Methode, der wir uns zur Berechnung der Höhe der Sternschnuppen bedienten.

Von *W. Brandes.*

Da aus der Beobachtung der scheinbare Ort der Sternschnuppe unter den Sternen für beyde Beobachtungspunkte bekannt war; so erhielt man denselben aus den Sternkarten unmittelbar durch Rectascension und Declination ausgedrückt, woraus sich mit Hülfe der Sternzeit die scheinbare Höhe der Sternschnuppe über dem Horizont nebst ihrem Azimuth für beyde Standpunkte berechnen liefs. Es sey nämlich Fig. I. A der Punkt des Aeq., der zur Zeit, da die Sternschnuppe erschien, im Meridian stand; so findet man AF oder den Winkel APF, indem man die bekannten Rectascensionen der Punkte A und D (wenn D der Ort der Sternschnuppe ist) von einander abzieht. Hiedurch ist also im sphärischen Dreieck ZPD der Winkel P nebst den einschliefsenden Seiten ZP = der Aequators Höhe des Orts und B = 90° — declin. der Sternschn. bekannt, woraus man durch die Regeln der sphärischen Trigonometrie die dritte Seite ZD, und daraus die Höhe über dem Horizonte DG = 90° — ZD nebst dem Azimuth PZD oder AZD = 180° — PZD findet.

Weil nun die Lage der Standlinie gegen den Meridian bekannt ist, so erhält man durch das Azimuth den horizontalen Winkel, um welchen die Vertikalebne durch die Sternschnuppe und jeder Beobachtungspunkt von der Vertikalebne durch die Standlinie abweicht. Es sey nämlich Fig. 2. AB die Standlinie AF, BD beyder Beobachter Meridiane, C die Sternschnuppe, CG eine Vertikale, welche die Horizontalebne durch die Standlinie in G trift; so ist für den Beobachtungspunkt A, FAG das Azimuth, CAG die Höhe der Sternschnuppe. Der Winkel FAB ist aus einer geometr. Messung der Standlinie bekannt, folglich GAB = FAB $\pm$ Azimuth; GBA = DBA $\pm$ Azim.

Aus diesen Datis kann man nun alles übrige in den körperlichen Dreiecken, deren Spitzen (das heifst die Mittelpunkte der Kugel, wenn man es auf sphärische Dreiecke bringt) in A und B liegen, herleiten. Es sind nämlich bekannt: die Seitenflächen ABG und GBC nebst dem Neigungswinkel dieser Ebnen, der ein rechter ist, weil jene horizontal, diese vertikal ist. Man findet also die dritte Seitenfläche CBA und den Neigungswinkel der Ebne BAC gegen den Horizont. Eben so findet man in dem an A entstehenden körperlichen Dreiecke den Winkel CAB und den Neigungswinkel der Ebne CAB gegen den Horizont. Dieser Neigungswinkel wird also aus beyden Beobachtungen aus jeder für sich gefunden, unabhängig von der andern Beobachtung und dient daher zur Prüfung, ob die Beobachtungen, die man als correspondirend ansah, wirklich einerley Sternschnuppe betrafen: denn es läfst sich nicht erwarten, dafs zu einerley Zeit zwei Sternschnuppen genau in derselben durch die Standlinie gelegten Ebene verschwinden sollten.

Endlich sind nun in dem ebnen Dreiecke ABS die Seite AB = der Länge der Standlinie nebst beyden anliegenden Winkeln bekannt, woraus man die Entfernung der Sternschnuppe von jedem Beobachtungspunkte herleitet und dann durch ihre scheinbare Höhe über dem Horizonte an jedem Orte ihre wahre vertikale Höhe zweimal finden kann — diese beyden Bestimmungen der Höhe werden wegen der Unvollkommenheit der Beobachtung nie genau übereinstimmen: man kann daher aus beyden das Mittel nehmen, obgleich man dabey auch nicht sicher ist, ob man sich der Wahrheit wirklich genähert habe. — Die beyden Rechnungen werden indeſs immer so weit übereinstimmen, als hier nöthig ist, wo man zufrieden seyn muſs, die Entfernung nur auf halbe oder Viertelmeilen zu wissen.

(Fig. 2) Bey der Berechnung der Entfernungen AC, BC kann man auch den Winkel ACB aus der unmittelbaren Berechnung der Parallaxe hernehmen. Wenn nämlich Fig. 3. S, W die scheinbaren Orte derselben Sternschnuppe in beyden Beobachtungspunkten sind; so sind PS, PW, als die Complemente der Declinationen dieser Punkte und SPW, als Unterschied ihrer Rectascensionen bekannt, woraus man SW = der Parallaxe findet.

