Mémoire
par
M. D. Aubuisson.

Juni und July. 1810. aus dem Journal de Lamétherie.

Mémoire

sur la mesure des hauteurs a l'aide du baromètre;

par

M. D'Aubuisson

Ingénieur au Corps Impérial des Mines.

Düsseldorf d. 1. Nov. 1830.
J. F. Benzenberg.

Mémoire

Sur la mesure des hauteurs a l'aide du Baromètre

par

M. D'Aubuisson

Ingénieur au Corps Impérial des Mines. (1)

Il y a peu de questions, en Physique, qui soient d'un intérêt plus général et qui aient plus occupé les savans et les naturalistes,

(1) Le mémoire a été lu à la Classe des Sciences Mathematiques et Physiques de l'Institut, le 26 mars et le 9 Avril 1810. MM. Mr. Laplace, Biot et Arago ont été nommés commissaires pour l'examiner et en rendre compte. Leur rapport a été fait le 22 mai; en voici les conclusions.

„ Le Memoire de M. D'Aubuisson, très-important par son objet, par le grand „ nombre de remarques judicieuses qu'il renferme, et surtout à cause du nouveau „ terme de comparaison que l'auteur y présente entre les mesures trigonometriques „ et barometriques d'une même montagne, nous paroit mériter d'être inséré dans „ les volumes des savans étrangers."

Signé Laplace, Biot, Arago.

La Classe approuve le Rapport et en adopte les Conclusions.

Certifié conforme. Le secrétaire perpetuel

Signé Delambre.

surtout dans ces derniers temps, que la mesure des hauteurs par le baromètre. On pourroit même dire qu'il y en a peu, dans cette science, dont la solution fasse plus d'honneur à l'esprit humain: n'est-il pas, en effet, admirable de voir un observateur, dès son arrivée sur le sommet d'une montagne, peser, à l'aide du plus simple des instrumens, comme dans une balance, cette masse invisible d'air qui se leve au-dessus de la mer, dont il est souvent à de très-grandes distances?

Le séjour que j'ai fait dans les Alpes, l'été dernier, m'ayant mis à même d'y entreprendre diverses observations sur ce mode de mesurer les hauteurs, je vais rendre compte à l'institut du résultat de mes travaux. Mon memoire sera divisé en trois parties: dans la première, après un apperçu historique des formules employées à cette mesure, je déduirai de la seule théorie les règles qui servent au calcul des hauteurs; et je ferai, à ce sujet, quelques observations qui me sont propres: dans la seconde, je comparerai les résultats de cette théorie avec ceux de l'experience: enfin, dans la troisième, je traiterai des erreurs inévitables dans les mesures par le baromètre, et je terminerai par quelques remarques sur leur principale cause.

Première Partie.

Theorie.

Notice historique.

Dès que les expériences indiquées par Pascal eurent appris que le baromètre baisse à mesure qu'on le porte dans des lieux plus élevés, il fut évident que cet instrument pouvoit servir à déterminer les hauteurs; et qu'il ne s'agissoit plus que de trouver le rapport qu'il y a entre ses abaissemens et les élévations auxquelles on le porte. Quelques années après, Mariotte fut conduit, par la loi qu'il venoit de découvrir entre la densité des fluides élastiques et les poids compримans, à conclure que ce rapport étoit analogue à celui qui existe entre les nombres et leurs logarithmes (1): mais il ne tira point de cette remarque le parti qu'il auroit pu pour faire servir le baromètre à la mesure des hauteurs. C'est au célèbre Halley qu'appartient le mérite d'avoir posé les fondemens de la vraie théorie de cette mesure: à l'aide du principe de Mariotte et des propriétés de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes, ce géomètre démontra, par une synthèse élégante, que deux hauteurs prises dans l'atmosphère sont entr'elles comme les différences des logarithmes des élévations barometriques observées à leurs extrémités. La pesanteur

(1). Oeuv. de Mariotte, édit. de 1740 pag. 175.

spécifique de l'air, comparée à celle du mercure, lui ayant ensuite fait voir de combien, à peu près, il falloit s'élever au-dessus de la mer pour que le baromètre baissât d'une pouce, les termes d'un rapport de sa proportion furent connus; et l'équation entre une hauteur et les élévations barométriques correspondantes fut établie. (2)

Dans le siècle suivant, Bouguer donna une formule à peu près semblable, mais ce fut par des expériences directes qu'il en détermina la partie constante. Puisque les hauteurs, dit-il, sont proportionelles aux logarithmes des élévations du mercure: il n'y a qu'à chercher le nombre par lequel il faut multiplier les logarithmes tabulaires, pour que leur différence donne directement la différence de niveau entre deux stations: une seule expérience fait sur une montagne préalablement mesurée par une opération géométrique, pouvoit le donner. Bouguer ayant fait et répété cette expérience dans les Cordilières du Pérou, trouva que, pour la partie élevée de ces montagnes, le multiplicateur ou coefficient constant étoit 10000 toises moins 50 (3).

L'astronome Tobie Mayer le fixa ensuite à 10000 pour nos climats. L'on s'attacha à lui conserver cette valeur, parce qu'elle dispensoit,

(2) Trans. Phil 1685. Nous donnerons dans la seconde partie, la formule de Halley, ainsi que celles dont il va être parlé dans la suite de cette Notice.

(3) Memoires de l'Académie, 1753.

en quelque sorte, de faire une multiplication par le coefficient, et que la seule différence des logarithmes, à l'aide d'une simple transposition de la virgule, donnoit immédiatement, en toises, la hauteur cherchée.

On n'avoit point eu égard, jusqu'alors, à l'action de la chaleur sur les densités de l'air et du mercure. Deluc fut le premier qui la prit en considérations; et en faisant entrer dans sa formule des termes qui en exprimoient les effets, il la rendit propre à toutes les saisons et à tous les climats. Cet infatigable observateur ayant été porté, dans le cours de ses recherches sur les Alpes, à déterminer la hauteur de ces montagnes, voulut faire servir le baromètre à cet usage; mais il s'apperçut bientôt de l'imperfection et des instrumens qu'on employoit et du mode de calcul usité: il entreprit de corriger les uns et d'améliorer l'autre. C'est au travail qu'il fit sur le premier de ces deux objets, que la Physique est redevable de thermomètres et de baromètres vraiment comparables. En combinant ensuit, avec beaucoup de discernement et de sagacité, un grand nombre d'observations barométriques, faites à diverses températures, sur des hauteurs connues, il vint à bout d'assigner les effets de la chaleur sur la densité de l'air. La loi de dilatation qu'il trouva, tant pour ce gaz que pour le mercure, est encore, à très-peu de chose près, celle qu'on suit actuellement dans les formules. Et si quelque erreur dans la mesure géodésique des montagnes ou

lesquelles il fit ses principales observations, et un vice dans la manière d'observer, ne l'eussent conduit à placer trop haut le degré du thermomètre, auquel la correction relative à la température de l'air est nulle, en employant le coefficient 10000, il auroit, dès le premier pas, porté le moyen de mesurer les hauteurs par le baromètre, au degré de perfection qu'il a aujourd'hui.

Dès que son ouvrage eut paru (1), les physiciens s'empressèrent de vérifier et d'appliquer les méthodes qu'il contenoit. Deux savans anglais, le chev. Schuckburgh et le général Roy, s'en occupèrent principalement, et publièrent en même temps (2) leur travail. Quoiqu'ils eussent fait leur observations séparément, et même dans des lieux éloignés l'un de l'autre, la Savoie et l'Angleterre, ils suivirent marche analogue et parvinrent à peu près aux mêmes résultats. Ce fut dans le laboratoire, et à l'aide du manomètre, qu'ils cherchèrent à déterminer la quantité dont la chaleur dilate l'air: mais leurs expériences n'ayant pas été faites avec les précautions et les soins extrêmes que M. Gay Lussac a depuis mis en usage dans cette même détermination, elles les conduisirent à des résultats inexacts; et les règles qu'ils en conclurent se ressentirent de cette erreur. Cependant leur travail n'en a pas moins été utile sous un autre rapport: en comparant ensemble un grand nombre de mesures barométriques et trigonométriques, ils ont fait voir que la méthode de Deluc donne les hauteurs d'environ 0,02 trop petites; et cette

(1) Modifications de l'atmosphère, 1772
(2) Trans. Phil. 1777

qu'ils lui ont substituée, exacte pour quelques cas, peut suffire, dans la plupart des autres, aux besoins de la pratique, ainsi qu'on le verra par la suite.

Trembley a repris, en 1791, leurs observations, et en cherchant à rendre aussi petite que possible la différence entre les résultats trigonométriques et barométriques, il est parvenu à une formule peu différente de celles qu'ils avoient établies (1).

Les auteurs que nous venons de citer, dans l'intention de conserver le coefficient 10000, exprimant des toises (soit françaises, soit anglaises) avoient compliqué le facteur relatif à la température de l'air. M. Laplace indiqua, il y a quelques années, la manière dont on devoit l'établir pour qu'il eût toute la simplicité possible, et il engagea M. Ramond à profiter de ses voyages dans les Pyrénées pour déterminer le coefficient propre au nouveau facteur. Ce savant naturaliste, accédant à cette invitation, fit avec un soin particulier un grand nombre d'observations barométriques qui ont été le sujet de plusieurs beaux mémoires, lus à l'Institut, et dont il a conclu des règles plus simples et même plus exactes que celles qu'on avoit données jusqu'alors (2). M. Laplace lui-même a traité des mesures barométriques, de la manière la plus savante et la plus générale, dans sa Mécanique céleste : il a eu égard aux

(1) Voy. de Saussure, tom. II. édit. in 4°.
(2) Mém. de l'Institut. 1806, 1807, 1808.

rigations de la pesanteur tant en hauteur qu'en latitude, et les résultats auxquels il est parvenu sont aujourd'hui généralement adoptés. Enfin MM. Biot et Arago, reprenant les élémens qui entrent dans la composition du coefficient (les poids spécifiques de l'air et du mercure) et déterminant avec un soin extrême leur valeur numérique, sont parvenus en dernier lieu (1) à une formule purement théorique, et qui ne le cède à aucune autre en exactitude, si toute fois elle ne leur est pas supérieure. Je crois maintenant mettre à profit les travaux de ces savans illustres, pour donner ici une solution générale et complète du problème. L'on y verra, qu'en appliquant le calcul à des principes et à des faits généralement admis par les physiciens, on parvient à une formule rigoureuse en théorie et tout aussi exacte qu'on peut la désirer pour la pratique.

Problème et solution.

Prenons deux points ou stations dans l'atmosphère, et proposons-nous de déterminer leur différence de niveau.

Observons d'abord que lorsqu'une masse d'air est en équilibre, toutes les parties d'une même couche horizontale éprouvent une égale pression, et que le baromètre, qui la mesure, se tient par conséquent en la même hauteur dans toute la couche : or, comme c'est d'après les élévations barométriques qu'on doit calculer la différence de niveau demandée,

(1) Mém. de l'Institut. 1806. Physique Mécanique, pag. 219.

peu importe la place que nous assignerons à chacune des deux stations dans sa propre couche. Pour fixer les idées, imaginons-les verticalement l'une sous l'autre, et faisant abstraction du reste de l'atmosphère, ne considérons que la colonne d'air comprise entr'elles : c'est sa longueur qu'il s'agit de déterminer.

Supposons premièrement, que l'air soit partout à 0 de température thermométrique, qu'il soit intérièrement sec, et que la pesanteur ait, à toutes les hauteurs que nous pouvons atteindre, la même intensité de force, qu'au niveau de la mer sous la latitude moyenne de 45°.

Cela posé soit

x = longueur de la colonne d'air ou hauteur cherchée.

H = hauteur du baromètre à la station inférieure.

h = haut. du bar. à la stat. sup.

T = température du bar. inf.

T' = temp. du bar. sup.

t = temp. de l'air à la station inf.

t' = temp de l'air à la station sup.

P = pesanteur spécifique du mercure à 0° de temp.

(= 13599 d'après MM. Biot et Arago.)

p = pes. sp. du merc. dans le bar. inf.

p' = pes. sp. du merc. dans le bar. sup.

Q = pes. spéc. ou densité de l'air sec, à 45° de latit, à 0 de

temp. A sous une pression bar. de P × 0,76 mét.

(0,0012992 511 d'après MM. Biot et Arago)

q = Densité de l'air à la stat. inf.

q' = Densité à la stat. sup.

Equation fondamentale.

Le poids de la colonne de mercure dans un baromètre est égal à celui d'une colonne d'air de même diamètre qui s'élèveroit verticalement depuis l'instrument jusqu'à la limite supérieure de l'atmosphère. Or, le poids du mercure dans le barometre inférieur, est pH (la surface de la base de la colonne étant 1); ce sera donc aussi celui de la colonne atmosphérique correspondante à la station inférieure: de même celui de la colonne qui s'élève au-dessus de la station supérieure sera $p'h$: mais la colonne d'air entre les deux stations n'étant que la différence entre les deux colonnes atmosphériques, son poids sera évidemment exprimé par $pH - p'h$.

Maintenant, si on la suppose divisée en tranches infiniment minces, le poids de celle qui est à la station supérieure, c'est-à-dire à la hauteur x, sera $q'dx$: et celui de la colonne entière deviendra $\int q'dx$. On aura par conséquent.

$$\int q'dx = pH - p'h.$$

Les densités de l'air étant proportionnelles aux poids compimans,

on a $$q : q' :: pH : p'h.$$
la valeur de $p'h$ mise dans l'équation donne
$$sq'dx = pH - \frac{pH}{q} \cdot q'$$
différenciant
$$q'dx = -\frac{pH}{q} dq'$$
d'où
$$dx = -\frac{pH}{q} \cdot \frac{dq'}{q'}$$
dont l'intégrale est
$$x = -\frac{pH}{q} \log. q' + C.$$
La constante C étant déterminée a l'origine des x où $q' = q$, l'équation devient.
$$x = \frac{pH}{q} (\log. q') = \frac{pH}{q} \log. \frac{q}{q'}.$$
D'après la loi de Mariotte,
$$\frac{q}{q'} = \frac{pH}{p'h} \text{ et } \frac{pH}{q} = \frac{p \times 0,76}{q};$$
ainsi
$$x = 0,76 \frac{P}{q} \log. \frac{pH}{p'h}.$$
Le multiplicateur ou coefficient $(0,76 \frac{a}{P})$ est une quantité constante: et puisqu'il n'est que la longueur d'une colonne de mercure de 0,76 mèt. augmentée dans le rapport, $\frac{P}{a}$, de la densité du mercure à celle de l'air, il représente évidemment la hauteur d'une colonne d'air dont la densité seroit partout a et dont le poids équivaudroit à 0,76 mèt. de mercure; et par conséquent au poids d'une colonne atmosphérique comptée depuis le niveau de la mer; puisque 0,76 m. est la hauteur

du baromètre à ce niveau. Ainsi, le coefficient constant de la formule n'est autre chose que la hauteur de l'atmosphère; l'air étant supposé à 0 de température thermométrique, ainsi que d'une densité uniforme et partout égale à celle qu'il a au niveau de la mer (cette proposition n'en seroit pas moins vraie lorsque 0,76 mèt. ne seroit pas exactement la hauteur du baromètre au niveau de la mer: d'après Schuckburgh, par exemple, elle est 0,761 mèt.; mais α augmentant dans le même rapport, le coefficient reste toujours la même).
Remarquons encore que cette hauteur de l'atmosphère, dans la supposition d'une densité constante est le module des logarithmes atmosphériques. En d'autres termes, elle représente la sous tangente d'une logarithmique, dans laquelle les ordonnées, exprimant les poids, ou les élévations barométriques (p étant égal à p'), les abscisses seroient les hauteurs correspondantes.
Les logarithmes de la formule, provenant directement d'une intégration sont ceux appelés naturels ou hyperboliques. On pourra leur substituer ceux des tables ordinaires, en divisant ces derniers par le module du système tabulaire (0,4342945); alors, en mettant pour P et α les valeur numériques trouvées MM. Biot et Arago, on a

$$x = 18317 \log. \frac{p\,76}{p'h}$$

Correction relative à la température.

D'après ce qui a été dit, cette valeur de x représente la longueur d'une colonne d'air soumise, à ses deux extrémités, aux pressions pH et $p'h$, et dont la température est partout à 0°. Mais si, tout restant d'ailleurs égal, la chaleur vient à varier, cette longueur dans la colonne, les baromètres, fixés à ses extrémités, n'éprouveront aucun changement, puisque les masses d'air qu'ils supportent restent les mêmes, quoique d'ailleurs la distance respective entre ces instrumens augmente ou diminue. Ainsi, aux mêmes élévations (ou plutôt aux mêmes pressions) barométriques, il peut correspondre différentes valeurs de x, qui seront d'autant plus considérables que la température sera plus forte.

