; $\frac{1}{2}\varphi = 10°$. also

$$\log \frac{2c}{r} = \log 0,002 = 0,30103 - 3$$
$$\log \cos(\tfrac{1}{2}\varphi+\alpha) = \log \cos 20° = 9,97298 - 10$$
$$\log \sin \tfrac{1}{2}\varphi = \log \sin 10° = 9,23967 - 10$$
$$\log 206264 = 5,31442$$

Summe der Log. = 1,82810;

hierzu gehört die Zahl 67″, 3 oder 1′ 7″, 3 so groß wäre also der Fehler, den man unter den angenommenen Umständen begienge, wenn für das Maaß des Winkels ocA, der Bogen oA = 20° angenommen würde.

Der

Der wahre Winkel oCA wäre eigentlich $= 20^\circ . 1' . 7'', 3$.

Wenn bey einer gegebenen Excentricität $Cc = c$; und $cCo = \alpha$, der Fehler am größten wird?

16. Dieses läßt sich sogleich aus der ersten Formel (12)

$$ocm - oCA = \frac{c}{r}(\sin(\alpha + \varphi) - \sin\alpha)$$

beurtheilen.

17. Da in dem Factor $\sin(\alpha + \varphi) - \sin\alpha$, der Winkel α beständig ist, so wird $\sin(\alpha + \varphi) - \sin\alpha$, am größten, wenn $\sin(\alpha + \varphi) = 1$, also $\alpha + \varphi = 90^\circ$, mithin $\varphi = 90^\circ - \alpha$ ist.

18. In diesem Falle wird also der Fehler,

$$ocm - oCA = \frac{c}{r}(1 - \sin\alpha) . 206264''$$

oder wegen $1 - \sin\alpha = 2\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha)^2$ auch

$$ocm - oCA = \frac{2c}{r} . \sin(45^\circ - \tfrac{1}{2}\alpha)^2 . 206264''.$$

19. Wenn der Winkel $\alpha + \varphi$ über 180° gehet, so ist $\sin(\alpha + \varphi)$ am größten, wenn $\alpha + \varphi = 270^\circ$ mithin $\sin(\alpha + \varphi) = -1$ wird.

20. Dann

20. Dann ist der größte Fehler

$$ocm - oCA = \frac{c}{r}(-1 - \sin\alpha) . 206264'' =$$

$$-\frac{c}{r}(1 + \sin\alpha)\, 206264''$$

oder wegen $1 + \sin\alpha = 2\sin(45° + \frac{1}{2}\alpha)^2$

$$ocm - oCA = -\frac{2c}{r}\sin(45° + \tfrac{1}{2}\alpha)^2 . 206264''.$$

21. Ex. In dem Exempel (15) war angenommen worden $\alpha = 10°$. Folglich ist der Fehler 2 mahl am größten, erstlich für

$$\varphi = 90° - \alpha = 80° \quad (17)$$

zweitens für $\varphi = 270° - \alpha = 260°$ (19)

Für den ersten Fall (18) wird

$$\log\frac{2c}{r} = 0,30103 - 3$$

$$\log\sin(45° - \tfrac{1}{2}\alpha)^2 = 2 l\sin 40° = 19,61612 - 20$$

$$\log 206264 = 5,31442$$

Summe d. Log. $= 2,23157$

hierzu gehöret die Zahl $170''$, 4 oder $2'\ 50''$, 4 beynahe $= 3'$.

Da wäre also, für den Bogen $oA = 80°$, der Fehler $= 2'.50''$, 4, wenn man oA für des Winkels ocA Maaß annähme; der wahre Winkel ocA aber $= 80°.2'.50''$, 4.

22. Für

22. Für den 2ten Fall $\varphi = 260^\circ$ wird

$$\log \frac{2c}{r} = 0{,}30103 - 3$$

$$\log \sin(45^\circ + \tfrac{1}{2}\alpha)^2 = 2 \,l \sin 50^\circ = 19{,}76850 - 20$$

$$\log 206264 = 5{,}31442$$

$$\text{Summe d. log.} = 2{,}38396;$$

hierzu gehöret die Zahl 242'', 1 oder 4'. 2'', 1.

Da wäre also der Fehler = — 4'. 2'', 1 und der wahre Winkel oc A = 260° — 4'. 2'', 1 = 259°. 55'. 57'', 9.

23. Hieraus erhellet, daß, wenn $\varphi = 80^\circ$ wird, also die Alhidade, von dem Theilpunkte o angerechnet, einen Bogen oA von 80° durchlaufen hätte, der wahre Winkel ocA, um welchen sich die Alhidade herum beweget hat, um 2' 50'', 4 zu klein angegeben würde, wenn man für dessen Maaß, den Bogen oA = 80° annehmen wolte.

Im Gegentheil würde man den wahren Winkel ocA um 4'. 2'', 1 zu groß angeben, wenn der Bogen oA, den die Alhidade durchlaufen hat, 260° wäre.

24. Da demnach bey einer Excentricität, wo Fig. XLIX, cC nur = $\frac{1}{1000}$ des Halbmessers, und der Winkel cCo = 10° wäre, bey Ausmessung der Winkel mit einem solchen Werkzeuge, schon ein Fehler begangen werden kan, dessen

dessen Größe sich auf $4' . 2''$, 1 beläuft, so zeigt dieses die Nothwendigkeit, daß die Alhidadenregel genau um den Mittelpunkt des eingetheilten Randes beweglich sey.

Noch ist zu erinnern, daß in (5. 6) angenommen worden, Cc falle ausserhalb des Winkels oCA, oder die Winkel cCo $= \alpha$ und oCA $= \varphi$, auf verschiedenen Seiten der Linie Co; lägen beyde auf einerley Seite von Co, so muß in obigen Formeln α negativ genommen werden.

25. Wüste man c, und α, so liesse sich freylich nach der Formel (13) für jedes φ, oder für jeden Bogen oA auf dem Rande, die Größe des Fehlers berechnen; allein, es hält in der That schwer, bey einem gegebenen Winkelmesser die Untersuchung anzustellen, ob er etwas excentrisch sey, und wie groß c, und α sind. Es ist deswegen nothwendig, daß der Verfertiger eines Winkelmessers gleich anfangs alle mögliche Sorgfalt anwende, die Bewegung der Alhidadenregel um den wahren Mittelpunkt zu veranstalten.

26. Dieß zu erhalten, ist dem (§. 89) gewiesenen Theilungsverfahren eine sehr nöthige Erinnerung beyzufügen, welche ich im 2ten Theile dieser practischen Geom. §. 169 angeführt habe.

Fern-

Fernröhre statt der Dioptern.

§. 97. Man hat ehemals fast blos das bisher beschriebene Diopterlinial bey Winkelmessern angebracht. Auch noch heut zu Tage findet man dessen Gebrauch häufig; Z. E. beym Meßtische u. s. w.

1. Ueberhaupt haben aber Dioptern, besonders für Kurzsichtige, die Unvollkommenheit, daß man durch sie nach entfernten Gegenständen nicht sehr genau und sicher visiren kan.

2. Man bringt daher, statt der Dioptern, auf die Alhidadenregel lieber ein Fernrohr an. Dadurch erhält man den Vortheil, entfernte Objecte nicht nur sehr deutlich, sondern auch vergrößert zu sehen; Statt des bisherigen Fadens in der Objectivdiopter, wird dann in dem Brennpunkte des Fernrohrs, ein Faden ausgespannt, dessen Richtung auf die Fläche der Alhidadenregel senkrecht stehen muß, oder man bringt ein ebenes Glas, worauf eine feine Linie, statt jenes Fadens, eingerissen ist, in den Brennpunkt. Das Fernrohr selbst wird meistens so angebracht, daß dessen Axe sich in einer Ebene befinde, die man sich durch den Mittelpunkt des Werkzeugs, auf die Fläche des Alhidadenlinials senkrecht vorstellet. Die Art aber, wie das Fernrohr mit der Alhidadenregel verbunden wird, werde ich zeigen, wenn ich

ich die nähere Einrichtung eines heut zu Tage gebräuchlichen Winkelmessers beschreibe.

In Leupolds Theatro Machinarum Geom. Tab. XXIX. und Kap. XXIV. findet man eine Menge besonderer Einrichtungen der Diopteru. Die, welche ich (§. 93) beschrieben habe, ist aber am meisten im Gebrauche. Die übrigen kan man entbehren. Das Diopterlinial beym Gebrauche des Meßtisches hat noch eine etwas andere Einrichtung, als die §. 93. wie in der Folge erhellen wird.

Anmerkung.

§. 98. Die innere Einrichtung der Fernröhre überhaupt muß ich, der Kürze halber, als bekannt zum voraus setzen, so wie auch die nöthigen Sätze aus der Dioptrik, von denen ich etwa in der Folge Anwendung mache. Ich werde indessen keine andern Sätze gebrauchen, als diejenigen, welche in der Dioptrik des Kästnerischen Handbuches der angewandten Mathematik (Götting. 1780) vorkommen; Da dieses Buch in jedermanns Händen ist, so werde ich mich allezeit auf solches beziehen, wenn ich einen dioptrischen Satz nöthig habe.

Die Fernröhre, die man gewöhnlich bey geometrischen Werkzeugen anbringt, bestehen aus

aus zwey erhaben geschliffenen Gläsern, die man durch Röhren von Meßing so miteinander verbindet, daß ihre Axen genau in eine gerade Linie fallen. Die Röhre, in welcher sich das Ocularglas befindet, kan nach Gefallen in die Röhre des Objectivglaßes, weiter hinein- oder herausgeschoben werden, bis das Auge vor dem Ocularglaße die Gegenstände durch das Fernrohr deutlich siehet. (S. Kästn. Diopt. 89. 91.) Durch eine solche Verbindung zweyer Gläßer erhält man nicht allein Vergrößerung, sondern auch Deutlichkeit; die Brennweiten der Gläßer müssen aber zu dieser Absicht gewisse Verhältnisse gegen einander haben, die sich aus den Gründen der Dioptrik bestimmen lassen, und dem Mechaniko bekannt seyn müssen, der sich mit Verfertigung der Fernröhre abgiebt. (K. Diopt. 93. 94. 95.) Die Gegenstände durch ein solches Fernrohr erscheinen verkehrt. (K. Diopt. 89.) — Dieses kan aber keine Irrung verursachen, weil man ein Fernrohr an einem Winkelmesser nur dazu braucht, ein entferntes Object deutlich zu sehen, und den im Brennpunkte ausgespannten Faden genauer nach einem gewissen bestimmten Punkte des Objects hinzurichten, als vermittelst bloßer Diopteren geschehen kan. Da ist es aber gleichgültig, ob die Gegenstände aufgerichtet oder verkehrt erscheinen.

Beschreibung eines Winkelmessers.

§. 99. 1. Die Werkzeuge, deren man sich bisher in der praktischen Geometrie zum Winkelmessen bedienet hat, sind meistens so beschaffen, daß sich wenig genaues damit bewerkstelligen läßt, und zumahl bey Vermessungen, die einigermaaßen ins Große gehen, gar nicht die Schärfe verstatten, die doch unumgänglich nothwendig ist. Folgendes Werkzeug ist, wie ich glaube, zur Ausübung bequemer und richtiger, als die meisten bisher üblichen. Was aber an der Beschreibung, die ich hievon ertheile, unvollkommen bleiben möchte, wird man leicht aus Betrachtung der Figuren, und durch eigenes Nachdenken ergänzen.

2. Tab. V. Fig. LVIII, ist das Werkzeug von oben anzusehen. Fig. LIX dessen perspektivischer Aufriß, und Fig. LX dessen Profil. Es wird gut seyn, bey der folgenden Beschreibung beständig diese Figuren zugleich in Augenmerk zu haben.

Erstlich ist also Fig. LVIII, AAA der eingetheilte Rand des Winkelmessers: Von den Abtheilungen selbst habe ich hie nur die Bogen ke, id, angegeben, die man sich leicht um den ganzen Rand herumgezogen, vorstellen kan.

Die

3. Die Abtheilungen auf dem Bogen id mögen solche seyn, dergleichen 96 auf einen Quadranten, mithin 384 auf den ganzen Umfang gehen. Ich werde in der Folge dieses die 96 Theilung des Winkelmessers nennen.

Jeder Bogen zwischen zween nächsten Theilstrichen, gehöret also am Mittelpunkte einem Winkel von $\frac{1}{96} \cdot 90^\circ$ oder von $56' \; 15''$ zu §. 92.

4. Die Abtheilungen auf ke mögen hingegen gewöhnliche Grade oder 360 Theile des ganzen Umfangs bedeuten.

5. So hat man auf dem Rande zwo von einander unabhängige Eintheilungen, die, wie die Folge weisen wird, einander gegenseitig, sowohl zur Prüfung, als auch zu genauerer Ausmessung eines Winkels dienen.

Die beyden ersten Theilstriche i, k, von denen die Abtheilungen angerechnet werden, müssen genau in einer gemeinschaftlichen geraden Linie kic liegen, die durch des Werkzeugs Mittelpunkt c gehet: Die Zahlen, die die Abtheilungen auf dem Rande von 10 zu 10 Theilen weisen, werden, wie die Figur zeigt, von der linken Hand gegen die rechte bey die Theilstriche gesezt.

6. Die auf einander senkrecht stehende Querstücken CC, CC, bestehen mit dem eingetheil-

ten Rande aus einem Stück, und vereinigen sich in einer runden Platte rr Fig. LIX, aus deren Mittelpunkte die Kreisbogen auf dem Rande gezogen sind.

7. Ueber dieser runden Platte rr siehet man zwo andere oo, mm. An der oo befindet sich die Alhidadenregel OO Fig. LVIII mit ihrer Vernier- oder Noniusplatte ln. Diese Vernierplatte ln ist ein auf beyden Seiten scharf ausgekehltes Stück Messing, das von zween Kreisbogen begränzt wird, die mit den eingetheilten Bogen des Randes concentrisch sind, und auf denen sich die Vernierabtheilungen befinden, die bey Umdrehung der Alhidadenregel über die Abtheilungen des Randes wegstreichen.

8. Die runde Platte mm bestehet mit der Regel P aus einem Stück. Diese Regel P, welche ich in der Folge den Alhidadenhalter nennen will, und die Alhidadenregel OO, sind an ihren Enden mit zween sogenannten Ansätzen p, q, versehen, durch welche die Micrometerschraube MK gehet. Diese Schraube wird von Stahl verfertiget, und mit sehr feinen und genau gearbeiteten Schraubengängen versehen; die Scheibe M dienet, die Schraube MK bequem herumdrehen zu können. Auch befinden sich auf ihr Abtheilungen, die man deutlicher bey Fig. LXI sehen

sehen kan, wo AA ein Stück des eingetheilten Randes, P ein Stück des Alhidadenhalters, und O ein Stück der Alhidadenregel vorstellet. Wozu diese Abtheilungen auf der Scheibe M nützen, wird sobald erhellen. Auch ist an die untere Fläche des Alhidadenhalters ein Aermlein $\mu\nu$ befestigt, an dessen Ende ν sich ein Weiser erhebt, der bey Umwendung der Micrometerschraube MK, die Abtheilungen auf der Scheibe M zeiget.

9. Die Fig. LXII stellet die Fig. LXI in umgekehrter Lage vor, so wie sie von unten anzusehen ist. Daselbst ist abcd ein an die untere Fläche des Alhidadenhalters durch das Schräubgen ψ befestigtes Stück Messing, in Form eines Knies, welches sich bis cd über den Rand AA erhebt, und solchergestalt einen Theil des Randes, zwischen sich und der Regel P enthält; bey x gehet durch das Stück abcd eine Schraube: Wenn man diese anziehet, so drückt sie gegen den Rand AA, und erhält solchergestalt den Alhidadenhalter P, folglich auch die Alhidadenregel O, welche vermittelst der Micrometerschraube, mit dem Alhidadenhalter zusammenhängt, fest an den Rand AA: Und eben daher rühret die Benennung Alhidadenhalter. Will man hingegen die Alhidadenregel um den Mittelpunkt des Werkzeugs herumführen, so darf man nur die Schraube x lösen.

10. Bey Fig. LXIII ist die nähere Zusammensetzung der Micrometerschraube zu sehen. KR ist der eigentliche, mit feinen Schraubengängen versehene Theil. Diese Schraubengänge wenden sich bey Herumdrehung der Mikrometerschraube, in einer Mutter herum, die sich in dem auf der Alhidadenregel O befestigten Ansatze q (8) befindet. KR endigt sich aber in einen etwas dünnern stählernen Zapfen RB. Dieser gehet durch den Ansatz p (8) des Alhidadenhalters, und wälzet sich in demselben, wie in einer Pfanne herum. An der Scheibe M befindet sich, senkrecht auf sie, ein hohler Cylinder D. Wenn nun der Zapfen RB durch den Ansatz p durchgestecket worden, so daß das dickere Ende R, wo die Schraube KR aufhöret, (oder eine bey R angelöthete kreisrunde Scheibe ST) dichte bis vor den Ansatz p stößt, so wird an den Theil RB des Zapfens, welcher alsdann rechter Hand des Ansatzes hervorraget, die Höhlung des Cylinders D gesteckt, so daß die Grundfläche dieses Cylinders ebenfalls dichte bis vor den Ansatz p zu liegen komme, und folglich dem Zapfen kein Spielraum weder von p nach q, noch von q nach p übrig bleibe. Diese Vorrichtung ist deswegen nöthig, weil sonst die Schraube im Anfange nicht angreifen, sondern eine Weile leer gehen würde. Es muß aber die Höhlung des Cylinders D etwas weniges enger seyn, als der Zapfen RB dicke ist, damit eine ziemliche

Ge-

Gewalt erfordert wird, wenn man den Cylinder D an den Zapfen RB stecken will.

Die Absicht davon ist, daß der Cylinder D an dem Zapfen RB, vermittelst einer starken Friction, sehr fest stecke, und folglich, wenn man die Micrometerschraube herumdrehen will, der Cylinder D nicht zu gleicher Zeit eine eigene Bewegung um den Zapfen RB habe. Man könnte auch den Cylinder D an den Zapfen RB anlöthen, so wäre gar keine eigene Bewegung zu befürchten, es ist aber besser, wenn man alle einzeln Theile eines Werkzeugs auseinander nehmen kan.

Damit sich die Micrometerschraube MK beym Umdrehen nicht klemme, so ist nöthig, daß die Ansätze p, q, dergestalt auf P und O angebracht sind, daß sie sich zugleich mit der Schraube etwas drehen, wozu die Einrichtung den Mechanicis bekannt ist.

11. Der obere Ring I, I, Fig. LVIII ist, wie aus dem Profile (*) des ganzen Werkzeugs Fig. LX zu ersehen ist, vermittelst dreyer Schrauben, an die Alhidadenregel OO befestiget,

(*) Dieses Profil stellet den Durchschnitt des Werkzeugs vor, wenn man sich einbildet, die Alhidadenregel OO, sey über das Querstück CC gebracht, und hierauf nach ihrer Mitte, ein Schnitt senkrecht auf sie, durch den Mittelpunkt des Werkzeugs geführet worden.

get, und um ihn ist die runde Platte mm des Alhidadenhalters (8) beweglich; dieser Ring ist von Stahl.

12. Unterhalb der runden Platte rr Fig. LIX (6) siehet man noch zwo andere. Die nächste unter rr gehöret zu einer Regel NN, die unter eben dem Buchstaben, auch in dem Profile zu sehen ist. Diese Regel NN ist an ihrer untern Fläche mit einem Ansatze w versehen, dergleichen sich auch einer an der untern Fläche des Querstücks CC, befindet. Durch diese beyden Ansätze gehet die Stellschraube Wz Fig. LVIII, auf eine ähnliche Art, wie durch die beyden Ansätze p, q, die Micrometerschraube MK (10); diese Regel N mit ihrer Schraube Wz dienet, dem Rande des Werkzeugs eine sanfte horizontale Bewegung zu geben.

13. Die runde Platte, an der sich NN befindet (12) ist mit der untersten runden Platte, die mit dem hohlen Cylinder R aus einem einzigen Stücke bestehet, vermittelst dreyer Schrauben ψ, ψ, Fig. LX verbunden.

14. Durch den Mittelpunkt des Werkzeugs gehet ein stählerner etwas konischer Zapfen V (S. das Profil). Dieser ist vermittelst dreyer Schrauben, auf die runde Mittelpunkts-Platte der Regel NN (12) befestiget. Um diesen konischen Zapfen drehet sich die Alhidadenregel OO.

15. Senk-

15. Senkrecht an diesem Zapfen V befindet sich, an dem Mittelpunkt der Grundfläche desselben, ein zweiter cylindrischer Zapfen y, der mit V aus einem Stücke bestehen muß, und sich in eine konische Spitze endigt.

16. Die Höhlung des Cylinders R wird nun auf eine so genannte Nuß Fig. LXIV. Tab. VI. gesteckt, und kan vermittelst der Schraube L an dem cylindrischen Zapfen $\alpha\beta$ der Nuß (die hier nur klein abgebildet ist) festgehalten werden. Wie eine solche Nuß zusammengesetzt sey, brauche ich kaum zu erwähnen, da diese Art der Vorrichtung schon sehr alt, und allen Mechanicis bekannt ist, sich auch einigermaaßen, sowohl aus dem Aufrisse, als dem dabey stehenden Profile deutlich übersehen läßt. Verschiedene Gattungen derselben findet man auch sehr vollständig in Leupolds Theatr. Mach. Geom. beschrieben.

Der Zapfen $\alpha\beta$ muß aber genau in die innere Höhlung des Cylinders R passen, damit, wenn das Werkzeug auf die Nuß gesetzt wird, nicht die geringste Wankung entstehe. Auch ist aus dieser Ursache bey α noch eine konische Vertiefung, oder eine Pfanne, in welche die konische Spitze des Zapfens y (·15) zu ruhen kömmt. Der Cylinder $\alpha\beta$ bestehet mit der massiven Kugel F aus einem Stück, und die Kugel selbst ist in einer sie umgebenden Hülse beweglich. Die Schraube H, die gegen ein an die Kugel F stossendes Plättlein h drücket, dient, die Kugel oder Nuß in ihrer Hülse unbeweglich zu erhalten, wenn es die Absicht erfordert.

17. Endlich dienet der an der Hülse befestigte hohle meßingene Cylinder V, die Nuß mit dem auf ihr ruhenden Winkelmesser, auf ein hölzernes Stativ oder Gestelle Fig. LXV, zu setzen. S ist der Zapfen des Stativs, der genau in die Höhlung des Cylinders V passen muß. Diesen Zapfen S kan man besser von Messing, als von Holz seyn lassen. Im erstern Falle wird er durch starke Schrauben auf das hölzerne Stück T befestigt. Die Beine oder Füsse des Stativs sind bey e, e, an den Seitenflächen eines hölzernen dreyeckigten Prisma, um Axen beweglich, und können, nach Gefallen, so weit auseinander gesperret werden, bis das auf dem Stativ ruhende Werkzeug eine bequeme Stellung und Höhe erhalten hat. Uebrigens kan man durch Schraubenmütter, die an den Enden der Axen, um die sich die Beine drehen, angeschroben werden, die Beine des Stativs in eine unverrückte Lage bringen. Auch sind die Beine unten mit sogenannten eisernen Schuhen, nebst einer Stachel versehen, wodurch sie sich in den Boden befestigen lassen.

18. Das Fernrohr Fig. LXVI. Tab. V. läßt sich innerhalb der Hülse K um eine

Axe

Axe drehen, und kan nach Gefallen durch die Schrauben d, d, festgehalten werden. Die Hülse K befindet sich an einem sogenannten Zirkelgewinde, oder an einer andern beliebigen Vorrichtung, um welche das Fernrohr genau in einer Verticalfläche auf- und nieder bewegt werden kan. Die ganze Vorrichtung KTZ, auf der solchergestalt das Fernrohr ruhet, wird durch 4 Schrauben, die man bey T und Z siehet, auf die Alhidadenregel OO Fig. LVIII. angeschroben. Die Schrauben bey T, Z gehören in die Mütter, die man auf der Alhidadenregel OO bey v, v, v, v, siehet.

Anmerkung.

Dieses ist im Ganzen die wesentliche Einrichtung eines zur Ausübung bequemen Winkelmessers. Was an der bisherigen Beschreibung etwa noch undeutlich seyn möchte, wird sich aus genauerer Betrachtung des Aufrisses und Profiles ergänzen lassen. Den Gebrauch und die Absicht der bisher beschriebenen einzeln Theile dieses Winkelmessers werde ich in der Folge erklären, wenn ich die würkliche Ausmessung der Winkel zeige.

Die Maaße aller einzeln Theile dieses Winkelmessers hier beyzubringen, würde zu weitläuftig seyn, und ein geschickter Mechanicus wird die verhältnißmäßige Größe der einzeln Theile schon

schon von selbst auszuwählen, und nach der festgesetzten Größe des Werkzeugs zu bestimmen wissen. Nur was die Micrometerschraube anbelangt; so muß ich bemerken, daß, wenn der Halbmesser des Werkzeugs 6 Zoll ist, die Micrometerschraube etwa $2\frac{1}{4}$ Zoll lang, und $1\frac{1}{4}$ Linie dick seyn müsse. Die in ihrer Hülse bewegliche Nuß muß wenigstens $1\frac{1}{4}$ Zoll im Diameter haben, wenn das Werkzeug einen gehörig festen Stand haben soll. Die um den Mittelpunkt des Werkzeugs beweglichen Platten mm, oo, u. s. w. müssen etwa $2\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser haben, und etwa 1 starke Linie dick seyn. Das Fernrohr kan etwas länger als 12 Zoll, oder als der Durchmesser des Werkzeugs seyn. Die Hauptsache ist, daß alles, was sich drehen läßt, recht satt und geschmeidig gehe, und nichts schlottre und wanke. Manche Theile können auch eine andere Einrichtung bekommen, wenn nur ihr Zweck erfüllt wird, welches alles dem Mechanicus nach Gutbefinden überlassen seyn kan. Verschiedene zu besondern Zwecken noch anzubringende Theile werden gelegentlich in den nächsten Bänden dieser practischen Geometrie vorkommen. Z. E. Libellen u. d. gl.

Anmerkung.

§. 100. Die Art, wie hier die Alhidadenregel um den Mittelpunkt des Werkzeugs beweglich

weglich ist, nebst der Einrichtung (12) wodurch man dem Rande des Werkzeugs eine sanfte Horizontalbewegung ertheilen kan, ist meistens von einem Winkelmesser genommen, den mein seel. Vater Tob. Mayer in einer noch ungedruckten, der göttingischen königl. Soc. d. Wissensch. vorgelegten Abhandlung beschrieben hat.

Das Werkzeug meines Vaters besitzt Hr. H. Kästner, der die Gütigkeit hatte, mir solches zu leihen; ich habe sodann die Figuren LVIII u. s. w. meistens nach diesem Werkzeuge entworfen.

Auch habe ich selbst Messungen mit diesem Instrumente angestellet, und kan versichern, daß es zur Ausübung sehr bequem und brauchbar ist. Auch Hr. Niebuhr hat ein ähnliches Werkzeug auf seinen Reisen gebraucht, und Messungen z. E. bey den Pyramiden damit vorgenommen.

Mein Vater hat keinen Vernier angebracht, sondern die Alhidadenregel führt bloß einen nach der Richtung des Halbmessers ausgespannten zarten Silberfaden als Index über die Abtheilungen des Randes mit sich fort, und die Micrometerschraube dienet, den Abstand dieses Fadens von einem gewissen Theilpunkte des Randes in Minuten u. s. w. zu bestimmen. Diese Abtheilungen sind blos durch zarte Tüpfelchen bemerkt, welche durch ein auf der Alhidadenre-

gel

gel, über dem erwähnten Faden oder Index angebrachtes Vergrösserungsglas von etwa 2 Zollen in der Brennweite betrachtet werden. Ich habe geglaubt, es würde nicht unnütz seyn, bey einem geometrischen Werkzeuge sich auch eines Vernier zu bedienen. Auch ist das Fernrohr bey meines Vaters Werkzeuge, nicht in einem Gewinde auf und nieder beweglich, sondern parallel mit der Alhidadenregel auf sie ohngefähr so befestigt, wie bey dem Werkzeuge Fig. L. Tab. IV. (unten §. 105.) zu sehen ist. Daselbst sind H, H, ein paar Hülsen, die auf die Alhidadenregel AB befestiget sind, in welche genau die cylindrische Röhre des Fernrohres passet, und vermittelst der Schrauben w, w, festgehalten wird. Eben so ein paar Hülsen gedenke man sich auf der Alhidadenregel Fig. LVIII, ohngefähr an den Stellen, wo die Buchstaben O, O stehen, befestiget, und das Fernrohr durchgesteckt, so hat man die Art, wie an meines Vaters Werkzeuge das Fernrohr angebracht ist.

Es hat indessen diese Vorrichtung, bey der das Fernrohr nicht in einem Gewinde auf und nieder beweglich ist, die Unbequemlichkeit, daß man das Fernrohr bey Horizontalvermessungen, nicht zugleich nach erhabenen Objecten hinrichten kan, so, daß die Fläche des Werkzeugs horizontal bliebe, sondern man der ganzen Fläche des Werkzeugs eine Neigung geben muß. Dadurch erhält man an jedem Stande eigentlich nicht den Horizontalwinkel, sondern einen schiefen, und man muß ausserdem sich noch die Mühe geben, zween Verticalwinkel zu messen, wenn man den horizontalen durch trigonometrische Rechnung bestimmen will. §. 8.

Mein Vater hat ohne Zweifel deswegen kein bewegliches Fernrohr, wie fig. LXVI angebracht, weil es einige Unrichtigkeiten verursacht, wenn das Fernrohr nicht völlig genau in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene auf und nieder beweglich ist. Allein, ein geschickter Mechanicus wird gar leicht diese nöthige Eigenschaft eines beweglichen Fernrohrs, oder sogenannten Kippregel, in ihrer gehörigen Vollkommenheit darstellen können; auch würde sich leicht durch Stellschrauben eine Vorrichtung anbringen lassen, wodurch sich diese nöthige Vollkommenheit beweglicher Fernröhre, nach Gefallen erhalten ließe. (Man s. den II. Th. dieser pract. Geom. §. 150.) Auch zeige ich in der Folge (§. 147 ꝛc.) wie man entdecken kan, ob eine Kippregel die gehörige Bewegung in einer Verticalfläche habe oder nicht, und wie man die nöthige Korrektion bestimmen könne, wenn man einige Unrichtigkeit bemerkt haben solte.

Bey Höhenmessungen, wo die Ebene des Werkzeugs vertical gestellt werden muß, hat die

die Kippregel einige Unbequemlichkeiten, so daß es besser ist, wenn das Fernrohr, nach meines Vaters Einrichtung, unbeweglich, und parallel mit der Alhidadenregel, angebracht wird. Man kan indessen beyde Vortheile miteinander vereinigen. Bey Horizontalvermessungen bediene man sich der Kippregel, indem man die Vorrichtung TKZ Fig. LXVI auf die Alhidadenregel befestiget; bey Höhenmessungen aber nehme man die Vorrichtung TKZ von der Alhidadenregel weg, befestige, statt ihrer, durch Schrauben ein paar Hülsen, wie H, H, fig. L auf die Alhidadenregel, und bringe das Fernrohr gehörig an.

Gebrauch der Micrometerschraube.

§. 101. I) Wenn man den Alhidadenhalter P an des Winkelmessers Rand AA, vermittelst der untern Schraube x fig. LXII befestiget, und nun die Micrometerschraube MK fig. LVIII herumdrehet, so wird sich die Alhidadenregel mit dem darauf befestigten Fernrohre, sanft um den Mittelpunkt des Werkzeugs zu drehen anfangen, und sich der unbeweglichen Regel P nähern, oder sich von ihr entfernen, je nachdem man die Schraube MK links oder rechts umwendet. Man kan diese sanfte Bewegung der Alhidadenregel wahrnehmen, wenn man genau auf die beyden Indices α, β, der Vernierplatte siehet, und bemerkt, wie sie

beym

beym Umwenden der Micrometerschraube, an andere und andere Theilstriche des Randes kommen.

II) Wenn nun die Schraubengänge auf MK, durchgehends, wie hier erfordert wird, von gleicher Weite sind, so wird bey jeder Umdrehung der Schraube, sich der Index des Vernier um gleich viel auf dem Rande verschieben, und Theile von Umdrehungen der Schraube MK, werden sich verhalten, wie die kleinen Bogen, um die der Index des V. sich auf dem Rande verschiebt, und folglich auch, wie die diesen kleinen Bogen, am Mittelpunkte des Werkzeugs zugehörigen kleinen Winkel.

III) Wüste man also z. E. daß bey einer gänzlichen Umdrehung der Micrometerschraube, sich der Index des Vernier der 90 Theil. um 12 Minuten auf dem Rande fortbewegte, so würde sich bey einer halben Umdrehung der Index nur um 6 Min. bey einer Viertelsumdrehung um 3 Min. u. s. w. verschieben.

IV) Will man auf diese Art durch die Umdrehungen der Schraube, kleine Bogen, um die sich der Index auf dem Rande verschiebt, in Minuten und noch kleinern Theilen angeben, so ist nöthig, daß man durch einen Versuch vorher die Anzahl von Minuten und Secunden des Randes bestimmt habe, die einer gegebenen Menge von Umdrehungen zugehören.

Diesen Versuch stellet man so an:

V) Man bringe den Index des V. der 90 Theilung, genau an einen gewissen Theilstrich des Randes, und befestige den Alhidadenhalter P.

Nun wende man die Micrometerschraube MK herum, bis der Index des V. an den nächstfolgenden Theilstrich des Randes gerückt ist, und sich also um einen Grad fortbewegt hat.

Man zähle, wie viel ganze Umdrehungen der Micrometerschraube, und wie viel Theile einer Umdrehung man nöthig hatte, den Index um einen ganzen Grad fortzurücken.

Dieses Zählen kan man bequem bewerkstelligen, wenn der Umfang der Scheibe M, (Fig. LXI) die am Ende der Micrometerschraube sitzt, in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, z. E. in 30 derselben getheilt ist. Da darf man nur bemerken, über welchen Theilpunkt der Scheibe M, der über ihr befindliche Weiser v anfangs stand, ehe man anfieng, die Schraube herum zu wenden, und wie oft bey Umdrehung der Schraube, derselbe Theilpunkt wieder unter den Weiser kam, so weiß man, wie viel ganze Umdrehungen, und wie viel Theile einer Umdrehung vollendet worden, den

Index

Index um einen Grad oder 60′, auf dem Rande fortzuschieben.

Gesetzt, man habe die Micrometerschraube $8\frac{5}{30}$ mahl herumwenden müssen, den Index um den erwähnten Bogen fortzuschieben, so wird man leicht nach der Regel de Tri berechnen können, um wie viel Theile oder Minuten eines Grades sich der Index fortschiebt, wenn man nur eine oder 2 Umdrehungen u. s. w. vollendet. Man schließe hier $8\frac{5}{30}$ Umdreh. geben 1° oder 60′ was giebt 1 Umdreh.

Antw. Beynahe 7′ 21″; also 2 Umdreh. 14′ 42″; $\frac{1}{2}$ Umdrehung 3′ 40″, 5 u. s. w. Ist also der Umfang der Scheibe M in 30 gleiche Theile getheilt, so kan man auch 30 Theile einer Umdrehung bemerken, und $\frac{1}{30}$ Umdreh. $= \frac{7' \, 21''}{30} = 14'', 7$; $\frac{2}{30}$ Umdreh. $=$ 29″, 4 u. s. w. Um so viel Secunden schiebt sich also der Index des V. auf dem Rande fort, wenn man die M. Schraube nur um $\frac{1}{30}$, $\frac{2}{30}$ u. s. w. herumwendet.

VI) Dieses zeigt nun, wie man die Micrometerschraube sehr bequem gebrauchen könne, kleine Bogen oder Winkel, in Minuten und Secunden zu bestimmen. Gesetzt nämlich, der Index des V. stände auf dem Rande zwischen zween Theilstrichen, z. E. zwischen 20° und

21° und man wolte wissen, um wie viel Minuten er von dem Theilstriche, der zu 20° gehört, entfernt wäre, so verfahre man so:

VII) Man bemerke auf der Scheibe M genau den Punkt, über welchen der Weiser stehet; wende nun die Schraube herum, bis der Index an den erwähnten Theilstrich (VI) gerückt ist, und zähle sowohl die ganzen Umdrehungen der Schraube, als auch die Theile von ihr, so wird sich daraus berechnen lassen, um wie viel Minuten der Index anfangs von dem erwähnten Theilstriche des Randes entfernt war.

Gesetzt, man habe die Schraube genau 3 mahl umwenden müssen; so würde der Index rechter Hand des erwähnten Theilstrichs um $3 \times 7' \, 21''$, oder um $22' . 3''$ abgestanden haben (V).

VIII) Es ist vortheilhaft, die Werthe der Schraubenumdrehungen, und Theile derselben, ein= für allemal zu berechnen, und sie in eine Tafel zu ordnen, aus der sich nachher sogleich eine gegebene Anzahl von Umdrehungen, in Minuten und Secunden verwandeln läßt.

IX) So zeigt das bisherige den eigentlichen Gebrauch der Micrometerschraube. Ich habe dabey nur noch folgende nöthige Erinnerungen zu machen. (1) Muß man sich beständig eines

nes Vergrösserungsglaßes bedienen, damit man genau bemerken könne, wenn der Index des V. an einen gewissen Theilstrich des Randes gebracht ist. Es ist bequem, wenn dieß Vergrösserungsglas auf der Alhidadenregel selbst befestigt ist, wozu sich die Vorrichtung leicht gedenken läßt. (2) Muß man untersuchen, ob alle Schraubengänge gleiche Weite haben; hievon überzeugt man sich, wenn man probiret, ob durchgehends gleichviel Umdrehungen nöthig sind, den Index des V. um einen und eben denselben Bogen des Randes zu verschieben. Wenn die Schraube mit dem gehörigen Fleiße gemacht ist, wird man selten merkliche Ungleichheiten entdecken. Auch ist es vortheilhaft, wenn man beständig nur einerley Schraubengänge braucht. (3) Es verstehet sich, daß die Schraube nur dienen soll, kleinere Winkel oder Bogen zu bestimmen, als unmittelbar auf dem Rande sind.