Folgendes Beyspiel an einer wirklichen Beobachtung wird noch mehr zur Erläuterung dienen. Am 4. Nov. ward eine Sternschnuppe beobachtet

zu *Clausberg* $10^h 2\frac{1}{2}'$. am *Seseberge* um $10^h 4'$.

Die Lage des Punkts, wo sie verschwand, ward bestimmt durch

Rectasc. $246^\circ 15'$. Rectasc. 247°.

Declin. 19°. Declin. $21^\circ 20'$.

Zur Berechnung der Parallaxe ist also $SPW = 0^\circ 45'$, $PS = 71^\circ$, $PW = 68^\circ 40'$. Setze ich nun nach Kästn. astron. Abh. 2 Abh. §. 103. tang. $u =$ cos. $0^\circ 45'$. tang. 71°;

$$\text{so wird cos. } SW = \frac{\cos.\ 71^\circ.\ \cos.\ (68^\circ.40' - u).}{\cos.\ u.}$$

$$\begin{array}{lcl}
\log.\ \cos.\ 0^\circ 45' & = & 0{,}9999628. - 1. \\
\log.\ \text{tang}.\ 71^\circ & = & 0{,}4630281. \\
\hline
\log.\ \text{tang}\ u & = & 0{,}4629909. = \log.\ \text{tang}.\ 70^\circ.59'.54\frac{1}{2}''.
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
\log.\ \cos.\ 71^\circ & = 0{,}5126419. - 1. \\
\log.\ \cos.\ (68^\circ 40' - u) = \log.\ \cos.\ 2^\circ 19'.54\frac{1}{2}'' & = 0{,}9996410. - 1. \\
\hline
 & 0{,}5122829. - 1. \\
- \log.\ \cos.\ 70^\circ.59'.54\frac{1}{2}'' & = -\ 0{,}5126755. + 1. \\
\hline
\log.\ \cos.\ SW & = \ 0{,}9996074. - 1.
\end{array}$$

daher die Parallaxe $= SW = 2^\circ 26' 10''$.

Ich will nun zuerst aus der clausbergischen Beobachtung die scheinbare Höhe Azimuth u. s. w. berechnen, wobey ich aus dem vorigen die erste Figur gebrauche. Hier ist also PZ (für *Göttingen*) $= 38^\circ 28'$, $PD = 71^\circ$.

Da die Beobachtung um $22^h 2\frac{1}{2}'$ Sternzeit fällt, (die Abweichung beyder Angaben ist Fehler der Uhren) so stand damals im Merid. der Punkt des Aequators, dessen Rectasc. $350^\circ 57'$. Der

Sternschnuppen Rectascension $= 246° 15'$, daher ZPD $= 84° 22'$.

Nach der vorigen Formel setze ich hier tang. u. $=$ cos. $84° 22'$. tang. $38° 28'$

und erhalte $\cos. ZD = \frac{\cos. 38° 28'. \cos.(71° - u).}{\cos. u.}$

log. cos. $84° 22' = 0,9919429. - 2.$
log. tang. $38° 28' = 0,9000865. - 1.$
log. tang. u $= 0,8920294. - 2 =$ log. tang. $4° 27' 34''$.

log. cos. $38° 28' = 0,8937452. - 1.$
log. cos. $66° 32' 26'' = 0,5999885. - 1.$
$0,4937337. - 1.$
$-$ log. cos. $4° 27' 34'' = 0,9986833. + 1.$
log. cos. ZD $= 0,4950504. - 1 =$ log. cos. $71° 47'$.
also Höhe der Sternschnuppe über dem Horizont $= 18° 13'$.

Für den Azimuthalwinkel PZD ist: Sin. $PZD = \frac{\sin. 84° 22'. \sin. 71°.}{\sin. 78° 47'.}$

log. sin. $84° 22' = 0,9978975. - 1.$
log. sin. $71° = 0,9756701. - 1.$
$0,9735676. - 1.$
log. sin. $71° 47' = 0,9776693. - 1.$
log. sin. PZD $= 0,9958983. - 1:$
also PZD $= 82° 8'$. vom Nordpunkte westlich.

Unsre Standlinie machte mit der Mittagslinie einen Winkel von $64°$ von Süden nach Westen; das Azimuth der Sternschnuppe war von Süden an $97° 52'$ westl., also, da *Clausberg* der östliche Standpunkt war, der horizontale Winkel, den die Vertikalebne durch die Sternschnuppe und *Clausberg* mit der Standlinie machte $= 33° 45'$.