M. Gay Lussac a trouvé que le volume d'une masse d'air étant représenté par 1 à 0°, l'augmentation de volume, due à l'accroissement de chaleur, est de 0,00375 par chaque degré du thermomètre (1). D'après cela, la longueur x de la colonne d'air étant donnée par l'équation pour 0°, on aura sa valeur pour tout autre degré de température, α, en multipliant par $1 + 0{,}00375\,\alpha$. — Il ne s'agit donc plus que d'avoir le vrai degré de température de toute la colonne, c'est-à-dire celui qu'on peut supposer dans toute son étendue, sans qu'il en résulte aucun changement en longueur. Pour avoir ce degré, il faudroit connoître, 1° la température des deux points extrêmes de la colonne; 2° la loi suivant

(1) Annales de Chimie n° 128.

laquelle la chaleur décroît d'un de ces points à l'autre : mais nous verrons dans la troisième partie de ce mémoire, et dans la note sur le décroisement de la chaleur dans l'atmosphère, que nous ne pouvons avoir que des vraisemblances, mais point de certitude sur ces deux objets. Dans cet état des choses, je dirai, avec l'auteur de l'Exposition du Système du Monde (tom. 1. pag. 157, 5e édit.) que ce qu'il y a de plus simple est de supposer dans toute la colonne la température uniforme et moyenne entre celle de ses deux extrémités. elle sera donc ici $\frac{t+t'}{2}$, et la correction se fera en multipliant la valeur de x déjà trouvée par

$$1 + 0,00375 \frac{t+t'}{2},$$

La chaleur produit encore sur le mercure un effet dont on doit tenir compte. Elle dilate ce fluide, et d'après les expériences de Lavoisier et Laplace, cette dilatation est d'environ $\frac{1}{5412}$ par degré du thermomètre ; d'après cela, on aura

$$\frac{p}{p'} = \frac{P(1+\frac{T'}{5412})}{P(1+\frac{T}{5412})} = \frac{1}{1+\frac{T-T'}{5412}}$$

ainsi

$$\log \frac{pH}{p'h} = \log. H - \log. h\left(1+\frac{T-T'}{5412}\right) = \log. H - \log. h - \log.\left(1+\frac{T-T'}{5412}\right)$$

Ce dernier logarithme sera toujours à très-peu près . . . .

$$\left[\log.\left(1+\frac{1}{5412}\right)\right](T-T') = 0,000080\,(T-T').$$ De sorte que la formule deviendra

$$x = 18317\left\{1+0,00375\frac{t+t'}{2}\right\}\left\{\log. H - \log. h - 0,00008\,(T-T')\right\}$$

(Les pesanteurs P, p, p' du mercure ayant disparu, les élévations du baromètre, H et $h\left(1+\frac{T-\tau}{5412}\right)$, representeront les pressions).

Correction hygrométrique.

Nous avons jusqu'ici considéré l'air comme parfaitement sec; mais, dans son état ordinaire, il est toujours mêlé d'une quantité plus ou moins grande de vapeur aqueuse, qui étant plus légère que lui, à force élastique égale, diminue sa densité. Ainsi, la longueur x de la colonne d'air doit ici éprouver une correction analogue à celle fait en raison de la température; c'est-à-dire qu'elle doit être augmentée proportionellement à la diminution de densité, ou multipliée par $1+\Delta$, Δ exprimant cette diminution.

L'état de l'hygromètre et du thermomètre, dans une masse d'air de petite volume, suffiront bien pour faire connoître la quantité de vapeur qui y est contenue, et par suite la valeur de Δ (1). Mais ce moyens n'est plus applicable à une longue colonne atmosphérique: le décroissement le densité due à la présence des vapeurs s'y fait d'une manière encore plus irrégulière, que celui résultant de la température: de sorte qu'on ne sauroit avoir un mode de calcul simple et exacte, pour opérer, dans chaque cas, la correction hygrométrique. On ne peut ainsi faire qu'une correction moyenne: examinons celle qui convient à l'état ordinaire de l'atmosphère dans nos climats.

(1) Voyez la note qui est à la fin de ce Mémoire.

Il est rare que, dans la région inférieure de l'air, la diminution de densité, par l'effet des vapeurs aqueuses, dépasse 6 à 0,007; et qu'elle descende à 0,002, si l'on excepte les temps où le thermomètre est à 0° et au-dessous, époque à laquelle on ne fait point d'observations sur les hauteurs. Ainsi, la diminution moyenne sera de 0,004: elle a réellement cette valeur, lorsque le thermomètre et l'hygromètre sont, le première à 17 et le second à 80 degrés; ce qui est l'état moyen des ces instrumens dans la saison des observations (d'avril en Octobre) Mais dans les regions élevées, la quantité de vapeurs est bien moindre et la diminution est plus petite: suivant les observations de Saussure et de M. de Humboldt, elle me paroît être dans nos latitudes de 0,002 à 0,003 pour les hauteurs de 2 mille mètres. D'après cela, pour les hauteurs de 500 à 1500 mèt., on pourra la fixer à 0,0035, et le facteur hygrométrique, $1+\Delta$, sera 1,0035. Comme on le suppose constant, il peut se fondre dans le coefficient, qui devient ainsi 18381 au lieu de 18317. En employant cette correction, il sera fort rare qu'on puisse avoir une erreur de 0,002, par l'effet hygrométrique de l'air.

Il y a encore une autre méthode d'opérer la correction moyenne, et qui a été employée par M. M. Laplace, Biot, Arago et Ramond: elle consiste à augmenter un peu le facteur dépendant

de la température, où que c'est dans les temps chauds de l'année que l'atmosphère contient plus de vapeurs. MM. Biot et Arago ont pris, en conséquence, la diminution moyenne de densité, l'air étant à 0° de température; elle est 0,00096: ils ont ensuite augmenté d'environ 0,000025 (0,000024 à 14°) le nombre (0,00375) qui exprime la dilatation de l'air pour chaque degré du thermomètre: leur facteur hygrometrique s'est trouvé ainsi . . . . . .
$\left(1 + 0,00096 + 0,000025 \frac{t+t'}{2}\right)$; et d'après cela, le coefficient constant est devenu 18334, et le multiplicateur relatif à la température $\left(1 + 0,004 \frac{t+t'}{2}\right)$. Ce facteur hygr. ne paroît cependant un peu trop fort; à 17° du thermomètre par exemple, il donneroit $\Delta = 0,005$; tandis que nous avons vu qu'il n'est, terme moyen, que de 0,004. De sorte qu'il seroit peut-être plus convenable, en prenant, pour la température, la même expression que MM. Biot et Arago, de conserver leur ancien coefficient 18317. En en usant ainsi, la formule convient très-bien à l'état habituel de l'atmosphère et ne peut donner des erreurs de plus de 2 à 3 millièmes de la hauteur mesurée, ainsi que je le démontrerai dans la suite. Ce mode de correction rend en outre le calcul plus simple et plus expéditif que le premier; je l'adopterai donc de préférence, et établirai

$$x = 18317 \left\{ 1 + 0,002 (1 + t') \right\} \left\{ \text{Log. } H - \text{log. } h \left(1 + \frac{T - T'}{5412} \right) \right\}.$$

Correction relative à la variation de la pesanteur en latitude.

La pesanteur diminuant sur la surface de la terre, lorsque la latitude diminue, l'air se trouve moins comprimé, toutes choses égales d'ailleurs, à mesure qu'on approche de l'équateur : sa densité décroît ainsi dans le rapport de cette moindre compression. Et, d'après les raisons allguées pour les deux corrections précédentes, les valeurs de x, correspondantes aux mêmes élévations barométriques, doivent être proportionellement augmentées

La densité Δ de l'air, qui entre dans la formation du coefficient, ayant été déterminée pour le 45e degré, la formule n'aura pas besoin de correction à cette latitude moyenne. Pour déterminer celle à faire dans les autres cas, observons que l'intensité de la pesanteur, à différentes latitudes, suit le même rapport que la longueur du pendule à secondes. Or, d'après M. Laplace (Mécanique cél., liv. 3), cette longueur, à une latitude quelconque, l, est 0,990631 mètres + 0,005637. $\sin^2 l$: d'où l'on conclut que si elle est représentée par 1 à 45°, elle le sera par $1 - 0{,}00284 \cos. 2l$, à la latitude l. Il en sera de même de l'intensité de la pesanteur ; et puisque les valeurs de x suivent un rapport inverse, pour les réduire à leur latitude, il faudra diviser celle trouvée pour le 45° par ce facteur, ou bien la multiplier par

$$1 + 0{,}00284 \cos. 2l.$$

Dans la zône tempérée, ce multiplicateur devient d'une simplicité remarquable; sans erreur sensible, il est $1 + 0,0001(45 - l)$; c'est-à-dire que son effet se borne à augmenter ou à diminuer la hauteur trouvée de sa dix millième partie prise autant de fois qu'il y a de degrés entre 45° et la latitude du lieu.

Dans toute l'étendue de l'Empire français, et en général du 35 au 55e degré, cette correction peut être négligée, la plus grande erreur qui peut en résulter, ne pouvant excéder 0,001, est au-dessous de celles inévitables dans l'observation.

Correction dépendante de la variation de la gravité en hauteur.

L'intensité de la pesanteur diminue encore à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, de sorte que la colonne d'air, entre les deux stations, est soumise à une force de gravité réellement moindre que celle que nous avons supposée, en admettant qu'elle est partout comme au niveau de la mer: la densité de la colonne est donc plus petite qu'il n'est indiqué par la supposition; et encore ici la longueur x doit être augmentée proportionnellement à la diminution de densité

La pesanteur décroît en raison inverse du carré de la distance au centre de la terre, mais comme le rayon du globe est très-grand, comparativement aux hauteurs que nous pouvons atteindre,

le décroissement peut-être regardé comme se faisant en progression arithmétique (1), sans qu'il en résulte aucune erreur sensible: je m'en suis assuré par le calcul, même pour des hauteurs de 7000 mètres. D'après cela, on peut supposer que la colonne d'air est soumise, dans toutes ses parties, à une action de la gravité égale à celle dont elle est réellement affectée dans le milieu de sa longueur. Or x devant être augmenté dans le rapport de cette action à celle qui a lieu au niveau de la mer; et ces deux actions étant en raison inverse du carré des distances: si X exprime la vraie longueur de la colonne d'air, à la hauteur de la station inférieure au-dessus du niveau de la mer, et r le rayon terrestre (= 6366200 mètres), on aura

$$X = x\left(\frac{r+a+\frac{x}{2}}{r}\right)^2 = x\left(1+\frac{2a+x}{r}\right).$$

---

(1) Soit a, a', a'', a''', etc. des hauteurs au-dessus de la mer croissant en progression arithmétique; r étant le rayon terrestre, les intensités de la gravité à ces hauteurs seront respectivement représentées par la suite.

$$(r+a''')^2,\ (r+a'')^2,\ (r+a')^2,\ (r+a)^2.$$

En effectuant les élévations au carré, et observant que les termes qui ne renferment point r peuvent être négligés comme étant très-petits par rapport à r et ar, et divisant par r^2, la suite devient.

$$1+\frac{2a'''}{r},\ 1+\frac{2a''}{r},\ 1+\frac{2a'}{r},\ 1+\frac{2a}{r}.$$

Les différences entre les termes sont $\frac{2}{r}(a'''-a'')$, $\frac{2}{r}(a''-a')$ etc., et comme par la supposition $a'''-a''=a''-a'=a'-a$, ces différences sont égales, et par conséquent la suite est une progression arithmétique.

La hauteur, H, du baromètre à la station inférieure fut connaître a d'une manière approximative, et qui est ici bien suffisant.

Lorsque cette station inférieure est au niveau de la mer, alors $H = x + \frac{x^2}{r}$; valeur très-aisée à calculer par logarithmes, ayant déjà celui de x.

Au reste, la correction pour la pesanteur peut se faire d'une manière bien plus simple encore, et suffisamment exacte pour tous les cas auxquels la formule est applicable : il suffit d'augmenter le coefficient 18317 de quelques unités afin de lui faire exprimer la gravité telle qu'elle est dans les régions moyennes de l'atmosphère. En prenant, par exemple, cette force à 1200 mèt., d'élévation, le coefficient devient.

$$18317\left(\frac{6366200 + 1200}{6366200}\right)^2 = 18324$$

Il donnera alors avec exactitude les hauteurs de 2400 mèt. Au-dessous, les plus grandes erreurs auxquelles il pourra induire ne seront que de 0,2 mèt, et au-dessus, vers 3000 m, elles ne seront que de 0,3 mèt.: erreurs de beaucoup inférieures à celles inévitables dans les observations.

En résumant tout ce que la théorie nous apprend sur la mesure des hauteurs par le baromètre, et réunissant ici toutes les corrections, on voit que la hauteur x est donnée par les formules suivantes

$$x' = 18317\{1 + 0,002845 \cos. 2l\}\{1 + 0,002(t + t')\}$$
$$-[\log. h + 0,00008(T - T')]\} \text{ et } x = x'\left(1 + \frac{2a + x'}{r}\right)$$

ou, pour les zônes tempérées, avec une exactitude bien suffisante

$$x = 18324\{1 + 0,0001(45 - l)\}\{1 + 0,002(t + t')\}\{\log. h\}$$

Seconde Partie.

Comparaison avec l'experience.

Comparaison entre une mesure trigonométrique et une mesure barométrique.

Voyons maintenant quel est le degré d'exactitude qu'on peut se promettre dans la pratique d'une formule destinée à la mesure des montagnes, et que le physicien a déterminée, en quelque sorte, sans sortir de son cabinet. Comparons, à cet effet, la hauteur qu'elle donnera pour une montagne préalablement mesurée par d'autres moyens. Le Mons-Grégorio, qui fait partie de la chaîne des Alpes située au nord du Piémont, et dont l'élévation est de près de 2000 mètres, va nous fournir ce terme de comparaison.

Le travail que j'ai fait sur les mesures trigonométriques et barométriques de cette montagne m'est commun avec M. Mallet, Ingenieur en chef des ponts et chaussées, et Chevalier de l'ordre Royal des deux Siciles. Je ne saurois trop me féliciter d'avoir eu un pareil collaborateur: et c'est à sa grande experience dans les opérations de géométrie pratique, ainsi qu'à la scrupuleuse exactitude qu'il met dans tous ses travaux, que je dois l'avantage de pouvoir présenter à l'Institut le résultat de l'opération peut-être la plus exacte qui ait jamais été faite ~~tout~~ pour comparer les deux modes de mesurer les hauteurs.

Position.

La chaîne des grandes Alpes présente un versant très-abrupte du côté de l'Italie; de sorte que les plaines du Piémont et de la Lombardie sont bordées d'un rang de montagnes qui s'élèvent brusquement au-dessus d'elles. Une des plus considérables est le Mont-Gregorio: c'est le pilier occidental de la porte par laquelle on entre dans la vallée d'Aoste: il est à cinq myriamètres au nord de Turin, à un myriamètre au nord-ouest d'Ivrée, chef-lieu du département; et immédiatement au-dessus du village de Brosso. La cime, isolée en pleine atmosphère, présente un petit plateau ovale d'environ 20 pas de large et 60 de long: elle est à peu près à la même hauteur que 2 ou 3 cimes distantes de quelques kilomètres vers le sud; mais au nord, elle domine, sans intermédiaire, les plaines du Piémont, qui commencent immédiatement au pied de la montagne, et qui y sont déjà au même niveau jusqu'à Turin. Nous avons fait élever sur le bord méridional du sommet un signal en pierres, qu'on a surmonté d'une croix

Mesure trigonométrique.

Le terrain sur lequel nous avons établi la base, est un grand pâturage plat; il n'est qu'à 6000 mètres de la cime. On a commencé par planter, dans l'alignement le plus favorable, et de cinq en cinq mètres, des piquets hauts de 2,3 à 4 décimètres: leur tête a été mise parfaitement en ligne droite; mais afin de leur conserver à peu

près la même hauteur, et de suivre le figuré du terrain, la ligne a été légèrement brisée en trois endroits, mais toujours maintenue dans le même plan vertical. Tout ce travail a été disposé par M. le chevalier Mallet, qui la fait exécuter par des conducteurs de travaux expérimentés, et qui la vérifié plusieurs fois lui-même.

Pour mesurer cette base, nous fîmes faire à Turin, par le mécanicien de l'Academie, en même temps vérificateur de poids et mesures métriques, une grande règle de bois de sapin, ayant 5,01 mèt. de long., ses extrémités furent garnies en cuivre, et l'on y marqua, avec tout l'exactitude possible, par deux lignes transversales le commencement et la fin des cinq mètres. L'etalon qui fut employé à cette graduation étoit en fer, et avait été fait sur un des 13 originaux remis aux députés du Piémont lors de l'établissement du système métrique. Sa température étoit de 13° (centigrades) lors de la division

Le même mécanicien nous fit en outre deux espèces de boîtes de cuivre, destinées à reservoir les extrémités de la règle. Elle se plaçoient sur la tête du piquet, et s'y fixoient, lorsqu'il étoit nécessaire, à l'aide de vis de pression. On avait tracé sur la partie supérieure une ligne destinée à coïncider avec celle marquée sur l'extrémité de la regle qui reposoit dessus.

