ERSTLINGE

von

TOBIAS MAYER,

aufs neue herausgegeben

von

J. F. Benzenberg.

Nebst einigen
Nachrichten von seinen Erfindungen und
seinem Leben.

Mensor maris et terrae, et mangni sine limite coeli.

Mit 4 Kupfertafeln.

Düsseldorf bey J. C. SCHREINER, 1812.

Inhalt.

det. Der Ritter von Borda lernt ihn hier kennen, und läſst 1775 einen hiernach in Paris in Messing machen. S. XVIII bis XX.

Borda gibt dem Kreise die Einrichtung der Sextanten, so daſs er auch die Winkel rückwärts miſst. — Man kann nun mit ihm den doppelten Winkel messen, ohne die Spiegel parallel zu stellen. — Einrichtung welche Mayer vorgeschlagen, um die Spiegel ohne eine besondere Beobachtung parallel zu stellen. S XX bis XXII.

Troughton verbessert den Kreis durch die Anbringung der fliegenden Verniere, und erleichtert hiemit die Beobachtungen. Baumann bringt auf demselben trompetenförmige Fernröhre an, um mehr Licht zu haben. Zugleich werden Uhrfedern und Ketten angebracht, um den todten Gang der Mikrometerschrauben aufzuheben, so wie auch ein Niveau zum Höhenmessen sehr kleiner Höhenwinkel. S. XXII. bis XXVII.

Abbildung eines Hadleyschen Sextanten und eines Spiegelkreises von der neuesten Einrichtung. Warum werden die Kreise weniger gebraucht, wie die Sextanten? — Die dioptrischen Wiederholungskreise. — Uebersicht der Geschichte der Erfindung der Wiederholungskreise. S. XXVIII bis XXXIIII.

Mayers Kinderjahre von ihm selbst beschrieben, von S. XXXV bis XXXXI.

Nachrichten von Mayers Jünglingsjahren von Justizrath Niebuhr von XXXXII bis XXXXIV.

Verschiedene Lebensumstände aus seinen früheren Jahren, erzählt von Prof. Wurm von XXXXXV bis XXXXXX.

Mayers Erstlinge.

Erklärung der Kupfer.

Die erste Kupfertafel stellt die Geschichte der Erfindung des Artificium Multiplicationis dar.

Fig. 1. ist Mayers Recipiangel, wie solches in seinem mathematischen Atlas abgebildet worden.

Fig. 2. Ist das verbesserte Recipiangel, wie er solches in seiner Abhandelung in den Göttinger Gedenkschriften vom Jahr 1752 abgebildet und beschrieben.

Fig. 3. Stellt dasselbe von der Seite dar.

Fig. 4. Ist die Abbildung seines Wiederholungskreises, wie er ihn nach London geschickt hat, und wie er in den Mondtafelen, so 1770 erschienen, in Kupfer gestochen worden.

Die Tafel kommt zu Seite XIV.

Taf. II. Enthält die Abbildung des Hadleyschen Spiegelsextanten und des Mayerschen Wiederholungskreises, so wie solche jetzt verfertigt werden. Nämlich mit trompetenförmigen Fernröhren, Uhrfedern und Ketten (die unter den Mikrometerschrauben verborgen liegen) Wasserwage und Spiegel, und den fliegenden Verniers.

Fig. 1. Ist der Spiegelsextant mit seinem Statiefe.

Fig. 2. Ist der Wiederholungskreis mit seinem Statiefe.

Die Tafel kommt zu Seite XXVIII.

Taf. III u. IV enthalten geom. Figuren und kommen an das Ende des Werks.

Nachrichten

von

Mayers Leben und Erfindungen.

Einleitung.

Tobias Mayer war einer der seltenen Menschen, die von der Natur mit einem reichen Gemüthe begabt, dazu bestimmt sind, die Grenzen des menschlichen Wissens weiter hinauszurücken. — Ihm verdanken die Engländer die genaue Methode die Länge zur See mit Hülfe des Mondlaufs zu finden, die ihre Schiffahrt so sicher und so schnell macht. Die Franzosen verdanken ihm die Erfindung des Wiederholungskreises, wodurch ihre Gradmessuugen für die Bestimmung des Meters eine so große Genauigkeit erhielten.

Mayer war arm und elternlos. Er hatte in seiner Jugend mit einem harten Schiksal zu kämpfen. Er fühlte den Reichthum seines Gemüths und den Drang seiner Anlagen. — Er schrieb seine Erstlinge als 19jähriger Jüngling und eignete sie dem berühmten Kanzler Freiherrn von *Wolf* zu. Es muſs ihm nicht gelungen seyn, die Aufmerksamkeit des Kanzlers auf sich zu ziehen, wenigstens finden wir keine Spur, daſs *Wolf* wohlthätig auf seinen Lebensplan gewirkt habe.

Seine Erstlinge sind 1741 gedruckt, und längst zerstreut. Man findet sie nur noch als Seltenheit. Ich sah sie zuerst im vorigen Winter bey Herr Professor *Bohnenberger* in *Tübingen*. Ich bat sie mir aus um sie abzuschreiben. Da ich glaubte, dafs mehrere Verehrer von *Mayer* gerne die Erstlinge des grofsen Mannes besäfsen, so veranlafste ich den Herrn Buchhändler *Schreiner* sie aufs neue abdrucken zu lassen.

Bey dieser Gelegenheit sey es mir erlaubt, einige Nachrichten von seiner Erfindung der Wiederhohlungskreise mitzutheilen, -- eine Erfindung, welche eine merkwürdige Epoche in der neuerern Astronomie hezeichnet, und von der die französischen Geometer oft so sprechen, dafs man glauben könnte, sie wäre in Paris gemacht worden. *)

*) Im *Moniteur* vom 7. Januar 1810 ist der Bericht gedruckt, den *Biot* ans National-Institut über die spanische Gradmessung machte. In diesem spricht er von der frühern französischen Gradmessungen und setzt dann hinzu: „*Malgré tant d'efforts, malgré tant d'entreprises, on pouvait faire mieux encore; non pas avec les moyens dont s'étaient servi ces habiles astronomes: ils avaient fait tout ce qui étoit possible dans les circonstances ou ils se sont trouvés. Mais les instruments d'astronomie étaient bien éloignés alors de la perfection telle qu'on peut regarder comme la limite des efforts de l'industrie humaine, et comme le terme de la précision que l'on peut atteindre par des evaluations méchaniques; surtout depuis un autre Français,* Borda, *membre de cette compagnie, eut trouvé le sécrèt d'atténuer indefiniment les erreurs des observations partielles en les faisant suivre et succèder les unes aux autres, sur le limbe circulaire de l'instrument auquel il a donné le nomme de cercle répétiteur.*

Nachdem *Mayer* im Iahr 1741 seine Erstlinge herausgegeben, war er nach *Augsburg* gewandert, wo er 1745 seinen mathematischen Atlas herausgab, welcher auf 60 Kupfertafeln fast die ganze Mathematik umfaſste. Auf der 11. Kupfertafel sind die Instrumente abgebildet, welche bey geometrischen Messungen gebraucht werden, und unter diesen ist Fig. 13 das Recipiangel; — ein Instrument aus zweien Diopternlinealien zusammengesetzt, deren Oeffnung den Winkel miſst. (S. Fig. I.) Die Sehne des Winkels wird mit dem Handzirkel abgenommen und auf dem geradlinigten Transporteur gemessen der auf eins der Lineale gezeichnet ist.

Im Iahr 1752 las *Mayer* den 7. October eine Abhandlung in der Göttinger Societät vor, welche den Titel hatte: *Nova methodus perficiendi instrumenta geometrica et novum instrumentum goniometricum auctore Tob. Mayer.* Sie wurde 1753 im zweiten Bande der Comentarien der Gesellschaft gedruckt.

Diese Abhandlung ist wegen der Klarheit der Darstellung eben so interssant als wegen der wichtigen Erfindung die sie enthält; — und ich will deswegen hier ihren Inhalt vollständig mittheilen — besonders da Societätsschriften selten das Eigenthum von Privatbibliotheken sind.

„Obschon es nicht an verschiedenen Winkelinstrumenten fehlt, und fast jeder Geometer etwas auf seine Weise und nach seiner Einsicht an ihnen verbessert, so tritt doch der Fall ein, daſs wenn grofse Entfernungen sollen gemessen oder ganze Provinzen sollen trianguliert werden, man unter den vorhandenen Instrumenten keine findet, als solche, die entweder grofse Fehler haben, oder solche die sehr unbequem im Gebrauche sind. Denn Astrolabia und Halbkreise sind immer um so fehlerhafter je kleiner sie sind, und es ist schwer mit ihnen einen Winkel bis auf 5 Minuten genau zu messen, und dieses macht bey gröfsern Dreyecken einen ausserordentlichen Fehler. Man kann daher die Winkel nur mit dreyfüfsigen Quadranten genauer messen, welche aber mehr in die Astronomie als Geometrie gehören. Ihrer haben sich die französischen Geometer bey den Gradmessungen und bey der Aufnahmen von Frankreich bedient. Von der Unbequemlichkeit mit ihnen zu beobachten und von der Schwierigkeit sie zu berichtigen, wollen wir hier nicht reden.

Das Instrument, welches ich hier vorschlage, hat diesen Fehler nicht. Es ist zugleich einfach, und kann ohne grofse Kunst und Kosten gemacht werden. — Man sieht aus der Abbildung, dafs es ein Recipiangel ist. Es empfiehlt sich durch seine Kleinheit, und ich habe schon vor 8 Jahren in meinem mathematischen Atlasse eine genaue Abbildung davon gegeben. Ich habe es nun durch die Anbringung eines Fernrohrs noch vervollkommt und dadurch der gröfsten Genauigkeit fähig gemacht.

Dann habe ich eine praktische Methode erfunden, mit jedem Instrumente, das nur statt der Dioptern ein Fernrohr hat, wenn auch der Radius klein ist, doch jeden irrdischen Winkel so genau zu beobachten, daſs der Irrthum selten 10 bis 15 Sek. beträgt, obschon es bis jetzt für unmöglich gehalten wurde, mit so kleinen geometrischen Instrumenten einen Winkel genauer als auf 4 oder 5 Minuten zu messen.

Ich will diese Methode hier an diesem Instrumente erklären. Wer dieses gefaſst hat, wird sie leicht auf andere Instrumente anwenden können.

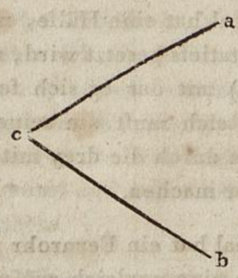
Das Instrument besteht aus zwey beweglichen Linealen, die 10 bis 12 Zoll lang und eben so viel Linien breit sind. An den vier Enden haben sie vier Punkte, welche dazu dienen, um mit dem Zirkel die Sehnen des Winkels zu messen, den beyde Lineale miteinander machen. Die Punkte müssen nicht nur gleich weit vom Centro liegen, sondern zwey und zwey müssen auch mit dem Centro in gerader Linie liegen. Ob die Punkte diese Eigenschaft haben, sieht man daraus, wenn bey jeder Oeffnung der Lineale die zwey gegeneinander überstehende Sehnen gleich sind. (S. Fig. 2.)

Das untere Lineal hat eine Hülfe, mit der es auf den Zapfen eines Statiefs gesetzt wird, und ein Preſsscraube *p*, (Fig. 3.) mit der es sich feststellen läſst. Das obere bewegt sich sanft um seine Achse; diese Bewegung läſst sich durch die drey mittleren Schrauben loser und fester machen.

Das obere Lineal hat ein Fernrohr mit zwey Gläsern, wodurch man eine ungleich gröſsere Schärfe im Sehen erhällt als mit Diopteren, und man sieht Gegenstände deutlich, die man mit bloſsen Augen kaum wahrnimmt. Daſs die Gegenstände umgekehrt erscheinen, thut nichts, weil der Beobachter sich hieran bald gewöhnt.

Im gemeinschaftlichen Brennpunkte steht ein Planglas mit einem eingeschnittenen Kreuz, das aus zwey aufeinander senkrechten feinen Linien besteht. Die Röhre mit dem Augenglase läſst sich ein und ausschieben, so wie es das Gesicht des Beobachters bedarf. Es ist dann noch übrig, die Chordenscale zu zeichnen, welche dem Radius oder dem Abstand der Punkte vom Mittelpunkt gleich ist. (*Mayer* zeichnet nun die Chordenscale wie einen verjüngten Maasstab mit Transversalen von 10 zu 10 Minuten. Die Grade werden auf ihr kleiner so wie die Winkel wachsen.) Es ist hinlänglich, wenn der Fehler der Scale nicht über 2 oder 3 Minuten geht; die kleineren Fehler werden durch einen andern Kunstgriff aufgehoben, von dem ich nachher reden will. (*Qui enim minores sunt alio artificio caventur quod paulo inferius tradetur.*)

Der Gebrauch dieses Instruments ist nun folgender:



Es seyen die beyden Gegenstände a und b, deren Winkel aus dem Puncte c sollen gemessen werden, in dem das Instrument steht. Man drehe die untere Regel bis sie ungefehr nach *a*, z. B. nach *m* aber ausserhalb des Winkels stehe, und stelle sie dann mit der Preſsschraube *p* auf dem Statiefe fest. Dann drehe man die obere Regel mit dem Lineale auf *a*, und messe mit dem Zirkel genau die Sehne, welche zwischen den beyden Punkten *a* und *m* liegt. Die Chordensaale gibt dann den Winkel, welchen man aufschreibt. Darauf drehe man das Fernrohr nach *b*, und messe abermals die Sehne, und mit dieser die Gröſse des Winkels. Zieht man von diesem den erstgemessenen Winkel ab, so hat man die Gröſse des Winkels *a c b*.

Man kann auch zuerst die untere Regel etwa in die Mitte zwischen *a* und *b* richten, aber dann muſs man nachher beyde Winkel addiren, um den wahren zu finden. Ist der zu messende Winkel gröſser als 90 Grad, so findet man ihn nicht mehr auf der Chordenscale, man miſst dann seine Ergänzung zu 180 Grad.

Auf diese einfache Weise kann man, wenn man etwas geschickt verfährt, nie mehr als drey Minuten irren. Diese Genauigkeit, obschon sie gröſser ist, als die der gewöhnlichen Instrumente von dieser Gröſse, würde doch bey gröſseren Entfernungen und bey geographischen Messungen nicht hinreichen. Ich muſste indeſs den einfachen Gebrauch des Instruments hier zeigen, damit nachher die allgemeine Methode, mit welcher man mit jedem Instrumente, das nur ein Fernrohr hat, jeden irrdischen Winkel viel genauer messen kann, desto leichter verstanden werde.

Diese Methode besteht aber, damit ich es mit einem Worte sage, in der Verfielfachung der Winkel. (*Haec vero methodus ut rem uno verbo dicam, in multi-*

plicatione anguli consistit.) Denn, wenn man die Messung wiederholt, so erhält man das vielfache vom Winkel, bey dem der Fehler von 2 oder 3 Minuten einen um so kleinern Einfluſs hat, je öfter man wiederholt hat.

Vorausgesetzt, daſs das Instrument noch in der Lage ist, in der es den Winkel zwischen *a* und *b* einfach gemessen hat, so löſst man die Preſsschraube *p.*, und dreht das ganze Instrument links zurück, bis das Fernrohr auf *a* steht. Dann stellt man die Schraube *p.* wieder fest, und dreht das Fernrohr mit seinem Lineal bis auf *b.* Der Winkel ist dann zweymal gemessen. Auf diese Weise wird er drey, vier, fünfmal gemessen, bis beyde Lineale ungefähr wieder so groſse Sehnen zwischen sich haben, als bey der ersten Messung. Nun miſst man die letzte Sehne wieder mit dem Cirkel, und addirt hiezu 360, 720 oder 1080 Grad, je nachdem man ein, zwey oder dreymal rund gemessen hat; dividirt man dieses nun mit der Anzahl Wiederholungen, so erfährt man die Gröſse des gemessenen Winkels *a c b.*

Damit man die Ordnung dieser Messungen leichter behalten könne, so merke man folgendes: So oft man auf den Gegenstand *a.* sieht, dreht man das ganze Instrument, und die Oeffnung der Lineale bleibt unberührt. — Sieht man aber nach *b.*, so ist das Instrument fest, und nur das obere Lineal bewegt sich mit dem Fernrohr. Die Anzahl der Wiederholungen ist zwar willkührlich, doch muſs die obere Regel wenigstens 1 oder 2 oder 3mal den ganzen Kreis durchlaufen, damit der Fehler, welcher von der Extentricität oder von den Fehlern in den Punkten herrühren, weniger gefühlt werde.

(*Mayer* gibt nun ein Beyspiel, wie ein Winkel von 64,°5,'50'' mit sechs Wiederholungen gemessen werde. Beym Anfange der Messung machten beyde Lineale einen W. von 10°, beym Ende einen von 34°,35', nachdem sie einen ganzen Kreis durchlaufen. Also 360 + 34°,35' — 10° = 384°,35', und dieses mit 6 dividirt gibt 64°,5',50''. Auf der dazu gehörigen Kupfertafel sind diese sechs Wiederholungen mit sechs Figuren erläutert, so dafs man sieht, wie bey jeder Operation die Lineale standen.)

Wenn auch nun, fährt *Mayer* fort, auf der Chordenscale ein Fehler von 2 Minuten begangen worden, so ändert dieses die wahre Gröfse des Winkels nur um 20 Sek. Mit zehn oder zwölf Wiederholungen würde man die Genauigkeit noch weiter treiben. Doch würde es zu nichts dienen, wenn man mit dem Wiederholen noch weiter fortfahren sollte, weil dann andere Umstände eintreten, die es verhinderen, dafs man auf mehr als 10 bis 15 Sek. sicher seyn kann.

Denn es ist nicht allein der Fehler zu fürchten, den man auf der Chordenscale und beym Abnehmen mit dem Zirkel begeht, sondern noch ein anderer, der daraus entsteht, dafs man das Fadenkreuz nicht genau mitten auf den Gegenstand richtet, (*Error collimationis.*) Doch ist dieser Fehler gewöhnlich kleiner als der erstere. Es wird indefs nicht unnütz seyn, die Natur und den Ursprung dieses Fehlers etwas genauer zu untersuchen, da er nicht allein auf dieses Instrument, sondern auf die ganze Anwendung der Mathematik einen so großen Einfluſs hat.

Was den ersteren betrift, den ich kurzweg den Fehler des Zirkels nennen will, so hat der zwey Ursachen, entweder ist die Sehne nicht genau genug abgegriffen, oder die Chordenscale ist fehlerhaft.

Ist das letztere, so untersuche man diesen Fehler und mache sich hierüber ein Täfelchen. Dieses ist sicher und bequemer als eine neue Scale zu machen. Allein, wenn man auch diese verbessert, und alle Sorgfalt bey dem Abmessen mit dem Cirkel gebraucht, so bleiben doch noch Fehler übrig, welche zu vermeiden wegen der Schwäche unserer Augen unmöglich ist.

Diese Fehler werden bey einem gröſseren Radius kleiner, weil dann die Theile alle gröſser werden. Bey unserem Instrumente, wo der Grad kaum eine Linie groſs ist, ist es schon schwer, bis auf 1 oder 2 Minuten genau zu schätzen, und die Fehler können also durch Anhäufen bis auf 2 oder 3 Minuten gehen, wobey also nach 10 oder 12maligem Wiederholen nicht mehr als 10 bis 12 Sek. gefehlt wird.

Was den Fehler des Visirens betrift, so sieht man leicht, daſs dieser davon abhängt, unter welchem Winkel man noch deutlich sehen kann. Um diesen zu bestimmen, machte ich 10 schwarze Striche nebeneinander, die genau $\frac{2}{10}$ Linie von einander entfernt waren. Da ich beysichtig bin, so beobachtete ich sie mit einer Brille bis auf eine Entfernung von 30 Zoll, wo ich die weiſsen und schwarzen nicht mehr von einander unterscheiden konnte. Da nun in dieser Entfernung $\frac{2}{10}$ Linie dem Auge unter einem Winkel von $1',54''$ erscheinen, so folgt daraus, daſs man mit bloſsem Auge keine Gegenstände mehr deutlich unterscheiden kann, sobald der Winkel kleiner als 2 M. wird. Dasselbe haben auch andere gefunden, deren Augen stärker waren als die meinigen.

Dieses auf geometrische und astronomische Instrumente angewendet, so findet man, daſs es 1) unmöglich ist, mit Instrumenten, die blos Diopten haben, einen Winkel genauer als auf 2 Minuten zu messen, ihr Radius sey auch übrigens noch so groſs. Da nun die Instrumente der alten Astronomen als Tycho, Hevel u. s. w. blos Diopten trugen, so braucht man sich nicht zu wundern, daſs sie, ungeachtet aller angewandten Sorgfalt, doch so sehr abgewichen sind, wie man dieses findet, wenn man ihre Beobachtungen mit den neuern vergleicht.

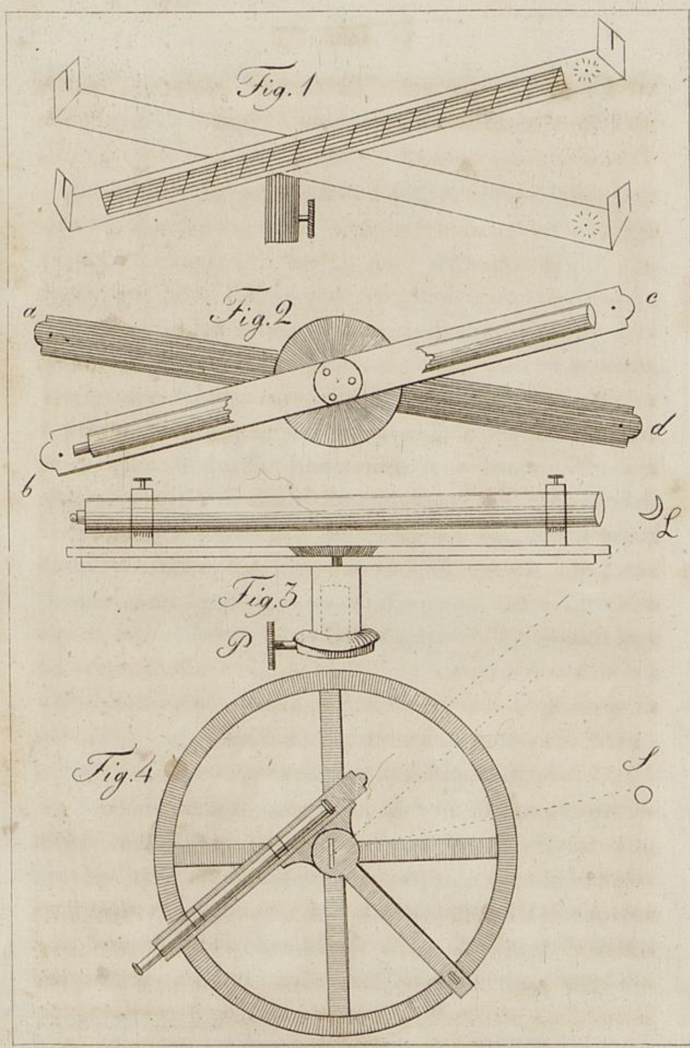
2) Da ein Fernrohr die Gegenstände unter einem gröſseren Sehwinkel zeigt, und es daher den Fehler der Absehenslinie (*error collimationis*) der für bloſse Augen 2 Min., oder 120 Sek. ist, um so mehr verringert, je mehr es vergröſsert, und da die Vergröſserungen ungefähr im doppelten Verhältnisse der Länge des Fernrohrs stehen, so wird dieser Fehler mit der Länge des Fernrohrs abnehmen. Nehmen wir an, daſs ein dreyfüſsiges Fernrohr 20mal vergröſsert (und mehr darf es bey irrdischen Gegenständen nicht wohl haben, wenn es hinlänglich Licht behalten soll) so wird dieser Fehler $\frac{120''}{20} = 6''$ seyn. Hierauf gründet sich folgende Tafel über den Callimationsfehler von Fernröhren von verschiedener Länge:

Länge in Par. Fufs	$\frac{1}{2}$	1	2	3	6	12	20	30
Coll. Fehler	15″	10″	7″	6″	4″	3″	2″	1″ $\frac{1}{2}$.

Aus dieser Tafel liefs sich noch mehreres für Instrumente folgern die Fernröhre tragen, welches ich aber hier übergehe. Für meinen Zweck genügt es, hier gezeigt zu haben, dafs bey einem Instrumente, wie das unsrige, dessen Fernrohr ungefähr 10 Zoll hat, der Collimationsfehler kaum 12 Sekunden ist. Und da beym Wiederholen das Fernrohr mehrmals auf denselben Gegenstand geht, so ist es wahrscheinlich, dafs diese Fehler sich wenigstens zum Theil gegeneinander aufheben, dafs sie bald rechts bald links fallen, und dafs sie also auf den einfachen Winkel einen viel kleinern Einflufs haben. — Es kann daher oft zutreffen, dafs derselbe Kunstgriff des Wiederholens, wodurch der unvermeidliche Fehler des Zirkels nach gefallen kann vermindert werden, auch den Collimationsfehler, der an sich schon sehr klein ist, entweder völlig aufhebt, oder doch wenigstens verringert."

So weit *Tobias Mayer.*

Man sieht aus dieser Abhandlung, dafs *Mayer* nicht allein alle Punkte worauf die Theorie des Wiederholens beruht, schon im Iahr 1752 klar durchschaut hatte, sondern auch damals schon eine Darstellung davon gegeben, die besser ist, als alles was seit der Zeit in Frankreich und in Deutschland darüber ist geschrieben worden. — Man sieht zugleich wie das grofse Talent, das in ihm wohnte, seine Gedanken immer aufs Wesentliche und Wahre hintrieb, und diese Freiheit des Geistes, nicht am Gewöhnten noch am Hergebrachten zu hangen, ist ein



Artificium Multiplicationis oder
Tobias Mayers Winkelinstrumente.

Hauptzug in *Mayers* Carakter. Er ging, so wie *Copernicus* und wie jedes grofse Talent, überall seinen eigenen Weg.*)

Um dieselbige Zeit beschäftigte sich *Mayer* mit der Verbesserung der Mondtafeln, denen er eine solche Genauigkeit gab, dafs man mit Hülfe des Mondlaufs die Länge zur See finden konnte. — Allein nun fehlte es an einem Instrumente mit dem man die Winkel zur See so genau messen konnte, als es die Natnr der Aufgabe erforderte. *Hadley* hatte dreifsig Iahre früher den Spiegelsextanten erfunden, und durch dieses nützliche Instrument auf einmal in alle Breiten-Bestimmungen zur See, eine Genauigkeit gebracht, welche man bis dahin nicht kannte. Allein das Instrument gab damals nur eine Genauigkeit von ein paar Minuten, und obschon dieses bey Breiten-Bestimmungen völlig hinreichte, so war es für die Längen-Bestimmungen doch zu unvollkommen. Denn ein Fehler von 2 Minuten in der Messung einer Monddistanz, machte die Länge schon um einen ganzen Grad fehlerhaft.

Mayer wandte nun sein *artificium multiplicationis* auf Spiegelinstrumente an, und erfand den Spiegelkreis. Wahrscheinlich hatte er nie einen Spiegelsexsanten gesehen, und kannte dieses Instrument nur aus der Beschreibung. Allein dieses reichte bey einem Talente wie das seinige hin, um die

---

*) *Keppler* bezeichnet in der Vorrede zu der *Rudolphinischen Tafeln* den Carakter des *Copernicus* mit den wenigen Worten: *Vir maximo ingenio et quod in hoc exercitio magni momenti est, animo liber.*

Mechanik des Wiederhohlens auf dasselbe anzuwenden, obschon diese bey einem Spiegel-Instrumente nicht so einfach ist, als bey einem Dioptrischen.

In Fig. 4 ist der Spiegelkreis abgebildet, so wie ihn *Mayer* im Model und in der Zeichnung nach *London* schickte, und wie er in seinen Mondtafeln die 1770 erschienen abgebildet worden. Die Art mit diesem Kreise zu beobachten ist folgende:

Der Mond sey in *L* und die Sonne in *S* so stellt der Beobachter, der den Winkel zwischen beiden messen will, erst die Alhidade des grofsen Spiegels auf *O* der Theilung. Dann dreht er die Alhidade des Fernrohrs, auf der der kleine Spiegel ist, so lange herum bis der kleine Spiegel dem grofsen parallel ist. Er kann dieses, wenn er einen entfernten Gegenstand beobachtet, z. B. einen Stern, und das Fernrohr so lange dreht bis beide Bilder das direkte und reflektirte einander decken, wo dann die beiden Spiegel parallel sind. Da dieses aber viel Aufenthalt macht, so schlug *Mayer* vor, an die Alhidade des grofsen Spiegels ein kleines Aermchen zu machen, an welches sich die Alhidade des Fernrohrs beym herumdrehen anlehnte, und dieses sollte man dann so abgleichen, dafs wenn sie dieses berührte beide Spiegel einander parallel wären.

Sind auf diese Weise die Spiegel parallel, so bringt der Beobachter die Ebene des Kreises in die Ebene des zu messenden Winkels, und dreht den Kreis so herum, dafs das Fernrohr auf den Mond trifft. Dann löfst er die Alhidade des grofsen Spiegels und dreht diesen herum, bis das reflektirte

Bild der Sonne im Fernrohr erscheint, und sobald die Ränder sich berühren, ist der Winkel gemessen.