Es ist also Fig. II. GAB = 33° 45', CAG = 18° 13'. daher (nach Kästn. sphär. Trigon. 1 Satz 3 Zus. III.)

$$\cos. CAB = \cos. 33° 45' \cos. 18° 13'.$$

$$\begin{array}{l} \log. \cos. 33° 45' = 0{,}9198464. - 1. \\ \log. \cos. 18° 13' = 0{,}9776693. - 1. \\ \hline \log. \cos. CAB = 0{,}8975157. - 1 = \log \cos 37° 50'. \\ CAB = 37° 50'. \end{array}$$

Und für den Neigungswinkel der Ebne ACB gegen den Horizont, den ich φ nennen will,

$$\sin. \varphi = \frac{\sin. 18° 13'.}{\sin. 37° 50'.}$$

$$\begin{array}{l} \log. \sin. 18° 13' = 0{,}4950046. - 1. \\ \log. \sin. 37° 50' = 0{,}7877202. - 1. \\ \hline \log. \sin. \varphi = 0{,}7072844. - 1 = \log. \sin. 30° 38\tfrac{1}{2}'. \\ \varphi = 30° 38\tfrac{1}{2}'. \end{array}$$

Die Länge unsrer Standlinie AB war = 46200 par. Fuſs.

$$\begin{array}{l} \text{Da nun } CAB = 37° 50' \\ \quad ACB = 2° 26' \\ \hline \quad 40° 16, \end{array}$$

so würde $CBA = 139° 44'$ und $AC = \dfrac{46200. \sin. 139° 44'.}{\sin. 2° 26'.}$

$$\begin{array}{l} \log. 46200 = 4{,}6646420. \\ \log. \sin. 139° 44' = 0{,}8104650. - 1. \\ \hline \quad 4{,}4751070. \\ \log. \sin. 2° 26' = 0{,}6279484. - 2. \\ \hline \log. AC = 5{,}8471586. \\ AC = 703329 \text{ par. Fuſs.} \end{array}$$

CG = AC sin. CAG, wenn man die Erde als eben betrachtet.

log. 558674 = 5,8471586.
log. sin. 18° 13′ = 0,4950046. — 1.

log. CG = 5,3421632.
CG = der vertikalen Höhe = 219869 par. F. = $9\frac{1}{8}$ Meilen.

Eben so verfahre ich nun mit der am *Seseberge* gemachten Beobachtung. Nun ist in Fig. I. APF = 83° 37′, ZP = 38° 28′, PD = 68° 40′.

log. cos. 83° 27′ = 0,0571723. — 1.
log. tang. 38° 28′ = 0,9000865. — 1.

log. tang. u = 0,9572588. — 2 = log. tang. 5° 10′ 42″.

log. cos. 38° 28′ = 0,8937452. — 1.
log. cos. 63° 29′ 18″ = 0,6496747. — 1.

0,5434199. — 1.
— log. cos. 5° 10′ 42″ = 0,9983116. + 1.

log. cos. ZD = 0,5451083. — 1 = log. cos. 69° 27′ 40″.
Höhe über dem Horizont = 20° 32′ 20″.

log. sin. 83° 27′ = 0,9971559. — 1.
log. sin. 68° 40′ = 0,9691734. — 1.

0,9663293. — 1.
— log. sin. 69° 27′ 40″ = 0,9714773. — 1.

log. sin. PZD = 0,9948520. — 1 = log. sin. 81° 12′.
also AZD = 98° 48′ westlich vom Südpunkt.

Dies gibt den Winkel GBD = 34° 48′ oder seinen Nebenwinkel = 145° 12′. Es ist also CBG = 20° 32′ 20″; ABG = 145° 12″.

log. cos. 20° 32′ 20″ = 0,9714773. — 1.
log. cos. 145° 12′ = 0,9144221. — 1.

log. cos. ABC = 0,8858994. — 1 = log. cos. 140° 15′ 30″.

$$\begin{array}{lll} \text{log. sin. } 20^\circ 32' 20'' & = & 0{,}5451083. - 1. \\ \text{log. sin. } 140^\circ 15' 30'' & = & 0{,}8057232. - 1. \\ \hline \text{log. sin. } \varphi & = & 0{,}7393851. - 1 = \text{log. sin. } 33^\circ 17'. \end{array}$$