Lorsqu'on voulut procéder à la mesure de la base, on fixa une boîte

sur le piquet n° 1; on plaça l'autre sur le n° 2, mais sans l'y arrêter; on posa ensuite la règle de manière que la division 0 mèt. coïncidât parfaitement avec la ligne tracée sur la première boîte, et on avança la seconde jusqu'à ce qu'il y eût coïncidence entre sa ligne et la division 5 mèt.: alors on serra les vis, et la première distance fut mesurée. On enleva la première boîte et on la porta sur le piquet n° 3, la règle fut posée de manière que la division 0 mètre répondit exactement à la ligne de la boîte restée fixée sur le n° 2, alors on disposa l'autre boîte sur le n° 3, comme il avoit été précédemment fait sur le n° 2: ainsi de suite. On plaçoit, chaque fois, un troisième piquet entre les deux dont on mesuroit la distance, afin de soutenir le milieu de la règle. Toute cette opération fut faite par les chevaliers Mallet, M. Henri jeune, ingénieur des ponts et chaussées, et moi: deux de nous ne quittoient jamais les extrémités de la règle, et veilloient continuellement aux coïncidences. Nous mîmes à ce travail tout le soin et toute l'exactitude dont nous étions susceptibles, et quoique nous n'eussions que 134 distances ou 670 mèt. à mesurer, et que les piquets eussent été préparés et alignés d'avance, cette seule opération nous occupa quatre jours.

En voici le résultat.

La base forme une ligne droite brisée en trois.

Longueur de la première partie	250,081½
Longueur de la seconde	200,151½
Longueur de la troisième	219,966
Différence de niveau entre les deux extrémités	
De la première partie	0,690
De la seconde	0,556
De la troisième	0,553
	1,799.

Le centre de notre cercle répétiteur étoit à 0,88 mèt. au-dessus d'une extrémité de la base, et à 1,36 au-dessus de l'autre: ainsi la distance entre les deux centres des cercles, ou la vraie base, étoit de 670,198 mèt.

La température du mètre en fer, lors de la graduation de la règle étant de 13°, et ce métal, d'après Borda, se dilatant de 0,0000156 par degré du thermomètre, notre mesure, comparée au vrai mètre (celui à 0) est trop longue dans le rapport de 1 à 1+0,0000156×13: par conséquent notre base est trop courte, et en l'augmentant dans le même rapport, elle devient 670,299 mèt.

Les angles ont été mesurés avec un cercle répétiteur de 8 pouces, fait par M. Lenoir. Nous avons long-temps manié cet instru,

ment, et l'avons essayé plusieurs fois sur notre terrain avant de l'employer à la mesure definitive. Elle a été effectuée dans un très-beau jour d'octobre. Chaque angle a été répété dix fois. Avant de lire sur le vernier, M. Mallet et moi examinions si les lignes de visée étoient exactement sur les points convenus des signaux, et nous tâtonnions jusqu'à ce qu'il nous parût impossible de les mieux mettre. Chacun examinoit et écrivoit séparément les angles, et nous ne passions à un autre que lorsque nous étions d'accord à un quart de minute: de sorte que nous croyons pouvoir en répondre à 2 ou 3 secondes près.
Les voici, tels qu'ils nous ont été directement donnés par l'observation.

1° Angle formé par la base et par le rayon visuel allant de son extrémité orientale à la âme du signal.

Angle multiple observé.	Angle simple déduit.
2 .... 194° 26' 15"	97° 13' 7,5"
4 .... 28°. 53. 0.	97. 13. 15
6 .... 223. 19. 0	97. 13. 10
8 .... 57. 45. 30	97. 13. 11
10 .... 252. 11. 45.	97. 13. 10,5.

2° Distance au zénit du signal ou de l'extrémité orientale de la base. Cet angle doit être augmenté de 1,3°, à cause de la position du cercle.

Angle multiple observé	Angle simple déduit.
2.... 146° 57' 0"	73° 28' 30"
4.... 293. 55. 0	73. 28. 45
6.... 80. 53. 0	73. 28. 50
8.... 227. 50. 0	73. 28. 45
10.... 14. 48. 15	73. 28. 49,5.

3° Angle formé par la base et le rayon visuel allant de son extrémité occidentale au signal

2.... 153° 6' 15"	76° 33' 7,5"
4.... 306. 12. 30	76. 33. 7,5
6.... 99. 18. 0	76. 33. 0
8.... 252. 22. 0	76. 32. 45
10.... 45. 27. 45	76. 32. 46,5.

4° Distance au zénit du signal ou de l'extrémité occidentale de la base.

2.... 147° 35' 30'	73° 47' 45"
4.... 295. 11. 45	73. 47. 57,5
6.... 282. 47. 45	73. 47. 57,5
8.... 230. 23. 0	73. 47. 52,5
10.... 17. 58. 45	73. 47. 52,5 + 1,3"

On a observé le baromètre et le thermomètre sur le terrain pendant la mesure de ces angles. Pour l'angle n° 2, on a eu bar. réduit à 0 temp. = 0,7383. Therm. = 24°.
Pendant la mesure du quatrième angle, il est survenu une circonstance thermométrique défavorable. On étoit près du coucher du soleil, et l'instrument s'étant tout-à-coup trouvé à l'ombre

dans coteau, la température a baissé durant l'opération de 21 à 14°
Le baromètre étoit à 0,7393
D'après ces données; en prenant l'angle déduit de la dixième répétition, et en ayant égard à la courbure de la terre, le calcul trigonométrique ordinaire indique pour hauteur du signal sur l'extrémité orientale de la base ..... 1709,54 mètres.
Nous avons cherché à corriger directement l'effet de la réfraction
Deux fois M. le chev. Mallet et moi sommes allés sur la cime de la montagne, pour y faire les observations nécessaires à cette fin, c'est-à-dire pour y prendre la distance au zénit de l'extrémité de la base ou du signal: mais toutes les deux fois les nuages sont venus nous envelopper au moment même de l'observation, et nous ont ainsi enlevé le fruit que nous espérions recueillir des fatigues du voyage. Heureusement, le calcul nous met ici à même de faire cette correction d'une manière à peu près aussi exacte que dans le cas des réfractions astronomiques. La même théorie qui a conduit M. de Laplace aux formules d'après lesquelles on détermine ces dernières, lui en a donné une (Méc. cél., tom. IV, p. 280) pour la réfraction des objets situés dans l'atmosphère et vus sous un angle de plus de 10°. Or ici la hauteur mesurée étant considérable et l'angle étant de 16°32' nous pouvons employer avec confiance cette formule, à laquelle on donne la forme suivante

$$\delta x = \frac{1}{\cos^2 z}\left\{\frac{60'',615 \sin 1'' H.x.}{0,76(1+0,00375T.)} - 3,08338(H-h)\right\}$$

dx étant la correction à faire par l'effet de la refraction,
z = angle au zénit (= 73° 28' 50,5"),
t = température au lieu de l'observateur (24°),
H = haut. du bar. dans ce lieu, réduit à 0° temp. (0,7383),
h = haut. du bar. au signal; h, il est vrai, n'a point été déter-
miné directement; mais les nombreuses observations barométriques,
que nous avons faites sur la montagne, nous permettent de le
conclure, à l'aide de H et de t, d'une manière plus que suffi-
sante pour l'usage actuel: il est 0,6045.

Les nouvelles expériences de MM. Biot et Arago, sur les
densités de l'air et du mercure, donnent 3,07600 au lieu de 3,08338.
D'après tout cela, on trouve dx = 0,45 mèt. et par conséquent x
égal 1709,09 m.

Le baromètre de la station inférieure étoit à 0,86 m. au-dessous du
cercle répétiteur; et celui de la station sup. à 1,52 mèt. au-dessous
du sommet du signal; ainsi la différence de niveau entre les deux
instrumens devient 1708,434 m.

Un calcul trigonométrique semblable donne, pour la hauteur du
signal au-dessus de l'extrémité occidentale de la base, 1710,74 mèt.
L'excès sur 1709,09 est de 1,65: le nivellement l'avoit donné 1,32
(= 1,799 − 1,36 + 0,88, qui est la différence du niveau entre les deux
cercles). Ces résultats ne diffèrent que de 0,33 m. et prouvent ainsi
l'exactitude de nos opérations, au moins sous le rapport des angles
au zénit. Sans la circonstance défavorable à l'opération faite

à l'extrémité occidentale de la base, circonstance déjà mentionnée, la différence eût été moindre; aussi croyons-nous pouvoir répondre de notre mesure trigonométrique à un demi mètre près, c'est-à-dire à moins de 0,0003.

Mesure barométrique.

Les deux baromètres sont nous avons fait usage, étoient dernièrement sortis des ateliers de M. Fortin. Un d'eux avait été porté par M. Duchayla à l'Observatoire de Turin, et M. de Balbe, recteur de l'Université de cette ville, avoit eu la bonté de le mettre à ma disposition pour notre travail: ce fut celui dont se servit M. le chev. Mallet. Leur construction est généralement connue et je n'en parlerai point; qu'il me suffise de dire que ce sont les plus exacts des baromètres portatifs qui aient encore été faits en France (en exceptant toutefois celui que M. de Prony vient de faire construire).

Nos thermomètres, également gradués par M. Fortin, étoient montés sur des lames de cuivre: leur boule étoit libre.

En partant de Paris, au mois de mai dernier, j'avois emporté deux baromètres comparés soigneusement, et à plusieurs reprises, avec celui dont on se sert maintenant à l'Observatoire impérial. Un d'eux, il est vrai, fut cassé en route; mais l'autre arrivé à Turin en fort bon état, et mis en parallèle avec celui de M. Duchayla, m'apprit que ce dernier se tenoit exactement à la même hauteur que le baromètre de Paris: de sorte qu'il

n'avait pas besoin de correction. Quant à celui qui avoit été cassé, il fut rétabli à Turin; mais soit différence dans la nature du tube, soit déplacement dans le zéro, soit l'effet de toute autre cause, il se tint à 0,6 de millimètre plus bas qu'auparavant, et à 0,83. plus bas que celui de Turin: cette différence resta constamment la même durant tout le cours de nos observations. Je me suis assuré, avant de les commencer, comme après les avoir finies qu'il n'y avoit pas un atôme d'air dans les tubes.

Nos quatre thermomètres ont été souvent comparés entre eux, et M. Gay-Lussac ayant eu la complaisance d'en mettre un en parallèle avec un des siens très-soigneusement gradué, nous a fourni le moyen de ramener leur indication au vrai degré de température.

Voici la manière dont nous disposions ces divers instrumens. La station inférieure étoit à l'extrémité orientale de la base même, le baromètre s'y trouvoit au milieu d'une prairie à l'ombre d'un arbre: de cette manière, on étoit assuré qu'au bout d'un certain temps la colonne de mercure avait bien pris la température indiquée par le thermomètre annexé au baromètre. M. le chev. Mallet veilloit avec le plus grand soin à ce que cet instrument ne fût jamais atteint par le soleil. Quant au thermomètre libre, il étoit suspendu au tronc d'un peuplier effilé, et tenu

continuellement à l'ombre, à 2 ou 3 décimètres de l'arbre, et à 4 mètres au-dessus de terre. Le sol étant une nappe de gazon, la réverbération des rayons solaires étoit peu considérable, et tout porte à croire qu'on avoit ici la température de la couche inférieure de l'atmosphère.

A la station supérieure, le baromètre étoit à l'ombre du signal, la cuvette se trouvoit à environ 9,6 mèt. au-dessus du sol. Lorsque le vent souffloit du nord ou de l'est, je suspendois le thermomètre libre à la croix dont j'ai parlé, et je pense qu'il indiquoit alors exactement la température de la couche d'air dans laquelle j'étois. Mais il n'en eût pas été de même par un vent du midi; la face de la montagne, vers ce point de l'horizon, étoit frappée et échauffée par les rayons du soleil, et comme ma station étoit exactement à son extrémité supérieure, le vent du sud poussant et fesant monter, comme sur un plan incliné, l'air qui étoit en contact avec elle, me donnoit une température plus chaude que celle qui régnoit en pleine atmosphère à la même hauteur. J'évitois cette cause d'erreur, en portant mon thermomètre à quelques centaines de pas vers le nord-est, au-dessus d'un rocher placé au bord supérieur de la face septentrionale, et j'avois, dans cet endroit, aussi bien qu'il m'étoit possible, la température de l'atmosphère au niveau de ma station. Cependant, si nous n'avions qu'une observation, on pourroit craindre que, malgré nos précautions, nous n'eussions point obtenu celle

température, et que notre calcul ne fût basé sur une donnée défectueuse: mais comme nous en avons une douzaine, je puis même dire une cinquantaine, car nous en faisions presque toujours cinq dans la même journée, et qu'elles ont été faites pour toutes sortes de vents, je ne crois pas qu'on puisse nous faire cette objection.

Venons aux observations. Il faut six heures pour se rendre de la ville d'Ivrée, où nous résidions, à la cime de la montagne; et douze fois dans le mois d'octobre dernier j'ai fait ce trajet. J'arrivais à ma station avant onze heures: j'y prenois note de l'état des instrumens à onze heures, onze et demie, midi, midi et demi, et une heure; je retournois le soir même à Ivrée, et dès mon arrivée je confrontois mes observations avec celles que M. le chev. Malles avait faites de son côté, aux mêmes heures, au pied de la montagne.

Je ne parlerai pas du soin scrupuleux que nous avons mis dans nos observations; qu'il me suffise de remarquer que chacun de nous passait deux heures à sa station, uniquement occupé à suivre la marche de ses instrumens; que nos manières d'observer ont été fréquemment comparées; qu'ayant long-temps fait des expériences de cette nature, nous étions entièrement au fait de la manière la plus avantageuse, de placer nos instrumens, ainsi que des petites manipulations propres à rendre leurs indications aussi exactes que

possible. par exemple, nous ne prenions jamais une hauteur du baromètre sans frapper sur le tube de manière à produire une petite agitation dans le mercure, en diminuant de cette sorte le ménisque produit à la surface du liquide par l'effet de la capillarité, la depression qui en est la suite devenoit moindre, et on voyoit le mercure monter de 0,2 à 0,3 millimètres.

C'étoit, d'après les observations de midi, que nous nous proposions de calculer la hauteur de la montagne, celles que nous fesions avant et après cette heure, à distances égales, avoient principalement pour objet de nous assurer qu'il n'étoit point glissé d'erreur dans nos annotations, que nos instrumens avoient suivi une marche régulière, et enfin qu'il n'étoit survenu dans l'atmosphère aucun mouvement extraordinaire qui pût altérer nos résultats. Je joins ici l'état des observations de midi pendant dix jours (1), telles que nous les avons écrites, chacun de nous à sa station, avant de nous être communiqués, et sans me permettre aucun changement (autre que celui indiqué par la comparaison des instrumens; changement qui n'étant qu'une quantité constante à ajouter ou retrancher dans tous les cas, augmente ou diminue également tous les résultats).

---

(1) Un des douze jours d'observation a été rejeté par une raison qui sera exposée plus pas. Dans un autre, il n'y a point eu d'observation correspondante à la station inférieure.

Jours	H.	h	T	T'	t	t'	Vents	État du ciel. en bas	en haut.
10 d.	739, 0	601, 15	21,77	9,4	18,5	7,3	N. N. O. fort.	Très-beau	Très-beau depuis 11 h.
4	747, 45	606, 23	16,10	11,1	15,45	2,2	S. S. O. tr. fort.	Soleil	Dans les nuages
7	744, 35	604, 97	18,8	8,7	18,6	3,7	Idem	Idem	Idem
8	744, 25	604, 37	18,8	5,9	18,4	3,3	S. O.	Idem	Idem
17	742, 2	605, 05	19,85	10,5	19,95	9,9	S. E. faible	Très-beau	Très-beau
18	745, 3	607, 05	19,5	11,1	19,45	9,9	S. presq. calme.	Couvert.	Brume, très-élevée.
20	747, 8	608, 35	16,6	10,6	19,2	8,1	S. E. faible	Idem	Couv. pet. pluie à 1 h.
25	753, 675	615, 01	18,4	12,9	17,9	12,5	Idem	Très-beau	Très-beau
30	744, 75	603, 09	13,6	3,9	13,6	0,7	S. O.	Couvert	Dans les nuages
31.	741, 4	600, 63	13,6	2,4	13,3	1,7.	Idem	Soleil.	Soleil: nuages de jour.

