
V o r r e d e .

Obgleich ich das Wichtigste, was ich über Plan und Zweck dieses Lehrbuches zu sagen hatte, schon in der Vorrede zur Arithmetik angeführt habe: so scheint es mir doch nöthig, hier noch Einiges zu erwähnen, was sich auf die Geometrie insbesondere bezieht.

Auch hier habe ich mich bemüht, den ersten Cursus auf möglichst wenige Sätze zu beschränken, wiewohl die, nach meiner Einsicht, durchaus nothwendige Gründlichkeit des mathematischen Unterrichtes mir nicht erlaubt hat, diesen Cursus so abzukürzen, wie vielleicht mancher wünschen möchte. Sollte jemand gleich wohl glauben, daß es möglich gewesen wäre mehrere Sätze dem zweyten Cursus vorzubehalten, den ersuche ich, den Zusammenhang der Sätze selbst genau zu untersuchen; und ich glaube kaum, daß sich etwas

Bedeutendes finden wird, was nicht entweder als an sich einleuchtend wichtig, oder auch als nothwendige Vorbereitung auf nachfolgende für den ersten Cursus unentbehrliche Lehrsätze beybehalten werden mußte. Freylich hätten sich sehr erhebliche Abkürzungen anbringen lassen, wenn man dem Schüler des ersten Cursus statt vollständiger Beweise nur Andeutungen und oberflächliche Erörterungen mittheilen wollte; aber dieses hat mir nie gefallen wollen, und nur bey sehr wenigen Sätzen habe ich mich genöthigt gefunden, dem Anfänger die strengen Beweise zu erlassen. Diese Sätze sind nämlich die von der Ausmessung des Kreises und der von der Kreisrechnung abhängigen Körper, nebst denen von der Ausmessung der Pyramide, bey welchen die eigenthümliche, dem Anfänger ganz fremde Beweis-Art es fast nothwendig macht, die vollständigen Beweise dem zweyten Cursus vorzubehalten.

Stünde es nun dem Lehrer frey, ganz allein nach seiner Ueberzeugung die Sätze zu wählen, die er den Anfängern vortragen will: so wäre es vielleicht am gerathensten, diese Lehren ganz zu übergehen. Da aber manche Schüler nicht über diesen ersten Cursus hinausgehen, und doch zu manchen Zwecken mit der Kreisrechnung u. s. w. bekannt zu seyn

nöthig haben: so findet hier wohl der Fall Statt, wo man um der Gemeinnützigkeit willen die strenge Methode verlassen darf. Denn noch aber leuchtet mir nicht ein, daß man dieses auch bey andern Lehrsätzen thun dürfe, wo die Beweise vielleicht etwas weitläufig, aber gewiß auch dem Anfänger faßlich sind; und selbst das Beyspiel des verdienstvollen Professor Bugge und der von ihm angeführten ehrwürdigen Männer Segner und Karsten hat mich nicht bewegen können, den Lehrsatz von der Gleichheit gleich hoher Prismen, die über unähnlichen, aber gleich großen Grundflächen stehen und andere Sätze mit so dürftigen Beweisen abzufertigen, als es von Bugge (Lehrbuch der Arithm. und Geom. S. 244.) geschehen ist

Diese Bemerkungen werden, wie ich hoffe, hinreichen, um die Vorwürfe, die etwa jemand dem ersten Cursus machen möchte, zu beantworten. In Rücksicht des zweyten Cursus schmeichle ich mir mit der Hoffnung, daß man die überall gleichförmige Vollständigkeit desselben als einen Vorzug dieses Lehrbuchs vor vielen andern anerkennen werde. In den meisten Lehrbüchern findet man zwar die ebne Geometrie mit einiger Vollständigkeit abgehandelt, aber die körperliche Geometrie viel zu sehr abgekürzt. Dieses mag für die ersten

Anfänger allenfalls passend seyn, aber wer einen vollständigeren Unterricht erwartet, wenn man in der Arithmetik mit Summirung geometrischer Reihen und Logarithmen bekannt gemacht hat, der kann auch in der körperlichen Geometrie verlangen, daß man ihm etwas mehr, als das aller nothdürftigste mittheile. Diese Uebersetzungen haben mich veranlaßt, in der Lehre von der Kugel, von ähnlichen Körpern u. s. w. mehrere Sätze aufzunehmen, die man in den meisten Lehrbüchern nicht findet, Sätze, die entweder an sich wichtig und dem etwas weiter forschenden Lehrling unentbehrlich sind, (z. B. die, welche die Grundlage der sphärischen Trigonometrie ausmachen,) oder die wenigstens deshalb nicht übergangen werden durften, weil sie eben so interessant sind und eben so sehr zur vollständigen Kenntniß dieser Gegenstände gehören, als die ihnen analogen Sätze in der ebenen Geometrie. Und so glaube ich, hier ein in allen Theilen möglichst harmonisches Ganzes zu liefern, und hoffe, daß dieses den Lesern lieber seyn wird, als wenn ich mit Ersparung einiger Blätter ihre Wißbegier bey Fragen, die sich fast von selbst darbieten, unberiebigt gelassen, und statt eines zweyten vollständigen Cursus nur eine magere Nachlese weniger Sätze ihnen mitgetheilt hätte. Freylich kann man nun fragen, ob denn um der