Der Winkel sey z. B. 60°. Man stellt nun diese Alhidade fest, löst die vom Fernrohr und dreht diese wieder herum bis sie an das Aermchen der andern Alhidade stöfst, wo beide Spiegel wieder parallel sind, und nun fängt dieselbe Messung von neuem an. Man dreht den Kreis bis das Fernrohr wieder nach dem Monde steht, — löst dann die Alhidade des grofsen Spiegels und dreht sie, bis der Rand der Sonne den Mondrand berührt. Der Winkel ist dann zweimal gemessen und beträgt 120 Grad. Auf diese Weise wird der Winkel 6 bis 10mal hintereinander gemessen, bis die Alhidade wieder nahe auf dem Nullpunkte ist, von der die Messung anfing. — Die Summe der Grade wird mit der Anzahl der Messungen dividirt, welches dann die Gröfse des Winkels gibt.

Mayer machte die Commission für die Meereslänge in *London* darauf aufmerksam, dafs es vorzüglich auf drey Punkte, bey seiner Methode die Meereslänge zu bestimmen, ankomme.

1.) Habe er die Mondtafeln zu einer solchen Vollkommenheit gebracht, dafs sie selten eine halbe Minute in der Länge des Mondes vom Himmel abweichen.

2.) Habe er eine neue Methode gelehrt die genaue Entfernung des Mondes von einem Sterne auf dem Schiffe zu messen.

3.) Habe er ein Instrument beschrieben mit dem man diese Beobachtungen anstellen könne.

Er bittet nun, daſs wenn man bey der Vergleichung der Tafeln einen gröſsern Unterschied als 30 Sekunden finde, man dieses nicht gleich den Tafeln zur Last legen solle, da auch die Beobachtungen fehlerhaft seyn könnten. Um zu entscheiden, ob die Schuld an den Tafeln oder an den Beobachtungen liege, so sollte man andere wählen die 18 Jahre entfernt sind, weil nach 18 Jahren sich die Fehler der Tafeln wiederhohlen.

Was das Instrument beträfe, so hebe dieses die Fehler der Eintheilung auf, welche bey diesem Radius immer noch auf 2 bis 3 Minuten gehen könnten. Durch sechsmaliges Wiederholen könne man diesen Fehler bis auf 30 Sekunden bringen. Er besitze ein geodetisches Instrument welches nur vier Zoll Radius habe, und daſs er im zweiten Theile der Göttinger Commentarien beschrieben, welches den Winkel zwischen terrestrischen unbeweglichen Objecten, mit Hülfe des Kunstgriffs des Multiplicirens immer bis auf 10 Sekunden gebe, wie ihn dieses häufige Versuche gelehrt haben. Deswegen sey kein Zweifel, daſs man das Wiederholen des Winkels auf dem Schiffe ebenfalls mit Erfolg anwenden könne.

In der Beschreibung des Instruments sagt er *Scholion V*, nach dem er die Art gezeigt, wie die Winkel gemessen werden:

Situm quem vocavi parallelum, instrumento procurari alio adhuc mado potest, ut non opus sit ad eum inveniendum in stellam aut aliud objectum collimare. Nova nempe parte instrumento *addita quae inter regulam et tubum quocunque loco limbi versentur, interponi queat, et interposita efficiet, ut in tubo unius ejusdemque objecti immagines binae accurate conjunctae spectentur. Et forte plura quibus instrumentum hoc perficiatur, usus et experientia subministrabunt.*

Mayer starb den 20. Februar 1762 als er kaum 39 Jahr alt war. Er war gebohren den 17. Februar 1723. Er erlebte den Erfolg seiner Entdeckungen nicht. Obschon er die Aufgabe die Meereslänge zu finden so anfgelöst hatte, daſs ihm der groſse Preis von 20,000 Pfund, der ihm nach der Parlamentsakte unter der Königin *Elisabeth* gebührte, hätte müssen ausgezahlt werden, so erhielt seine Wittwe doch erst lange nach seinem Tode nur 6000 Pfund, und diese hätte sie vielleicht nicht erhalten, wenn er nicht Professor in *Göttingen* gewesen wäre. — Die Engeländer und alle seefahrende Nationen gebrauchen jetzt die *Mayersche Methode* die Meereslänge zu bestimmen, als die sicherste und genaueste — aber jenes Unrecht wieder gut zu machen, daran scheint weder das *Parlement* noch das *Boerd of longitudes* zu denken.

Es ist vielleicht nicht unschiklich hier die Verbesserungen zu erwähnen, welche der *Mayersche* Spiegelkreis nach dem Tode des Erfinders erhalten hat — wenn es auch nur wäre um die Begriffe der Ausländer über diese Erfindung und über die Geschichte derselben zu berichtigen.

Im Jahr 1772 machte der französische Ritter *von Borda* eine Seereise mit der Fregatte *Flora* deren

Bestimmung war, mehrere Methoden die Länge und Breite zur See zu bestimmen, praktisch zu prüfen; — vorzüglich aber den Gang einiger französischen Seeuhren zu untersuchen; — so wie früher *Masklyne* der *Harrisons*hen Seeuhren wegen von *London* nach *St. Helena* war geschikt worden.

Zwey Jahre vorher waren in *Engeland* die *Mayer*schen Mondtafeln vom *Bureau der Meereslänge* in einem prächtigen Quartbande öffentlich bekannt gemacht worden. In diesen fand *Borda* den *Mayer*schen Spiegelkreis, und drey Jahre nachher 1775 liefs er den ersten Spiegelkreis in *Paris* darnach machen. An diesem brachte er folgende Veränderung an. Statt dafs an dem *Mayer*schen die kleine Spiegel und das Fernrohr so nahe beisammen stehen, dafs keine Strahlen auf den grofsen fallen können, die von der linken Seite kommen; so rückte er das Fernrohr etwas zurück, und setzte zugleich den kleinen Spiegel unten nahe an den Rand, so dafs die Strahlen links eben so gut auf den grofsen fallen können, als die die rechts kommen. Wenn also beide Spiegel parallel sind, so kann der Beobachter auch das Fernrohr (*Fig.* 4.) nach *S* drehen und den Gegenstand *L* durch rückwärts drehen der Alhidade des grofsen Spiegels in das Feld des Fernrohrs bringen. Die Alhidade geht dann auf 300°, wenn der Winkel 60° ist.

Diese Einrichtung hat den Vortheil, dafs man auch rückwärts multipliciren kann, welches man dann thut, wenn die Sonne links und der Mond rechts steht, weil man das Fernrohr immer nach dem Gegenstande richtet der das schwächste Licht hat, damit der andere, der das stärckste hat, zwei mal reflektirt werde.

Vielleicht ist *Borda* auf diese Idee durch die englischen Spiegelsextanten gekommen, bey denen das Fernrohr und der kleine Spiegel so weit voneinander sind, dafs auch die Strahlen von der linken Seite auf den grofsen Spiegel einfallen können. Auch sind diese deswegen noch einige Gr. rückwärts von Null getheilt, damit man kleine Winkel, als z. B. die Durchmesser von Sonne und Mond zur Bestimmung des Collimationsfehlers, rückwärts und vorwärts messen kann. Alle Sextanten, die ich kenne, haben diese Einrichtung, und ich sollte glauben, dafs sie diese auch schon im Anfange der siebziger Jahren gehabt haben.

Durch diese Einrichtung von *Borda* wurde es möglich, den doppelten Winkel zu messen, ohne dafs man die Spiegel parallel stellte. Man richtet das Fernrohr, nachdem es festgestellt worden, auf den Gegenstand rechts z. B. auf *S*, und läfst den Gegenstand *L*. links im grofsen Spiegel reflektiren, bis beyde sich decken. Man liefst dann die Alhidade des grofsen Spiegels ab, die z. B. auf 20 Grad steht, dann dreht man den Kreis herum, bis das Fernrohr auf den Gegenstand *L* kommt, löfst dann die Alhidade des grofsen Spiegels, und läfst sie herumgehen, bis der Gegenstand rechts *S* im Fernrohr erscheint, und *L* berührt. Man stellt dann wieder die Alhidade des grofsen Spiegels fest, liefst ab, und findet z. B., dafs sie auf 140 Grad steht, 140 - 20 ist dann der doppelte Winkel zwischen *L* und *S*, und der einfache ist 60°.

Hiebey wird vorausgesetzt, daſs beyde Gegenstände gleich helle sind, wie dieses gewöhnlich bey irrdischen Winkelmessungen der Fall ist, wo die Thurmspitzen ungefehr gleich weit entfernt, und die eine so hell ist als die andre. Ich habe mich dieser Methode immer mit Vortheil bey unsern Dreyecken bedient, wenn ich den Collimationsfehler des Sextanten bestimmte, weil man zwei verschiedene Thurmspitzen immer schärfer aufeinander bringen kann, als zwei Bilder *derselben* Thurmspitze, wenn man die Spiegel parallel stellt.

Will man auf diese Weise multipliciren, so geschieht das auf folgende Art:

Nachdem man, wie eben gezeigt worden, den Winkel doppelt gemessen hat, so steht das Fernrohr auf den Gegenstand links auf *L*, und der groſse Spiegel steht 60°, davon auf *S*. Man dreht dann den Kreis 60 Grad links herum, so daſs das Fernrohr 60° ausserhalb dem Winkel kommt; der groſse Spiegel geht dann von *S* auf *L*, und man sieht im Fernrohr den doppelt reflektirten Strahl von *L*. Man stellt dann den Kreis fest, löſst die Alhidade des Fernrohrs, und dreht dieses wieder 120 Grad rechts, so daſs es wieder auf *S* steht, und man bringt durch die feine Bewegung des Fernrohrs beyde Bilder zur Berührung.

Ist dieses geschehen, so dreht man den Kreis wieder 60 Grad zurück, das Fernrohr kommt dann auf den Gegenstand links auf *L*., und der groſse Spiegel ist ausserhalb dem Winkel. Man löſst dann die Alhid. des groſsenSpieg., welche von der vorigen Messung noch auf 140 G. stand, läſst sie 120 G. durchlaufen und sie kommt auf den Gegenstand rechts, auf *S*. Hier stellt man sie fest und liest ab. Sie steht dann auf 140 + 120 = 260

Grad und hievon die erste 20 Grad abgezogen gibt 240 Grad für das Vierfache des Winckels.

Indem man also die Bilder 4mal zur Berührung gebracht, hat man auch den Winkel 4mal gemessen. Nach der *Meyer*schen Methode, wo der Parallelismus der Spiegel durch die Berührung der Fernrohralhidade an das krumme Aermchen erhalten wird, hat man ebenfalls das Vierfache des Winkels, wenn man die Bilder viermal zur Berührung gebracht hat.

An die Alhidade des Fernrohrs brachte *Trougthon* einen kleinen Kreis von 6 Zoll Durchmesser an (S *Tafel II.*) welcher sich mit ihr herumdreht. Auf diesem Kreise sind 2 Verniere die sich auf ihn verschieben, und durch Federung fest gehen. Beym Anfange der Beobachtung, wenn das Fernrohr nach *S* steht, schiebt man beyde Verniere an die Alhidade des grofsen Spiegels. Dreht man nun den grofsen Spiegel um 60 Grad zurück, so dafs er *L* reflectirt, so schiebt er den vordern fliegenden Vernier um 60 Grad zurück und läfst ihn da stehen.

Bey der zweyten Messung, wo das Fernrohr auf *L* steht und der grofse Spiegel 60 Grad ausserhalb dem Winkel, mufs dieser 120 Grad durchlaufen um auf *S* zu kommen. Er schiebt nun den hintern fliegenden Vernier ebenfalls um 60 Grad zurück uud läfst ihn stehen. Beide Verniere sind nun genau um das Doppelte des Winkels oder um 120 Grad von einander entfernt, und der Beobachter hat bey den folgenden Messungen die Alhidade nur so zu drehen, dafs sie sich an einen der Verniere anlegt. Die Bilder sind dann im Fernrohre beisammen, und berühren sich.

Durch diese Einrichtung wird das Messen mit dem Spiegelkreise ausserordentlich erleichtert, besonders wenn, wie dieses auf der See immer der Fall ist, aus freier Hand gemessen wird. — Wenn nämlich bey einem Spiegelinstrumente die beiden Bilder sich berühren sollen, so müssen 1) die Spiegel einen Winkel mit einander machen, der genau die Hälfte des zu messenden ist; 2) die Ebene des Instruments muſs zugleich genau in der Ebene des Winkels liegen, und 3) das Fernrohr nach dem einen Gegenstande gerichtet seyn. Wenn man nun im Fernrohr den einen Gegenstand sieht und den andern nicht, so kann dieses daher kommen, daſs die Spiegel nicht den gehörigen Winkel mit einander machen. Es kann aber auch daher kommen, daſs das Instrument nicht in der Ebene des zu messenden Winkels ist. In der Ungewisheit ändert der Beobachter bald die Lage der Ebene, bald die gröſse des Winkels, und da er oft diese ändert, wenn er jene ändern sollte, so verliert er bey jeder Wiederholung viele Zeit mit suchen.

Sind aber fliegende Verniers auf dem Kreise, so hat er nur bey den beiden ersten Beobachtungen dieses suchen, — bey den folgendeu lehnt sich die Alhidade an den Vernier — er weis daſs beide Spiegel den gehörigen Winkel haben, und daſs wenn er beide Bilder nicht im Felde hat, dieses daher rührt, daſs die Ebene des Kreises nicht in der Ebene des Winkels liegt, und er hat also diese nur zu drehen um beide Bilder zusammen zu haben.

Für die Beobachtungen zur See war die *Trougthon*schen Verbesserung des Kreises vielleicht noch wichtiger als die *Borda*sche. Ich wenigstens will lieber mit einem *Mayer*schen Kreise beobachten der fliegende Verniere hat, als mit einem *Borda*schen der keine hat.

Aber auch bey Beobachtungen auf dem festen Lande, wo man alle Winkel vom Statiefe misst, sind die fliegenden Verniere sehr angenehm, obschon hier die Einrichtung des Statiefs es schon mit sich bringt, dass der Kreis sich immer in der Ebene des Winkels dreht, wenn er einmal darin ist, und diese Ebene sich nicht ändert, wie es bey himmlischen Gegenständen wegen der Bewegung der Erde der Fall ist. — Das Wiederholen geht dann sehr schnell, weil man die Alhidaden nur so weit herumzudrehen hat, bis sie einen von den fliegenden Vernieren berühren, und ich habe öfter die Erfahrung gemacht, dass wenn man etwas sinnig im Messen ist, die fliegende Verniere ihre Lage auf ihrem Kreise so genau während den Wiederholungen behalten, dass die Bilder beym Anlehnen der Alhidade sich so scharf berühren, dass man fast die Mikrometerschraube nicht zu bewegen braucht.

Ein Wiederholungskreis muss während den Beobachtungen immer angefasst werden. Dieses ist ein nachtheiliger Umstand, wenn der Kreis nicht fest gebaut ist, — wenn die Mikrometerschrauben einen todten Gang haben. Es kann dann immer ein Federen und ein Verschieben der Alhidaden statt finden, und man findet beym Ablesen einen anderen Winkel als den, welchen man gemessen hat. Es ist deswegen beym Beobachten mit Spiegelsextanten eine Regel: dass man zwischen der Beobachtung und dem Ablesen den Sextanten nicht mehr wendet und dreht.

Diese Regel kann man bey einem Wiederholungskreise nicht befolgen; er muſs daher sehr fest gebaut seyn, und auf allen Mikrometenschrauben Federn und Ketten haben, wodurch der todte Gang aufgehoben wird. Diese Einrichtung mit Federn und Ketten ist nicht neu, — doch ist der auf Taf. II. abgebildete Wiederholungskreis der erste, auf dem sie angebracht wurden.

Dann waren auf den Kreisen von *Mayer* u. *Borda* nur sehr schwache Fernröhre. Bey *Mayer* ist dieses zu entschuldigen, da nur kurz vor seinem Tode *Dollond* die achromatischen Fernröhre erfand. Was aber *Borda* bewog, einem 10zölligem Kreise nur ein Fernrohr von 4 Zoll Länge, $3\frac{1}{2}$ Linie Oeffnung und 4maliger Vergröſserung zu geben, ist schwer einzusehen, da doch damals (1775 und 1787) *Ramsden* den Sextanten schon ungleich gröſsere Fernröhre gab. Gerade Spiegelinstrumente müssen groſse und gute Objektive haben, weil auf ihnen durch die doppelte Zurücknehmung der Stralen, schon ohnehin so viel Licht verlohren geht. — Von 100 Stralen, die auf den groſsen Spiegel fallen, kommen nur 66 auf den kleinen, und von diesem nur 44 aufs Objektiv des Fernrohrs. Da man nun zwei Bilder mit gleicher Deutlichkeit sehen muſs, so muſs der kleine Spiegel zu $\frac{2}{3}$ belegt seyn. Daher leistet ein Fernrohr von 14 Linien Oeffnung bey einem Spiegelkreise nicht mehr als ein anderes von 8 Linien auf einem Dioptrischen Instrumente. — Der Kreis auf Taf. II. hat ein trompetenförmiges Fernrohr, welches 8, 15 und 20mal vergröſsert, und 14 Linien Oeffnung hat. Das erste Spiegelinstrument mit einem trompetenförmigen Fernrohre war ein 10zölliger Sextant von *Trougthon*, auf den *Repsold* in *Hambourg* ein solches angebracht hatte. Es ist derselbe Sextant, der nachher mit *Horner* die Reise um die Welt machte.

Endlich fehlte noch eine Einrichtung, um die kleine Höhenwinkel mit dem Spiegelkreise zu messen, welche bey irrdischen Messungen beym Reduciren auf den Horizont verkommen. Gewöhnlich sind diese kleiner als ein Grad, und man kann sie nicht mehr durch die Reflektion des künstlichen Horizonts messen. Ich liefs deswegen auf dem Fernrohr des Spiegelkreises Taf. II. eine kleine Wasserwage anbringen. In der 8maligen Vergr. ist ein Fadenkreuz, welches die Achse des Fernrohrs bezeichnet, die dem Niveau parallel ist.

Beym Beobachten stellt man den Kreis auf dem Statiefe senkrecht, und blendet den kleinen Spiegel ab. Man dreht den Kreis bis das Niveau einspielt, und bringt dann mit dem grofsen Spiegel den Gegenstand durch doppelte Reflektion ans Fadenkreuz. Über dem Niveau ist ein kleiner Spiegel mit einem Gewinde, welcher sich auf 45° stellen läfst, und in dem der Beobachter am Fernrohr sieht ob das Niveau auch einspielt.

Dieses sind alle Verbesserungen die der *Mayer*sche Spiegelkreis seit 1760 erhalten hat, und er scheint jetzt einen Grad der Vollkommenheit erreicht zu haben, der wenig mehr zu wünschen übrig läfst.

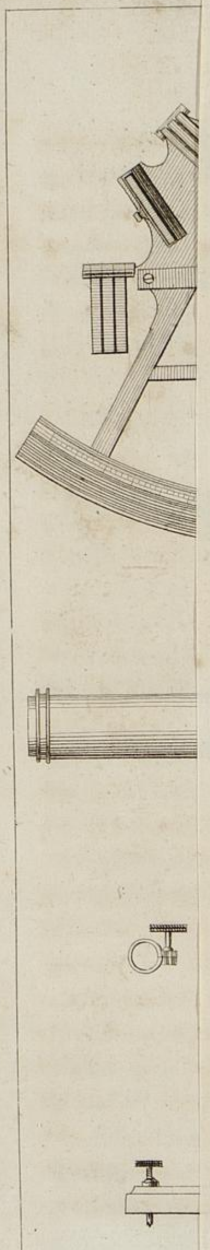
Und doch wird der Spiegelkreis zur See bey weitem noch nicht so allgemein gebraucht als der

Spiegelsextant, — und selbst bey der *Krusenstern*-schen Reise, wo man alle Hülfsmittel die Meereslänge zu finden im Ueberfluſs besaſs, sind mehr Winkel mit den Sextanten als mit den Spiegelkreisen gemessen worden. — Wo liegt hievon die Ursache? — Vielleicht in folgendem:

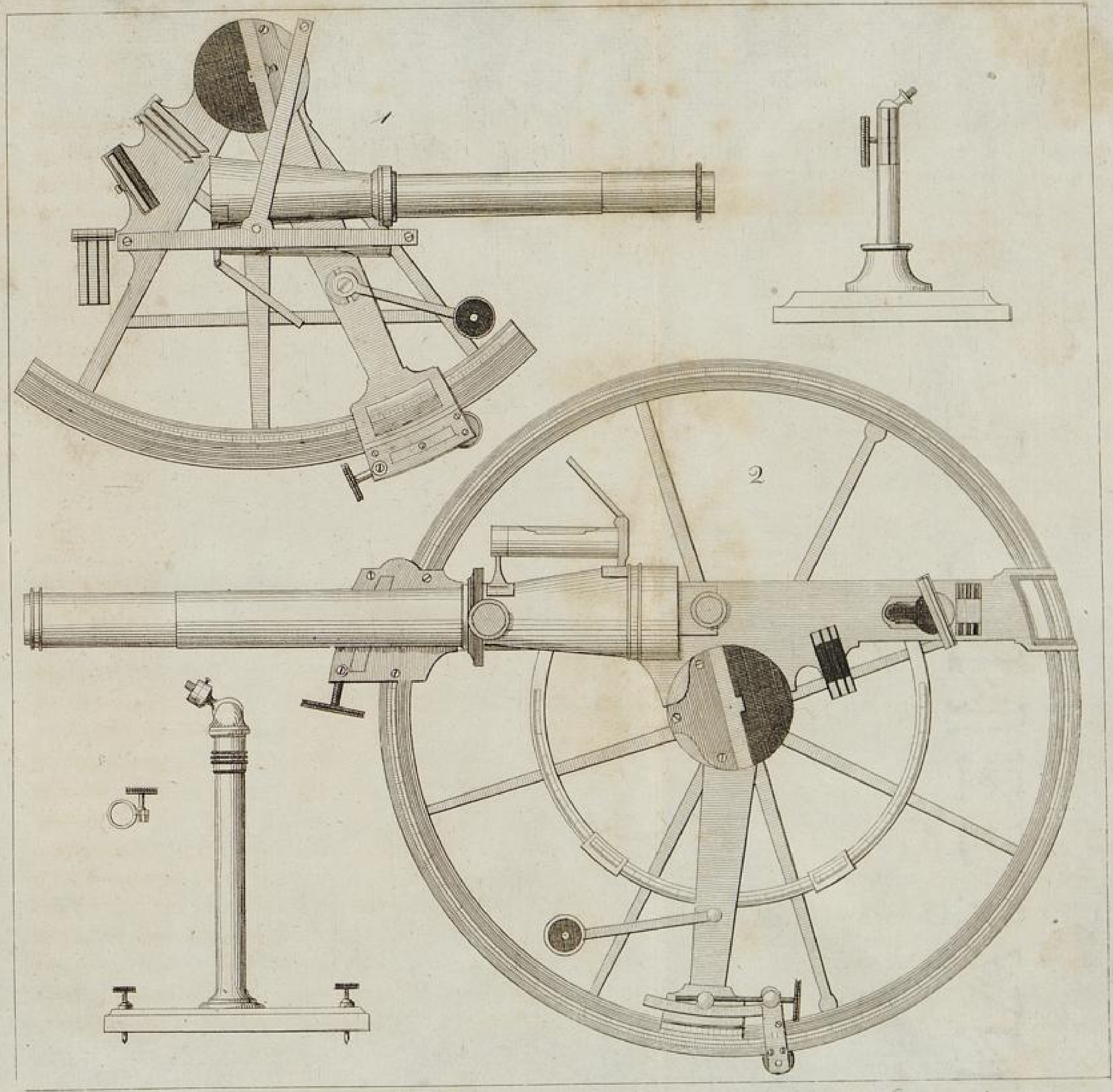
1.) Sind die Sextanten seit dem Jahr 1760 sehr verbessert worden. *Ramsden* erfand seine Theilmaschiene, und brachte durch sie die Fehler der Theilung, die vorher 2 bis 3 Minuten betrugen, auf 15 bis 30 Sekunden. Also bis auf die Gränze, welche *Mayer* sich mit seinem Wiederholungskreise zu erreichen vorgesetzt hatte.

2.) Waren die Wiederholungskreise, welche *Borda* in *Paris* machen lieſs sehr unvollkommen gearbeitet, und wenig geeignet, diese Methode zu empfehlen.

3.) Liegt in der *Borda*schen Methode des Multiplicirens eine groſse Unbequemlichkeit beym Messen der Mondabstände, weil man einmal den Kreis recht und das andre Mal verkehrt halten muſs, so daſs die Theilung nach unten kommt. — Man muſs nämlich das Fernrohr immer nach dem Gegenstande richten, der das wenigste Licht hat, z. B. nach dem Monde, wenn man Abstände zwischen ihm und der Sonne nimt. Steht nun der Mond links und die Sonne rechts, so richtet man das Fernrohr nach *L*, dreht dann den groſsen Spiegel bis das Bild der Sonne im Fernrohr ist und das des Mondes berührt. Dann stellt man die Alhidade fest, liest ab, und dreht den Kreis um die Achse des Fernrohrs, um 180 Grad. Die Thei-



1. F



1. Hadleys Spiegelsextant. 2. Mayers Spiegelkreis.

lung ist dann unten und der grofse Spiegel steht ums Doppelte des Winkels von der Sonne ab; man löfst dann seine Alhidade und dreht diese vorwärts bis das Bild der Sonne wieder im Felde des Fernrohrs erscheint und der Mond berührt. Man hat dann den doppelten Winkel gemessen, und die beiden fliegenden Verniers stehen um 120 Grad, wenn der Winkel 60 Grad war.

Soll nun weiter multiplicirt werden, so hält man den Kreis wieder recht, so dafs die Theilung oben ist, löfst die Alhidade des Fernrohrs, und dreht diese rückwärts bis der fliegende Vernier an die Alhidade des grofsen Spiegels stöfst. Richtet man nun das Fernrohr nach *L*, so wird man wieder beide Bilder im Felde haben, da die Spiegel wieder einen Winkel von 60 Grad machen. Man bringt nun beide Bilder durch Bewegung der Alhidade des Fernrohrs, welche zugleich die Alhidade des kleinen Spiegels ist, zur Berührung; stellt diese dann fest und hält den Kreis wieder verkehrt, so dafs die Theilung unten ist. Der grofse Spiegel steht dann ums Doppelte des Winkels von der Sonne, — man löfst seine Alhidade, dreht ihn 120 Grad vorwärts; die beiden Bilder berühren sich wieder und der Winkel ist viermal gemessen. — Diese Art zu beobachten, wo das Fernrohr immer nach demselben Gegenstande gerichtet bleibt, und der Kreis einmal recht und einmal verkehrt gehalten wird, nennt man *Kreuzbeobachtungen.*

Ein Spiegelkreis ist doppelt so schwer als ein Sextant, — das verkehrt halten ermüdet die Arme und man ist zugleich viel ungeschikter im Beobachten, wenn man das Instrument verkehrt hat. Man hat zwar an die Spiegelkreise einen krummen Arm von Messing mit einer besondern Handhabe angebracht, an der man ihn bey der umgekehrten Lage hält, aber die Sache bleibt immer unbequem, und diese Unbequemlichkeit wirkt eben sowohl, als das beständige Wenden des Instruments, nachtheilig auf die Genauigkeit der Beobachtungen.

Vielleicht würden die Seefahrer die Spiegelkreise bequemer und genauer finden, wenn sie so eingerichtet wären, wie *Mayer* vorschlug, — daſs man nemlich den Parallelismus der Spiegel durch die Berührung der Alhidade des Fernrohrs an das Aermchen der Alhidade des groſsen Spiegels erhielt. Man brauchte dann den Kreis nie zu wenden, und das Fernrohr würde immer nach dem schwachsten Gegenstande, nach *L* gerichtet. — Stände der hellere *S* rechts, so wiederholte man rechts herum, nach der Ordnung der Grade. Stände er links so wiederholte man links herum, gegen die Ordnung der Grade. — In dem einen Falle schraubt man das Aermchen in *m* und in dem andern in *n*. Den Collimationsfehler des Aermchen kann man vorher durch einige Beobachtungen so genau bestimmen, als es die Aufgabe erfordert, und als man überhaupt auf der See sicher seyn kann, die Berührung der Ränder scharf zu beobachten. Uebrigens muſs der Kreis so gebaut seyn, als der *Borda*sche, so daſs man rechts und links wiederholen kann, — und ebenfalls muſs er die *Trougthon*schen fliegende Verniers haben. *)

*) Der auf Taf. II. abgebildete Spiegelkreis ist von Herr *Baumann* in *Stuttgard* gemacht, — also im Vaterlande *Mayers*, und kostet 52 Carolin.

Borda wandte nachher das *Mayer*sche *Artificium multiplicanionis* auch auf dioptische Instrumente an. Wahrscheinlich kannte er die Abhandlung von *Mayer* vom Jahr 1752 da sie in den Mondtafeln angeführt wird, und er sich die *Göttinger* Commentarien leicht aus einer der pariser Bibliotheken verschaffen konnte. Statt wie *Mayer* ein Sehnen-Instrument zu nehmen, wandte er es auf einen ganzen Kreis an — und statt einem Fernrohre gebrauchte er zwey um den Winkel verdoppeln zu können — eine Einrichtung auf die er durch die Spiegelkreise kam. Um mit seinem *Cercle repetiteur* alle horizontale, schiefe und senkrechte Winkel messen zu können, so gab er ihm ein sehr zusammengeseztes Statief, wodurch der Kreis eine Beweglichkeit erhielt, die sehr ungünstig auf die Genauigkeit der Messungen wirkt.