Avant d'appliquer le calcul à ces données, faisons encore une correction que réclament nos baromètres, et en général tous ceux qui portent une échelle sur métal. Elle me paroît avoir été négligée jusqu'ici, et cependant l'erreur, que son omission produit, peut aller à 1 et 2 mètres sur une hauteur ordinaire. Les baromètres de M. Fortin consistent en un tube de verre renfermé dans un tube de laiton, sur lequel se trouve un échelle qui n'est exacte qu'à 0 de température, comme toutes celles du système métrique. A tout autre degré au-dessus de 0°, la distance entre les divisions de l'échelle sera trop grande, et on conclura par conséquent une élévation doit être augmentée proportionnellement à la dilatation du métal. — Le general Roy a trouvé (1) que le laiton se dilate de 0, 000185 (= m) par degré du thermomètre: or la dilatation du mercure étant dix fois plus grande (5412 = 0, 000185 = n), la

(1) Guitons, Mém. de l'Inst., 1808.

correction se fera en diminuant d'un dixième ou les valeurs de T et T', ou le multiplicateur $\frac{1}{5412}$, qui devient ainsi $\frac{1}{6013}$. En effet d'après ce qui vient d'être dit, la hauteur du mercure à la station inférieure, ne sera plus H, mais $H(1+mT)$; de même à la station supérieure elle sera $h(1+mT')$. De sorte que la quantité $\frac{H}{h\{1+n(T-T')\}}$ devient

$$\frac{H(1+mT)}{h\{1+n(T-T')\}(1+mT')} = \frac{H}{h\{1+(n-m)(T-T')\}}$$

en observant que tous les termes, qui renferment mn, sont extrêmement petits et peuvent être négligés. D'après cela, la formule que nous emploirons ici sera.

(A) $x = 18324\{1+0,002(t+t')\}\{\log. H - \log. h\left(1+\frac{(T-T')}{6013}\right)\}$.

nous prendrons encore celle qui suit.

(B) $x = 18381\{1+0,001875(t+t')\}\{\log. \text{&c.}\}$

En les appliquant aux observations ci-dessus, on a les valeurs suivants pour hauteur de la montagne.

	A.	B.
1er Oct.	1710,6 mèt.	1710,7 mètres
4 "	1708,9 "	1710,5 "
7 "	1709,6 "	1710,8 "
8 "	1710,4 "	1711,0 "
17 "	1709,8 "	1709,1 "
18 "	1716,9 "	1716,2 "
20 "	1714,3 "	1714,6 "
25 "	1708,7 "	1707,9 "
30 "	1713,8 "	1715,8 "
31 "	1710,5 "	1712,7 "
Moyenne	1711,3	1711,9.

Cette même hauteur déterminée trigonométriquement est 1708,4 mètres: c'est-à-dire, qu'elle est de 0 002 plus petite; et il semble qu'on doit en conclure que les coefficiens théoriques employés sont trop grands dans la même proportion. Mais il faut remarquer que toutes nos observations n'ayant pas été faites dans des circonstances également favorables, ne doivent pas avoir toutes le même poids dans la balance de comparaison. Les 4, 7, 8, 30 et 31 du mois, la station supérieure étoit dans les nuages, tandis que l'autre étoit éclairée du soleil: ces différences de position ont certainement eu une influence sur les températures, et par suite sur les résultats de ces jours. Le 20, la marche du baromètre a été irrégulière; il pleuvoit à peu de distance de la montagne vers midi, ainsi l'observation doit être rejetée: il en sera de même de celle du 18 à cause de la brume qui s'est élevée au milieu du jour. Il ne nous reste ainsi, que celles des 1, 17, et 25, dans lesquelles les deux stations se trouvoient exactement dans les mêmes circonstances, et qui aient été faites par un très-beau temps. Celle du 17 surtout doit être prise en considération, la marche des instrumens, avant et après midi, indiquant l'équilibre le plus parfait dans l'atmosphère. Réunissant ces observations, on a

	mètres	
1er Oct.	1710,64	1710,69
17 "	1709,84	1709,12
25 "	1708,70	1707,88
Moyenne	1709,73	1709,23

Ces moyennes me paroissent devoir être regardées comme le vrai résultat de la mesure barométrique; d'autant plus qu'elles ne diffèrent pas sensiblement de celui obtenu le 17, jour où les circonstances étoient on ne peut plus favorables (1)

La première formule (A) donne un résultat de 0,00076 plus grand que la mesure géodésique; et on a par conséquent pour vrai coefficient 18310,1, au lieu de 18324. Le résultat de la seconde (B) étant de 0,00047 trop grand, indique pour coefficient de cette formule 18372,3 au lieu de 18381.

Pour les réduire l'un et l'autre au niveau de la mer et à la latitude de 45°: nous remarquerons que la latitude de la montagne est de 45°32', et que la hauteur de la station inférieure est d'environ 250 mètres

---

(1) Les légères différences que présentent les observations des trois jours ci-dessus, proviennent principalement de l'état hygrométrique de l'air. Si j'emploie les indications de l'hygromètre de Saussure comme représentant, jusqu'au Mont-Gregorio, le degré d'humidité de la couche d'air dans laquelle se trouve cet instrumens; et que, d'après les observations de M. de Humboldt, j'admette qu'en général l'hygromètre baisse d'un degré par 90 mètres de hauteur, tout restant d'ailleurs égal, les valeurs de Δ correspondantes aux 1, 17 et 25 octobre seront 0,0049; 0,0042 et 0,0050; et la formule à facteur hygrométrique citée à la page 447, donnera pour hauteur, dans ces trois jours, 1709,8; 1710,2; et 1710,4; quantités qu'on peut regarder comme absolument identiques.
Les résultats indiquent pour coefficient de la formule à facteur hygrométrique 18301 mèt. ou 18294 au niveau de la mer, et ce dernier nombre donne 7945 mèt. pour hauteur de l'atmosphère, dans la supposition d'une densité constante. On déduit de cette valeur 10454 pour le rapport de la pesanteur spécifique du mercure à celle de l'air sec, à 0 de température, et sous une pression barométrique de 0,76 mèt. résultat qui ne diffère que de — 0,012 de celui (10467) que MM. Biot et Arago ont conclu de leurs expériences.

sur le niveau de la mer (1). D'après cela et les principes établis dans la première partie, nous aurons 18304,8 pour la première formule, et 18367,1 pour la seconde.

Faisant exprimer à ces coefficiens l'action de la pesanteur telle qu'elle est à 1200 mètres de hauteur. Nous établirons pour formules théoriques rectifiées par l'expérience.

$$x = 18312\{1+0,002(t+t')\}\{\log. H \text{ etc}\}$$

$$x = 18374\{1+0,001875(t+t)\}\{\log. P \text{ etc}\}$$

S'il nous étoit permis de faire ici usage des indications de l'hygromètre de l'Observatoire de Turin, nous pourrions donner l'expressions suivante pour formule avec facteur hygrométrique;

$$x = 18301\{1+0,001875(t+t')\}\{1+\Delta\}\{\text{Log. } H, \text{ etc}\}$$

Comparaison avec les autres Formules.

Comparons maintenant ces formules avec celles données par les auteurs dont nous avons parlé dans la première partie. Faisons d'abord connoître ces dernières, et comme nous avons déjà exposé les principes sur lesquels elles sont établies, nous allons simplement donner leur expression analytique, en nous bornant aux remarques absolument nécessaires pour leur entière intelligence. Nous observerons avant, qu'elles sont presque toutes composées de trois parties; 1° d'un coefficient constant: 2° d'un facteur relatif à la température et de

(1) Cette hauteur, conclue des 10 observations barométriques faites à cette station, est de 58 mètres au-dessous de l'observatoire de Turin, lequel est 291 sur la mer. Ainsi la hauteur seroit 232 mètres. Mais le barometre de Turin, qui a servi à cette détermination, n'étant pas assez exactement comparé avec les miens, je ne saurois regarder ce résultat comme certain.

la forme suivante $\{1+m(\alpha-n)\}$; m étant le nombre qui exprime la dilatation de l'air par degré du thermomètre, α la température moyenne entre celles des deux stations $\left(=\frac{t+t'}{2}\right)$, et n le degré de chaleur auquel il n'y a point de correction de température à faire, en employant le coefficient adopté : 3° de la différence entre les logarithmes des élévations barométriques, que j'appellerai D. cette quantité ne diffère, dans les diverses formules, que par l'effet d'une très-petite différence, dans le nombre relatif à la dilatation du mercure, et que je désigne par a : en appellant β la différence $(T-T')$ entre les deux indications du thermomètre fixé au baromètre, cette troisième partie sera $D-[\log.(1+\beta a)]\beta$.

Halley ayant pris 10800 pour rapport entre la densité de l'air et celle du mercure, le baromètre étant à 30 pouces anglais, conclut, que le mercure se tenant à cette hauteur, il faut s'élever de 10800 pouces (274,293 mètres) pour le faire baisser d'un pouce. D'où l'on déduit.

$x : \log. H - \log. h\,(=D) :: 274,293 : \log. 30,5 - \log. 29,5$, ou $x = 18950$ mèt. D.

Bouguer prenoit $x = 10000\left(1-\frac{1}{30}\right)D$. et Mayer $10000\,D$: les coefficiens exprimoient des toises. Nous ferons entrer cette dernière formule dans les tableaux de comparaison, afin de mettre sous les yeux les effets du facteur de température.

Deluc, d'après des observations faites sur le Mont-Salève, à diverses hauteurs déterminées trigonométriquement, donne pour formule,

$x = 10000\{1+0,003721(\alpha-20,9375)\}(D\,0,000081\beta)$.

Il prend $w = 5400$, à partir de 12,5°.

D'après les règles données par Schuckburgh, on établit

$$x = 10000\{1 + 0,004374(\alpha + 0,42)\}(D - 1,000079\beta).$$

Le coefficient exprime des fathoms ou toises anglaises. La température normale (− 0,42) est déduite des mesures trigonométriques et barométriques du Salève même, et du môle près Genève: Schuckburgh en a conclu qu'à 16,5 du therm. la règle de Delue donne les hauteurs de 0,0236 trop faibles.

Le général Roy ne regarde pas la dilatation de l'air et du mercure comme constante dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique: de sorte qu'il donne des tables, mais non une formule générale, pour le calcul des hauteurs. Cependant comme il exprime lui-même la dilatation de l'air par 0,00441, toutes les fois qu'il parle en general de l'état ordinaire de l'atmosphère, en prenant la dilatation du mercure à 15°, nous pouvons, d'après lui, dire

$$x = 10000\{1 + 0,00441\alpha\}(D - 0,000083\beta).$$

La température normale, ici, avait étoit conclue de la comparaison d'un grand nombre de mesures trigonométriques et barométriques.

La formule de Trembley, en toises françaises, est

$$x = 10000\{1 + 0,004167(\alpha - 14,375)\}D.$$

Celle de MM. Laplace et Ramond est, en mètres,

$$x = 18393\{1+0{,}004\alpha\}(D-0{,}0008\beta)$$

Enfin MM. Biot et Arago donnent

$$x = 18334\{1+0{,}004\alpha\}(D-0{,}0008\beta)$$

Pour compléter cette énumération de formules, je citerai encore ici celle que M. Laplace a publiée dans sa Mécanique céleste, et qui peut-être mise sous la forme suivante.

$$x = 18336\, y\, D\left\{1+\frac{18336}{r}\, y\,(D+2m)\right\}.$$

y étant le facteur de température $(1+0{,}004\alpha)$, r le rayon de la terre, et m le module des logarithmes tabulaires. Elle est destinée aux cas dans lesquels on veut avoir égard à la diminution de la gravité dans le sens vertical. Le facteur 18336 est bien déduit des observations barométriques faites par M. Ramond dans les Pyrénées, et principalement sur le Pic du Midi; mais il ne saurait être regardé comme le coefficient 18393, réduit au niveau de la mer, ainsi qu'on le dit quelquefois: car ce dernier ayant été déterminé de manière à donner exactement des hauteurs de près de 3000 mèt. au-dessus de l'océan, exprime la force de la gravité telle qu'elle est à 1500 mèt. environ; et il est évident que, réduit au niveau de la mer, il doit être

$$18393\left(\frac{6366200}{6366200+1500}\right)^2 = 18384.$$

(Voyez en outre une notice que j'ai insérée dans le Journal des Mines, tom. XXI. p. 242). La formule de la Mécanique céleste n'étant plus

de même forme que les autres, ne saurait leur être comparée sous le rapport du coefficient : elle n'est, à très-peu de chose près, que celle $18393\,y\,D$, et je me suis assuré par le calcul, que jusqu'à 3000 mèt. de hauteur, on n'a jamais $\frac{1}{2}$ mèt. de différence entre leurs résultats. Ainsi, son coefficient n'est point, à 2 unités près, celui (18334) que M. Biot a déduit de ses expériences : s'il en était ainsi, il faudroit que vers le niveau de la mer les résultats des deux formules fussent presqu'identiques, c'est-à-dire que l'on eût.

$$18334\,y\,D' = 18336\,y\,D\left\{1 + \frac{18336}{r}\,y\,(D + 2m)\right\}.$$

Or si l'on fait, $D = 9000^{m}$, ce qui est à très-peu près le cas pour les hauteurs de 2 mètres, et que l'on suppose la température $\alpha = 17^{\circ}$; on trouvera que la différence entre les deux membres de l'équation est de 2,8 sur 1000. Pour que ces membres ~~de l'équation~~ fussent égaux, il faudroit que le coefficient de la formule, établie par M. Laplace, fût réduit à 18284; et telle est, ce me semble, la valeur que lui assignent les expériences de MM. Biot et Arago (1).

Afin de mettre mieux à même de comparer ces diverses formules, et d'en saisir les différences, je donne à toutes la même forme.

---

(1) Le coefficient de la formule puisée dans la Mécanique céleste n'est point la fonction $\frac{p}{q} \cdot \frac{0,76}{m}$, du rapport $\left(\frac{p}{q}\right)$ entre les poids spécifiques du mercure et de l'air fonction que nous avons démontré (pages 444 et 445) être le coefficient de la formule ordinaire. En effet, appelons c celui-ci, et c' celui de la mécanique céleste, on aura

$$x = c'y\,D + \frac{(c'y\,D)^2}{r} + \frac{(c'y)^2\,D\,.\,2m}{r}.$$

D'après ce que nous avons dit (page 450) et en prenant la station inférieure au

Freycinet conclues du	$18374\{1+0,00375\alpha\}(D-0,000080\beta)$
Mont-Gregorio	$18312\{1+0,00400\alpha\}(D-0,000080\beta)$
Biot et Arago	$18334\{1+0,00400\alpha\}(D-0,000080\beta)$
Laplace et Ramond	$18393\{1+0,00400\alpha\}(D-0,000080\beta)$
Deluc	$17971\{1+0,00403\alpha\}(D-0,000081\beta)$
Schuckburgh	$18316\{1+0,00437\alpha\}(D-0,00079\beta)$
Roy	$18282\{1+0,00441\alpha\}(D-0,00083\beta)$
Trembley	$18322\{1+0,00443\alpha\}(D-0,00081\beta)$
Bouguer, Mayer	$19490\{1+0,$

Elles ne diffèrent, comme l'on voit, que par le coefficient et par le nombre exprimant la dilatation de l'air, (en négligeant les très-petites différences dans la dilatation du mercure). Abstraction faite de la température, les hauteurs sont proportionelles aux coefficiens; et à partir de 0° elles augmentent d'autant plus rapidement

---

niveau de la mer, ainsi que le fait M. Laplace, quant à la correction relative à la diminution de la pesanteur; on a encore

$$x = cyD + \left(\frac{cyD}{r}\right)^2;$$

égalant ces deux valeurs de la même quantité x, et observant que les termes $\left(\frac{cyD}{r}\right)^2$ et $\left(\frac{c'yD}{r}\right)^2$ peuvent être regardés comme égaux, sans aucune erreur, on a

$$c = c' + \frac{c'^2 y . 2m}{r}.$$

équation qui montre la différence qu'il y a entre les deux coefficiens, et qui donne c' en fonction de c ou de $\frac{P}{q} . \frac{0,76}{m}$.

Le facteur de température, y, différant peu de l'unité, on aura à peu près

$$c = c' + \frac{c'^2 . 2m}{r}.$$

Cette note n'était point dans le Mémoire lu à l'Institut.

avec la chaleur, que la dilatation est exprimée par un nombre plus fort.