verlangten Vollständigkeit willen nicht auch die sphärische Trigonometrie, die Lehre vom Inhalt sphärischer Dreiecke u. s. w. hätte aufgenommen werden sollen? — Allerdings kann man die Grenzen der Vollständigkeit immer weiter stecken; aber da alles Rechnen und alle Formeln nur dann sich dem Gedächtnisse einprägen, wenn man sie anzuwenden Gelegenheit hat: so möchte es eben nicht viel helfen, jungen Leuten, die meistens ziemlich verwickelten Formeln der sphärischen Trigonometrie eher bekannt zu machen, als bis ihnen die Nothwendigkeit derselben durch Kenntniß der Astronomie und anderer mathematischer Wissenschaften einleuchtend geworden ist; ich glaube also, daß sie hier recht gut fehlen dürfte. Auch solche Aufgaben, wie die Berechnung eines Cylinders, von welchem durch eine mit der Grundfläche nicht parallele Ebene ein Stück abgeschnitten worden, habe ich weggelassen, weil ein Körper, der durch eine elliptische Ebene begrenzt wird, nicht mehr zur Elementar-Geometrie gehört.

Daß ich jeden merkwürdigen Satz als Hauptsatz aufgestellt und förmlich bewiesen habe, wie auch daß ich schweren Beweisen eine Uebersicht vorangeschickt habe, ist schon in der Vorrede der Arithmetik erwähnt. Allerdings hätten einige Bogen gespart werden

X

können, wenn ich, wie sehr viele Schriftsteller gethan haben, manchen Satz als Corollarium mit einem bloßen: „es erhellet nun leicht ic.“ oder auf ähnliche Weise ohne förmlichen Beweis mitgetheilt hätte; aber jene Schriftsteller bedenken gar oft nicht, daß das, was für sie leicht erhellt, dem Schüler manchmal äußerst dunkel ist, und selbst manchem Lehrer, der neben so mannigfaltigen andern Wissenschaften dem Studium der Mathematik nur wenige Zeit schenken kann, oft große Schwierigkeiten macht. Ich glaube daher kaum, daß man von dieser Seite eine Abklärung wünschenswürdig finden kann, so sehr auch sonst Wohlfeilheit ein Hauptrequisit eines brauchbaren Schulbuches ist.

Ueber Auswahl und Anordnung einzelner Sätze kann ich hier nur wenig sagen; — die Vorrede würde zu einem Buche anwachsen, wenn ich die Gründe alle anführen wollte die mich bestimmen, diesen oder jenen Satz aufzunehmen, oder ihm gerade diese bestimmte Stelle zu geben; ich verweile daher nur bey einigen Hauptsachen. In der Lehre von den Dreyecken wird man hoffentlich meine Anordnung der Sätze zweckmäßiger, als die Euclidische finden, indem sie einige Beweise, z. B. den von der Gleichheit der beyden Winkel im gleichsenklichten Dreyecke, bedeutend erleichtert;

indeß bekenne ich dankbar, daß ich hier größ-
 tentheils dem vortreflichen Lehrbuche von Le-
 gendre — *éléments de géométrie* —
 gefolgt bin. Auch in der Beweis: Art der
 von der Ausmessung des Kreises handelnden
 Lehrsätze, hat Legendre mir zum Vorbilde ge-
 dient, dessen Methode mir vor Karsten und
 andern Vorzüge zu haben scheint. Die Lehre
 von den Parallellinien habe ich auf eine mir
 eigenthümliche Weise abgehandelt, die zwar
 nicht auf den Ruhm Anspruch macht, diese
 Lehre fester begründet zu haben, aber doch
 das Gute hat, daß sie die Schwierigkeiten
 dem Leser unverkehrt darlegt, daß sie die
 ganze Lehre in einer leicht übersehbaren Form
 vorträgt, und nur solche Sätze als Grund-
 sätze annimmt, die man als wahr anzunehmen
 und einzusehen, keine Schwierigkeit findet.
 Daß ich für den zweyten Cursum die Sätze
 von Parallellinien aus Legendre's Geometrie
 mitgetheilt habe, wird man hoffentlich nicht
 als eine unnütze Zugabe betrachten können. —
 Die Anordnung der Sätze im 1sten Abschnitte
 der körperlichen Geometrie hat mir nach viel-
 fältiger Ueberlegung so am besten geschienen,
 wie sie sich hier findet; — das Detail dieser
 Ueberlegungen würde hier zu weitläufig seyn.

Daß ich der Lehre von ähnlichen Körpern
 einen eigenen kurzen Abschnitt gewidmet habe,

wird man nicht unzweckmäßig finden; ich habe mich hier der möglichsten Kürze beflissen, und deshalb, (weil dieser Gegenstand doch zu den minder wichtigen gehört,) manches weggelassen, was allenfalls hier hätte angeführt werden können.

Ueber den Abschnitt von der Kugel habe ich schon oben etwas gesagt. Die Trigonometrie ist so vollständig abgehandelt, als es mir dem Zwecke des Buches gemäß schien; viele Formeln mitzutheilen, von denen hier kein unmittelbarer Gebrauch zu machen war, würde zweckwidrig gewesen seyn, und das Gedächtniß des Lesers ohne Noth beschwert haben.

Endlich muß ich noch erwähnen, daß diejenigen Sätze, welche dem zweyten Coursus vorbehalten werden, durch engern Druck und vor jedem Paragraph mit einem Sternchen bezeichnet sind.

Eckwarden am 28. März 1809.

H. W. Brandes.