Zuerst wurde dieses Instrument vom Grafen *Cassini* bey der Verbindung der Sternwarten von *Paris* und *London* gebraucht. Man rühmte damals eine Genauigkeit bis auf 1 Sekunde an ihm, — in diesem Rufe blieb es ungefähr 10 Jahre, bis *Mechain* bey der französischen Gradmessung anfieng über Disharmonie seiner Beobachtungen zu klagen, — und jetzt soll man in *Paris* die Erfahrung gemacht haben, daſs verschiedene *Cercles repetiteurs* die Breite bis auf 8 Sekunden verschieden angeben können. — Die Ursache hievon liegt wohl gröſstentheils in dem zusammengesetzen Bau des Instruments.

In Deutschland ist man bey der *Mayer*schen Methode mit einem Fernrohr geblieben, — man baut die dioptischen Kreise ganz einfach, gibt ihnen für jede Art von Winkel ein besonderes Statief und überzeugt sich von der Unbeweglichkeit des Instruments durchs Messen des Ergänzungs-Winkels zum ganzen Kreise.

Ich habe im Berliner Jahrbuche von 1813 einen solchen *Mayer*schen Wiederholnngskreis beschrieben und abgebildet der ebenfalls in *Mayers* Vaterlande gemacht worden, und der vielleicht einer der Vollkommensten ist, die existiren.

Faſsen wir die Geschichte dieser Entdeckung in wenig Zeilen zusammen, so ist sie diese:

1.) *Mayer* erfand die Kunst die Winkel mit Wiederholung zu messen ums Jahr 1752, und wandte sie zuerst auf ein dioptrisches Instrument an, und einige Iahre später auf ein cotoptrisches.

2.) Er war der erste der terrestrische Winkel mit Wiederholung maſs, wobey er sein Recipiangel gebrauchte, und ungeachtet der Kleinheit des Instruments die Genauigkeit bis auf 10 Sekunden trieb.

3.) *Borda* verbesserte ums Iahr 1775 den *Mayer*schen Spiegelkreis, und war der erste der einen machen lieſs. Auch war er der erste der coelestische Winkel mit Wiederholung maſs.

4.) Einige Jahre später lieſs er auch dioptrische Kreise machen und gab diesen zwey Fernröhre um die Winkel zu verdoppeln.

5.) Nachher haben *Trougthon* und andere die Spiegelkreise noch mehr vervollkommnet, und ihnen fliegende Verniers, Federn und Ketten und ein Niveau gegeben.

6.) Ebenfalls hat man nachher in Deutschland die dioptrischen Kreise sehr verbessert und sie vollkommner gemacht, als die *Borda*schen. Die wichtigste Verbesserung war die von *Bohnenberger* der ihnen eine senkrechte Säule gab, die sich auf zwey Spitzen dreht, und die inwendig ein Loth hat, mit dem man den Kreis sehr genau senkrecht stellen kann. — Ferner die Anbringung von Federn und Ketten und die Beleuchtung durch die Achse, wodurch *ein* Beobachter alle Messungen machen kann, statt dafs beym *Borda*schen Kreise jedesmal drey seyn müssen, welche leuchten und das Niveau einstellen.

7.) *Borda* hat sich nie auf die entfernteste Weise die Erfindung von *Mayer* zugeeignet, vielmehr führt er in seiner *description du cercle de reflexion* (*Paris* 1787 und 1802) gleich in der ersten Periode *Mayer* als Erfinder des Wiederholungskreises an.

„*Les savants et les artistes se sont beaucoup occupés dans ces derniers temps des moyens de perfectionner les instrumens à réflexion dont se servent les navigateurs; mais personne n'a fait un aussi grand pas dans cette recherche que* M. Tobie Mayer, *professeur* à Göttingen. *Ce célebre astronome a proposé de substituer à l'octant ordinaire, appelé* octant de Hadlei, *un cercle de réflexion, qui a cet avantage singulier, qu'en multipliant les observations avec cet instrument on diminue tou-*

jours de plus en plus les erreurs qui viennent du défaut des divisions, et qu'il ne tient, pour ainsi dire, qu'à la patience de l'observateur que ces erreurs ne soient à la fin presque totalement détruites."

Ich will hier schliessen und noch einige Umstände aus dem Leben des merkwürdigen Mannes anführen, dessen Jugendarbeit wir vor uns haben. — Ich kann hier ohnehin nicht von allen den Beobachtungen und Entdeckungen sprechen, die er fast in allen Theilen der angewandten Mathematik gemacht hat. Seine Landkartenprojectionen, seine Tafel über die Stralenberechnuug, seine Mondtafeln, seine Lehre vom Magnet, ... fodern ein eigenes Werk, wenn alles dargestellt werden soll, was der grofse Mann geleistet hat. Auch verlangt er einen würdigern und kenntnifsreichern Biographen, der genau weis, wie weit die Wissenschaft zu seiner Zeit war, und um wie viel er die Kapitel die er bearbeitete weiter geführt hat. — Bis jetzt hat sich noch niemand an die Darstellung von *Mayers* Leben gewagt.

Folgendes ist ein Bruchstück aus *Mayers* Leben, welches aber nur bis zum sechsten Jahre geht. Es ist von ihm selber aufgesetzt und aus der Original-Handschrift in der Monatlichen Correspondenz des Frhrn. *von Zach* (May 1804) abgedruckt worden. — Sein Sohn, der jetzige Professor *Mayer* in *Göttingen*, hatte es den Herausgeber der M. C. mitgetheilt, Ich werde es hier unverändert abdrucken lassen, da es nicht allein interessant ist, die Jugendjahre eines grofsen Mannes zu kennen, sondern auch seine eigene Ansichten von ihnen; denn in nichts spiegelt sich das Gemüth eines vorzüglichen Menschen so klar ab, als bey der Erzählung seines Lebens.

„Ich habe das Licht dieser Welt zuerst erblickt 1723, den 17. Februar Abends zwischen 5 und 6 Uhr in der würtembergischen Amtsstadt *Morbach*. Mein Vater hiefs *Tobias Mayer*, und er trieb damals das Wagner Handwerk. Meine Mutter hiefs *Maria Catharina*, und war eine geborne *Finken*. Ihre Anverwandten befinden sich meist in der Gegend des *Ramsthales*, und ist besonders ein Bruder von ihr Bürgermeister zu *Gronbach* *) Von meinen Voreltern habe ich nichts erfahren können, ausser dafs mein Grofsvater väterlicher Seite gleichfalls *Tobias* geheifsen. Es war dieses die zweite Ehe meines Vaters, aus der ich gezeugt worden. Seine erste Frau war eine geborne *Franken*, und es sind aus der ersten Ehe zween Söhne und zwo Töchter **) entsprossen. Die zweite Ehe war ebenfalls nicht unfruchtbar, denn ausser einer Tochter ***), die zwei Jahre älter ist als ich, und mir selbst, hatten meine Eltern noch verschiedene Söhne, die aber alle sehr jung gestorben sind. Einer derselben aber wäre vielleicht noch am Leben, wenn er solches nicht durch einen unglücklichen Zufall hätte endigen müssen, als er kaum zwey Jahre alt war. Ein Kerl, welcher fast täglich in das Haus meines Vaters kam, traf einst dies unglückliche Kind am Tische spie-

*) Er hat, so viel ich weifs, noch im J. 1757 gelebt.

**) *Christian, Georg Wilhelm, Margaretha, Justina.*

***) *Eva Catharina.*

lend an, da eben sonst niemand zugegen war. Er scherzte mit demselben, und um ihm vielleicht durch eine Abwechselung mehr Freude zu machen, nahm er eine Flinte herunter, spannte den Hahn, und indem er gegen das lächelnde Kind zielte, drückte er los. Er erschrack nicht wenig, da ihm der Knall zu verstehen gab, dafs das Gewehr geladen gewesen, noch mehr aber, als er sah, dafs das Kind tod niederfiel, und sein Gehirn an die Wand versprützt war. Zur Strafe für seine Unvorsichtigkeit mufste er einige Jahre auf der Bergfestung *Asperg* am Festungsbaue arbeiten, oder wie es daselbst genannt wird, *schellenbergen* *). Er soll aber auch nach der Hand immer tiefsinnig und traurig geblieben seyn.

Ich bin getauft worden den Tag nach meiner Geburt, nämlich den 18. Februar, und meine Taufpathen waren der damahlige Diaconus zu *Ludwigsburg*, nachher aber Special-Superintendentent zu *Heorenberg* **), M. *Georg Ludwig Gmelin* und seine Frau, *Eva Gottliebin*. Ich habe noch ein Papier gefunden unter den Schriften meines Vaters,

*) Diese Redensart scheint daher zu kommen, weil die Uebelthäter an einem Karren arbeiten müssen, der mit Schellen versehen ist, damit man ihm desto besser wahrnehmen könne.

**) M. *Gmelin* ist nach der Hand von *Heorenberg* nach *Dutlingen* translocirt worden, allwo er um das Jahr 1756 gestorben. Seine Frau aber hat 1758 noch gelebt. Nach dem Schwäbischen Kreises Addrefs-Handbuch 1754 war er in diesem Jahre noch zu *Dutlingen* Special-Superintendent und Stadtpfarrer.

worin vermuthlich das Pathengeschenk eingewickelt gewesen, und worauf folgende Verse standen:

Das Pathengeld dir Christus gab
Durch sein Kreuz, Wunden, Tod und Grab.
Doch wollen wir zum Angedenken
Dir dies aus treuer Liebe schenken.

Mein Vater war nicht reich und nährete sich mit seiném Handwerke, welches er fleiſsig trieb. Er war aber dabey ein verständiger Mann, der vor andern seines gleichen auf seinen Reisen sich vormals zugleich auch um andre nützliche Dinge bekümmert hatte. Besonders hatte er sich eine gute Einsicht in den Wasserbau und Wasserleitungen, hernach auch eine ziemliche Geschicklichkeit im Zeichnen der Risse von Maschinen und dergl. zu Wege gebracht. Er wurde dadurch den Herren *von Palm* bekannt, welche, da sie in der Gegend um *Eſslingen* ein kleines Schloſs besaſsen, worauf Mangel an Brunnenwasser war, schon lange jemand gesucht hatten, der im Stande wäre, diesem Mangel abzuhelfen. Mein Vater unternahm dieses Werk, und führte solches zum Vergnügen der gedachten Herren aus. Dieses recommendirte ihn sobald bey den Herrn des Raths zu *Eſslingen*, welche ihn deswegen als Brunenmeister dahin beruften. Er verlieſs also seinen bisherigen Aufenthalt und zugleich sein Handwerk, und zog im Jahre 1725 mit seinem ganzen Hauswesen nach *Eſslingen*. Ob er sich viel verbessert habe, steht dahin; zum wenigsten ist mein Erbtheil dadurch nicht gröſser geworden. Die nützlichsten Dienste werden gemeiniglich am schlechtesten belohnt, zumahlen in Reichsstädten.

Gleich nach dieser Veränderung nahm mein Vater eine Reise nach *Augsburg* und andern Örtern vor, um sich in dem Wasserbau und Maschinenwesen noch mehr Einsicht zu erwerben. Diese Reise aber hat nicht lange gewährt, und sie soll auf Kosten der Stadt *Eſslingen* vorgenommen worden seyn. Ich habe, als ich im Jahre 1744 nach *Augsburg* kam, einige Leute angetroffen, die meinen Vater daselbst noch gekannt hatten. Nach seiner Zurückkunft brachte er bey seinen müssigen Stunden die Zeichnungen von Maschinen, die er sich auf dieser Reise entworfen, nach und nach ins Reine. Dies war eben die Zeit, da mein Verstand sich allmählich entwickelte, und ich anfing, auf die Dinge, die ausser mir auf der Welt waren, aufmerksam zu werden. Mein Vater hatte einen sehr fleiſsigen Zuschauer bey seiner Zeichnungsarbeit an mir, so daſs ich ihm fast niemals von der Seite kam, und wenn er Abwesend war, so bemühete ich mich, das, was ich ihn machen gesehen, nachzuahmen. Meine Mutter wurde deshalb von mir um Dinte, Feder und Papier mehr geplagt als um Brod. Ich mahlte Häuser, Hunde, Hirsche, Pferde und andre Dinge, die meinen Verstand nicht überstiegen. Mein Vater der diese ausserordentliche Lust zu mahlen bey mir bald wahrnahm, unterdrückte dieselben keineswegs, sondern suchte ſie vielmehr durch ein gemäſsigtes Lob, und durch allerley Zeichnungen, die er mir nachzumachen vormahlte, noch mehr anzufeuern. Er gab mir Bücher unter die Hand, worin Bilder anzutreffen waren. Diese suchte ich fleiſsig durch, und wenn meine Neugierigkeit an den Bildern, die ich darinnen fand, nicht genugsam gestillt war, so beschäftigte sie sich mit dem Anschauen der grofsen verzogenen Anfangsbuchstaben. Hierdurch geschah es, dafs ich zugleich diese Buchstaben nicht nur kennen, sondern auch schreiben lernte. Mein Vater lehrte mich vollends ohne viele Mühe lesen, nnd mit dem Schreiben ging es eben so leicht her. Ich hatte es hierinnen bereits im Jahr 1728 so weit gebracht, dafs ich einem damals im Hause logirenden Kriegs-Commissario, Namens *Schnaitmann*, der zu den zu gleicher Zeit vor der Stadt campirenden Kreisvölkern gehörte, eine Handschrift vorzeigen konnte, die ihm so wohl gefiel, dafs er mich mit einem Geldgeschenck dagegen beehrte, auch so lange er im Hause war, mir sonst allerley Gutes erzeigte. Ich mufste einstens mit ihm in seinen Wagen nach dem gemeldeten Lager, welches gleich vor dem obern Thor, zwischen *Efslingen* und *Ober-Efslingen* auf den sogenannten Krautgärten stund, hinausfahren. Der Aufzug und das Exercitium der Soldaten zog meine ganze Aufmerksamkeit auf sich, und kaum war ich wieder zu Hause angelangt, so verfertigte ich aus Papier Patrontaschen nnd Grenadiermützen, die ich noch dazu mit Farben, so gut ich konnte, bemahlte. Mit diesem Aufzuge und einer von meinem Vater aus Holz geschnitzten Flinte und Degen erschien ich auf der Strafse, und bald hatten alle benachbarten Kinder dergleichen Rüstung. Wie aber diese die Fähigkeit nicht hatten, ihre Mützen und Taschen selbst zu machen, so war es mir hingegen ein leichtes, durch allerley Veränderungen und Auszierungen die ihrigen zu übertreffen, und erlangte ich dadurch endlich die Ehre, dafs ich von denselben zum Anführer erwählet wurde. Es wurden Tambours, Fähndriche und Hauptleute bestellet; man zog auf die Wache, man übte sich in den Waffen, und endlich kam es so weit, dafs wir auch einen Feind zu Gesichte bekamen. Die Kinder aus einer andern Gegend der Stadt hatten sich indessen auf gleiche Art zusammen begeben, und zogen gegen uns an. Der Spafs wollte sich eben in Ernst verwandeln, denn verschiedene hatten schon zerrissene Mützen und Taschen bekommen, wenn nicht die Eltern sogleich Friede gemacht hätten.

Auf diese Art bin ich noch mit dem Leben davon gekommen, welches ich aber um diese Zeit durch einen ernsthaften Zufall fast verloren hätte. Nicht weit von dem Hause meines Vaters war ein schmahler Wassergraben, den ein gewachsener Mensch gar leicht überschreiten konnte. Mein Nachahmungsgeist trieb mich an, ein gleiches zu versuchen. Der Schritt war aber zu kurz, und ich fiel ohne Umstände so tief in das Wasser, dafs ich von mir selbst gewifs nicht wieder herausgekommen wäre. Zum Glück sah mich ein Bedienter des obgemeldten Commissarii in den Graben stürzen. Er lief zu, zog mich heraus, und es brauchte nicht viel Warnens, mich vor dem Graben künftig zu hüten. Die eigene Erfahrung ist die beste Lehrmeisterin.

Ein anderer von den Bedienten des Commissarii, der *Meifsner* hiefs, und wo ich mich recht erinnere, sein Secretair war, schenkte mir bey seiner Ab-reise *) ein klein Gemählde auf Pergament, welches einen gekreuzigten *Christum* vorstellte, zu dessen Füſsen die *Maria Magdalena* weinend knieete. Ich hatte niemahls etwas schöneres gesehen. Zehnmahl habe ich es abgezeichnet, und noch zehnmal, bis es mir einmal gerieth, etwas ähnliches heraus zu bringen. Meine Geduld nnd mein Fleiſs wurde nicht ermüdet durch so viele miſslungene Versuche. Der Gegenstand war allzu reizend für mich. Verschiedene Bekannte in dem Hause meines Vaters bekamen meine endlich mittelmässig gerathene Abzeichnung dieses Bildes zu Gesichte, und es währte nicht lange, so wurde in der ganzen Stadt von mir auf eine sehr vortheilhafte Art gesprochen. Man hielt es für etwas ausserordentliches, daſs ein Kind von fünf Jahren nicht nur lesen und schreiben, sondern auch mahlen könne. Man machte die Sache viel-leicht gröſser, als sie in der That war, und lobte mich mehr, als ich es verdiente. Indessen munterte mich dieser von jedermann bezeugte Beyfall desto mehr auf, in der Zeichenkunst mich zu üben. Die Begierde immer etwas neues zum nachmahlen zu erhalten, ging so weit, daſs sie mich einsmahls zu einem sehr kindischen Streiche verleitete. Ein älterer und schlauerer Junge, als ich war, hatte sich eine Lotterie von Bildern, die er aus alten Kalendern, Kartenblättern, Büchern u. dergl. herausgeschnitten, zusammen gemacht. Die Einlage war ein

*) Der Commissarius war aus *Kehl* ohnweit *Strasburg* und ging auch dahin zurück; ich habe aber bey meinen reifern Jahren nichts weiter von ihm erfahren können.

messingener Knopf, dergleichen man an den Kleidern trägt, und womit die Knaben, als mit einer Münze, allerley Spiele wissen zu machen. Er wies mir diese Bilder, worunter mir insbesondere ein schön gemahlter Tambour in die Augen leuchtete. Um dieses Bild herauszuziehen, schnitt ich einen Knopf nach den andern von meinen Kleidern, bis endlich keiner mehr daran war, und ich ohne meine Absicht erreicht zu haben, in einem sehr lächerlichen Aufzuge, dabey aber mit sehr niedergeschlagenem Gemüthe wegen meines Unglückssternes zu meinen Eltern nach Hause kam. Nach einem wohlverdienten Verweise entdeckte mir mein Vater den Betrug des Jungen. Mein Unglück hatte mich witzig gemacht, und ich bediente mich meiner eigenen Fähigkeit im Zeichnen, eine ähnliche aber viel vollständigere Bilderlotterie zu machen. Sie fand so vielen Beyfall, dafs ich bald meinen vorigen Verlust ersetzt, und noch eine gute Anzahl Knöpfe darüber bekam.

Das zuvor gedachte Bild des gekreuzigten *Christi*, welches mir so vielen Vortheil zur Zeichenkunst brachte, machte mich auch zugleich auf die Begebenheiten selbst, die es vorstellete, aufmerksam. Meine Eltern erklärten mir solches und bedienten sich dieser Gelegenheit, mir noch allerley andere biblisehe Geschichten, zum Exempel die Geschichte *Josephs*, *Daniels*, *Tobiä*, u. dergl. zu erzählen, und mir dabey die ersten Gründe des Christenthums einzuprägen. Sie fanden mein Gedächtnifs so gut, dafs ich ihnen im Gegentheil eben diese Geschichten wiederum mit ziemlicher Fertigkeit zu erzählen im Stande war. Sie zeigten mir in der Bibel die Örter, wo ich diese Begebenheiten selbst nachlesen konnte. Weil mir nun solche aus der mündlichen Erzählung schon bekannt waren, so lernte ich dadurch einsehen, daſs die gedrucksen Wörter kein leerer Schall seyn, sondern eine Bedeutung und einen Zusammenhang haben, daſs die Bücher auf eine besondere Art gleichsam zu reden wissen, und man in der Stille sich mit ihnen unterhalten könne. Es läſst sich leicht erachten, daſs diese für mich so wichtige Entdeckung mir ein ganz besonder Vergnügen verursacht haben müsse; und dies ging auch wirklich so weit, daſs ich fast Tag und Nacht über der Bibel saſs. Und ob mir schon vieles dunkel darinnen vorkam, indem mir der ganze Umfang der Sprache, und also auch viele Wörter und Redensarten unbekannt waren; so konnte ich doch auch manches darinnen wirklich verstehen, besonders das Historische in dem alten und die Gleichnisse in dem neuen Testamente. Meine Eltern genossen öfters die unerwartete Freude, daſs ich Historien aus der Bibel erzählte, von denen sie nicht vermutheten, daſs ich sie wisse, weil sie mir davon noch niemals was gesagt hatten. Daſs ich zugleich durch dieses fleissige Lesen der Bibel schon damals einen deutlichen Begriff von der Religion sollte bekommen haben, läſst sich von einem sechsjährigen Verstande nicht verlangen. Indessen lernte ich dadurch das Wesentliche derselben; nämlich den Unterschied zwischen dem Guten und Bösen; einen Trieb zu jenem, und einen Abscheu vor diesem. Dieses, sage ich, zeigten mir die biblischen

Geschichten, deren einige einen guten, andere aber einen schlimmen Ausgang haben. Der gute Ausgang lehrte mich das Gute und Tugendhafte erkennen, und flöfste mir natürlicher Weise eine Liebe dazu ein; so wie mir der schlimme Ausgang anzeigen konnte, was bös und lasterhaft, und dafs solches eben darum zu verabscheuen sey. Da in der Bibel niemals eine böse That mit einem guten Ausgange vorgestellt wird, und so umgekehrt niemals eine gute That mit einem schlimmen Ausgang; so mufste mein Kennzeichen, als das einzige, so damals meinem Verstande gemäfs war, gleichwohl ein wahres und richtiges Kennzeichen seyn. Meine Eltern hatten auch wirklich ein frommes und folgsames Kind an mir, dafs sich ohne die sonst gewöhnlichen Zwangsmittel, der Schläge, der Ruthe u. s. w. von dem bösen abhalten liefs. Wollte ja ein Trieb zu demselben in mir aufsteigen, so wufsten sie durch Vorstellung eines, mir aus der Bibel mit seinen Folgen bekannten etwan ähnlichen Exempels, solchen, ohne dafs es mir sauer ankam, zu unterdrücken. Nur ein einzigesmahl fand mein Vater nöthig, die Schärfe zu gebrauchen, wie ich solches hernach in seiner Ordnung anführen will. Ich schreibe die Umstände nicht aus der Absicht, um mich selbst zu loben, sondern zu zeigen, dafs die Bibel ein Buch fey, aus welchem auch das zarteste Alter den Weg zur Tugend finden könne; auch thue ich solches aus einer Art von Dankbarkeit sowohl gegen den Urheber dieses Buches, als auch gegen diejenigen, die mir ein solches sobald in die Hände gegeben. Denn ohne dasselbe, und ohne dessen frühzeitiges Lesen, wäre ich vielleicht schlimmer geworden, als ich nun bin.

Bisher war ich noch in keine Schule gekommen. Ich bezeugte ein groſses Verlangen, dahin zu gehen, als mir meine Eltern eröffneten, haſs ich nun groſs genug sey, solches zu thun, und daſs die Schule ein Ort sey, woselbst man Schreiben und Lesen zur Vollkommenheit bringen, auch sonst noch andere Dinge lernen könne. Ich fing also an, in Gesellschaft meiner Schwester, die schon zuvor das Schulgehen gewohnt hatte, täglich nach der sogenannten obern Schule hinzugehen. Der Schulmeister, der *Nicolai* hieſs, hatte bereits von meinem guten Kopfe, wie man es auszudrücken pflegte, gehöret. Er machte also nach seiner Art ein Versuch mit mir, und fand, daſs ich ziemlich gut lesen, aber fast kein Wort richtig buchstabiren könne; entweder weil ich solches niemahls recht gelernt, oder über dem Lesen selbst wieder vergessen haben mochte. Er glaubte indessen, es mangele mir ein wesentlicher Theil seiner Schulwissenschaft, und ich muste also, um gleichsam recht von der Pique auf zu dienen, mit dem Buchstabiren anfangen. Da ich nun nach der gewöhnlichen Ordnung täglich Vormittags drey bis vier Stunden, und eben so viel Nachmittags in der Schule zubringen muste, und mir gleichwohl der Schulmeister für jedesmahl nur drey bis vier Zeilen zum Buchstabiren im Buche vorzeichnete, so machte mir dieses die Weile ganz auſserordentlich lang, und die Schule wurde in kurzer Zeit mir dadurch so verhaſst, daſs ich endlich gar nicht mehr dahin gehen wollte. Einsmahls muſste mich meine Mutter selbst nach der

Schule führen. weil ich sonst nicht dahin zu bringen war. Ich ging ganz geduldig mit ihr, kaum aber war ich vor 'die Thüre der Schule gekommen, als ich anfing aus allen Kräften zu schreyen, und zu bitten, mich wieder zurück zu nehmen. Der Schulmeister kam auf das Geschrey, so er vor seiner Thüre hörte, heraus, und da half nichts; er nahm mich auf den Arm, trug mich hinein und setzte mich an meinen Ort. Um mir einen grofsern Lust zur Schule und mehrere Liebe zu dem Schulmeister zu machen, stellten meinen Eltern diesen heimlich eine Anzahl kleinen Lebkuchen zu, davon er mir jedesmahl, wenn die Schule zu Ende war, ein Stück überreichen mufste. Diefs half so viel, dafs endlich mein kleiner Eigensinn gebrochen wurde, und ich die lange Weile in der Schule, welche, ob ich schon in derselben eine Gesellschaft von etliche hundert Kindern hatte, mir doch immer als eine Einsiedeley vorkam, nach und nach gewohnte. Der Schulmeister hatte inzwischen auch von seiner strengen Methode etwas nachgelassen; denn da er sah, dafs mir das Buchstabiren so leicht einging, gab er mir eine gröfsere Anzahl Zeilen für jedesmahl auf, und ich kam also desto eher durch das Büchlein, welches nothwendig jeder Schüler durchbuchstabiren mufs, ehe er zum Lesen gelassen wird, hinaus, und dagegen an den Lesetisch.

Mit dem Schreiben ist es mir fast eben so gegangen, als mit dem Lesen. Ich hatte mir, ehe ich zur Schule kam, die Handschrift meines Vaters angewöhnt. Dem Schulmeister war kein einziger Buchstabe, den ich schrieb, nach seinem Sinne; und da war kein ander Mittel, ich muste alle Grade des Schreibens vom niedrigsten, nämlich vom A b c an bis zum höchsten durchgehen. Dieses geschah indessen geschwinde; weil ich des Nachmahlens und Nachzeichnens ohnehin gewohnt war. Da es in der Schule eingeführt ist, nach der Ordnung zu sitzen, wie ein jeder nach dem Urtheil des Schulmeisters an dem wöchentlichen sogenannten Stechtage mit seiner Handschrift bestanden ist: so war ich in wenigen Jahren der Oberste in der Schule, und hatte die Ehre, über vielen, die noch einmahl so alt und groſs als ich waren, zu sitzen,

Auſser dem Lesen und Schreiben, welches in der Schule gelehrt wird, unterrichtet man daselbst die Kinder auch in den Grundsätzen des Christenthums. Dieses geshiehet aber, wenigstens bey den jüngern, deren Urtheilskraft noch schwach ist, durch bloſses Auswendiglernen des Catechismi, etlicher hundert Sprüche aus der Bibel und der Buſspsalmen; der sogenannten Kinderlehre, welche eine weitläuftige, in Frage und Antwort verfaſste Auslegung der Catechismi ist; vieler Kirchenlieder, und endlich des Communion-Büchleins. Hieran haben die Kinder gemeiniglich ihre ganze Schulzeit durch, das ist wenigstens 8 bis 10 Jahre, zu lernen. Ja viele, deren Gedächtniſs schwach ist, werden kaum mit der Hälfte fertig. Mir hingegen kam nichts leichter an, als dieses Auswendiglernen, so daſs ich gemeiniglich über dasjenige, was mir der Schulmeister vorgegeben hatte, noch etliche von den folgenden Sprüchen oder Fragen herzusagen wuſste. Ich durfte meine Lection nur drey oder viermahl durchlesen, um sie auswendig zu wissen, und ich habe noch überdiefs zu Hause meinen Eltern, so oft es ihnen beliebte, einen Versuch mit mir zu machen, ein Kirchenlied von 8 bis 10 Strophen, das sie mir im Buche gezeiget, wenige Minuten darauf ohne Anstofs aus dem Gedächtnifs hersagen können. Als ich in der Schule mit den auswendig zu lernenden Büchern so weit gekommen, dafs nur noch das Communion-Büchlein, welches in 103 Fragen und Antworten bestehet, übrig war, so wollte ich gleichsam zum Abschiede dieser Bücher noch eine besondere Probe meines guten Gedächtnisses an den Tag legen. Der Schulmeister hatte mir die 4 oder 5 ersten Fragen zum Auswendiglernen im Buche bezeichnet, Den folgenden Tag sollte ich sie hersagen. Seine Frau, die nebst dreyen Töchtern die Schularbeit mit ihm theilte, hatte diesen Tag das Amt, die Kinder recitiren zu lassen. Die Reihe kam endlich an mich, vor ihren Tisch zu treten. Als ich meine vorgegebenen Fragen richtig hergesaget, und doch, zum Zeichen, dafs ich noch etwas darüber gelernt, nicht abtreten wollte, so fuhr sie im Fragen fort, und ich dagegen im Antworten, und diefs währte so lange, bis endlich die 103 Fragen, und also das ganze Büchlein, vom Anfang bis zum Ende, recitiret waren. Die Frau Schulmeisterin war über diese Begebenheit, die, wie sie sagte, sie in ihrem Leben nicht gehört hatte, ganz erstaunt. Sie nahm mich bey dem Arme und führte mich zu ihrem Manne, dem sie erzählte, was ich gethan habe. Dieser nicht weniger verwundert greift nach seinem Stecken, und schlägt damit etlichemahl auf seinen Tisch. Diefs ist das Zeichen, welches bedeutet, dafs die

Schulkinder stillschweigen sollen, weil er ihnen etwas kund zu machen habe. Er fing also, da ich indeſs neben ihm stehen muſste, an, nach seiner Art zu haranguiren, strich meinen auſserordentlichen Fleiſs weitläuftig heraus, und stellte mich zu einem Exempel vor, dem seine Schulkinder nachfolgen sollen. Da ich solchergestalt alles dasjenige gelernt hatte, was ein Kind wissen muſs, ehe es zum Abendmahl zugelassen wird, dabey aber die zu diesem letztern vorgeschriebenen Jahre noch nicht auf mir hatte, so gab mir der Schulmeister, weil er sonst weiter mit mir nichts vorzunehmen wuſste, auf, noch eine gröſsere Anzahl Kirchengesänge, Psalmen und Sprüche aus der Bibel, vornehmlich aber die in der obgedachten Auslegung der Catechismi citirten dicta probantia auswendig zu lernen. Hiermit verstrich meistens meine übrige Schulzeit, und es wird wenig fehlen, daſs ich nicht dadurch sollte den ganzen Psalter und das ganze neue Testament in das Gedächtniſs, wiewohl leider *in spem futurae oblivionis*, bekommen haben. Eine bessere Gelegenheit und bessere Umstände, als die meinigen waren, hätten vielleicht diese meine glücklichen Gemüthsgaben auf etwas wichtigeres lenken können.