Nous allons maintenant comparer les résultats de ces formules à différens degrés de température; et afin que le terme de comparaison soit aussi exact que possible, nous aurons égard à l'état hygrométrique de l'air: ce qui nous sera facile, puisqu'il ne s'agit ici que de moyennes, et que la valeur de Δ peut aisément s'obtenir dans ces cas. J'ai pris, à cet effet, cette valeur moyenne pour chacun des douze mois d'après les observations faites à Genève dans les dix dernières années (1) j'ai ensuite rapporté les divers degrés de température indiqués dans le tableau suivant à la partie de l'année à laquelle ils appartiennent plus particulièrement dans nos climats. Les résultats de ce calcul, ou les valeurs de Δ dont on a fait usage, sont donnés dans le tableau. J'ai repris au lieu du facteur de la température $1+0,004\alpha$, les deux ($1+0,00375\alpha$ et $1+\Delta$) dont il est composé: enfin j'ai établi pour coefficient c, celui qui, à 15° du thermomètre, température à laquelle la valeur moyenne de Δ est $0,00375$, eût donné

$$c(1+0,00375\alpha)(1+\Delta) = 18312(1+0,004\alpha).$$

D'après cela, j'ai eu pour formule, à laquelle on a comparé toutes les autres,

$$x = 18310\{1+0,00375\alpha\}(1+\Delta)(D-0,00008\beta).$$

---

(1) voyez la note 2 à la fin du Mémoire

	Différences sur 1000.					
	Temp. = 0°	5°	10°	15°	20°	25°
	Δ = 0,0016	0,0020	0,0027	0,0037	0,0048	0,0061
Formules du Mont-Gregoris	+ 1,9	+ 1,5	+ 0,8	− 0,2	− 1,3	− 2,6
	− 1,5	− 0,7	− 0,2	0	0	− 0,3
Form. de M. Biot	− 0,2	+ 0,6	+ 1,1	+ 1,3	+ 1,3	+ 1,0
Ramond	+ 3,0	+ 3,8	+ 4,3	+ 4,5	+ 4,5	+ 4,2
Roy	− 3,1	− 0,3	+ 2,1	+ 4,1	+ 5,9	+ 7,4
Schuckburgh	− 1,3	+ 1,3	+ 3,5	+ 5,4	+ 7,0	+ 8,3
Trembley	− 0,9	+ 2,0	+ 4,5	+ 6,6	+ 8,5	+ 10,1
De Luc	− 20,5	− 19,5	− 18,6	− 18,5	− 18,3	− 18,4
Mayer.	+ 62,8	+ 42,8	+ 23,2	+ 4,1	− 14,7	− 33,8

Sans m'arrêter aux diverses conséquences que je pourrois tirer de ce tableau de comparaison, je me bornerai à faire remarquer que les formules conclues de nos observations sur le Mont-Gregoris donnent en général des hauteurs plus petites que les autres. Examinons-en la cause.

La différence avec les résultats de la formule de MM. Biot et Arago n'étant que de 0,001, peut être ici regardée comme nulle: ainsi nous n'y avons point égard.

Mais il n'en est pas entièrement de même de celle que présente la formule de M. Ramond, et qui est de plus de 0,004. Elle provient très-vraisemblablement de la diversité des circonstances dans lesquelles nous avons opéré. Car les observations de M. Ramond ont été faites avec trop de soin, et ont été trop souvent répétées pour

qu'on puisse élever le moindre doute sur leur exactitude. D'autre part, un astronome aussi expérimenté dans l'art de l'observation que l'est mon compatriote, M. Vidal, n'a certainement pas commis une erreur de 0,004 dans le nivellement qui lui a donné la hauteur du Pic-du-Midi.

J'observerai cependant, à ce sujet, qu'un nivellement de plusieurs lieues conduit par de grands détours depuis une plaine jusqu'à la cime d'une montagne très-élevée, ne saurait, par la nature même de l'opération, présenter le même degré de certitude qu'une détermination trigonométrique, fait avec les soins et les instrumens dont nous avons parlé.

M. Schuckburgh, après avoir établi ses règles sur la mesure des hauteurs, les essaya sur les principales montagnes mesurées en Angleterre, et il trouva lui-même qu'elles donnoient les hauteurs trop fortes de 0,002 (1) il les a d'ailleurs déduites d'observations faites indistinctement à toute heure, et, d'après cela, elles doivent donner des résultats trop grands vers midi: car, il est prouvé, par les expériences de M. Ramond, et par celles que je rapporterai dans la suite, qu'une même formule donne en général les hauteurs plus fortes à cette heure qu'aux autres. De sorte que si un coefficient a été déterminé pour ces dernières, ou seulement, si on les a fait entrer dans sa détermination, il sera évidemment trop grand pour midi.

La différence qui existe entre notre formule et celle du général Roy, provient en partie de la même cause, et en partie de l'erreur commise

(1) Trans. Phil. 1778.

par ce savant sur la dilatation de l'air ; elle est d'ailleurs réellement moindre qu'elle ne paroît d'abord. En effet, le coefficient de l'observateur anglais a été conclu de la comparaison d'un grand nombre de mesures barométriques et trigonométriques faites à une température de 9,2° terme moyen (1). Or, à ce degré, le seul auquel sa formule puisse être regardée comme déduite de cette comparaison, ses résultats ne diffèrent que de 0,0017 des nôtres, ainsi qu'on le voit par le tableau ci-dessus : à toute autre température, un plus grand excès provient uniquement de l'erreur sur la dilatation de l'air, et il ne sauroit être objecté.

Au reste, le général Foy ayant publié les détails de ses observations, il nous sera aisé en y appliquant notre formule, de juger des différences réelles. D'après ce qui a été remarqué, il n'y a que les observations de midi qui doivent entrer ici en comparaison. Je n'en trouve, dans son Mémoire, que cinq qui aient été faites à cette heure (un quart d'heure avant ou après) sur des hauteurs de plus de 250 mètres. Je donne, dans le tableau suivant, le nom de la hauteur, sa mesure trigonométrique et la différence que notre formule a donnée en plus ou en moins. Il seroit ici superflu de rappeler la confiance que méritent, principalement sous le rapport trigonométrique, les travaux d'un géomètre à qui l'on doit une des plus belles opérations géodésiques qui aient été exécutées dans ces derniers temps (1787) ; je parle de celle qui a servi à déterminer la différence en longitude des

(1) Trans. Phil. 1777, pag. 734.

observatoires de Greenwich et de Paris.

Noms.	Hauteurs.	Différences.
Snowdon	1083 mètres	+ 0,0030
Idem	1083 »	− 0,0035
Moel Eliu	722 »	+ 0,0052
Idem.	500 »	+ 0,0032
Castlie-Kite	359 »	+ 0,0087.
Moyenne	.....	+ 0,0031.

Ce résultat, indiquant que le coefficient 18312 peut même donner des produits trop forts vers midi, a dissipé les inquiétudes que j'avais d'abord conçues, en voyant que les hauteurs qu'on en déduisoit étoient constamment inférieures à celles données par les autres formules. Je crois donc pouvoir conclure des observations du general Royal, comme de nos propres mesures, que les règles établies dans ce Mémoire sont exactes pour l'heure de midi, et qu'elles peuvent pécher plutôt par excès que par défaut. Au reste, en tirant cette conséquence, je ne pense nullement à infirmer les formules des autres auteurs: elles conviennent même mieux que la nôtre aux diverses heures du jour prises en général, ainsi que nous le verrons dans la troisième partie: il peut encore se trouver des circonstances où elles seront plus exactes pour le moment de midi même. Je n'ai ici d'autre dessein que de présenter aux Physiciens un nouveau terme de comparaison entre les mesures barométriques et trigonométriques des montagnes: difficilement en auront-ils qui soient déduits d'observations

faites dans des localités et des circonstances plus favorables, avec des instrumens plus exacts et mieux comparés, et, je serai presque dire, qui aient été faites avec plus de soin que celles dont je viens d'entretenir l'Institut, et que je soumets à son jugement.

Troisième Partie.

Des Erreurs dans les mesures barométriques.

Après avoir déduit de la théorie les règles qui servent à la mesure des hauteurs, et les avoir rectifiées par l'expérience, de manière qu'elles donnent des résultats exacts dans les temps les plus propices; il ne reste plus qu'à examiner les effets des causes perturbatrices qui amènent des circonstances moins favorables, et à fixer la limite des erreurs que ces causes produisent: Tel est le but que je me suis proposé dans cette troisième partie.

Au reste, je ne pense pas traiter, dans tout son entier, une question si étendue, et qui a été déjà l'objet des travaux des divers Physiciens, principalement de M. Ramond, auquel

ont est redevable de plusieurs résultats intéressans. J'exposerai seulement ici les observations que j'ai faites, l'été dernier, dans l'intention de déterminer, 1° les erreurs que l'on peut commettre en mesurant plusieurs fois à différens jours, mais à la même heure, une même hauteur; 2° l'influence des diverses heures; 3° enfin celle de la distance entre les deux stations. Je jetterai ensuite un coup-d'oeil sur les erreurs provenant de l'état hygrométrique de l'air (1).

Depuis trois ans, je passe l'été au milieu des mines qu'on exploite dans la chaîne des montagnes, sur le faîte de laquelle se trouve l'hospice du Saint-Bernard, l'habitation la plus élevée de l'Europe, au rapport de Saussure, et qui est à 2500 mèt. au dessus de la mer. La complaisance des religieux qui y résident m'avoit fait naître l'idée de les engager à suivre la marche des instruments météorologiques que je leur confierois. Les Observatoires de Turin, de Genève et de Paris m'offroient des stations correspondantes; je pouvois encore en établir au pied même du Saint-Bernard, dans la ville d'Aoste; ainsi qu'à l'entrée des plaines du Piémont, dans celle d'Ivrée.

Je résolus, l'année dernière, de mettre à profit une position

si favorable pour entreprendre les déterminations dont je viens de parler. Je crus que le meilleur moyen de procéder à ce travail étoit de faire des observations barometriques, dans chacun des endroits indiqués, pendant tous les jours de l'été, à huit heures du matin, à midi et à quatre heures du soir, et de comparer ensuite leurs resultats. Je pensai que dans cet espace de temps, et dans ces differences de position, toutes les causes perturbatrices manifesteroient leur action, et que je pourrois en mesurer les effets.

Malheureusement je n'ai pu, au moins jusqu'ici, exécuter ce plan en son entier. M. Pennelier, qui avoit bien voulu se charger des observations à Genève, fut enlevé, au commencement de l'été par une maladie douloureuse, aux sciences pour lesquelles il avoit tant travaillé, et à une patrie qu'il édifioit par ses vertus. Le barometre du Collège d'Aosta étoit un instrument très-commun; il n'avoit point de vernier, et la petitesse de son tube l'empêchoit de suivre les petites oscillations

(1) Je j'avois ici pour but de traiter *à priori* des erreurs dans les mesures barométriques, plutôt que de rapporter les observations que j'ai été à même de faire à ce sujet; je prendrois successivement chacune des parties de la formule qui sert au calcul de ces mesures, et j'examinerois les erreurs auxquelles elle peut donner lieu. Je suivrai cet ordre dans le résumé qui se trouve à la fin du Mémoire.

de la pression atmosphérique : il a été cependant observé pendant cinquante jours par M. Perret, directeur du Collège, et savant mathématicien actuellement occupé d'un commentaire sur la Mécanique céleste de M. Laplace ; mais les imperfections dont j'ai parlé ne me permettent pas de m'arrêter sur chacune des observations, et je ne puis tirer quelque résultat que de leur moyenne. Les observations d'Ivrée qui ont été faites à ma prière par M. Negri, docteur en médecine, très-versé dans quelques parties de la chimie et de l'histoire naturelle, n'auront pas même cet avantage. le baromètre, outre les mêmes défauts que celui d'Aosta, n'avoit pas été assez exactement comparé avec les miens. Il ne me reste donc que les observations du Saint-Bernard et celles de Turin ; et encore ces dernières n'ont-elles été faites que pendant un mois, à huit heures du matin et à quatre du soir.

Je rappelle, en quelques lignes, la position de ces deux stations. Turin se trouve dans une plaine, ou plutôt dans une large vallée, à 1/2 myriamètre du pied des Alpes, et tout près des collines du Mont-Ferrat. L'Observatoire s'élève au milieu de la ville ; sa plate-forme est à 46 mèt. au-dessus

du sol: le baromètre y étoit renfermé dans une petite loutelle, à 1 mèt. de hauteur au-dessus du pavé: c'étoit celui que M. Duchayla avoit fait faire à Paris, et qui nous a servi ensuite au Mont-Gregorio; son élévation sur la mer étoit 291 mèt. d'après les données de M. Deluc (1). Les Observations ont été faites par M. Bonin, chargé de la partie météorologique à l'Observatoire de Turin, sous la direction de M. Vasalli, et qui est très expérimenté dans ce genre de travail. L'Hospice de Saint-Bernard est dans la partie la plus élevée des Alpes, au milieu d'un col resserré entre deux cimes. Je renvoie, pour de plus grands détails sur les localités, aux Voyages de Saussure (chap. 41, 42). J'y portai mes instrumens le 22 juillet dernier; le baromètre (fait par M. Fortin) fut placé au milieu d'une cellule, et il y resta jusqu'au 11 Septembre. Je suspendis le thermomètre libre à un clou fixé, près de la fenêtre, dans un mur exposé au nord-ouest: on faisoit en sorte qu'il ne touchât point la maçonnerie. Il eût été certainement plus convenable

(1) Modifications de l'Atmosphère, §647.

de l'établir loin de l'édifice et en plein air; mais dans un lieu aussi froid, où il falloit souvent observer, et où la personne qui vouloit bien prendre ce soin avoit d'autres occupations, cela n'étoit guère possible. Je fis moi-même les observations durant les trois premiers jours. elles furent ensuite continuées par M. le Chanoine J. B. Darbeley, clavandier (cellerier) de l'Hospice, qui avoit fort bien compris la manière dont elles devoient être faites, et qui a mis dans ce travail un scrupule religieux, et une assiduité dont on ne sauroit trop le remercier. Il a pris note, chaque jours, à huit heures du matin, à midi et à quatre heures du soir, de l'élévation du baromètre et des thermomètres, ainsi que de l'état du ciel, de la direction et de la force des vents. Dans les premiers jours d'observation, il y avoit un peu de neige aux environs du Couvent; mais elle disparut bientôt, et vers le milieu du mois d'août il n'en existoit presque plus, même sur les cimes voisines.

D'après nos calculs, l'Hospice est à environ 2220 mètres au-dessus de la platte-forme de l'Observatoire de Turin; et la distance entre les deux stations est de 10 1/2 myriamètres

en ligne droite; la moitié de l'espace qui les sépare est occupée par une grande masse de montagnes dont la hauteur générale est peu inférieure à celle du Saint-Bernard.

Les résultats des observations sont consignés dans les tableaux suivans. A la tête de chaque colonne, j'ai inscrit la moyenne relative à l'indication de la colonne, et j'ai ensuite donné la quantité dont le résultat de chaque jour en diffère, soit en plus soit en moins; les moyennes de hauteur et de température ont été déterminées d'après la somme des 52 résultats, et après avoir fait abstraction des cinq plus grands et des cinq plus petits dans chaque colonne.

La direction des vents étoit donnée à Turin par la girouette de l'Observatoire; et au Saint-Bernard, elle étoit conclue de celle des nuages.

Les hauteurs indiquées, pour chaque jours, ne peuvent être regardées comme exactes qu'à 8 et même 10 mèt. près. En general, dans les mesures barométriques on doit compter pour l'erreur de l'observation 1° un à deux dixiemes de milimètres dans l'élévation du barometre, et qui en donne une de 1½, 2 ou 3 mèt. sur la hauteur mesurée, selon que le barometre est plus ou moins près du niveau de la mer;

2° un degré sur la vraie température de la colonne de mercure; d'où il résulte, dans tous les cas, 1½ mèt. par degré sur la hauteur; 3° un degré au moins sur la vraie température de la couche d'air dans laquelle on se trouve; ce qui fait 0,002 de la hauteur par degré. Ainsi la limite de l'erreur d'une observation ordinaire sera de 3 à 4 mèt. plus 2 à 3 millièmes de la hauteur mesurée. Il n'est pas vraisemblable que toutes les erreurs de chacune des deux stations soient dans le même sens; et je ne prends que celles d'une d'elles. Dans une observation bien soignée, il est vrai, l'erreur ne sera guère que moitié, et peut-être moindre encore: mais quoiqu'en général les observateurs de Turin et du St. Bernard aient apporté du soin dans leur travail, cependant leurs observations de chaque jour doivent être rapportées à la première classe, et d'après cela, les résultats n'en doivent être regardés comme exacts qu'à 8 ou 10 mèt. Je crois qu'on doit d'autant plus accorder ici toute cette latitude à l'erreur de l'observation, que le thermomètre libre du St. Bernard, étant placé près d'un mur, n'a quelquefois donné la température de l'air qu'à 2° près. J'observerai encore que ce mur se trouvant frappé des rayons du soleil vers 3 heures, on ne peut plus compter sur les observations de quatre heures lorsque le temps étoit découvert. J'ai cherché à corriger l'erreur; mais j'ai en même temps indiqué par un point de doute (?) celles qui étoient dans ce cas. –

Hauteur du Saint-Bernard sur Turin.