Aus der clausbergischen Beobachtung ward $\varphi = 30^\circ 38\frac{1}{2}'$, also $2^\circ 39'$ von dieser Bestimmung verschieden, welches bey diesen Beobachtungen eine hinreichende Uebereinstimmung ist.

$$\begin{array}{lll} \text{Da CBA} & = & 140^\circ 15' 30'' \\ \text{ACB} & = & 2^\circ 26' 10'' \\ \hline \text{so müſste BAC} & = & 37^\circ 18' \text{ seyn.} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{log. } 46200 & = & 4{,}6646420. \\ \text{log. sin. } 37^\circ 18' & = & 0{,}7824646. - 1. \\ \hline & & 4{,}4471066. \\ \text{log. sin. } 2^\circ 26' & = & 0{,}6279484. - 2. \\ \hline \text{log. BC} & = & 5{,}8191582. = \text{log. } 659440. \\ \text{log. sin. } 20^\circ 32' & = & 0{,}5450005. - 1. \\ \hline \text{log. CG} & = & 5{,}3641587. = \text{log. } 231291. \end{array}$$

Hieraus würde also CG	=	231291	par. Fuſs folgen,
vorhin	=	219869	- - -
Mittel	=	225580	- - -
wozu wegen Krümmung der Erde noch hinzuk. ohngefähr	=	9690	par. Fuſs —
Entf. d. Sternschn. v. d. Erde	=	235270 p. F.	= 10, 3 g. M.

Man findet nämlich BG = BC cos. $20^\circ 32'$.

$$\begin{array}{lll} \text{log. BG} & = & 5{,}8191582. \\ \text{log. cos. } 20^\circ 32' & = & 0{,}9714931. - 1. \\ \hline \text{log. BG} & = & 5{,}7906513. = \text{log. } 617520. \end{array}$$

Dieser Entfernung auf der scheinbaren Horizontallinie gehört auf der Erde, wenn ich ihren Halbmesser nach Kästn. angew. Mathem. Geogr. §. 20. = 19632120 par. Fuſs setze, eine Krümmung von 9692 par. Fuſs zu, wie folgende Rechnung zeigt.

Setzt man nämlich den Winkel, dem jene Entfernung als Tangente gehört $= \omega$, so ist die Krümmung $=$ (*Sec.* ω. — 1) *radius*.

log. 617520 $=$ 5,7906513.
log. 19632120 $=$ 7,2929671.

log. tang. ω $=$ 0,4976842. — 2 $=$ log. tang. 1° 48′.
Sec. 1° 48′ — 1 $=$ 0,0004937.

log. 0,0004937 $=$ 0,6934631. — 4.
log. 1,9632120 $=$ 7,2929671.

log. d. Abw. d. scheinb. Horiz. v. d. wahr. $=$ 3,9864302. $=$
log. 9692 par. Fuſs.

Wollte man die hiedurch corrigirte Entfernung der Sternschnuppe noch genauer wissen; so müſste man überlegen, daſs CG nun auf der krummen Oberfläche der Erde nicht in G vertikal ist: aber ich glaube, daſs man diese geringe Correction, die hieraus entstehen wird, mit Recht bey Seite setzen kann.

Von der hier berechneten Sternschnuppe war auch der Anfangspunkt von beyden Beobachtern angegeben, wobey die Rechnung ganz eben so, wie bey dem Endpunkte ist.

Ich will daher hier nur die Resultate hersezzen, die nöthig sind, um die Länge und Richtung der durchlaufnen Bahn zu finden. Doch muſs ich noch erinnern, daſs auch hier die doppelte Rechnung, nämlich aus jeder der beyden Beobachtungen für sich, nöthig ist, weil man nie sicher ist, daſs beyde Beobachter genau den wahren Anfangspunkt sahen, wenn man gleich durch Vergleichung der Berechnungen für den Endpunkt davon überzeugt ist, daſs die Beobachtungen wirklich einerley Sternschnuppe betrafen. Könnte man hievon aus andern Gründen überzeugt seyn; so wäre der letzte Theil der vorhin geführten Rechnung überflüssig.

Der Anfangspunkt ward am *Sesebühl* beobachtet.
Rectasc. = 251° Declin. 38°.
Aus beyden Beobachtungen ergab sich: Parallaxe = 3° 24'.
Wahre Entfern. vom *Sesebühl* 609090 p. Fuſs.
Entfernung von der Erde = 356500 = 16 geogr. Meilen.