So leicht es mir indessen ankam, alle diese Dinge zu lernen, so geschahe es doch mit einem groſsen Widerwillen, und ich glaube, es hat nicht leicht jemand so viel mit so wenig Lust und Geschmack gelernet, als ich. Die Weile wurde mir herzlich lange darüber, und das kam vermuthlich daher, weil ich wenig von allen dem, was ich auswendig gelernt hatte, verstand. Die Geheimnisse der Religion sind nicht für das zarte Alter; zum wenigstens gehöret mehr dazu, sie demselben beyzubringen, als das bloſse Auswendiglernen. Es kann aber auch seyn, daſs, da die Jugend flüchtig und zu beständigen Veränderungen und Abwechselungen geneigt ist, mir deswegen die Schulmethode verdrüſslich wurde, weil sie gar zu einförmig war. In der Schule saſs ich daher allezeit mit langer Weile, und zu Hause gab es wenig Zeitvertreib für mich, weil ich nicht nach meinem eigenen Willen auf der Straſse unter andern Kindern herum laufen durfte, auch nicht wohl konnte, wenn ich anders dasjenige, was mir der Schulmeister mit nach Hause zu lernen und zu schreiben gegeben, ausführen sollte. Einsmahls, da ich von der Schule eine Vorschrift mit nach Hause bekommen, um solche nachzuschreiben, und des andern Tages vorzuzeigen, fiel ein so starker Platzregen, daſs die Straſse, in der ich wohnte, ganz mit Wasser überschwemmt wurde. Die Kinder, welchen dieses ein neuer Anblick war, fanden sich alsbald ein, und belustigten sich nach ihrer Art mit Hin- und Herwaden in dem Wasser, und andern Dingen, die ihnen diese Gelegenheit an die Hand gab. Ich konnte endlich dieser kindischen Lustbarkeit vom Fenster aus nicht mehr länger zusehen, sondern begab mich gleichfalls hinunter auf die Straſse, um selbst Antheil daran zu nehmen. Darüber aber versäumte ich mein Schreiben, und als mein Vater, der indessen nach Hause gekommen, mich fragte, ob ich mit dieser Schrift fertig sey, antwortete ich aus Furcht mit Ja. Allein diese schlechte Ausrede wurde mir nach genauerer Untersuchung mit einigen Ohrfeigen, die mit einem noch härtern Verweis begleitet waren, sehr empfindlich belohnet. Diefs ist das einzigemahl, dafs ich von meinen Eltern die strenge Art der Züchtigung empfunden. Man kann aus dem Verbrechen, auf welches sie erfolget, urtheilen, ob eine allzu grofse Gelindigkeit von einer, oder ein natürlich lenksames Gemüth von der andern Seite die Ursache sey, warum ich von so harten Mitteln wenig empfunden. "

So weit gehen die Nachrichten von *Mayers* Leben, von ihm selbst geschrieben. — Wie sehr bedauert man, dafs sie mit dem sechsten Jahre schliefsen — wie gerne wüfste man das Leben des Knaben — das Leben des aufblühenden Jünglings — das Leben des gereiften Mannes — und die Geschichte seiner Erfindungen von derselben Feder geschrieben, die nur allein den innigen Zusammenhang und die geheimen Verbindungen der Begebenheiten darstellen konnte. Denn kein Mensch weifs was im Menschen ist und in ihm vorgeht, aufser der Geist des Menschen, der in ihm ist.

Folgende Nachrichten von ihm sind von *Mayers* berühmten Schüler, dem durch seine Reise nach dem Morgenlande bekannten Justitzrath *Niebuhr*. Sie sind aus einem Briefe an Hrn. *von Zach*, den dieser in der Monatl. Corresp. Sept. 1803 abdrucken liefs.

Niebuhr war von *Mayer* in die Kunst eingeweiht worden; die geographische Länge durch Mondabstände zu bestimmen. Da noch kein Vervielfältigungskreis gemacht war, so bediente sich *Niebuhr* eines englischen Spiegeloctanten von *Bird*, und mafs mit diesem die Mondabstände. Obschon damals diese Instrumente noch nicht die Vollkommenheit hatten, die sie später von *Ramsden* erhielten, so wurde dieses gröſstentheils durch die Geschicklichkeit und den Fleiſs des Beobachters ersetzt, — und die ersten Längenbestimmungen zur See hatten schon gleich eine Genauigkeit, die derjenigen sehr nahe kam, die man später mit den vollkommensten Instrumenten erreichte. *Niebuhr* fand die Länge von *Marseille* bis auf 2½ Minute, und die von *Cap St. Vincent* und *Gibraltar* bis auf 6 Minuten. Er schickte diese Beobachtungen an seinen theuren Lehrer, der damahls sehr krank darniederlag. Er erlebte noch die Freude die Anwendung seiner trefflichen Methode zu sehen, und empfahl seiner Wittwe diese Beobachtungen nach *Engeland* an das Bureau der Meereslänge zu schicken. — Hier wurden sie mit den *Robertson*schen Längenbestimmungen verglichen, die damals für die genauesten galten, und von denen sie um 15 bis 22 Minuten abwichen. Spätere Beobachtungen haben gelehrt, daſs die *Niebuhr*schen Beobachtungen die genaueren waren, und der Fehler auf der Seite der *Robertson*schen lag. — Die Länge von *Alexandrien* in *Egypten* bestimmte *Niebuhr* durch 9 Mondabstände an fünf verschiedenen Tagen genau so groſs, wie die französischen Astronomen zie 28 Jahr nachher bey ihren langen Aufenthalte in *Egypten* fanden.

In einem Briefe, den *Niebuhr* an Hr. *von Zach* schrieb, versichert er, daſs *Mayer* nie einen Spiegelsextanten gesehen habe.

Sie haben, schreibt *Niebuhr* an Hr. *von Zach* im III. Bande der A. G. C. S. 117, aus einer Beschreibung der Stadt *Eſslingen* ein Paar Anecdoten aus den Jugendjahren des berühmten *Tobias Mayer* angeführt, und dabey den Wunsch geäuſsert, aus diesem Zeitalter desselben mehrere Nachrichten zu erfahren. Die Jugendjahre eines groſsen Gelehrten sind allezeit merkwürdig. Es ist lehrreich zu wissen, auf welchem Wege einer zu dem Ziele gekommen ist, was er zuletzt erreicht hat. *Mayer*, welcher nicht so glücklich war, von reichen oder vornehmen Eltern geboren zu werden, hatte in seiner Jugend mit auſserordentlichen Schwierigkeiten zu kämpfen; aber durch sein Genie, verbunden mit seiner Beharrlichkeit und Rechtschaffenheit, überwand er alle. Er, der nicht zunftmäſsig studirt, der nie ein groſses Schiff gesehen, viel weniger weite Seereisen gemacht hat, brachte es so weit, daſs er im Stande war, die *Engländer* zu lehren, wie sie auf offener See die Länge bestimmen könnten. Seine Jugendjahre können manchen braven, von Glücksgütern entblöſsten Jüngling aufmuntern, den Muth nicht sinken zu lassen; wenn er hier ein Beyspiel findet, daſs eigner Fleiſs in der Welt nicht unbelohnt bleibt: so wie auch sein Beyspiel diejenigen von den Begüterten beschämt, die bey guten Naturgaben und groſsen, auf ihre Erziehung verwendeten Kosten dennoch nichts Gründliches gelernt haben, wodurch sie ihren Nebenmenschen nützlich zu werden vermögen. *Lichtenberg* sagt im II. B. seiner vermischten Schriften S. 290 sehr wahr von ihm: *er selbst habe es nicht gewuſst, daſs er so viel wisse.* *Mayers* Bescheidenheit war so groſs, daſs er es nicht gewagt haben würde, die verbesserten Mondstabellen mit seinem Vorschlage, nach Mondsbeobachtungen auf der See die Länge zu berechnen, nach *England* zu schicken, wenn nicht seine Freunde ihn dazu vermocht, ja wenn nicht ein anderer alles dahin gehörige von ihm verlangt und es an die Behörde abgesandt hätte.. Da er bey freundschaftlichen Unterredungen zuweilen auch etwas von seinen Schicksalen in seiner Jugend erwähnte, so will ich ihnen mittheilen, was ich davon noch im Gedächtnifs habe.

Tobias Mayer wurde in einer kleinen Stadt in *Schwaben* geboren, nnd verlor seine Eltern, als er noch ein Knabe war. Bey der Berichtigung des Nachlasses derselben wurden zwar die Schulden bezahlt, man fand aber kein Vermögen, wovon der Knabe erzogen werden konnte; auch fand sich kein Anverwandter, der sich seiner Erziehung hätte annehmen wollen. Die Vorsehung erweckte aber einen andern Versorger. Der alte Bürgermeister, der den Nachlafs seiner Eltern zu berichtigen gehabt hatte, sagte: meine Kinder sind verheirathet; ich kenne *Tobias* als einen stillen und guten Knaben; in meinem Hause ist Platz für ihn, und er kann mit meiner Haushälterinn essen. *Tobias* komme zu mir.

So kam der junge *Mayer* in das Haus eines würdigen Mannes, der ihm in die deutsche Schule sandte, welche er bereits vorher besucht hatte. Hier lernte er schreiben und rechnen, ward aber bald der Erste in dieser Schule, und war noch zu jung, um einem Handwerker in die Lehre gegeben zu werden. Auf seine Bitte schickte der Bürgermeister *Mayer*'n nun in die lateinische Schule, woselbst er gleichfalls grofse Fortschritte machte. Wenn der gute alte Mann den ganzen Vormittag auf dem Rathhause zugebracht und nach dem Mittagsessen etwas geschlafen hatte; so sah er es gerne, wenn *Tobias* ihm Gesellschaft leistete, ihm erzählte, was er gelernt hatte, und in seinem Zimmer spielte. Es machte ihm vornehmlich Freude, wenn der Knabe den Stock nahm, der ihm immer zur Seite stand, wenn er in seinem Lehnstuhl safs, und damit allerhand Figuren auf den Fufsboden zeichnete. Die Haushälterinn war zwar nicht zufrieden, wenn der schön mit Sand bestreute Fufsboden so übel mitgenommen wurde. Ihr Herr aber munterte den Knaben auf, er sollte nur *mahlen*; denn er wollte aus den Spielen desselben erforschen, zu welcher Profession er vorzüglich Lust und Geschicklichkeit hätte. Wenn die Kinder des alten Bürgermeisters sich am Sonntage bey ihrem Vater versammelten, so hatte er oft zu ihnen gesagt: in *Tobias* steckt gewifs ein grofser Mahler, er mahlet schon ohne alle Anweisung, *und dabey weifs er immer so vieles zu sagen; Tobias soll ein Mahler werden.* Kurz vor seinem Tode sagte er den bey seinem Krankenbette versammelten Kindern: den *Tobias* gebt ihr bey dem Mahler * * * in die Lehre, ich habe bereits mit ihm gesprochen; er bekommt * * * Gulden Lehrgeld. Und wenn er seine Lehrjahre vollendet hat, so sollt ihr ihm auch ein Ehrenkleid geben, damit er auswärts anständig gekleidet erscheine. So sprach der alte ehrwürdige Bürgermeister.

Der mit diesem Plan seines für sein Fortkommen so väterlich besorgten Wohlthäters sehr zufriedene und von Dankbarkeit durchdrungene *Tobias* freuete sich schon im Geiste, daſs er dereinst als Mahlergesell groſse Städte besuchen, und vieles zu sehen und zu lernen Gelegenheit haben würde. Aber nach dem Tode des alten Bürgermeisters theilten die Kinder dessen Vermögen, die Haushaltung wurde aufgehoben und keiner von der Familie bekümmerte sich weiter um den Jüngling, der von nun an für sich selbst sorgen muſste.

Von dieser Zeit an scheint ein Schuster, der ein Liebhaber der mathematischen Wissenschaften war, des jungen *Mayer's* beſster Freund gewesen zu seyn. Sie nennen diesen Schuster, nach der Beschreibung der Reichstadt *Eſslingen*, *Kandler*. Der Mann verdient allerdings, daſs sein Name der Nachwelt aufbehalten worden ist; ich bedauere es, den Namen des Bürgermeisters, wenn ich selbigen gehört habe, vergessen zu haben. Aber sein Lehrer in der Mathemathik war *Kandler* doch wol nicht. *Mayer* brauchte in dieser Wissenschaft keinen mündlichen Unterricht. Er hat vermuthlich schon als Schulknabe ein mathematisches Buch, z. B. *Wolfs* Auszug aus den Anfangsgründen der mathematischen Wissenschaften, bey diesem *Kandler* kennen lernen, und so die Geometrie bereits zu der Zeit für sich studirt; denn der alte Bürgermeister hatte vornehmlich aus dem Grunde geglaubt, daſs der junge *Mayer* vorzüglich zur Mahlerey Geschicklichkeit hätte, *weil er über daſs, was er sagte, so vieles zu sagen wuſste.* Wahrscheinlich zeichnete der Jüngling auf den Fuſsboden nicht lauter Thiere, Landschaften u. s w., wenn er dem Alten stundenlang Gesellschaft leistete, sondern auch mathematische Figuren, wovon er dann die Richtigkeit der Linien und Winkel demonstrirte, welches alles der ehrliche Bürgermeister als zur Mahlerkunst gehörig geglaubt haben mag. Dafs *Mayer* nicht des Schusters, sondern dieser *Mayer's* Schüler gewesen ist, kann folgendes beweisen.

Ein junger *Liefländer* hatte mit mir wöchentlich zwey Stunden beym Professor *Mayer*, in welchen wir Grundrisse, Situationskarten und dergleichen zeichneten: und diese Stunden besuchte der Hofmeister des jungen Herrn immer mit, obgleich er darin nichts zu thun hatte. Um nun seine Zeit zu tödten, wollte der Hofmeister, während wir arbeiteten, den Professor gern mit der Politik unterhalten, wovon er doch weiter nichts wufste, als was er aus den *Hamburger* Zeitungen erfahren hatte, und *Mayer* bekümmerte sich überhaupt wenig um die Politik. Der Bruder des jungen *Liefländers* war Secondlieutenant bey der französischen Armee, welche damals in *Hessen* stand. Nun wünschte der Hofmeister gar sehr, dafs die *Franzosen* auch bald nach *Göttingen* kommen möchten: und *Mayer* wünschte den Feinden der *Hanoveraner* die ewige Seligkeit, nachdem sie von den Alliirten tüchtig wären geschlagen worden. So gab dieser es oft deutlich genug zu verstehen, dafs er an der Unterhaltung des Hofmeisters kein Vergnügen fand, aber vergebens. Einmahl fiel es dem letztern ein, *Mayer*'n zu fragen, ob es wahr wäre, dafs sein erster Lehrer in der Mathematik ein Schuster gewesen wäre, und spottete darüber, dafs ein Schuster sich um die Mathematik hätte bekümmern wollen. Letzteres verdrofs den edlen Mann so, dafs er ganz ernsthaft antwortete: der Schuster war ein braver Mann und mein Freund. Der Hofmeister ward beschämt, und machte wegen seiner Indiscretion Entschuldigung, worauf der Professor auch wieder einlenkte, indem er lächelnd sagte: mein Schuster und ich pafsten gut zusammen, denn er war ein Liebhaber der mathematischen Wissenschaften, und hatte Geld, um Bücher zu kaufen, aber keine Zeit sie zu lesen; er mufste Schuhe machen. Ich hatte dagegen Zeit zum Lesen, aber kein Geld Bücher zu kaufen, Er kaufte also die Bücher, welche wir zu lesen wünschten, und ich machte ihn des Abends, wenn er sein Tagewerk vollendet hatte, auf das aufmerksam, was ich merkwürdiges in den Büchern gefunden hatte. Indefs schien *Mayer* den Spott über seinen Freund damit nicht vergessen zu haben. Einige Tage nachher hatte selbiger uns in einer andern Stunde, ich erinnere mich nicht mehr welche Aufgabe gegeben, womit der junge *Liefländer* nicht hatte fertig werden können. Der Hofmeister wollte seinen Herrn entschuldigen, und sagte: die Aufgabe ist schwer Hr. Professor, Hr. Professor sie ist schwer! Wie kann die Aufgabe für einen jungen Herrn, der eigene Lehrer gehabt hat, schwer seyn, sagte *Mayer*; mein Schuster, mit dem ich die höhere Mathematik getrieben habe, fand sie nicht einmahl schwer. Sein natürl. Menschenverstand war hinreichend, alles begreifen zu können. Auch bey andern Gelegenheiten habe ich von ihm gehört, dafs keiner von allen seinen Schülern es in der Mathematik so weit gebracht hätte, als dieser Schuster.

Nach dem Tode des alten Bürgermeisters war also ein braver Schuster des jungen *Mayer*'s beſster Freund. *Mayer* war zwar noch jung, aber in der kleinen Stadt allgemein als ein fleiſsiger und sittsamer Schüler bekannt; verschiedene Einwohner verlangten daher, daſs er ihren Söhnen Unterricht geben sollte. Er konnte also schon seinen Unterhalt selbst verdienen, aber dabey die Lateinische Schule nicht weiter besuchen. Einigen von seinen Schülern, die fürs Militair bestimmt waren, gab er Unterricht in der Geometrie, im Feldmessen und mathematischen Zeichnungen, und es war also wahrscheinlich bey dieser Gelegenheit, schon in seinem 16 Jahre, daſs er den Grundriſs der Stadt *Eſslingen* mit ihrem Gebiete entwarf, der zu *Augsburg* in Kupfer gestochen worden ist. Wenn aber seine Schüler, z. B. die, welche sich der Artillerie widmen wollten, glaubten schon genug gelernt zu haben, wenn sie Kanonen, Bomben, Lavetten u. dergl. hübsch zeichnen und illuminiren konnten, so ging er für sich weiter. Er ruhete nicht, bis er auch gelernt hatte, den Weg zu berechnen, den eine unter einem gegebenen Winkel abgeschossene Kugel oder Bombe zu nehmen hätte.

So verlebte der junge *Mayer* noch einige Jahre in seiner Vaterstadt ganz vergnügt. Des Tags gab er andern jungen Leuten Unterricht, oder studirte für sich selbst, und des Abends war er bey seinem Freunde, dem Schustermeister. Letzterer war der einzige in der Stadt, wenigstens unter denen, zu welchen *Mayer* Zutritt hatte, mit welchen er über mathematische Gegenstände sprechen konnte, und ihm war daher der Umgang mit selbigen sehr angenehm.

Aber auch der wuſste doch immer weniger als er selbst, und er konnte auch von seinem Freunde nicht verlangen, daſs er alle Bücher kaufe, welche er zu lesen wünschte. Er sehnte sich unter Menshen zu kommen, von welchen er lernen könnte. Dieser Gedanke wurde bey ihm besonders rege, als zwey von seinen Schülern, die bey der Artillerie angesetzt waren, es ihm schrieben, wie nützlich ihnen das geworden wäre, was sie von ihm gelernt hätten; daſs sie bald Unterofficiere geworden wären. Der noch unerfahrne Jüngling entschloſs sich, sein Glück gleichfalls bey der Artillerie zu suchen, wenn er beym Laboratorium angesetzt werden könnte; denn in der Lage, glaubte er, würde er Gelegenheit erhalten, viele Versuche zu machen.

Als der junge *Mayer* von diesem Gedanken ganz eingenommen war, kam ein Corps Reichstruppen durch seine Vaterstadt, und er glaubte, daſs sein Glück schon gemacht seyn würde, wenn er sich nur an den Chef wendete, diesem seine Zeichnungen zeigte, und sich einer strengen Prüfung unterwürfe. Er legte zu dem Ende seine am saubersten gezeichneten Situationskarten, Grundrisse von Festungen, und besondess alle Zeichnungen, die man von einem angehenden Artilleristen verlangen konnte, in ein Portefeuille, und ging damit voller Hoffnung nach der Wohnung des commandirenden Generals. Hier aber kam er nicht weiter als bis ins Vorzimmer, woselbst er sein Gewerbe bey einem Officier anbringen muſste, welcher mit seinem Portefeuille zu dem General ging. Aber anstatt zur Audienz zu kommen, erhielt *Mayer* die Antwort: *Se. Durchlaucht* wären jetzt beschäftigt, er sollte den folgenden Tag gerufen werden. Hierauf wartete nun *Mayer* vergebens. Als er des Nachmittags hörte, das Corps würde schon den folgenden Morgen wieder aufbrechen, eilte er wieder nach der Wohnung des commandirenden Generals, um Audienz zu verlangen. Aber nun fand er mehrere Officiere im Vorzimmer, die ihm ankündigten: *Se. Durchlaucht* hätten jetzt wichtigere Geschäfte, als ihm noch eine Audieuz zu geben. Keiner wuſste etwas von seinem Portefeuille, das er am vorhergehenden Tag übergeben haben wollte, und alle waren mit der Vorbereitung zum Aufbruch am folgenden Morgen so beschäftigt, daſs keiner sich wegen dieses Portefeuilles näher erkundigen wollte. Der Jüngling muſste sich also trostlos entfernen, und erhielt sein Portefeuille nie wieder. Als er dieſs erzählte, war er über seine damahlige Lage noch sehr gerührt. Dieſs war der gröſste Verlust, den ich in meinem ganzen Leben erlitten habe, sagte er: denn ich hatte geglaubt, mein Portefeuille enthielte die Beweise, daſs ich zu weit mehrerem zu gebrauchen seyn würde, als wozu ich mich erboten hatte, und ich wurde nicht nur ungehört abgewiesen, sondern auch mich auch um mein Portefeuille gebracht, in welchem sich Stücke befanden, die mit dem gröſsten Fleiſs gearbeitet waren, indem ich gehofft hatte, vornehmlich damit mein Glück zu machen.

So wurde der brave Jüngling zum zweytenmahl in seiner Hoffnung, in eine Laufbahn zu kommen, auf welcher er sein Glück weiter hätte erwarten können, getäuscht. Aber die Vorsehung brachte ihn in einen andern Weg, auf welchem er berühmter ward, als er es als Mahler oder Artillerist je hätte werden können. Da er keine Wahrscheinlichkeit sah, in seiner Vaterstadt weiter zu kommen, so begab er sich nach *Augsburg*. In welcher Qualität und wie lange er sich in dieser Stadt aufgehalten hat, ist mir nicht bekannt. Ich erinnere mich nur von ihm gehört zu haben, daſs er daselbst sehr glücklich in einer braven Familie gelebt habe, in welcher er als ein Sohn des Hauses behandelt worden wäre. Die Geschäfte, wozu er sich verpflichtet hatte, sagte er, hätten ihm Zeit zum weitern Studiren übrig gelassen, und in *Augsburg* hätte er auch Gelegenheit gehabt, mit Künstlern und Gelehrten bekannt zu werden, in deren Umgang er viel gelernt hätte. Welche Fortschritte er zu *Augsburg* in den mathematischen Wissenschaften gemacht hat, davon ist sein mathematischer Atlas, bey welchem Kenner bedenken werden, in welchem Alter er selbigen geschrieben hat, ein Beweis. Die Lateinisch geschriebenen Werke der Mathematiker gaben ihm die Veranlassung, sich in dieser Sprache mehrere Fertigkeit zu erwerben. Ich weiſs nicht, ob er es in den neuern Europäischen Sprachen so weit gebracht hat, daſs er auch solche hätte schreiben können. Aber die mathematischen Schriften der *Engländer*, *Franzosen* und *Italiener* laſs er gewiſs, und verstand sie vollkommen. Wahrscheinlich ohne darin jemahls mündlichen Unterricht erhalten zu haben.

Als *Franz* die Direction über die *Homann*'sche Officin erhalten hatte, machte dieser es in den öffentlichen Blättern bekannt, welche groſse Verbesserungen er damit vorzunehmen gedenke, und lud zugleich unter guten Bedingungen geschickte Kartenzeichner ein, nach *Nürnberg* zu kommen, woselbst die Landkarten nach der *Hase*'schen, der einzig wahren Projection, gezeichnet würden. *Mayer*, welcher zu der Zeit noch in *Augsburg* und mit der Theorie der Landkartenzeichnung nicht mehr unbekannt war, konnte nicht begreifen, wie *Franz* glauben möge, dafs die *Hase*'sche Projection ein Geheimnifs und gleichsam nur im Besitz der *Homann*'schen Officin wäre. Er meldete sich bey *Franz*, und obgleich der kein grofser Mathematiker war, so wurde er doch gleich überzeugt, dafs *Mayer* der Mann sey, von welchem die Officin grofsen Nutzen würde haben können. Auch hat dieser nachher gezeigt, dafs *Franz* sich nicht geirrt habe.

Ob *Mayer* schon zu *Augsburg* astronom. Beobachtungen gemacht habe, ist mir nicht bekannt. In *Nürnberg* beschäftigte er sich damit, und, so wie mit allem, was er vornahm, sehr glücklich. Ich fragte ihn einmahl nach dem Zustande des grofsen, auf einer Bastion zu *Nürnberg* befindlichen hölzernen Quadranten, und ob er denselben noch habe brauchen können? Ich habe ihn noch gebraucht, sagte er, ich mufste aber allezeit einen Hammer mitnehmen, um ihn in Bewegung zu setzen. Zu *Nürnberg* fand er für die practische Astronomie blofs Instrumente zum nothdürftigsten Gebrauche. Einen grossen Sector von Holz, mit welchem er daselbst einige genaue Beobachtungen machte, hatte er selbst verfertigt.

Mayer's Verdienste um die Astronomie und die

Wissenschaften überhaupt sind Ihnen besser bekannt als mir. Mit Vorbeygehung dieser gebe ich Ihnen also nur, was ich geben kann; einige Bruckstücke von dessen Schicksalen in seinen jüngern Jahren, wovon Ihnen vielleicht einiges von dem vorher bemerkten noch unbekannt geblieben ist. “

In einem spätern Briefe erzählt *Niebuhr* noch folgende Anecdote von *Mayer*:

Magister *Butschari*, mehr bekannt durch ein Epigramm von *Kästner*, als durch seine Schriften, war sehr darüber aufgebracht, als er erfuhr, daſs jemand auf einer anderen Universität auf seine Dissertation, welche von der Electricität handelte, Magister geworden war. Um dieselbe Zeit hörte er, daſs ein andrer Student, der neulich bey *Mayer* die Geometrie gehört hatte, in welcher dieser es vorzutragen pflegte, wie die Aufgaben aus der Geometrie, vermittelst der Linien aufzulösen sind, auf *Mayer*'s nachgeschriebenes Collegium Magister geworden wäre. *Butschari* ging nun zu *Mayer*'n, in der Hoffnung es durch den zu bewirken, daſs die Universität *Göttingen* diesen gelehrten Diebstahl öffentlich rügte. Aber *Mayer* suchte ihn darüber zu beruhigen. Als nun einmahl von *Butschari*'s groſsem Herzenleide gesprochen wurde, sagte *Mayer: Ich bedaure ihn von ganzem Hertzen; er ist mit dem armen Manne im Evangelio zu vergleichen, der nur ein einziges Schaaf hatte und dem dieses gestohlen ward.*

Im 9ten Bande der Monatl. Corres. hat *Mayer*'s Landsmann Hr. Prof. *Wurm* in *Stutgardt* noch einige Nachrichten von *Mayer's* Leben mitgetheilt, aus dem ich folgendes aushebe.