Jours de l'Observation	Hauteur	Température: Moyenne entre les 2 stations	Température: Différence entre les 2 stations	à Turin: Vent	à Turin: Ciel	au Saint-Bernard: Vent	au Saint-Bernard: Ciel
	Mètres	Degrés	Degrés				
Moyenne	2217	17,4	16,1				
23 Juil.	+ 6	0	+ 3	N. foible	Couvert	S. assez fort.	Couvert.
24	+ 9	+ 2	+ 2	N. O. assez fort	Nuages	S. foible	Nuages
25	− 17	− 5	+ 1	O. assez fort.	Idem	S.	Pluie verticalle
26	+ 4	− 1	+ 3	S. foible	Couv. pluie.	S. foible	Brouillard
27	+ 7	+ 1	+ 2	Idem	Demi couv.	S. très foible	Nuages
28	− 14	− 2	− 11	N. fort.	Orag. pluie.	S. foible	Couvert.
29	+ 4	+ 2	− 2	S. − O.	Nuages	Idem	Nuages
30	+ 19	+ 2½	− 1	O.	Idem	S.	Idem
31	+ 10	+ 1	+ 1	E.	Idem	S. fort.	Brouillard
1 Août	+ 14	+ 3	+ 2	S. E. foible	Couvert	Idem	Couvert
2	− 10	− 3	+ 5	N. foible	Idem	Idem	Couv. pluie
3	+ 19	+ 3½	+ 3	S. assez fort.	Nuages	S. foible	Brouillard
4	− 11	− 1	+ 6	O. très fort.	Idem	S. ass. fort	Nuages
5	+ 6	− 3	− 1	N. − E.	Très-beau	S. − O. foible	Beau
6	+ 15	+ 0½	0	S. − O.	Beau − nuag.	S. ass. fort.	Idem
7	+ 7	+ 1	+ 4	N. E. assez fort.	Nuages	N. ass. fort.	Brouillard, pluie
8	− 8	− 1	+ 1	S. O. foible.	Très-beau	N. fort.	Beau.
9	+ 5	+ 2	− 1	O. foible	Idem	O	Idem
10	+ 6	+ 3	− 2	S. E.	Idem	O. foible	Très beau
11	+ 20	+ 4½	− 3	S. S. O. as. fort	Beau, nuag.	Idem	Idem
12	+ 4	+ 2	0	N. E. assez fort	Nuages	N. foible	Idem
13	+ 8	+ 2½	+ 1	E.	Idem	S. assez fort.	Nuages
14	− 6	0	− 1	N. − E. fort.	Idem	S. fort.	Idem
15	+ 9	+ 3	− 2	N. assez fort	Idem	S. assez fort.	Couvert
16	− 14	+ 2	− 1	N. foible	Idem	Idem	Beau
17	− 2	+ 2½	+ 1	N. E.	Idem.	S. fort.	Nuages
18	0	+ 4	+ 1	E. fort.	Beau, nuag.	S.	Beau
19	− 6	+ 3½	+ 2	N. E.	Couvert	S. fort	Couvert
20	− 16	+ 1½	+ 1	N. E. fort.	Nuages	S.	Idem
21	+ 4	+ 1	+ 2	E. foible	Beau, nuag.	.....	Idem
22	+ 4	+ 4	− 4	E.	Nuages	S. foible	Beau
23	− 3	− 2	− 3	N.	Couvert	S.	Pluie
24	− 23	− 3	+ 4	E. − N. − E.	Nuages	N.	Beau.
25	− 28	− 7½	+ 3	N. E. as. fort.	Couvert	S.	Brouillard, neige
26	− 10	− 2	+ 3	N. E.	Très-beau.	N.	Idem
27	+ 5	− 1	− 2	N. E. as. fort.	Beau	S. foible	Beau
28	− 7	0	− 1	N. E.	Beau, vapr.	Idem	Nuages
29	+ 17	+ 4	− 2	S. foible	Très-beau	N. foible	Beau
30	+ 16	+ 1	+ 3	N. E. fort.	Beau.	Idem	Très-beau
31.	+ 22	+ 3½	− 2	S. foible.	Idem	Idem	Idem
1 Sept.	+ 3	+ 1	+ 1	E. assez fort.	Couv. nuages.	S.	Couvert, brouill.
2	− 17	− 2	+ 2	S. E. assez fort	Couvert	Idem	Brouillard, pluie
3	+ 3	− 1	+ 3	N. foible	Couv. pluie	S. foible	Brouillard
4	− 24	− 6	0	N.	Idem	S.	Br., pl., neige
5	+ 4	− 1	+ 1	S. O foible.	Couvert	N. foible	Brouillard
6	− 7	− 3	0	N. foible	Idem	Idem	Couvert
7	− 47	− 9	− 2	N. − E. fort	Couv. pluie	N. très fort	Br, pl, neig, or.
8	− 8	− 3	− 2	N. − O. très fort	Demi. couv.	N. foible	Brouill. neigeux
9	− 41	− 8	+ 2	N. − E. fort	Idem	N. fort	Brouil. neige.
10	− 0	− 2	− 2	S. − O.	Beau nuag.	N. foible	Couvert.
11.	− 14	− 2	− 5	N. assez fort	Nuages.	Idem	Brouill, neige.

Hauteur du St. Bernard sur Turin.

Jours.	A huit h. du matin			A midi			A quatre h. du soir.		
	Hauteur	Température Moyenne	Température Différence	Hauteur	Température Moyenne	Température Différence	Hauteur	Température Moyenne	Température Différence
	Mètres.	Degrés.	Degrés.	Mètres.	Degrés.	Degrés.	Mètres.	Degrés.	Degrés.
Moyenne	2196	14,4	13,8	2222	17,9	16,6	2211	18,0	16,3.
23 Juil.	− 15	− 2/2	− 4	+ 1	− 0	+ 2	0	− 1	+ 3
24	− 3	− 0/2	− 1	+ 4	+ 1	− 1	− 11	− 1	0?
25	− 39	− 4/2	− 1	− 22	− 6	0	− 9	− 5	0
26	− 5	− 3	− 2	− 1	− 2	+ 2	− 25?	− 6	− 3
27	+ 4	0	+ 3	+ 2	0	+ 1	− 11?	− 1	0
28	+ 9	0	− 1	− 14	+ 3	− 12?	− 18	− 4	− 1
29	+ 3	+ 1	+ 1	− 1	+ 1	− 3	+ 18	+ 3	− 1
30	− 5	− 0/2	0	+ 14	+ 2	− 2	+ 35?	+ 2	− 1
31	− 7	− 0/2	− 2	+ 4	+ 1	+ 0/2	+ 2	0	+ 5
1 Août	+ 8	+ 1/2	+ 1	+ 9	+ 2	+ 2	+ 18	+ 3	+ 9
2	− 7	+ 4/2	+ 3	− 15	− 4	+ 4	− 14	0	+ 6
3	− 1	+ 2	+ 3	+ 14	+ 3	+ 2	+ 4	0	− 4
4	− 8	− 1	+ 6	− 16	− 2	+ 5	− 13	− 2	+ 4
5	− 6	− 3	+ 2	+ 1	− 4	− 2	+ 28?	0	0
6	+ 5	0	− 2	+ 10	0	− 1	+ 4?	− 1	0
7	− 9	− 1	+ 3	+ 2	0	+ 3	− 40?	− 4	+ 5
8	− 9	− 2	+ 7	− 13	− 2	0	+ 1?	0	0
9	− 5	− 0/2	− 3	0	+ 1	− 2	− 9?	0	− 2
10	0	+ 1	− 3	+ 1	+ 2	− 3	+ 3	− 3	− 3
11	+ 25	+ 5	− 6	+ 15	+ 4	− 4	− 11	+ 2	− 4
12	+ 16	+ 4	− 7	− 1	− 1	− 1	+ 9	+ 3	− 4
13	+ 3	+ 1	+ 4	+ 3	+ 1	0	+ 1	+ 1	+ 1
14	− 7	−	− 1	− 11	− 1	− 2	− 2	+ 1	+ 1
15.	+ 12	+ 2	− 3	+ 4	+ 2	− 2	+ 11?	+ 3	− 1.
Hauteur du St. Bernard sur Aoste.									
45 jour	.....	.....	.....	1902	15,6	13,4			
37	1889.	13,3	13,3	1904	15,3	13,6			
26.	.....	.....	.....	1904	15,3	13,5	1898	14,7	14,2.

Différences ou erreurs de la même heure.

En parcourant les colonnes hauteur et température moyenne, etc. dans le premier tableau, on sera certainement frappé du rapport qui règne entre leurs indications: toutes les fois que la température hausse ou baisse, la hauteur correspondante augmente ou diminue; et quoique ce ne soit pas exactement en même

proportion, il n'est pas moins vrai que les diminutions sont d'autant plus grandes que la chaleur a été moins forte. Ainsi, le thermomètre ayant baissé, au-dessous du terme moyen, de 9, 8, 7, 6, 5 degrés, les hauteurs respectives des mêmes jours, la température ayant haussé de 4 1/2, 4, 3 1/2, 3 1/2 degrés, les hauteurs correspondantes ont augmenté de 20, 17, 22, 19 mètres: ici, il est vrai, la marche est moins régulière; on voit même un jour le thermomètre monter de 4°, sans qu'il y ait d'augmentation de hauteur: peut-être est-ce par un effet de l'erreur d'observation?

Le second tableau présente des résultats analogues. Sur les vingt-quatre observations de huit heures du matin, il n'y en a que cinq dont le résultat diffère du terme moyen, d'une quantité plus grande que celle due à l'erreur de l'observation (10 mètres): les différences en moins sont 39 et 15 mèt., et la température des mêmes jours est de 4° 1/2 et 2° 1/2 au-dessous de la moyenne: les différences en plus sont 25, 16 et 12 mèt., et l'excès des élévations thermométriques correspondantes est +5, +4, +2. Si les observations de quatre heures offrent un peu moins de régularité, c'est en grande partie l'effet de la circonstance particulière à cette heure, circonstance dont il a déjà été question.

Les résultats obtenus en prenant, à divers jours, la hauteur du

Saint-Bernard sur Rosse et Forée déposent encore en faveur de la corrélation entre les hauteurs et les températures.

Les effets des changemens thermométriques m'ont paru, toutes choses égales d'ailleurs, d'autant plus grands que le changement a été plus subit. Ainsi, durant nos observations sur le Mont-Gregorio, la chaleur ayant peu varié, ou n'ayant varié que graduellement, nous n'avons eu que de fort petites différences dans les résultats.

En voyant l'analogie qui existe entre les variations de température et celles que présentent les résultats des mesures barométriques, il m'a été difficile de ne pas regarder les premières comme la principale cause des secondes; et les observations que j'ai faites depuis n'ont fait que confirmer cette opinion. Au reste, je n'exclus pas l'influence de quelques autres agens, notamment celle des courans d'air ascendans, au milieu desquels peut se trouver un baromètre placé sur une pente qui aurait changé la direction horizontale d'un courant, pour les forcer à en prendre une qui lui soit parallèle; mais dans le cours de mes observations, j'ai été peu à même d'observer les effets de cette cause. La nature du vent ne m'a pas paru avoir d'influence sensible dans les résultats, toutes les fois qu'elle a été indépendante de la température. Je pourrois en dire à peu près de même

de la pluie, etc.; et si les hauteurs ont été notablement plus petites les jours où il a plu ou neigé, c'est parce que ces météores ont produit un abaissement dans la température, et cet abaissement est ici la cause immédiate qui a affecté le résultat du calcul.

Je crois ainsi qu'on peut conclure des observations rapportées dans les tableaux précédens, que toute augmentation ou diminution notable qui a lieu, d'un jour à l'autre, dans l'indication des thermomètres, produit une erreur en plus ou en moins dans la mesure barométrique correspondante: abstraction faite de cette cause et de celles qui en dépendent, les différences dans les résultats des observations faites à la même heure, et sur une même hauteur, rentrent dans les limites de l'erreur de l'observation, ou ne s'élèvent qu'à quelques millièmes.

Aucune des heures du jours que j'ai citées, ne m'a paru avoir à cet égard un avantage marqué sur les autres: il seroit cependant possible que celles de midi et de huit heures du matin fusent celles qui présentent le moins d'anomalies dans les résultats.

Différences entre les diverses heures du jour.

La hauteur du Saint-Bernard sur Turin, conclue de 24 observations faites à midi, depuis le 23 juillet jusqu'au 15 août, est de 2222 mèt.; celle donné, les mêmes jours, par les observations de huit heures du matin, est de 2196; et celle de quatre du soir est de 2211. Ainsi, en représentant par 1000 la hauteur de midi, l'erreur, par rapport à cette heure, sera

pour huit heures du matin . . . . . ÷ 11,8

pour quatre heures du soir . . . . . ÷ 5,0.

Les résultats des observations faites au Saint-Bernard, et à la ville d'Aoste, donnent également, par rapport à la hauteur de midi,

pour huit heures du matin . . . . . ÷ 8.

pour quatre du soir . . . . . ÷ 3.

Ces exemples confirment la remarque qui avoit déjà été faite par divers Physiciens, et principalement par M. Ramond, savoir, que les heures du matin et du soir donnent en general les hauteurs plus petites que le milieu du jour. Je remets ici sous les yeux les resultats obtenus par le naturaliste que je viens de nommer, en prenant la hauteur de Bagnères au-dessus de Tarbes à diverses heures du jour; je represente

également par 1000 la hauteur de midi qui est de 930 mèt.

12 observations de 6 heur. mat. . . . . — 22

6 de 8 heur. . . . . — 13

19 de 4 heur. du soir . . . . . — 16

14 de 10 heur. du soir . . . . . — 31.

Le temps que je passois chaque jour sur le Mont-Grégorio étoit de trop courte durée pour fournir des resultats concluans sur les effets des heures: ils ne montrent cependant d'une manière sensible, et la moyenne de nos observations donne pour

11 heures . . . . . ÷ 1,4

11½ . . . . . ÷ 1,0

12½ . . . . . + 1,0

1 . . . . . ÷ 0,7.

Les températures respectives étoient 13,5; 14,0; 14,6; 14,5. En voyant encore ici les hauteurs croître aux diverses heures du jour avec la température, on ne peut s'empêcher de regarder les données thermométriques comme la grande cause de la différence dans les résultats. Ce n'est cependant pas la seule; et il en est une autre qui m'a paru influer sur la diminution de hauteur qu'on remarque quelquefois dans les

heures qui suivent immédiatement midi, quoique le thermomètre n'ait pas encore commencé à descendre: cette cause est la variation diurne du baromètre. On sait que dans un jour ordinaire cet instrument est à son maximum d'élévation vers 8, 9 ou 10 heures, qu'il baisse ensuite (d'environ un millimètre) jusqu'à 3 ou 4 heures, et que c'est habituellement de suite après midi que la descente est le plus rapide. Il est vraisemblable qu'un baromètre, placé dans la région supérieure de l'atmosphère, suivoit une marche analogue, si la densité de l'air étoit indépendante de la température; mais la chaleur dilatant la masse gazeuse, comprise entre les deux stations, en fait passer une partie sur la station supérieure, de sorte que le baromètre qui s'y trouve est plus chargé et tend à monter: selon que la hauteur est considérable, cette tendance diminue, détruit et même dirige en sens contraire celle que le mercure avait à descendre; et si l'instrument est placé à une élévation suffisante, il monte réellement depuis huit heures du matin jusqu'à quatre du soir: c'est encore immédiatement après midi que le mouvement ascensionel est le plus grand; c'est ainsi du moins que je l'ai vu dans un grand nombre de mes observations (1). D'après cela la différence entre les éleva,

(1) Je donne ici les hauteurs moyennes du baromètre et du thermomètre libre à Turin et au Saint-Bernard, d'après les observations faites du 25.

sions barométriques décroît dans ces momens, plus rapidement qu'auparavant, et le résultat du calcul devient plus petit. Au reste, les variations diurnes du baromètre sont trop intimement liées avec celles de la chaleur, pour n'en être pas un effet; et je ferai même voir, dans la suite, comment la température donne lieu à cette moindre différence entre les élévations barométriques des deux stations dans les heurs de l'après midi. En attendant, nous pouvons toujours conclure qu'en général les résultats de la mesure barométrique sont d'autant plus grands que les observations dont ils sont déduits, ont été faits à une époque du jour plus élevée en température.

Les effets des heures étant constatés, et leur cause reconnue, voyons comment on pourroit les corriger.

Du 25 juillet au 15 août. Le mercure du baromètre est supposé à 0 température.

		Huit heures.	Midi.	Quatre heures.
Baromètre	à Turin	735, 87	735, 76	734, 97
	au St. Bernard.	566, 87	566, 88	566, 93
Thermomètre	à Turin	21, 3	26, 2	26, 1
	au St. Bernard	7, 5.	9, 6.	9, 7.

On voit par ce tableau qu'à Turin le baromètre a baissé de 0,11 millimètres de 8 à 12 heures, et de 0,79 de 12 à 4. Au St. Bernard, au contraire, il est monté de 0,01 millim. de 8 à 12 h., et de 0,05 millim. de 12 à 4 heures. (Voyez sur des faits analogues, Saussure, § 2044.) Dans nos observations au bas et à la cime du Mont-Grégorio, depuis 11 jusqu'à 1 h. le baromètre inférieur a baissé de 0,77 millim., et le supérieur, de 0,41. Dans le même temps la température de l'air a augmenté de 2° en bas, et a très-peu varié dans le haut.