Für einen größern Bogen müßte die Schraube nach dessen Gestalt gekrümmt seyn: Aber alsdann werden sich die Schraubengänge nicht mit der Gleichheit verfertigen lassen, die hier erforderlich ist. (4) Endlich muß man dafür sorgen, daß die Micrometerschraube MK mit der Richtung der Alhidadenregel O so viel als möglich einen rechten Winkel mache.

Nähere Vorstellung der Vernierplatte.

§. 102. I) Der Bogen des Vernier für die gewöhnlichen Grade, oder 90 Th. des Quadranten, kan so beschaffen seyn, daß nach (§. 77. X) der Vernier den Grad von 2 zu 2 Minuten theilet. Es wird also der Bogen zwischen den beyden äussersten Theilstrichen des Vernier genau zwischen zween Theilstriche des Randes, die um 31° von einander abstehen, passen müssen. Diesen Bogen des V. wird man genau in 30 gleiche Theile theilen.

Dann wird jeder kleine Bogen zwischen zween nächsten Theilstrichen des V. um 2′ größer seyn, als ein Bogen zwischen zween nächst auf einander folgenden Theilstrichen des Randes, oder bestimmter, jedem Theile des V. gehöret am Mittelpunkte ein Winkel zu, der um 2 Min. größer ist, als der, welcher einem Theile des R. zukömmt.

II) Der Bogen des V. für die 96 Theile des Quadranten, oder 384 Theile des ganzen Umfangs, sey 33 solchen Theilen gleich (S. §. 77. XII unten in der Anmerkung *) und werde in 32 gleiche Theile getheilt, so wird ein Theil des V. einen Theil des Randes um 1′ 45″, 46 oder etwa um 1′ 45″, 5 übertreffen. Denn wenn $\frac{1}{96}$ des Quadranten $=$ b ist, so wird ein Theil auf dem Vernier $= \frac{33}{32}$ b $=$ b $+ \frac{1}{32}$ b folglich um $\frac{1}{32}$ b größer, als der

der Theil b zwischen zween Theilstrichen des Randes. Da nun $b = \frac{1}{96} . 90^\circ = 56' \; 15''$ ist, so wird $\frac{1}{32}$ b $= 1' . 45''$, 46.

III) Berechnet man nun jede vielfache von $\frac{1}{32}$ b, bis aufs 32fache, und bringt sie in eine Tabelle, so kan man alsdann sogleich jede vielfache von $\frac{1}{32}$ b, um die der Index des Vernier, von einem gewissen Theilstriche des Randes abstehet, in Minuten und Secunden ausdrücken, ohne weitere Rechnung. Man s. hievon unten §. 103. ein Beyspiel.

IV) Um übrigens die Abtheilungen auf der Vernierplatte zu verrichten, habe ich folgendes Mittel für gut befunden. Alle Handgriffe und Vorsichten zu erzählen, würde zu weitläuftig seyn. Ich zeige daher nur kürzlich die Theilung des Vernierbogens für die Gradabtheilungen des Winkelmessers.

V) Ich setze hiebey zum voraus, daß die Alhidadenregel, mit ihrer Vernierplatte, schon ganz fertig sey, und also nur noch die Abtheilungen auf den Vernierbogen gerissen werden müssen. Um nun dieses zu leisten, so bringe ich die Alhidadenregel gehörig an den Mittelpunkt des Winkelmessers, befestige sie an den Rand des Werkzeugs, indem ich die Schraube x des Alhidadenhalters §. 99. 9 anziehe, und bemerke nun auf zween um 31° von einander abstehenden Theilstrichen des Randes, genau die Stellen, wo die scharfe Kante des Vernierbogens sie durchschneidet. Ich nehme einen sehr geschärften, und wohl zugespitzten stählernen Punzen, fahre damit genau an der scharfen Kante her, und mache solchergestalt ganz zarte Einschnitte, auf den erwähnten Theilstrichen des Randes.

VI) So bekömmt man auf ihnen ein paar Punkte, die genau um den Halbmesser des Bogens, der die scharfe Kante des Vernier begränzt, vom Mittelpunkte des Werkzeugs abstehen, und einen Bogen von 31° zwischen sich fassen.

VII) Nun nehme man die Alhidadenregel mit ihrer Vernierplatte vom Mittelpunkte des Winkelmessers ab, befestige sie durch ein paar Handschrauben, oder durch eine sonstige Vorrichtung auf die Scheibe B Fig. XLVII, auf der die Abtheilungen für den Rand des Winkelmessers verfertigt worden §. 89. II; nehme den geschärften Punzen (V) zur Hand, fahre damit wieder um die scharfe Kante, oder den Vernierbogen herum, und reisse auf diese Art auf der erwähnten Scheibe B einen blinden Bogen rp, genau von eben dem Halbmesser, mit welchem der Vernierbogen gezogen worden.

VIII) Hierauf nehme man die Alhidadenregel wieder weg, und trage auf diesen Bogen, von

von r nach p genau die Weite der beyden Punkte, die in (VI) auf den Theilstrichen des Randes bestimmt worden.

IX) So hat man auf diesem blinden Bogen (VII) genau die Weite rp, um welche die beyden äusserſten Theilstriche des Vernier, von einander abstehen müssen; dieser Bogen rp ist genau das Maaß von 31°/$\frac{1}{4}$ (VI) und muß nun in 30 Theile getheilet werden.

X) Wie dieses durch halbiren, durch Theilung jeder Hälfte in drey, und eines jeden Drittels wieder in fünf Theile, vermittelst Versuche u. s. w. verrichtet werden könne, dies ist mit Erwägung der dabey nöthigen Vorsichten, oben bey Gelegenheit der Abtheilungen des Randes §. 89. zureichend gezeigt worden.

XI) Wenn nun die Theilung vollendet, und durch zarte Einschnitte oder Punkte sichtbar gemacht worden, so ziehet man an jeden Theilpunkt r, s u. s. w. Tangenten. Dieses kan gar leicht mechanisch bewerkstelliget werden, wenn man nur ein Linial an die Punkte r, s u. s. w. so anlegt, daß solches den blinden Bogen bey r, s, u. s. w. berühre. Diese Tangenten brauchen übrigens nicht ganz bis an die Punkte r, s ausgezogen zu werden, und werden ebenfalls nur durch blindgerissene Linien angedeutet.

XII) Sobald man hiemit fertig ist, nimmt man wieder die Alhidadenregel zur Hand, legt die scharfe Kante des Vernier wieder genau an den blinden, und nun getheilten Bogen rp, und befestigt sie durch ein paar Handschrauben, wieder fest auf die Scheibe B.

XIII) Solchergestalt liegt nun die Abtheilung des blinden Bogens pr, genau an der scharfen Kante der Vernierplatte, und es kömmt nun darauf an, durch die Theilpunkte r, s u. s. w. auf die scharfe Kante des anliegenden Vernierbogens, feine, senkrecht stehende Theilstriche zu reissen. Dieses zu leisten, dienen die (XI) gezogenen Tangenten. Man nimmt nämlich einen Stangen- oder Federzirkel zur Hand, bringet die Spitzen desselben in eine bequeme Weite, setzet die eine Spitze genau in den Theilpunkt r, läßt die andere bey z, auf die an r gezogene Tangente hinfallen, und beschreibt auf diese Art, aus dem Mittelpunkte z, einen sehr zarten Einschnitt r 1 auf der anliegenden Vernierkante. Man behält hierauf immer dieselbe Weite zwischen beyden Spitzen des Zirkels, setzt nun die eine Spitze desselben genau in den Theilpunkt s, läßt die andere wieder in die zugehörige Tangente bey y hinfallen, und reisset aus dem Centro y den nächstfolgenden Theilstrich s 2 auf dem anliegenden Vernierbogen. Auf diese

Art setzt man die Arbeit fort, bis durch alle Theilpunkte des blinden Bogens rp, Theilstriche auf die anliegende Vernierkante gerissen sind, so hat man, vermittelst dieses Verfahrens, sehr bequem die Abtheilungen des blinden Bogens auf den Vernier gebracht, und man kan nun, von dem Index des Vernier angerechnet, von der rechten gegen die linke Hand zu, etwa von 3 zu 3 Theilen, Ziefern bey die gerissenen Theilstriche des Vernier stechen lassen.

Was die Theilstriche selbst anbelangt, so brauchen diese höchstens nur $\frac{1}{2}$ Linie lang zu seyn. Der erste Theilstrich, der den Index abgiebt, wird zum Unterschiede etwas länger gemacht.

XV) Das gewiesene Verfahren, vermittelst der gezogenen Tangenten rz, sy, auf dem Bogen rp, senkrecht stehende Theilstriche r 1, s 2, u. s. w. zu reissen, hat ausser seiner Bequemlichkeit, noch den Vortheil, daß man durch die Theilpunkte r, s, weit genauer und sicherer die Theilstriche reissen kan, als es, wie in §. 89. XII. längst eines Linials, das man an den Mittelpunkt des Bogens rp, und an jeden Theilpunkt r, s, anlegte, geschehen kan. Ich wolte daher rathen, auch bey den Abtheilungen des Randes eines Winkelmessers, sich lieber dieser Methode zu bedienen, als längst eines Linials, die Theilstriche zu reissen; die

blind

blind gezogenen Tangenten können bey der Politur des Randes sehr leicht wieder weggebracht werden. Uebrigens werden die Theilstriche auf ihren Bögen desto genauer senkrecht stehen, je weiter man die Punkte z, y auf den Tangenten hinaus nimmt.

XVI) Das bisherige betraf die Eintheilung des Vernier für die 90 Theilung des Winkelmessers. Man siehet leicht, wie sich auf eine ähnliche Art auch der Vernier für die 96 Theilung wird abtheilen lassen.

Nur muß hiebey noch bemerket werden, daß der Index oder der Anfangsstrich β des Vernier der 96 Thl. mit dem Anfangsstriche α des Vernier der 90 Theil. genau in einer einzigen geraden Linie liegen müsse, die durch den Mittelpunkt des Winkelmessers geht. (Fig. LVIII)

XVII) Ehe man daher zur Theilung des V. der 96 Theil. schreitet, muß man vorher sorgfältig die Stelle auf der zugehörigen Vernierkante bestimmen, durch welche der Index gerissen werden muß.

Dieß geschieht, wenn man die Alhidadenregel um ihr Centrum führt, bis (Fig. LVIII) der Index des V. der 90 Theil. genau an den ersten Theilstrich k des Randes zu liegen kömmt.

kömmt. Da nun der erste Theilstrich i der 96 Theilung auf dem Rande, genau mit dem k der 90 Theil. in einer einzigen geraden Linie liegt, so wird dieser Strich i, auf der anliegenden Kante des Vernier genau den Punkt angeben, durch welchen der Index des Vernier der 96 Theilung gerissen werden muß; Nun erst nimmt man die Alhidadenregel vom Mittelpunkte des Werkzeugs weg, und verfertigt die Eintheilung auf dem Vernier der 96 Theilung.

Gebrauch der beyden Verniere und der Mikrometerschraube.

§. 103. 1. Da die Indices oder Anfangsstriche α, β der beyden Verniere immer in einer geraden Linie liegen, die durch des Werkzeugs Mittelpunkt c gehet (§. 102. XVI) und auch nach (§. 99. 5) die ersten Theilstriche k, i, Fig. LVIII von denen auf dem Rande die 90 und 96 Theilung angerechnet wird, sich mit c in einer geraden Linie cik befinden, so erhellet, daß, wenn man die Alhidadenregel erstlich in eine solche Lage bringt, daß der Index α des Vernier der 90 Thl. genau an den ersten Theilstrich k zu liegen kömmt, alsdann zu gleicher Zeit auch der Index β des V. der 96 Thl. genau an den Theilstrich i passen wird, dergestalt, daß also beyde Indices, mit i, k, alsdann in eine gemeinschaftliche gerade

Linie

Linie eik zusammenfallen, die durch des Werkzeugs Mittelpunkt gehet.

2. Wenn nun die Alhidadenregel aus dieser Lage (1) wo beyde Indices genau an k und i liegen, herausgebracht, und von der linken Hand gegen die rechte herumgedrehet wird, dergestalt, daß sie z. E. in die Lage kömmt, wie sie die Fig. LVIII vorstellet, so wird während Herumdrehung der Alhidadenregel, jedes Vernier Index auf dem Rande einen gewissen Bogen durchlaufen. Die beyden Bogen kα, iβ, die sie solchergestalt beschreiben, werden einander ähnlich seyn, und einem gemeinschaftlichen Winkel kcα, oder icβ, am Mittelpunkte des Werkzeugs zugehören, dem Winkel nemlich, den eine gerade Linie durch beyde Anfangsstriche der Verniere, um den Mittelpunkt des Werkzeugs würde beschrieben haben, indem die Alhidadenregel aus der erstern Lage, in die zwote gebracht worden ist.

Wenn nun in dieser zwoten Lage die Alhidadenregel an den Rand befestiget worden, so zähle man erstlich auf der 90 Theilung, wie viel Grade und Minuten der Index des zugehörigen Vernier durchlaufen hat, so bekömmt man den Bogen kα als das Maaß des zugehörigen Winkels kcα am Mittelpunkte. Zweitens untersuche man auch den Bogen iβ, den der Index des V. der 96 Thl. beschrieben hat,

hat, reducire die gefundene Menge von 96 Theilen, vermittelst der Tafel, die man zu dieser Absicht berechnet hat §. 102. III. auf gewöhnliche Grade und Minuten, so hat man abermahls das Maaß des erwähnten Winkels am Mittelpunkte, und findet solchergestalt den Winkel durch zwey von einander unabhängige Abtheilungen des Randes, deren eine der andern zur Prüfung dienen kan.

Ex. Gesetzt, der Index des V. der 90 Thl. habe von k angerechnet, 46 ganze Grade durchlaufen, und stehe noch um etwas über den 46ten Gr. hinaus. Man untersuche, welcher Theilstrich des V. mit einem Theilstriche des Randes zusammen passet. Gesetzt, es sey dieses der 28te, (§. 73. VIII) so würde der kleine Bogen oder Winkel, um den der Inder über 46° hinaussteht, $= 28 . 2' = 56'$ seyn (§. 102. I). Der ganze Bogen kα, den also der Index α bey Herumdrehung der Alhidadenregel beschrieben hat, wäre $= 46° \ 56'$; folglich, so groß auch der zugehörige Winkel kcα am Mittelpunkte des Werkzeugs.

Ferner habe der Index β des Vernier der 96 Theilung, auf dem Rande durchlaufen 50 ganzer Theile, und stehe über den 50ten Theil hinaus, so, daß der erste Theilstrich des Vernier (§. 73. VIII), mit einem Theilstriche des Randes zusammen passete, so würde, wenn $\frac{1}{96}$ des Quadr. b genannt wird, der Index

von

von i angerechnet, einen Bogen $i\beta = 50\,b + \frac{1}{32}\,b$ durchlaufen haben.

Nun drücke man $50\,b + \frac{1}{32}\,b$ durch Grade und Minuten aus nach (§. 102. II. III) so wird

$$\begin{array}{rl} 50\,b = & 46^\circ\ 52'.\ 30'' \\ \frac{1}{32}\,b = & 1'.\ 45'',\ 5 \\ \hline \end{array}$$

Mithin $50\,b + \frac{1}{32}\,b = 46^\circ.\,54'.\,15'',\ 5$

Eigentlich müßten hier beyde Bogen $k\alpha$, $i\beta$, auf dem Rande, gleich viel Grade und Minuten für das Maas des zugehörigen Winkels am Mittelpunkte geben. Da aber, wie die Rechnung ausweiset, auf der 96 Theilung, der Bogen $i\beta = 50.\,b + \frac{1}{32}\,b$ nur $46^\circ.\,54'.\,15''$ giebt, und hingegen der ähnliche $k\alpha$ auf der 90 Theilung $= 46^\circ\ 56'$ gefunden worden, so zeigt dieses, daß der den Bögen $i\beta$, $k\alpha$ zugehörige Winkel am Mittelpunkte nur ohngefähr innerhalb zwo Minuten zuverläßig bekannt sey, und daß also, wenn zwischen $46^\circ.\,56'$ und $46^\circ.\,54'.\,15''$ ein arithmetisches Mittel genommen wird, der Winkel am Mittelpunkte, $kc\alpha$ oder $ic\beta$, sehr nahe an $46^\circ.\,55'.\,7'',\ 5$ gränzen werde.

Daß beyde Resultate für den Winkel am Mittelpunkte nicht ganz übereinstimmen, kan (1) von kleinen Fehlern in den Abtheilungen des Randes herrühren, (2) können leicht bey

der

der Beobachtung des Zusammenpassens der Theilstriche der Verniere, mit denen des Randes, kleine Fehler begangen werden, zumahl wenn man sich dazu keines Vergrösserungsglases bedienet; (3) können vielleicht die ersten Theilstriche des Randes k, i, wie auch die Indices der Verniere, α, β, nicht völlig genau in einer geraden Linie liegen.

3. Die unvermeidlichen Fehler in der Beobachtung des erwähnten Zusammenpassens der Theilstriche, dürften sich, bey gehöriger Vorsicht und Anwendung eines Vergrösserungsglases, bey einem Winkelmesser von etwa 9 Zoll im Halbmesser, wohl höchstens auf 10″ belaufen. Wenn demnach beyde Abtheilungen des Randes, für einen und denselben Winkel einen grössern Unterschied geben, als daß solcher den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden kan, so erhellet, daß alsdann der Fehler in den Abtheilungen des Randes und der Verniere aufzusuchen ist. Vorschriften dazu werden in der Folge vorkommen; Indessen begnügt man sich, wenn die Verschiedenheit der Resultate beyder Abtheilungen des Randes nicht groß ist, mit dem arithmetischen Mittel zwischen beyden, und so zeigt sich der Vortheil, den zwey von einander unabhängige Abtheilungen des Randes gewähren.

4. Nachdem vermittelst des Verfahrens (2) der Winkel am Mittelpunkte bestimmt wor-

den, so kan man zum Ueberfluß, um sich noch mehr von dessen wahrer Größe zu versichern, die Mikrometerschraube zu Hülfe nehmen, und nach §. 101. untersuchen, um wie viel beyde Indices der Verniere rechter Hand der nächsten Theilstriche des Randes hinausstehen. Gesetzt, die Mikrometerschraube zeigte, daß der Index des V. der 96 Theilung, um 3′ 20″ über 50 b oder über 46° 52′. 30″ hinaus stände, der Index des V. der 90 Theilung aber von dem Theilstriche des Randes, der zu 46° gehört, um 54′ 40″ entfernt wäre; so wäre im ersten Falle der Winkel am Mittelpunkte = 46° . 52′ . 30″ + 3′ . 20″ = 46° . 55′ . 50″. Im zweyten Falle = 46°. 54′. 40″. Das Mittel aus beyden = 46° 55′. 15″. Und so zeigte sich noch einmal, daß der Winkel am Mittelpunkte, der oben (2) vermittelst der Verniere = 46° 55′. 7″, 5 gefunden worden, wenig von der Wahrheit abweichen würde.

5. Ein sehr bequemes Verfahren, durch Hülfe eines längst den Abtheilungen des Randes beweglichen Bogens, die Unterabtheilungen des Randes z. E. in einzelne Grade, zu ersparen.

I. Gesetzt, der Rand eines Winkelmessers, z. E. A Fig. LVIII sey nur von 10 zu 10 Graden

Graden abgetheilt, und man wolle dennoch einen jeden Winkel messen, ohne daß jeder Raum von 10 Graden des Randes, unmittelbar in die einzeln Grade abgetheilt sey.

II. Dieß zu bewerkstelligen, darf man sich auf der beweglichen Platte ln, worauf bisher die Vernierabtheilungen waren, nur einzelne Grade vorstellen, so wird diese Platte, wenn sie vermittelst der Alhidadenregel OO, herumgeführt wird, jeden Raum von 10 Graden des Randes, in die einzeln Grade abtheilen, und Theile von Graden werden sich durch die Micrometerschraube bestimmen lassen. Begreiflich braucht man auf der Kante der Platte ln nur 10 einzelne Grade, weil die Vielfachen von 10 auf dem Rande des Winkelmessers selbst vorkommen.

III. Fig. LVIII * stellt solchergestalt ein Stück des von 10 zu 10 Graden abgetheilten Randes vor. Anfangs habe der Index der Platte ln auf 0 Grad des Randes gestanden, und durch Herumführung der Alhidadenregel sey die in 10 einzelne Grade abgetheilte Platte ln in die Lage, wie sie gedachte Figur darstellt, gebracht worden, so steht jezt der Index l etwas über 5 Grade über den 30ten Grad des Randes hinaus, oder der Winkel, um den die Alhidadenregel gedrehet worden, wäre 35° + x, wo man den Werth von x finden kan, wenn man durch Herumdrehung der Micrometerschraube den Grad 5 der Platte ln völlig genau an den Theilstrich 30 des Randes bringt, und die Revolutionen der Schraube in Minuten und Secunden verwandelt.

IV. Ich erinnere mich nicht sogleich, dieses so bequeme Verfahren, Unterabtheilungen des Randes zu ersparen, irgendwo gelesen zu haben, und dennoch ist es so einfach und leicht darauf zu kommen.

Die Vortheile davon sind beträchtlich. Denn 1) Erspart man sich dadurch die so mühsame Abtheilung des ganzen Umfangs eines Randes in kleinere Theile, und vermeidet also dadurch sehr viele Fehler, die, wie mich die Erfahrung belehrt hat, vorzüglich in den Unterabtheilungen begangen werden. 2. Braucht man weiter keine Unterabtheilungen, als die auf der Platte ln, auf welche man desto mehr Fleiß verwenden kan. 3. Werden sehr viele Theilstriche erspart, indem, wenn der Rand von 10 zu 10 Graden abgetheilt wird (welches bey so kleinen Winkelmessern, als zum Feldmessen gebraucht werden, vollkommen hinlänglich ist), in allem nur 36 Theilstriche zu ziehen sind. Die Erfahrung hat mich belehrt, daß erst durch das Einreissen der Theilstriche die meisten Unrichtigkeiten in die Abtheilungen des Randes kommen. 4. Hat man, um die

Einthei-

Eintheilungen des Randes zu prüfen, kaum den 10ten Theil von Arbeit nöthig, die man sonst darauf zu verwenden hat, und man braucht also auch bey weitem keine so weitläuftige Correctionstafel für die Fehler des Randes, als bey dem gewöhnlichen Verfahren.

V. Diese Vortheile sind so entscheidend, daß ich nicht zweifle, man werde Gebrauch davon machen, und die bisher so beschwerliche Abtheilung des Randes in einzelne Grade für überflüßig halten. Freylich wird man sagen, läßt sich nunmehr kein Vernier anbringen, weil die Platte ln zu den Gradabtheilungen des Randes selbst verwandt wird. Allein diesen Verlust halte ich nicht für erheblich, weil die Micrometerschraube, zumahl wenn man nur immer einerley Gänge derselben braucht, alle nöthige Genauigkeit gewährt, auch man dabey sich auf kein Augenmaaß, wie beym Vernier, zu verlassen hat (§. 73. IX). Ausserdem läßt sich der erwähnte Vortheil auch bey der 96 Theilung des Randes anbringen, da denn eine Abtheilung wieder der andern zur Prüfung dienen kan, (§. 103. 2) und das Mittel aus den Resultaten beyder Abtheilungen einen Winkel in hinlänglicher Schärfe giebt. Vernierabtheilungen haben das Unbequeme, daß die Fehler derselben, sich mit denen des Randes vereinigen, und die entdeckten Fehler nicht so leicht zu corrigiren sind.

VI. Daß sich bey grossen Werkzeugen, z. E. Quadranten, wo der Rand unmittelbar in ganze Grade getheilt ist, für die Unterabtheilungen, z. E. von 5 zu 5 Minuten, ähnliche Vortheile anbringen lassen, bedarf kaum einer Erinneruug.

VII. Auch erhellet, daß z. E. der Raum von 10 Graden (in II) auf der Platte nl, auch wohl von halben zu halben Graden getheilt werden könnte. Man würde alsdann weniger Umdrehungen der Micrometerschraube nöthig haben, um z. E. den Werth von x in (III) zu finden. Allein bey einem Werkzeuge von etwa 10 Zoll im Halbmesser, wird es kaum nöthig seyn.

VIII. Statt der Platte ln kan auch ein Glaß, worauf die Unterabtheilungen durch zarte Striche bemerkt sind, dienen, uud sich mit der Alhidadenregel über die Abtheilungen des Randes schieben, welches, wenn die Theile auf dem Rande selbst, blos durch Tüpfelchen bezeichnet sind, eine sehr große Genauigkeit gewährt.

6. Hrn. Fischers Verfahren, statt der Micrometerschraube einen excentrischen Kreiß zu brauchen. (M. s. Hrn. Bodens astronom. Jahrbuch für das Jahr 1790. S. 248.)

I. AB (Fig. LXIV.* Tab. VI) sey das Alhidadenlinial, welches um A beweglich ist, und in C eine kreisrunde Scheibe, die um einen Punkt D ausserhalb des Mittelpunkts derselben, beweglich ist, und gegen welche das Alhidadenlinial AB durch eine Feder, die hier nicht mit gezeichnet ist, gedrückt wird.

II. Aus D sey auf einer unter der Scheibe liegenden Platte ein Halbkreis GHK beschrieben, und in Grade getheilt.

III. Die Scheibe aber sey bey L mit einem Zeiger LN und Nonius NP versehen, um jeden Winkel messen zu können, um den die Scheibe (I) gedrehet wird.

IV. Durch Umdrehung der Schelbe, wird wegen ihrer excentrischen Bewegung das Linial AB hier gegen die linke Hand fortgeschoben, bis die Scheibe so weit gedrehet worden, daß die Berührung des Linials AB in F geschieht. Hier erreicht das Linial die Gränze seiner Bewegung. Der ganze Winkel aber, den es auf diese Art um A beschreibt, wird nur klein seyn, wenn der Abstand AD ziemlich groß gegen CD ist. Da hingegen die Scheibe C während dieser Bewegung mehr als 180° zurücklegen muß.

V. Hieraus begreift man, daß es leicht sey, die Anordnung so zu machen, daß jeder Winkel, um welchen sich das Linial AB drehet, 100, 200, ja noch mehrere mahle kleiner sey, als jeder zugehörige Winkel der Scheibe — daß folglich, vermittelst dieses Mechanismus, (dessen weitere Anbringung dem Künstler überlassen sey) die kleinen Winkel, welche AB beschreibt, mit ausserordentlicher Schärfe gefunden werden können, wenn man sie aus den so viel mahl grössern Winkeln der Scheibe berechnet, wozu Hr. Fischer eine Formel giebt, nach welcher eine Tabelle verfertigt werden kan".

VI. Diese Idee Hrn. F. scheint von erheblicher Anwendung zu seyn, und verdient von Künstlern ausgeführt zu werden, welchen denn zugleich auch die bequemste Einrichtung, Gestalt und Größe der einzeln Theile dieser Vorrichtung überlassen ist.

7. Ein Verfahren, das Maaß eines Winkels, auf dem Rande eines Werkzeugs noch mehr vervielfältigt zu erhalten, als in (§. 103. 1 u. 4)

Man stelle sich vor, an der linken Hälfte der Alhidadenregel OO Fig. LVIII sey auch eine

eine Vernierplatte (oder eine Vorrichtung wie (Fig. LVIII. *) angebracht, dergestalt, daß die Alhidadenregel mit zweyen Vernierplatten (jede mit der Eintheilung sowohl für die 90 als 96 Theilung) versehen sey, deren eine ln rechter Hand, über den Abtheilungen des Randes, die andere aber linker Hand über denselben wegstreiche, so erhellet, daß wenn die Alhidadenregel um ihr Centrum gedrehet wird, der Index des Vernier zur linken, eben den Bogen auf dem Rande beschreiben muß, den der Index des V. zur rechten beschreibt, und daß demnach durch diese zwey Vernierplatten das Maaß eines Winkels genauer, als durch eine allein erhalten werden kan, welches nicht allein zur Vervielfältigung der Angaben für einen und denselben Winkel, sondern auch zu gegenseitigen Prüfungen der Abtheilungen sowohl des Randes, als auch der zugehörigen Verniere, dienen kan. Die Micrometerschraube MK kan übrigens auch für die Vorrichtung zur linken Hand nach (§ 101) gebraucht werden.

Das Fernrohr an dem Winkelmesser.

§. 104. Ist gewöhnlich ein astronomisches mit zwey erhaben geschliffenen Gläsern. (Kästn. Dioptr. 89.) Wenn die Brennweite des Objectivs 1 Reinl. Fuß lang ist, so muß die Brennweite des Oculars = 0, 61 Zoll seyn, wenn das Fernrohr guten Effect leisten soll.

Die Vergrößerung ist dann etwa 20 mahl. S. Hugenii Dioptr. propositio LVI, auch Smiths Lehrbegr. der Optik nach Kästnern S. 193; woselbst auch eine Tabelle für die Brennweiten der Objective und Oculare größerer Fernröhre befindlich ist. Gewöhnlich arbeiten aber die Optici nicht nach dieser Tabelle, sondern nehmen kürzere Oculare.

Sowohl das Objectiv als Ocular werden in zwo meßingene Röhren, XX, und Y fig. LXVI. gefaßt, deren eine man nach Gefallen in die andere hineinschieben kan. An das Ende der Röhre des Objectivs XX wird ein Ring fig. LXVII angeschroben, der ein eben geschliffenes Glas umfasset, auf welchem zwo zarte auf einander senkrecht stehende Linien eingerissen sind, die sich im Mittelpunkte des Glaßes, und also in der Axe des Fernrohrs durchkreuzen. Die Röhre des Oculars, Y, wird alsdann an die Röhre des Objectivs XX so weit vorgeschoben, bis man durchs Ocular die eingerissenen Linien cd, ef, auf dem Planglaße, sehr deutlich siehet. Wenn nun das Fernrohr auf die Alhidadenregel befestigt worden, §. 99. 18. so muß der Strich cd in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liegen. Denn cd ist hier eben das, was der Faden Bb in der Objectivdiopter Fig. XLVIII vorstellte. Er bestimmt nämlich die dioptrische Ebene, in der die Gegenstände, die man durchs Fernrohr betrachtet, erscheinen müssen.

Wie

Wie man diesen Strich in die gehörige Lage bringt, soll unten gezeigt werden.

Uebrigens können cd, ef, auch ein paar feine Silberfäden seyn, welche sich kreuzweis in dem Mittelpunkt des Ringes durchschneiden, und durch eine leicht zu erdenkende Vorrichtung, etwa durch Schräubchen, sich gehörig anspannen lassen. Ich ziehe dergleichen Silberfäden den aufs Glas gerissenen Linien vor, weil sie schärfer begränzt erscheinen, und, wenn man an der Schärfe derselben hinausvisiret, eine sehr große Genauigkeit verstatten.

Mayers Recipiangle.

§. 105. Mein Vater, Tob. Mayer, hat in den *Commentar. Soc. R. Goett.* T. II. p. 336, einen Winkelmesser angegeben, der wegen seiner Bequemlichkeit, beym Feldmessen gute Dienste leistet.

Dieses Werkzeug bestehet T. IV. Fig. L. blos aus zweyen gleich langen meßingenen Regeln AB, CD, von denen AB um einen durch die Mitte gehenden stählernen konischen Zapfen P, über der CD beweglich ist, wie aus dem Profile Fig. LI deutlicher erhellet, wo P der stählerne Zapfen, ab ein Stück von dem Durchschnitte der Regel AB, cd ein Stück

von

von dem Durchschnitte der Regel CD, und ef der Durchschnitt einer runden Platte ist, an der sich der hohle Cylinder R befindet, der, wie gewöhnlich, auf den Zapfen einer Nuß gesetzet wird. Wie diese einzeln Theile des Werkzeugs durch die Schrauben r, r, t, t, mit einander verbunden sind, ist ebenfalls aus dem Profile klar.

Auf die obere Regel AB wird, wie die Figur ausweiset, ein Fernrohr, parallel mit ihr, angebracht.

Das Linial AB endiget sich in zwo dünne Plättchen, in die sehr feine Punkte i, k, eingestochen sind; eben so sind auch auf der untern Regel CD, bey l, und m, ein paar sehr zarte Punkte eingestochen. Diese Punkte, i, k, l, m haben durchgehends gleichen Abstand vom Mittelpunkte g, oder es ist gi = gk = gl = gm. Auch müssen k, und i, l, und m, genau in ein paar geraden Linien ik, lm liegen, die sich im Mittelpunkte g durchschneiden. Das Fernrohr ist eben so beschaffen, wie dasjenige, welches §. 99. 18. beschrieben worden ist, und kan innerhalb der Hülsen H, H, um eine Axe gewendet, und vermittelst der Schrauben w, w, nach Gefallen festgestellt werden.

Es erhellet, daß hier die obere Regel AB, die Alhidadenregel ist.

Wenn

Wenn nun z. E. beyde Liniale einen gewissen Winkel igl mit einander machen, so wird solcher vermittelst seiner Chorde il bestimmt. Hierzu ist aber ein geradelinigter Transporteur nöthig, dessen Einrichtung auf folgenden Gründen beruhet.

Der geradlinigte Transporteur.

§. 106. 1. Es sey (fig. LII.) lni ein gewisser Kreisbogen, mit einem willkührlichen Halbmesser gi = gl beschrieben, und li dessen Chorde. Man fälle aus dem Mittelpunkte g auf die Chorde li ein Perpendickel gw herab, so wird dadurch sowohl der Winkel igl als auch dessen Chorde il halbiret.

2. Also igw $= \frac{1}{2}$ igl; iw $= \frac{1}{2}$ il.

3. Man nenne den Halbmesser gi = R, und den Winkel igl $= \alpha$, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke igw.

$$gi : iw = \sin \text{tot} : \sin igw \text{ oder}$$
$$R : iw = 10000000 : \sin \tfrac{1}{2} \alpha$$

Mithin $iw = \dfrac{R \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000}$

4. Und die ganze Chorde $il = \dfrac{2 . R \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000}$

5. So

5. So ist also für jeden angenommenen Winkel igl, und den gegebenen Halbmesser gi, die Chorde dieses Winkels gefunden.

6. Man setze, der Halbmesser R oder gi sey in 1000 gleiche Theile getheilet, also R = 1000 so würde

$$il = \frac{2 . 1000 . \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000} = 2 . \frac{\sin \frac{1}{2} \alpha}{10000}$$

7. Das heißt, man nehme den Sinus der Hälfte desjenigen Winkels α, dessen Chorde man suchen will, aus den Sinustafeln, dividire ihn mit 10000 oder schneide 4 Decimalstellen von der rechten Hand gegen die linke ab, und multiplicire mit 2, so hat man die Chorde des vorgegebenen Winkels für den Halbmesser = 1000.

Ex. Man sucht die Chorde von 20°. Hier ist also $\alpha = 20°$; $\frac{1}{2}\alpha = 10°$. Nun ist $\sin \frac{1}{2} \alpha = 1736482$. Mithin $\frac{\sin \frac{1}{2} \alpha}{10000} =$ 173, 6482, also mit 2 multipliciret

$\frac{2 \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000} = 347, 2964$ = der Chorde von 20°.

9. Das will sagen, die Chorde von 20° hält 347 ganzer solcher Theile, dergleichen der Halb-

Halbmesser 1000 hält, und noch etwas darüber, welches aber keinen ganzen solchen Theil beträgt. Man nimmt daher blos die 347 Theile des Halbmessers, so hat man die Chorde von 20° ohne beträchtlichen Fehler.

10. So kan man also für den Halbmesser 1000 eines jeden angenommenen Winkels Chorde berechnen.

Von 5 zu 5 Graden wären die Chorden diese.

Grade	Chordē	Grade	Chorden	Grade	Chorden
5°	87	35°	601	65°	1074
10	174	40	684	70	1147
15	261	45	765	75	1217
20	347	50	845	80	1285
25	342	55	923	85	1351
30	516	60	1000	90	1414

So könnte man leicht für jede einzeln Grade die Chorden finden.

11. Weil die Chorde von 60° dem Halbmesser gleich ist, so ist hier Chord. 60° = 1000.

12. Diese berechneten Chorden (10) pflegt man nun auf Linien zu tragen, und die mittlern nach Art des verjüngten Maaßstabes (§. 65) zu bestimmen.

Man ziehe fig. LIII. eine gerade Linie AC, und durch A auf AC eine perpendiculäre AB, auf die man eine gewisse Anzahl gleicher Theile,

z. E. hier in der Figur, 5 gleiche Theile absetze; durch B ziehe man mit AC eine parallele, und trage nun von einem tausendtheiligten Maaßstabe, von A nach 5° die Chorde von 5°, also 87 Theile des Maaßstabes. (10) Von B nach 10° setze man die Chorde von 10°, also 174 Theile des Maaßstabes, von A nach 15° die Chorde von 15°, also 261 Theile u. s. w. bis endlich von B nach 90° die Chorde von 90°, also 1414 Theile des Maaßstabes abgesetzt sind. Durch die Theilpunkte auf AB, ziehe man mit AC lauter Parallelen, und hierauf die schiefen Linien von B nach 5°, von 5° nach 10° u. s. w. So heißt der Maaßstab BC eine Chordenscale, oder ein geradlinigter Transporteur, weil man auf ihm die Chorden aller Winkel von 0 bis 90° abfassen kan.

Denn weil in dem Dreyecke BA5°, die Seite AB in 5 gleiche Theile getheilet ist, so sind in diesem Dreyecke, die mit A5° parallelen Querstückgen a1, b2, c3, d4, A5°, nach der Ordnung die Chorden von 1°, 2°, 3°, 4°, 5°. In dem Trapezio A5° B10° sind die Querstückgen A5°, d6, c7 u. s. w., von A5° nach B10° heraufgerechnet, nach der Ordnung die Chorden von 5°, 6°, 7°, u. s. w.

In

In dem Trapezio B10° A15° hat man von B10° nach A15° herunter gerechnet, die Chorden von 10°, 11°, 12°, 13°, 14°, 15°.

Also würde ferner z. E. das Querstück von dem Theilpunkte b bis nach f, die Chorde von 42° seyn; und so hätte man alle Chorden der einzeln Grade von 0 bis 90°.