Um nun aus diesen gegebenen Stücken die wahre Länge der durchlaufnen Bahn zu finden, muſs ich zuerst die scheinbare Länge der Bahn an einem Beobachtungspunkte berechnen, wozu ich hier den *Seseberg* wähle. Die 3 Fig. kann hier zur Erläuterung dienen. In derselben sey S der scheinbare Ort des Anfangspunkts, W des Endpunkts; so ist PS = 52°, PW = 68° 40'.

SPW = 4°. Folglich, wenn ich cos. 4° tang. 52° = tang. u setze:

$$\text{cos. SW} = \frac{\text{cos. } 52°.\ \text{cos. } (68°\ 40' - u)}{\text{cos. u.}}$$

log. cos. 4° = 0,9989408. — 1.
log. tang. 52° = 0,1071902.

log. tang. u = 0,1061310. = log. tang. 51° 56'.

$$\begin{array}{rl} \log.\cos.\ 52^\circ = & 0{,}7893420. - 1. \\ \log.\cos.\ 16^\circ 44' = & 0{,}9812091. - 1. \\ \hline & 0{,}7705511. - 1. \\ \log.\cos.\ 51^\circ 56' = & 0{,}7899880. - 1. \\ \hline \log.\cos.\ SW = & 0{,}9805631. - 1 = \log.c.\ 17^\circ 1'. \end{array}$$

In dem Dreiecke, dessen Ecken der Anfangspunkt und Endpunkt der Sternschnuppe und der *Seseberg* sind, ist also der Winkel am *Seseberge* nebst den ihn einschliefsenden Seiten bekannt und man findet die dritte Seite.

Die beyden bekannten Seiten sind a = 659440, b = 609090 par. Fufs.

Der eingeschlossene Winkel C = der scheinbaren Länge der Bahn = 17°.

so wird, wenn man $\sin.\ \psi = \frac{2\cos.\frac{1}{2}C\sqrt{ab}}{a+b}$ annimmt.

Die gesuchte Seite $c = (a+b)\cos.\ \psi$

$$\begin{array}{rl} \log.\ 2 = & 0{,}3010300. \\ \log.\cos.\ 8^\circ 30' = & 0{,}9952033. - 1. \\ \frac{1}{2}\log.\ 659440 = & 2{,}9095877. \\ \frac{1}{2}\log.\ 609090 = & 2{,}8923407. \\ \hline & 6{,}0981617. \\ \log.\ 1268530 = & 6{,}1033008. \\ \hline \log.\sin.\ \psi = & 0{,}9948609. - 1 = \log.\sin.\ 81^\circ 12' 10''. \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log.\cos.\ \psi = & 0{,}1845152. - 1. \\ \log.\ 1268530 = & 6{,}1033008. \\ \hline \log.\ c = & 5{,}2878160 = \log.\ 194010. \end{array}$$

Also die wahre Länge des durchlaufnen Wegs 194010 par. Fufs = $8\frac{1}{2}$ Meilen, welche sie etwa in $1\frac{1}{2}$ Sec. zu durchlaufen schien.

Der Unterschied der vertikalen Höhen des Anfangs- und Endpunkts beträgt 121230 Fufs, die Länge der durchlaufnen Bahn = 194010 Fuſs. Also der Cosinus des Winkels, den die Bahn mit der Vertikale des Anfangspunkts unterwärts einschlieſst $= \frac{121230.}{194010.}$

$$\begin{array}{rcl} \log.\ 121230 & = & 5{,}0836101. \\ \log.\ 194010 & = & 5{,}2878160. \\ \hline \log.\ \cos.\ 51\tfrac{1}{2}^\circ & = & 0{,}7957941. - 1. \end{array}$$

Die Neigung der Bahn gegen die Vertikale ist also ohngefähr 51° — genau ist diese Rechnung nicht, weil sonst die Vertikalhöhen ganz scharf hätten corrigirt werden müssen, auch bey dem Unterschiede der Höhen des Anfangs- und Endpunkts die Krümmung der Erde hätte betrachtet werden müssen.

Für Beobachtungen, die ihrer Natur nach keine absolute Genauigkeit erlauben, ist dies hinlänglich.