L'intensité de la chaleur dans les différentes parties du jour est le résultat de plusieurs causes, qui agissent d'une manière fort irrégulière: telles sont la présence ou l'absence des rayons du soleil, l'état de l'atmosphère, les circonstances locales, etc.; de sorte qu'il ne sauroit y avoir de rapport constant entre la température des diverses heures, et par conséquent entre les résultats des mésures barométriques correspondantes. Il semble, d'après cela, qu'il conviendroit de ramener la formule à l'heure du jour moyenne en température, et de fixer la limite des erreurs que l'on peut commettre en allant d'un côté vers la partie la plus chaude, et de l'autre vers la partie la plus froide de la journée. — Suivant Deluc, Saussure et Pictet, c'est vers 8 heures du matin, et un peu avant le coucher du soleil (1), que la chaleur diurne est à son terme moyen. Or une moyenne entre mes observations et celles de M. Ramond indique qu'à 8 heures la formule barométrique donne des résultats de 0,011 plus petits qu'à midi, et par suite, que le coefficient pour 8 h. du matin est 18312 × 1,011 = 18513 mèt. Ce terme donnera les hauteurs de 1 à 1/2 centièmes trop fortes

(1) Deluc qui a fait de nombreuses observations à ce sujet, divise en 5 parties le temps que le soleil séjourne sur l'horizon: et il établit qu'en tout saison, le commencement de la première partie est le moment le plus froid; le commencement de la quatrième est le plus chaud; et le commencement de la seconde, ainsi que la fin de la cinquième présentent le terme moyen. Modifications de l'Atmosphère.

dans les momens les plus chauds du jour ; et de 1 à 2 centièmes trop foibles, vers le lever du soleil et dans la nuit.

Si l'on fait abstraction de ces deux époques de la journée, et que l'on veuille un coefficient pour les heures du jour, à partir de huit heures ; on prendra un terme moyen entre celui que nous venons d'affecter à cet instant, et celui qui convient au moment le plus chaud du jour, qui est 18312 (1 – 0,002), l'on aura 18394 mèt. ; c'est exactement celui de M. Ramond ; il donnera, en outre et à très-peu près, les mêmes résultats que les formules de MM. Shuckburgh, Roy et Trembley. L'erreur provenant de l'effet des heures à laquelle il peut donner lieu, n'excédera presque jamais 7 ou 8 milliémes.

Lorsque la hauteur sera un peu considérable (au-dessus de 600 mèt.) et que le baromètre n'éprouvera pas des mouvemens extraordinaires dans la journée, on a un moyen bien simple de corriger en partie l'effet des heures ; c'est de prendre pour observation correspondante non celle faite au même instant dans la station inférieure, mais celle de midi. En opérant de cette manière, dans la détermination de la hauteur du Saint-Bernard sur Turin, l'erreur de huit heures n'eût plus été que de 4 milliémes au

lieu de 12; et celle de quatre heures du soir eût été nulle. La raison de ce mode de correction est évidente: la température de 8 heures du matin, par exemple, est trop faible pour notre coefficient; en prenant celle du midi, à la station inférieure, on corrige en très-grande partie ce défaut: on corrige également, le soir, une partie de l'erreur occasionnée par la variation diurne du baromètre inférieur, en prenant l'état de cet instrument au milieu du jour. Ce mode d'opérer la correction est en outre très commode pour le voyageur, et que les observations correspondantes, dont il fait habituellement usage, sont celles des villes ou des observatoires les plus voisins, et que dans ces lieux on prend ordinairement note de l'état du baromètre et du thermomètre à midi et rarement à d'autres heures. Si dans deux jours consécutifs, à la même heure et au même endroit, le baromètre indique la même élévation; il est extrêmement vraisemblable que cet instrument n'a point éprouvé dans l'intervalle de mouvemens extraordinaires.

Le mode de correction que je viens d'indiquer m'engage à conserver le coefficient de midi 18312 mètres: j'y suis en outre porté par les considérations suivantes, 1° Schuckburgh et le

General Roy ont eux-mêmes reconnu que leurs formules, et par conséquent les nôtres avec le coefficient 18394, donnent les hauteurs un peu trop fortes aux diverses heures du jour prises en général; 2° la moyenne de toutes nos observations sur le Mont-Gregorio eût donné un coefficient encore plus petit que 18312; et nous avons vu que les mesures du Général Roy indiquent qu'il pèche même un peu en excès pour l'heure de midi; 3° le mode de correction hygrométrique introduit dans la formule tend à donner des résultats plus souvent trop forts que trop faibles; en diminuant un peu le coefficient, on remédie à ce défaut. D'après tout cela, je crois qu'en conservant 18312 on aura les hauteurs, entre 9 heures du matin et 6 heures du soir, aussi exactement que possible; et que l'erreur provenant de l'effet de l'heure, ne sera que très-rarement de plus d'un demi-centième.

Au reste, dans l'établissement de la formule, pour donner au raisonnement une marche plus assurée, on peut garder le coefficient théorique 18324, qui ne diffère pas de 1 millième de celui indiqué par nos observations, et qui est indépendant de toute considération sur les erreurs auxquelles le facteur de la température donne lieu.

Erreurs provenant de la distance entre les deux stations.

Lorsque les deux stations ne seront éloignées que de quelques myriamètres, et que les hauteurs seront un peu considérable, abstraite, on faite des causes d'erreur que nous venons d'indiquer, l'effet de la distance doit être réputé nul. Nos observations du Mont-Gregorio nous en ont offert un exemple: nous avons déja exposé leurs résultats, et l'on a été certainement frappé du peu de différence qui régnoit entre eux. La distance entre les deux instrumens étoit de 6000 mèt. La hauteur de la montagne étant représentée par 1000, les écarts de chacun des dix jours d'observation sont — 1,4; — 1,0; — 0,5; — 0,9; + 3,2; + 1,7; ÷ 1,3; + 1,5; ± 0,5; Ils seroient encore plus petits, si nous avions opéré, dans les données qui ont servi de base au calcul, les légères corrections indiquées par la comparaison des observations faites aux deux stations; mais nous n'avons introduit dans la formule que les annotations des instrumens prises separement par M. le Cher. Mallet et moi (avant de nous être communiqués). En admettant ces légères corrections, je diminuerois d'environ un degré la température de la station supérieure le 18 et le 20. Octobre: je rejetterois l'observation du 30, comme n'ayant pas été faite exactement

avec M. Mallet; et tous les jours présenteroient alors des résultats presque identiques. Cet exemple fait voir, en même temps, le degré d'exactitude dont la mesure barométrique est susceptible, lorsque les observations sont faites avec de bons instrumens et avec soin.

En comparant les élévations du baromètre observées sur la même montagne avec celles du Turin, je ne trouve pas que l'erreur dépasse 5 à 6 millièmes, quoique la distance soit de 5 myriamètres. L'instrument qui a servi à la comparaison étoit un baromètre commun, sans vernier, et certainement il a donné lieu à des erreurs plus fortes qu'elles ne sont réellement.

Le Saint-Bernard est à plus de dix myriamètres (près d'un degré en latitude) de cette même ville, et malgré cela, si on déduit les erreurs que nous avons déjà vu provenir d'autres causes, celles qui restent ne sont que de quelques millièmes. Comme elles se confondent encore presque toujours avec celles de l'observation, on ne peut les imputer avec certitude à la grandeur de l'intervalle qui sépare les deux stations.

Afin de juger de l'effet de distances beaucoup plus considérables, j'ai calculé, jour par jour, la hauteur du Saint-Bernard sur Paris, d'après les observations de midi, faites depuis le 23 juillet

jusqu'au 11 septembre. La moyenne de 30 jours a été de 2400 mètres: les écarts en plus ont été de 48, 39, 38, 32 mèt., etc. et ceux en moins de 60, 58, 49, 39, 33, etc. Une partie doit être attribuée, il est vrai, aux changemens de température; mais en faisant abstraction de cette cause, l'erreur s'élève encore à 30 et 40 mètres, c'est-à-dire à 0,013 et 0,017. — La différence de niveau entre les deux stations, conclue de ce que nous savons sur leur élévation au-dessus de la mer, est d'environ 2430 mèt., et par conséquent de 30 mèt. plus considérable que celle déduite des observations barométriques. Cet excès m'a frappé, et m'a porté à examiner la manière dont les règles de la mesure, par le baromètre, devoient être appliquées aux différences de niveau entre deux stations fort éloignées. Je m'arrête un instant sur cet objet.

Pour établir la formule communément usitée, on suppose que, dans la partie de l'atmosphère comprise entre le niveau des deux stations, toutes les parties d'une même couche horizontale d'air éprouvent une égale pression: de là on conclut que le baromètre se tient à la même élévation dans toute l'étendue d'une même couche, et qu'ainsi on peut regarder les deux instrumens comme placés verticalement l'un au-dessus de l'autre: la différence entre leurs élévations donne l'épaisseur de la masse d'air

interceptée entre les deux stations, ou plus exactement le poids d'une colonne verticale quelconque prise dans cette masse. Mais cette théorie de l'hydrostatique des fluides élastiques n'est plus applicable au cas où les stations sont à des latitudes sensiblement différentes en température. Si la station inférieure, il est vrai est à une petite hauteur sur la mer, et qui est presque toujours le cas, et si l'on fait abstraction de la très petite diminution que la longueur de la colonne de mercure éprouve en allant vers l'équateur (1), on peut bien transporter, en idée le baromètre inférieur jusqu'à ce qu'il soit verticalement au-dessous de la station supérieure; dans toute la même couche horizontale, il conservera la même élévation, puisqu'il y supportera partout le poids entier de l'atmosphère. Mais il n'en est pas de même du baromètre supérieur: tout déplacement froid cause son élévation; par exemple, si celui du St. Bernard étoit porté horizontalement sur Paris, le mercure y baisseroit, puisque se trouvant dans une atmosphère plus froide, et par conséquent plus dense et moins étendue en hauteur, il seroit moins chargé, ou, plus incontestablement, parce que la colonne d'air comprise entre les deux instrumens peseroit davantage. On voit, d'après cela, que la différence de deux élevations

(1) Suivant M. de Humboldt, l'élévation moyenne du baromètre à l'équateur

barométriques observées, ne donne que le poids de la colonne d'air qui descend verticalement de la station supérieure jusqu'au niveau de la station inférieure; et c'est à déterminer sa longueur que se réduit le problème. Or il est évident que pour le résoudre, à l'aide du calcul ordinaire, c'est la vraie température de cette colonne, celle qu'elle avoit au moment de l'observation, qu'il faut introduire dans la formule; et on ne peut l'avoir, en prenant une moyenne entre les élévations thermométriques observées aux deux stations qu'après avoir ramené l'indication du thermomètre inférieur à la valeur qu'elle auroit eue si elle eût été réellement prise à l'extrémité inférieure de la colonne verticale, au moment indiqué. Cette réduction, dépendant des localités, ne peut être effectuée, à l'aide d'un règle générale, dans chaque cas particulier: mais lorsqu'il s'agira d'une différence de niveau, conclue à l'aide d'une moyenne entre plusieurs observations, comme dans le cas présent, elle se fera, d'après un principe que j'ai établi dans mon mémoire sur la température de la terre, et où j'ai fait voir qu'en allant de l'équateur vers les pôles, toutes choses égales d'ailleurs, la température diminue proportionellement au carré du cosinus de la latitude (1).

---

et de 0,7585 mètres, c'est-à-dire de 2½ millim. plus petite que dans nos latitudes moyennes.

(1) Journal de Physique, tom. LXII.

Dans le calcul de la hauteur du Saint-Bernard sur Paris, la température de cette dernière station étoit 21,75; en la ramenant à la valeur qu'elle auroit eue verticalement sous le Saint-Bernard, elle devient.

$$21,75\left(\frac{\cos. 45^\circ 55'}{\cos. 48^\circ 50'}\right)^2 = 24,3.$$

On aura donc 2414 au lieu de 2400 pour la hauteur déduite des observations barométriques. Cette quantité est encore de 16 mèt. au-dessous de la hauteur donnée par les nivellemens: mais sans m'arrêter davantage sur cette différence, je conclurai que la mesure barométrique donne ici 70 et 80 mètres d'erreur, c'est-à-dire 0,03; la moitié au moins en est due à l'effet de la distance.

Les observations du Mont-Gregorio, comparées à celle de Paris, m'ont donné de plus grandes différences encore; elles se sont élevées à 0,05. Cette comparaison m'a fait voir que les variations des deux baromètres étoient bien en général dans le même sens, aux mêmes jours, mais qu'elles différoient considérablement en grandeur. Au reste, la distance étoit ici de près de 60 myriamèt. et la masse entière des Alpes étoit interposée; or on sait qu'à cette distance, et dans cette position, les observations correspondantes ne sauroient servir.

Erreurs provenant de l'état hygrométrique de l'air.

Nous avons opéré la correction hygrométrique en portant à 0,004 le nombre 0,00375, qui, d'après les expériences de Gay Lussac et Dalton, exprime la quantité dont l'air se dilate, quel que soit d'ailleurs son degré d'humidité : de cette manière la correction thermométrique et celle hygrométrique sont réunies dans le seul facteur $1 + 0,004\,\alpha$. Cependant la première est réellement donnée par $1 + 0,00375\,\alpha$, et la seconde par $1 + \Delta$, ainsi qu'il a été dit dans la première partie. On aura donc, dans chaque cas, l'erreur commise par le mode de correction adopté, en prenant la différence entre $1 + 0,004\,\alpha$ d'une part et $(1 + 0,00375\,\alpha)(1 + \Delta)$ de l'autre, après avoir mis pour Δ la valeur indiquée par l'état de l'hygromètre et du thermomètre dans le cas que l'on considère ; valeur qui se détermine par les règles données dans la note qui est à la fin du Mémoire. J'expose cette différence dans le tableau suivant, pour tous les degrés de température et d'humidité qui peuvent se présenter durant les observations : j'y indique de combien la première de deux quantités $(1 + 0,004\,\alpha)$ diffère, soit en plus soit en moins, de la seconde ; celle-ci étant représentée par 1000. Les nombres de cette table expriment encore, d'une manière absolue, la quantité

dont une hauteur calculée est trop grande ou trop petite, à un degré quelconque de l'hygromètre et du thermomètre, par l'effet hygrométrique de l'air, la hauteur étant également représentée par 1000.

	Thermomètre.							
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Hygromètre. 100	−1,9	−1,5	−1,1	−1,3	−2,0	−3,1	−5,0	−7,1
90	−1,7	−1,1	−0,7	−0,7	−1,1	−2,0	−3,3	−5,3
80	−1,4	−0,7	−0,2	0,0	−0,1	−0,7	−1,8	−3,1
70	−1,1	−0,3	+0,3	+0,7	+0,9	+0,6	0,0	−0,8
60	−0,8	+0,1	+0,9	+1,4	+1,9	+1,9	+1,9	+1,4
50	−0,6	+0,5	+1,3	+2,0	+2,6	+3,0	+3,1	+3,4
40.	−0,4	+0,8	+1,7	+2,5	+3,3	+4,0	+4,5	+4,8.

Ce tableau fait voir que dans les moyennes de température et d'humidité la correction est aussi exacte qu'on puisse le désirer. Lorsque le thermomètre est entre 10 et 20°, et l'hygromètre entre 70 et 90, et le plus souvent ces instrumens se trouvent entre ces limites, l'erreur ne va pas à un millième, et doit par conséquent être regardée comme nulle. Dans les temps les plus humides et les plus froids (en faisant abstraction des époques où il gèle) elle ne peut aller à ÷ 0,002. Toutes les fois qu'il s'agira de hauteurs un peu considérables, la température α de la formule n'excédera pas 20°, et alors dans les très-grandes sécheresses, le résultat du calcul ne pourra être en excès que

de 3 ou 3½ millièmes.

L'état suivant mettra à même de juger du degré d'exactitude de la correction, dans les diverses parties de la saison des observations et en nos climats. Il donne l'erreur que l'on a, sur une hauteur exprimée par 1000, dans chacun des douze mois, en admettant l'état moyen de l'hygromètre et du thermomètre conclu, pour chaque mois, des observations faites à Genève et citées dans la note qui est à la fin du Mémoire.

Durant les six beaux mois de l'année, cette erreur ne s'élève pas à plus de 3 dix millièmes de la hauteur mesurée, et est par conséquent tout-à-fait nulle.