Dieses Verfahren, die mittlern Chorden durch Zeichnung zu bestimmen, hat offenbar mit der Verfertigung des verjüngten Maaßstabes Aehnlichkeit, setzt aber voraus, daß die Chorden von 5 zu 5 Graden gleichförmig wachsen. Diese Voraussetzung gilt aber nur für kleine Winkel ohne merklichen Fehler, und wird desto unrichtiger, je größer die Winkel sind. So erhellet z. E. aus obiger Chordentafel, daß die Chorde von 10° zwey mahl so groß sey, als die Chorde von 5°, die von 15° dreymahl so groß, daß also von 5° bis 15° die Chorden ziemlich gleichförmig wachsen, oder daß wenigstens die Ungleichförmigkeit nicht sichtbar ist, wenn man den Halbmesser nur in 1000 Theile theilt.

Man nehme aber z. E. die Unterschiede der Chorden von 65° und 70°, von 65° und 75°; Ersterer ist = 1147 — 1074 = 73, Letzterer 1217 — 1074 = 143.

Aus diesen Unterschieden erhellet offenbar, daß die Chorden von 65° bis 70°, und von 70° bis 75° ungleichförmig wachsen, weil sonst der Unterschied der Chorden von 65° und 70°, nur die Hälfte seyn müßte von dem Unterschiede der Chorden von 65° und 75°; Es ist aber keineswegs $73 = \frac{1}{2} . 143$.

Da demnach bey großen Winkeln das Wachsthum der Chorden von 5 zu 5 Graden nicht mehr gleichförmig geschiehet, so werden auch die mittlern Chorden, wenn man sie nach der gewöhnlichen Art des verjüngten Maaßstabes bestimmt, so daß man auf AB lauter gleiche Theile absetzt, nicht mit völliger Genauigkeit gefunden.

Man ziehe durch α, wo sich die Sehne von 45° endiget, die Linie $\alpha\beta$ mit BA parallel, so ist $\beta 45° = A 45° - B 40°$ = dem Unterschiede der Sehnen von 40°, 45°; die mit $\beta 45°$ parallelen Querstückgen in dem Dreyecke $\alpha\beta\, 45°$ können aber nicht genau den Unterschieden der Chorden von 40° u. 41°; von 40°, 42°, u. s. w. gleich seyn, weil die erwähnten Querstückgen oder Unterschiede wegen der gleichen Theile auf BA oder $\alpha\beta$, gleichförmig wachsen, die Unterschiede der Chorden von 40° bis 45°, als so großer Bogen, aber sich nicht mehr ohne merklichen Fehler, wie die Unterschiede der Bogen verhalten. So

würde

würde also z. E. das zweyte Querstückgen lf, nicht genau dem Unterschiede der Sehnen von 40° und 42°, folglich auch die Linie von b nach f nicht genau die Sehne von 42° Grad seyn.

Man hat also auf dem geradlinigten Transporteur hier nur diejenigen Chorden genau, welche man unmittelbar aufgetragen hat; welche aber durch Zeichnung gefunden werden, z. E. die von 42°, sind insgesammt desto unrichtiger, zu je größern Winkeln oder Bogen sie gehören.

13) Man wird also lieber die Chorden durch alle einzelnen Grade berechnen und unmittelbar auftragen, als sie aus denen von 5 zu 5 Gr. durch Zeichnung bestimmen. Begreiflich lassen sich alsdann auch diejenigen Sehnen, welche zwischen die einzelnen Grade fallen, mit größerer Zuverläßigkeit durch Zeichnung finden, weil die Chorden von einzeln zu einzeln Graden gleichförmiger wachsen, als von 5 zu 5 Graden.

Z. E. Hätte man von A nach δ die Chorde von 41°, von B nach α aber die Chorde von 40° getragen, und hätte der Höhe BA, 5 gleiche Theile gegeben, so würden in dem Dreyecke $\alpha\beta\delta$, die parallelen Querstückgen, von α nach $\beta\delta$ herunter gerechnet, ohne merklichen Irrthum die Unterschiede der Chorden von 40° und 40° 12′, von 40° und 40°

24′ u. s. w. darstellen. Z. E. lf würde der Unterschied der Chorden von 40° und 40° 24′, folglich die Weite bf die Chorde von 40° 24′ seyn. Und so hätte man bey einer solchen Einrichtung, ohne merklichen Fehler, alle Chorden von 12 zu 12 Minuten.

14. Hätte man der Höhe BA z. E. 20 gleiche Theile gegeben, so erhielte man alsdann auf dem Transporteur, alle Chorden von 3 zu 3 Minuten. So findet sich in Leupolds Theatr. Geom. auf der XXV. Kupfertafel ein geradlinigter Transporteur für die Chorden von 5 zu 5 Minuten.

15. Gewöhnlich werden solchergestalt die geradlinigten Transporteure auf Meßing oder Elfenbein verzeichnet.

Gebrauch des geradlinigten Transporteurs.

16. Gesetzt, fig. LII. wolle man die Größe des Winkels QgP bestimmen.

Weil nun auf dem geradlinigten Transporteur die Chorde von 60° der Halbmesser des Kreises ist, zu dem diese Chorden gehören, so fasse man die Weite B60° fig. LIII. mit dem Handzirkel, setze die eine Zirkelspitze in den Scheitel des Winkels QgP fig. LII. ein, und beschreibe mit der andern den Kreisbogen inl,

fasse

fasse hierauf die Chorde il, und trage sie auf den Transporteur (Fig. LIII) indem man die eine Zirkelspitze in einen Theilpunkt auf BA einsetzet, und untersuchet, auf welchen Theilpunkt einer schiefen Linie, (wie z. E. $\alpha\delta$) die andere hinfällt, so weiß man den Winkel igl, zu dem die Weite il als Chorde gehört. Gesetzt, die Chorde il auf den geradl. Transporteur getragen, reiche von b nach f, so würde der Winkel igl = 42° seyn.

Der geradlinigte Transporteur für das Werkzeug §. 105. u. fig. L.

§. 107. Ist so eingerichtet, daß der Halbmesser des Werkzeugs, fig. L. d. h. die Weite gl = gk = gi = gm, genau in 1000 gleiche Theile getheilt, auf dem geradlinigten Transporteur die Chorde von 60° abgiebt. Für diesen Halbmesser gl sind auf einer metallenen Platte die Chorden von einzeln zu einzeln Graden aufgetragen, und nach dem bisher gewiesenen Verfahren, die mittlern von 10 zu 10 Minuten, durch Zeichnung gefunden. Man kan aber auch sehr leicht noch die Chorden von 3 zu 3 Min. nach dem Augenmaaße bestimmen, wenn man nemlich der Höhe BA des Transporteurs, die eigentlich in 6 Theile getheilt ist, in Gedanken 12 Theile giebt.

Wenn nun die beyden Liniale AB, CD, Fig. L. einen gewissen Winkel igl mit einander machen, so wird die zwischen den feinen Punkten l, i, enthaltene Chorde li, auf den geradlinigten Transporteur getragen, die Größe des Winkels lgi ohngefähr von 3 zu 3 Min. bestimmen, wenn man das Augenmaaß zu Hülfe nimmt.

Mein Vater bedienet sich aber einer besondern Art, Winkel mit diesem Werkzeuge zu messen, wodurch sich der Winkel wie igl noch weit genauer, als unmittelbar von der Chordenscale erhalten läßt. Ich werde dieß Verfahren unten beybringen, und verweise meine Leser unterdessen auf den II. Tom. d. Goett. Comm. p. 336, worinn dasselbe weitläuftig aus einander gesetzt ist.

Da man die beyden Regeln AB, CD zusammenlegen kan, so ist dieses Werkzeug sehr bequem, es in der Tasche bey sich zu tragen, zu gleicher Zeit ist man auch der Abtheilung eines Randes in 360 Grade überhoben, in Vergleichung deren, die Verfertigung des geradelinigten Transporteurs viel weniger Mühe kostet. Die Methode, Winkel durch Hülfe ihrer Sehnen zu messen, ist auch bey Hrn. Branders Spiegelsextanten (Augsburg 1774) und anderen Werkzeugen angewandt. Desselben Beschreibung eines geometritrischen Instruments, in Gestalt eines Proportionalzirkels, 1780.

Der Meßtisch.

§. 108. 1. Dieses Werkzeug ist eines der wichtigsten in der practischen Geometrie, weil man vermittelst desselben eine Figur auf dem Felde sogleich mit allen ihren einzeln Bestimmungen, zu Papiere bringen kan, und die Kosten sehr erträglich sind, womit sich dasselbe anschaffen läßt.

Die meisten Meßtischgen, deren man sich aber bisher bedient hat, sind vielen Unvollkommenheiten unterworfen, z. E. daß sie nicht fest genug stehen, keine Vorrichtungen haben, wodurch man ihnen ausser den groben Bewegungen auch die nöthigen sanften verschaffen kan u. d. gl. mehr.

Nach meiner Idee habe ich mir ein Meßtischgen auf folgende Art verfertigen lassen.

Fig. LIV. Tab. IV. stellet das Meßtischgen im perspectivischen Aufrisse dar. A ist ein gewöhnliches Reisbrett zum Aufspannen des Papiers. Es wird von guten ausgetrockneten Lindenholze verfertigt. Damit es sich in der Sonnenhitze nicht werfe, oder Risse bekomme, wird es nicht aus einem einzigen Brette, sondern aus mehreren Stücken zusammengesezt, welche so verbunden und zusammengeleimt werden, daß sich die Jahre oder Holzfasern, beständig durchkreuzen. Das Papier wird an den 4 schmalen Seitenflächen oder Kanten des Tisches mit Tischlerleim befestigt, und wie bekannt, naß aufgezogen, damit es sich beym Troknen recht straff anspanne.

2. Das Stativ des Meßtischgens bestehet aus folgenden Theilen: Erstlich, aus dem hölzernen Cylinder H Fig. LIV und Fig. LV der sich in ein dreyeckigtes Prisma endiget, an dessen Seitenflächen die Füße des Stativs F, F, F, um meßingene Axen g, g, g, beweglich sind, und vermittelst der Schrauben r, r, r in einer unverrückten und festen Lage erhalten werden können. Zweitens, aus der hölzernen Vorrichtung M Fig. LIV, und Fig. LV, die mit drey Armen c, c, c und mit einer starken hölzernen Schraube w versehen ist, die auf den Cylinder H aufgeschroben wird. Durch diese Arme gehen drey hölzerne, oder, welches noch besser ist, messingene Schrauben, y, y, y, die man bis unter das Tischblatt A schrauben kan. Sie dienen sowohl dem Tischgen zu einer Stütze, als auch dasselbe in eine genaue horizontale Stellung zu bringen.

3. Um nun dem Tischgen AA, die nöthigen Horizontalbewegungen zu verschaffen, so dienet

dienet eine Vorrichtung, davon Fig. LVI das Profil darstellet, auf folgende Art.

αα ist der Durchschnitt einer runden meßingenen Platte a, welche man in Fig. LVII siehet, wo das Meßtischgen in umgekehrter Lage vorgestellet ist: diese Platte a umgiebt der kupferne Ring ddd, davon δ, δ Fig. LVI. der Durchschnitt ist: dieser Ring wird durch 3 hinlänglich starke Schräubgen i, i, an die untere Fläche des Tisches AA befestigt. Der innere Umfang dieses Ringes muß genau abgedrehet, und mit dem Umfang der Platte a zusammengeschmirgelt werden, damit sich der Ring ddd mit dem daran befindlichen Tischblatte AA, sanft um die Platte a herumwenden lasse.

4. Die Platte αα bestehet mit dem Cylinder n aus einem Stücke; dieser Cylinder n ist innerhalb der Höhlung eines andern meßingenen Cylinders beweglich, an welchem eine Nuß m befindlich ist, die sich in einer ihr zugehörigen, sie scharf umfassenden Hülse, herumwenden läßt. Diese Hülse befindet sich an einer runden Platte hh, die durch Schräubgen auf die Vorrichtung M Fig. LIV befestigt wird.

Die Schraube x, welche durch den äussern Cylinder gehet, dienet, den innern Cylinder n in einer unverrückten Lage zu erhalten.

5. An der runden Platte a Fig. LVII ist ein Aermlein V angelöthet; dieses trägt einen

Ansatz e, und eben so hat auch das Tischgen AA einen dergleichen bey o. Durch diese beyden Ansätze e, o, gehet eine Stellschraube ze. Sie dienet, der ganzen Fläche des Meßtischgens eine sanfte horizontale Wendung zu geben, wie sogleich erhellen wird.

6. Wenn nun solchergestalt das Tischgen auf der bisher beschriebenen Vorrichtung (Fig. LVI) ruhet, und man will Fig. LIV demselben eine horizontale Lage geben, so verrücke man erstlich die Beine des Stativs so lange, bis ohngefähr nach dem Augenmaaße das Tischblatt AA eine horizontale Lage hat. Um aber die völlig genaue horizontale Stellung zu erhalten, so drehe man die Schrauben y, y, y, etwas herunterwärts, damit sie nicht hinderlich sind, wenn man die Nuß an dem Meßtischgen, in ihrer Hülse herumwenden will.

Man wende alsdann die Nuß in ihrer Hülse so lange, bis eine auf das Tischblatt AA gestellte Wasserwaage (siehe unten §. 114) den wahren horizontalen Stand desselben angiebt. Hierauf schraube man die Schrauben y, y, y wieder sanft bis unter das Tischblatt, so wird sich dasselbe unverrückt in seiner horizontalen Lage erhalten lassen. Ja, wenn man nachher auf dem Tischgen handthieret, und sich dasselbe wieder etwas aus seiner Stellung verrücken solte, so kan man selbst durch diese

Schrau-

Schrauben, die gegen die untere Fläche des Tischgens drücken, den horizontalen Stand sogleich wieder herstellen.

7. Hat auf diese Art das Meßtischgen eine horizontale Stellung, so wird es sich horizontal herumwenden lassen, wenn man die Schraube x Fig. LVI löset. Alsdann nämlich wird der an der Platte $\alpha\alpha$ befindliche Cylinder n in der Höhlung des ihn umgebenden äussern Cylinders beweglich seyn, und dem Tischgen A eine horizontale Wendung, als um eine Axe, verstatten.

Ausser dieser groben Horizontalwendung erhält man aber eine sanfte, wenn man die Schraube x wieder anziehet, und hierauf die Stellschraube zc Fig. LVII herumwendet: Alsdann nämlich treibt diese das Meßtischgen AA, mit dem daran befindlichen Ringe ddd, sanft um die Platte a oder $\alpha\alpha$ (Fig. LVI) und verstattet, daß man das Meßtischgen ganz unmerklich horizontal herumwenden kan.

8. Dieses ist im ganzen die Zusammensetzung eines zu Horizontalvermessungen brauchbaren Meßtisches; und ich bin überzeugt, daß er alle nöthigen Bedingungen erfüllt, wenn die einzeln Theile desselben, von dem Mechanico fleißig und gut gearbeitet sind. Die drey Schrauben y, y, y, nebst der Nuß, worauf das Meßtischgen ruhet, geben ihm einen sehr festen

festen Stand, den es nicht haben würde, wenn man die Schrauben y, y, y, weglassen, und bloß, wie gewöhnlich, das Tischblatt auf einer Nuß ruhen lassen wolte, die man oft, um Kosten zu ersparen, nicht einmal von der nöthigen Größe und Stärke verfertigen läßt.

9. Die Abmessungen der bisher beschriebenen einzeln Theile mögten etwa folgende seyn.

Das Tischblatt AA	lang und breit		$1\frac{1}{2}$ Fuß
		=	18 Zoll
	dick	=	1 Zoll
Der Arme c, c, c	Länge	=	5 Zoll
	Dicke	=	$1\frac{1}{4}$ Zoll
Des Cylinders H Durchmesser		= etwa	$3\frac{1}{2}$ Zoll
Der Platte a Durchmesser		=	$2\frac{3}{4}$ Zoll
Des Ringes ddd Durchmesser		=	$3\frac{1}{4}$ Zoll
Des innern Cylinders n	Länge	=	2 Zoll
Die ganze Höhe von αα, bis ans Ende der Nuß		=	$3\frac{1}{2}$ Zoll
Des an der Platte a befindlichen Aermleins V	Länge	=	3 Zoll
Der Stellschraube ze	Länge	=	$2\frac{3}{4}$ Zoll
	Dicke	=	$2\frac{1}{4}$ Lin.

Die Schrauben y, y, y, wenn sie von Holz sind, müssen etwa $\frac{3}{4}$ Zoll im Durchmesser haben. Die Abmessungen der übrigen kleinern Theile sind meistens willkührlich, und es hängt von dem Mechanico ab, ihnen eine schickliche Größe und Stärke zu geben.

Wenn

Wenn man es bequemer findet, kan man auch an die Platte αα einen hohlen Cylinder setzen, und solchen um einen an der Nuß m befindlichen Zapfen drehen lassen. Statt der hölzernen Schraube w (Fig. LV) kan man noch besser einen viereckigten Zapfen nehmen, der in ein zugehöriges Loch im Cylinder H passet, und sich seitwärts, vermittelst einer durch H gehenden Schraube, feststellen läßt. Ueberhaupt sieht man, daß einzelne Theile Abänderungen leiden können, die im Ganzen nicht wesentlich sind.

Noch einige andere Einrichtungen brauchbarer Meßtische.

Hrn. Marinoni Meßtisch.

§. 109. Die Beschreibung davon giebt er in seinem Werke de re ichnographica, Viennae 1752. pag. 13, und verspricht sich sehr viele Vortheile von demselben.

Das ihm Eigene bestehet darinnen, daß sich das Tischblatt in Nuthen hin und her schieben läßt, wodurch jeder Punkt auf dem Meßtischgen vertical über einen vorgegebenen Punkt auf dem Boden gebracht werden kan.

Im Grunde scheint mir aber die dazu gehörige Vorrichtung etwas zusammengesetzt, und über-

überhaupt das Meßtischgen zu schwer und unbequem.

Durch gehörige Verrückung der Beine des Stativs läßt sich die Absicht des Hrn. Marinoni immer mit hinlänglicher Genauigkeit, und vielleicht mit eben so geringen Zeitaufwand erreichen.

Hrn. Branders Meßtisch.

Die Beschreibung davon findet sich in einer kleinen zu Augspurg 1772 herausgekommenen Schrift des Hrn. Br. (Der neue geometrische Universalmeßtisch) Er nennet sein Werkzeug einen Universalmeßtisch, weil er zugleich einen eingetheilten Winkelmesser dabey anbringt; auch dienet sein Werkzeug zu Höhenmessungen, und zu dieser Absicht ist an der schmalen Seitenfläche des Meßtischgens noch ein eingetheilter verticaler Halbkreis befestigt. Es hat übrigens Hrn. B. Meßtisch auch alle Vorrichtungen, sowohl zu den groben als sanften Bewegungen. Statt der gewöhnlichen Diopterliniale bedienet er sich der Fernröhre, die mit sehr guten Glasmicrometern versehen sind.

So brauchbar indessen Hrn. Br. Universalmeßtisch seyn mag, so möchte dennoch der etwas hohe Preiß desselben manchen abhalten, sich

sich selbigen anzuschaffen, besonders diejenigen, die die Meßkunst nur zum Vergnügen ausüben.

Hr. Br. hat nachher 1774 noch einen Beytrag zu oberwähnter Schrift herausgegeben, und darinn die Beschreibung eines Spiegelsextanten, wie auch einer neuen Abänderung seines Meßtisches bekannt gemacht.

Hrn. Hogrevens Meßtisch.

Hr. Hogreve, Ingen. Kap. Lieut. in hannöverischen Diensten, hat 1773 eine Anleitung zur topographischen Vermessung eines ganzen Landes bekannt gemacht, und in diesem Buche ebenfalls eine neue Einrichtung des Meßtisches beschrieben.

Da der Verf. gute theoretische Kenntnisse besitzt, und mit seinem Meßtischgen selbst Vermessungen angestellet hat, so ist nicht zu zweifeln, daß sein Werkzeug zur topographischen Aufnahme eines Landes, alle nöthige Vollkommenheit habe.

Der verbesserte Meßtisch für Freunde der practischen Geometrie, Frankf. u. Leipz. 1789.

Der ungenannte Verfasser beschreibt in dieser Schrift einen Meßtisch, der in Ansehung der

der Verschiebung des Tischblattes, Aehnlichkeit mit dem Marinonischen Meßtische hat. Er ist übrigens mit einer Schraube ohne Ende versehen, welche in die Vertiefungen einer runden Platte eingreift, wodurch dem Werkzeuge eine sanfte Horizontalbewegung ertheilt werden kan. Andere Einrichtungeu scheinen mir aber etwas zu erkünstelt. Indessen mag dieser Meßtisch immer seine Stelle unter den guten vertreten.

Es ist in dieser Schrift auch ein brauchbares Werkzeug zur genauen Eintheilung der Maaßstäbe beschrieben, auch enthält sie verschiedene Verbesserungen des Diopterlinials, um dasselbe vorzüglich auch bey sehr erhabenen oder tiefliegenden Gegenständen brauchen zu können.

Einige Bemerkungen über den Gebrauch und die Zurichtung des Meßtisches.

§. 110. 1. Der Meßtisch dienet eigentlich nur zu Horizontalvermessungen. Einige pflegen ihn aber, indem sie das Tischblatt in der Nuß wenden, und dadurch vertical stellen, auch zu Höhenmessungen zu gebrauchen. Allein, ich muß gestehen, daß das Meßtischgen zu dieser Absicht immer sehr viele Unbequemlichkeiten hat, und keine so sichere Höhenmessung verstattet, als das Astrolabium, dessen Bau besonders hierzu mit eingerichtet wird.

2. Das

2. Das Reisbrett zum Meßtische, soll nicht ein solches seyn, auf dem man das Papier beym Aufziehen, vermittelst eines Rahmens anspannt, weil es sich dadurch nicht so stark anziehen läßt, als auf einem Reisbrette ohne Rahmen, an dessen schmalen Kante es bloß mit Mund- oder Tischlerleim befestigt wird.

3. Einige Schriftsteller, z. E. Penther in seiner practischen Geometrie P. II. §. 424 befestigen unterweilen das Papier auf das Meßtischgen blos vermittelst 4 meßingener Schraubstöckchen oder Zwingen. Ich weiß aber nicht, ob diese Vorrichtung das Papier wohl so genau anspannen mögte, als nothwendig ist.

Die dioptrische Regel für den Meßtisch.

§. 111. 1. Gewöhnlich bedienet man sich der Diopterliniale, um auf dem Meßtischgen nach Gegenständen hinzuvisiren. Ich habe das Wesentliche dieser Liniale schon im vorhergehenden §. 93. 94. 95 erkläret.

Fig. LXVIII. Tab. VI stellet eine solche dioptrische Regel für den Meßtisch kürzlich dar. P ist ein Linial von Messing oder Birnbaumholz, an dessen beyden Enden die Ocular- und Objectivdioptern e, d, befestiget sind. Der Schlitz in der Oculardiopter e, nebst dem ausgespannten Silberfaden in der Objectivdiopter d, müssen genau auf der Ebene des Linials de senkrecht stehen. Das Linial de muß so lang seyn, als das Meßtischgen, damit man längst der Schärfe ik des Linials über die ganze Fläche des Meßtischgens gerade Linien ziehen könne.

Bey diesem Diopterliniale liegt die Schärfe ik mit dem Schlitze der Oculardiopt. und dem Faden der Objectivdiopter in einer und derselben Ebene. Sind daher die Diopteren nach einem gewissen Gegenstande hingerichtet, so liegt eine längst ik gezogene gerade Linie auch mit diesem Gegenstande in einer und derselben Ebene.

2. Einige lassen ihre Diopterliniale so verfertigen, wie Fig. LXIX ausweiset, nemlich, daß die durch den Schlitz mp, und den Faden ln, eingebildete dioptrische Ebene durch die Mitte des Linials gehet, und mit der Schärfe ik desselben parallel ist.

3. Wenn bey dieser letztern Einrichtung die Diopteren nach einem gewissen Objecte hingerichtet sind, so daß das Object in der dioptrischen Ebene lnmp erscheinet, und man ziehet alsdann längst ki auf dem Meßtischgen eine gerade Linie, so wird diese zwar mit der nach dem Objecte zulaufenden Linie pn, oder mit der Visirlinie parallel seyn, aber ki wird nicht nach dem Objecte hinzielen, sondern

dern an demselben etwas vorbeystreichen, welches kleine Fehler verursachen kan, die sich ohngefähr aus Fig. LXX werden beurtheilen lassen.

3. Gesetzt t Fig. LXX sey auf dem Meßtischgen ein gegebener Punkt. P und Q ein paar Objecte, und man wolle an dem Punkte t den Winkel PtQ beyder Objecte bestimmen; so würde man nach dem gewöhnlichen Verfahren, an den Punkt t das Diopterlinial kn anlegen, es so lange herumwenden, bis das Object P in der Visirlinie pn erschiene, und dann längst der Schärfe ki, auf dem Meßtischgen durch den Punkt t die gerade Linie ti ziehen.

Hierauf würde man die Regel um t herumdrehen, und die Diopter nach dem Gegenstande Q hinrichten; Wenn nun Q in der Visirlinie $\pi\nu$ erschiene, so würde man durch t längst des anliegenden Linials die gerade Linie $t\eta$ ziehen; den Winkel $it\eta$, den man solchergestalt auf dem Meßtischgen erhielte, würde man für den Winkel annehmen, den beyde Objecte P, Q, an dem Punkte t mit einander machten.

Allein man siehet leicht, daß der Winkel $it\eta$ mit dem wahren Winkel PtQ nicht einerley seyn kan.

4. Um dieses deutlich zu übersehen, überlege man folgendes.

Es ist $PtQ = Pti + itQ$
$it\eta = itQ + Qt\eta$
Daher $PtQ - it\eta = Pti - Qt\eta$

Es wird daher der erhaltene Winkel $it\eta$ auf dem Meßtischgen, nicht dem wahren Winkel PtQ gleich seyn, wenn nicht $Pti - Qt\eta = 0$ d. h. der kleine Winkel Pti gleich ist dem kleinen Winkel $Qt\eta$.

5. Nun ist aber, weil pn mit ti, und $\pi\nu$ mit $t\eta$ parallel sind,

$$Pti = tPp$$
$$Qt\eta = tQ\pi$$

Man fälle also auf die Visirlinien pn, $\pi\nu$, von t die Perpendiculärlinien tw, to herab, so ist $tw = to =$ der halben Breite des Diopterlinials. Wenn man diese $= c$, dann der Objecte P, Q Entfernungen von t, oder die Weiten $Pt = a$, $Qt = b$ setzt, so wird in den rechtwinklichten Triangeln Ptw, Qto, für den Sinus totus $= 1$

$$\sin tPw = \frac{tw}{Pt} = \frac{c}{a}$$

$$\sin tQo = \frac{to}{Qt} = \frac{c}{b}$$

Weil

Weil nun die Winkel tPw, tQo sehr klein sind, wenn die Weiten Pt, Qt, in Absicht der halben Breite der Regel sehr groß sind, so kan man ohne merklichen Fehler setzen

$$\sin tPw = tPw$$
$$\sin tQo = tQo \quad \text{(Trig. S. VII)}$$

Dieß giebt also die kleinen Winkel, (oder ihre Bögen)

$$tPw = Pti = \frac{c}{a}$$

$$tQo = Qt\eta = \frac{c}{b}$$

in Decimaltheilen des Sinus totus oder Halbmessers 1. Verlangt man sie in Secunden so muß man die Werthe $\frac{c}{a}$, $\frac{c}{b}$ noch mit der Zahl 206264″ multipliciren, dieses giebt demnach in Secunden

$$tPw = Pti = \frac{c}{a} . 206264''$$

$$tQo = Qt\eta = \frac{c}{b} . 206264$$

Mithin $Pti - Qt\eta = \frac{(b-a)}{ab} . c . 206264'' = PtQ - it\eta$ (4)

6. Exemp. Es sey

$$Qt = b = 100 \text{ Fuß} = 1000 \text{ Zoll}$$
$$Pt = a = 50 \text{ Fuß} = 500 \text{ Zoll}$$

die halbe Breite der Regel oder $c = \frac{1}{2}$ Zoll so wird

$$PtQ - it\eta = \frac{1000 - 500}{1000 \,.\, 500} \,.\, \tfrac{1}{2} \,.\, 206264'' =$$

$$\frac{1}{2000} \,.\, 206264'' = 103'' = 1'\ 43''.$$

Also wäre der falsche Winkel $it\eta$ auf dem Meßtischgen von dem wahren PtQ um 1′ 43″ also beynahe um 2′ unterschieden.

7. In diesem Beyspiele wäre nun freylich der Fehler, den man begienge, wenn man den Winkel $it\eta$ auf dem Meßtischgen für den wahren PtQ annähme, sehr unbeträchtlich, und auf dem Papiere, wo man die Linien ti, tη gewöhnlich mit dem Bleystift ziehet, fast ganz unmerklich.

Indessen wäre es doch besser, man begienge ihn gar nicht.

8. Er würde nur in dem Falle ganz verschwinden, wenn in der Formel für $PtQ - it\eta$ (5) $b = a$, also die Objecte P, Q, gleich weit von t entfernt wären.

Je

Je ungleicher aber der Objecte P, Q, Entfernungen von t sind, desto größer wird der Fehler, und er kan allerdings von einer solchen Beträchtlichkeit seyn, daß man ihn nicht in allen Fällen für Null gelten lassen darf.

Es sey das Object Q sehr weit von t, z. E. um 10000 Zoll entfernt, das andere Object aber sehr nahe bey t, z. E. nur um 100 Zoll von t entfernt; also b = 10000; a = 100, und wie vorhin $c = \frac{1}{2}$, so würde itzt der Fehler, oder der Unterschied

$$PtQ - it\eta = \frac{10000 - 100}{10000 \,.\, 100} \,.\, \tfrac{1}{2} \,.\, 206264''$$

$= 1021'' = 17'.\,1''$ also über $\frac{1}{4}$ Grad.

Einen solchen Fehler kan man nicht in allen Fällen für 0 gelten lassen.

9. Will man also dergleichen vermeiden, so muß man sich einer dioptrischen Regel von der erstern Gattung fig. LXVIII. bedienen, wo die Schärfe des Linials, ik, längst der man auf dem Meßtischgen die Linien ziehet, auch zugleich die wahre Visirlinie darstellt, oder sich in der dioptrischen Ebene (§. 93.) befindet.

10. Einige Schriftsteller, z. E. Herr Hogreeve (Landesvermessungen §. 16.) geben einige Bequemlichkeiten an, weswegen sie die

dioptrische Regel (Fig. LXIX.) der erstern, (Fig. LXVIII) vorziehen. Ich würde aber doch in jedem Falle mich lieber der dioptrischen Regel fig. LXVIII. bedienen, da ihr Gebrauch vollkommen richtig ist, die Gegenstände, nach denen man visiret, mögen, in Absicht des Punktes auf dem Meßtischgen, liegen, wie sie wollen.

11. Wenn sich Kurzsichtige der bisher beschriebenen Diopterliniale bedienen wollen, so müssen sie ein Augenglas vor die Oculardiopter halten, welches freylich etwas unbequem ist. Man kan indessen leicht eine Vorrichtung anbringen, daß man nicht nöthig hat, das Augenglaß mit der Hand zu halten.

Fernröhre, statt der Diopterliniale, beym Gebrauche des Meßtisches.

§. 112. Wer die Kosten anwenden will, kan, statt der Diopteren, ein Fernrohr nach Art einer Kippregel (§. 100) auf das Linial anbringen. Die Einrichtung muß aber so gemacht seyn, daß die Axe des Fernrohrs, oder die Visir-ebene, der Schärfe ik (Fig. LXVIII) entspreche, damit nicht die Fehler (§. 111. 3) zu befürchten sind. Ein solches Fernrohr wird allerdings mehr Genauigkeit im Visiren verstatten, als ein bloßes Diopterlinial, und auch für Kurzsichtige bequemer seyn.

Herr

Herr **Pirscher** (coup d'oeil militaire. Berl. 1773.) giebt am Ende seines Buches eine Beschreibung eines neuen Meßtisches, wo er ebenfalls räth, sich eines Fernrohrs statt der gewöhnlichen Dioptern zu bedienen, und ich muß ihm vollkommen in den Vorzügen beypflichten, welche er den Fernröhren ertheilet. Auch Hrn. **Branders Meßtisch** ist mit einem Fernrohre versehen.

Um die Kosten zu ersparen, brauchen die Röhren, in welche die Gläßer gefaßt werden, nicht einmal von Meßing zu seyn, sondern man kan sie blos von Holz verfertigen lassen. Und so würde ein solches Fernrohr nicht viel höher kommen, als ein Diopterlinial, welches ganz von Meßing wäre.

Die Kippregel zu prüfen, ob sie sich in einer auf das Linial senkrechten Ebene auf- und niederbewege, wird (§. 147) gewiesen.

Die Wasserwaage, wodurch man den horizontalen Stand des Meßtischgens erfähret.

§. 113. Da in der Feldmeßkunst die Winkel und Seiten einer Figur immer auf den Horizont reduciret werden müssen, so ist zu dieser Absicht nothwendig, daß man dem Meßtischgen eine horizontale Lage geben könne, damit

mit die Winkel, die man auf demselben erhält, Horizontalwinkel sind. Den horizontalen Stand einer Ebene erfähret man aber vermittelst einer darauf gesetzten Wasserwaage. Dieses Werkzeug bestehet fig. LXXI. aus einem cylindrischen Gefäße A, von etwa 3 Zoll im Durchmesser, mit einem Deckel bcd von geschliffenen Glase, den man nach Gefallen ab- und anschrauben kan. Dieses Gefäß wird alsdann mit Wasser oder Weingeist angefüllet, und mit dem Glasdeckel fest verschlossen; durch den Boden gehet ein Schräubgen g. Wenn man dieses herausschraubt, durch die entstandene Oefnung einige Tropfen Wasser aus dem angefüllten Gefäße heraus läßt, und alsdann die Oefnung wieder verschließet, so wird sich statt des herausgelassenen Wassers, oben unter dem Glasdeckel ein Bläsgen zeigen, durch dessen Hin- und Herspielen die Oberfläche des Wassers in dem Gefäße angezeigt wird.

Ist nun der Glasdeckel mit der Grundfläche des cylindrischen Gefäßes parallel, und man setzt das Gefäß auf eine ebene Fläche, so wird das Bläsgen i unter dem Mittelpunkte des Glasdeckels erscheinen, wenn die ebene Fläche, auf der das Gefäß stehet, horizontal, also mit der Wasserfläche in dem Gefäße parallel ist. Bey jeder andern gegen den Horizont geneigten Lage wird hingegen das Bläsgen nicht unter dem Mittelpunkte des Glasdeckels bleiben.

Wenn also dieses cylindrische Gefäß A auf die Fläche des Meßtischgens gesetzt wird, und das Bläsgen begiebt sich nicht unter den Mittelpunkt des Glasdeckels, so muß man das Meßtischgen so lange in der Nuß herumwenden, bis es den horizontalen Stand hat, welchen es in dem Augenblicke bekömmt, da das Bläsgen unter dem Mittelpunkte des Glasdeckels stehen bleibt.

Wenn man hierauf die Schrauben y, y, fig. LIV. Tab. IV sanft bis unter das Tischblatt schraubt, so wird man das Meßtischgen in seiner Horizontallage unverrückt erhalten können. Auch liesse sich selbst, vermittelst dieser Schrauben, eine kleine Verrückung aus der Horizontallage sogleich wieder herstellen. (§. 108. 6.)

Die nothwendigen Erforderniſſe einer guten Wasserwaage sind folgende: Erstlich, muß die Fläche des Glasdeckels mit der Grundfläche des cylindrischen Gefäßes vollkommen parallel seyn. Diese Bedingung ist nicht ganz leicht zu erhalten. Indessen mag eine geringe Abweichung bey dem gewöhnlichen Feldmessergebrauche immer verstattet seyn. Man s. unten (§. 141. VII). Zweytens, muß die Blase sehr empfindlich seyn, das heißt, die geringste Neigung des Gefäßes muß dem Bläsgen eine Bewegung mittheilen. Es ist nicht gleichgültig, was das Bläsgen für eine Größe habe; ist

es

es gar zu klein, so fehlt ihm die nöthige Empfindlichkeit, und man muß die vortheilhafteste Größe desselben durch Versuche bestimmen. Auch muß der Glasdeckel etwas weniges hohl geschliffen seyn, damit die natürliche Ungleichheit des Glases, der Bewegung und Empfindlichkeit des Bläsgens kein Hinderniß entgegensetze. Den Mittelpunkt des Glasdeckels bemerkt man mit einem Zeichen. Die Höhe des cylindrischen Gefäßes mag etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll betragen. Das Gefäß selbst wird von Meßing verfertigt. Man hat noch verschiedene andere Gattungen von Wasserwaagen. Die bisher beschriebene sollte aber am meisten gebraucht werden, da sie andern Einrichtungen, in Absicht ihrer Bequemlichkeit, vorzuziehen ist.

Der Erfinder des Meßtischgens.

§. 114. Ist Joh. Prätorius, ehemaliger Prof. der Mathematik zu Aldorff. Natürlicher Weise war das Meßtischgen anfangs sehr unvollkommen, wie man aus Schwenters pract. Geometrie, P. III. ersehen kan. Prätorius starb ums Jahr 1616.

Vortheile eines Meßtisches.

§. 115. Die Erfindung dieses Werkzeugs gehört ohne Zweifel mit zu den wichtigsten in der practischen Geometrie, weil es den so großen Vortheil verschafft, daß man eine Figur,

gur, die man in Grund legen will, sogleich unmittelbar aufs Papier bekömmt, und sich also dadurch ein weitläuftiges Diarium ersparet. Bey allen übrigen geometrischen Werkzeugen muß man beständig ein Diarium zur Hand haben, um die gemessenen Linien und Winkel anzumerken; wenn man nun darinn keine gute Ordnung hält, so entsteht nachher beym Auftragen zu Hause oft eine große Verwirrung, zumahl wenn man es einige Zeit anstehen läßt. Ja viele Umstände einer Vermessung würden dem Gedächtnisse entfallen, wenn man nicht den Vortheil hätte, sie sogleich auf das Meßtischgen zu bringen.