Ein Unterofficier vom schwäbischen Kreisartillleriecorps, wovon ein Theil in *Efslingen* lag, war derjenige, der *Mayer's* Liebe zur Mathematik wekte. Dieser Mann hiefs *Geiger*; er verstand die Anfangsgründe der Geometrie. Die Fortifikationskunst nnd militairisches Zeichnen. Er wurde nachher von den Preufsen gefangen und starb zu *Berlin*, wo er auch Unterricht in der Mathematik gab. — *Mayer* wollte als Officier beym Kreisartilleriecorps angestellt werden, und arbeitetete unermüdet an Zeichnungen und Rissen für die Artillerie und Festungskunst. — Lange Zeit bestanden alle seine Instrumente in einem geringen Handzirkel und einen Lineal. Wollte er Kreisbogen zeichnen, so band er eine Rabenfeder an eine Zirkelspitze und verfertigte hiermit die schönste Plane und Risse. — Wer mit einem Bohre nicht sägen und mit einen Degen nicht bohren kann, ist, wie *Franklin* sagt, kein guter Physiker.

Mayer zeichnete über alle Vorstellung schön, wie dieses alle diejenigen wissen, welche die Originalzeichnungen gesehen haben, die sich von ihm noch auf der *Göttinger* Bibliothek befinden. Es sind die Segmente für die Mondkugelen, welche *Mayer* damals gedachte herauszugeben. Aber dieses Unternehmen kam nicht zu Stande, so wenig wie die grofsen Erdkugelen, die *Lowitz* damahls in *Göttingen* herausgeben wollte. Der siebenjährige Krieg, die häufige Einquartierung der *Franzosen*, und sonst allerhand Hindernisse, an die man früher nicht gedacht hatte, machte dieses Unternehmen nicht ausführbar. — Auf der Sternwarte in *Göttingen* wurden allerhand Kriegsbedürfnisse niedergelegt, und das trockne Holz, welches zu den Gestellen für die Globen besimmt war, benutzte die französische Wache zum Einheitzen. Hierzu kam nun *Mayer's* früher Tod, den er sich vermuthlich durch zu anhaltendes Arbeiten mit zugezogen hatte. Als er noch Schüler in *Eſslingen* war, arbeitete er schon bis 2 Uhr die Nacht. Für sein Licht hatte er sich ein Gestell gemacht, von dem es herunterfiel und auslöschte, wenn ihn der Schlaf überraschte.

In *Eſslingen* war *Mayer* mit einem jungen *de Witt* bekannt, der auch Officier werden wollte. Beide glanbten ihre Absicht leichter zu erreichen, wenn sie nach *Holland* gingen und *Eſslingen* heimlich verlieſsen. Um weniger Aufsehn zu erregen, wollten beide an verschiedenen Tagen abreisen. *Witt* ging zuerst, und kam bis nach *Canstadt*, wurde aber bald vermiſst und wieder eingeholt; er bekannte *Mayer's* Einverständniſs mit ihm, und nun war von Bestrafung die Rede. *Mayer* wollte es nicht erwarten, mit Schimpf ausgestoſsen zu werden; sein Entschluſs war gefaſst; er entfloh aus *Eſslingen*, wo er, wegen seiner Kenntniſs und seines Characters allgemein geschätzt, seine besten Jahre verlebt, und seit einiger Zeit fleiſsig Unterricht ertheilt, auch manche Unterstützung erhalten hatte. Nach manchen Abentheuern, die vorzüglich aus seiner Unerfahrenheit und Dürftigkeit entstanden, kam er in *Augsburg* an, und begab sich in eine Landkartenofficin, Man will wissen, daſs er hier Gefahr gelaufen habe, in schlechte Gesellschaften hinein gezogen zu werden; dessen ungeachtet hätte man ihn in der Officin sehr gern behalten, und es waren ihm groſse Versprechungen gemacht worden, wenn er bleiben, und wöchentlich auch nur eine halbe Stunde für die Officin arbeiten wollte. *Mayer* scheint indeſs gefühlt zu haben, entweder daſs er auf Abwegen sey, oder leicht darauf gerathen könne; er entging auch hier einer Gefahr, welche seiner Sittlichkeit drohte, durch eine freywillige Entfernung; er verlieſs *Augsburg* und wanderte nach *Nürnberg*,

In *Nürnberg* erwartete *Mayer*'n ein günstigeres Schicksal. Hier fand er einen Mann, der einst in derselben Lage gewesen war, worin *Mayer* sich jetzt befand, und der von der Vorsehung bestimmt schien, dem Gange seines Lebens eine vortheilhafte und entscheidende Richtung zu geben. Der bekannte Professor *Franz*, aus *Oehringen* gebürtig, hatte keine Stelle in seinem Vaterl nde erhalten können, und war, da er einst schwermuthsvoll vor einem Thor von *Nürnberg* herum irrte, von dem jüngern *Homann* angetroffen, und in die berühmte Landkartenofficin aufgenommen worden. *Homann* verheirathete ihn in der Folge an eine Person aus seiner Verwandschaft, und legte überhaupt den Grund zu seinem Glücke. *Franz* nahm sich's jetzt vor, das, was *Homann* ihm erwiesen hatte, seiner Seits bey jeder Gelegenheit auch andern zu erweisen, und er erfüllte seinen Vorsatz zum erstenmahle, indem er auf die nämliche Art, wie er selbst von *Homann* behandelt worden war, den jungen *Mayer* behandelte, ihn in seine Gesellschaft aufnahm, und mit seiner Schwägerinn verheirathete.

Die ruhigere Lage gab nun *Mayer*'n Gelegenheit, seine Talente immer mehr zu entwickeln, und sich zugleich in der gelehrte Welt Ruhm zu erwerben. Diesem Ruhme hatte er es zu verdanken, daſs er endlich einen Ruf nach *Göttingen* erhielt, der ihm um so willkommener war, da inzwischen in der *Homannschen* Officin mancherley Zwistigkeiten entstanden waren, die ihm sehr beschwerlich zu werden anfingen. In *Göttingen* wurde er weit mehr durch seine Schriften, als durch seine Vorlesungen bekannt. Er lebte dunkel, wenig gekannt, und nur von den Weisen geschätzt, die das Innere von dem Aeuſsern zu unterscheiden wissen.

* * *

So weit gehen die Nachrichten von *Mayer's* Leben. Die Nachrichten von seinem Aufenthalte in *Augsburg* und *Nürnberg*, und die von seiner ruhmvollen Laufbahn in *Göttingen* sind noch sehr mangelhaft. Es wird Zeit seyn sie zu sammeln, ehe alle Zeitgenossen verschwunden sind, welche den seltenen Mann kannten.

Ich glaube, daſs ich alles gesammelt habe, was sich auf seine Erfindung beziekt: die Winkel mit Winderholung zu messen. Der Vollständigkeit wegen muſs ich noch eines Aufsatzes in der *Göttinger* gelehrten Anzeigen erwähnen, welcher auch von einen Winkelinstrumente handelt, und von dem man glauben könnte, noch Nachrichten über das *Artificium Multiplicationis* zu finden.

In den Gött. gelehrt Anzeigen von 1759 vom 22. Sept. (Seite 995) findet sich folgendes: Den 8. Sept. war die gewöhnliche Sitzung der Societät, in der *Mayer* einen Aufsatz über eine verbesserte Einrichtung des Astrolabii vorlaſs. Diese bestand in zwey Mikrometerschrauben, wodurch die sanfte Bewegung hervorgebracht und das Stellen erleichtert wird. Dann war auf dem Astrolabio ein Fernrohr angebracht und ein Mikroskop zum Ablesen. *Mayer* zeigte das Instrument vor, und bemerkte, daſs die Schraube an der Alhidade zugleich als Mikrometerschraube dienen könne, um kleinere Theile als Grade anzugeben. Auch war auf der Röhre des Fernrohrs eine Wasserwage mit einer Luftblase, damit man das Instrument auch zum Wasserwiegen brauchen könne.

Daſs man mit diesem Instrumente die Winkel mit Wiederholung messen könne, wird nicht gesagt; auch wird nicht bemerkt, daſs die Abhandlung in den Societätsschriften sollte gedruckt werden. Vielleicht ist dieses dasselbe Astrolabium gewesen, welches *Mayer* für *Niebuhr* eingetheilt hatte, und daſs dieser mit nach dem Morgenlande nahm, um da irrdische Winkel mit ihm zu messen, wenn er die Plane der Städte und ihrer Umgebungen aufnahm.

*   *

Mayer war sehr geschickt in Handarbeiten. Er machte seine Thermometerscalen selber, und theilte

Gröſsen nach dem Augenmaſse, wozu andere Zirkel und Linien gebrauchen. Sein Talent zu zeichnen hatte ihn auf die Mahlerey geführt. — Wer kennt seine schöne Farbenpyramide nicht? *Lichtenberg* erzählte von ihm: daſs er ein Gemählde in Wachs besäſsen, das über einen Zoll dick gewesen, und von dem alle horizontale Schichten dasselbe Gemählde gegeben. Als er gefragt wurde, wie das gemacht sey: so antwortete er im Scherz: "*Er besäſse Farben, die den* "*Wachs genau senkrecht durchzögen, und wann* "*er hiermit mahle, so würde nicht bloſs die Ober*-"*fläche, sondern die ganze Masse zum Gemählde.*"

*   *   *

In *Lichtenbergs* kleine Schriften (II. 8. 290.) findet sich folgende merkwürdige Stelle über *Mayer*.

"Es sagte einmal jemand von *Tobias Mayer: er habe selbst nicht gewuſst, daſs er so viel wisse* — und darin steckt gewiſs etwas sehr Wahres. Dieses ist die eigentliche Art es in der Welt weiter zu bringen. Die gewöhnlichen Gelehrten treiben die Wissenschaft als einen Zweck, und sehen das, was sie noch nicht wissen, schon wenigstens in den Titteln voraus. Das ist niederschlagend. *Mayer* suchte immer selbst, und alles was er lernte, war ihm Bedürfniſs: so konnte er es in seiner Wissenschaft weit bringen. Jetzt lernt man grade umgekehrt, und gibt sich mit Integrationen ab, die man nie brauchen wird, und mit einer Menge von unnützen Dingen, ob sie gleich sehr sinnreich sind. *Franklin* scheint mir ein ähnlicher Gelehrter gewesen zu seyn. *Meister* hatte vieles davon; auch *Cooke*. Der letztere sagte: *Der*

Teufel hohle alle Gelehrsamkeit, und er dachte und lernte und studirte beständig, und war vermuthlich ein gröſserer Gelehrter, als viele von den Leuten, die er und die ganze Welt so nannten. Doch auch in dieser Distinction liegt viel Wahres. Der Gelehrte könnte derjenige Mann seyn, der eine Menge von Kenntnissen in seinem Kopfe aufgehäuft hat, die ihm nicht weiter nützen, als daſs er sie wieder mittheilen kann. Wenn aber jemand sich für ein einziges Fach ausbildet, und der ganze Mensch dahin zusammenstimmt, — und er nur in so fern Mensch ist, als er dieses ist, dann ist er kein Gelehrter. "

* * *

Von der kleinen Schrift, die ich hier dem Publiko aufs Neue übergebe, — habe ich noch nichts gesagt. Vielleicht findet sich hiezu am Ende noch eine schickliche Gelegenheit.

Benzenberg.

Neue
und
ALLGEMEINE ART,
alle Aufgaben
Aus der Geometrie
vermittelst der geometrischen Lineen
leichte aufzulösen.

Insbesondere
Wie alle reguläre und irreguläre
Viel-Ecke, davon eine Verhältniſs ihrer
Seiten gegeben, in den Circul geome-
trisch sollen eingeschrieben
werden, etc.

Samt einer kurzen hierzu nöthigen
Buchstaben - Rechenkunst
und
Geometrie.
Als Erstlinge an das Licht gestellet
von
Tobias Majern, Mathem. Cult.

Eſslingen, Gedruckt bey Gottlieb Mäntlern. 1741.

Dem

Wohl-Gebohrnen

Herrn,

Herrn

CHRISTIAN WOLFFEN,

Ihro Königl. Majestät in Preussen hochbetrauten Geheimden Rathe, der Königlich-Preußsischen Friedrichs-Universität zu Halle hochverordneten Vice-Canzlern, und weltberühmten Professoris Juris Nat. et Mathem. Publ. Ordin. daselbst, auch Professori honor. zu St. Petersburg, ingleichem der Königlich-Französischen Academie der Wissenschaften zu Paris, und der Königlich Groß-Brittanischen, auch Königl. Preußsischen Societät der Wissenschaften hochberühmten Mitgliede, Seinem

hohen Mecaenaten

und

Patronen

übergibet

diese,

aus

Deroselben

der

gelehrten Welt

zum

allgemeinen Besten

mitgetheilteu

unschätzbaren Schriften

aufgegangene Blüthen, als geringe Erstlinge.

Und

unterwirft sie

Dero

hohen Censur,

in der

angenehmen Hoffnung

einer

hochgeneigten Aufnahm

und

einigen Beyfalls,

mit Versprechen,

in das künftige

mehrere

und

reifere Früchten zu sammeln.

Empfiehlet

sich auch zugleich

hiemit

in aller unterthäniger Submiſsion

zu

Deroselben

hohen Gunst

und

Wohlgewogenheit

Tobias Mejer,
Lycei Eſsling. primanus.

Vorrede.

Da mir unter allen Wissenschaften keine besser gefallen, als die mathematischen, nicht allein wegen ihrer Schärfe und Deutlichkeit, sondern auch wegen ihrer Annehmlichkeit und ergötzlichen Abwechslung: So achte ich es auch für ein sonderbares Glück, wenn mir Gelegenheit gegeben wird, mich noch mehrers darinn zu üben.

Zu diesem meinem vorgesezten Zwek aber desto eher zu gelangen, habe ich diese meine *Erstlinge* als einen Versuch und Probe, und zwar nach Beschaffenheit der dermaligen Umständen, nur ganz enge eingeschränkt, bekannt machen wollen. Dabey habe ich nicht für undienlich erachtet, etwas weniges von denselben hier zu melden, und zu zeigen, was in solchen enthalten seye.

In den beyden ersten Theilen findet man *eine kurze Buchstaben-Rechenkunst und gründliche Geometrie.* Davon aber habe ich nur so viel gesezt, als zu meinem Vorhaben dienlich, und meine neue Auflösungen der geometrischen Aufgaben zu verstehen nöthig war.

Der dritte Theil hingegen ist die Ursache, weswegen die beyde erstere geschrieben worden. Es enthält derselbe die besagte *neue und allgemeine Art die Aufgaben aus der Geometrie vermittelst der geometrischen Lineen aufzulösen*, absonderlich aber die Viel-Eke in den Circul einzuschreiben, alles auf geometrische Weise, um so viel es sich thun lassen, in mathematischer Lehrart vorgetragen.

Die Gelegenheit zu dieser Erfindung gaben mir die so genannte geometrische Oerter. Denn da ich neben andern mathematischen Büchern, des seel. Herrn *Sturmens mathesin enucleatam* durchgegangen, und mir nun vorgenommen hatte, des Herrn Geheimden Rath *Wolffens* deutsche Anfangs-Gründe der mathematischen Wissenschaften zu lesen, auch darinnen ohne grofsen Anstos bis auf die Lehre von den geometrischen Oertern gekommen war; so eräugneten sich bey diesen viele Schwürigkeiten, zumal da ich niemaud hatte, der mir daraus hülfe, daher mufste ich solche auf diesesmal überschlagen, und unterdessen die Differential und Integral-Rechnung vor mich nehmen. Da ich nun mit dieser, und zugleich mit der ganzen Mathematik fertig war, so machte ich mich noch einmal hinter jene, und nach langem Ringen überwand ich obgedachte Schwürigkeiten. Dabey aber liefs ich es nicht bewenden, sondern dachte auf etwas besseres, leichteres und vollkommneres; und also fand sichs, dafs meine Bemühung nicht vergeblich war, wie davon diese Blätter zeugen können.

Werden übrigens diese geringe Erstlinge einigen Beyfall finden, so dürfte bey nächster Gelegenheit eine weitläuftigere und deutlichere Ausführung davon in lateinischer Sprache folgen.

Efslingen, den 17. Febr. als meinem
19. Geburts-Tage, 1741.

Der erste Theil,

in sich haltend

eine kurze Buchstaben-Rechenkunst.

1. *Die* 1. *Erklärung. Die Buchstaben - Rechenkunst* ist eine Wissenschaft, welche an statt der Ziffern die Buchstaben a, b, c, u. s. w. als allgemeine Zeichen der Gröſsen brauchet, und damit die gewöhnliche Rechnungsarten verrichtet.

2.) *Die* 2. *Erkl. Eine Gröſse* aber wird alles dasjenige genennet, was sich vermehren und vermindern läſst, in so weit es sich vermehren und vermindern läſst. Wenn aber in einer Aufgabe bekannte und unbekannte Gröſsen vorkommen, so zeichnet man die bekannte mit den ersten Buchstaben a, b, c, die unbekannte aber mit den leztern x, y, z.

3.) *Der* 1. *wilkührliche Saz.* Damit man aber nicht nur dem Verstande alles deutlich vorstellen, sondern auch die Kürze, so viel möglich, beobachten könne, so gebrauchet man hierzu verschiedene Zeichen. Es ist aber *das Zeichen der Addition* † (mehr), *der Subtraction* aber — (weniger), doch wird im Anfang das † nicht gesezet, wol aber das — .

4) *Anmerkung.* Also schreibet ihr die Summe zweyer Gröſsen z. E. a und b also: $a \dagger b$ (a mehr b). Hingegen ihre Differenz also: $a - b$ (a weniger b).

5.) 2. *Wilk. Saz.* Die *Multiplication* hat gemeiniglich gar kein Zeichen, bisweilen aber deutet man sie durch einen Punct (.) an.

6.) *Amerk.* Derowegen schreibet ihr das Product aus a in b also: ab, oder auch $a.b$ (a multiplicirt durch b).

7.) 3. *Wilk. Saz.* Wenn aber eine Gröſse viele andere zugleich multiplicirt, oder viele eine oder auch mehrere, so schlieſset man die vielen in ( ) ein, und sezet sie alsdenn nebeneinander (§. 5.).

8.) *Anm.* Z. E. das Product aus $a \dagger b$ in c schreibet ihr also: $(a \dagger b)\, c$, und $a \dagger b$ mit $c \dagger d$ multiplicirt also: $(a \dagger b)(c \dagger d)$.

9.) 4. *Wilk. Saz.* Eben so hat *die Division* zum Zeiehen zwey Puncte (:).

10.) *Anm.* Derowegen schreibet ihr den Quotienten aus b in a also: $a : b$ (a dividirt durch b.).

11.) 5. *Wilk. Saz.* Und wenn eine oder mehrere Gröſsen viele auf einmal, oder viele andere eine oder auch mehrere dividiren, so werden die vielen, eben wie §. 7. in ( ) eingeschlossen.

12.) *Anm.* Ihr schreibet demnach $a \dagger b$ dividirt durch c also: $(a \dagger b) : c$, und $a \dagger b$ durch $c \dagger d$ also: $(a \dagger b) : (c \dagger d)$.

13.) 3. *Erkl. Die Gleichheit* ist die Uebereinstimmung in der Gröſse.

14.) 6. *Wilk. Saz.* Wenn eine Gröſse einer andern gleich ist, so sezet zwischen dieselben das Zeichen = (gleich).

15.) *Anm.* Z. E. Wenn a dem b gleich ist, so schreibet es also: $a=b$ (a gleich b).

16.) *Die 1. Aufgabe. Etliche Gröſsen zu addiren*

Auflösung. Sezet die Gröſsen die ihr addiren sollet alle in eine Reihe hindereinander, und wenn ihr in dieser Reihe einerley Gröſsen mit einerley Zeichen sehet, so sezet sie zusammen: haben sie aber verschiedene, so hebet sie gegen einander auf.

17.) *Anm.* Ihr sollet z. E. a † $2b$ zu $2a - b$ addiren; sezet sie derowegen in eine Reihe, also; a† $2b$ † $2a - b$; un sehet ihr daſs † a dreymal vorhanden, schreibet solches demnach also: $3a$ (§. 6.), weiter habt ihr † b zweymal, und $- b$ einmal, derowegen bleibet † b einmal, folglich ist die ganze Summa von obgesetzten Gröſsen $3a$ † b (§. 3.).

18.) 2. *Aufg. Gröſsen von einander zu subtrahiren.*

Aufl. Verändert die Zeichen derjenigen Gröſsen die ihr von den andern abziehen sollet, also daſs ihr an statt † — und an statt — † sezet, und addiret sie alsdenn zusammen (§. 16.).

19.) 1. *Anm.* Wenn ihr z. E. von $3a$ † b abziehen sollet $2a - b$ so sezet ihr für $2a - b$, $- 2\ a$ † b und addiret $3a$ † b und $- 2a$ † b zusammen (§. 16.); so ist $3a$ † $b - 2a$ † $b = a$ † $2b$.

20.) 2. *Anm.* Der Beweis dieser und der vorhergehenden Aufgabe ist nicht nöthig, weil die Sache für sich selbst klar ist.

21.) *Die 3. Aufg. Gröſsen mit einander zu multipliciren.*

Aufl. Führet eine jede Gröſse des Multiplicanten in alle Gröſsen des Multiplicandi durch, und sezet die

Producte wie §. 5. Doch merket, daſs einerley Zeichen im Producte +, verschiedene aber — geben.

Beweis. Wenn ihr + mit +, oder + mit — multipliciret, so ist leichte zu begreifen, warum im ersten Falle das Producte + und in andern — habe; denn ihr nehmet das Vorhandene und das Mangelnde etliche mal. Hingegen wenn ihr — mit — multipliciret, und ihr wissen wollet, warum im Producte + seye; so merket, wenn ihr 4 — 2 durch — 3 multipliciren sollet, daſs ihr den Mangel — 3 so oft nehmen sollet, als 4 — 2 Einheiten hat, d. i. zweymal: Weil ihr nun anfangs 4 mit — 3 multipliciret, so nehmet ihr den Mangel — 3 viermal, und also zweymal zuviel: derowegen müsset ihr ihn noch zweymal addiren. Und demnach ist das ganze Producte — 12 + 6 folglich giebet — 2. — 3 im Product + 6. w. z. b.

22.) *Anm.* Wenn ihr z. E. $a + b$ durch $b - d$ multipliciren sollet, so führet in den ersten Theil $+ b$ in die Gröſsen $a + b$ durch, so ist das Producte $+ ab + bb$; und eben so verfahret ihr mit dem andern Theile $- d$ so ist dieses Producte $= - ad - bd$ folglich beyde Producte zusammen $= ab + bb - ad - bd$ (§. 16.)

23.) *Zusaz.* Wenn ihr $- a$ mit $+ b$ multipliciret, so kommt $- ab$ heraus (§. 21.). Derowegen wenn ihr $- ab$ durch $+ b$ dividiret, so muſs $- a$ heraus komen: dividiret ihr aber mit $- a$, so ist der Quotiente $+ b$. Demnach gilt auch in der Division die Regel: Einerley Zeichen geben im Quotienten +; verschiedene aber —,

24.) 4. *Aufg. Gröſsen durch einander zu dividiren,* *Aufl.* Wenn eine Gröſse durch die andere sich wirklich dividiren lässet, so verfahert ihr wie in Zahlen, nur müsset ihr die Regel (§. 23.) wol in acht nehmen. Lässet sie sich aber nicht dividiren, so sezet ihr nur die Gröſsen wie oben (§. 9 - 12.)

24.) *Anm.* Ich will ein Exempel hersezen.

$$\begin{array}{ll} & ab + bb - ad - bd \ (b - d \\ (a + b) & ab + bb \ \text{subtr.} \\ \hline & \quad - ad - bd \\ & \quad - ad - bd \ \text{subtr.} \\ \hline & \qquad 0 \end{array}$$

26.) 4. *Erkl.* Wenn man eine Gröſse (a) durch sich selbst multipliciret, so heisset das Producte (aa) *die zweyte Dignität* desselben Grösse (a). Multipliciret ihr diese (aa) noch einmal in die erste (a), so kommt *die dritte Dignität* (aaa) heraus u. s. w. Die erste Gröſse (a) heiſset *die erste Dignität*, und in Ansehung der zweyten, dritten, etc. Dignität, *die Wurzel*.

27.) 7. *Wilk. Saz.* Den Grad der Dignität deutet man durch eine kleine Ziffer an, welche man oben zur rechten an den Buchstaben der Gröſse sezet. Welche Ziffern hernach die *Exponenten der Dignitäten* genennet werden.

28.) 1. *Zusaz.* Derowegen könnet ihr an stat aa sezen a^2, an stat aaa a^3 u. s. w.

29.) 2. *Zusaz.* Und wenn ihr etliche Dignitäten von einerley Wurzeln (§. 26.) mit einander multipliciren oder dividiren sollet, so dürft ihr nur im ersten Fall ihre Exponenten addiren, im andern aber subtrahiren; und demnach ist $a^2 . a^3 = a^5$; hingegen $a^5 : a^3 = a^2$.

30.) 3. *Zusaz.* Desgleichen wenn ihr die Dignität einer Gröfse zu einer andern Dignität erheben; oder aus einer Dignität eine Wurzel (§. 26.) ziehen sollet; so dürft ihr nur im ersten Falle die Exponenten mit einander multipliciren: im zweyten aber den Exponenten der gegebenen Gröfse durch den Exponenten der Wurzel dividiren. Also ist die dritte Dinität von $x^2 = x^5$, und die Wurzel der zweyten Dignität von $x^5 = x^3$.

31.) 8. *Wilk. Saz.* Wenn man aus einer Gröfse eine Wurzel, welche in ihr nicht anzutreffen, ausziehen sol, so setzt man das Wurzelzeichen (V) vor sie, und über dasselbige den Exponenten der Wurzel. Z. E. die Wurzel der fünften Dignität aus x; schreibet ihr also: $\overset{5}{V}x$.

32.) *Anm.* Bey der Quadratwurzel, d. i. der Wurzel von der zweyten Dignität könnet ihr den Exponenten weglassen.

33.) *Zusaz.* Derowegen ist $x^{5:2} = Vx^5$ (§. 30. 31.).

34.) 5. *Erkl.* Wenn die Wurzel einer Dignität aus zweyen Theilen ($a + b$) bestehet, so heisset sie eine *binomische*, wenn sie aus dreyen ($a \div b + c$), eine *trinomische* Wurzel, etc.

35.) 5. *Aufg. Znfinden aus was für Theilen der binomischen Wurzel das Quadrat derselben bestehe.*

Aufl. Quadriret, d. i. multipliciret mit sich selber, die binomische Wurzel $a + b$, und betrachtet das Product, so werdet ihr finden was man verlangete,

$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

Das Quadrat der binomischen Wurzel.

Also sehet ihr, dafs das Quadrat der binomischen Wurzel bestehe aus den Quadranten (a^2 und b^2) der beyden Theile der Wurzel (a und b) samt einem Product ($2ab$) aus dem einen Theile doppelt ($2a$) in den andern (b).

56.) *Anm.* Gleichergestalt könnet ihr die Eigenschaft der dritten, vierten, etc. Dignität finden, wenn ihr sie nöthig habt.

57.) *Der* 1. *Grundsaz.* Eine jede Gröfse ist ihr selbsten gleich.

58.) 2. *Grundsaz.* Wenn man gleiches zu gleichen addiret, oder von gleichem subtrahiret, so ist im ersten Falle die Summe, und in andern der Rest wieder gleich.

39.) 3. *Grdsaz.* Wenn man gleiches mit gleichen multipliciret, oder dividiret, so sind die Producte und Quotienten wieder gleich.

40.) 4. *Grdsaz.* Wenn man gleiches zu gleichen Dignitäten erhebet, oder aus gleichem gleiche Wurzeln ziehet, sind die Dignitäten im ersten, und die Wurzeln im zweyten Falle wieder gleich.

41.) 5. *Grdsaz.* Das Ganze ist so grofs als alle seine Theile zusammen.

42.) 6. *Erkl.* Wenn man einigen Gröfsen mit dem Zeichen der Gleichheit (=) (§. 14.) zusammen sezet, so heifset mans *eine Gleichung*. Insbesondere heisset sie eine *einfache*, wenn die Glieder nur eine Abmessung, *eine quadratische*, wenn sie zwey, *eine cubische*, wenn sie drey Abmessungen haben, etc.

43.) 7. *Erkl.* Drey oder vier Gröfsen sind *arithmetisch-proportional*, wenn im ersten Falle der Unterschied zwischen der ersten und zweyten, dem Unterschied zwischen der zweyten und dritten Gröfse gleich ist. Im zweyten Falle wenn der Unterschied zwischen der ersten und zweyten, dem Unterschied zwischen der dritten und vierten gleich ist.

44.) *Anm.* Z. E. wenn a, b und c in arithmetischer Proportion sind, so ist $a - b = b - c$; ingleichem wenn a, b, c und d arithmetisch proportional sind, so mufs $a - b = c - d$ seyn.

45.) *Zusaz.* Derowegen wenn ihr in der Gleichung $a - b = b - d$ auf beyden Seiten $b + d$ addiret, so ist $a - b + b + d = c - d + b + d = a + d = c + b$ (§. 58.) d. i. in einer arithmetischen Proportion ist die Summe der beyden äufsersten Glieder ($a + d$) der Summe von beyden mittlern ($a + c$) gleich.

46.) 8. *Erkl.* Gleichergestalt nennet man *geometrische proportional-Gröfsen*, wenn der Quotiente aus dem ersten und zweyten, dem Quotienten aus dem zweyten und dritten, oder auch aus dem dritten und vierten Gliede gleich ist.