* * *

Die geringe Entfernung unsrer Standpunkte erlaubte uns, bey der Berechnung unsrer Beobachtungen die Krümmung der Erde, nur so, wie das vorige Beyspiel zeigt, sehr oberflächlich in Betrachtung zu ziehen: da aber dies für weiter entfernte Standpunkte nicht geschehen darf, so ist es hier wohl der Ort, auch für diesen Fall den Gang der Rechnung anzugeben. Beyde Beobachter erhalten wieder, wie vorhin, unmittelbar aus der Beobachtung den scheinbaren Ort der Sternschnuppe durch Rectascension und Declination bestimmt, woraus man die Parallaxe, so wie die scheinbare Höhe und Azimuth für beyde Orte, so wie vorhin findet. Der folgende Theil der Rechnung leidet einige Aenderungen. In der 4. Figur sind B, C die beyden Beobachtungspunkte PD, PE Breitenkreise oder Meridiane durch jene Punkte das Azimuth der Sternschnuppe in B = DBF, in C = ECF also F der Punkt auf der Erde, wo die Sternschnuppe im Zenith gesehen ward. Um die Rechnung nun weiter fortzusetzen, ist nun zuerst nöthig, daſs man die Entfernung BC kenne, die man leicht entdeckt, wenn die geographische Länge und Breite beyder Orte bekannt ist: — daſs diese ungefähr bekannt sind, setze ich hier voraus. Man kennt also im Dreiecke PBC, den Winkel BPC = dem Längenunterschiede der beyden Orte B, C und die Seiten BP, PC, die Complemente ihrer Breiten und findet also nach der vorhin schon gebrauchten Formel BC, indem man tang. u = cos. BPC tang. PB setzt. $\text{Cos. BC} = \frac{\text{cos. BP. cos.(PC} - \text{u).}}{\text{cos. u.}}$

Nun ist es leicht, im Dreiecke PBC auch die Winkel PBC, PCB zu bestimmen, weil

$$\text{sin. PBC} = \frac{\text{sin. BPC. sin. PC}}{\text{sin. BC}} \text{ . und}$$

$$\text{sin. PCB} = \frac{\text{sin. BPC}}{\text{sin. BC}} \text{ . sin. BP.}$$

Ferner ist $DBC = 180° - PBC$ und $BCE = 180° - BCP$.

Und folglich da auch DBF und ECF bekannt sind, die Winkel $FBC = DBC - DBF$ $FCB = BCE - ECF$ bekannt. Es kömmt also jetzt darauf an, im Dreieck FBC aus zwei Winkeln B, C und der eingeschloſsnen Seite BC eine der übrigen Seiten zu finden. Suche ich hier einen Winkel u, dessen Tangent = cos. BC. tang. FBC ist: so wird $\text{tang. } FC = \frac{\text{sin. u. tang. } BC}{\text{sin. } (FCB + u)}$

(nach *Kästn.* astron. Abh. 2 Abh. §. 109 vergl. mit 103).

Wäre man nun völlig überzeugt, daſs beyde Beobachter einerley Sternschnuppe gesehen hätten; so würde sich nun ganz leicht die wahre Höhe der Sternschnuppe finden. Es sey Fig. 5. LM der Vertikalkreis durch F und C von dem in der vorigen Figur FC ein Stück war, G der Mittelpunkt der Erde, C, F behalten die Bedeutung die sie vorhin hatten. Die Sternschnuppe K befindet sich in der Ebne dieses Kreises; CT ist der scheinbare Horizont in C, daher der Winkel TCK die scheinbare Höhe der Sternschnuppe, welche aus der Beobachtung in C bekannt und $= \lambda$ ist, FC sey $= \varphi$ GC = dem Halbm. d. Erde = r: so wird

$$GK = \frac{\text{r. sin. } (90° + \lambda)}{\text{sin. } (90° - \lambda - \varphi)} = \frac{\text{r. cos. } \lambda}{\text{cos. } (\lambda + \varphi)}$$

und die Höhe der Sternschnuppe $= GK - r$.

* * *

So wäre die Rechnung für den Anfangs- oder Endpunkt der Bahn einer Sternschnuppe vollendet, wenn man sich überzeugt halten dürfte, daſs es wirklich correspondirende Beobachtungen waren, die man verglich. Aber davon kann man selten ganz gewiſs seyn, ohne die Prüfung anzustellen, wovon ich jetzt reden will. Folgende Methode scheint mir zur Prüfung am leichtesten. Es sey wieder Fig. 6. G der Erde Mittelpunkt, BCF ein Theil ihrer Oberfläche, wo B, C, F die Punkte bedeuten, die vorhin dadurch angezeigt sind. K sey die Sternschnuppe; so geht, wie wir wissen, die Vertikalebne CFG auch durch K und die Ebnen CGK, CGB und BCK schlieſsen an K ein solides Dreieck ein, worin aus der Beobachtung in C die Seitenfläche KCG bekannt ist, nämlich $KCG = 90° + \lambda$. Ferner, da $CGB = \phi$ wird $GCB = 90° - \frac{1}{2}\phi$ und der Neigungswinkel dieser beyden Seitenflächen, der mit dem sphär. Winkel BCF einerley ist, ist auch vorhin durch die Beobachtung in C, verbunden mit der geographischen Lage der Beobachtungspunkte — also unabhängig von der Beobachtung in B — gefunden. Es läſst sich also nun auch leicht der Neigungswinkel der Ebnen KBC, CBG gegen einander finden, indem dies blos die Auflösung der Aufgabe ist: Im sphär. Dreiecke aus 2 Seiten nebst dem eingeschloſsnen Winkel einen der übrigen Winkel zu finden, wofür *Kästners* astron. Abh. 2 Abh. §. 103 folgende Formel gibt. Man setzt: cos. BCF.