So groß aber der Nutzen dieses Werkzeugs ist, so muß man doch auch die Gränzen seines Gebrauchs zu beurtheilen wissen.

Wolte man eine Landschaft von 6 und mehreren Quadratmeilen, blos mit diesem Werkzeuge vermessen, und sie aus lauter einzeln Planen zusammensetzen, ohne ein Astrolabium zu Hülfe zu nehmen, um dadurch erst mehrere Hauptpunkte und Linien, oder das sogenannte Gerippe der Landschaft trigonometrisch zu entwerfen, so würde sicher nichts als Flickwerk zum Vorschein kommen.

Das Meßtischgen soll eigentlich nur zur Aufnahme des Details der Landschaft dienen, aber jene trigonometrische Operationen sind erforderforderlich, dies Detail zu einem richtigen Ganzen zu vereinigen. Wie dies geschehen könne, wird die Folge lehren. Indessen hat die Vernachläßigung dieser Methode schon sehr unglückliche Messungen hervorgebracht, wie ich in Beyspielen zeigen könnte, und woran auch überhaupt Niemand zweifeln wird, der sich einigermaaßen mit großen Feldmesserarbeiten beschäfftigt hat, und die mannichfaltigen Schwürigkeiten, ein richtiges Ganze zu erhalten, aus Erfahrungen kennet. Die Kenntnisse eines Feldmessers müssen dann freylich etwas weiter, als bis zum pythagorischen Lehrsatz gehen. Aber große Messungen solten auch keinen gemeinen Feldmessern anvertraut werden.

Die Zollmannische Scheibe.

§. 116. Dieß Werkzeug hat sehr viel Aehnlichkeit mit dem Meßtische, nur daß statt eines viereckigten Brettes eine runde, von gutem dauerhaften trockenen Holze verfertigte Scheibe angebracht, und wie der Meßtisch mit Papier überzogen wird.

Um das Centrum dieser Scheibe drehet sich eine Alhidadenregel mit Diopteren, oder noch besser, mit einem Fernrohre. Längs ihr kan man Linien ziehen, deren Richtung durch den Punkt gehen muß, um welchen sie sich dreht, so daß man beym Visiren nach Gegenständen auf

dem

dem Felde, die Winkel sämmtlich am Mittelpunkte der Scheibe erhalte, da man sie hingegen auf dem Meßtische, bald an diesem, bald an jenem Operationspunkte erhält.

Den Vortheil, den man durch eine solche Scheibe zu erhalten glaubt, setzt man darinn, daß man die Winkel auf dem Felde sogleich unmittelbar aufs Papier bekommt, ohne den Fehlern ausgesetzt zu seyn, die man beym Astrolabio in Zählung der Grade und Minuten u. s. w. begehen kan. Ferner, daß man das Papier von der Scheibe abnehmen, es auf ein anderes reines Blatt Papier aufkleben, und die auf dem aufgeklebten Papiere befindlichen Winkel, vermittelst eines Parallelinials, oder der rechtwinklichten Dreyecke (§. 62. 12.) abschieben, und auf das untere reine Blatt Papier, an einen andern Punkt bringen kan. S. Zollmanns Geodäsie (Halle 1744) das. im 3ten Kapitel §. 122. u. f. §. Endlich, weil man nicht nöthig hat, die runde Scheibe sehr groß zu nehmen, und dieses folglich bey dem Werkzeuge eine Bequemlichkeit, in Absicht des Forttragens von einer Stelle zur andern, verschafft. Da man nemlich die Wintel auf dem Felde, alle an dem Punkte erhält, um welchen sich die Alhidadenregel drehet, so braucht die Scheibe nur so groß zu seyn, daß man die Schenkel dieser Winkel auf dem Papiere längst

der

der Alhidade mit einem Bleystifte bezeichnen kan. Und dazu braucht der Diameter der Scheibe etwa nur $\frac{3}{4}$ Fuß lang zu seyn.

Worinnen sich nun, ausser der runden Gestalt, und daß das Diopterlinial sich um ein festes Centrum drehet, die Scheibe von dem Meßtischgen unterscheide, sehe ich nicht ein. Kan man nicht auf dem Meßtischgen, wenn man will, ebenfalls alle Winkel an einem Punkte bekommen, das Papier abnehmen, und die Winkel, vermittelst eines Parallellinials, auf ein anderes Blatt Papier abschieben? Ueberhaupt läßt sich mit dem Meßtischgen eben die Messungsart vornehmen, die bey der Scheibe gebräuchlich ist. Im Grunde vermisset man aber bey ihr den Vortheil, den man eigentlich von dem Meßtischgen hat, nemlich sich ein weitläuftiges Diarium zu ersparen, und eine ganze Figur gleich auf dem Papiere zu erhalten. Auf der Scheibe verlangt man hingegen blos die Winkel einer Figur: Und in so fern soll sie doch wohl blos als Astrolabium dienen, nur, daß man die Winkel auf dem Papiere bekömmt, das Astrolabium sie aber in Graden und Minuten angiebt.

Mit einem mäßig guten Astrolabio kan man einen Fehler von 5 bis 6 Minuten gar wohl vermeiden. Aber so genau, auf der Scheibe, wo man die Linien mit dem Bleystift ziehet, einen Winkel zu erhalten, und ihn nachher,

ver-

vermittelst eines Parallelliniais, an einen andern Punkt zu bringen, getraue ich mir nicht. Ich sehe daher nicht ein, wie Zollmann in seiner Geodäsie behaupten kan, die Scheibe sey dem Astrolabio vorzuziehen, zumahl da man sie doch wohl nur zu kleinen Messungen gebrauchen kan. Bey Operationen, die ins Große gehen, und Trigonometrie erfordern, ist nöthig, daß man die eigentliche Größe der Winkel in Graden und Minuten wisse, und diesen Vortheil vermisset man bey der gewöhnlichen Scheibe.

Um sie daher auch zu trigonometrischen Arbeiten gebrauchen zu können, läßt Zollmann ihren Umfang noch mit einem in Grade eingetheilten messingenen Ringe versehen, der durch Schrauben auf die Scheibe befestigt, bey gewöhnlichen Gebrauche derselben aber abgenommen werden kan. Dieß ist die verbesserte Zollmannische Scheibe. (Zollm. Geodäsie §. 102. u. f.) Allein, da man zum Detail einer Messung doch ein für allemahl den Meßtisch nicht entbehren kan, und ein Astrolabium ohnehin zu vielen geometrischen Arbeiten erforderlich ist, so wird man doch wohl lieber jedes Werkzeug für sich allein besitzen, als beyde auf eine sehr unvollkommene Art, in der Zollmannischen Scheibe vereinigt. Denn diese Scheibe ist weder ein vollkommener Meßtisch, noch ein vollkommenes Astrolabium, und sie müßte von einer sehr zusammengesetzten Einrichtung seyn, wenn sie das, was man von einem vollkommenen Meßtische und Astrolabio verlangt, vereinigen solte. Es kan demnach die Scheibe in der practischen Geometrie, auch nach der Zollmannischen Verbesserung, immer als ein sehr entbehrliches Werkzeug angesehen werden.

Zollmann sagt, der Erfinder der Scheibe sey unbekannt, man finde aber schon Spuren davon in Speklings (Daniel Spekles) Festungsbau 1608, und in Dillings Kriegsbuch P. I. lib. II. cap. 37.

Die eigentliche Messungsart mit der Scheibe kan man übrigens umständlich in Zollmanns Geodäsie nachsehen. Eine Art eines Auszuges daraus ist: Ausführlicher Unterricht zur Feldmessungskunst, oder Scheibenmessung von Ch. H. W(erner) (Langensalza, 1776. 8.) Das Verfahren ist auch kurz und gut in der zu Göttingen 1783 herausgekommenen Schrift (Anleitung zum Aufnehmen und Zeichnen der Gegenden, vorzüglich zum militärischen Gebrauch, von einem Officier) S. 167 rc. erläutert.

Ge-

Gebrauch der Magnetnadeln in der Feldmeßkunst.

§. 117. Ehe wir hievon handeln, müssen wir vorher aus der mathematischen Geographie einige Sätze beybringen, die sowohl zum richtigen Gebrauche der Magnetnadeln, als auch in der Folge zu andern Absichten in der Feldmeßkunst unentbehrlich sind.

Einige Lehnsätze und Erklärungen aus der mathematischen Geographie.

I) Unsere Erde ist ein runder Körper, der einer Kugel ziemlich nahe kömmt. In der Feldmeßkunst ist es aber verstattet, unsere Erde als eine völlige Kugel zu betrachten, ohne daß aus dieser Voraussetzung ein merklicher Fehler zu befürchten wäre.

Eigentlich hat unsere Erde die Gestalt eines zusammengedruckten Sphäroids, eines Körpers, der ohngefähr entstehen würde, wenn man eine Kugel von einer weichen Materie, z. E. von Thon, etwas zusammendrückte; oder bestimmter, wenn sich eine Ellipse um ihre kleine Axe herumdrehete.

Die Durchmesser unserer Erde sind also nicht durchaus gleich groß. Der kleinste verhält sich zum größten = 178 : 179, welches leztere Verhältniß vom Hrn. *Bouguer* ist. Verschiedene Mathematikverständige geben das Verhältniß 202 : 203, andere 248 : 249 u. s. w. an. Jedes dieser Verhältnisse zeigt, daß man zu geodätischen Gebrauche die Abweichung von der wahren Kugelgestalt ohne merklichen Fehler beyseite setzen könne.

Aus den Abmessungen verschiedener Grade auf der Erdfläche, lehrt die Geometrie die eigentliche Größe des größten und kleinsten Durchmessers der Erde zu finden. Sie sind in französischen Toisen z. E. nach Hrn. *Maupertuis* und *Bouguer* folgende:

	Größter Durchm.	Kleinster Durchm
Maupert.	6562480 Toisen.	6525600 Tois.
Bouguer.	6562026 . .	6525377 . .

Man nimmt aber gewöhnlich, ohne merklichen Irrthum, die Erde für eine vollkommene Kugel an, deren Durchmesser das Mittel zwischen dem größten und kleinsten Durchmesser der Erde wäre. Das gäbe also (nach dem Mittel aus Maupertuis Angaben) ihren Durchmesser = 6544040 Toisen. Daraus kan man nun den ganzen Umkreis der Erde finden, und folglich auch die Länge des Grades eines größten Kreises, welcher = 57107, 5 Tois. wird.

Dieß wäre die Länge eines Grades auf der Erde, wenn man sie als eine vollkommene Ku-

gel

gel betrachtete. Da sie aber ein zusammengedrücktes elliptisches Sphäroid ist, so sind die Grade nicht durchaus gleich. In de la Lande Astronomie §. 2691. und Hrn. Bodens Anleitung zur allgem. Kenntniß der Erdkugel. Berlin 1786. §. 128. findet sich eine Tafel der Längen verschiedener Grade, wie solche von berühmten Mathematikverständigen, durch unmittelbare Messung auf unserer Erde gefunden worden sind.

Hr. Prof. Klügel in Halle hat in einigen Aufsätzen, welche in Hrn. Bodens astronomischen Jahrbüchern von 1787 und 1788 zu finden sind, gezeigt, daß die gemessenen Grade auf der Erde keine ganz regelmäßige elliptische Krümmung der Oberfläche der Erde anzunehmen verstatten, sondern jedes Paar von Graden, für die Durchschnittsfigur der Erde durch ihre Axe, eine andere Ellipse giebt, daß aber eine Ellipse, deren grösserer Durchmesser = 6559982 Toisen, der kleinere = 6524894 T. wäre, am wenigsten von der wahren Figur der Erde abweichen würde. Dieß gäbe demnach das Mittel zwischen beyden Durchmessern = 6542438 Toisen. Diese Grösse könnte man für den Durchmesser einer Kugel nehmen, welche demnach nicht viel von der wahren Grösse der Erde abweichen würde. Die Grösse eines Grades auf dieser Kugel würde aber alsdann 57093 Toisen betragen. Hr. Prof. Klügel nimmt indessen eine Kugel an, deren Umfang dem mittlern Umfange der Erde gleich wäre, und berechnet hieraus die Grösse eines Grades auf dieser Kugel = 57173,5 Toisen.

Man nennet den 15ten Theil eines Grades eines größten Kreises auf der Erdkugel eine deutsche, oder auch wegen ihres häufigen Gebrauches in der math. Geographie, eine geographische Meile. In diesem Verstande sagt man, daß 15 deutsche Meilen einen Grad ausmachen.

Nimmt man einen solchen Grad auf der Erdkugel zu 57107,5 Toisen an, so kommen auf eine deutsche Meile 3807,2 Tois. Da nun eine Toise 6 pariser Fuß hält, und das Verhältniß des pariser Fußes gegen andere Fußmaaße, aus der Tabelle §. 14. zu ersehen ist, so läßt sich berechnen, wie viel Fuße eines andern Maaßes auf eine solche deutsche Meile kommen. Sie würde z. E. nach gehöriger Berechnung 23643 reinl. Fuß betragen. Nähme man aber einen Grad nach der Klügelischen Bestimmung zu 57173,5 Toisen, so würde 1 geographische Meile 3811,6 T. = 23661 reinl. Fuß.

II) Der Umfang der Erde, als Kugel betrachtet, wäre 360.15 = 5400, mithin der Durchmesser = 1720 deutschen Meilen. Bey einer so großen Kugel kan ein kleines Stückgen ihrer Oberfläche, z. E. ein Distrikt von

von 6 und mehreren Quadratmeilen ohne merklichen Fehler als eine Ebene angesehen werden.

III) Unsere Erde drehet sich täglich um eine unveränderliche Axe, die man die Erdaxe nennet. Sie ist der kleinste von den beyden Durchmessern (I). Die beyden Punkte A, P, Fig. LXXII. Tab. VI. wo die Erdaxe in die Oberfläche der Erdkugel eintrift, heissen Erdpole. Jeder Punkt der Erdfläche, z. E. m beschreibt bey Umdrehung der Erde um die Axe AP, einen gewissen Kreis mn, dessen Ebene auf AP senkrecht stehet. Je näher m beym Pole A oder P liegt, einen desto kleinern Kreis beschreibet er, die Pole selbst aber bleiben unbeweglich. Alle diese Kreise sind mit einander parallel, weil sie insgesamt auf der Erdaxe AP senkrecht stehen, und heissen deswegen Parallelkreise. Der größte Parallelkreis owtp wird also derjenige seyn, der von einem Punkte o beschrieben wird, welcher von beyden Weltpolen A, P, um 90° absteheт, oder für den Ao = oP = 90° ist. Er heißt der Aequator.

A heißt der Nordpol, wenn oAp die Halbkugel ist, in der wir Europäer wohnen. Der gegenüberstehende Pol P heißt der Südpol.

IV) Wenn nun μ nach Gefallen ein Punkt auf der Erdfläche ist, so nennet man den größten Kreis $A\mu P$, den man sich durch den Ort μ, und die beyden Pole A, P vorstellet, den Mittagskreis des Orts μ. Die Ebene dieses Kreises heißt aber die Mittagsfläche.

So hat also jeder Ort auf der Erde seinen eigenen Mittagskreis: Alle Mittagsflächen durchschneiden sich aber in der Erdaxe AP.

Es sey ν ein anderer Ort und $A\nu P$ dessen Mittagsfläche, so heißt der Winkel, unter dem sich die beyden Mittagsflächen $A\mu P$, $A\nu P$ einander durchschneiden, der Winkel oder der Unterschied beyder Mittagsflächen. Diesen Neigungswinkel beyder Mittagsflächen bestimmet man, wenn aus dem Mittelpunkte der Erdkugel C nach den Durchschnittspunkten, w, t, der Mittagskreise mit dem Aequator, die Halbmesser Cw, Ct, gezogen werden, dann ist der Winkel wCt, der gesuchte Neigungswinkel der Ebenen $A\mu wP$, $A\nu tP$. (Man S. Kästn. Geom. 52 S. 1, 2, 3 Zus.)

V) Wenn man sich ein paar ebene Flächen vorstellet, die die Erdfläche bey μ und ν berühren, so sind diese Ebenen, der Oerter μ, ν Horizontalflächen, weil sie auf den Halbmessern $C\mu$, $C\nu$, oder auf den Richtungen der Verticallinien, der Oerter μ und ν senkrecht stehen. (§. 4.) Die Mittagsflächen $A\mu P$, $A\nu P$, werden nun die gedachten Horizontalflächen in ein paar geraden Linien durchschneiden. Eine solche Durchschnittslinie der Mittagsfläche eines Orts mit desselben Horizontalfläche, heißt des Orts **Mittagslinie**.

So hat also jeder Ort auf der Erdfläche seine eigene Mittagslinie.

Wenn man sich nun in der Ebene der erwähnten Mittagskreise ein paar gerade Linien gedenket, die die Mittagskreise an den Punkten μ, und ν berühren, so werden diese Berührungslinien oder Tangenten selbst die Richtungen der Mittagslinien der Oerter μ und ν darstellen.

Die Richtungen dieser Mittagslinien werden in den wenigsten Fällen mit einander parallel seyn. Je näher indessen die Oerter μ, ν nach dem Aequator zu liegen, desto mehr werden auch die Tangenten an μ und ν, also die Mittagslinien, gleichlaufend. Liegen die Oerter μ und ν weit vom Aequator, (doch nicht zu nahe am Pole) so werden ihre Mittagslinien nur in dem Falle sich dem Parallelismus nähern, wenn μ und ν auch unter sich selbst nicht weit von einander entfernt sind, und dieß ist denn der gewöhnliche Fall in der practischen Geometrie.

VI) Der Bogen μw des Mittagskreises von dem Orte μ, bis an den Aequator, heißt des Orts μ **Breite**. Sie ist **nördlich** oder **südlich**, je nachdem μ in der nördlichen oder südlichen Halbkugel liegt.

Folgerung aus dem bisherigen.

§. 118. 1. Es seyen die Punkte A, B, C, Fig. LXXIII. nicht gar zu weit von einander entfernte Oerter auf der Erdfläche, und die durch A, B, C, gezogene gerade Linien gh, ik, lm, seyen die Mittagslinien dieser Oerter, so erhellet, daß eine nach Gefallen gezogene gerade Linie GH, diese Mittagslinien, (weil sie ohne großen Fehler parallel sind (§. 117. V.) insgesamt unter lauter gleichen Winkeln durchschneiden wird.

2. Diese Betrachtung, daß die Mittagslinien eine Reihe von Parallellinien auf der Erdfläche darstellen, ist in der practischen Geometrie von vielem Nuzen. Es ist also nöthig zu zeigen

Wie man an einem gewissen Orte auf der Erdfläche die Richtung der Mittagslinie bestimmen könne.

Diese Aufgabe aufzulösen, giebt es unterschiedene Mittel, die aber alle auf astronomischen Gründen beruhen.

Man stelle sich vor, die Horizontalebene, so wie auch die Ebene des Mittagskreises eines gewissen Orts auf der Erdfläche, würden ohne Ende hinaus bis an die Himmelskugel erweitert, so werden, indem sich die Erdkugel um ihre

ihre Axe drehet, diese erweiterte Ebenen in jedem Augenblicke durch andere und andere Punkte der Himmelskugel gehen. Geht nun die erweiterte Horizontalebene z. E. durch einen gewissen Stern, so wird in dem Augenblicke, da dieses geschiehet, der Stern im Horizonte seyn, d. h. er wird entweder auf- oder untergehen. Geht er z. E. auf, so wird er gleich darauf, schon über der Horizontalfläche seyn, und sich nach und nach immer mehr über dieselbe erheben, so wie die erweiterte Horizontalfläche, den erwähnten Stern bey der fernern Umdrehung der Erdkugel verläßt. Dagegen werden nach und nach andere und andere Sterne in die Horizontalfläche kommen. Hat sich die Erdkugel so weit gedrehet, daß nunmehr die erweiterte Mittagsfläche durch den Stern gehet, dann steht der Stern am höchsten über dem Horizonte, und man sagt, daß er nunmehr kulminire, oder durch die Mittagsfläche gehe. So bald das geschehen ist, wird er sich allmählig der Horizontalfläche wieder nähern, bis er zum zweytenmale in dieselbe gelangt, da er denn untergehen, und nun eine Zeitlang unter dem Horizonte verweilen wird, bis er den folgenden Tag abermahls aufgeht, und also wieder in der erweiterten Horizontalebene sich befindet, da denn dieselben Erscheinungen wieder von vorne anfangen.

Ist der gedachte Stern die Sonne, und setzt man, die Sonne bescheine einen verticalstehenden Gegenstand, z. E. einen Stab, so wird dieser Gegenstand auf der Horizontalfläche einen Schatten hinter sich werfen, welcher desto kürzer wird, jemehr sich die Sonne über dem Horizonte erhebt; geht die Sonne durch die Mittagsfläche, so wird der Schatten am kürzesten seyn. In gleichen Zeiten vor und nach dem Durchgange der Sonne durch die Mittagsfläche wird aber allemahl, sowohl ihr Abstand von der Mittagsfläche, als auch ihre Erhöhung über dem Horizonte, mithin auch der Schatten jenes Stabes von gleicher Länge seyn, und die Mittagsfläche wird demnach den Winkel zwischen zwey gleichlangen Schatten halbiren. Hierauf gründet sich

Die gewöhnliche und leichteste Methode, vermittelst des Sonnenschattens, eine Mittagslinie zu ziehen. Man beschreibe auf einer ebenen, unbeweglichen, genau horizontal gestellten Fläche, aus dem Mittelpunkte g (Fig. LII.) einen Kreis mit einem willkührlichen Halbmesser, und richte durch dessen Mittelpunkt g einen Stift lothrecht auf. Ich setze nun, daß der erwähnte Kreis von der Sonne beschienen werden könne. Man gebe also Acht, wenn Vormittags der Schatten des Stiftes sich in dem Umfange des Kreises bey i endiget, folglich die Länge des Schattens = gi ist, und bemerke auf dem Umkreise

kreise genau den Punkt i. Eben so bemerke man bey l genau den Punkt, wenn Nachmittags sich der Schatten des Stiftes abermahls in dem Umkreise endiget, folglich zum zweytenmahle dem Halbmesser des Kreises gleich ist. Dann halbire man bey n den Bogen inl, und ziehe durch den Mittelpunkt g die gerade Linie gn, so wird diese eine Mittagslinie seyn, die man sofort nach Gefallen verlängern kan.

Da in der Beobachtung der gleich-großen Schatten, leicht kleine Fehler vorfallen können, so kan man die Mittagslinie noch genauer finden, wenn man aus dem Mittelpunkte g, eine ganze Reihe concentrischer Kreise ziehet, und bemerket, wo in jedem Umkreise sich Vor- und Nachmittags der Schatten des Stiftes endiget, hierauf allemal den Bogen zwischen den Endpunkten zweyer gleich langer Schatten halbiret; denn alle Linien, die solchergestalt in die Mitte zwischen zween gleich lange Schatten fallen, werden Mittagslinien seyn, und müssen solchergestalt in eine einzige gerade Linie zusammenfallen, wenn nicht kleine Fehler der Beobachtung vorgefallen sind.

Das bisherige Verfahren bedarf, wegen der eigenen Bewegung der Sonne, einer kleinen Verbesserung, wenn man nicht eine Zeit um den längsten Tag herum dazu wählet. Indessen ist es zum gewöhnlichen Gebrauche in in der practischen Geometrie auch ohne diese Verbesserung zureichend genau. Ferner müssen die Beobachtungen der Schatten auch nicht zu weit vom Mittage entfernt seyn, damit nicht der Halbschatten verhindere, die Gränze des wahren Schattens, auf den gezogenen Umkreisen, zu bestimmen. Am sichersten verfährt man, wenn die Schatten ohngefähr 2 bis 3 Stunden Vor- und Nachmittags beobachtet werden.

Statt eines durch g lothrecht aufzurichtenden Stiftes, kan man sich auch eines senkrechten Kegels von Bley, oder festem Holze bedienen, den man auf die horizontale Fläche, worauf die concentrischen Kreise gezogen sind, so setzt, daß der Mittelpunkt der Grundfläche desselben, genau in den Mittelpunkt der concentrischen Kreise zu liegen komme. Dann bemerkt man, wo auf den erwähnten Kreisen Vor- und Nachmittags, der Schatten von der Spitze des Kegels hintrift, und verfährt, wie vorhin.

Andere lassen die Sonnenstrahlen durch ein kleines Loch einer metallenen Platte auf eine Horizontalfläche fallen. Nun wird vom Mittelpunkt dieses Löchleins ein Senkel auf die Horizontalfläche herabgefället, um das Centrum zu den concentrischen Kreisen zu bekommen, auf deren Peripherien man alsdann die Orte bemerkt,

merkt, wo Vor- und Nachmittags der durch jene Oefnung fallende Sonnenstrahl hintrifft; Man verfährt hierauf, wie oben, mit den Schatten, um die Lagen der Mittagslinien zu finden.

Mehrere Methoden, Mittagslinien zu ziehen, findet man in astronomischen Büchern. Z. E. De la Lande Aſtronomie (Paris 1771) §. 155. 160. §. 2579. Caſſini elemens d'Aſtron. Hrn. H. Kästners astron. Abh. I. Samml. 3te Abhandl. §. 68. Rostens astron. Handbuch. Röslers practische Astronomie, u. s. w.

Auch im dritten Bande dieser practischen Geometrie §. 365 wird noch verschiedenes, die Ziehung der Mittagslinien betreffendes, beygebracht.

3. Meistens bedienet man sich in der Feldmeßkunst der Magnetnadeln, ohngefähr die Richtungen der Mittagslinien anzugeben.

Es lehret nähmlich die Erfahrung, daß

Wenn man eine stählerne Nadel mit einem Magnete bestreicht, und sie so einrichtet, daß sie sich horizontal und frey auf einem Stifte herumdrehen kan, sie sich von selbst in eine Richtung begiebt, welche mit den Mittagslinien solcher Oerter, die nicht zu weit von einander liegen, beynahe einerley Winkel

macht.

macht. Gesetzt Fig. LXXIII sey $A\alpha$ die Richtung der Magnetnadel an dem Orte A, so wird solche mit der Mittagslinie hg dieses Orts einen gewissen Winkel αAg machen. Bringt man die Magnetnadel an den Ort B, der von dem A nicht gar zu weit entfernt ist, so wird ihre Richtung $B\beta$ mit der Mittagslinie ik des Orts B, einen Winkel βBi machen, der so groß ist, als der, welchen sie mit der Mittagslinie des Orts A machte.

Und eben so wird an dem Orte C, der Winkel $\gamma Cl = \beta Bi = \alpha Ag$, wenn $C\gamma$ die Richtung der Magnetnadel ist.

4. Dieses lehret die Erfahrung, und läßt sich durch Versuche bestätigen, wenn man an verschiedenen, nicht weit von einander liegenden Oertern, vermittelst astronomischer Methoden, wie (2), Mittagslinien ziehet, und die Winkel misset, die die Richtung der Magnetnadel mit den Mittagslinien macht. Z. E. in Göttingen macht die Richtung der Magnetnadel mit der Mittagslinie einen Winkel von $16\frac{4}{5}$ Grad. Eben den Winkel wird, ohne merklichen Irrthum, auch die Magnetnadel, mit den Mittagslinien solcher Oerter machen, die nahe um Göttingen liegen.

5. Wenn man also an einem gewissen Orte z. E. A, den Winkel αAg, der Magnetnadel mit der Mittagslinie weiß, so kan man sogleich

gleich an einem andern von A nicht sehr weit entfernten Orte B eine Mittagslinie ziehen. Man darf nur daselbst eine Linie Bi ziehen, welche mit der Richtung der Magnetnadel Bβ einen Winkel βBi auf dieselbe Art, und von derselben Größe macht, als welchen die Richtung der Magnetnadel Aα, mit des Orts A Mittagslinie Ag machte, so wird Bi des Orts B Mittagslinie seyn.

6. Weil nun, so bald A, B, nicht weit von einander weg liegen, die Mittagslinien Ag, Bi ohne merklichen Fehler mit einander parallel sind (3), so werden auch wegen der gleichen Winkel αAg, βBi, die Richtungen der Magnetnadeln Aα, Bβ mit einander gleichlaufend seyn.

Dieser Satz, durch Hülfe der Magnetnadeln, parallele Linien auf dem Felde zu erhalten, wird uns in der Folge in der practischen Geometrie verschiedene sehr wichtige Vortheile verschaffen, von denen der (5), Mittagslinien zu ziehen, bey weitem der geringste ist, weil sich diese Aufgabe auf verschiedene andere Arten sicherer, als durch Hülfe der Magnetnadeln, auflösen läßt, auch die Ziehung der Mittagslinien überhaupt so oft nicht vorkömmt.

8. Da nun in der Feldmeßkunst sehr häufig die Frage vorkömmt, was eine gewisse Linie, z. E. GH Fig. LXXIII mit den parallelen

Richtungen der Magnetnadel für einen Winkel macht, so dienet dazu folgendes Werkzeug.

Die Boussole.

§. 119. Hier wird nur ein allgemeiner Begrif von diesem Werkzeuge genügen. Wer dessen Einrichtung umständlicher kennen lernen will, dem können folgende Schriftsteller Unterricht ertheilen. Leupolds Th. Geom. §. 437. Hrn. Vollimhaus Anweisung zum Landmessen mit Stäben und der Kette, nebst dem Gebrauche der Boussole. Hannover u. Lemgo 1776. Zollmanns Geodäsie u. s. w. Die Hauptsache bestehet darinn:

I. Man schließet die Magnetnadel ik Fig. LXXIV in ein rundes cylindrisches Gehäuse von Meßing lpq ein, welches oben mit einem Glasdeckel versehen ist, um die Nadel vor dem Winde zu sichern. Das Gehäuse lpq wird auf eine viereckigte Platte fmno, welche mit der dioptrischen Regel PQ aus einem Stücke bestehen kan, befestiget. Senkrecht auf die Platte fmno, erhebt sich in dem Mittelpunkte des Gehäuses ein konischer Stift c, auf dem die Magnetnadel in horizontaler Lage frey spielen, und sich aller Orten hinwenden kan. Damit die Magnetnadel nicht von dem Stifte herabfalle, so ist sie bey c mit einem sogenannten Hütgen versehen, welches auf den Stift zu ruhen kömmt. An der innern Seitenwand des Gehäuses wird in einiger Entfernung von dem Boden, parallel mit der Ebene fmno, ein Ring befestigt, der in seine 360° getheilet wird, und mit der Magnetnadel ik in einer Ebene liegt. Indem nun die Magnetnadel ik sich um c, als um eine Axe, horizontal herumwendet, so weiset die Spitze i, die Abtheilungen auf dem Ringe. Da bekanntermaaßen die eine Spitze der Magnetnadel sich beständig ohngefähr gegen Norden, folglich die andere gegen Süden hinrichtet, so kan man, um beyde bequem von einander zu unterscheiden, den südlichen Theil der Nadel, welcher hier z. E. k seyn mag, stumpf lassen, den nördlichen Theil i aber, der auf dem Ringe die Abtheilungen weiset, mit einer sehr scharfen Spitze versehen.

Endlich muß die Visirlinie vt des Diopterlinials PQ, mit dem Durchmesser des eingetheilten Ringes, welcher durch 0° und 180° gehet, parallel seyn, damit, wenn die Spitze i der Nadel 0° weiset, die Visirlinie tv mit der Richtung der Magnetnadel gleichlaufend sey.

Dieß ist im Ganzen die gewöhnliche Einrichtung der Boussole. Einzelne Vorrichtungen, z. E. vermittelst eines Schiebers die

Magnetnadel von dem Stifte abzuheben, damit dieser, und das Hütgen der Nadel, beym Hin- und Hertragen der Boussole nicht beschädigt werde, das Stativ zu diesem Werkzeuge u. d. gl. kan man mit mehrerem bey oberwähnten Schriftstellern ersehen.

Vernier an der Boussole.

II. Da bey der eben beschriebenen gewöhnlichen Boussole, Theile von Graden nur nach dem Augenmaaße geschätzt werden können, so haben einige dies Werkzeug durch Anbringung eines Vernier zu verbessern gesucht. Da aber dieser V. auf der Magnetnadel selbst nicht wohl angebracht werden kan, so läßt man die ganze bisherige Vorrichtung, nämlich die Diopterregel PQ mit der daran befindlichen Boussole nfmo, sich besonders um das Centrum eines eingetheilten Randes drehen, und bringt nun den Vernier an die Diopterregel PQ an. Der in dem Magnetkästchen lqp befindliche eingetheilte Ring bleibt nunmehr weg, und nur auf dem Boden des Kästchens ist eine Linie, parallel mit der Visirlinie vt, eingerissen, über welcher die Nadel einspielen muß. Alles zusammen läßt sich um den Zapfen einer Nuß drehen, und man kan, wenn es nöthig ist, auch Vorrichtungen zu sanften Bewegungen anbringen. Das ganze Werkzeug muß sich so stellen lassen, daß wenn der Index des Vernier

nier auf 0° stehet, die Magnetnadel über der Linie auf dem Boden des Kästgens einspiele.

Ob diese Anbringung eines Vernier an der Boussole, große Vortheile verschaffe, mögte wohl zu bezweifeln seyn, wenn man bedenkt, daß die Beobachtung, wenn jedesmahl die Nadel in Ruhe gekommen, selbst nicht ganz sicher ist.

Einige Erinnerungen über die Beschaffenheit der Nadeln.

§. 120. 1. Man giebt der Nadel wenigstens eine Länge von 5 Zollen. Kleinere Nadeln geben nicht viel Richtigkeit, und schwanken auch zu sehr, ehe sie in Ruhe kommen. Größere müssen mit sehr viel Genauigkeit gearbeitet seyn, wenn sie auf dem Stifte, worauf sie sich drehen, eine hinlänglich freye Bewegung erhalten sollen.

2. Man verfertigt die Nadeln von dem besten und reinsten Stahle, und läßt sie gewöhnlich blau anlaufen; dies wollen aber einige nicht billigen, weil die Nadeln in diesem Zustande zwar den Magnetismus leicht annehmen, aber auch bald wieder verliehren sollen.

Die magnetische Kraft den Nadeln zu ertheilen, ist übrigens allen Mechanicis bekannt, und es würde überflüßig seyn, hier davon zu reden. Man s. indessen hierüber Karstens Kenntniß der Natur, XXI. Abschn. Gehlers physik. Wörterbuch, unter dem Artik. Magnet, und andere physikalische Schriften.

3. Man hat auch Magnetnadeln, die durchaus von gleicher Breite sind, und die Gestalt eines dünnen Parallelepipedi haben, dessen breitere Seitenflächen, beym Ruhen der Nadel auf ihrem Stifte, vertical zu liegen kommen, an den Enden aber scharf zulaufen, um auf dem eingetheilten Rande die Grade zu weisen, und die wahre Richtung der Nadel anzugeben.

Statt dessen kan auch eine längs der Nadel eingerissene feine Linie, deren Richtung durch den Umdrehungspunkt der Nadel gehen muß, als Index dienen.

Solche durchaus gleich breite Nadeln sollen, vermöge der Erfahrung, die magnetische Kraft besser bey sich behalten, als diejenigen, welche sich in Spitzen endigen. Allein sie sind etwas schwerer, und reiben sich also stärker auf ihrem Stifte, welches ihrer Empfindlichkeit nachtheilig wird, wenn das Hütgen nicht besonders gut eingerichtet ist.

Ueberhaupt muß die Gestalt einer Nadel so einfach als möglich, und frey von hervorragenden

genden Theilen und unnöthigen Verzierungen seyn. Die gewöhnliche Form einer Nadel mit einem Pfeil, oder einer Lilie an der Spitze, ist gar nicht zu billigen, weil dadurch die Polarität der Nadel gestört wird.

Das Hütgen der Magnetnadel muß aus einer Materie verfertigt werden, in welche sich der Stift, worauf sie ruht, nicht leicht einbohrt. Gewöhnlich wird dazu blos Kupfer oder Meßing genommen. Es ist aber vortheilhaft, wenn der Theil des Hütgens, der unmittelbar auf der Spitze aufliegt, aus Glas oder Achat besteht, weil dadurch die Nadeln ein sehr freyes und leichtes Spiel erhalten. Die wesentlichen Erfordernisse des Hütgens sind, daß die innere Höhlung desselben sehr glatt polirt sey, konisch in eine sehr kleine Kugelfläche zulaufe, und daß die Axe dieser Höhlung auf der Nadel senkrecht sey.

Der Stift, auf dem das Hütgen ruht, muß sich genau senkrecht über dem Boden des Gehäuses erheben.

4. Die wesentlichste Vollkommenheit einer Magnetnadel bestehet darinnen, daß sie sich auf ihrem Stifte sehr sanft und gleichförmig drehe, oder nach dem gewöhnlicheu Sprachgebrauche, nicht faul oder träge sey.

Ob eine Nadel träge sey, erfähret man so: Man stellet die Boussole an einen Ort, in dessen Nähe sich kein Eisen befindet, läßt die Magnetnadel in Ruhe kommen, und nähert sich ihr alsdann mit einem Stückgen Eisen, z. E. mit der Spitze eines Messers: Sie wird dadurch sogleich in ihrer Ruhe gestört, und so wie man das Messer wieder entfernt, eine oscillirende Bewegung anfangen. Beschreibt sie nun immer kleinere und kleinere Bogen, bis sie wieder in Ruhe kömmt, so ist sie gut. Kömmt sie aber plötzlich zur Ruhe, so ist sie träge, und daher nicht zu gebrauchen.

Anders: Man sehe zu, welchen Grad die Magnetnadel auf dem eingetheilten Ringe weiset, wenn sie in Ruhe ist, drehe nun die Boussole etwas, und untersuche, ob die Nadel sogleich diesen Theilstrich verläßt Geschieht dies auch bey der geringsten Umdrehung der Boussole, so hat die Nadel ihre gehörige Empfindlichkeit. Kan man aber die Boussole wohl um einige Grade drehen, ohne daß dies die Nadel empfände, so ist sie träge und unbrauchbar.