47.) *Anm.* Z. E. wenn a, b, c und d geometrisch-proportional sind, so mufs $a : b = c : d$ seyn.

48.) *Zusaz.* Wenn ihr also in der Gleichung $a : b = c : d$ auf beyden Seiten mit bd multipliciret, so ist $abd : b = cbd : d = ad = bc$ (§. 39.), d. i. in einer geometrischen Proportion ist das Product aus den beyden äufsersten Gliedern (ad) dem Product von beyden mittlern (bc) gleich.

49.) 9. *Erkl.* Wenn in einer Gleichung diejenige Gröfse so mit x oder y bezeichnet, d. i. die unbekannte (§. 2.) auf eine Seite sol gebracht werden, so nennet man sie *die Wurzel.*

50.) 10. *Erkl.* Diese ist entweder eine reine oder unreine. *Eine reine Wurzel* ist, wenn in der Gleichung nur einerley Dignität der Wurzel anzutreffen; hingegen ist *eine unreine*, wenn verschiedene Dignitäten von ihr vorhanden.

51.) 6. *Aufg.* *Eine reine Gleichung aufzulösen.*

Aufl. Eine Gleichung aufzulösen, heifset so viel als die Wurzel auf eine Seite zu bringen. Wenn ihr nun dieses verrichten wollet, so müsset ihr hier die Gröfsen so addirt sind durch subtrahiren, die subtrahirte durch addiren, die multiplicirte durch dividiren, etc. wegbringen (§. 38. 39. 40.), bis ihr endlich die Wurzel auf einer Seite allein habt.

52.) *Anm.* Z. E. ihr sollet in der Gleichung $ab - x^2 = x^2 + d^2$ die Wurzel x auf eine Seite bringen, addiret derowegen auf beyden Seiten x^2, so ist $ab = x^2 + d^2 + x^2$, subtrahiret ferner $c^2 + d^2$, so ist $ab - c^2 - d^2 = x^2$, endlich ziehet auf beyden Seiten die Quadratwurzel aus, so ist $\sqrt{(ab - c^2 - d^2)} = x$ (§. 38 - 40.).

53.) 7. *Aufg. Eine unreine quadratische Gleichung aufzulosen.*

Aufl. In einer unreinen quadratischen Gleichung ist $+b^2 = x^2 + ax$, damit ihr nun ihre unreine Wurzel x finden möget, so müsset ihr sehen, daſs ihr aus $x^2 + ax$ ein Quadrat einer binomischen Wurzel machet (§. 55.), dieses aber geschiehet wenn ihr x für den ersten Theil der binomischen Wurzel annehmet, denn ist a der andere Theil doppelt, folglich $\frac{1}{2}a$ der andere Theil selbst; wenn ihr derowegen sein Quadrat $= \frac{1}{4}a^2$ auf beyden Seiten addiret, so ist $x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 = b^2 + \frac{1}{4}a^2$; und ihr könnet die Quadratwurzel ausziehen, folglich x auf eine Seite bringen,

$$x + \tfrac{1}{2}a = V(b^2 + \tfrac{1}{4}a^2)$$

snbtr. $\frac{1}{2}a$

$$x = V(b^2 + \tfrac{1}{4}a^2) - \tfrac{1}{2}a$$

eben so findet ihr wenn $x^2 - ax = b^2$ daſs $x = \frac{1}{2}a + V(\frac{1}{4}a^2 + b^2)$

und endlich wenn $x^2 - ax = -b^2$, daſs entweder $x = \frac{1}{2}a + V(\frac{1}{4}a^2 - b^2)$ oder auch $x = \frac{1}{2}a - V(\frac{1}{2}a^2 - b^2)$.

54.) 8. *Aufg. In einer gegebenen Gleichung die Wurzel um eine verlangte Gröſse zu vermehren oder zu vermindern.*

Aufl. Ihr sollet z. E. in der Gleichung $y^3 - aay = b^3$, die Wurzel y um a vermehren. Richtet die Gleichung also ein, daſs auf eine Seite alle Glieder derselben, auf der andern aber nichts oder o zu ste-

stehen komme, also: $y^3 - a^2y - b^3 = 0$. Setzet alsdenn $y + a = x$ so ist $y = x - a$

$$\begin{aligned} \text{und } y^3 &= x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3 \\ -a^2y &= -a^2x + a^3 \\ -b^3 &= -b^3 \end{aligned}$$

$$y^3 - a^2y - b^3 = x^3 - 3ax^2 + 2a^2x - b^3 = 0$$

also habt ihr eine neue Gleichnng in welcher $x = y + a$.

Ihr sollet ferner in der Gleichung $x^3 - 3ax^2 + 2a^2x - b^3 = 0$ die Wurzel x um a vermindern. Sezet $x - a = y$ so ist $x = y + a$

$$\begin{aligned} \text{und } x^2 &= y^2 + 2ay + aa \\ x^3 &= y^3 + 3ay^2 + 3a^2y + a^3 \\ -3ax^2 &= -3ay^2 - 6a^2y - 3a^3 \\ +2aax &= 2aay + 2a^3 \\ -b^3 &= -b^3 \end{aligned}$$

$x^3 - 3ax^2 + 2aax - b^3 = y^3 - aay - b^3 = 0$ eine neue Gleichung in welcher $y = x - a$.

55.) 9. *Aufg. Aus einer gegebenen Gleichung das zweyte Glied wegzubringen.*

Aufl. Wenn das zweyte Glied das Zeichen + hat, so vermehret ihr die Wurzel um diejenige Gröſse, welche heraus kommt, wann ihr die bekannte Gröſse des zweyten Gliedes durch den Exponenten des ersten dividiret. Wenn aber das zweyte Glied — hat so vermindert ihr die Wurzel um besagte Gröſse (§. 54.). Als wenn ihr der Gleichung $y^3 - 3ay^2 + 2aay - b^3 = 0$ das zweyte Glied wegnehmen sollet, so ist $3a : 3 = a$. Sezet derowegen $y - a = x$ und verfahret wie oben, (§. 54.) so findet ihr eine andere Gleichung $x^3 * - aay - b^3 = 0$ in welcher das zweyte Glied fehlet, und $x = y - a$.

56) 10. *Aufg. Eine unreine cubische Gleichung aufzulösen.*

Aufl. Wenn ihr aus einer unreinen cubischen Gleichung das zweyte Glied wegnehmet (§. 55.), so bekommet ihr entweder

$$\text{I. } y^3 = py + q$$
$$\text{oder II. } y^3 = py - q$$
$$\text{oder auch III. } y^3 = -py + q$$

Damit ihr nun im ersten Falle die Wurzel y auf eine Seite bringet, so sezet

$$y = x + v$$

$$\text{so ist } y^3 = x^3 + 3xxv + 3xv^2 + v^3$$
$$py = px + pv$$
$$q = q$$

$$x^3 + 3xxv + 3xvv + v^3 = px + pv + p \text{ (n. 1.}$$

Sezet ferner freywillig

$$3x^2v + 3xv^2 = px + pv \text{ (n. 2.}$$

$$\text{so ist } 3xv = p$$

$$v = p : 3x \text{ (n. 3.}$$

Und weil ihr aus der Gleichung *n.* 1. die bey *n.* 2. weggenommen habt, so bleibet

$$x^3 + v^3 = q \text{ (n. 4.}$$

$$\text{das ist (n.3.) } x^3 + p^3 : 27x^3 = q$$

$$x^5 - qx^3 = -\tfrac{1}{27}p^3$$

$$x^3 - \tfrac{1}{2}q = \sqrt{(\tfrac{1}{4}q^2 - \tfrac{1}{27}p^3)}\ (\S.\ 53.)\ (n.\ 5.$$

$$x = \sqrt[3]{(\tfrac{1}{2}q + \sqrt{(\tfrac{1}{4}q^2 - \tfrac{1}{27}p^3)})}\ \ (n.\ 6.$$

Endlich weil ($n.$ 4.) $v^3 = q - x^3$

so ist ($n.$ 5.) $v^3 = \tfrac{1}{2}q - \sqrt{(\tfrac{1}{4}q^2 - \tfrac{1}{27}p^3)}$

$$v = \sqrt[3]{(\tfrac{1}{2}q - \sqrt{(\tfrac{1}{4}q^2 - \tfrac{1}{27}p^3)})}\ (n.\ 7.$$

Derowegen ist $y = x + v$ ($u.$ 6 und 7.) $= \sqrt[3]{(\tfrac{1}{2}q + \sqrt{(\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{27}p^3)})} + \sqrt[3]{(\tfrac{1}{2}q - \sqrt{(\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{27}p^3)})}$.

Eben so findet ihr im zweyten Falle $y = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}q + \sqrt{(\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3)}} + \sqrt[3]{(\tfrac{1}{2}q - \sqrt{(\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3)})}$.

Und endlich im dritten Fall $y = \sqrt[3]{(-\tfrac{1}{2}q + \sqrt{(\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{27}p^3)})} + \sqrt[3]{(-\tfrac{1}{2}q - \sqrt{(\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{27}p^3)})}$.

57.) *Anm.* Ihr könnet auf gleiche Art Regeln für die unreine Gleichungen von höhern Graden finden, wenn ihr sie nöthig habt.

Ende der Buchstaben-Rechenkunst.

Der zweyte Theil,

welcher begreift

Eine gründliche Geometrie.

58. **D**ie 1. *Erkl. Die gemeine Geometrie* ist eine Wissenschaft, die ausgedehnte Grössen auszumessen.

59.) 2. *Erkl.* Es sind aber dic Grössen mit welchen die Geometrie umgehet, entweder nach der Länge, oder nach der Länge und Breite, oder auch nach der Länge, Breite und Dicke ausgedehnet. Die erste Art der ausgedehnten Gröfsen nennet man *Lineen*, die zweyte *Flächen*, und die dritte *Cörper*.

60.) 3. *Erkl.* Das äusserse einer Linee wird *ein Punct* gennet.

61.) 4. *Zusaz.* Derowegen hat ein Punct keine Länge, Breite noch Dicke.

62.) *Erkl. Eine gerade Linee* ist diejenige deren äusserste Puncte alle zwischenligende verdecken. Hingegen heifset *eine krumme Linee*, wenn ihre äufserse Puncte die mittlere nicht verdecken.

63.) *Anm.* Man hat ein besondres Instrument, mit welchen man die geraden Lineen ziehet, welches man ein Lineal nenet; wenn ihr also wissen wollet ob es accurat sey, so dürft ihr nur das Auge an das eine Ende desselbigen sezen, und gegen dem andern Ende hinsehen, so werdet ihr finden können ob es gut sey oder nicht (§. 62.).

64.) 5. *Erklär.* Wenn eine gerade Linie *AC* (*Fig.* 1.) sich um einen festen Punct *C* beweget, so beschreibet der andere Punct *A* eine krumme Linee *ABDE*, welche man die *Circul-Linee* nennet.

65.) *Zusaz.* Derowegen sind alle gerade Lineen, die aus dem festen Punct *C* an die Circul-Linee gezogen werden einander gleich (§. 37.)

66.) 6. *Erkl.* Den festen Punct *C* nennet man *den Mittelpunct* Die Linee *AC den halben Diameter*, gleichwie die gerade *AD den ganzen.* Eine andere gerade Linee *BE* die nicht durch den Mittelpunct *C* gehet, *eine Sehne.* Die Circul - Linee heiſset auch *der Umkreis*; und ein Stück von dieser *ein Bogen..* Endlich die Fläche so diese Circul-Linee einschlieſset wird die *Circul-Fläche*, insgemein aber *der Circul* genennet.

67.) 7. *Erkl.* Wenn zwey Lineen *BC* uud *AC* (*Fig.* 2.) in einem Punct *C* zusammen stoſsen, so machen sie *einen Winkel BCA.* Seine Gröſse wird durch einen aus *C* beschriebenen Bogen *AB* gemessen.

58.) *Zusaz.* Derowegen liegt die Gröſse eines Winkels nicht an denen ihn einschlieſsenden Lineen.

69.) 8. *Erkl.* Wenn eine grade Linee *CD* (*Fig.* 3.) auf eine andern *AB* also stehet, daſs der Winkel *ACD* dem Winkel *BCD* gleich ist, so stehet sie auf *AB perpendicular.* Die beyde Winkel *ACD* und *BCD* werden *rechte Winkel* genennet.

70.) 9. *Erkl.* Eine in drey Lineen eingeschlossene Fläche nennet man *ein Drey-Eck.* Eine in vier *ein Vier-Eck.* Eine in fünf *ein Fünf-Eck.* u. s. w. Ueberhaupt aber nennet man sie *Viel-Ecke;* oder auch *Figuren.*

71.) 10. *Erkl.* Es sind aber dieselbe entweder regulär oder irregulär. *Reguläre Viel-Ecke* sind, an denen alle Seiten und Winkel unter sich gleich. *Irreguläre* aber an denen sie ungleich sind.

72.) 11. *Erkl.* Insbesondere nennet man ein reguläres Vier-Eck *ein Quadrat.*

72.) 12. *Erkl. Parallel-Lineen* sind, die immer einerley Weite von einander behalten.

74.) *Wilk. Saz.* Der Umkreis eines jeden Circuls wird in 360 gleiche Theile eingetheilet, die man Grade nennet, und mit o bezeichnet.

75.) 1. *Grundsaz.* Ein jeder Diameter theilet den Circul in zwey gleiche Theile (§. 66.).

76.) *Zusaz.* Derowegen ist das Mas einer geraden Linee eine halbe Circul-Linee, d. i. 180 Grade (§. 74.).

77.) 2. *Grdsaz.* Das Maſs eines rechten Winkels ist der vierte Theil einer Circul-Linee (§. 69.), d. i. 90 Grade.

78.) 3. *Grdsaz* Alle Lineen, Winkel und Figuren die einander decken, sind einander gleich.

79.) 4. *Grdsaz.* Eine jede Figur hat so viel Winkel als sie Seiten hat (§. 70.), und noch so viel Theile, aus welchen sie bestehet.

80.) *Der* 1. *Lehrsaz.* Wenn in einem Drey-Ecke drey Theile dreyen gleichnahmigen Theilen eines andern Drey-Ecks gleich sind, so sind die übrige drey Theile des ersten, denen drey übrigen des andern Drey-Eckes unter sich, auch die Drey-Ecke selbst gleich.

Bew. Wenn ihr die drey Theile des ersten auf die drey Theile des andern leget, so werden sie einander decken, weil sie gleich sind (§. 78.), und ihr werdet ferner sehen, dafs die übrige Theile des Drey-Eckes auf die Theile des andern passen; derowegen sind diese Theile unter sich, auch die beyde Drey-Ecke einander selbst gleich (§. 78.) w. z. b.

81.) *Anm.* Es wird dieses in allen Fällen angehen, aufser wenn die drey Winkel des einen denen dreyen des andern gleich gegeben sind, da nicht allezeit die Drey-Ecke gleich seyn werden (§. 68.)

82.) 1. *Aufg. Aus einem Punct* D (*Fig.* 3.) *auf eine gerade Linee* AB *eine Perpendicularlinee* DC *zu fällen,*

Aufl, Machet aus D mit einer beliebigen Weite zwey Durchschnitte auf die gegebene Linee AB in A und B, und aus eben diesen A und B einen Durchschnitt in E, ziehet DE, so ist DC die verlangte perpendicular-Linee.

Bew. Weil AD = BD, AE = BE, so ist der Winkel ADE = BDE, wenn ihr nemlich beyde Drey-Ecke ADE und BDE aufeinander leget; ihr findet eben so dafs in den Drey-Ecken ADC und BDC der Winkel ACD = BCD (§. 80.); derowegen ist CD und AB perpendicular (§. 69.), w. z. b.

83) 2. *Aufg. Mit einer gegebenen Linee* AB *(Fig. 4.) eine andere* CD *in einer bekannten Weite parallel zn ziehen.*

Aufl. Machet mit der gegebenen Weite aus A in C nnd aus B in D zwey Bögen, und ziehet über solche die Linee CD s. i. g. (§ 73.)

84.) *Anm.* Wollet ihr ein bequemes Instrument haben, womit ihr nicht allein die perpendicular, sondern auch die parallel-Linien ziehen könnet, so lasset euch zwey Drey-Ecke ABC und DEF (Fig. 5) von Holz, Elfenbein etc machen, welche beyde in C und E rechte Winkel haben. Wenn ihr nun damit auf eine Linee ein andere perpendicular sezen wollet, so leget eine Seite des einen Drey-Eckes AB auf die gegebene Linee an, das andere sezet mit der Seite EF auf das erste, so könnet ihr an der Seite DE die verlangte perpendicular-Linee ziehen. Und wenn ihr mit einer Linee eine parallele ziehen wollet, so leget des einen Seite AB (Fig. 6.) an die gegebene Linee, das andere Drey Eck FBE unter das erste, halte dieses mit der Hand fest, das obere aber rückt auf der Seite des untern FB, so könnet ihr ebenfalls die parallel-Linee CD ziehen.

85.) 2. *Lehrsaz.* Ein Vier-Eck ABCD (Fig. 7.) darau die gegenüber steheude Lineen AB und DC, ingleichem AD und BC gleich sind, wird durch die Linee BD in zwey gleiche Drey-Ecke ABD und CDB, getheilet.

Bew. Weil BD eine Seite von beyden Drey-Ecken ist, und AB = CD, AD = BC, so ist das Drey-Eck ABD = BCD (§. 80.)

86.) *Zusaz.* Und weil AB = DC, so ist AD mit BC, ingleichen weil AD = BC, so ist DC mit AB parallel, Und däher pflegt man diese Art von Vier-Ecken Parallelogramma zu nennen,

87.) 3. *Lehrsaz.* Zwey Parallelogramma ACDB und AEFB (Fig. 8.), die einerley Grundlinie und Höhe haben, sind einander gleich.

Bem. Weil AC = BD, AE = BF und CE = DF, so ist das Drey-Eck ACE = BDF (§. 80); folglich AEDB + BDF = AEFB = AEDB + ACE = ACDB (§. 38.) w. z. b.

88.) 1. *Zusaz.* Derowegen ist ein Drey-Eck die Hälfte eines Parallelogrammi, so mit ihm gleiche Höhe und Grundlinee hat (§. 85.)

89.) 2. *Zusaz.* Und wenn etliche Drey-Ecke zwischen zweyen parallel-Lineen stehen, oder gleiche Höhe haben, so sind sie einander gleich.

90.) 3. *Zusaz.* Gleichergestalt wenn etliche Drey-Ecke gleiche Höhe haben, so verhalten sie sich wie ihre Grundlineen, haben sie gleiche Grundlineen, so verhalten sie sich wie ihre Höhen.

91.) 13. *Erkl.* Den *Inhalt einer Fläche zu finden* ist so viel als auszumachen, wie oft ein gegebenes Quadrat in einer Fläche enthalten seye.

92.) 3. *Aufg. Den Inhalt eines rechtwinklichten Vier-Eckes zu finden.*

Aufl. Messet wie oft die Seite des Quadrats E. (Fig. 9.) in den beyden Seiten des rechtwinklichten Vier-Eckes AB und AD enthalten seye, es begreife solches z. E. AB dreymal und AD viermal, multipliciret alsdenn diese drey und vier mit ein-der, so zeiget das Product 12. an, wie oft das Quadrat E in dem rechtwinklichten Vier-Eck ABCD stecke; folglich habt ihr den Inhalt gefunden (§. 91.)

Bew. So oft die Seite des kleinen Quadrats E in einer Seite des Vier-Ecks AB enthalten ist, so viel können dergleichen kleine Quadrate auf der Linee AB stehen. Nun nehmt eine solche Reihe ABGF auf der andern Seite AD, mit ihrer Breite AF eine Seite des Quadrats E ein; derowegen können so viele Reihen Quadrate ABGF auf der Seite AD stehen, so vielmal solche die Seite des Quadrats E in sich hält. Folglich mufs der Inhalt heraus kommen, wenn man die Seiten AB und AD nach dem Quadrat E gemessen in einander multiplicirt. w. z. b.

93.) 1. *Zusaz.* Derowegen findet ihr den Inhalt eines jeden Parallelogrammi, wenn ihr seine perpendicular-Höhe in seine Grundlinee, beyde nach der Seite des gegebenen Quadrats gemessen, multipliciret (§. 87.)

94.) 2. *Zusaz.* Und wenn ihr die Höhe eines Drey-Eckes durch seine Grundlinee multipliciret, so giebt das halbe Product seinen Inhalt (§. 88.).

95.) *Zusaz.* Sezet ihr ferner die Seiten eines Vier-Eckes = a und b, so ist der Inhalt desselben = ab (§. 1. und 5.)

96.) 4. *Lehrsaz.* In einem rechtwinklichten Drey-Eck ABC (Fig. 10.) ist das Quadrat BCHI der gröfsten Seite BC denen Quadraten ABDE und

ACFG der übrigen Seiten AB und AC zusammen genommen gleich.

Bew. Ziehet AH und BF, ingleichem mit CH die parallele AK (§. 83.). Weil CFB = $\frac{1}{2}$ ACFG, und AHC = $\frac{1}{2}$ CLKH (§. 88.), ingleichem weil AHC = CFB (§. 89.), so ist ACFG = LCHK. Auf gleiche Weise wird erwiesen, daſs ABDE = BLKI; derowegen ist ACFG + ABDE = LCHK + BLKI = BCHI (§. 41.). w. z. b.

97.) *Anm.* Dieser Lehrsaz wird insgemein wegen seines groſsen Nuzens in der Mathematik *Magister matheseos* genennt. Pythagoras ein Grieche soll ihn zuerst erfunden haben.

98.) 5. *Lehrsaz.* Wenn zwey gerade Lineen AB und DE (Fig. 11.) einander in C durchschneiden, so sind die Gegenwinkel o und x. ingleichem u und y einander gleich.

Bew. Es ist $u + o = 180^\circ$, und ebenfalls $x + u = 180^\circ$ (§. 76.); derowegen ist $u + o = x + u$ folglich $o = x$ (§. 38.). Weil nun auch $o + y = 180^\circ$, so ist $o + y = u + o$, und $y = u$. w. z. b.

99.) 6. *Lehrsaz.* Wenn zwey parallel-Lineen AB und CD (Fig. 12.) von einer andern FG in E und H durchschnitten werden, so sind die Wechselwinkel x und u einander gleich.

Bew. Ziehet die perpendicular-Lineen KH und EI (§. 82.). Weil nun in denen Drey-Ecken KEH und IHE die Seite KH = EI und HI = KE (§. 73.), auch HE beyden gemein ist, so ist $u = x$ (§. 80.) w. z. b.

100.) *Zusaz.* Weil ferner $x = z$ (§. 98.), und $y \dagger z = 180^\circ$, so ist auch $y \dagger x = 180^\circ$.

101) 7. *Lehrsaz.* In einem jeden Drey-Eck ABC (Fig. 13.) sind alle drey Winkel $x \dagger u \dagger z = 180^\circ$.

Bew. Ziehet über die Spize des Drey-Eckes C mit AB die parallele DE [§. 83.]; alsdenn ist $m = x$ und $y = z$ [§. 99.]. Nun ist $m \dagger u \dagger y = 180^\circ$ [§. 41. und 76.]; derowegen ist auch $x \dagger u \dagger z = 180^\circ$. w. z. b.

102.) *Zusaz.* Und demnach ist der Winkel $n = x \dagger z$.

103.) 8. *Lehrs.* In einem gleichschenkelichten Drey-Eck ABC [Fig. 14.], d. i. welches zwey gleiche Seiten AC und BC hat, sind die Winkel an der Grundlinee x und y einander gleich.

Bew Ziehet die perpendicular-Linee CD. Weil nun $AC = BC$, $m = n$ [69.], und CD beyden Drey-Ecken ACD und BCD gemein ist, so ist auch $x = y$ [§. 80.]. w. z. b.

104.] 9. *Lehrs.* Der Winkel so in den Mittelpunct eines Circuls gezogen, ist noch einmahl so groſs, als der so in den Umkreis gezogen ist, wenn sie auf einem gleichen Bogen stehen.

Bew. Es können hier drey Fälle fürkommen. 1.] Weil [Fig. 15.] $x = y \dagger u$ [§. 102.], und $u = y$ [§. 103.], so ist $x = y \dagger y = 2y$. 2.] Weil [Fig. 16.] $x = 2y$ und $u = 2z$, so ist $x \dagger u = 2y \dagger 2z$ [§. 39.], 3.) Weil endlich [Fig. 17.] $x = 2z$, und $u \dagger x = 2z \dagger 2y$; so ist $u = 2y$. w. z. b.

105.] 1. *Zusaz.* Derowegen wenn etliche Winkel auf einem gleichen Bogen stehen, und in den Umkreis gezogen sind, so sind sie einander gleich.

106. 2. *Zusaz,* Und wenn ein Winkel an dem Umkreis in einem halben Circul stehet, so ist er ein rechter. [§. 76 und 77.]

107.] 14. *Erklärung. Aehnliche Drey - Ecke* sind, an denen die gleichnahmige Winkel gleich sind.

108.] 10. *Lehrs.* An ähnlichen Drey-Ecken sind die gleichnahmige Lineen einander proportional.

Bew. Sezet die beyde ähnliche Drey - Ecke GHF [Fig 18.] = DEA und ABC mit einem Winkel A in einander, so fallen die Lineen AD und AB, ingleichem AE und AC aufeinander [§. 78.]; und es werden die Lineen DE und BC parallel seyn [§. 73.]. Ziehet nun DC und BE; so ist DCE = BED [§. 89.], und ADE: DBE = AD: DB, desgleichen ADE: DEC = AE: EC [§. 90.]. Derowegen ist AD: DB = AE: EC; folglich AD: AB = AE: EC [§. 38.]. Eben so wird auch erwiesen, daſs DE: BC = AD: AB.

109.) 4. *Aufg. Zu dreyen gegebenen Lineen* MN, OP *und* QR [Fig. 18.] *die vierte proportionale zufinden.*

Aufl. Machet einen beliebigen Winkel BAC [§. 67.], und ferner AB = MN, AC = OP und AD = QR, ziehet BC, und mit dieser die parallele DE, so ist AE die verlangte vierte proportionale [§. 108.]

110.) 1. *Zus.* Wenn ihr zu zweyen Lineen die dritte finden sollet, so nehmet ihr nur an statt der dritten im vorigen Falle, die zweyte in diesem, und verfahret wie erst gesagt worden.

111,) 2 *Zus.* Gleichergestalt wenn ihr eine gegebene Linee AD [Fig. 19.] nach eben der Proportion eintheilen sollet, wie eine andere AB in F und G getheilt ist, so ziehet ihr nur BD, und mit dieser die andere EG und CF parallel, so wird AD in C und E nach Begehren getheilt seyn.

112.) 3. *Zus.* Folglich wenn ihr eine Linee in zwey oder mehrere gleiche Theile eintheilen sollet, sezet ihr auf eine beliebige Linee zwey oder mehrere gleiche Theile, und nach dieser suchet ihr die Theile der gegebenen Linee.

113.) 5. *Aufg. Zwischen zweyen gegebenen Lineen* AB *und* BC [*Fig.* 20,] *eine mittlere proportionale zufinden.*

Aufl. Sezet die beyde Lineen aneinander, und beschreibet über ihrer Summe AC einen halben Circulkreis ADC, richtet aus B bis an den Umkreis in D die perpendicular-Linee BD auf [§. 81. 83.]; so ist solche die verlangte mittlere proportionale.

Bew. Weil $y + z$ desgleichen $x + y = 90^0$ [§. 106], und u denen beyden Drey-Ecken ADC und ABD gemein ist, so muſs auch $x = z$; folglich $u = y$ seyn. Derowegen sind die Drey-Ecke ADB und CBD einander ähnlich [§. 107]; folglich AB: BD = BD: BC [§. 108.], d. i. BB ist die mittlere proportinale zwischen AB und BC [§. 46. und 47.] w. z. b.

114.) 11. *Lehrs.* In einem jeden Vier-Eck ABCD [Fig. 21.], welches mit allen Ecken in dem Umkreis des Circuls anstehet, ist das rechtwinklichte Vier-Eck aus den Diagonal-Lineen AC und DB, denen beyden rechtwirklichten Vier-Ecken aus zweyen gegen einander überstehenden Seiten AB und DC, ingleichem AD und BC gleich.

Bew. Sezet CB aus A in G, und ziehet DG. Weil der Winkel CDB = ADE = CAB, und ACB = ADB [§. 105.], so ist das Drey-Ecke ADE dem Drey-Fcke BDC ähnlich [§ 107.]; folglich DB : BC = AD : AE [§. 108.]: und AE = AD . BC : DB [§. 39.]. Ferner weil ABD dem CED ähnlich, so ist CE : DC = AB : DB, folglich CE = AB . DC : DB; Nun ist AC = AE + CE [§. 41.] = AD . BC : DB + AB . DC : DB; derowegen ist AC . DB = AD . BC + AB . DC [§. 39.] w. z. b.

Ende des Geometrie.

Der dritte Theil,

darinnen

die allgemeine Art von Auflösung der geometrischen Aufgaben selbst enthalten.

115.) *Die 1. Erklärung.*

Die höhere Geometrie ist eine Wissenschaft von den geometrischen und andern krummen Lineen, ihren Eigenschaften, und derselben Gebrauch in Auflösung der geometrischen Aufgaben.

116.) *Anm.* Man handelt insgemein in der höhern Geometrie so wol von den geometrischen, oder [wie man sie auch nennet] algebraischen, als auch von transcendentischen Lineen. Allein da ich hier nur zeigen will, wie man durch die erstere die Aufgaben in der Geometrie leichte auflösen könne, so werde ich auch nnr solche allein hier anführen; zumal da die andere Art dazu nicht tauglich ist.