tang. KCG = tang. u und erhält dann tang. des

$$\text{gesucht. Wink.} = \frac{\text{tang. BCF. sin. u}}{\text{sin. (BCG} - \text{u)}}$$

oder tang. u = cos. BCF. tang. (90° + λ) = — cos. BCF cotang. λ tang. des Neigungswinkels

$$= \frac{\text{tang. BCF sin. u}}{\text{cos. } (\tfrac{1}{2}\, \Phi + \text{u})}$$

So berechnet man diesen Winkel aus der in C angestellten Beobachtung und ebenso aus der andern denselben Winkel, indem man blos in den angegebnen Formeln statt λ die in B beobachtete Höhe setzt,

statt BCF setzt man CBF
statt KCG - KBG
statt BCG - CBG, welches = BCG ist.

* * *

Es ist nun nur noch ein Punkt zu erläutern übrig, nämlich wie man die Länge und wahre Richtung der Bahn findet, wenn Anfangs- und Endpunkt durch Beobachtungen an entfernten Orten nach der vorigen Rechnung bestimmt sind. — Durch den Anfangs- und Endpunkt der beobachteten Bahn — das heifst, wofern die Bahn gerade ist durch die Bahn selbst — und den Mittelpunkt der Erde sey eine Ebne gelegt, deren Durchschnitt mit der Oberfläche der Erde der Kreis PQ ist. Fig. 6. KL sey die Bahn der Sternschnuppe; so sind die Höhen KF = h, LH = K durch die vorhin angegebne Rechnung bekannt: der Winkel FGH aber wird sehr leicht gefunden, wie ich nach der ersten Figur dieses Blatts zeigen will. H, F sind da die Punkte, über denen die Sternschnuppe entstand und verschwand. Man kennt also aus dem vorigen die Entfernungen BH, BF; man kennt aber auch den sphär. Winkel HBF, der der Summe oder dem Unterschiede des Azimuths beyder Punkte in B gleich ist: man findet also nach den schon mehrmals angegebnen Formeln die dritte Seite FG des sphär. Dreiecks und dies FG ist das Maaſs des Winkels FGH in der letzten Figur. Die Länge der Bahn KL wird also gefunden, wenn man einen Winkel ψ sucht, dessen Sinus

$$\sin. \psi = \frac{2 \cos. \frac{1}{2} FGH. \sqrt{(r + h)(r + k)}}{2r + h + k} \text{ ist,}$$

indem dann $KL = (2r + h + k) \cos. \psi$ ist.

Die Neigung der Bahn gegen die Vertikallinie des Anfangs- oder Endpunkts wird dann in demselben Dreieck leicht nach der Regel, daſs sich die Sinus der Winkel, wie die gegenüberstehenden Seiten verhalten, berechnet.

* * *

Die Bestimmung des Neigungswinkels dient nicht blos zur Versicherung, daſs beyde Beobachtungen einerley Sternschnuppe zum Gegenstand gehabt haben, sondern sie geben auch gewissermaſsen einen Maaſsstab zur Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen. Es ist nämlich klar, daſs bey einer absolut genauen Beobachtung die beyden Werthe der Neigungswinkel völlig gleich ausfallen müssen. Man darf daher mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen, daſs die Beobachtung um so genauer ist, um je weniger die Neigungswinkel von einander abweichen; obgleich man nie sicher ist, daſs diese Uebereinstimmung nicht daher komme, daſs die Fehler der Beobachtungen an die nämliche Seite fallen.