5. Gewöhnlich, wenn solchergestalt eine Nadel träge befunden wird, liegt der Fehler in dem Stifte, auf dem sie ruhet; wenn solcher etwa stumpf geworden, oder sich Unreinigkeiten in dem Hütgen gesammlet haben. Unterweilen liegt aber die Trägheit einer Nadel auch darinnen, wenn ihr die magnetische Kraft nicht gehörig mitgetheilet worden.

6. Man

6. Man nennet Fig. LXXIII den Winkel αAg, den die Magnetnadel Aα mit der Mittagslinie macht, die Abweichung der Magnetnadel, diese wäre also für Göttingen und alle umliegende Oerter $16\frac{4}{5}$ Grad.

Gesetzt nun, man habe die Boussole Fig. LXXIV in eine solche Lage gebracht, daß das nördliche Ende i der Magnetnadel ik, wenn sie zur Ruhe gekommen, 0° Grad wiese, so würde in dieser Lage die Richtung der Magnetnadel ik mit vt, folglich auch mit der Schärfe rs des Diopterlinials parallel seyn; (Vorausgesetzt, daß rs mit vt parallel ist, welches gewöhnlich angenommen wird) zöge man alsdann längst sr eine gerade Linie, so würde diese die Richtung der Magnetnadel seyn. Da nun für Göttingen die Abweichung der Magnetnadel $16\frac{4}{5}$° ist, und das nördliche Ende i der Magnetnadel auf der westlichen Seite der Göttingischen Mittagslinie liegt, so setze man an sr eine Linie ab, die mit sr nach Osten zu einen Winkel rab = $16\frac{4}{5}$° macht (Hier ist ab aus einem Versehen westwärts ar gezeichnet worden), so wird ab die Mittagslinie von Göttingen seyn. So erhellet also, wie man auf einer ebenen Horizontalfläche an einem gewissen Orte, vermittelst der Boussole, eine Mittagslinie ziehen könne, vorausgesetzt, daß man an dem Orte selbst, oder für einen ihm benachbarten Ort, die Abweichung der Magnetnadel weiß, und ob dieselbe östlich oder westlich ist.

Will man längst rs sogleich selbst die Mittagslinie ziehen, so drehet man die ganze Boussole PnfmoQ, bis das nördliche Ende i der Nadel auf dem eingetheilten Ringe westwärts von 0°, um 16$\frac{3}{4}$ Grad abstehet, und ziehet alsdann längst sr die verlangte Mittagslinie.

7. Bey dieser Aufgabe, und überhaupt wo man Magnetnadeln braucht, darf kein Eisen oder Stahl in der Nähe seyn, wodurch die wahre Richtung derselben verändert werden könnte, eine Vorsicht, die desto nöthiger ist, je empfindlicher die Magnetnadeln sind. Aus dieser Ursache müssen an allen Werkzeugen, wo man Magnetnadeln anzubringen pflegt, Schrauben, und andere Vorrichtungen, nicht aus Eisen oder Stahl, sondern aus andern Materien verfertigt werden.

8. Der Erfahrung gemäß, hat die Abweichung der Magnetnadel ihre periodischen Veränderungen, oder die Richtung der Magnetnadel macht mit der Mittagslinie eines gewissen Orts, nicht beständig einen und denselben Winkel. So hat z. E. in Paris vom Jahre 1699 bis 1716, also in 17 Jahren die Abweichung derselben um 4° 10′ zugenommen. Wenn man diese 4° 10′ mit 17 dividiret, so

kommen

kommen auf die jährliche mittlere Verände- rung 14′. Um so viel hätte jährlich die Abweichung der Magnetnadel zunehmen müssen, wenn ihre Aenderung gleichformig gewesen wäre. Allein selbst diese jährliche Aenderung ist nicht beständig, und für alle Orte einerley. Ja, unterweilen hat sich selbst innerhalb einiger Tage die Abweichung der Magnetnadel merklich verändert.

Diese Anomalien in der Richtung der Magnetnadel sind, so wie überhaupt das Gesetz ihrer Abweichung an unterschiedenen Orten der Erde, noch lange nicht erforscht.

Indessen folgt hieraus ein wichtiger Satz für den Feldmesser, nämlich

Daß man nur bey Messungen, die eine kurze Zeit dauern, sich mit einiger Zuverläßigkeit auf den Gebrauch der Magnetnadeln verlassen dürfe.

Ich kan daher diejenige Messungsart nicht billigen, bey der man den Meßtisch nur allein nach der Magnetnadel richtet. Man müßte denn versichert seyn, daß sie während einer Messung ihre Richtung nicht merklich geändert habe. Allein, wie ist dies bey der topographischen Aufnahme eines ganzen Landes, die oft viele Jahre dauert, zu erwarten. Ich will gar nicht erwähnen,

daß

daß es noch andere Ursachen giebt, warum ich nie zu einer Arbeit, die ins Große geht, eine solche Messungsart empfehlen mögte, wenn sie gleich von einigen sehr angepriesen worden ist.

9. Man hat mit der Boussole noch andere Einrichtungen, z. E. zum Höhenmessen, zum Nivelliren u. d. gl. verbunden. Hieher gehört die Boussole, welche Hr. Prof. Stegmann in Marburg im 4ten Bande der Beschäftigungen der Berlin. Gesellschaft naturforschender Freunde, beschrieben hat. Boussolen zu Ziehung der Mittagslinien haben besonders Hr. Brander und Höschel sehr gut eingerichtet. (Br. Beschreibung des magnetischen Declinatorii und Inclinatorii. Augsburg, 1779. 8).

Gebrauch der Magnetnadeln auf dem Meßtische.

§. 121. Um auf dem Meßtischgen die Richtung der Magnetnadel, mithin auch, wenn es verlangt wird, eine Mittagslinie angeben zu können, so pflegt man auf den Diopterlinialen Fig. LXVIII. LXIX, ein länglichtes viereckigtes Kästgen hg anzubringen, worinnen sich eine Magnetnadel auf ihrem Stifte herumdrehet. Das Kästgen wird mit einem Glasdeckel versehen, damit die Nadel keinen

keinen Schaden leide. Auf dem Boden des Kästgens ist, parallel mit der Schärfe ik des Diopterlinials, eine gerade Linie gezogen, damit, wenn die Magnetnadel über dieser Linie einspielt, längst ik auf dem Meßtischgen eine gerade Linie gezogen werden könne, die mit der Richtung der Magnetnadel gleichlaufend ist.

Der weitere Gebrauch hievon wird sich in der Folge zeigen.

Kurze Theorie geometrischer Werkzeuge mit Spiegeln.

§. 122. Alle bisher beschriebenen Werkzeuge, Winkel zu messen, erfordern Stative, worauf man sie setzt, und ihnen die gehörigen Bewegungen giebt: Nun können aber in der Feldmeßkunst oft Fälle vorkommen, wo man kein Stativ gebrauchen kan. Z. E. wegen Mangel und Unbequemlichkeit des Platzes, wenn man sich auf einem Thurme befände, wo man mit einem Stative nicht nahe genug ans Fenster kommen könnte, oder das Fenster nicht weit genug wäre, sehr viele Winkel am Horizonte herum, messen zu können, u. s. w. In diesen und ähnlichen Fällen leisten solche geometrische Werkzeuge, wobey man Spiegel anbringt, oft sehr gute Dienste. Ich will hier das Wesentlichste eines solchen Winkelmessers kürzlich beschreiben.

I) Es

I) Es sey AB Fig. LXXV. Tab. VII der Rand des Werkzeugs, auf dem sich ein aus dem Mittelpunkte c gezogener Viertelszirkel oder Quadrant oa befindet, der also am Mittelpunkte c einem Winkel oca = 90° zugehört.

II) Den Bogen oa theile man aber, nicht wie gewöhnlich, in 90°, sondern in 180 gleiche Theile, aus einer Ursache, die sobald erhellen wird. Bey o sey der Anfang der Theilung. Die Abtheilungen auf oa mögen bloß durch Punkte angegeben seyn, wenn man keinen Vernier, sondern bloß die Micrometerschraube gebrauchen will.

III) Um den Mittelpunkt c sey die Alhidadenregel P beweglich, beynahe auf die Art, wie solches im vorhergehenden, bey Beschreibung des Winkelmessers §. 99, gelehret worden, auch sey sie mit einem Alhidadenhalter und einer Micrometerschraube versehen. Diese beyden letztern Stücke habe ich hier in der Figur weggelassen, um Verwirrung zu vermeiden.

IV) Am Ende der Alhidadenregel ist eine viereckigte Oefnung, oder ein so genanntes Fenstergen angebracht, in welchem, nach der Richtung des Halbmessers, ein zarter Silberfaden fn ausgespannt ist, der bey Herumdrehung der Alhidadenregel über den Abtheilungen des Randes wegstreicht, und solchergestalt die Grade abschneidet. Befindet sich dieser

ser Faden zwischen zween Theilpunkten des Randes, so kan man seinen Abstand von dem nächsten Theilpunkte, vermittelst der Micrometerschraube, finden, nach §. 101. Diesen Faden fn werde ich den Index der Alhidadenregel nennen.

V) Um den Mittelpunkt ist aber noch eine andere Regel LM beweglich, auf der, parallel mit ihr, ein Fernrohr angebracht ist. Auch muß eine Vorrichtung vorhanden seyn, vermittelst der sich die Regel LN in jeder Lage an den Rand ao festhalten läßt, wie (§. 99. 8)

VI) Senkrecht auf die Ebene der Regel LM, ist bey p ein kleiner ebener Spiegel befestiget, der seine polirte Fläche il dem Objectivglaße des Fernrohrs zukehrt. Die Stellung dieses Spiegels muß so beschaffen seyn, daß ein Strahl, der aus dem Mittelpunkte c nach der Richtung cp auf den Spiegel fiele, nach der Richtung pk, nemlich parallel mit der Axe des Fernrohrs, reflektiret würde. Es darf daher der Spiegel il nicht senkrecht auf der Axe kp des Fernrohrs stehen, sondern muß mit ihr einen gewissen Winkel kpi machen, den ich nachher bestimmen werde.

Ferner muß der Spiegel il nicht so breit seyn, daß er alle Strahlen aufhält, die von einem gewissen Gegenstande auf das Objectivglas wr des Fernrohrs fallen würden, sondern

es

es muß so viel Raum übrig bleiben, daß neben dem Spiegel vorbey, auch noch Strahlen auf das Objectivglas fallen können.

Man kan daher dem Spiegel eine solche Breite il geben, daß er etwa $\frac{2}{3}$ von denen Strahlen, die auf das Objectivglas wr fallen würden, aufhält, die übrigen aber neben sich vorbeygehen, und auf das Objectivglas fallen läßt, damit man auch durch das Fernrohr die Objecte noch sehen könne.

VII) Ferner ist auch, senkrecht auf die Alhidadenregel, ein zweiter Spiegel ed angebracht, dessen Richtung ed durch den Mittelpunkt c des Werkzeugs gehet, seine polirte Fläche dem Spiegel il zukehret, und eine solche Stellung haben muß, daß, wenn die beyden Regeln ML und P, einen rechten Winkel mit einander machen, ed und il ohngefähr parallel sind.

VIII) Die Spiegel selbst können blos von Glas seyn, noch besser ist es aber, wenn sie von Metall sind, wegen der doppelten Bilder, die gläserne Spiegel verursachen.

IX) Endlich ist im Brennpunkte des Fernrohrs ein eben geschliffenes Glas angebracht, worauf zwo, sich in der Axe des Fernrohrs senkrecht durchschneidende Linien, eingerissen sind, von denen die eine auf der Ebene der Regel LM senkrecht stehen muß, wie §. 104.

Dies

Dies ist im Ganzen die Beschreibung der wesentlichsten Stücke eines solchen Werkzeugs mit Spiegeln, die übrigen einzeln Vorrichtungen mögen dem Mechanico überlassen seyn. Ich will itzo kürzlich den Gebrauch und die Vortheile des bisher beschriebenen Werkzeugs zeigen. Vorher überlege man aber folgendes.

Bilder im Brennpunkte des Objectivs.

§. 123. 1. Es sey Fig. LXXVI. wr das Objectivglas des Fernrohrs und mk dessen Axe. il der sich vor dem Objectiv befindende, und ed der auf der Alhidadenregel P (§. 122. VI. VII) befestigte Spiegel.

2. Das Fernrohr km sey nach einem sehr entlegenen Punkte, z. E. nach der Spitze eines sehr entfernten Thurms gerichtet, so kan man die Strahlen Qc, Qv, die von demselben auf die Vorderfläche des Spiegels ed, und des Objectivglaßes wr fallen, ohne merklichen Fehler als parallel ansehen.

3. Die Strahlen Qv die solchergestalt bey dem Spiegel il vorbey, mit der Axe des Fernrohrs mk parallel, auf das Objectiv wr fallen, werden daselbst nach der Richtung $v\mu$ gebrochen, und vereinigen sich in der Axe in einem Punkte μ, welcher das Bild des entlegenen Objects seyn wird. Dieses Bild μ

werde ich das dioptrische Bild des entlegenen Gegenstandes nennen.

4. Die mit mk parallelen Strahlen Qc, die aber bey c unter dem Winkel Qcd auf den Spiegel ed fallen, werden nach den bekannten Gesetzen der Katoptrik, unter eben dem Winkel ecp, nach der Richtung cp auf den Spiegel il zurückgesandt, und fallen unter dem Winkel cpl auf den Spiegel il, von da werden sie durch eine abermahlige Reflexion unter dem Winkel qpi = cpl, nach der Richtung pq auf das Objectivglas wr geworfen. Diese mit pq parallelen Strahlen werden hierauf von dem Objectivglase gebrochen, und in einen Punkt π hinter dem Glase vereinigt, dergestalt, daß bey π abermahls des entlegenen Gegenstandes Bild entstehen wird. Um den Ort dieses Bildes, oder den Vereinigungspunkt π zu finden, so ziehe man durchs Mittel des Objectivglaßes m, mit den einfallenden Strahlen wie pq, eine Linie $m\pi$ parallel, und mache $m\pi = m\mu$ (3) so wird π der Vereinigungspunkt der mit pq parallelen Strahlen seyn (*). Dieses Bild π entstehet also von Strahlen, die erst von den Spiegeln reflektiret, und dann von dem Glaße wr gebrochen werden, daher nenne ich π das katoptrisch-dioptrische Bild des Gegenstandes Q.

5. Das

*) S. H. Hofr. Kästners Dioptrik. 35. 36. 37.

5. Das Auge bey k, würde also hier durchs Ocularglas, in dem Fernrohre zwey Bilder μ, π sehen; das erstere μ, welches von Strahlen Qv herrühret, die gerade zu aufs Objectiv fallen, das zweite π, welches von den reflectirten Strahlen entstehet.

6. Ich suche nun den Winkel $\pi m \mu$, den die beyden Bilder π, μ, am Mittelpunkte m des Objectivglaßes mit einander machen.

7. Aufl. Man ziehe durch c mit dem Spiegel il die parallele Linie cg, so ist der Winkel ecg = dem Winkel, unter welchen sich die verlängerten Richtungen ed, il, der beyden Spiegel durchschneiden würden. Man setze den Winkel ecg = y, den Winkel Qcd oder ecp, unter welchem die mit der Axe des Fernrohrs parallelen Strahlen Qc auf den Spiegel ed fallen = x; endlich den Winkel ipm, den die verlängerte Axe des Fernrohrs mit dem Spiegel il macht = α, so wird

8. Weil cg parallel mit il ist

$gcp = cpl$; aber

$gcp = ecp - ecg = x - y$ (7)

also $cpl = x - y$

9. Wegen der Reflexion ist aber $ipq = cpl$ mithin auch $ipq = x - y$

10. Folglich $qpm = ipm - ipq = \alpha - x + y$

11. Aber weil $m\pi$ mit pq parallel gezogen worden ist, so ist $\pi m\mu = qpm$, daher

$$\pi m\mu = \alpha - x + y$$

12. Ferner ist, wenn man Qc verlängert, der Winkel $gcf = ipm$, weil cf mit pm und cg mit pi parallel ist.

13. Folglich $gce + ecf = \alpha$; aber $gce = y$, und Qcd als Scheitelwinkel $= ecf$, auch $Qcd = ecp = x$

Mithin $\alpha = x + y$

14. Dieser Werth in (11) statt α gesetzt, giebt

$$\pi m\mu = 2 . y = 2 . ecg$$

das will sagen, der Winkel $\pi m\mu$ ist zweymahl so groß, als derjenige, unter welchem sich die verlängerten Richtungen der beyden Spiegel il und ed durchschneiden.

15. Wenn $\pi m\mu = 0$ seyn soll, das heißt, wenn die beyden Bilder π, μ, in dem Fernrohre zusammenfallen, oder sich d e c k e n sollen, so muß auch $y = 0$ seyn; die Richtungen ed, il, werden also in diesem Falle mit einander parallel seyn, weil der Winkel y, unter dem sie sich schneiden (7) $= 0$ ist.

16. Dies

16. Dies giebt alſo ein leichtes Mittel, die beyden Spiegel ed, il in eine parallele Lage zu bringen.

Man richte die Axe des Fernrohrs nach einem ſehr weit entlegenen Gegenſtande, bis das dioptriſche Bild des Gegenſtandes in dem Durchſchnittspunkte der beyden Linien erſcheinet, die auf dem Planglaße eingeriſſen ſind, welches in dem Brennpunkte des Objectivglaßes befindlich iſt §. 122. IX. Hierauf wende man die Alhidadenregel P ſo lange herum, bis erſt beyläufig auch das katoptriſchdioptriſche Bild des Gegenſtandes in dem Fernrohre erſcheinet, befeſtige hierauf den Alhidadenhalter §. 122. III. an den Rand, und drehe blos die Micrometerſchraube herum, ſo wird man dadurch dem Spiegel ed eine ſanfte Bewegung geben, und das katoptriſchdioptriſche Bild völlig genau an das dioptriſche bringen können. In dem Augenblicke, da ſich dieſe beyden Bilder decken, höre man auf zu ſchrauben, und die beyden Spiegel ed, il, werden parallel ſeyn (15).

17. Da nach §. 122. VII. von dem Mechanico die Einrichtung ſo gemacht ſeyn muß, daß, wenn man die beyden Regeln LM und P, ohngefähr in einen rechten Winkel bringt, auch die Spiegel ed, il, beynahe eine parallele Lage erhalten, ſo kan man gleich anfangs, ehe man die Operation (16) vornimmt, die beyden Regeln LM und P in einen rechten

Winkel stellen, so wird man alsdann die Alhidadenregel P wenigstens nicht sehr viel verrücken dürfen, um das katoptrischdioptrische Bild ins Fernrohr zu bringen.

18. Man kan auch, um die Spiegel ed, il parallel zu stellen, die Alhidadenregel P an den Rand befestigen, und dann die Regel LM herumwenden, bis die beyden Bilder in dem Fernrohre zusammenfallen.

19. Anmerk. Das Auge bey k siehet eigentlich das katoptrischdioptrische Bild π Fig. LXXVI. nicht eher, als bis π innerhalb der Röhre des Fernrohrs fällt. Denn obgleich das Bild π, wegen der Reflexion der Spiegel allemahl entstehet, so kan doch der Winkel $\pi m \mu$ so groß seyn, daß π ausserhalb der Röhre des Fernrohrs fällt, und also dem Auge k vor dem Ocularglaße unsichtbar ist. Also siehet man eigentlich in dem Fernrohre beyde Bilder zugleich nicht eher, als bis man die beyden Spiegel il, ed, in eine Lage gebracht hat, die der parallelen nahe kömmt; denn alsdann wird in der Formel (14) der Winkel y, folglich auch $\pi m \mu$ klein, so daß π innerhalb der Röhre des Fernrohrs fallen kan.

Diese Erläuterung hielte ich noch für nöthig, hier beyzubringen.

20. Es

20. Es wird gut seyn, vermittelst eines sehr weit entlegenen Objects, ein für allemahl genau die Stellen auf dem eingetheilten Rande BA Fig. LXXV zu bestimmen, an die man nur in jedem Falle die Alhidadenregel und die Regel LM des Fernrohrs bringen darf, um sogleich die parallele Lage der Spiegel zu erhalten.

Diese Stellen zu bestimmen, kan man so verfahren.

21. Man bringe den ausgespannten Faden fn der Alhidadenregel P, genau über den Punkt o, wo sich auf dem Rande BA die Abtheilungen anfangen, befestige die Alhidadenregel in dieser Lage, und bringe dann die Regel des Fernrohrs LM mit P ohngefähr in einen rechten Winkel, so sind beynahe die beyden Spiegel parallel (17).

Um aber die völlig genaue parallele Lage zu erhalten, so richte man das Werkzeug, wie hier die Figur ausweiset, nach einem entlegenen Objecte Q, wende und drehe hierauf sowohl das ganze Werkzeug, als auch die Regel LM, so lange, bis in dem Fernrohre beyde Bilder des Objects Q erscheinen, und sich in der Axe des Fernrohres, oder in dem Durchschnitte der beyden Creuzlinien (§. 122. IX.) decken. Sobald dieses geschiehet, befestige man die Regel des Fernrohrs LM, und beyde Spiegel ed, il, werden genau mit einander parallel seyn (15. 16).

22. Hierauf reisse man bey v längst der Schärfe der Regel LM genau eine zarte Linie in den eingetheilten Rand, so hat man auf dem Rande ein für allemal die beyden Stellen o (21) u. v, an die man jedesmahl den Faden fn der Alhidadenregel, und die Schärfe LM der Regel des Fernrohres bringen darf, um sogleich die parallele Lage der beyden Spiegel ed, il, zu bekommen.

Wie man vermittelst des Werkzeugs Fig. LXXV. einen Winkel messen könne?

§. 124. 1. Gesetzt, Q, R seyen auf dem Felde ein paar sehr weit entlegene Objecte, deren Winkel QcR am Mittelpunkte des Werkzeugs man finden wolte.

2. Um dieses zu leisten, bringe man vorher beyde Spiegel ed, il, in eine parallele Lage; nämlich den Faden fn der Alhidadenregel bringe man genau über den Punkt o der Eintheilung, die Regel LM aber an den Punkt v, so ist ed mit il parallel (§. 123. 22).

3. Hierauf fasse man bey g das ganze Werkzeug mit der linken Hand, und wende es so lange, bis das Fernrohr genau nach dem

Objecte

Objecte Q hingerichtet ist, also Q in der Axe des Fernrohrs erscheinet.

4. Dieses Bild von Q, welches das Auge im Fernrohre siehet, ist eigentlich ein doppeltes Bild; weil die beyden Spiegel ed, il, parallel sind, und bey dieser Lage der Spiegel, eines entlegenen Objects dioptrisches und katoptrischdioptrisches Bild in der Axe des Fernrohrs sich decken, oder zusammenfallen, und folglich im Grunde nur ein Bild ausmachen. (§. 123. 15)

5. Man löse nun die Alhidadenregel P. So bald man diese anfängt herumzudrehen, so wird das katoptrischdioptrische Bild des Objects Q, das dioptrische im Fernrohre verlassen, weil die Spiegel aus ihrer parallelen Lage kommen, und man wird bey fernerer Herumwendung der Alhidadenregel, blos das dioptrische Bild von Q, im Fernrohre behalten.

6. Man halte also bey g das Werkzeug so viel, als möglich, unverrückt, damit man des Objects Q dioptrisches Bild nicht aus dem Fernrohre verliere, und wende die Alhidadenregel so lange herum, bis man das katoptrischdioptrische Bild des Gegenstandes R ins Fernrohr bekömmt: Dieses wird geschehen, wenn der Spiegel ed eine solche Lage erhält, daß die Strahlen Rc, die von R auf den Spiegel ed fallen, von ihm zurück, auf den Spiegel

il, und von da ferner ins Fernrohr geworfen werden können.

7. So hat man alsdann zwey Bilder im Fernrohre, das dioptrische von dem Gegenstande Q, nach welchem das Fernrohr gerichtet ist, und das katoptrischdioptrische von R.

8. Sobald man nun dies Bild von R nur erst beyläufig im Fernrohre hat, so befestige man die Alhidadenregel P an den Rand, und drehe nur die Micrometerschraube herum, so wird diese dem Spiegel ed eine sanfte Bewegung ertheilen, und man wird machen können, daß beyde Bilder von Q und R (7), sich genau in der Axe des Fernrohrs decken. In dem Augenblicke, da dies geschieht, höre man auf zu schrauben.

9. Dann untersuche man, um wie viel Theile des Randes sich der Index fn der Alhidadenregel, von seiner erstern Stelle (2), wo er nämlich über o stand, fortbewegt hat. Gesetzt, der Index fn habe auf dem Rande, den Bogen oh z. E. 20 Theile des Randes durchlaufen, so wird der Winkel QcR der beyden Objecte = 20° seyn. Stände fn zwischen zween Theilpunkten des Randes, z. E. zwischen dem 20ten und 21ten, so muß man dessen Abstand von dem 20ten, vermittelst der Micrometerschraube finden. §. 101.

10. Auf

10. Auf solche Art wird also mit dem bisher beschriebenen Werkzeuge, auf dem Felde ein Winkel gemessen; der Beweiß des gewiesenen Verfahrens ist aber so gender.

11. Bew. I) Nachdem man, vermittelst des Verfahrens (2), beyde Spiegel ed, il Fig.LXXVII in eine parallele Lage gebracht hat, so würden sowohl das dioptrische als katoptrischdioptrische Bild des Objects Q, bey μ in der Axe des Fernrohrs zusammentreffen, und die Axe $m\mu$ des Fernrohrs würde mit Qc parallel seyn, weil ich den Gegenstand Q sehr weit entfernt annehme. Daß aber bey μ nicht zugleich des Objects R Bild seyn könne, erhellet daraus, weil wegen der ungleichen Winkel Rcd, ecp, der auf den Spiegel ed fallende Strahl Rc, nicht nach der Richtung cp, und folglich auch nicht nach der Richtung $pm\mu$ ins Fernrohr reflectiret werden kan. Den cp ist der reflectirte Strahl von Qc, daher der Winkel $Qcd = ecp$; aber $Rcd < Qcd$ also auch $Rcd < ecp$. d. h. cp kan nicht der reflectirte Strahl von Rc seyn.

II) Da also bey der jetzigen parallelen Lage der beyden Spiegel, der einfallende Strahl Rc nicht nach cp, und folglich nach $p\mu$ reflectirt werden kan, so muß man offenbar die Lage des Spiegels ed verändern, wenn der Gegenstand R, nach den Richtungen $Rcp\mu$ ins Fernrohr reflectirt werden soll.

III) Man

III) Man halbire den Winkel pcR vermittelst der Linie $c\nu$, und setze auf $c\nu$ eine Perpendiculärlinie $\varepsilon\delta$, so wird $\varepsilon\delta$ die Lage des Spiegels ed seyn müssen, wenn der einfallende Strahl Rc nach der Richtung cp, und folglich nach $p\mu$ ins Fernrohr kommen soll. Denn wegen $pc\nu = \nu cR$ ist auch $Rc\delta = \varepsilon cp$, oder Einfallswinkel und Reflexionswinkel gleich, folglich, wenn itzt Rc auf den Spiegel $\varepsilon\delta$ fällt, wird Rc nach der Richtung cp zurückgeworfen, und von da längst $p\mu$ ins Fernrohr gesandt, wo denn bey μ, in der Axe desselben, des Objekts R katoptrischdioptrisches Bild entstehe.

IV) Das Auge bey k wird alsdann in dem Fernrohre, bey μ, der beyden Objekte Q, R, Bilder sich decken sehen; denn bey μ ist auch das dioptrische Bild des Objekts Q, weil die Axe des Fernrohrs nach Q hingerichtet ist.

V) Ich suche nun den Winkel $dc\delta$ oder $ec\varepsilon$, um welchen man den Spiegel ed aus seiner mit il parallelen Lage hat herausbringen müssen, um des Gegenstandes R katoptrischdioptrisches Bild, in die nach dem Objekte Q hingerichtete Axe des Fernrohrs zu bringen.

VI) Diesen Winkel $dc\delta$ finde ich so:
Es ist

$$Qcd = pce \ (\mathrm{I})$$

oder $QcR + Rcd = pc\varepsilon + \varepsilon ce$

VII) Auch

VII) Auch ist $Rc\delta = pc\varepsilon$ (III) oder
$Rcd + dc\delta = pc\varepsilon$

VIII) Diesen Werth von $pc\varepsilon$ substituire man in die Gleichung (VI) so wird

IX) $QcR = dc\delta + \varepsilon ce$ aber $dc\delta = \varepsilon ce$ also
$QcR = 2 . \varepsilon ce$ oder
$\varepsilon ce = \frac{1}{2}\ QcR$

das will sagen, der Winkel um den man die Lage des Spiegels ed hat verändern müssen, beträgt genau die Hälfte des Winkels QcR, den die Objekte Q, R am Punkte c, welcher in Fig. LXXV zugleich des Werkzeugs Mittelpunkt ist, mit einander machen.

X) Nun befindet sich der Spiegel ed auf der Alhidadenregel P; folglich verändert sich die Stellung des Spiegels ed, um eben den Winkel, um den man die Alhidadenregel herum drehet. Es ist also der Bogen oh auf dem Rande das Maaß des Winkels och, um den die Alhidadenregel gedrehet, und des Spiegels ed Lage verändert worden ist. Folglich ist des Bogens oh Grösse auch das Maaß des halben Winkels QcR dessen Grösse man finden wollte. (IX)

XI) Wäre nun auf dem Werkzeuge Fig. LXXV der Quadrant oa wie gewöhnlich in seine 90° getheilt, so würde man allemal den Bogen oh doppelt nehmen müssen, um des

aus-

auszumessenden Winkels QcR Maaß zu bekommen. Um sich diese Arbeit zu ersparen, theilet man den Quadranten nicht in 90 sondern in 180 gleiche Theile, wo alsdann jeder Theil eigentlich einen halben Gr. bedeutet. Der auszumessende Winkel QcR hält alsdann so viele würkliche Grade, so viel halbe Grade, oder Theile auf den Bogen oh gehen.

Und so zeigt also das bisherige den Grund, warum man den Quadranten in 180 Theile theilet §. 122. II. Den Halbmesser des Quadranten kan man etwa 8 Zoll lang nehmen, und dann fallen die Theile auf dem Rande doch noch ziemlich groß aus.

Wegen der Micrometerschraube ist aber noch folgendes zu erinnern.

Wenn ihre Schraubengänge so beschaffen wären, daß z. E. 6 Revolutionen den Faden fn an der Alhidadenregel um einen Theil des Randes, also eigentlich um einen halben Grad fortschöben, so kämen auf eine Revolution 5′ und auf $\frac{1}{10}$ Revolut. $\frac{1}{2}$ Minute. Wenn nun z. E. der Faden fn zwischen dem 20ten und 21ten Theil des Randes stünde, so wende man die Micrometerschraube herum, bis der Faden auf den 20ten Theilpunkt fortgerückt ist, und zähle ihre Umwendungen.

Gesetzt, man habe sie $3\frac{1}{10}$ mahl herumwenden müssen, so würde der wahre Abstand

stand des Fadens von dem 20ten Theilpunkte $= 3\frac{1}{10} \times 5'$ also $15\frac{1}{2}'$ gewesen seyn; bey Ausmessung des Winkels QcR muß man aber allemal das doppelte hievon nehmen, weil, wenn sich der Faden fn auf dem Rande um einen gewissen Winkel verschiebt, sich der Winkel QcR um doppelt so viel verändert. Wenn man also bey dem Verfahren (9) den Abstand des Fadens fn von dem 20 Theilstriche des Randes $= 3\frac{1}{10}$ Revolut. gefunden hätte; so wäre der auszumessende Winkel QcR nicht $20° + 15\frac{1}{2}'$, sondern $20° \ 31'$

Bestimmung des Winkels ipſ Fig. LXXV. den die Axe des Fernrohrs kſp mit dem Spiegel il machen muß, damit ein Strahl, der nach der Richtung kſp auf il fiele, von dem Spiegel il nach dem Mittelpunkte c reflectirt würde. §. 122. VI.

§. 125. Es muß also der Winkel $ip\text{ſ} = lpc$ seyn, nach den Gesetzen der Katoptrik.

Nun $ip\text{ſ} + lpc + \text{ſ}pc$ oder $2 . ip\text{ſ} + \text{ſ}pc = 180°$

$$\text{daher } ip\text{ſ} = \frac{180° - \text{ſ}pc}{2} = 90° - \tfrac{1}{2}\,\text{ſ}pc.$$

Nun fälle man von c auf die Axe des Fernrohrs das Perpendickel cſ, so kan man in dem rechtwinklichten Dreyecke cpſ, aus den gegebenen

nen cp, cſ, den Winkel cpſ berechnen, und es iſt für den Sinus totus = 1

$$\sin spc = \frac{cs}{cp}$$

cſ, und cp ſind aber Größen, die man meſſen kan; hat man ſolchergeſtalt den Winkel ſpc ſo hat man auch den Winkel ipſ=90° — ½ ſpc.

Anmerkungen über das bisherige.

§. 126. I) Da das weſentliche bey Ausmeſſung eines Winkels mit dieſem Werkzeuge nur darauf ankömmt, das katoptriſchdioptriſche Bild des einen Objects R, und das dioptriſche des Objects Q, beyde genau in die Axe des Fernrohrs zu bringen (§. 124. 8) und dieſes geſchehen kan, wenn man blos das Werkzeug, bey g mit der linken Hand hält, mit der rechten aber die Alhidadenregel P herumführet, ſo erhellet, daß ein Stativ bey einem ſolchen Werkzeuge mit Spiegeln entbehrt werden kan. Und dieſes iſt Urſache, warum man auch ſolche Werkzeuge auf Schiffen braucht, wo Stative, wegen der ſchwankenden Bewegung des Schiffes, ganz unnütz ſind.

Daher können alſo ſolche Werkzeuge auch auf dem Lande mit Vortheil gebraucht werden, wo ſich wegen der Unbequemlichkeit des Platzes u. ſ. w. keine Stative hinſetzen laſſen. Wer das

das Detail des bisher beschriebenen Werkzeugs noch genauer kennen lernen will, der findet solches in der Einleitung zu meines Vaters *Tabulis motuum Solis ac Lunae*, welche die englische Admiralität im J. 1770 herausgegeben hat S. 21. Hr. *Chev. de Borda* hat daran noch einige Verbesserungen angebracht, welche in folgender Schrift: *Description et usage du cercle de Reflexion avec differentes methodes pour calculer les observations nautiques par le Chevalier de Borda* (a Paris 1787) mit mehrerem zu ersehen sind Das Werkzeug, so wie es mein Vater zum Behufe der Beobachtungen auf der See angegeben hat, besteht aus einem ganzen Kreise, wegen einer besondern Art die Winkel durch Wiederholung zu messen, wovon unten (§. 135.) geredet wird.

II) Ein anderer Vortheil ist, daß sich mit einem blossen Quadranten an einem solchen Instrumente, Winkel bis auf 180° messen lassen, weil man den Spiegel ed, oder die Alhidadenregel P nur um 90° verrücken darf, wenn der auszumessende Winkel QcR würklich 180° wäre.

So gebraucht man in der Astronomie, und Schiffahrt, sogenannte Octanten, Sextanten u. s. w. oder blos Bogen von 45°, 60°, um Winkel bis auf 90°, 120° zu messen. Man s. *Bouguer traite de la Navigation.*

Man kan aber auch, ohne Spiegel zu gebrauchen, mit einem kleinen Bogen grosse Winkel messen; dergleichen Methode ist in Longomontans *Astronom. Danic. sphaeric. Lib. II. cap. 7. (Amstel. 1640)* angegeben, wo gezeigt wird, wie man mit einem blossen Sextanten einen Winkel von 150° messen könne.

Man sehe auch von diesem Verfahren in *Petr. Horrebowii Op. math. (Havniae* 1741.) *Tom. III.* §. 253.

Zu geodätischen Messungen hat auch Herr Brander ein Werkzeug mit Spiegeln angegeben, dessen Einrichtung man aus seiner Beschreibung eines Spiegelsextanten (Augsp. 1774.) ersehen kan. Von den vortreflichen Hadleyischen Octanten und Sextanten, welche gegenwärtig von *Ramsden* in sehr grosser Vollkommenheit verfertigt werden, redet Hr. *v. Zach* in der Canzler-Meisnerischen Quartalschrift für ältere Litteratur und neuere Lectüre, III Jahrgang 8 Heft, Leipz. 1785. Auch davon in Hrn. Bodens astron. Jahrb. 1789. S. 237. 244.

Schluß dieses Kapitels.

§. 127. Das bisherige mag zureichen, Anfängern von den Einrichtungen einiger neuerer geometrischer Werkzeuge Begriffe zu geben. Man wird

wird sich nun mit leichter Mühe in andere Werkzeuge finden können, die etwa von verschiedenen Künstlern angegeben werden.

In den meisten Anleitungen zur Feldmeßkunst wird man das Detail der Werkzeuge fast gänzlich vermissen, und dennoch läßt sich, ohne eine genaue Kenntniß derselben, keine geometrische Operation mit Sicherheit ausführen. Um so mehr hielt ich mich für verpflichtet, diesem Mangel durch eine umständlichere Beschreibung der vorzüglichsten Bestandtheile der Feldmesserwerkzeuge abzuhelfen, und ich glaube, daß ich mich dabey der möglichsten Deutlichkeit beflissen habe, wenn gleich, Werkzeuge zu beschreiben, eben keine der angenehmsten Arbeiten ist.

Von ältern Feldmesserwerkzeugen findet man Nachrichten und Abbildungen in Leupolds oft angeführten Theatro machinarum Geometr. in Bions mathematischer Werkschule und andern Schriften. Hieher gehören z. E. der Jacobsstab, das geometrische Quadrat, Kirchers Pantometer, Leonhard Zühlers Instrument zum Grundlegen einer Landschaft, Rimplers Instrument, Zühlers Scheibeninstrument u. a. mehr. Eine historische Kenntniß davon dient, um zu sehen, wie man nach und nach zu brauchbarern Einrichtungen gekommen ist.