117.) 2. *Erkl.* Diejeuige Lineen durch welche wir die geometrische Aufgaben auflösen, nennen wir *geometrische Lineen.*

118,) 1. *Zusaz.* Weil die geometrische Aufgaben durch diese Lineen können aufgelöfst werden, so müssen sie die Eigenschaften der Aufgaben an sich haben, d. i. sie müssen nach denselbigen auf gewisse Art construirt seyn.

119.) 2. *Zus.* Da man aber die Eigenschaften solcher Aufgaben manchmal am leichtesten durch die Buchstaben-Rechenkunst ausfinden kan, so werden die geometrischen Lineen auch nach solchen Gleichungen, die durch die Buchstaben-Rechenkunst aus der Aufgabe gefunden worden, vermittelst der Geometrie, am füglichsten construirt.

120.) *Anm.* Und derowegen nenne ich diese Lineen mit allem Recht geometrische Lineen; und verstehe darunter nicht nur die Kegelschnitte, sondern auch alle Lineen die nach einer beständigen Eigenschaft einer geometrischen Aufgabe sind beschrieben worden.

121.) 2. *Anm.* Wenn ihr auf die Umstände der Aufgabe wol acht habt, so könnet ihr die geometrische Lineen auch ohne algebraische Gleichungen beschreiben, wie wir solches unten in etlichen Aufgaben mit grofsem Vortheil anbringen werden.

122.) 3. *Erkl.* Die Linee AX [Fig. 22.[welche mitten durch eine geometrische Linee OAO gehet, nennet man *den Diameter.* Insbesondere heifset sie *die Axe*, wenn die parallel-Lineen OO, welche *die Ordinaten* genennet werden, mit ihr einen rechten Winkel machen.

123.) 4. *Erkl.* Die Hälften der Ordinaten OS werden *die Semiordinaten* genennet. Und *die Abscissen* sind so viel als die Theile des Diameters oder der Axe, welche die Ordinaten abschneiden.

124.) 5. *Erkl.* Der Punct A, wo der Diameter oder die Axe AX anfängt, wird *der Scheitelpunct* genennet.

125.) 1. *Aufg. Eine geometrische Linee zu beschreiben.*

Aufl. Nehmet eine gerade Linee AX (Fig. 22.) für die Axe oder den Diameter an, ziehet durch die Puncte SS der darinnen angenommenen Abscissen AS, AS, etc. die parallel-Lineen OO, sezet auf dieselbe aus S in O ihre behörige Länge, wie in folgendem solle gesagt werden, und ziehet die Puncte A, O, O, etc, zusammen (§. 122-124.).

126.) 1. *Anm.* Ditjenige Lineen, welche bey einer geometrischen Linee unverändert, das ist, immer in einer Gröſse bleiben, zeichnet man mit den ersten Buchstaben des Alphabets, a, b, c, etc. die veränderliche aber, nemlich die Abscissen und Semiordinaten mit den leztern, und zwar die erstere mit x, und die leztere mit y.

127.) 2. *Anm.* Damit ihr aber aus der Gleichung für eine geometrische Linee [§. 119,] den Wehrt von y oder der Semiordinate, wenn ihr x, d. i. die Abscisse so groſs annehmet als ihr wollet (§. 125.), finden könnet, so muſs ich etliche Aufgaben, die dazu dienen, hieher sezen.

128.) 2. *Aufg.* *Aus einer einfachen Gleichung die Gröſse von y zufinden.*

Aufl. Es können hier unendliche Fälle vorkommen, allein es wird genug seyn, wenn wir nur die fürnehmste anzeigen, denn die andern werden hernach von selbst können aufgelöſst werden. In allen aber müſst ihr vorher y auf eine Seite bringen (§. 51.).

Der 1. *Fall.* Wenn $y = ab : x$. so suchet ihr zu x, a und b die vierte proportionale (§. 109.), so ist solche $= y$ [§. 46, 47. 48.].

Der 2. *Fall.* Wenn $y = [ab \pm ac] : (g \pm x)$, so suchet ebenfalls zu $g \pm x$, $b \pm c$ und a die vierte, so habt ihr ihr y.

Der 3. *Fall.* Wenn $y = (ab \pm cx) : d$, so machet ein rechtwinklichtes Drey-Eck ABC (Fig. 23.)

daran AB die mittlere proportionale zwischen a und b, und AC die mittlere zwischen c und x, so ist BC $=$ $V(ab + cx($ (§. 96.), weil nemlich das Quadrat von AB $= ab$; und das von AC $= cx$ (§. 48.). Endlich suchet zu d und BC die dritte (§. 110.); so ist solche $= y$.

Der 4. *Fall.* Wenn $y = (ab - cx): d$, so machet wie im dritten Falle AC (Fig 20.) $= Vab$, beschreibet darüber eine halbe Circul-Linee ADC, machet darinnen AD $= V\ cx$, und suchet zu d und BC die dritte proportionale, so habt ihr y (§. 48. 106. 110.).

Der 5. *Fall.* Wenn $y = abcx: dfg$; so machet wie d zu a also b zu vierten, welche ihr z. E. m nennet, und es ist $dm = ab$ (§. 48.); folglich $y = dmcx: dfg$ d. i. $mcx: fg$; suchet ferner zu f, m und c die vierte, welche sey z. E. $= n$, so ist $fn = mc$, und $y = fnx: fg$, d. i. $nx: g$; endlich suchet zu g, n und x die vierte proportionale, so ist solche $= y$.

129.) *Anm,* Es ist nicht durchaus nöthig, daſs alle einfache Gleichungen eben in allen Buchstaben mit denen in einem jedem Falle gesezten übereinkommen müssen; denn es kann auch z. E. an statt $ab: x$ kommen $ax: b$ oder auch $bx: a$, welches ihr doch auf einerley Art auflösen könnet.

130.) 3. *Aufg. Aus einer quadratischen Gleichung die Gröſse von y zufinden.*

Aufl. Wenn ihr die Wurzel y auf eine Seite gebracht habt (§. 51. 52.), so können gleichfalls unendliche Fälle vorkommen, ich seze aber nur die fürnehmste wie zuvor:

Der 1 *Fall.* Wenn $y^2 = ax$, so ist $y = \sqrt{ax}$, das ist, der mittlern proportionale zwischen a und x (§. 113.)

Der 2. *Fall.* Wenn $y = \sqrt{(aa + xx)}$, so machet ein rechtwinklichtes Drey-Ecke ABC (Fig. 23.), daran AB $= a$, und AC $= x$, so ist BC $= \sqrt{(aa + xx)}$ (§. 96.)

Der 3. *Fall.* Eben so wenn $y = \sqrt{(aa - xx)}$, so beschreibet ihr über AC (Fig. 20.) $= a$ eine halbe Circul-Linee ADC, und sezet darein AD $= x$, so ist DC $= y$ (§. 106.).

Der 4. *Fall.* Wenn $y = \frac{1}{2}a + \sqrt{(\frac{1}{4}aa + xx)}$ (§. 35.), so suchet erstlich die Grösse von $\sqrt{(\frac{1}{4}aa + xx)}$, wie erst gesagt worden (2. *Fall*), und sezet zu demselben $\frac{1}{2}a$, so ist solche Summe $= y$.

Der 5. *Fall.* Und wenn $y = -\frac{1}{2}a + \sqrt{(\frac{1}{4}aa + xx)}$, so nehmet ihr nur von $\sqrt{(\frac{1}{4}aa + xx)}$ die Grösse von $\frac{1}{2}a$ weg, so ist das übrige $= y$.

Der 6. *Fall.* Endlich wenn $y = \frac{1}{2}a + \sqrt{(\frac{1}{4}aa - xx)}$, so suchet ihr die Grösse von $\sqrt{(\frac{1}{4}aa - xx)}$ (3. *Fall.*), und sezet solche zu $\frac{1}{2}a$, so habt ihr die erste Wurzel, nehmet ihr aber solche von $\frac{1}{2}a$ weg, so habt ihr die andere Wurzel.

131.) 1. *Anm.* Was bey der vorhergehenden Aufgabe (§. 129.) erinnert worden, das könnt ihr hier ebenfalls in acht nehmen.

132.) 2. *Anm.* Nun sollte ich auch zeigen, wie ihr in denen cubischen nnd andern noch höhern Gleichungen die Wehrte von y finden solltet; allein ich will die erstbeschriebene Regeln vorher bey etlichen Aufgaben anwenden, damit ich von denen höhern desto besseren Grund geben kann. Ihr könnet aber jezt durch die geometrische Lineen, wenn ihr sie nach vorher beschriebenen Lehren aufreisset, und wie in folgender Aufgabe soll gesagt werden, zusammen sezet, alle Aufgaben vom ersten, zweyten, dritten und vierten Grade; ja wenn ihr den Vortheil den ich nach der folgenden Aufgabe anzeigen werde; in acht nehmet, etliche von höhern Graden auflösen.

253.) 4. *Aufg. Eine geometrische Aufgabe durch geometrische Lineen aufzulösen.*

Aufl. I. Benennet die bekannte Lineen mit den ersten Buchsaben des Alphabets a, b, c, etc. zwey unbekannte aber, die ihr suchen wollet mit den leztern x und y. II. Sehet zu, daſs ihr zum wenigsten zwey Gleichungen aus der Aufgabe und ihren Umständen bekommet, in welchen beyden x und y zufinden. III, Nehmet alsdenn x für die Abscissen und y für die Semiordinaten einer geometrischen Linee an (§. 126.), und beschreibet nach denen gefundenen Gleichungen zwey geometrische Lineen auf eine einige Axe und Scheitel (§. 125.), so werden sie einander durchschneiden. IV. Endlich ziehet aus diesem Durchschnitt eine Semiordinate, so ist solche die verlangte Linee die ihr y; ihre Abscisse aber die, so ihr x genennet habt.

Bew. Weil eine jede von den gefundenen Gleichungen einc besondere Eigenschaft der Aufgabe an sich hat, so muſs auch eine jede von denen nach den gefundenen Gleichungen beschriebene Linee diese Eigenschaft an sich haben (§. 119.), d. i. es muſs eine jede den Wehrt von x und y geben, wenn sie für sich, ohne die andere angenommen wird. Es erfordert aber die Aufgabe zwey besondere Eigenschaften, vermöge derer aus derselben gefundenen Gleichungen; derowegen muſs der Punct in welchem sich die beyde Eigenschaften vereinigen, d. i. der Durchschnitt der auf eine Axe beschriebenen Lineen, die Gröſse von x und y geben, welche die beyde Eigenschaften der Aufgabe annehmen kann, d. i. er muſs die verlangte Lineen geben. w. z. b.

134.) 1, *Anm.* Es ist nicht nöthig, daſs ihr die geometrische Lineen auf beyden Seiten der Axe beschreibet, wenn ihr sie zur Auflösung der geometrischen Aufgaben gebrauchen wollet. Und wenn euch eine Aufgabe fürkäme, aus welcher ihr nicht weiter als nur eine Gleichung allein bekommen könntet, so ist dieses eine undeterminirte Aufgabe, darinnen ihr eine von denen unbekannten so groſs annehmen könnet, als ihr wollet. Wenn ihr demnach den Wehrt von y finden wollet, nachdem ihr x nach Belieben annehmet, so beschreibet nach der gefundenen Gleichnng eine geometrische Linee, sezet darein die angenommene Abscisse, so ist ihre zugehörige Semiordinate die verlangte Gröſse von y.

135.) 2. *Anm.* Ihr habt euch zwar nicht jederzeit daran zubinden, daſs ihr durch die Abscissen die Semiordinaten suchet. Denn wenn in einer Gleichung y gar verwirrt ist, daſs es schwer auf eine Seite zu bringen wäre, so dürft ihr nur x heraus suchen, und y für die Abscissen, x aber für die Semiordinaten einer geometrischeu Linee annehmen, die ihr aber hernach auf eine Axe, die auf der Axe der andern Linee perpendicular ist, beschreiben müsset, also daſs beyde Scheitelpuncten aufeinander fallen; und ihr werdet alsdenn, wie sonst aus ihrem Durchschnitt die verlangte Lineen finden können.

136.) 3. *Anm.* Eben dieses Vortheils könnet ihr euch bedienen, in solchen Gleichungen, darinnen y^3 hingegen nur xx oder x allein zufinden, wie z E, $ay^3 = bcxx$ ist, denn so wäre $y = \sqrt[3]{bcxx : a}$, welches ihr noch nicht aufzulösen vermögend seyd (§. 132.); hingegen ist $x = \sqrt{ay^3 : bc}$, welche ihr nach §. 130. construiren könnet.

137.) 4. *Anm.* Der Beweis dieser Aufgabe wird in der folgenden durch ein Exempel deutlicher werden.

138.) 5. *Aufg. In ein Drey-Eck* ABC (Fig. 24.) *davon die Grundlinie* AB, *und die perpendicular* CD *bekannt, das gröſste Quadrat* EFHG *einzuschreiben.*

Aufl. Sezet AB $= a$, CD $= b$, CI $= x$ und DI $=$ EG $=$ EF $=$ FH $=$ GH $= y$, so ist $x + y = b$ (§. 41,), und wegen Aehnlichkeit der Drey-Ecke CFE und CBA $b : a = x : y$ (§. 108.), folglich I. $y = b - x$, und $ax = by$ (§. 48.), d. i. II. $y = ax : b$. Weil ihr nun zwey Gleichungen aus der Aufgabe finden könnet, so hat auch die Aufgabe selbst zwey Eigenschaften, nemlich daſs I. die Differenz zwischen b und x dem y gleich, und II daſs y die vierte proportionale zu b, a und x ist. Beschreibet ihr nun ihre geometrische Lineen (§. 125.), so ist beständig in der ersten $y = b - x$, und in der andern $y = ax : b$. Nun sollet ihr eine Abscisse und Semiordinate finden, die solche beyde Eigenschaften annehmen kan; damit ihr nun dieses ausrichtet, so sezet die Axe und Scheitel der ersten geometrischen Linee BX (Fig. 25.) und der zweyten AOL aufeinander, und sie werden sich in O durchschneiden. Nun sage ich die aus diesem Durchschnitt O gezogene Semiordinate SO seye der verlangte Wehrt von y, und ihre Abscisse der von x. Denn sezet z. E. es seye SO nicht die verlangte Länge von y, sondern RM; nun ist diese mit der Abscisse AR so groſs als b oder AB $=$ AX; und derowegen hätte sie eine Eigenschaft der Aufgabe. So soll aber ferner auch die vierte proportionale zu AX $= b$

XL a und AR $=$ x seyn. Nun ist diese $=$ RN (§. 108.); derowegen sollte RN $=$ RM seyn: welches aber augenscheinlich falsch ist. Weil nun diese Lineen RN und RM einander immer gleicher werden, d. i. weil ihr Unterschied NM immer kleiner wird, je näher sie zu dem Punct O kommen, auch endlich in demselben gar zu nichts wird (§. 61.), so müssen die Lineen RN und RM daselbst gleich werden, und die verlangte Gröſse von y und die Abscisse AS die von x geben, die mit beyden Eigenschaften der Aufgabe bestehen kann.

139.) 1. *Zusaz.* Weil ihr so wol aus den Gleichungen als auch aus der Construction dieser beyden geometrischen Lineen sehet, daſs sie gerade Lineen sind, so könnet ihr eine besondere Auflösung dieser Aufgabe also finden, sezet in der I. Gleichung $x = o$, so ist $y = b$; und wenn $y = o$, so ist $x = b$. Wenn ferner in der II. Gleichung $x = b$ so ist $y = a$, und wenn $x = o$, so ist y auch $= o$. Machet derowegen (Fig. 24.) CK mit AB parallel (§. 83.), und sezet aus C in K die perpendicular-Linee CD $= b$, mächet DL $=$ AB $= a$, ziehet KD und CL, so durchschneiden sie einander in M, und es ist IM $= y$, d. i. der Seite des verlangten Quadrats.

140.) 2. *Zusaz.* Noch kürzer könnet ihr dieses Quadrat also finden: bildet euch ein, daſs die geometrisehe Linee CL mit ihrer Axe CD zurück gezogen würde, also daſs CL auf CB, CD aber auf CA käme, dann so ist das Drey-Eck selbst eine von den geometrischen Lineen, die andere KD müsset ihr auch von ihrer Axe CD auf den Diameter der vorigen CA rücken, so kommt sie auf KA: und also habt ihr weiter nichts zu thun, als daſs ihr aus C auf die parallele CK die perpendicular CD sezet, und AK ziehet, so gibt solche alsobald den Durchschnitt F auf der Linee CB, wo die Ecke des Quadrats anstoſset, woraus es vollend leichte ganz zubeschreiben.

141.) 3. *Zusaz.* Ihr könnet auch aus fernerer Betrachtung dieser Auflösung, eine allgemeine Regel finden, dadurch ihr in ein jedes Drey-Ecke ein rechtwinklichtes Vier-Eck davon die Verhältniſs seiner Seiten gegeben, einschreiben könnet. Denn sezet es soll sich die Seite EF (Fig. 26.) zu FH verhalten, wie LM zu NO, so machet ihr nur PD = NO und PQ = LM, ziehet DQ bis in K und aus K die Linee KA, so ist in dem Durchschnitt F der Punct, wo das Vier-Eck mit seiner Ecke anstoſset.

142.) *Anm.* Also sehet ihr, daſs ihr meine neue Regel nicht ohne Vortheil in den allersimplesten Aufgaben angebracht habet. Wie solches die zwey nachfolgende Exempel noch mehrerers bekräftigen werden.

143.) 6. *Auf. Ein rechtwinklichtes Drey-Eck zumachen, davon gegeben die gröſste Seite* AC = EF (Fig. 27.), *welche die Hypotenuse genenne wird, und die Summe von* AD + BD = GH.

Aufl. Sezet EF = a, GH = b, AD = x und BD = y, so ist

I. $y = b - x$, und $x : y = y : a - x$ (§. 108.)

$$yy = ax - xx \text{ (§. 48.)}$$

II. $y = \sqrt{(ax - xx)}$

Hieraus sehet ihr, dafs die geometrische Linee der ersten Gleichung eine gerade ist, wie die bey der vorigen Aufgabe; die zweyte aber ist die Gleichung eines Circuls; dessen Diameter $= a$ ist. Beschreibet demnach auf AX (Fig. 28.) $=$ FE $= a$ einen halben Circul-Kreis AOGX, welcher die geometrische Linee der II. Gleichung seyn wird; machet ferner AB $=$ AR $=$ GH $= b$, und ziehet BR, als welche die Eigenschaft der ersten Gleichung an sich hat, so ist in O ihr Durchschnitt, und ihr werdet nicht nur AS $= x$. und OS $=$ y, sondern auch wenn ihr OA und OX ziehet, das verlangte Drey-Eck AOX haben.

144.) 1. *Anm.* Dafs die II. Gleichung eines mit a beschriebenen Circuls seye, ist denen, die sich nur ein wenig in der höhern Geometrie umgesehen, bekannt genung. Wollet ihr aber dennoch diese geometrische Linee nach §. 125. u. 130. beschreiben, so könnet ihr zwar solches thun; ihr werdet aber unter währenden Beschreiben sehen, dafs eine Circul-Linee heraus kommt. Wenn ihr aber ferner zu wissen verlanget, wie diese Gleichung aus dem Circul gefunden werde, so sezet AX als eine beständige Linee $= a$ (§. 126.), die Abscissen AS $= x$, ihre Semiordinaten SO $=$ y, so ist jederzeit x: y $=$ y: $a - x$ (§. 113.), folglich $ax - xx =$ yy die Gleichung eines Circuls.

145.) 2. *Anm.* Gleichwie aber yy $= ax - xx$ die Gleichung eines Circuls, dessen Abscissen von dem Umkreis ihren Anfang haben. also ist $yy = aa - xx$ eine Gleichung eines Circuls, dessen Abscissen im Mittelpunct anfangen. Denn es sey CB (Fig. 1.) $=$ AC $=$ CD $= a$, die Abscissen CF $= x$, ihre Semiordinaten FB $=$ y, so ist beständig $aa = xx +$ yy (§. 96.), d. i. $aa - xx =$ yy. Und dieses habe ich euch deswegen erinnern wollen, damit ihr im folgenden, wenn eine solche Gleichuug fürkäme, nicht mit Beschreibung dieser geometrischen Lineen aufhalten möchtet.

146.) 7. *Aufg. Aus der gegebenen Hypotenuse* AB (Fig. 29.) *eines rechtwinklichten Drey-Eckes* ABC, *und der Summe der übrigen zweyen Seiten* AC + CB = DE, *das Drey-Eck selbst zu zeichnen.*

Aufl. Es sey AB $= a$, DE $= b$, AC $= x$ und BC = y, so ist

I. $y = b - x$ und II. $yy = aa - xx$ (§. 96.). Nun sehet ihr, daſs die geometrische Linee der ersten Gleichung abermals eine gerade, die II. aber ein Circul, dessen Abscissen aus dem Mittelpunct ihren Anfang haben (§. 145.). Wenn derowegen in der I. Gleichung $x = o$, so ist $y = b$. und wenn $y = o$, so ist $x = b$, und also wäre die Auflösung folgende: Machet AB (Fig. 30.) = AX = DE $= b$, nnd ziehet BX, beschreibet mit AB $= a$ aus dem Scheitelpunct der geometrischen Lineen A den Viertels-Circulbogen CONR, so durchschneiden diese beyde geometrische Lineen sich zweymal, in O und N, folglich habt ihr zwey Wehrte von x und y, und wenn ihr AO und AN ziehet, das verlangte Drey-Eck AOS und ANR zweymal.

147.) 1. *Anm.* Wenn sich die geometrische Lineen, zwey oder auch mehrere mal durchschneiden, wie in diesem Falle geschehen, so ist dieses ein Anzeigen, daſs die unbekannte Lineen unterschiedliche Wehrt haben können, welche jedoch alle recht sind, und der Aufgabe auf gewisse Art ein Gnügen thun; wollet ihr aber diejenige Wehrte der unbekannten Lineen haben, auf die ihr in der Auflösung gesehen habet, so nehmet ihr diejenige an, welche der erste Durchschnitt gibet. Indessen können doch die übrige nicht als falsche Wurzeln (wie man sie nennet) angesehen werden, denn se können doch jederzeit auf gewisse Art recht zeyn, wie ich erst gesagt habe.

148.) 2. *Anm.* Wenn ihr DE (Fig. 29.) kleiner annehmet als AB, so werden sich die geometrische Lineen gar nicht durchschneiden, denn es müssen jederzeit in einem geradlinichten Drey-Eck zwey Seiten zusammen genommen gröſser seyn als die dritte, sonst können sie keine Fläche einschlieſsen (§. 63. 70.)

149.) 8. *Aufg.* *Zwischen zweyen gegebenen Lineen* AB *und* CD (Fig. 31.) *zwey mittlere geometrische proportional-Lineen zu finden.*

Aufl. Es sey AB = a CD = b, die gröſsere von den gesuchten = x, die kleinere = y, so ist

$$\begin{array}{lcl} a : x = x : y & & x : y = y : b \\ \hline ax = x^2 & (\S.\ 48.) & bx = y^2 \\ \hline \text{I. } y = x^2 : a & & \text{II. } y = \sqrt{bx} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & ay = xx \\ \text{add.} & bx = yy \\ \hline \end{array}$$

$$\text{III. } ay + bx + = xx + yy \quad (\S.\ 38.)$$

Nehmet also AX (Fig. 32.) für die Axe an, und beschreibet die geometrische Linee AON der I. Gleichung nach dem 1. Falle §. 128, die Linee AOM der II. Gleichung aber nach dem 1. Falle §. 130; so wird die aus dem Durchschnitt O gezogene Semiordinate SO die kleinere = y, ihre zugehörige Abscisse AS aber die gröſsere = x von den begehrten mittlern proportinal-Lineen geben (§. 133.)

150.) *Zusaz.* Wollet ihr an statt einer von den ersten Gleichungen die III. hierzu gebrauchen, so ist, wenn ihr sie reduciret (§. 53.). y $=\frac{1}{2}a + V(bx + \frac{1}{4}aa - xx)$, und ihr könnet die Semiordinaten der geometrischen Linee nach dem 5. Falle §. 130. gar leicht finden, folglich auch die ganze Linee (§. 125.) beschreiben. Ich wil aber dieselbe auf eine andere Art aufzureissen lehren, also: Verringert in dieser III. Gleichung x um $\frac{1}{2}b$ und y um $\frac{1}{2}a$, so findet ihr (§. 54), wenn ihr $x - \frac{1}{2}b = v$, und y $- \frac{1}{2}a = z$ sezet, $zz = \frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb - vv$, und wenn ihr v für die Abscissen, und z für die Semiordinaten einer geometrischen Linee annehmet, daſs diese Gleichung die Gleichung eines mit $V(\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb)$ beschriebenen Circuls seye, dessen Abscissen v aus dem Mittelpunct anfangen (§. 144.). Beschreibet derowegen mit $V(\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb)$ (dessen Grösse ihr nach dem 2. Falle §. 130. suchet) = HI (Fig. 33.) den Viertelsbogen IK. so ist in demselben eine jede Abscisse HL $= v$, und eine jede Semiordinate LM $= z$; sezet nun ferner aus H in V $\frac{1}{2}a$, und ziehet VX mit HK parallel (§. 83.), so ist beständig SM $= z + \frac{1}{2}a =$ y, d. i. der Semiordinate von der verlangten geometrischen Linee; machet nun auch AB tn der Weite $\frac{1}{2}b =$ HT mit HI parallel, so ist gleichfalls jedesmal TL = AS $= v + \frac{1}{2}b = x$ d. i. der Abscisse in der besagten Linee. Also könnet ihr nun die 2. mittlere proportional-Lineen also finden: beschreibet mit einer von denen gegebeuen Linee eine geometrische Linee AOM (Fig. 34.), in welcher die Abscisse, die Semiordinate und die besagte Linee in geometrischer Proportion sind, (weil nemlich in der II.

Gleichung $x : y = y : b$ ist (sezet eben dieser Linee halben Theil aus A in R, machet RN auf AX perpendicular = dem halben Theil der andern gegebenen Linee, beschreibet alsdenn aus N mit AN $= V(\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb)$ die Circul-Linee ALO, so durchschneidet sie die vorige geometrische Linee AOM in O, und es sind SO und AS die zwey gesuchte mittlere proportional-Lineen.

151.) 1. *Anm.* Die geometrische Linee AOM in welcher $bx = yy$, wird eine Parallel genennet, und kann dieselbe kürzlich also beschrieben werden: machet AB = AC (Fig. 35.) = dem vierten Theile der Linee b, (welche der Parameter heifst) und ziehet auf die Axe AX etliche Lineen SO, SO, etc. perpendicular, machet aus C mit SB, SB, etc. Durchschnitte auf die Lineen SO, SO, etc. in O, O, etc. und ziehet diese Puncte zusammen, so ist AOO eine Parallel deren Parameter $= b$ ist. Denn weil $BS = x + \frac{1}{4}b$, $CS = x - \frac{1}{4}b$, so ist $SO^2 = x^2 + \frac{1}{2}bx + \frac{1}{16}bb - x^2 + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{16}bb$ (§. 96.) $= bx$, d. i. $= yy$.

152.) 2. *Anm.* Die gegenwärtige Aufgabe habe ich deswegen so weitläuftig ausgeführt, damit ihr unten in Beschreibung der geometrischen Lineen vom dritten Grade desto besser fortkommen könnet.

153.) 9. *Aufg.* *In einen halben Circul* ADCB (Fig. 36.), *dessen Diameter* AB *bekannt, ein Vier-Eck* ABCD *einzuschreiben, dessen Seiten* AB, BC, CD *und* DA *in einer geometrischen Proportion sind.*

1. *Aufl.* Es sey $AB = a$, $BC = y$, $CD = x$, so ist $AD = xy : a$, $DB = V(a^4 - x^2 y^2) : a^2$ und $AC = V(aa - yy)$, ferner

$$a : y = y : x \text{ und } V(a^2 - y^2)\, V(a^4 - x^2 y^2) : a^2$$

$$\text{I. } ax = yy \qquad = yy : a + ax \text{ (§. 114.)}$$

$$xyy + aax = V(aa - yy).\, V(a^4 - x^2 yy)$$

$$xxy^4 + 2aaxxyy + a^4xx = a^6 - a^4yy - aaxxyy + xxy^4$$

$$3aaxxyy + a^4xx = a^6 - a^4yy$$

$$3xxyy + aayy = a^4 - a^2 x^2$$

$$\text{II. } y = a V(a^2 - xx) : (V(a^2 + 3x^2))$$

Also könnet ihr nun aus dem Durchschnitt O (Fig. 37.) der geometrische Linee der I. Gleichung AOM (die ihr construirt wie §. 150. gesagt worden, es ist nemlich a der Parameter), und der II. Gleichung BOL, (deren Semiordinaten ihr findet, wenn ihr zu $V(a^4 + 3x^2)$, $V(aa - xx)$ und a die vierte proportionale suchet (§. 109,),) die verlangte Lineen AS = x, und SO = y finden, und wenn ihr sie gebührend in dem halben Circul herum traget (nemlich SO und B in C (Fig. 36.) und AS aus C in D, denn so ist AD die übrige Seite), das verlangte Vier-Eck beschrieben.