Aber bey *verschiedenen* Lagen der Sternschnuppen kann man die gleich gute Uebereinstimmung des Neigungswinkels nicht als Zeugniſs für die gleiche Güte der Beobachtung ansehen. Es schien mir deswegen der Mühe werth, eine Tafel zu berechnen, welche mit einem Blicke übersehen lieſs, was für Einfluſs gleiche Beobachtungsfehler bey verschiedenen Lagen der Sternschnuppe auf die Bestimmung des Neigungswinkels haben.

Diesen Fehler nach Differentialformeln zu berechnen ging hier nicht an, da ein Fehler von 1° zu groſs ist, um mit einem Differential verwechselt zu werden. Ich wählte daher zur Rechnung die einfachste Methode, indem ich den Neigungswinkel für jede in der Tafel angegebene Höhe und Azimuth berechnete, und sah' wie viel sein Werth sich ändere, wenn ich eins dieser Stücke um 1° gröſser nahm. — So ergaben sich die hier angezeigten Fehler, von welchen immer der obenstehende von dem Fehler in der Angabe der Höhe, der untenstehende von den Fehlern des Azimuths herrührt. Der in der ersten Vertikallinie vorgeschriebene horizontale Winkel ist derjenige, den eine Vertikalebene durch die Sternschnuppe und einen Standpunkt mit der Vertikalebene durch die Standlinie macht. — Glaubt man also nicht mehr als 1° im Azimuth und 1° in der Höhe unsicher zu seyn, so gibt die Summe der beyden in jedem Fache stehende Zahlen den möglichen Fehler des Neigungswinkels, den man aus *einer* Beobachtung findet. — In der Nähe des Zeniths kann aber der Fehler des Azimuths leicht 1° übertreffen.

Tabelle für die Fehler des Neigungswinkels, welche aus 1° Fehler in der Angabe der Höhe und des Azimuths entstehen.

Horizontaler W.	Höhen 5°	10°	15°	20°	30°	50°	70°	90°
1° oder 179°	1°,50' 10°,30'	30' 5°,30'	15' 3°,40'	8' 2°,45'	— 4' 1°,44	— 2' — 50'	— 1' — 22	— 1' — 0'
6° oder 175	5°,15' 4,30	2°,10' 4,20	1°,6' 3,20	40' 2°,35'	— 20' 1°,40'	— 10 — 50	— 6 — 22	— 3' 0
10° od. 170	4°,25 2,5	2,45 2,40	1,45 2,30	1°,10' 2°,10'	— 35 1°,30	— 17 — 50	— 12 — 20	— 10' — 0
15° od. 165	3°,25 1. —	2,40 1,40	1°,55 1,50	1,25 1°,37	— 50' 1°,20	— 25 — 45	— 17 — 20	— 15' — 0
20° od. 160	2°,45 — 40	2°,20 1°, —	1,55 1,20	1,30 1,20	1°, — 1°,10	— 31 — 45	— 23 — 20	— 20' — 0
30° od. 150	2°, — — 15'	1,50 — 30	1,40 — 42	1,30 — 48	1°,10' — 50	— 44 — 36	— 33 — 18	— 30' — 0
50° od. 130	1°,18' — 6	1°,16 — 11	1,15 — 16	1°,12' — 20	1°,7 — 24	— 55 23	— 48 — 13	— 46' — 0
70° od. 110	1°,4 — 2	1°,3' — 4	1°,3 — 6	1°,3 — 7	1°,2' — 9	— 59 11	— 57 — 7	— 56' 0
90°	1°, —	1°, —	1°, —	1°, —	1°, —	1°, —	1°, —	1°

Ein Fehler des Azimuths ist hier unbedeutend.

Tafel über die Sichtbarkeit der Sternschnuppen bey einer Entfernung von 1 bis 100 d. Meilen von der Erde.

Höhe d. Sternschnupp.	180° Parallaxe.	80° Parallaxe.
1 d. M.	83 d. M.	$1\frac{1}{2}$ d. M.
2	117	$3\frac{1}{4}$
3	143	5
4	165	$6\frac{3}{4}$
5	185	$8\frac{1}{2}$
6	202	10
7	218	11
8	233	13
9	247	15
10	261	17
11	273	18
12	285	20
13	297	22
14	308	23
15	319	25
16	329	27
17	339	29
18	348	30
19	358	32
20	367	34
22	385	37
24	402	41
26	417	44
28	433	47
30	448	51
32	462	54
34	475	58
36	489	61
38	502	65
40	515	68
50	573	86

Höhe d. Sternschnupp.	180° Parallaxe.	80° Parallaxe.
60 d. M.	624 d. M.	103 d. M.
70	671	121
80	714	139
90	754	157
100	791	176