Zu gewissen Absichten braucht man eben nicht immer ein kostbares Werkzeug, daher manche Einrichtungen sehr einfach, und dennoch zu diesem oder jenem Zwecke nützlich seyn können, z. E. die sogenannte Kreuzscheibe, oder das Meßkreuz (zwey rechtwinklicht unter einander fest verbundene Liniale mit Dioptern, oder auch nur ein Brett, worauf zwey Linien auf einander senkrecht eingerissen sind, zu Absteckung rechter Winkel) welches beym Aufnehmen militärischer Plans nach dem Augenmaaße, beym Durchstecken der Schlaglinien in Forsten, (M. s. C. W. Hennerts, Königl. Preuß. Forstraths, kurze Anweisung zu einigen geometrischen Hülfsmitteln, welche den Forstbedienten in solchen Forsten, die in Schläge eingetheilt sind, bey verschiedenen Fällen nützlich seyn können, Berlin und Stettin 1780.) und zu andern Arbeiten, wobey eben nicht die größte Schärfe erforderlich ist, dienen kann. Von der Kreuzscheibe, wie auch von andern Werkzeugen, die ohne grosse Kosten sich verfertigen lassen, handelt auch Hr. Helfenzrieders Geodäsie 8 Kap. Hr. Conrector Voigt in Quedlinburg hat in seinen neuen practischen Entdeckungen in der Geometrie Quedlinb. und Leipz. 1781. einen Winkelmesser zu eben dieser Absicht angegeben.

Zum Schlusse erwähne ich noch einiger Werkzeuge, welche vorzüglich zu grössern Feldmesserarbeiten bestimmt sind.

Hieher gehört der von Hrn. Brander angegebene dioptrische Sector wovon man Lamberts Anmerkungen über die Branderischen Glasmicrometer Augsburg 1769 nachsehen kan.

Ferner ein Winkelmesser, welchen Hr. v. Osterwald in den Abhandl. d. Churf. Bayrischen Ac. der Wiss. I. B. II. Th. p. 113. beschrieben und zum geographischen Landmessen eingerichtet hat.

Meiner Meynung nach ist aber dieses Instrument etwas zusammengesetzt, und die Verfertigung desselben erfordert einen geschickten und sorgfältigen Mechanicum, wenn sich die Winkel bis auf 5 Sekunden, wie am angef. Orte versprochen wird, genau damit sollen messen lassen. Es werden nämlich die kleinern Abtheilungen durch Schraubenmicrometer bestimmt, welche in feine an dem Umfange des Randes eingeschnittene Schraubengewinde eingreifen. Diese Schraubengewinde durch den ganzen Umfang des Randes durchaus von gleicher Weite zu machen, halte ich, soviel mir von mechanischen Arbeiten bekannt ist, nicht für gar zu leicht. — Dieses Werkzeug dienet auch besonders an solchen Orten, wo sich keine Stative bequem anbringen lassen.

Ein anderes Werkzeug zum geographischen Landmessen findet man in Hrn. Thom. Bugge, Beschreibung der Ausmessungsmethode, welche bey den dänischen geographischen Charten angewendet worden, (Dresden 1787.) abgebildet. Das Stativ hat sehr viel Aehnlichkeit mit dem des Sissonischen beweglichen Quadranten auf der Göttingischen Sternwarte. Es ist indessen dieses Werkzeug dasjenige, welches Hr. Eckström in den Abhandl. der schwed. Ac. d. Wiss. 1750. angegeben hat.

Wenn dasjenige, welches ich oben (§. 99 ꝛc.) beschrieben habe, einen Durchmesser von etwa 18 Zollen hat, so ist es auch zum geographischen Landmessen hinreichend. Nur müssen alle Vorrichtungen in Absicht auf den festen Stand des Werkzeugs, verhältnißmäsig in der gehörigen Stärke gemacht werden, welches ich dem Mechaniko zu beurtheilen überlasse.

VIII. Ka-

VIII. Kapitel

Von Ausmessung der Winkel auf dem Felde, besonders mit dem Meßtischgen, dem Astrolabio, der Boussole, u. s. w. nebst den dabey nöthigen Bemerkungen.

§. 128.

Aufgabe.

Die Größe eines vorgegebenen Winkels, auf dem Meßtischgen zu bestimmen.

Auflösung.

I) Es sey Tab. VII. Fig. LXXVIII. C ein Punkt auf dem Felde, durch welchen man sich eine Horizontalfläche gelegt vorstelle. P und Q seyen ein paar Punkte oder Objecte, nach Gefallen über der Horizontalfläche erhaben. Nun gedenke man sich durch P, Q ein paar Verticallinien Pp, Qq, die bey p, q in diese Horizontalfläche eintreffen, und nach p, q die Linien Cp, Cq, hingezogen, so werden die beyden Linien Cp, Cq, Horizontallinien seyn, und der Winkel pCq, wird der Neigungswinkel seyn, den ein paar Verticalebenen PpC, QqC, durch den Punkt C und die Objecte, P, Q gelegt, mit einander machen.

Man soll auf dem Papiere des Meßtischgens einen Winkel angeben, der dem Horizontalwinkel pCq gleich ist.

II) Um dieses zu leisten, bringe man das Meßtischgen Fig. LIV über den Punkt C Fig. LXXVIII, eröfne die Beine des Stativs so weit, bis das Werkzeug eine bequeme Höhe über dem Boden hat, und gebe dem Tischblatt A, indem man es in der Nuß herumwendet, und die Schrauben y, y, y zu Hülfe nimmt (§. 108. 6), vermittelst einer darauf gesetzten Wasserwaage (§. 113), eine genaue horizontale Stellung.

III) Es stelle also das Viereck abgd Fig. LXXVIII das Meßtischgen vor, wie es horizontal, über dem Punkte C stehet, dann wird die Ebene des Tischgens abgd mit der Horizontalfläche pCq parallel seyn.

IV) Man nehme auf dem Meßtischgen einen Punkt h an, der lothrecht über C liegt. Um dieses zu bewerkstelligen, bedienet man sich sehr bequem einer sogenannten Gabel Fig. LXXIX. Diese Vorrichtung bestehet aus

zween

zween Armen, oder hölzernen Stäben rs, tv, die durch den Querleisten sv mit einander verbunden sind, und so die Gestalt einer Gabel bilden. Die Längen rs, tv, mögen etwa die halbe Breite des Meßtischgens betragen; am Ende des untern Armes vt, muß ein Faden mit einem Lothe herabhängen. Will man nun auf dem Meßtischgen einen vertical über C liegenden Punkt h angeben, so schiebt man diese Gabel an das Meßtischgen, bewegt sie hin und her, so daß rs die obere Fläche des Tischblatts, und tv die untere Fläche desselben beschreibt, und giebt ihr eine solche Lage, daß das an dem Arme vt befindliche Loth, gerade über den Punkt C hängt, so wird der Endpunkt r des Schenkels sr, auf dem Meßtischgen den Punkt h bestimmen, der vertical über C liegt.

V) In diesen Punkt h steckt man eine sehr feine, mit einem Knöpfgen von Siegellak versehene, Nehnadel ein, und legt die Schärfe ik des Fig. LXVIII und §. 111. 1. beschriebenen Diopterlinials an diese Nadel.

VI) Visiret alsdann durch die Oculardiopter, wendet und drehet das angelegte Diopterlinial so lange um die Nadel, bis z. E. das Object P gerade hinter dem in der Objectivdiopter ausgespannten Verticalfaden erscheinet, und ziehet hierauf längst der an der Nadel liegenden Schärfe des Linials, mit einem wohl zugespitzten Bleystift eine gerade Linie her. Während daß dieses geschiehet, muß das Linial in unverrückter Lage erhalten, und daher so lange etwas angedrückt werden. Noch besser ist es, wenn man von einem Gehülfen die Linie ziehen läßt, so kan man unterdessen immer das Auge vor der Oculardiopter behalten, nach dem Objecte P visiren, und so die geringste Verrückung der Diopterregel bemerken.

VII) Es sey also hn die auf dem Meßtischgen durch den Punkt h gezogene Linie, so wird hn in der Verticalfläche CpP liegen, die man sich durchs Object P, und den Punkt C einbildet. Denn der Punkt h auf dem Meßtischgen liegt vertical über C (IV) und folglich in der Verticalfläche CpP. Weil nun die Ebene des Meßtischgens horizontal gestrllet worden, und der Schlitz in der Oculardiopter, nebst dem Faden der Objectivdiopter, auf der Ebene des Diopterlinials, und folglich hier auf der horizontalen Ebene des Meßtischgens senkrecht stehen, so werden der Schlitz und der Faden beyde in einer Verticalfläche liegen, und zwar in der Verticalfläche hCpP, wenn die Diopteren nach dem Objecte P hingerichtet sind. Solchergestalt ist also hn die Durchschnittslinie der Verticalfläche hCpP, mit der horizontalen Ebene des Meßtischgens, und hn muß mit Cp parallel seyn.

VIII) So-

VIII) Sobald nun die Linie hn gezogen worden, so richtet man die Diopten auch nach dem Objecte Q hin, und ziehet abermahls auf dem Meßtischgen, wie in (VI), längst der an der Nadel liegenden Schärfe des Linials, eine gerade Linie hc, so wird eben so hc in der Verticalfläche hCQq liegen, und parallel mit Cq seyn müssen.

IX) Während daß man aber die Dioptern nach Q hinrichtet, muß man wohl dafür sorgen, daß das Meßtischgen sich nicht verrücke, und folglich die zuerst gezogene Linie hn aus ihrer wahren Richtung komme.

X) Solchergestalt erhält man also auf dem Meßtischgen einen Winkel nhc, dessen Schenkel hn, hc, sind mit den Schenkeln Cp, Cq, des Winkels pCq gleichlaufend, und daher muß nhc = pCq seyn. (S. Hrn. Hofr. Kästners Geometrie 46 Satz 2 Zus.)

Man hat also auf dem Meßtischgen den Horizontalwinkel nhc = pCq oder den Neigungswinkel der beyden Verticalflächen CphP, CqhQ, welchen man finden wollte.

Zusatz.

§. 129. Gewöhnlich hat man beym Gebrauche des Meßtischgens blos die Absicht, den Horizontalwinkel pCq auf dem Felde, zu Papiere

piere zu bringen. Wolte man aber auch zugleich die wahre Größe dieses Winkels pCq, in Graden und Minuten bestimmen, so müßte man nhe auf dem Meßtischgen, etwa vermittelst des geradlinigten Transporteurs §. 106. 16 messen. Allein, selten pflegt man diese Absicht bey dem Meßtischgen zu haben; wenn man den Winkel nur zu Papiere gebracht hat, so ist der Zweck erfüllt, und man findet den Winkel pCq in Graden und Minuten sicherer durch Hülfe des Astrolabii.

Zusatz.

§. 130. Es pflegt meistens zu geschehen, daß auf dem Meßtischgen eine Linie hv, und ein Punkt h in ihr, schon gegeben ist, man soll den Winkel pCq, auf dem Meßtischgen verzeichnen, so, daß der gegebene Punkt h die Spitze des Winkels, und die gegebene Linie hv den einen Schenkel desselben abgiebt: In diesem Falle verfähret man so:

Man bringt erstlich das Meßtischgen in eine horizontale Lage, und den gegebenen Punkt h, vertical über C nach §. 128. II. IV, und legt hierauf die Schärfe des Diopterlinials an die gegebene Linie hv sehr genau an.

Nun muß die Linie hv in die Verticalfläche hCPp eingerichtet werden. Dieses geschiehet so:

Man

Man löset an dem Meßtischgen die Schraube x Fig. LVI, so kan man nach (§. 108. 7) der ganzen Ebene des Tischblatts eine horizontale Wendung geben. Man lasse also an der vorgegebenen Linie hv das Diopterlinial unverrückt liegen, und wende das Tischblatt horizontal herum, bis das an die Linie hv angelegte Diopterlinial in eine solche Lage hn kömmt, bey der der Faden der Objectivdiopter den Gegenstand P bedeckt. In dem Augenblicke, da solchergestalt hv in die Lage hn kömmt, ziehe man die Schraube x wieder an.

Während daß aber dieses geschiehet, kan sehr leicht das Object P sich wieder etwas aus dem Faden der Objectivdiopter verrücken. Um also die genaue Stellung wieder zu erhalten, bediene man sich der Stellschraube ze Fig. LVIII. Diese giebt bekanntermaaßen dem Tischgen eine sanfte horizontale Bewegung (nach §. 108. 7.) und es wird sich daher, vermittelst dieser Vorrichtung, der Faden der Objectivdiopter wieder genau nach dem Objecte P hinrichten lassen.

Wenn nun auf diese Art die gegebene Linie hv durch Herumwendung des Meßtischgens genau in die Lage hn gebracht, d. h. in die Verticalfläche hCPp eingerichtet worden, dann läßt man die Ebene des Tischgens in unverrückter Lage, wendet das Diopterlinial herum,

herum, und richtet es nach dem Objecte Q, so kan man alsdann den andern Schenkel hc des Winkels auf dem Meßtischgen bestimmen §. 128. VIII, und folglich an die gegebene Linie hv (nachdem sie nämlich in die Richtung hn gebracht worden) und an den gegebenen Punkt h, einen Winkel nhc=pCq verzeichnen.

Anmerkungen.

§. 131. I) Es ist nothwendig, daß, wenn man mit dem Bleystift neben dem Diopterliniale herziehet, die gezogene Linie genau durch den Punkt h gehe. Den Bleystift muß man daher beständig geschärft halten, und mit ihm sehr genau längst der an dem Punkt h liegenden Seite des Linials herfahren.

II) Anfängern, die noch nicht geübt sind, ist es freylich bequem, das Diopterlinial um eine in h eingesteckte Nadel zu drehen. Weil aber, zumahl wenn die Nadel nicht recht fein ist, ihre Dicke unterweilen verhindert, die Linie genau durch h zu ziehen, welches bey manchen Feldmesserarbeiten zu erheblichen Fehlern Gelegenheit geben kan, so ist es besser, sich gar keiner Nadel zu bedienen, sondern das Diopterlinial blos an den Punkt zu legen, und so nach den Gegenständen zu richten. Wer den Versuch anstellen will, wird finden, daß dieß so gar schwer nicht ist, und sich durch

durch einige Uebung bald lernen läßt. Ich pflege mich nie einer Nadel zu bedienen, und bringe dennoch das Diopterlinial sehr bald in die Lage, daß, wenn es nach einem Gegenstande hingerichtet worden, auch die Schärfe desselben genau an dem Punkte h anliege.

III) Es versteht sich, daß unter dem bisher gebrauchten Worte Object, vielmehr nur ein gewisser bestimmter Punkt desselben verstanden werden muß. Wären daher die Objecte P, Q z. E. ein paar Thürme, so würde man etwa nach den Spitzen derselben hinvisiren.

IV) Oft liegen die Objecte P, Q, so hoch oder tief, daß die Diopteren zu niedrig sind, um nach ihnen hinvisiren zu können. In diesem Falle stecke man zwischen dem Standpunkte C des Meßtisches und den Objecten P, Q, erst Stäbe in die Verticalebenen CpQ, CqQ, und visire hierauf nach diesen Stäben. Bey diesem Abstecken der Stäbe sind aber alle Vorsichten zu beobachten, welche oben (§. 33.) gelehrt worden sind, damit, wenn man auf dem Meßtische die Visirlinien hn, hc nach den Stäben hinzieht, man versichert seyn kan, daß sie auch genau in den wahren Verticalebenen CpP, CqQ liegen würden.

V) Wenn man sich auf dem Meßtischgen der dioptrischen Regel Fig. LXIX bedienet, bey

bey welcher die Visirlinie durch die Mitte des Linials gehet, so muß man Sorge tragen, beym Visiren nach verschiedenen Objecten, immer eine und dieselbe Schärfe des Linials an den Punkt, oder an die Nadel zu legen, weil sonst Fehler zu besorgen sind, wenn man bald eine, bald die andere Seite des Linials anlegte, und man nicht überzeugt wäre, daß beyde genau unter sich, und mit der Visirlinie parallel laufen.

VI) Während daß man Fig. LXXVIII. das Diopterlinial aus der Lage hn, in die Lage hc bringt, und die Linie hc ziehet, muß das Meßtischgen in unverrückter Lage erhalten werden, damit hn nicht aus ihrer Richtung komme. Nun kan es aber leicht geschehen, daß durch einen Zufall sich das Meßtischgen etwas verrücket. Um also, nachdem man hc gezogen hat, zu untersuchen, ob hn noch in ihrer gehörigen Richtung ist, so legt man das Diopterlinial wieder genau an die Linie hn; decket alsdann der Faden der Objectivdiopter noch genau den Gegenstand P, so hat sich das Tischgen nicht verrücket: erscheinet im Gegentheil das Object P nicht genau hinter dem Faden, so ist eine kleine Verrückung des Tischgens vorgefallen, und man muß daher die Linie hn wieder einrichten, und hierauf noch einmal nach dem Objecte Q hinvisiren, um den wahren Winkel auf dem Meßtischgen zu bekommen.

Diese

Diese Methode, den unveränderten Stand des Meßtischgens zu erfahren, ist ohnstreitig eine der besten und zuverläßigsten.

VII) Einige aber bedienen sich der Magnetnadel zu dieser Prüfung, und verfahren so: Gleich anfangs, ehe sie nach den Objecten P, Q hinvisiren, ziehen sie auf dem Meßtischgen die Richtung der Magnetnadel. Sie wenden nämlich das Diopterlinial so lange, bis die Magnetnadel genau über der Linie einspielet, die auf dem Boden des Magnetkästgens eingerissen ist, und ziehen hierauf längst des Diopterlinials eine gerade Linie, also die Richtung der Magnetnadel (§. 121) auf das Meßtischgen. Nun erst wird nach den Objecten P, Q hinvisiret, und auf dem Meßtischgen, hn, hc gezogen. Um nun zu erfahren, ob während dieser Arbeit sich der Stand des Meßtischgens verändert hat, so legen sie das Di pterlinial wieder genau an die gleich anfangs gezogene Richtung der Magnetnadel, und lassen die Nadel in Ruhe kommen; Spielt sie nun wieder genau über der Linie auf dem Boden des Magnetkästgens ein, so hat sich das Meßtischgen nicht verrücket, im Gegentheil aber hat sich dessen Lage verändert, und man muß daher hn, hc wieder von neuem bestimmen.

Diese Methode aber, den Stand des Meßtischgens zu erforschen, ist bey weitem nicht so richtig, als die erstere (VI). Denn es kan nur eine sehr geringe Verrückung des Meßtischgens vorgefallen seyn, so, daß eine Magnetnadel, wenn sie nicht sehr beweglich ist, solche kaum empfindet; Auch können selbst bey der Beobachtung, ob die Nadel über der erwähnten Linie auf dem Boden des Käfigens einspielet, kleine Fehler vorfallen, zumahl wenn man das Auge etwas seitwärts, und nicht gerade über der Linie hält; und endlich mögte ich auch, wegen allerley zufälligen Ursachen, welche auf die Richtung der Magnetnadel Einfluß haben können, nicht rathen, sich bey Stellung des Meßtischgens völlig auf die Magnetnadel zu verlassen, sondern sich lieber der erstern Methode (VI) zu bedienen, wenn etwas genaues geleistet werden soll, und es sonst die Umstände zulassen.

VIII) Eine dritte Methode, den Stand des Meßtischgens, oder überhaupt eines geometrischen Werkzeugs zu prüfen, bestehet in dem Gebrauche der sogenannten Versicherungsdioptern. Diese Vorrichtung bestehet in ein paar Dioptern, welche an die untere Fläche des Meßtischgens befestigt, und, um den Stand des Tischgens zu prüfen, auf folgende Art gebraucht werden.

Man untersuche, indem man durch diese Versicherungsdioptern visiret, was hinter dem

Faden der Objectivdiopter, in der Ferne etwa für ein kenntlicher Gegenstand erscheinet, nachdem man dem Tischgen die gehörige Stellung gegeben hat: oder, wenn hinter dem Faden nicht gerade ein kenntliches Object erscheinet, so lasse man in einiger Entfernung einen Stab abstecken, so daß er von dem Faden der Objectivdiopter bedeckt wird. Will man nun in der Folge den Stand des Tischgens prüfen, so darf man nur durch diese Versicherungsdioptern visiren, und nachsehen, ob sie noch genau auf den in der Ferne abgesteckten Stab, oder sonst bemerkten Gegenstand, hinweisen. Geschiehet dieses, so ist man versichert, daß, während man auf dem Tischgen handthierte, keine Verrückung desselben vorgefallen. Bemerkt man aber das Gegentheil, so hat sich dasselbe verrücket, und man muß es von neuem einrichten. So kan man sich demnach in jedem Augenblicke von dem richtigen und ungeänderten Stande des Werkzeugs versichern.

Zu eben dem Zwecke dienet, zumahl an einem Astrolabio, auch ein Versicherungs-Fernrohr, welches gewöhnlich an der untern Fläche des eingetheilten Randes befestigt wird. Es versteht sich, daß ein solches Fernrohr in seinem Brennpunkte ebenfalls mit einem ausgespannten Faden, oder einem ebenen Glase, worauf Kreuzlinien, wie oben (§. 104) eingerissen sind, versehen seyn muß, um nach einem bestimmten Punkte eines Objects visiren zu können.

Dieser Gebrauch der Versicherungsdioptern, und Fernröhre, ist bey einem jeden geometrischen Werkzeuge anzurathen, wowit man Messungen von Wichtigkeit anzustellen hat.

Aufgabe.

§. 132. **Einen Winkel auf dem Felde vermittelst des (§. 99) beschriebenen Astrolabii auszumessen.**

Aufl. I) Es seyen Fig. LXXX. Tab. VII, P und Q wieder ein paar Gegenstände auf dem Felde. C ein gegebener Punkt, und Pp, Qq Perpendickel auf die Horizontalfläche durch C, man verlangt die Größe des Horizontalwinkels pCq, oder des Neigungswinkels der beyden Verticalflächen CpP, CqQ, in Graden und kleinern Theilen.

II) Nachdem man das Werkzeug Fig. LIX auf die Nuß Fig. LXIV. und diese auf den Zapfen S des Stativs Fig. LXV. gesetzt hat, so bringe man das ganze Werkzeug über den Punkt C des auszumessenden Winkels pCq, Fig. LXXX, so, daß der Mittelpunkt des eingetheilten Randes lothrecht über C zu liegen komme, und gebe dem Stativ zugleich eine bequeme Höhe.

III) Man

III) Man bringe hierauf die Indices oder Anfangsstriche der beyden Verniere §. 103. 1 genau an die Theilstriche des Randes, wo sich die Abtheilungen desselben anfangen, und befestige die Alhidadenregel in dieser Lage an den Rand, indem man die untere Schraube x (§. 99. 9.) anziehet.

Solten sich, während daß man die Alhidadenregel solchergestalt an den Rand befestiget, die Indices wieder etwas verrücken, so kan man, vermittelst der Micrometerschraube MK, sie wieder genau an die ersten Theilsteiche des Randes bringen.

IV) Auch ziehe man die Schraube U Fig. LXIV an, wodurch die Nuß auf den Zapfen S des Stativs befestigt, und unbeweglich erhalten wird.

V) Man gebe hierauf dem Werkzeuge, indem man es in der Nuß herumwendet, eine genaue horizontale Stellung, vermittelst einer auf den Rand gesetzten Wasserwaage. Befestige alsdann auch die an der Nuß befindliche Schraube H Fig. LXIV, damit das Werkzeug in seiner horizontalen Stellung unverrückt erhalten werde.

VI) Nach dieser Vorbereitung löse man nun die Schraube L §. 99. 16. und Fig. LIX, so wird sich das ganze Werkzeug auf dem Zapfen der Nuß horizontal herumwenden lassen, und man wird das Fernrohr, ohne daß man die Alhidadenregel besonders herumwenden darf, nach jedem Objecte hinrichten können.

VII) Man wende also das ganze Werkzeug so lange herum, bis man durchs Fernrohr das Object Q Fig. LXXX erblicket. So bald dieses geschiehet, ziehe man die (VI) erwähnte Schraube L wieder an, hemme dadurch die grobe Bewegung des Werkzeugs, und wende hierauf die Stellschraube Wz Fig. LVIII §. 99. 12. herum, um der ganzen Ebene des eingetheilten Randes eine sanfte horizontale Bewegung zu ertheilen, so wird man dadurch in den Stand gesetzt werden, das Fernrohr völlig genau nach dem Objecte Q hinzurichten, so daß Q hinter der Verticallinie erscheinet, die auf dem in dem Brennpunkte des Fernrohrs eingesetzten Planglaße eingerissen ist.

VIII) Es stelle also lλnc Fig. LXXX, den eingetheilten Rand des Winkelmessers vor, und h dessen Mittelpunkt lothrecht über C, or das blos durch die Bewegung des ganzen Werkzeuges (VI) nach Q gerichtete Fernrohr, und ln die Alhidadenregel, mit ihrer Vernierplatte vs, deren beyde Indices noch immer genau an den ersten Theilpunkten des Randes anliegen müssen. (III)

IX) Man

IX) Man löse nun die Schraube x des Alhidadenhalters, (§. 99. 9) wende die Alhidadenregel langsam herum, damit die Ebene des eingetheilten Randes nicht die geringste Verrückung leide, und bringe sie in die Lage λc, bey welcher man durchs Fernrohr den Gegenstand P erblickt. Ziehe hierauf die erwähnte Schraube x wieder an, und bringe, vermittelst Umwendung der Micrometerschraube, wodurch man der Alhidadenregel, mithin auch dem Fernrohre eine sanfte Bewegung ertheilet, das Fernrohr in eine solche Richtung, bey der das Objekt P völlig genau von der Verticallinie im Brennpunkte (§. 104) bedecket wird.

X) Wenn dies geschehen, so untersuche man auf beyden Abtheilungen des Randes die Bogen, welche beyde Indices der Verniere, dadurch, daß man die Alhidadenregel aus der erstern Lage ln in die zwote λc brachte, beschrieben haben, so findet man nach der §. 103. gegebenen Anleitung den Winkel lhλ, um welchen die Alhidadenregel gedrehet worden. Eben dieser Winkel lhλ ist dem Verticalwinkel chn, mithin auch dem Winkel pCq gleich, den die zwo Verticalebenen durch P und Q, am Standpunkt C des Werkzeugs, mit einander machen.

Anmerkung.

§. 133. I) Weil die Ebene des eingetheilten Randes unverrückt bleiben muß, während man die Alhidadenregel, aus der ersten Lage ln, in die zwote λc drehet, so wird man bey dieser Aufgabe den Nutzen eines Versicherungsfernrohres an dem Astrolabio verspüren, zumahl wenn aus demselben Stande C noch mehrere Winkel aufzunehmen wären.

II) Man kan solchergestalt mit einem Winkelmesser, dessen Rand aus einem ganzen Kreise bestehet, aus einem einzigen Stande C, so viel Winkel am Horizonte herum messen, als man will, ohne daß man nöthig hat, das Werkzeug von neuem zu stellen.

Wäre z. E. R ein drittes Objekt, und Rϱ eine Verticallinie auf die Horizontalfläche, so braucht man nur, so bald der Winkel pCq, auf dem Werkzeuge bestimmt worden, die Alhidadenregel weiter herumzudrehen, das Fernrohr nach dem Objecte R hinzurichten, und dann eben so die durchlaufenen Bogen auf dem Rande des Werkzeugs untersuchen, so hat man den Horizontalwinkel qCϱ, vorausgesetzt, daß die Ebene des Werkzeugs aus ihrer anfänglichen Lage, wo das Fernrohr nach Q hingerichtet war, nicht verrücket worden ist.

Auch hätte man alsdann, wenn es nöthig wäre, den Winkel $pC\varrho = qC\varrho - qCp$.

III) Hat

III) Hat man auf diese Art aus einem einzigen Stande viele Winkel zu messen, so muß man in dem Diario folgende Umstände bemerken.

Erstl. Die Nahmen der Objecte P, Q, R u. s. w. Zweytens. Was die Indices der beyden Verniere, nachdem das Fernrohr allemahl nach einem Objecte hingerichtet worden, auf den Abtheilungen des Randes für Grade und Minuten weisen. Und endlich

Drittens. Um wie viel Revolutionen der Micrometerschraube, der Index des Vernier, bey jeder Richtung des Fernrohrs, von dem nächsten Theilsteiche des Randes absteher. Dies letztere ist indessen nur nöthig, wenn man die einzeln Minuten, die die Vernierabtheilungen angeben, genäuer prüfen, und die Fehler, die bey Beobachtung des Zusammentreffens der Theilstriche des Vernier mit denen des Randes, vorgefallen seyn möchten, schätzen will. (§. 103. 3.)

IV) Exemp. Bey der anfänglichen Richtung des Fernrohrs nach dem Objecte Q standen beyde Indices der Vernierplatte, genau an den ersten Theilstrichen des Randes, und zeigten also auf beyden Abtheilungen des Randes $0°.0'.0''$.

Gesetzt nun, nachdem das Fernrohr nach dem Objecte P hingerichtet worden, wiese der

Index des V. der 90 Theilung 46° . 56′; der Index des V. der 96 Theilung aber 50 b + $\frac{1}{32}$ b. (§. 102. II. und §. 103. 2.) und vermittelst der Micromerschraube fände man, daß der Index des V. der 90 Thl. von dem Theilstriche des Randes, der zu 46° gehört, um $7\frac{22}{30}$ Revolutionen der Micrometerschraube abstände (§. 101. VII), so würden diese Data etwa auf folgende Art ins Diarium zu stehen kommen.

Objecte	n. d. 90 Th.	n. d. 96 Th.	n. d. Micr. schr.
Q	0°. 0′.0″	0.0.0	0 . 0 .
P	46°.56′.0″	50b+ $\frac{1}{32}$b	46°+$7\frac{22}{30}$ Rev

Solchergestalt hätte man für den Winkel qCp, und so auch für jeden andern Winkel, 3 Angaben, die man demnächst unter einander vergleichen, und daraus etwa ein arithmetisches Mittel, wenn man es für gut befindet, nehmen kan. (§. 103. 4.)

Wie man den Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohrs §. 104. eine solche Lage giebt, daß eine davon, in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liege.

§. 134. Es wird bey Ausmessung eines Winkels, den zwo Verticalebenen auf dem Felde mit einander machen, offenbar zum vorausgeausgesetzt, daß die Linie im Brennpunkte des Fernrohrs (nämlich cd Fig. LXVII u. §. 104) hinter der die Gegenstände erscheinen müssen, in einer auf der Alhidadenregel oder auf der Ebene des eingetheilten Randes senkrechten Ebene liege, damit, wenn die Ebene der Alhidadenregel, oder des eingetheilten Randes horizontal gestellet worden, die erwähnte Linie vertical sey.

Um nun dieser Linie ihre gehörige Lage zu geben, so bringe man die Ebene des eingetheilten Randes in eine horizontale Stellung (§. 113) und lasse in einiger Entfernung an einem Faden ein Loth herabhängen.

Hierauf löse man die Schraube des Alhidadenhalters, wende die Alhidadenregel herum, und richte das Fernrohr nach diesem Lothe:

Wenn nun die §. 104. erwähnte Linie cd mit der Richtung dieses Lothes zusammenfällt, so hat sie ihre gehörige Stellung.

Geschiehet dieses nicht, so löse man Fig. LXVI die Schräubgen d, d, die das Fernrohr in der Hülse K festhalten; und wende das Fernrohr in seiner Hülse herum, bis die erwähnte Linie im Brennpunkte des Fernrohrs mit der Richtung des Loths zusammenfällt.

Sobald dieses geschiehet, ziehe man die Schrauben d, d, wieder an, so wird alsdann die erwähnte Linie in ihrer gehörigen Lage unverrückt erhalten werden können.

Diese Prüfung und Berichtigung der erwähnten Linie, muß man allemal vorher anstellen, ehe man zur würklichen Ausmessung der Winkel schreitet.

Tob. Mayers Methode (*comment. Soc. R. Goett. T. II.*) einen Winkel auf dem Felde sehr genau auszumessen, wenn gleich der Winkelmesser, dessen man sich hierzu bedient, merkliche Fehler in der Theilung des Randes u. s. w. hätte.

§. 135. Diese Methode kan mit Nutzen auf dem Felde gebraucht werden, wenn man die Grösse eines Winkels zu einer gewissen Absicht sehr genau messen will, und ist kürzlich folgende.

I) Es sey der Winkel PgQ Fig. LXXXI Tab. VII, den ich x nennen will, auszumessen.

Um dieses zu leisten muß man nach der Ordnung folgende Operationen vornehmen.

Erste Operation.

II) Man stelle den Mittelpunkt des Werkzeugs über die Spitze g des auszumessenden Winkels PgQ, bringe die Indices der Verniere genau

genau an die ersten Theilstriche des Randes (§. 132. III) und wende das ganze Werkzeug horizontal herum wie in (§. 132. VI. VII.) bis das Fernrohr ln genau nach dem Objekte Q hingerichtet ist.

III) Bey dieser Lage des Fernrohrs sind also bey l die Anfangspunkte beyder Abtheilungen des Randes, an denen zugleich die Indices der Verniere anliegen.

IV) Nun löse man die Schraube des Alhidadenhalters, und wende blos das Fernrohr herum, ohne daß sich aber die Ebene des eingetheilten Randes verrücke, und bringe das Fernrohr in die Lage λc, nämlich in die Richtung nach dem Objekte P.

V) So wird der Bogen lλ, den während Herumdrehung des Fernrohrs, der Index des Vernier auf dem Rande durchlaufen hat, das Maaß des Winkels lgλ oder PgQ seyn.

Zweite Operation.

VI) Man braucht aber den Bogen lλ, als das Maaß des Winkels PgQ oder x, nicht zu untersuchen, sondern fängt sogleich eine neue Operation an, die der erstern völlig ähnlich ist. Nämlich man läßt das Fernrohr, oder vielmehr den Index des Vernier unverrückt an der Stelle des Randes, wo er am Ende der ersten Operation stand, und wendet nun wieder blos das

gan-

ganze Werkzeug herum, so daß das Fernrohr λc, welches in Fig. LXXXI nämlich am Ende der ersten Operation, nach dem Objekte P hinzielte, in die Lage λc Fig. LXXXII oder in die Richtung nach dem Objecte Q hinkomme.

VII) Solchergestalt kömmt aber, weil die Richtung des Fernrohrs vermittelst der Wendung des ganzen Werkzeugs geschah, die Linie ln Fig. LXXXI in die punktirte Richtung ln Fig. LXXXII, und so ist zwar itzt das Fernrohr wieder nach Q gerichtet, aber der Index des V. welcher sich bey λ befindet, wird jetzt von dem Punkte l, wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, um den Bogen lλ oder um das Maaß des Winkels x abstehen.

VIII) Man lasse nun wieder das ganze Werkzeug, oder die Ebene des Randes unverrückt, wende blos das Fernrohr, und richte es zum zweytenmahle nach dem Objecte P.

IX) So wird, indem das Fernrohr aus der Lage λc in die Lage λ′ c′, gebracht wird, der Index des Vernier, auf dem Rande abermahls den Bogen λλ′, als das Maaß des Winkels PgQ, beschreiben, und daher ist am Ende dieser zweiten Operation der Index des Vernier bey λ′, und stehet von dem Punkte l, wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, um den Bogen, lλλ′ oder um den Winkel 2x, ab.

Dritte

Dritte und fernere Operation.

X) Wenn man solchergestalt die Arbeit fortsetzt, und immer wechselsweise, erst mit Wendung des ganzen Werkzeugs, das Fernrohr nach dem Objecte Q, und dann durch die bloße Herumdrehung der Alhidadenregel, das Fernrohr nach dem Objecte P hinrichtet, so wird z. E. am Anfange der dritten Operation, zwar das Fernrohr wieder nach dem Objecte Q Fig. LXXXIII gerichtet seyn, und der Index des Vernier von dem Punkte l noch um den Bogen $l\lambda\lambda' = 2x$ abstehen, aber am Ende der dritten Operation, wird, nachdem das Fernrohr in die Richtung $\lambda'' c''$ gebracht worden, sich der Index des Vernier bey λ'' befinden, und abermahls den Bogen $\lambda' \lambda''$ durch Herumdrehung der Alhidadenregel beschrieben haben, dergestalt, daß er alsdann um den Bogen $l\lambda\lambda' \lambda''$ oder um den Winkel $3x$, von dem Punkte l, wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, abstehen wird.

Man siehet hieraus leicht, daß am Ende der 4ten, 5ten, 6ten u. s. Operationen, der Index nach der Ordnung um folgende Bogen oder Winkel $4x$, $5x$, $6x$, u. s. w. von dem Punkte l abstehen wird.

XI) Und so wird überhaupt am Ende der $n$ten Operation, der Index des Vernier auf dem

dem Rande einen Bogen beschrieben haben, der eines Winkels = n . x Maaß seyn wird.

XII) Wenn auf diese Art die Operationen einigemahl wiederhehlet worden sind, so untersuche man die Anzahl von Graden und Minuten, die am Ende einer gewissen Operation, der Index des Vernier auf dem Rande weiset, so hat man einen Bogen, der das Maaß des Winkels n . x ist; dieser Bogen heisse A so hat man

$$A = n . x$$

Mithin $\frac{A}{n} = x$.

d. i. die Größe des Bogens durch die Anzahl der Operationen dividiret, giebt den Winkel x oder PgQ dessen Größe man finden wolte.

Exemp. Am Anfange der ersten Operation stand der Index des Vernier bey l, und zeigte also auf dem Rande $0^\circ . 0'$.

Gesetzt nun, am Ende der dritten Operation stünde der Index auf dem Rande bey dem Punkte λ'' Fig. LXXXIII. und der Bogen $l\lambda\lambda'\ \lambda''$ wäre $285^\circ + 20'$, so wäre die Anzahl der Operationen oder $n = 3$; $A = 285^\circ + 20'$, mithin

$$x = \frac{285^\circ + 20'}{3} = 95^\circ . 6' \, 40'' \text{ also}$$

so groß der Winkel PgQ

XIII) In

XIII) In diesem Exempel ist am Ende der dritten Operation der Bogen A auf dem Rande kleiner als 360° oder der ganze Umkreis. Es kan aber, wie ein kleines Nachdenken zeigt, bey oftmaliger Wiederholung der Operationen, der von dem Index durchlaufene Bogen A grösser als 360° werden, ja er kan selbst die ganze Peripherie einigemahl enthalten.