2. *Aufl.* Eben dieses könnet ihr noch leichter verrichten, ohne vorher gefundene Gleichungen (§. 121,), auf folgende Art: Nehmet AX (Fig. 38) für die Axe einer geometrischen Linee an, und sezet in dem gegebenen halben Circul CGD die ange-

nommenen Abscisse AP aus D in E, suchet zu CD und DE die dritte (§. 110.), sezet sie aus E in F, endlich machet FG $\rightleftharpoons$ der vierten proportionale zu CD, DE und EF (§. 109, so ist CG die Semiordinate PO der angenommenen Abscisse AP; dabey merket aber, daſs, wenn ihr in Herumsezen der dreyen Lineen, z. E. der Abscisse AR $\rightleftharpoons$ DH und denen daraus auf erstbesagte Art gefundenen FI und IK, unter C, wie hier in K kämet, ihr die Weite CK als die Semiordinate von AR aus R zurück in T tragen müsset. Wenn ihr nun solchergestalt mit mehrern Abscissen verfahret, so bekommet ihr eine geometrische Linee BOST, welche ihre Axe in S durchschneidet, und es wird AS die gröſste Seite BC (Fig. 36.) des verlangten Vier-Ecks seyn, woraus die übrigen leicht zu finden.

154.) *Anm.* Aus dieser zweyten Auflösung sehet ihr nun, wie man aus rechter Betrachtung einer Aufgabe die geometrischen Lineen viel leichter und manchmal mit gröſserem Nutzen beschreiben kann. als wenn man erst ihre Gleichungen finden, und sie überall construiren wolte; zumal da es oft schwer fiele, auf alle Fälle eine Gleichung zufinden, welches ihr aus folgenden Aufgaben noch deutlicher abnehmen könnet.

155.) 10. *Aufg. In einen Circul, dessen halber Diameter* AC $\rightleftharpoons$ CB (Fig. 39.) *gegeben, ein reguläres Sieben-Eck* ADEGHIK *zubeschreiben.*

Aufl. Sezet AC $\rightleftharpoons$ a, die Seite des Sieben-Ecks AD $\rightleftharpoons$ x, AG $\rightleftharpoons$ y; Ziehet DL mit EN parallel; so habt ihr drey ähnliche Drey-Ecke CAD, ADM und DML. Denn weil der Winkel DCG noch so grofs ist, als der Winkel DCA, und weil DCG und DAG auf einem gleichen Bogen stehen, der erste aber in den Mittelpunct C, der andere hingegen an den Umkreis gezogen ist, so ist DAG halb so grofs als DCG (§. 104.) folglich dem Winkel DCA gleich, und weil ADC den beyden Drey-Ecken CAD und ADM gemein ist, auch AMD = DAC die Drey-Ecke selbst einander ähnlich (§. 107.). Ferner weil DL mit EN parallel, so ist der Winkel DLM = ENG = DMA, und daher LMD = DAM, folglich die ganze Drey-Ecke ADM und DML auch ähnlich. Wenn ihr nun zu AG hinzusezet LM, so wird solche = 3AM, d. i. = 3AD seyn. Derowegen könnet ihr die Gleichung finden, wenn ihr vorher LM gefunden habt, welches ihr auf folgende Weise suchet.

$$\mathrm{AC} : \mathrm{AD} = \mathrm{AD} : \mathrm{DM}$$

$$a : x = x : x^2 : a$$

$$\mathrm{AC} : \mathrm{AD} = \mathrm{DM} : \mathrm{ML}$$

$$a : x = x^2\, a : x^3 : a^2$$

und derowegen habt ihr

$$\mathrm{y} + x^3 : a^2 = 3x$$

$$\text{I. } \mathrm{y} = (3\, a^2\, x - x^3) : aa.$$

Es ist nun ferner GO $= \frac{1}{2}x$, daher AO $= \sqrt{(\mathrm{yy} - \frac{1}{4}xx)}$ und CO $= \sqrt{(aa - \frac{1}{4}xx)}$ (§. 96.), folglich

$$V(aa = \tfrac{1}{4}\,xx) \dagger a = V(yy - \tfrac{1}{4}\,xx)$$

$$a^2 - \tfrac{1}{4}\,xx \dagger 2aV(aa - \tfrac{1}{4}\,xx) \dagger a^2 = yy = \tfrac{1}{4}xx$$

$$\text{II. } y = V(2aa \dagger 2aV(aa - \tfrac{1}{4}\,xx).$$

Nach der ersten Gleichung beschreibet ihr die geometrische Linee AONMX (Fig 40.) also: suchet zu a, x und $V(3aa - xx)$ die vierte proportionale, so habt ihr $xV(3aa - xx) : a$, stellet ferner zu a, $V(3aa - xx)$ und $x\,V(3aa - xx) : a$ ebenfals die vierte (§. 109.), so ist solche $= y$. In der zweyten aber suchet ihr zwischen $2a$ und $a \dagger V(aa - \tfrac{1}{4}xx$ die mittlere (§. 113.), so habt ihr y; und ihr könnet aus dem Durchschnitt O, der geometrischen Lineen AONMX und BONMA, den Wehrt von y = SO, und von x = AS finden, auch wenn ihr eben dieses AS siebenmal in dem gegebenen Circul herumtraget, das verlangte Sieben-Eck beschreiben.

156.) 1. *Anm.* Ob ihr nun schon auf erstbesagte Art nach den gefundenen Gleichungen die geometrische Lineen beschreiben könnet, so wil ich doch noch eine andere hersezen, in welcher ich zeigen wil, wie dieses ohne Gleichungen, blos aus rechter Betrachtung der Aufgabe und ihren Umständen zu verrichten ist. Denn wenn ihr euere angenommene Abscisse auf der mit a beschriebenen halben Circul-Linee AEB (Fig. 40.) dreymal herumsezet, nemlich aus A in F, aus F in E und aus E in D; so ist die Sehne AD, welche diesen Bogen bespannet, die gehörige Semiordinate: Und solchergestalt könnet ihr durch mehrere Abscissen die geometrische Linee AONMX beschreiben, welche mit der nach der I. Gleichung construirten übereinkommen wird. Machet nun ferner BG auf AB perpendicular; sezet aus B in G die halbe Abscisse, und ziehet GH mit AB parallel, so sind

AH und BH die Semiordinaten der angenommenen Abscisse in der II. geometrischen Linee BONMA, denn in diesem Falle kann sie zwey Semiordinaten haben. Also könnet ihr die beyden geometrischen Lineen viel leichter beschreiben, als oben aus den Gleichnngen angewiesen worden; folglich auch das Sieben-Eck um so viel desto geschwinder finden.

157.) 2. *Anm.* Es durchschneiden sich hier die geometrische Lineen wiedernm dreymal, nemlich in O, N und M nichts desto weniger ist allein AS, als die Abscisse des ersten Durchschnittes O, die verlangte Seite des Sieben-Eckes (§. 146.). Die Abscisse AT des xweyten Durchschnittes N hingegen ist die Seite des Fünf-Eckes, so sich in eben diesen Circul einschreiben lässet; ingleichem ist die Abscisse AV des dritten Durchschnittes M diejenige Linee, welche den Ueberrest des Circuls, darein eine Seite des Sieben-Eckes gesezt worden, in drey gleiche Theile theilet, d. i. welche $\frac{2}{7}$ von des gegebenen Circuls-Umkreise bespannet. Wie solches vielleicht deutlicher solle gewiesen werden-

158.) 3. *Anm.* Ihr könntet zwar fast auf eben diese Weise die andern Viel-Ecke beschreiben, wenn ihr eines jeden besondere Eigenschaften untersuchet. Durch die folgende Aufgabe werdet ihr euch dieser Mühe überheben können.

159.) 11. *Aufg. In einen gegebenen Circul ein jedes regulares Viel-Eck zu beschreiben.*

Aufl. Ihr sollet z. E. eiu Fünf Eck in den Circul ABCDE [Fig. 41.] beschreiben, Nehmet eine Axe AX [Fig. 42.] für eine geometrische Linee an, sezet die angenommene Abscissen AS etc. so oft in dem gegebenen Ciocul ABCDEF herum, so viel als das Viel-Eck Seiten bekommen sol, als hier fünfmal bis in F, nehmet die Weite AF, und sezet sie aus S in O, als die Semiordinate der angenommenen Abscisse AS; kommet ihr mit der Abscisse wieder bis über A, zum Exempel mit AL in K, so müsset ihr AK, aus L in M zurück sezen. Wenn ihr nun solchergestalt die geometrische Linee AODM beschreibet, so wird sie ihre Axe in D durchschneiden, und es wird die Linee AD von diesem Durchschnitt bis an die Scheitel A die Seite des verlangten Viel-Eckes, nemlich in unserm Exempel des Fünf-Eckes geben.

Bew. Vermöge der Auflösung ist die Semiordinate die Sehne desjenigen Bogens, welchen die in dem gegebenen Circul fünfmal herumgesezte Abscisse entweder übrig lässet, oder noch zu dem ganzen Umkreis mit brauchet; in dem Pnnct D aber wird dieselbe zu nichts. Derowegen mufs die Abscisse AD sich in dem Circul fünfmal also herum tragen lassen, dafs weder von A gegen F noch gegen K ein Bogen bleibe, d. i. sie mnfs die Seite eines regulären Fünf-Eckes seyn, so sich in den gegebenen Circul beschreiben lässet, w. z. b.

160.) 1. *Zrsaz.* Aus der Beschreibung dieser geometrischen Linee flüsset nun ferner. wie ein jeder Bogen in verlangte gleiche Theile sol getheilt werden. Ihr sollet z. E. den Bogen ADF [Fig. 42.] in fünf Theile theilen; beschreibet derowegen die Fünfecks-Linee AODM, machet AI auf AX perpendicular, sezet aus A in I die Sehne des gegebenen Bogens AF, und ziehet IO mit AX parallel, bis sie die Fünfecks-Linee in O durchschneidet, alsdenn ist IO = AS die Sehne welche $\frac{1}{5}$

von dem gegebenen Bogen bespannet, folglich könnet ihr damit denselben in fünf Theile in B, C, D E theilen.

161.) 2. *Zusaz.* Wollet ihr in einen Circul GHI [Fig. 43.] ein irrrguläres Vier-Eck, z. E, in Drey-Eck GHI beschreiben, dessen Seite GI zu IH zu verhalte wie AB zu CD und IH zu HG wie CD zu EF; so nehmèt eine Axe AX [Fig; 44.] an, und machet ferner AM = EF, AL = CD und AK = AB, theilet die Abscisse AS in Q und R nach eben der Proportion ein, wie AK in L und M getheilet ist [§. 111.], maches in dem gegebenen Circul [Fig. 43.] GT = AS, TV = AR, und VY = AQ, so ist GY die Semiordinate SO der Abscisse AS. Wenn ihr nun solchergestalt die geometrische Linee AODZ beschreibet, bis sie ihre Axe in D durchschneidet, so ist AD die gröſste Seite GI von dem verlangten Drey-Ecke, woraus nach der gegebenen Proportion die übrige zwey vollends leicht zu finden; denn ihr theilet jene nur in q und r nach AK ein, [§. 111.], so ist Ar = IH, und Aq = HG,

162.) *Anm.* Wenn ich weitläuftig seyn wollte, so könnte ich noch unterschiedliches von diesen Viel-Ecken beybringen. Allein ein dieser Sachen erfahrner wird von selbst diese Erfindungen sich zu Nuze machen können. Und daher gehe ich nun weiter.

163.) 12. *Eine gerade Linee* AB [Fig. 45.], *die nach Belieben in* C *getheilt worden, wiederum in* D *also zu theilen, daſs* $AC^3 : CD^5 = CD^2 : DB^2$.

Aufl. Es ſey AC $= a$, BC $= b$, CD $= y$ und DB $= x$, so ist

$$\text{I. } y = b - x$$

$$\text{und } a^3 : y^3 = y^2 : x^2$$

$$a^3 x^2 = y^5$$

$$x = V y^5 : a^3$$

Die geometrische Linee BX [Fig. 46.] der I. Gleichung ist leichte zu beschreiben. In der II. aber könnet ihr euch des Vortheils bedienen, dessen §. 135 und 136. gedacht worden. Wenn also AX die Axe für die erste geometrische Linee BX so nehmet AB als die Axe von der zweyten an, suchet zu a und AV $=$ y die dritte proportionale, welche sey z. E. $= m$, alsdenn ist $am =$ y^2 und $a^2 m^2 =$ y^4. daher $x = V\, a^2\, m^2$y: a^3; d. i. Vm^2 y: a, stellet ferner zu a, m und y die vierte $= n$, so ist x $= V\, mn$, und endlich suchet zwischen m und n die mittlere proportionale, so habt ihr x $=$ VD, und ihr könnet die geometrische Linee AOL beschreiben; folglich aus dem Durchsehnitte O x $=$ AS und y $=$ SO finden, und damit die gegebene Linee nach Verlangen theilen.

164.) *Anm.* Wir haben nun bisher lauter Gleichungen gehabt, deren geometrische Lineen sich alle durch gerade und Circul-Lineen beschreiben lassen. Nunmehr wird es Zeit seyn, daſs ich mich zu höhern Gleichungen wende, und zeige wie solche zu construiren sind. Ich wollte zwar wünschen, daſs ich diese Materie so ausführen könnte, wie wir sichs gebührte; allein der Plaz und die Zeit verbieten solches. Daher werde ich nur das beste und fürnehmste hier anführen, die weitere Aufführung dürfte vielleicht bey anderer Gelegenheit folgen.

165.) 13, *Aufg. Eine cubische und biquadratische Gleichung für eine geometrische Linee auf zwey niedrigere zu reduciren.*

Aufl. Es sey z. E. eine cubische Gleichung für eine geometrische Linee $x^3 - 2axy = y^3 - a^2y$

so ist $x : y = (y^2 - a^2) : (x^2 - 2ax)$

sezet $x : y = y : v$

so ist I. $vx = y^2$

und $y : v = (y^2 - a^2) : (x^2 - 2ax)$

daher $xxy - 2axy = vyy - aav = vvx - aav$

und II. $y = (vvx - aav) : (xx - 2ax)$

Es sey ferner eine biquadratische Gleichung $x^4 - 2ax^2y = y^4$, so ist

$$x^2 : y^2 = y^2 : x^2 - 2ay$$

Sezet $x^2 : y^2\ y = v : a$

so ist I. $axx = vyy$

und $v : a = y^2 : x^2 - aay$

II. $vxx - 2avy = ayy$

166.) *Anm.* Wenn ihr diese Aufgabe zu den folgenden gebrauchen wollet, so ist nicht nöthig, daſs v und z in ihren Dignitäten kleiner werden, sondern nur y, denn dieses allein muſs bey Beschreibung der cubischen und biquadratischen Lineen auf eine Seite gebracht werden, jene aber nicht.

167,) 14. *Aufg. Eine Linee zu einer verlangten Dignität zu erheben.*

Aufl. Ihr sollet z. E. AB [Fig. 47.] zur dritten Dignität erheben. Nehmet derowegen eine beliebige Linee AD für Eins an, suchet zu solcher AD und AB die dritte proportionale AF, so ist solche die zweyte Dignität von AB. stellet ferner zu CD, AB und AF die vierte AG, welche die verlangte dritte Dignität von AB seyn wird.

Bew. Es sey AB $= a$ und CD $= 1$. so ist

$$AD : AB = AB : AF$$

$$1 : a = a : a^2$$

ferner $AD : AF = AB : AG$

$$1 : a^2 = a : a^3$$ w. z. b.

168.) 15. *Aufg. Aus einer gegebenen Linee eine verlangte Wurzel auszuziehen.*

Aufl. Suchet zwischen der Einheit und der gegebene Linee so viel mittlere proportionale, als der um eins verringerte Exponente-Einheiten hat, so ist die nächste nach der Einheit die verlangte Wurzel.

169.) *Anm.* Der Beweis dieser Aufgabe gründet sich auf den vorhergehenden.

170.) 15. *Aufg. Eine gerade Linie* AB (Fig. 48.), *die nach Belieben in* C *getheilt worden,* *wiederum in D also zu theilen, daſs* AC^4; $CD^4 = CD^3$; DB^5.

Aufl. Es sey $AC = a$, $BC = b$, $CD = x$ und $BD = y$, so ist

$$\text{I. } y = b - x$$

$$\text{und } a^4 : x^4 = x^5 : y^3$$

$$a^4 y^3 = x^7$$

$$y^3 = x^7 : a^4$$

$$\text{II. } y = \sqrt[3]{x^7 : {}^4}.$$

Die erste geometrische Linee BOX (Fig. 49.) kann leichte beschrieben werden. In der zweyten aber AOL findet ihr die Semiordinaten, wenn ihr $a = 1$ sezet, und alsdenn nach solchem die Abscisse zu der siebenden Dignität erhebet (§. 166.), endlich aus solcher die cubische Wurzel ziehet, wozu ihr denn die zweyte Auflösung der 8. Aufgabe (§. 150.) bequem gebrauchen könnet. Wenn solches geschehen, so giebt der Durchschnitt O die verlangte Lineen, nemlich $SO = y$, und $AS = x$.

171.) *Anm.* Aus dieser Lineen-Theilung könnet ihr euch zur Uebung viele andere Aufgaben finden, wenn ihr sezet

$$AC^4 : CD^4 = CD^5 : DB^5$$

$$\text{ferner } AC^5 : CD^5 = CD^6 : DB^6 \text{ u. s. w.}$$

172.) 16. *Aufg. Ein rechtwinklichtes Dreyeck* AB (Fig. 50.) *zu machen, daran bekannt die perpendicular-Linee* CD, *samt einer andern*

Linee EF, *also dafs* $BC^3 - AC^3 = EF \,.\, BC^2 - CD \,.\, AC^2$.

Aufl. Es sey $EF = a$, $CD = b$, $CB - x$ und $AC = y$, so ist $AD = \sqrt{}(y^2 - b^2)$ u. $BD = \sqrt{}(xx - bb)$ daher I. $\sqrt{}(x^2 - b^2) : b = b : \sqrt{}(y^2 - b^2)$

und II. $x^3 - y^3 = ax^2 - ay^2$

Die geometrische Linee der I. Gleichung BOC (Fig. 51.) ist nach der gemeinen Art etwas schwer zu beschreiben, daher will ich eine leichtere hersezen. Machet nemlich CD (Fig. 52.) $= b$, auf AB perpendicular, sezet aus C mit einem Durchschnitte in A die Abscisse $= x$, richtet auf AC die perpendicular CB auf, bis sie die Linee AB in B durchschneidet, so wird solche $CB = y$, d. i. der Semiordinate von der angenommenen Abscisse seyn. Wollet ihr nun auch die geometrische Linee der II. Gleichung beschreiben, so müsset ihr sie vorher in zwey niedrige zerfällen (§. 164.), sezet nemlich

$$x : y = y : v$$

so ist 1.) $vx = yy$

und weil $x^2 : y^2 = (y - b) : (x - a)$

so ist $x^2 : vx = (y - b) : (x - a)$

2.) $y = (xx - ax) : v + b$

Also könnet ihr nun durch diese beyde Nebengleichungen die Semiordinaten der geometrischen Linee ROM von der II. Hauptgleichung auf forgende Art finden. Nehmet eine neue Axe DM (Fig. 53.) an, sezet darauf die Abscissen DV $= v$, bezchreibet auf derselben mit der angenommenen Abscisse $= x$ aus der geometrischen Linee die ihr construiren wollet, eine Parabel DNP (§. 151.), als die Linee der 1. Nebengleichung; gleichergestalt beschreibet die geometrische Linee SNT der 2. Nebengleichung, indeme ihr zu v, x und $x - a$ die vierte proportionale suchet, und hernach mit b vermehret, denn also habt ihr die Semiordinate y der Abscisse v. Wo nun diese beyde geometrische Lineen einander durchschneiden, als in N, daselbst ziehet die Semiordinate VN, und also habt ihr eine Semiordinate der geometrischen Linee von der II. Hauptgleichung gefunden. Verfahret nun auch also mit allen andern Abscissen auf der Axe AX (Fig. 51.), so werdet ihr endlich die verlangte geometrische Linee ROM beschreiben, und aus dem Durchschnitt mit der ersten O die Gröſse von $y = SO = AC$ (Fig. 50.) und von $x = AS = BC$ finden, auch das ganze Drey-Eck ABC aufreiſsen können.

173.) 1. *Anm.* Ihr könnet die geometrische Linee der II. Gleichung noch auf eine andere Art beschreiben, wenn ihr nemlich aus der erst besagten Gleichung das zweyte Glied wegnehmet (§. 55.), und sie hernach mit denen Regeln der unreinen cubischen Gleichungen (§. 56.) vergleichet, darauf ihr sie denn nach Anweisung derselbigen als eine reine vermittelst des Circuls und der Parabel construiren könnet, wie davon schon eine ungefehr auf die Art in der vorhergehenden Aufgabe vorkommen (§. 169.). Ihr werdet aber finden, daſs eine schwere Arbeit, und die in der Auflösung dieser Aufgabe gesezte derselbigen weit vorzuziehen seye. Derhalben ich euch solche auch desto eher anrathe; zumal da sich diese nicht allein auf die cubische und biquadratische, sondern auch auf alle unendliche Gleichungen erstrecket, ob es schon dabey, absonderlich in den hohen bisweilen etwas schwer hergehet.

174.) 2. *Anm.* Wenn ihr die beyde Gleichungen der gegenwärtigea Aufgabe auf eine bringet, so werdet ihr sehen, daſs es nicht allein groſse Mühe brauchet, und dabey leicht ein Fehler vorgehen kann, sondern auch die Gleichung selbst bis auf den zwölften Grad kommet: Aus welchem ihr denn die Vollkommenheit dieser meiner neuen Regel einiger Massen ersehen könnet.

175.) 3. *Anm.* Zum Beschlus dieses Werkleins habe ich euch noch etliche Aufgaben ohne Auflösungen hersezen wollen, damit ihr euch nach Gefallen in dieser Regel üben könnet.

176.) 17. *Zwischen zweyen gegebenen Lineen drey, vier, fünf, sechs, etc. mittlere proportionale zu finden.*

177.) *Anm.* Diese Aufgabe könnet ihr gebrauchen, wenn ihr eine geometrische Linee nach einer reinen Gleichung, sie seye gleich so hoch als sie wolle, beschreiben wollet, da euch denn dienen kann, was oben (§. 176.) gesagt worden.

178.) 18. *Aufg. In einen halben Circul ein Fünf-Sechs-Sieben-Eck, etc. einzuschreiben, dessen Seiten, wovon der Diameter die gröſste, in arithmerischer oder auch geometrischer Proportion seyen.*

179.) 19. *Ein rechtwinklichtes Drey-Eck zu machen, dessen Inhalt bekannt ist, also das seine Seiten in arithmetischer, geometrischer, etc. Proportion seyen.*

180.) *Anm.* Den Inhalt giebt man durch eine gerade Linee, deren Quadrat demselben gleich ist.

181.) 20. *Aufg. An einem Drey-Ecke ist bekannt die perpendicular-Linee so auf die gröſste Seite aus dem gegenüberstehenden Winkel gefället werden, ingleichem der Unterschied zwischen denen Stücken dieser Seite, welche das Perpendicul abschneidet, und der Unterschied zwischen denen übrigen beyden kleinern Seiten, daraus sollet ihr das Drey-Eck selbst formiren.*

182.) 21. *Aufg. Ein recht winktlichtes Drey-Eck zu beschreiben, daran bekannt die gröſste Seite, und die mittlere proportionale zwischen den beyden übrigen Seiten.*

183.) 22. *Aufg. Ein rechtwinktlichtes Drey-Eck zu machen, davon gegeben die kleineste Seite, samt der kleinern von den zweyen mittlern proportionalen zwischen den beyden andern Seiten.*

184.) 23. *Aufg. Es sind gegeben drey Seiten eines Vier-Eckes, welches in den Circul solle eingeschrieben werden, ihr sollet die vierte finden, welche zugleich der Diameter solches Circuls seye.*

185.) 24. *In einen Circul ein Sieben-Eck einzuschreiben, dessen Seiten sich gegeneinander verhalten, wie die Zahlen* 2300, 1660, 1290, 1000, 666, 1260, 1335.

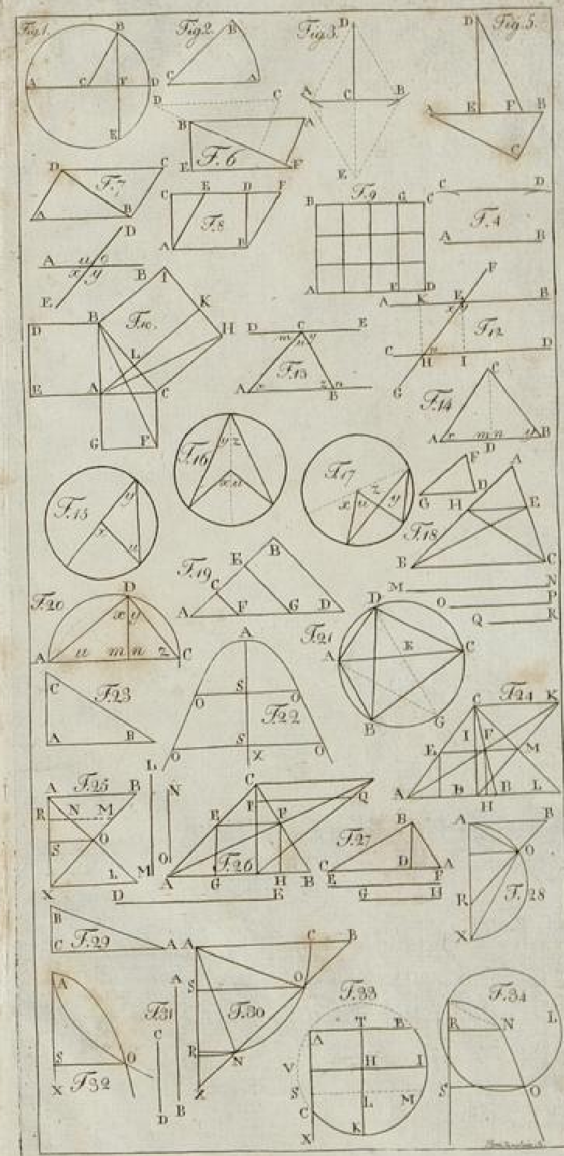
186.) 25. *Aufg. In eine Parabel, deren gröſste Semiordinate dem Parameter gleich ist, ein Drey, Vier, Fünf-Eck u. s. w. einzuschreiben, dessen Seiten (davon die besagte Semiordinate doppelt,* *das ist, ihre Ordinate, die gröfste seyn solle) in einer arithmetischen oder auch geometrischen Proportion seyen.*

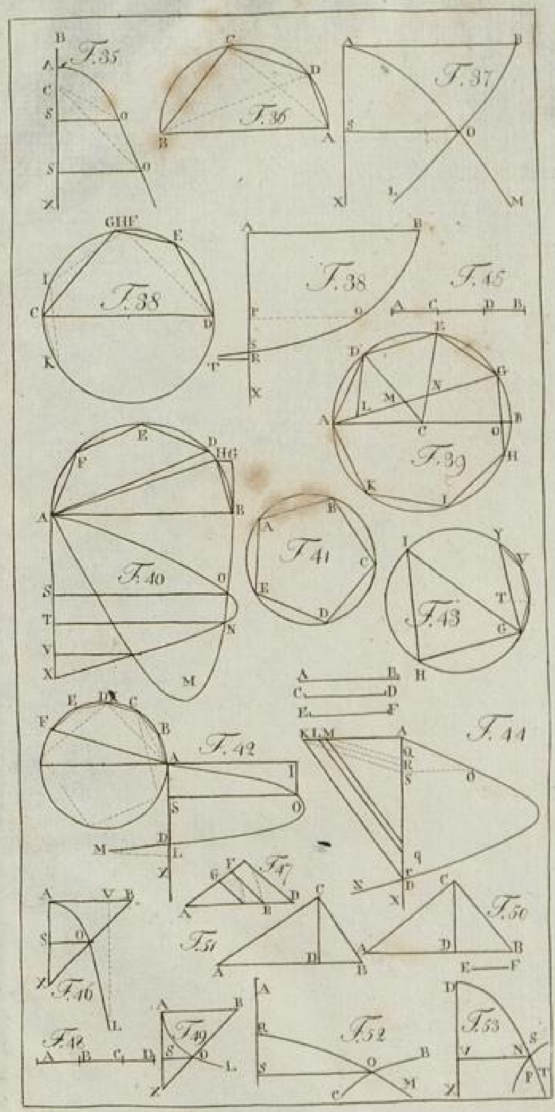
187.) *Anm.* Ihr könnet auch in eine andere Parabel, wie nicht weniger in eine jede krumme Linee, davon eine Semiordinate als beständig gegeben wird, die Viel-Ecke unter allerley möglichen Bedingungen einschreiben.

188.) 26. *Aufg. Ein Sieben-Eck zu befestigen, dessen Bolwerke also angeleget seyen, dafs die Capital-Linee so grofs als die Kehl-Linee und Flanke (welche auf die Cortine perpendicular kommet) zusammen, ferner dafs die Summe der Quadrate von denen beyden erstbesagten Lineen so grofs als das Quadrat von $\frac{1}{4}$ des halben grossen Diameters, und endlich dafs das Product aus dem Quadrate der Flanke in die Kehl-Linee der dritten Dignität von $\frac{1}{4}$ des kleinen Diameters gleich seye.*

Ende.

Düsseldorf
gedruckt bey Hofkammerrath Stahl. 1812.




F. 35
F. 36
F. 37
F. 38
F. 38
F. 45
F. 39
F. 40
F. 41
F. 43
F. 42
F. 44
F. 47
F. 51
F. 50
F. 46
F. 48
F. 49
F. 52
F. 53