So z. E. ist Fig. LXXXIV. $\lambda''c''$ die Lage des Fernrohrs beym Anfange der vierten Operation, und der Bogen $l\lambda\lambda'\lambda''$ das Maaß des Winkels 3x. Wenn nun die Alhidadenregel herumgedrehet, und das Fernrohr abermahls nach P gerichtet, also aus der Lage $\lambda''c''$ in die Lage $\lambda'''c'''$ gebracht wird, so ist am Ende dieser 4ten Operation der Index des Vernier bey dem Punkte λ''', und hat solchergestalt vom Anfange der ersten Oper. bis ans Ende der 4ten, den ganzen Umkreis $l\lambda\lambda'\lambda''l$ und noch überdem den Bogen $l\lambda'''$ durchlaufen, und daher ist itzt

$$A = \text{dem Bogen } l\lambda\lambda'\lambda''\lambda''' = 360° + l\lambda'''$$

Es habe also überhaupt vom Anfange der ersten Operation bis ans Ende der letzten, der Index des Vernier den ganzen Umkreis des Winkelmessers m mahl, und noch überdem den Bogen a durchlaufen, so ist überhaupt

$$A = m \cdot 360° + a$$

Und daher

$$x = PgQ = \frac{m \, . \, 360^\circ + a}{n}$$

Ex. Gesetzt bey Ausmessung eines gewissen Winkels PgQ habe man 10 Operationen gemacht, der Index des Vernier habe vom Anfange der ersten, bis ans Ende der letzten Operation, nicht nur den ganzen Umkreis 2 mahl, sondern auch noch überdem einen Bogen von 20° durchlaufen, so würde der auszumessende Winkel x oder

$$PgQ = \frac{2 \, . \, 360^\circ + 20^\circ}{10} = 74^\circ \text{ seyn.}$$

Weil nämlich für dieses Exempel in obiger Formel $n = 10$; $m = 2$ und $a = 20^\circ$ ist.

XIV) Dieses ist meines Vaters Methode, die Grösse eines Winkels auf dem Felde sehr genau zu finden; er bedienet sich derselben beym Gebrauche des von ihm erfundenen Recipiangle; nur muß wegen der Natur dieses Werkzeugs noch eine kleine Abänderung in dem bisher gewiesenen Verfahren gemacht werden, die man in dem angeführten II Theil der göttingschen Comment. p. 336 ersehen kan. Im wesentlichen ist aber das daselbst beschriebene Verfahren, mit dem bisherigen einerley.

Ich will nun noch kürzlich zeigen, warum das bisher beschriebene Verfahren die Grösse eines

eines Winkels auf dem Felde dennoch sehr genau giebt, wenn gleich Fehler in der Theilung des Werkzeugs vorhanden wären.

XV) Es erhellet nämlich aus der gefundenen Formel (XIII) daß man (1) die Zahl n der Operationen, (2) die Zahl m, wie oft nämlich der Index des Vernier den ganzen Umkreis durchlaufen hat, und (3) die Grösse des Bogens a, oder die Anzahl von Graden und Minuten, die der Index des V. am Ende der letzten Operation auf dem Rande zeigt, wissen müsse, um die Grösse des Winkels x zu erfahren.

Die Werthe von m, und n, können nun in jedem Falle sehr leicht, und ohne Fehler angegeben werden, wenn man nur nicht vergißt, am Ende einer jeden Operation etwa ein Zeichen ins Diarium zu machen, und die Anzahl der von dem Index des Vernier vollbrachten Umlaufe gehörig zu zählen und anzumerken.

Es wird also nur der Bogen a, dessen Genauigkeit von der Theilung des Werkzeugs, und der Sorgfalt des Beobachters abhängt, den Werth des Winkels x unsicher machen können. Allein es wird sich leicht zeigen, daß, wenn auch in der Bestimmung des Bogens a, ein merklicher Fehler enthalten wäre, solcher dennoch auf den Winkel x keinen merklichen Einfluß haben würde, besonders wenn n oder die Anzahl der Operationen groß ist: Gesetzt in dem Exempel XIII wäre der Bogen a um 5′ zu klein angegeben, oder der eigentliche wahre Werth von a wäre 20° + 5′, so bekäme man

$$PgQ = \frac{2.360°+20°+5'}{10} = \frac{2.360°+20°}{10} + \frac{5'}{10}$$

$= 74° 0'. 30''$. also PgQ um 30″ grösser als in XIII d. h. ein Fehler von 5′ den man in der Bestimmung des Bogens a begangen hätte, würde in dem ausgemessenen Winkel PgQ selbst, nur einen Fehler von 30″ oder $\frac{1}{2}$ Minute hervorbringen, wenn nämlich $n = 10$ wäre, oder man 10 Operationen gemacht hätte.

Es sey überhaupt der Fehler im Bogen a = μ', so würde dieses bey n Operationen in dem Winkel PgQ, nur einen Fehler von $\frac{\mu}{n}$ Minuten verursachen, wo also $\frac{\mu}{n}$ desto kleiner ist, je größer n oder die Zahl der wiederhohlten Operationen ist.

Man siehet daher, wie man vermittelst dieser Methode, die Größe eines Winkels PgQ dennoch sehr genau finden kan, wenn man gleich wegen der Fehler in der Theilung des Werkzeugs, den Bogen a auf dem Rande, nicht sehr zuverläßig hätte.

Anmer-

Anmerkungen über das bisherige Verfahren.

§. 136. I) Die nöthigste Vorsicht bey der bisher beschriebenen Methode ist diese, daß, so oft bey einer jeden Operation das Fernrohr durch Drehung der Alhidadenregel, nach dem Objecte P hingerichtet wird, die Ebene des Werkzeugs unterdessen keine Verrückung leide. Man muß daher, wenn man etwas genaues leisten will, entweder mit ausserordentlicher Vorsicht zu Werke gehen, oder an dem Werkzeuge ein Versicherungs-Fernrohr §. 130. VIII haben, um den jedesmahligen Stand des Winkelmessers zu prüfen, und die etwanige Verrückung desselben wieder zu verbessern. (welches durch Hülfe der Schrauben L und Wz (Fig. LIX. und §. 99. 12. 16.) geschehen kan). Dasselbe erinnert auch Hr. Hofr. Kästner in den astronom. Abhandl. Zweite Samml. pag. 179.

II) Auf die genaue Bestimmung des Winkels x (§. 135. XIV) haben nun ausser den Fehlern des Randes (und also des Bogens a) auch noch diejenigen Fehler Einfluß, welche beym Visiren selbst vorfallen können, und sich darauf gründen, daß unser Auge bestimmte Punkte entfernter Objecte nur alsdann deutlich sehen kan, wenn ihr Sehewinkel nicht allzu klein ist. Ich habe hievon schon im 85 §. ge-

 redet:

redet: Wenn man nemlich mit blossen Augen visiret, so kan man an einem entfernten Objecte nur diejenigen Punkte deutlich sehen, die ohngefähr unter einem Winkel von 1′ bis 2′ ins Auge fallen. Es kan demnach der Faden des Objectiv-Diopters einen gewissen Punkt eines entfernten Objects noch so genau zu decken scheinen, und man bleibt dennoch innerhalb 2′ ungewiß, ob man die Dioptern nicht noch um etwas mehr rechts oder links verrücken soll. Und so entstehen demnach allemahl Fehler im Visiren, (Errores collimationis) die desto größer sind, je unvollkommenere Augen man hat.

Bedienet man sich aber der Fernröhre an Winkelmessern, so werden diese Fehler im Visiren sehr vermindert, und desto unbeträchtlicher, je mehr das Fernrohr vergrößert, und entfernte Gegenstände deutlich darstellet. Mein Vater hat folgendes Täfelein berechnet, woraus man sogleich ersehen kan, wie groß etwa der Fehler im Visiren bey einer gegebenen Länge des Fernrohrs seyn mag.

Länge des Fernrohrs in Pariser Maas.	Fehler im Visiren.
½ Fuß.	15″
1	10
2	7
3	6
6	4
12	3
20	2
30	1,″5

III) Anstatt, daß sich also beym Visiren mit bloßen Augen, der Faden eines Objectivdiopters nur höchstens bis auf 2′ genau nach einem Punkte eines entfernten Objects richten läßt, so würde man hingegen den Faden im Brennpunkte eines einschuhigten Fernrohrs so genau nach dem entfernten Punkte richten können, daß man höchstens nur einen Fehler von 10″ zu befürchten hätte.

So kleine Fehler im Visiren werden aber bey den wiederhohlten Operationen bald auf der einen, bald auf der andern Seite liegen, und sich daher meistens gegen einander aufheben.

IV) Da demnach durch meines Vaters Methode ein Winkel auf dem Felde immer sehr genau ausgemessen werden kan, wenn gleich die Theilung des Werkzeugs unvollkommen wäre, so lassen sich auch, vermittelst dieser Methode, umgekehrt die Fehler in der Theilung eines Winkelmessers entdecken; wie ich selbst den Versuch an einem Werkzeuge gemacht habe, von dessen unrichtig abgetheilten Rande ich sonst auf andere Arten überzeugt war; doch hievon werde ich im folgenden Theile dieses Buchs noch reden.

Aufgabe.

§. 137. Einen Winkel PgQ Fig. LXXXI, vermittelst der Boussole §. 119. auszumessen.

Aufl. Man bringe die Boussole, nachdem man sie auf ein zugehöriges Stativ gesetzt hat, über die Spitze g des auszumessenden Winkels PgQ, und gebe ihr eine horizontale Stellung. Hierauf wende man das ganze Werkzeug herum, bis man durch die Dioptern den Gegenstand P erblicket. In dieser Lage der Dioptern lasse man die Magnetnadel zur Ruhe kommen, und bemerke hierauf, was ihre nördliche Spitze auf dem eingetheilten Ringe für Grade und Minuten weiset: die Minuten muß man bey der gewöhnlichen Einrichtung der Boussole freylich nur nach dem Augenmaaße schätzen. Ich will setzen, die Magnetnadel wiese 30° 18′.

Alsdann wende man die ganze Boussole weiter herum, bis man durch die Dioptern den

Gegen-

Gegenstand Q erblicket, warte hierauf noch einige Augenblicke, bis die Nadel wieder zur Ruhe gekommen ist, und bemerke abermahls, was die Nadel für Grade und Minuten weiset. Ich will annehmen, sie wieße jetzt 65° 20′.

Von der zuletzt gefundenen Anzahl von Graden und Minuten ziehe man die erstere ab, so hat man den Winkel PgQ beyder Objecte; also wäre hier

$$PgQ = 65°.20' - 30°.18' = 35°.2'$$

Der Beweiß dieses Verfahrens ist sehr leicht, denn die zuerst gefundenen 30° 18′ zeigen an, daß die Linie oder der Schenkel Pg des Winkels PgQ mit der unveränderlichen Richtung der Magnetnadel einen Winkel von 30° 18′ macht.

Hingegen die zuletzt gefundenen 65° 20′ geben den Winkel des andern Schenkels gQ mit der Richtung der Magnetnadel; daher muß der Unterschied 65° 20′ — 30° 18′ = 35° 2′ den Winkel PgQ geben, den die Schenkel Pg, gQ für sich allein mit einander machen. Und so wird man leicht sehen, wie in andern Fällen zu verfahren ist, auch wie der Winkel, den eine Linie wie gQ mit der Richtung der Magnetnadel macht, gefunden werden könne, wenn die Boussole die Einrichtung (§. 119. II.) hätte.

Anmerkung.

§. 138. Eigentlich kan man wohl nicht verlangen, mit der Boussole solchergestalt einen Winkel sehr genau zu messen, selbst wenn sie mit einem Vernier versehen wäre (§. 119. II), weil es sehr schwer hält, die Nadel in vollkommene Ruhe zu bringen, und die geringste Bewegung der Luft das Werkzeug so erschüttert, daß man in der Beobachtung des Einspielens der Magnetnadel, um mehrere Theile des Vernier fehlen kan. Indessen giebt es doch in der Feldmeßkunst häufig Fälle, wo eben nicht die größte Genauigkeit erforderlich ist, und wobey die Magnetnadel den Vortheil verschafft, daß ihre Richtungen Parallellinien darstellen, wodurch die Auflösung mancher Aufgabe sehr erleichtert wird, wie ich in der Folge zeigen werde. Bis dahin verspare ich denn auch noch verschiedene andere, den Gebrauch der Magnetnadel betreffende Anmerkungen.

II) Das bisherige mag demnach zureichen, allgemein zu übersehen, worauf es bey Ausmessung der Winkel auf dem Felde ankomme. Ich habe so viel als möglich, das praktische Verfahren davon deutlich gewiesen. Uebung ist aber auch hier, wie bey allen Geschäften, nöthig, und ich rathe daher, sich nicht eher an zusammengesetzte Feldmesserarbeiten zu wagen,

gen, als bis man es in Ausmessung gerader Linien und Winkel zur gehörigen Fertigkeit gebracht hat.

Ich will nun noch zum Schlusse dieses Kapitels etwas von der Methode beybringen, deren sich einige Feldmesser bedienen, blos vermittelst der Meßkette, die Grösse eines Winkels auf dem Felde zu bestimmen.

III) Dieses Verfahren beruhet blos auf den Satz §. 106 die Grösse eines Winkels vermittelst seiner Sehne zu erfahren, und wird auf dem Felde auf folgende Art bewerkstelliget.

Es sey Fig. LII. Tab. IV, PgQ der auszumessende Winkel.

Man spanne in die Richtung gQ, mit aller möglichen Sorgfalt von g nach i die Länge einer Meßkette aus, und bemerke den Punkt i vermittelst eines Zeichenstäbgens. Hierauf lasse man den einen Kettenstab unverrückt bey g stehen, und begebe sich mit der ausgespannten Kette aus der Richtung gi, in die gl, so daß gl genau in der geraden Linie gP ausgespannt werde, so hat man von g bis l abermahls eine Kettenlänge, und weil $gi = gl$ gemacht worden, so ist li, des Winkels igl oder QgP Chorde.

Man messe also genau die Weite li, so wird sich daraus des Winkels PgQ Grösse bestimmen.

Gesetzt es sey die gebrauchte Kettenlänge $= 5^\circ = 5000'''$ die gemessene Chorde $li = w$, und der zu bestimmende Winkel $PgQ = \alpha$;

So kan man $li = w$, als Chorde des Winkels α für den Halbmesser $gi = 5000'''$, betrachten. Man setze den Halbmesser $gi = R$ so ist aus der Gleichung §. 106. 4. die Chorde il oder

$$w = \frac{2 \cdot R \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000}$$

Also umgekehrt

$$\sin \tfrac{1}{2} \alpha = \frac{w \cdot 10000000}{2 \cdot R}$$

Mithin wegen $R = 5000'''$

$$\sin \tfrac{1}{2} \alpha = w \cdot 1000$$

d. h. die Anzahl von Linien, die auf die gemessene Chorde w gehen, mit der Zahl 1000 multipliciret giebt den Sinus des halben Winkels PgQ; woraus sich denn der ganze Winkel PgQ ergiebt.

Ex. Gesetzt die gemessene Chorde $iw = w$ sey 4650 Linien gefunden worden, so würde

$$\sin \tfrac{1}{2} \alpha = 4650 \cdot 1000 = 4650000$$

Mithin aus den Sinustafeln

$$\tfrac{1}{2} \alpha = 27^\circ \cdot 42' + \text{ also}$$

$$\alpha = 55^\circ \cdot 24' +$$

die

die Sekunden nicht mitgerechnet, auf die man sich bey dieser Methode, doch nicht genau verlassen kan.

Damit man nicht nöthig habe in jedem Falle erst die Berechnung anzustellen, so kan man ein für allemal für eine gegebene Kettenlänge, eine Chordentafel berechnen; alsdann braucht man nur die gemessene Chorde in der Tafel aufzusuchen, und man hat sogleich den zugehörigen Winkel.

In verschiedenen Büchern findet man dergleichen Tafeln schon berechnet z. E. in Hrn. Branders Beschreibung seines amphidioptrischen Goniometers. Hrn. Mag. Eberhards Beschreibung einer neuen Meßtafel. Hrn. Friedr. Christ. Jetze, gemeinnützige Praxis auf dem Felde und Papier ohne Winkelinstrumente alle Winkel zu messen, und überzutragen. Bresl. und Leipzig 1776.

In diesem letztern Werke ist besonders die Aufgabe, vermittels der Meßkette, Winkel zu bestimmen, weitläuftig auseinander gesetzt, und auf verschiedene Fälle in der praktischen Geometrie angewandt.

Auch handelt hievon Fr. Ch. Müllers Beschreibung einer neuen und vollkomkommenen Art Plans aufzunehmen und zu verzeichnen. Frankf. 1775.

In Wilkens Landesvermessungen §. 245. findet man ebenfalls diese Aufgabe auseinander gesetzt.

Im Grunde kan aber das gewiesene Verfahren nur auf einem ebenen Felde mit Zuverlässigkeit ausgeübt werden. In bergichten Gegenden würde es selten anwendbar seyn. Aber auch auf ebenem Felde erfordert es schon besondere Sorgfalt im Anspannen der Meßkette, im Einsetzen der Kettenstäbe u. dgl. daher die §. 33 und 46 gegebenen Vorschriften aufs genaueste zu befolgen sind.

IX. Kapitel

Noch einige Methoden, die Winkel aufs Papier abzutragen, und zu verzeichnen.

---

§. 139. Ich habe schon §. 106. die Einrichtung des geradelinigten Transporteurs erklärt, und gezeigt, wie man vermittelst desselben auf dem Papiere sowohl einen Winkel verzeichnen, als auch messen könne.

Die-

Diesem Verfahren kann man nun noch folgende Methoden beyfügen

I. Jeder tausendtheiligte Maaßstab ist zugleich ein geradlinigter Transporteur.

Denn man kann vermittelst desselben, wenn man nur Sinustafeln bey der Hand hat, ebenfalls die Grösse eines vorgegebenen Winkels auf dem Papiere sowohl verzeichnen, als messen.

Erstl. Einen Winkel zu verzeichnen.

Gesetzt, man solle Fig. LII. an den Punkt g und an die Linie glP einen Winkel igl von 66° 30′ verzeichnen.

Aufl. Man fasse mit einem Handzirkel auf dem tausendtheiligten Maaßstabe, genau die Weite von 1000 Theilen, oder nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche der Feldmesser, eine Weite von 10° 0′ 0″; setze die eine Zirkelspitze in g ein, beschreibe mit der andern einen Kreisbogen lni, und suche nun für den Halbmesser 1000, aus den Sinustafeln den Sinus von $\frac{66°.30'}{2}$ oder von 33° 15′. (§. 106. 4.) dieser findet sich = 548, 2932; das doppelte hievon giebt für den Halbmesser 1000 die Chorde von 66° 30′. Also ist

Chord.

Chord. 66° 30′ = 1096, 5864

oder die Decimalbrüche weggelassen

Chord. 66° 30′ = 1096.

d. i. die Chorde von 66° 30′ hält 1096 Theile des tausendtheiligten Maaßstabes; man fasse also von dem Maaßstabe eine Weite von 10° 9′ 6″, setze sie als Chorde von l nach i, und ziehe hierauf gi, so wird der Winkel lgi = 66° 30′ seyn.

Zweytens. Den auf dem Papiere vorgegebenen Winkel lgi zu messen.

Aufl. Man beschreibe wieder mit dem Halbmesser 1000, dessen Grösse man von dem Maaßstabe abnimmt, den Bogen lni zwischen die Schenkel des vorgegebenen Winkels, fasse hierauf mit dem Zirkel die Chorde li und trage sie auf den tausendtheilichten Maasstab; gesetzt, man fände li = 3°4′6″ oder li = 346 Tausendtheilchen des Maasstabes; die Hälfte hievon 173 ist der Sinus des halben Winkels lgi, für den Halbmesser oder Sinustotus = 1000. Man multiplicire also 173 mit 10000, so hat man den Sinus des halben Winkels lgi für den Sinus totus = 10000000, d. h. für den Halbmesser der Sinustafeln. Also ist

$\sin \frac{1}{2}$ lgi = 1730000

daher aus den Sinustafeln

$\frac{1}{2}$ lgi = 9° 57 + Mithin der Winkel

lgi = 19°. 54′ +

Anmerk.

Anmerk. Ist der Winkel lgi stumpf, so kan man seinen Nebenwinkel messen, und solchen von 180° abziehen, um lgi zu erhalten.

Man könnte auch so verfahren:

Zwischen den Schenkeln des stumpfen Winkels beschreibe man mit dem Halbmesser = 1000, einen Kreisbogen, und trage den Halbmesser, als Sehne von 60°, so oft auf diesen Bogen, als es angehet, bis ein Bogen, den ich a nennen will, übrig bleibt, der kleiner als 60° ist. Man messe die Chorde dieses Bogens, und bestimme daraus dessen Grösse. Hierauf addire man zu dem gefundenen Bogen a so oft 60°, als man den Halbmesser auf den Bogen, der dem stumpfen Winkel zugehört, getragen hat, so hat man die Grösse des auszumessenden stumpfen Winkels. Gesetzt, in Fig. LXXXII. sey der stumpfe Winkel cgc′ zu messen. Mit dem Halbmesser gc = 1000 sey also der Kreisbogen clc′ beschrieben; der Halbmesser gc passe z. E. nur einmahl auf den Bogen clc′, nämlich von c nach l; und es bleibe der Bogen $c'l < 60°$ übrig. Man fasse die Chorde c′l, trage sie auf den tausendtheiligten Maaßstab, und bestimme daraus, wie gewiesen worden, den Bogen c′l oder den zugehörigen Winkel lgc′; Ich will setzen, man habe $lgc' = 49° 54'$, gefunden; hierzu addire man den Winkel cgl $= 60°$, so hat man $cgc' = 109° . 54'$.

II. Noch eine andere Methode, die Winkel zu messen, und zu verzeichnen.

In einem rechtwinklichten Dreyecke ACG Fig. XIV. Tab. I. ist AC die Tangente des Winkels CGA, wenn man CG für den Sinum totum annimmt. Nimmt man hingegen die Hypothenuse AG für den Sinum totum an, so ist AC der Sinus des Winkels AGC. CG aber der Kosinus desselben.

Dieses giebt folgende Methode zu finden, wie viel Grade und Minuten ein auf dem Papiere vorgegebener Winkel CGA enthält.

Nemlich von einem tausendtheilichten Maaßstabe nehme man 1000 Theile ab, und trage sie von G nach A, auf den einen Schenkel des vorgezeichneten Winkels. Von A fälle man auf den andern Schenkel CG das Perpendickel AC herab, und untersuche, wie viel Tausendtheile eben desselben Maasstabes das Perpendickel AC hält. Dann suche man in den Sinustafeln einen Sinus auf, dessen erste Ziffern, nach Abschneidung der vier letzteru, mit der gefundenen Grösse des Perpendickels AC übereinkommen, so hat man den Winkel CGA, der dem Sinus AC zugehört.

Ex. Gesetzt, man habe auf dem tausendtheilichten Maaßstabe gefunden AC = 173 Thei-

Theilen. Wenn man nun in den Sinustafeln den Sinus von 9° 58′ aufsucht, so findet man, daß nach Weglassung der letztern 4 Ziffern, dessen erste drey Ziffern mit der für das Perpendickel AC gefundenen Zahl 173 übereinkommen; daher wird der Winkel G = 9° 58′ seyn.

Wollte man umgekehrt an den Punkt G einen Winkel von 60° 55′ verzeichnen, so ziehe man durch G eine gerade Linie GC, und mache solche so viel Theilen des tausendtheilichten Maasstabes gleich, so viel die Zahl angiebt, welche man nach Weglassung der letzten 4 Ziffern für den Kosinus von 60°55′ erhält. Also ist in den Tafeln Cos 60° 55′ = 4860812, hievon die letztern 4 Ziffern weggelassen, giebt die Zahl 486. So viel Tausendtheilgen des Maaßstabes trage man also von G nach C. Durch C errichte man hierauf ein Perpendickel CA, und trage auf CA so viel Theile des Maaßstabes, als die Zahl andeutet, wenn man von dem Sinus von 60° 55′ die letztern vier Ziffern wegläßet. Nun ist Sin 60° 55′ = 8739136 daher nehme man CA = 873 oder (wegen der Zahl 9 welche auf die 3 folgt) beynahe 874 Theilen des Maaßstabes, und ziehe demnächst die Linie AG, so wird der Winkel G = 60° 55′ seyn.

Man könnte auch GC = 1000 Theilen des Maaßstabes nehmen, und dann auf das Perpenpendickel CA so viel Theile setzen, als nach Weglassung der letzten 4 Ziffern für die Tangente von 60° 55′ stehen bleiben; so würde ebenfalls CGA = 60° 55′.

Diese letztere Methode, wobey man sich der Tangente bedient, ist aber nicht zu gebrauchen, wenn der zu verzeichnende Winkel nahe an 90° kömmt, weil alsdann die Tangente desselben gar zu groß wird.

Solchergestalt findet man, vermittelst des bisher beschriebenen Verfahrens den Winkel CGA zwar nicht völlig genau in einzeln Minuten, aber doch wenigstens bis auf 4 oder 5 Minuten genau, so lange der Winkel CGA nicht über 50° ist. Die Ursache liegt darinnen, weil für grössere Winkel die ersten drey Ziffern eines jeden Sinus, einerley sind, wenn die zugehörigen Winkel auch gleich um 5 und mehrere Minuten von einander unterschieden wären. So sind z. E. die ersten drey Ziffern der Sinuse von 65° und von 65° 5′ = 906. Ja, wenn die Winkel nahe an 90° kommen, so können sie sich wohl um einen ganzen Grad ändern, ohne daß die erstern drey Ziffern ihrer Sinusse von einander unterschieden wären. Z. E. Sin 88° = 9993907; Sin 89° = 9998477, wo also die ersten drey Ziffern der Sinusse = 999 sind, obgleich die Winkel um einen

einen ganzen Grad von einander unterschieden sind.

Wolte man nemlich die Winkel genauer verzeichnen, so müßte man dem bisherigen Halbmesser GC mehr als 1000 Theile geben. Dann würde er aber wegen seiner Größe für den Gebrauch auf dem Papiere zu unbequem werden.

In Lamberts Beyträgen zur Mathematik II. Theil p. 170 befindet sich ein Werkzeug beschrieben, welches ebenfalls sowohl zur Verzeichnung, als zur Ausmessung der Winkel auf dem Papiere dienet. Die Einrichtung desselben beruhet auf der Methode, die Winkel durch ihre Tangenten zu bestimmen, und bestehet bloß in einem gleichschenklichten rechtwinklichten Dreyecke von Holz, Elfenbein oder Metall, auf dessen Katheten die Tangenten der Winkel von 0° bis 45° nach einem tausendtheiligten Maaßstabe verzeichnet sind; so daß jeder Kathete (als Tangente von 45°) 1000 Theile des Maaßstabes enthält; das weitere hievon kan man a. a. O. selbst nachlesen.

III) Man kan sich auch des Verfahrens §. 83. 1. zur Ausmessung eines Winkels auf dem Papiere bedienen. Es wird nemlich das dortige Verfahren nur auf Kreisbogen angewandt, die den auszumessenden Winkeln zugehören. Gesetzt also, es sey Fig. LXXXII. der Winkel cgl auszumessen; Um nun dieses, nach der §. 83. 1 gegebenen Methode zu leisten, beschreibe man mit einem willkührlichen Halbmesser einen Halbkreis $cl\lambda$, so ist der Bogen $cl\lambda$ ein bekannter Bogen $= 180^\circ$. Weiß man nun das Verhältniß der beyden Bogen lc, $cl\lambda$, so hat man auch die Größe des Bogens lc, folglich des zugehörigen Winkels lgc. Man trage also nach §. 83. den Bogen lc auf den Halbkreis $cl\lambda$ so oft es angehet; Ich will setzen $lc = a$ passe auf $cl\lambda = 180^\circ$, m mahl, und es bleibe noch ein Stückgen $= \alpha$ übrig, so hat man die erste Gleichung.

I) $ma + \alpha = 180^\circ$.

Ferner trage man das übergebliebene Stückgen α auf den Bogen a so oft es angehet. Z. E. n mahl, und es bleibe das Stückgen β übrig, so ist

II) $n . \alpha + \beta = a$

passete eben so das übergebliebene Stückgen β auf α, r mahl, und es bliebe nun das Stückgen γ übrig, so ist

III) $r . \beta + \gamma = \alpha$

Auf diese Art setze man die Arbeit so lange fort, bis man endlich auf einen so kleinen

Bogen

Bogen kommt, der sich mit dem nächstvorhergehenden bequem nach dem Augenmaaße vergleichen läßt. Ich will setzen, γ sey dieser kleine Bogen, der sich mit dem nächstvorhenden bequem nach dem Augenmaaße vergleichen ließe; Es sey also endlich

$$\text{IV)}\ \gamma = \frac{\varphi}{\psi} . \beta .$$

so kan man aus den gefundenen Vergleichungen, es mögen ihrer so viel seyn, wie man will, die Größe des Bogens $lc = a$ berechnen. Hier würde nun z. E. (aus der Gleichung IV. den Werth von γ in die III gesetzt,) sich erstlich ergeben,

$$r . \beta + \frac{\varphi}{\psi} . \beta = \alpha$$

also $\beta = \frac{\alpha \psi}{r\psi + \varphi}$; dies in II gesetzt gäbe

$$n\alpha + \frac{\psi}{r\psi + \varphi} . \alpha = a, \text{ also } \alpha = \frac{r\psi + \varphi}{(r\psi + \varphi)n + \psi} . a,$$

und dies endlich in I gesetzt gäbe

$$m . a + \frac{(r\psi + \varphi)\, a.}{(r\psi + \varphi)n + \psi} = 180^\circ \text{ Mithin}$$

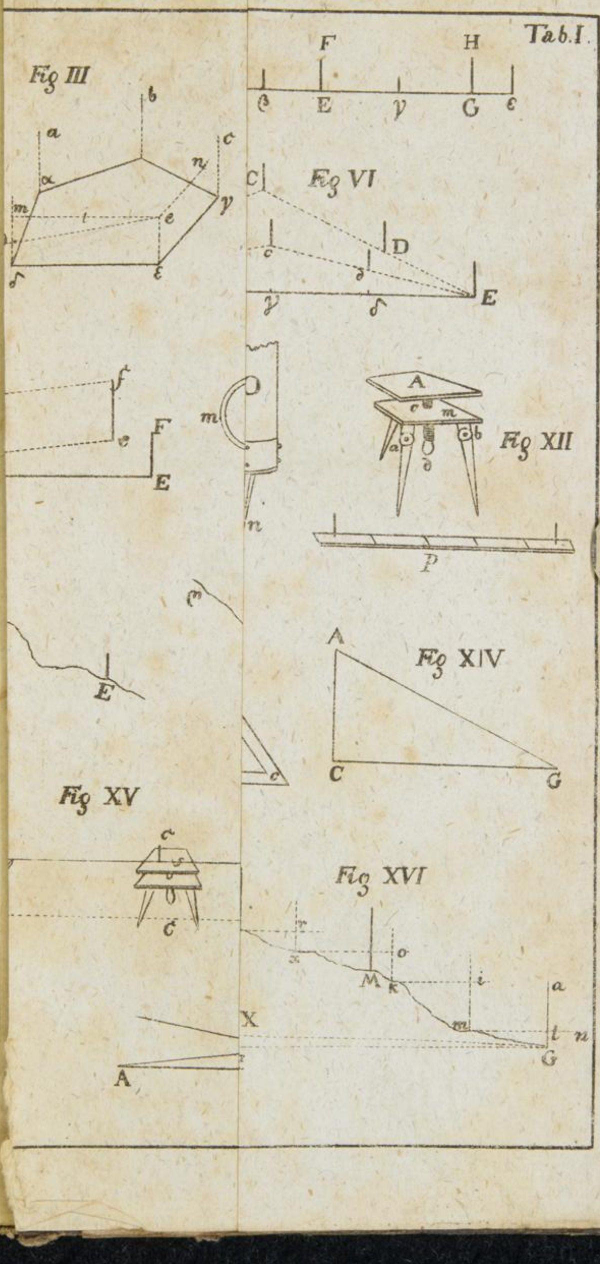
$$\frac{(r\psi + \varphi)n + \psi}{((r\psi + \varphi)n + \psi)m + r\psi + \varphi} . 180^\circ = a = cl.$$

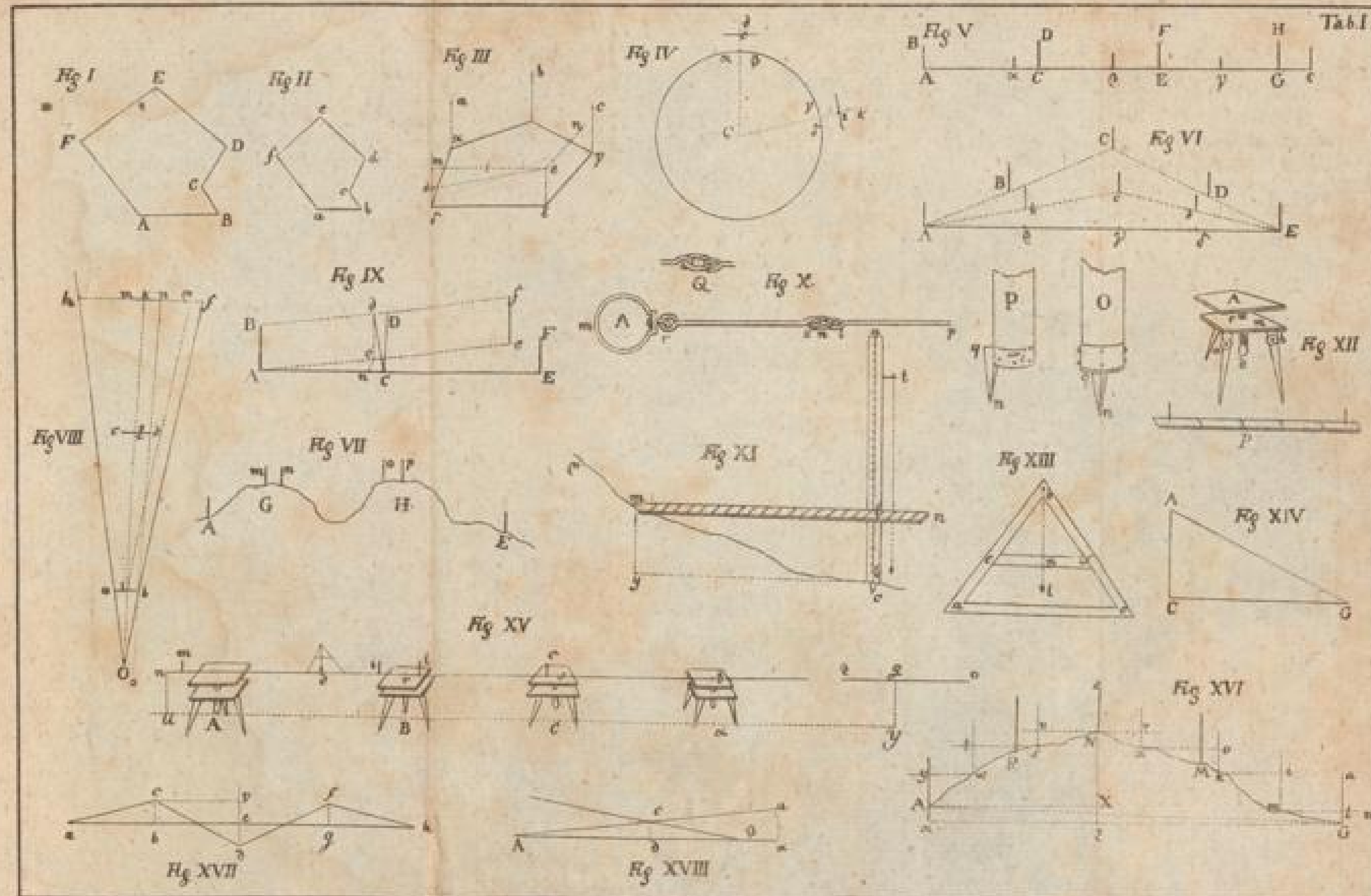
Ex. Für $m=2$, $n=1$; $r=1$, $\varphi=2$, $\psi=3$; würde der Bogen lc oder

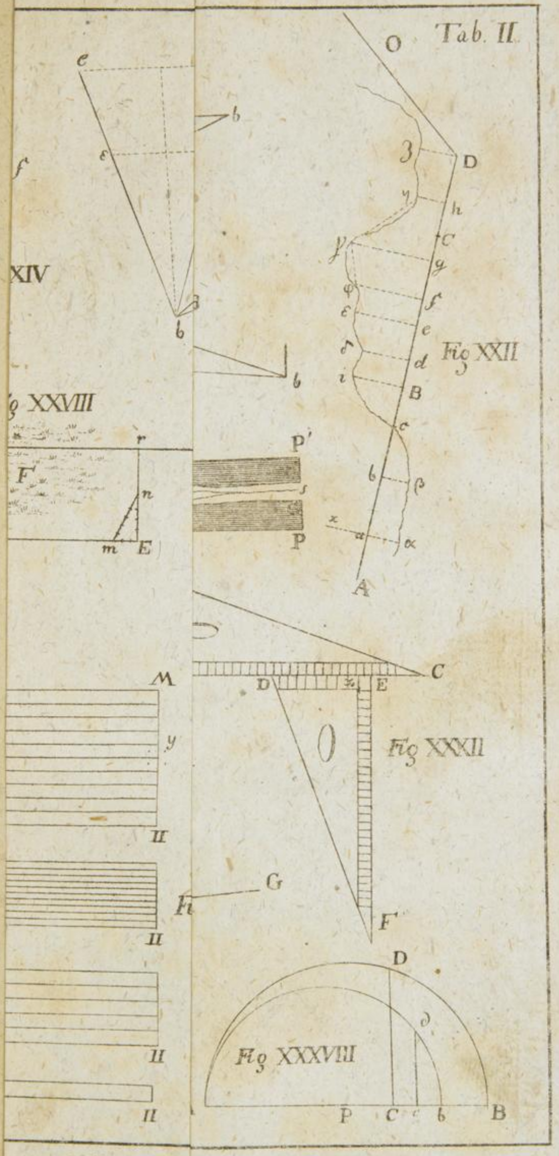
$$a=\frac{8}{21}\,.\,180^\circ=68^\circ\,.\,34',$$ also so groß auch der Winkel lgc.

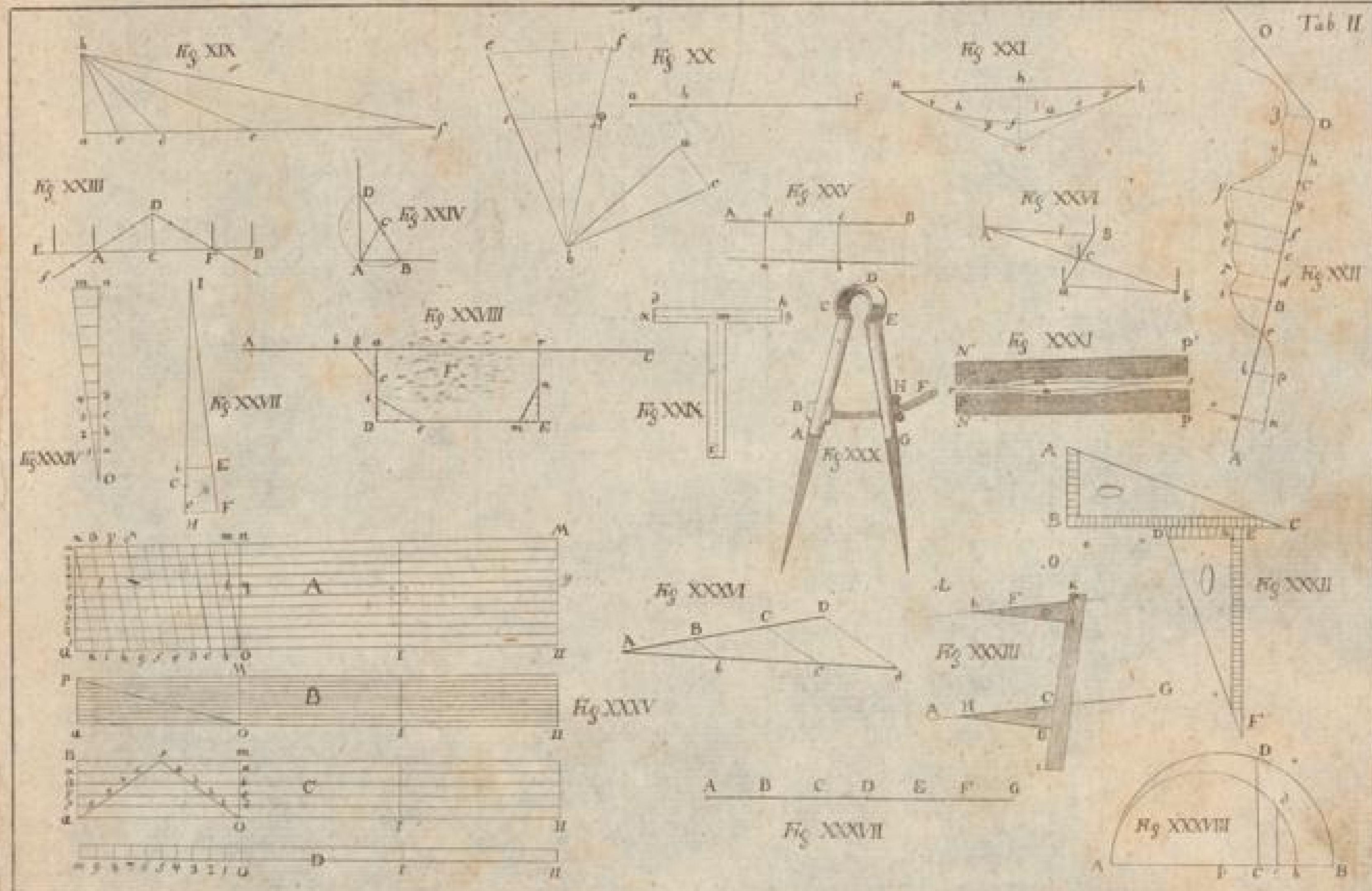
IV) Der Gebrauch des gewöhnlichen Transporteurs in der praktischen Geometrie ist sehr unsicher, und ich wolte nie rathen, sich desselben zu bedienen, wo einige Genauigkeit verlangt wird.

Ende des ersten Theils.

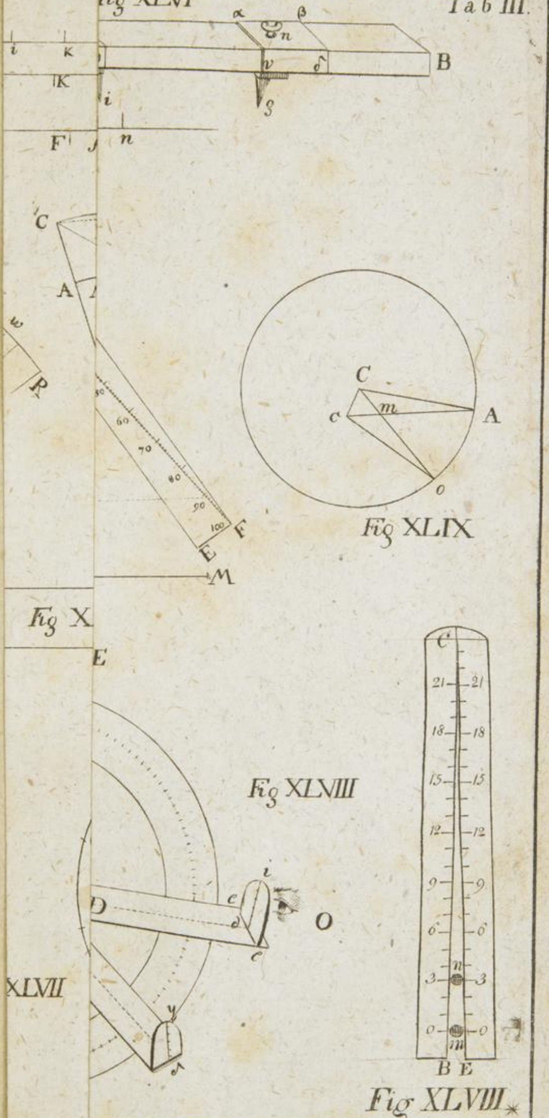

Tab. I
Fig III
Fig VI
Fig XII
Fig XIV
Fig XV
Fig XVI

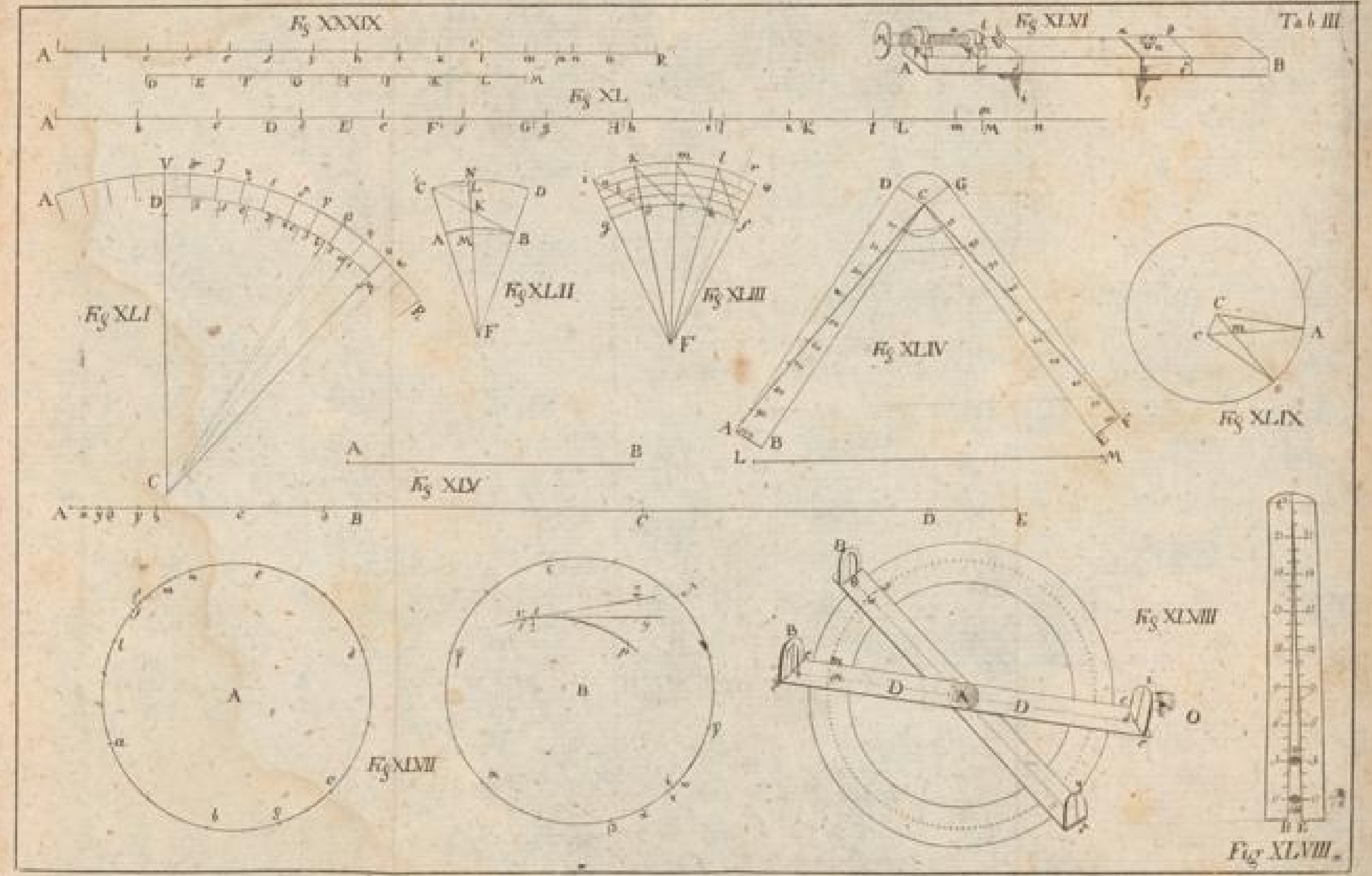

Tab. I
Fig I
Fig II
Fig III
Fig IV
Fig V
Fig VI
Fig VII
Fig VIII
Fig IX
Fig X
Fig XI
Fig XII
Fig XIII
Fig XIV
Fig XV
Fig XVI
Fig XVII
Fig XVIII


Tab. II
Fig XXII
XIV
Fig XXVIII
Fig XXXII
Fig XXXVIII


Tab II
Fig XIX
Fig XX
Fig XXI
Fig XXII
Fig XXIII
Fig XXIV
Fig XXV
Fig XXVI
Fig XXVII
Fig XXVIII
Fig XXIX
Fig XXX
Fig XXXI
Fig XXXII
Fig XXXIII
Fig XXXIV
Fig XXXV
Fig XXXVI
Fig XXXVII
Fig XXXVIII

Tab III.




Tab III
Fig XXXIX
Fig XL
Fig XLI
Fig XLII
Fig XLIII
Fig XLIV
Fig XLV
Fig XLVI
Fig XLVII
Fig XLVIII
Fig XLIX
Fig XLVIII

Tab. IV.

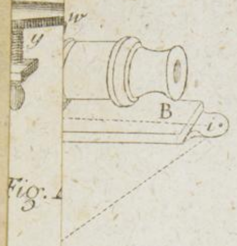


Fig. L

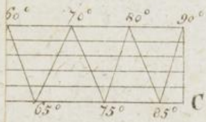


Fig. LIII.

Fig. LI.

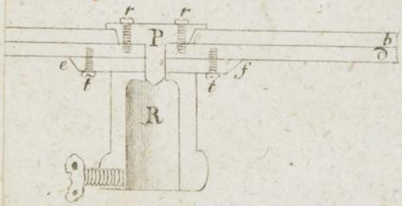
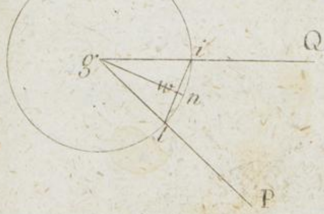
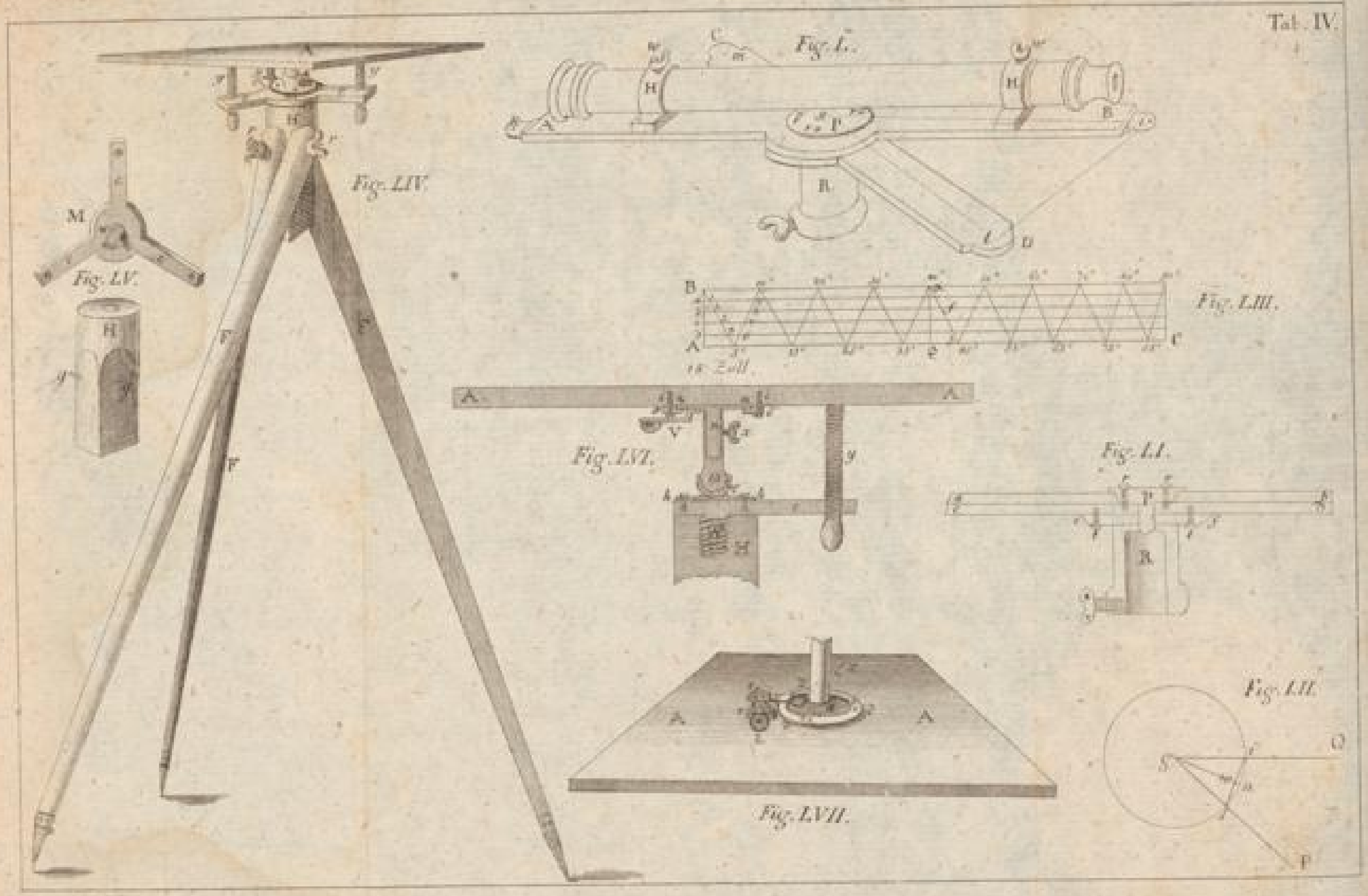
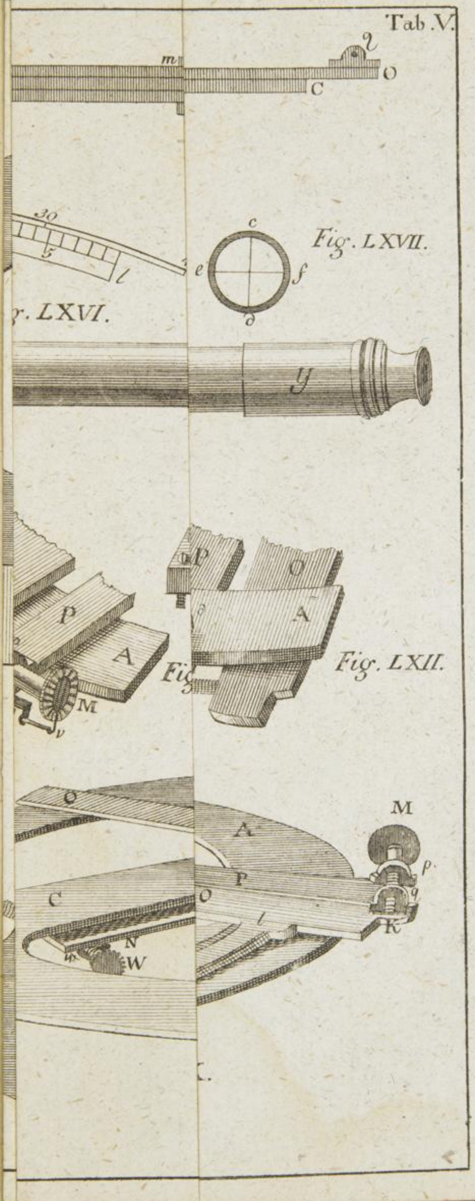


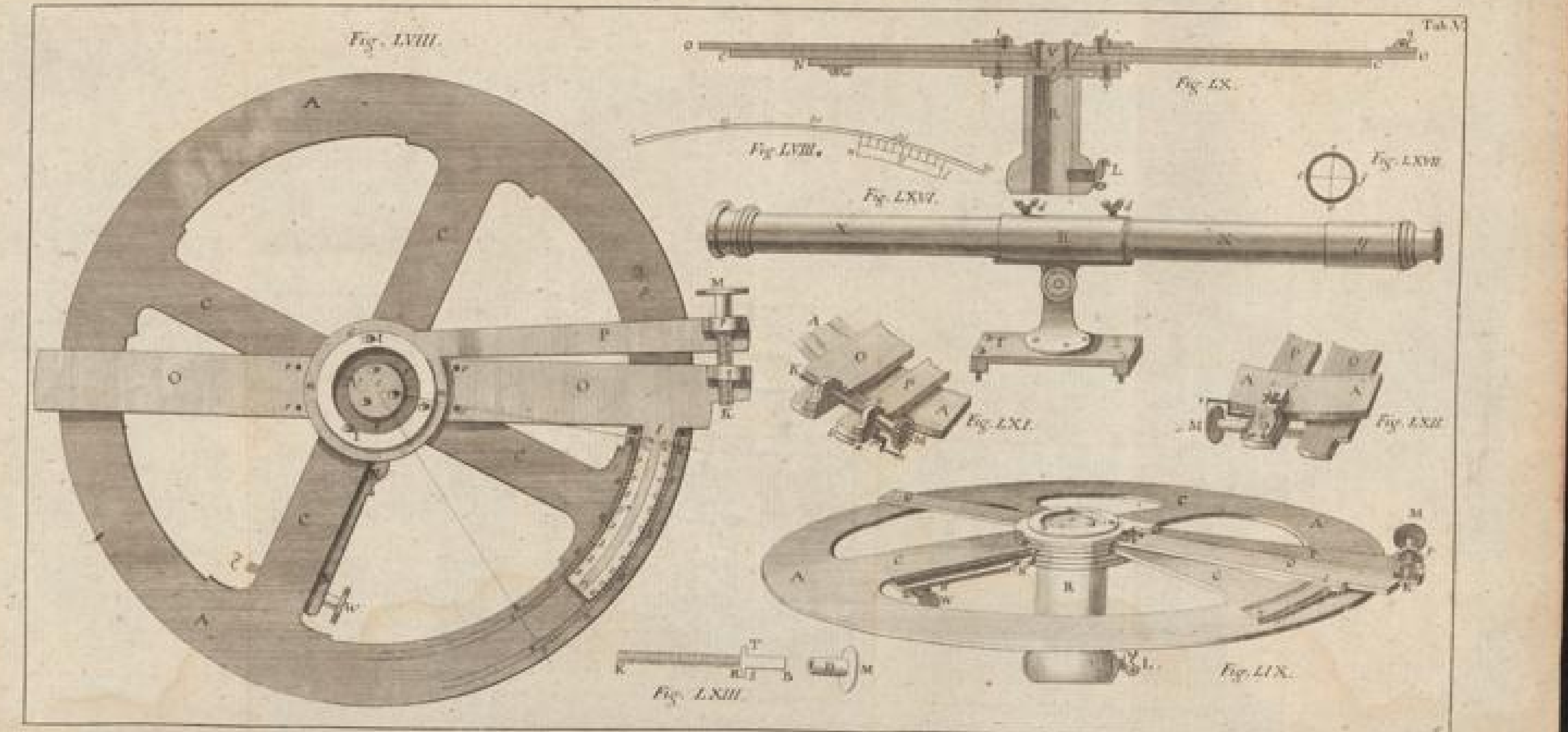
Fig. LII.




Tab. IV.
Fig. L.
Fig. LI.
Fig. LII.
Fig. LIII.
18 Zoll
Fig. LIV.
Fig. LV.
Fig. LVI.
Fig. LVII.



Tab. V.
Fig. LXVII.
r. LXVI.
Fig. LXII.


Tab. V.
Fig. LVIII.
Fig. LX.
Fig. LVIII*
Fig. LXVI.
Fig. LXVII
Fig. LXI.
Fig. LXII
Fig. LIX.
Fig. LXIII

Tab.VI.

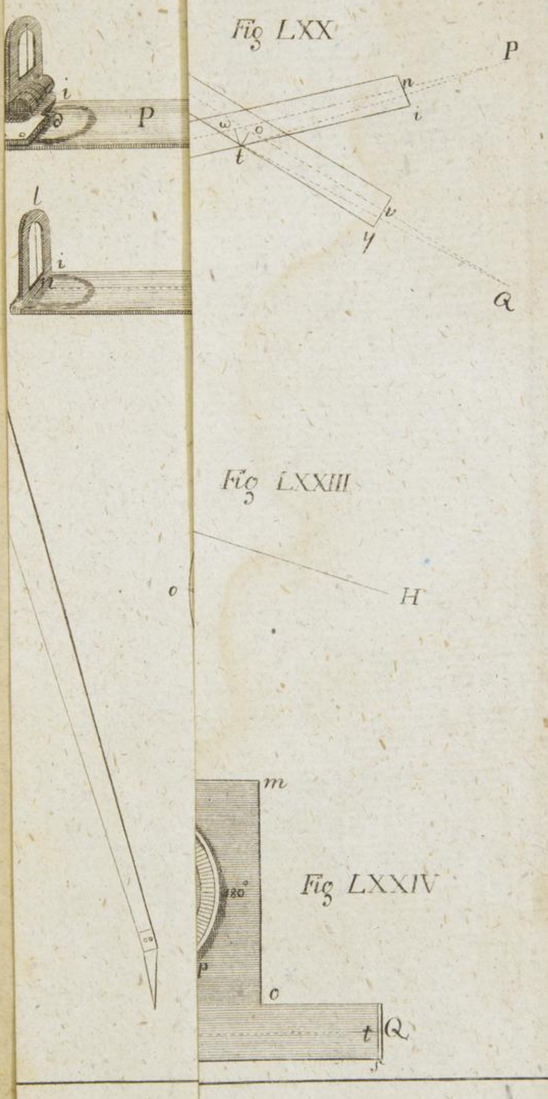
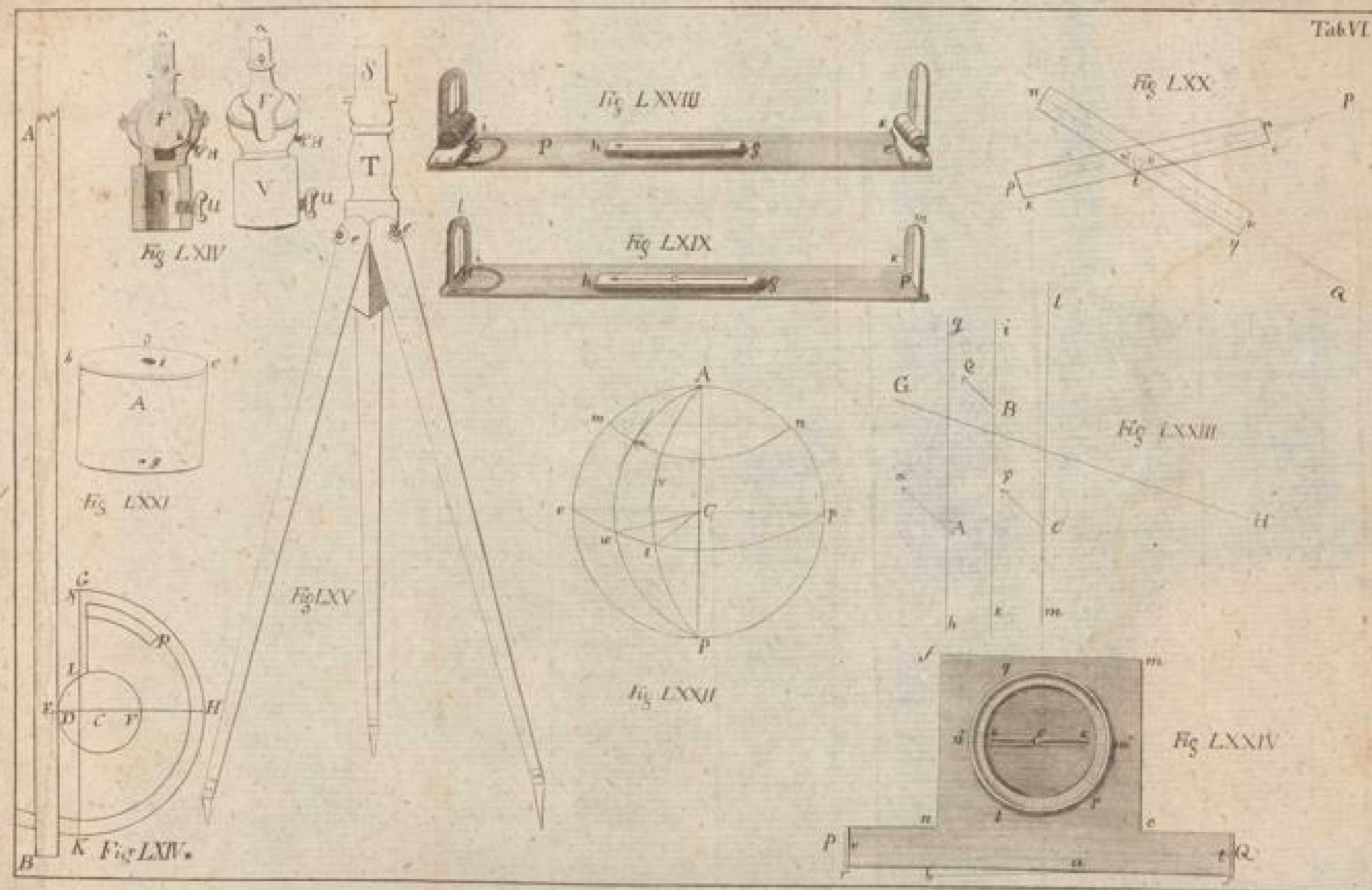


Fig LXX

Fig LXXIII

Fig LXXIV


Tab. VI.
Fig. LXIV
Fig. LXV
Fig. LXVIII
Fig. LXIX
Fig. LXX
Fig. LXXI
Fig. LXXII
Fig. LXXIII
Fig. LXXIV
Fig. LXIV.

Tab. VII.

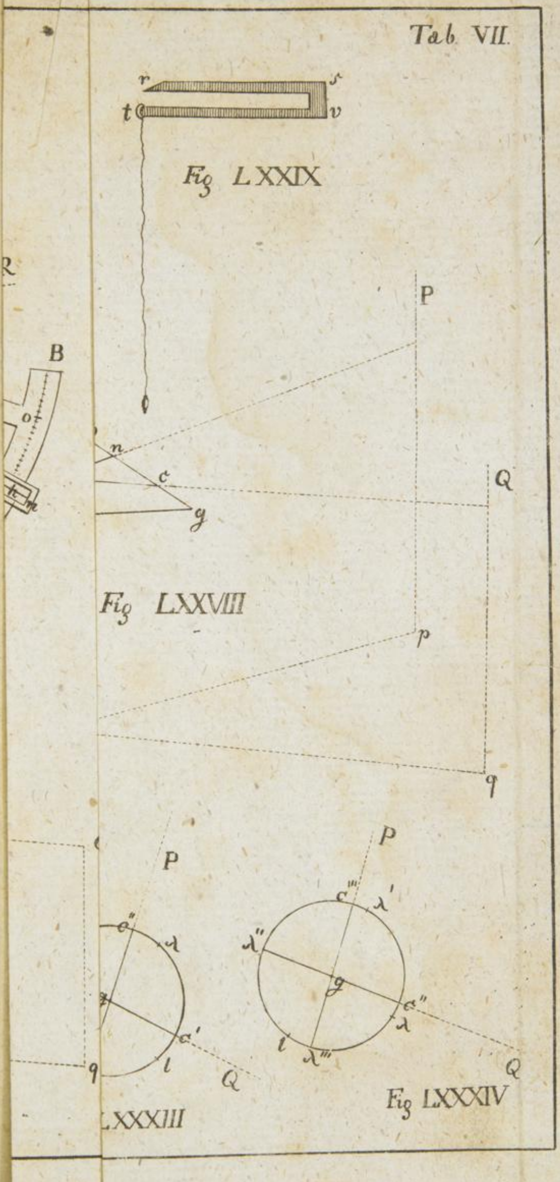
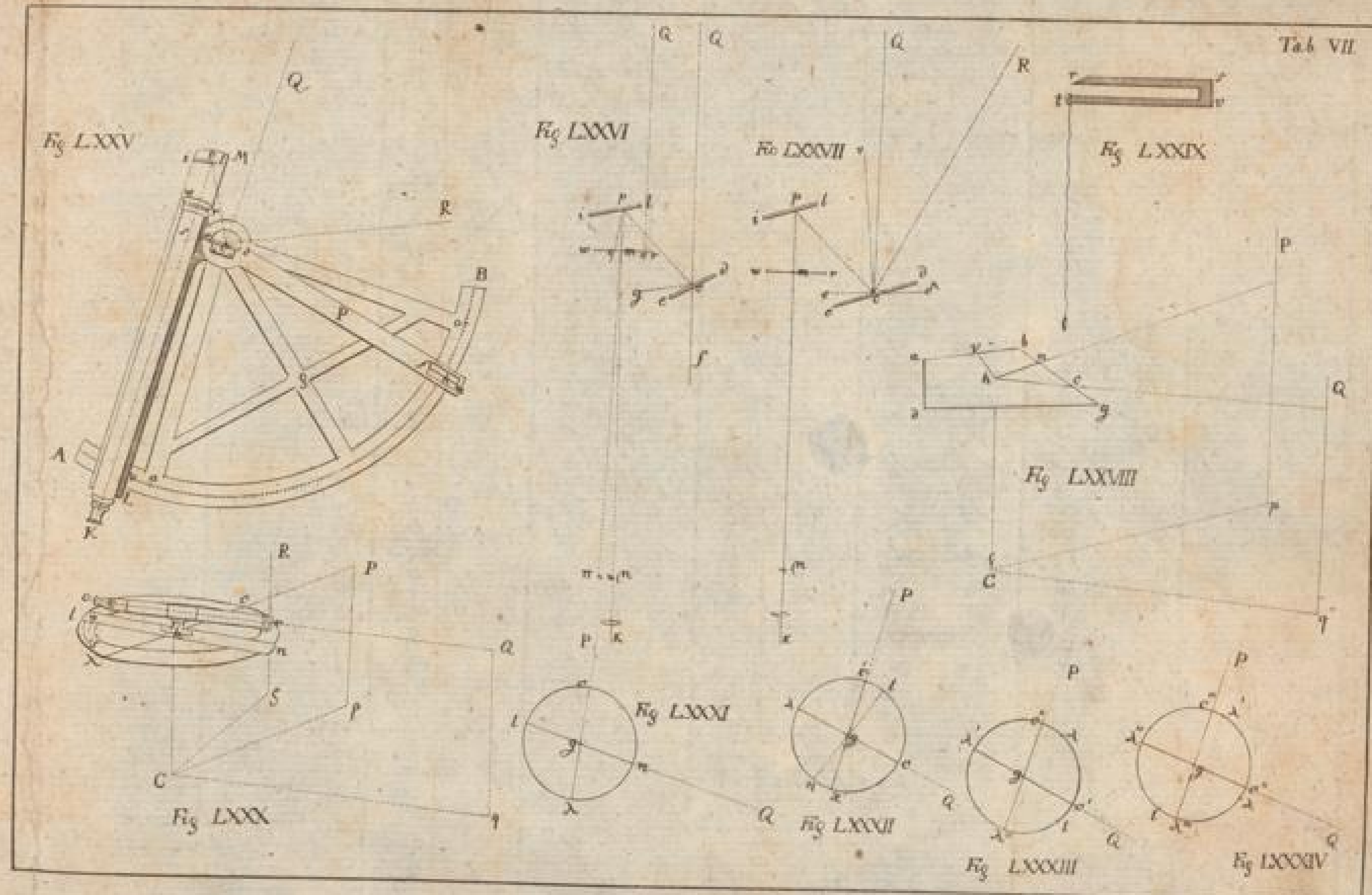


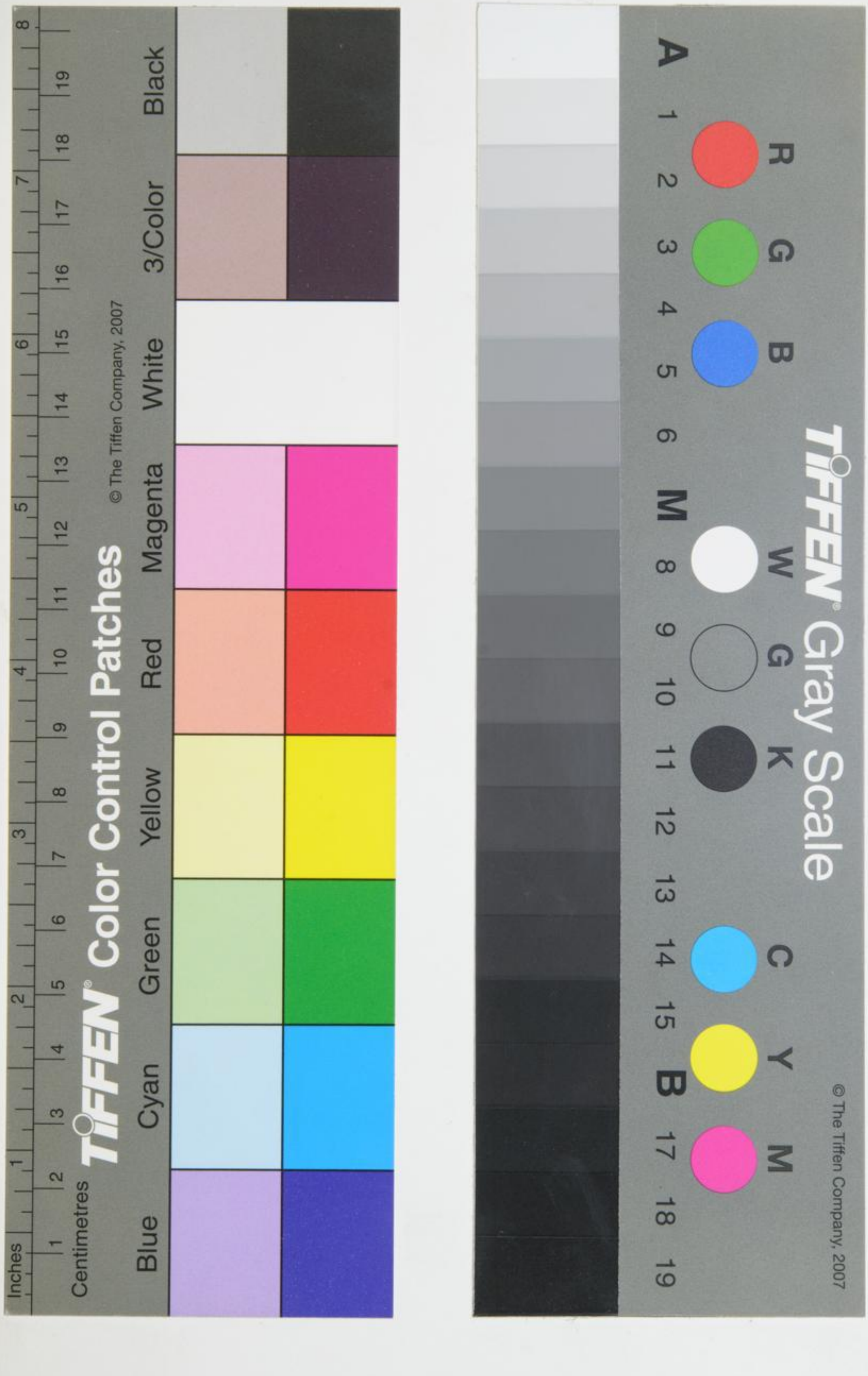
Fig. LXXIX

Fig. LXXVIII

LXXXIII

Fig. LXXXIV


Tab VII
Fig LXXV
Fig LXXVI
Fig LXXVII
Fig LXXVIII
Fig LXXIX
Fig LXXX
Fig LXXXI
Fig LXXXII
Fig LXXXIII
Fig LXXXIV


TIFFEN Color Control Patches
© The Tiffen Company, 2007
Inches
Centimetres
Blue
Cyan
Green
Yellow
Red
Magenta
White
3/Color
Black
TIFFEN Gray Scale
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19
R G B W G K C Y M
© The Tiffen Company, 2007