Il est vrai qu'en certains jours et en certaines parties du jours, le thermomètre et l'hygromètre sortent assez souvent de l'état moyen du mois. En août, par exemple on a quelquefois des matinées fraîches dans lesquelles le thermomètre descend à 12 ou 13 et l'hygromètre atteint le point de saturation; alors la correction est en défaut de + 0,001: mais dans le même jour, au moment

	Sur 1000
Janvier	−1,7
Février	−1,5
Mars	−0,9
Avril	−0,2
Mai	0,0
Juin	−0,1
Juillet	−0,3
Août	−0,2
Septembre	−0,3
Octobre	−0,7
Novembre	−0,9
Decembre	−1,5.

de la plus grande chaleur, le thermomètre s'élève à 25 et 30° et l'hygromètre tombe à 50 et même 40; alors l'erreur est de + 0,003 et pourroit même aller à près de 0,004, si la hauteur étoit fort petite. Au reste, dans ces cas, qui sont extrêmement rares, l'élévation de la température suffira pour prévenir de cet excès.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que de la region inferieure de l'atmosphère; mais à des plus grandes hauteurs, la vapeur aqueuse étant en moindre quantité, A deviendra plus petit, et le mode de correction adopté pèchera encore plus en excès dans la partie chaude du jour. On y remédiera, en se servant, non-seulement pour midi, mais encore pour les heures voisines, du coefficient 18312, qui est plus foible que ceux donnés par les divers auteurs: et je ne crois pas qu'alors l'erreur provenant de l'état hygrométrique de l'air puisse dépasser les 0,002 de la hauteur mesurée.

Considération sur la principale cause des erreurs dans les mesures barométriques.

Nous avons observé que la plus grande partie des variations de la méthodes barométriques étoient en rapport avec celles de la température, et nous les avons en conséquence imputées

au facteur dépendant des indications du thermomètre. Je conviens que la manière dont j'ai eu les erreurs se produise dans mes calculs, ne me laisse aucun doute à cet égard.

Si on applique successivement la formule ordinaire à des observations faites sur une même hauteur, mais à diverses heures, à partir du matin, on voit le résultat augmenter graduellement à mesure que la chaleur s'accroît. La formule présente deux facteurs variables, la différence des logarithmes, et celui relatif à la température; je m'attendais que le premier diminuerait à mesure que le second deviendroit plus grand, de manière que, toute compensation faite, le résultat fût le même: mais il n'en est pas ainsi; la différence des logarithmes diminue, il est vrai, en approchant de midi; mais dans un rapport moindre que l'accroissement de l'autre facteur; de sorte que le résultat devient de plus en plus grand. Dans les circonstances où j'étois, les deux stations étoit peu distantes, la masse d'air comprise entre elles étoit en équilibre, et comme la loi entre les densités de l'air et les poids comprimans, même en pleine atmosphère, est mise hors de tout doute par les observations de Bouguer (1) et d'autres physiciens, il me paraît évident que

(1) Mémoires de l'Académie.

le terme dépendant de la température étoit celui en défaut. Je pensai d'abord que la partie de ce terme exprimant la quantité dont l'air se dilate, par degré du thermomètre étoit trop grande; mais en observant que le nombre (0,00375), que j'employois alors, étoit encore plus foible que tous ceux adoptés par les autres auteurs, et que ceux-ci donnoient des résultats assez exacts; il fut évident que la quantité d'où provenoit l'erreur étoit la moyenne arithmétique entre la température des deux stations: et il fallut conclure qu'elle n'exprimoit pas la vraie température moyenne de la colonne d'air mesurée, et qu'elle augmentoit, en allant vers midi, dans un plus grand rapport qu'elle. Si l'on considère maintenant que cette quantité est déduite d'observations thermométriques faites dans la couche d'air voisine de la terre, et que c'est à la station inférieure que les plus grandes variations dans la chaleur d'une ont lieu; si l'on observe, en outre, que la vraie température de la couche atmosphérique placée à peu près à égale distance des deux stations; on conclura encore que cette couche, et en général la partie moyenne de l'atmosphère, ne participe pas à tous les changemens de température qui affectent la région inférieure.

Cette conséquence du calcul est d'accord avec les principes de

la physique. La réverbération des rayons solaires, les émanations des corps échauffés, l'ascension des gaz et vapeurs qui se dégagent d'un sol quelquefois brûlant, etc., communiquent bientôt une grande chaleur à la masse d'air qui est en contact avec ce sol. Mais une partie de ces causes calorifiques cesse d'agir à une petite hauteur, et l'autre ne fait ressentir que lentement et peu à peu ses effets aux couches supérieures de l'atmosphère. De sorte que celles-ci prennent une chaleur moyenne qui varie d'autant moins, dans les diverses parties du jour, et même dans les diverses saisons de l'année, qu'elles sont plus élevées.

Des observations directes attestent ce fait. — Depuis longtemps, on a remarqué que souvent, en hiver, la température des régions élevées de l'atmosphère diffère peu de celle des parties basses, et qu'elle est même quelquefois plus grande (1). Saussure, dans la suite des belles observations qu'il a faites pendant 17 jours, sur le Col du Géant, à 3500 mèt. de hauteur n'a trouvé variation d'une en température que de 5°; tandis que dans le même temps elle avoit été de 11 à Genève. (2)

(1) Deluc, Modifications de l'atmosphère § 203 Pictet, Kirwan, Bibliothèque Britannique, tome XXI. pag. 330.

(2) Voyages aux Alpes, § 2057.

Il n'est pas douteux qu'à la même hauteur, en pleine atmosphère, loin de tout corps capable de conserver et de transmettre le calorique, cette variation n'eût été bien moindre. Il est même très-vraisemblable qu'à des hauteurs qu'il est donné à l'homme d'atteindre, la variation diurne est absolument nulle. Dans ces hautes régions, où l'air est pur et diaphane, les rayons du soleil culminant traversent ce fluide sans l'échauffer, et au milieu du jour il n'est pas plus chaud que dans la nuit. — Les couches même qui ne sont qu'à une très-petite distance de la surface de la terre ne participent pas à tous les changemens de température qui affectent la lame d'air immédiatement en contact avec elle surface. M. Pictet en a donné les preuves les plus positives. Un thermomètre suspendu en pleine atmosphère, à 24 mètres de hauteur, lui a indiqué une variation diurne de 5° (4° Réau.) moindre que celle marquée par un thermomètre tenu à 1,6 mèt. au-dessus du sol. Au lever du soleil, et dans la nuit, ce dernier instrument marquoit 2° au-dessous de l'autre; entre 6 et 8 heures il atteignoit la même élévation; et au moment le plus chaud du jour, il étoit à 2/2 au-dessus (1)

Il suit de ces faits, que les indications thermométriques qu'on prend à la surface de la terre, ou à quelques mètres au-dessus, dans les deux stations, ne représentant point, par leur moyenne, la température de la masse d'air interceptée entre ces stations,

(1) Essai sur le feu. chap. 8.

introduisent dans la formule un élément qui pèche en plus, toutes les fois que la couche d'air voisine du globe possède, par rapport aux couches supérieures, une température plus considérable que celle dépendante de la loi ordinaire du décroissement de la chaleur à mesure qu'on s'élève. Dans le cas opposé, l'élément pèchera en moins

De là vient qu'en général la méthode barométrique donne des hauteurs trop foibles en hiver, et trop fortes en été: ainsi que l'a remarqué M. Ramond. – De là vient que toutes les fois qu'il surviendra à la surface de la terre un changement de température d'un moment à l'autre, ou d'un jour à l'autre, on aura une erreur qui sera d'autant plus grande, que le changement aura été plus brusque et plus considérable. – De là vient, que les heures du jour les plus chaudes donnent des résultats trop forts (par rapport à l'heure moyenne), et les heures les plus froides, des résultats trop foibles. Le moment du lever du soleil étant le plus froid du jour, et celui où le changement de température est le plus brusque, doit donner les hauteurs beaucoup trop petites; et tous les observateurs ont remarqué qu'il en étoit réellement ainsi: le général Roy, il est vrai, loin de rejeter cette heure, la

préféroit aux autres, mais c'est parce que sa formule donne, en général, des résultats trop considérables. Au reste, la cause de l'erreur, dans les observations du matin, avoit été entrevue par Delue (§ 597 et 659), et a été depuis très-bien devélopée par M. Pictet. Si l'heure la plus chaude du jour à la surface de la terre, n'est pas celle qui présente continuellement les hauteurs les plus grandes, ou plutôt, si immédiatement après midi les hauteurs ne croissent plus aussi rapidement par rapport à la température; c'est qu'alors la chaleur s'étant communiquée à la région moyenne de l'air, les indications de nos thermomètres sont plus en rapport avec la température de cette région; et la formule est par conséquent moins en defaut; (la différence des logarithmes diminue alors proportionellement à l'augmentation du facteur de température.).

Remarquons encore que, puisque les couches supérieures de l'atmosphère participent d'autant moins aux changemens de température qui ont lieu près de la terre, qu'elles sont plus élevées, les erreurs provenant de cette cause doivent être d'autant plus grandes, toutes choses égales d'ailleurs, que les hauteurs mesurées sont plus considérables. Elles sont presque nulles dans les élévations de cent mètres et au dessous.

Mais dans ce cas, et pour peu que la distance entre les deux stations soit considérable, qu'elle excède un ou deux myriamètres, les erreurs provenant du facteur barométrique, peuvent être doubles de ce qu'elles sont dans la mesure des grandes hauteurs.

Des circonstances locales, uniquement particulières au lieu où sont placés les instrumens, peuvent influer sur le thermomètre, et produire une erreur dans la mesure. Par exemple, dans une de nos observations sur le Mont-Gregorio, la station supérieure étoit au-dessus d'une masse de nuages, qui, en réverbérant fortement les rayons solaires, avoit donné à l'air ambiant une chaleur bien supérieure à celle que comportoit la loi ordinaire du décroissement du calorique: le facteur de la température se trouvoit ainsi trop grand, et la hauteur conclue fut de 1725 mèt. au lieu de 1708, c'est-à-dire que l'erreur fut de 0,009. Je vais dire un mot sur le singulier phénomène qui la produisit.

Les six octobre, je me mis en route, par un temps couvert, pour aller au Mont-Grégorio. A 1200 mètres au-dessus de la plaine, j'entrai dans les nuages; et un peu plus haut

Règles.

1. La différence de niveau entre deux stations, c'est-à-dire, la hauteur d'un lieu sur un autre est égale à la hauteur de l'atmosphère multipliée par la différence entre les logarithmes naturels des longueurs (ou plus exactement des poids) des colonnes barométriques observées aux deux stations; l'atmosphère étant supposée conserver son poids réel, mais être partout de même densité qu'au niveau de la mer, et avoir une température égale à la température moyenne de la masse d'air comprise entre les deux stations.

Afin de rendre la hauteur de l'atmosphère multiplicateur ou coefficient constant, on imagine que l'air est à 0 du thermomètre, et on le réduit à la température moyenne indiquée, α, à l'aide du facteur $(1 + 0,00375\,\alpha)$.

On suppose encore que l'air est entièrement sec, et que la pesanteur jouit, à toutes les hauteurs que nous pouvons atteindre, de la même intensité de force qu'au niveau de la mer, et sous la latitude de 45°. On corrige successivement l'effet de ces suppositions.

2. La correction dépendante de l'humidité de l'air devroit s'opérer en multipliant le coefficient par $1 + \Delta$; Δ étant la diminution de densité produite, dans la portion de l'atmosphère comprise entre les deux stations, par la présence de la vapeur aqueuse. Mais comme cette quantité ne peut être déterminée, dans tous les cas, à l'aide d'une règle généra

on opère la correction hygrométrique en portant à 0,004 le nombre (0,00375) qui exprime la quantité dont l'air se dilate par chaque degré du thermomètre.

3.) La pesanteur peut être regardée comme diminuant en progression arithmétique à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, et d'après cela, la correction relative à cette diminution se fait en donnant à cette force la valeur qu'elle possède réellement à une hauteur moyenne entre celle des deux stations: ce qui conduit à multiplier la différence de niveau, x, déjà trouvée par $1+\frac{2a+x}{r}$; a étant l'élévation de la station inférieure sur la mer, et r le rayon du globe terrestre.

Cette correction s'effectue plus simplement encore en augmentant une fois pour toutes, le coefficient de quelques unités (1).

4.) On aura égard à la variation de la pesanteur en latitude, dans la zône tempérée, en augmentant ou diminuant, selon qu'on ira vers l'équateur ou vers le pôle à partir de 45°, la hauteur x, (ou le coefficient) de la dix millième partie de sa

(1) Pour corriger l'effet de la diminution de la gravité, sur le baromètre supérieur il faut augmenter le coefficient de la quantité constante $\frac{c^2 2m}{r}$; c étant le coefficient A m le module des tables. Cette correction se trouve faite d'elle même, dans le coefficient conclu des observations du Mont-Gregorio, par la manière dont on l'a réduit au niveau de la mer.
Ainsi, par l'effet de la diminution de la gravité, le coefficient reçoit deux augmentations: l'une, relative au baromètre supérieur, est constante; et l'autre, dépendant du poids de l'air entre les deux stations, augmente avec la hauteur mesurée. Par rapport à cette hauteur; la première croît proportionnellement comme elle $\left(\frac{c.2m.x}{r}\right)$ et la seconde comme son carré $\left(\frac{x^2}{r}\right)$.

propre valeur prise autant de fois qu'il y a de degrés de différence entre 45° et la latitude des stations. Dans la zône torride, l'augmentation sera de 2/2 millièmes : et l'on fera une diminution pareille pour la zône glaciale. Les règles sont données par le facteur (1+0,00284 cos. 2 λ). Si les baromètres qui servent aux observations portent une échelle entière en laiton ; comme ce métal se dilate dix fois moins que le mercure par l'action de la chaleur, on corrigera l'effet de sa dilatation en diminuant d'une dixième, ou l'indication du thermomètre fixé au baromètre, ou le nombre qui exprime de combien le mercure se dilate par degré de chaleur.

b) Lorsque les deux stations sont assez éloignées pour devoir être regardées comme appartenant à des latitudes sensiblement différentes en température : il faut agir comme si la station inférieure, qu'on suppose peu élevée sur la mer, se trouvoit verticalement au-dessous de la supérieure : et par conséquent, la température observée à la station inférieure doit être ramenée au degré de chaleur qui avoit réellement lieu, au moment de l'observation, dans la nouvelle place assignée au baromètre inférieur. Lorsqu'on déterminera les différences de niveau à l'aide de moyennes d'un grand nombre d'observations, cette réduction se fera par le principe que les températures thermométriques sont sensiblement comme les carrés des cosinus des latitudes, tout étant égal d'ailleurs.

7. La comparaison entre la mesure trigonométrique d'une montagne de 1708 mètr. de hauteur, et sa mesure barométrique répétée plusieurs fois à midi, nous a donné, à M. le chev. Mallet et à moi, pour coefficient réduit au niveau de la mer, et à la latitude de 45°, 7950 mèt; ou 18305 en substituant les logarithmes tabulaires aux logarithmes naturels. Si l'on fait exprimer à ce coefficient la force de la pesanteur telle qu'elle est à 1200 mètres de hauteur il devient 18312 mètres.

8. D'après tout cela la formule destinée au calcul des hauteurs est.

$$x = 18312\left\{1 + 0{,}004\left(\frac{t+t'}{2}\right)\right\}\left\{\log H - \log h - 0{,}00008\,(T - T')\right\}.$$

Si les baromètres portent une échelle de laiton, on a $0{,}000072\,(T - T')$ pour dernier terme.

H, T et t expriment les indications du baromètre, du thermomètre fixé au baromètre et du thermomètre libre, à la station inférieure: h, T et t' représentent les mêmes données à la station supérieure.

Erreurs.

Les erreurs de la méthode barométrique, c'est-à-dire celles qui résultent de l'application de la formule que nous avons établie, peuvent venir des diverses parties de cette formule qui sont, 1° le coefficient, 18312; 2° le nombre, 0,004, qui comprend l'action dilatante de la chaleur, et l'effet de la vapeur aqueuse; 3° la moyenne, $\frac{t+t'}{2}$, entre la température des deux stations; 4° la différence des logarithmes, log. H − log. h; 5° un terme, 0,00008 (T − T'), dépendant de la dilatation du mercure. A quoi on peut ajouter, 6° le facteur $1+\frac{2a+x}{r}$, relatif à la diminution de la pesanteur dans le sens vertical; 7° enfin celui 1 + 0,00284 cos. 2l, dépendant de la variation de cette même force en latitude.

Indépendamment des erreurs provenant des ces diverses quantités on a encore celles inévitables dans l'observation. J'estime l'effet de ces dernières à environ 2 mèt. plus les 0,002 de la hauteur mesurée.

1. Les erreurs produites par le coefficient ne peuvent qu'être insensibles ou se confondre avec celles de l'observation: puisque ce que nous avons dit sur sa détermination, ainsi que

sur la comparaison entre les résultats de la formule ci-dessus et ceux des formules de MM. Ramond, Schuckburgh et Roy, nous permet de répondre de sa vraie valeur, pour le milieu du jour, à moins de 0,002 près.

2. Les expériences de MM. Gay Lussac et Dalton nous garantissent que le nombre 0,00375, adopté pour exprimer la quantité dont l'air se dilate par la chaleur, ne saurait donner lieu à aucune erreur notable. — Quant à celles qui peuvent résulter de l'augmentation faite à ce nombre, en le portant à 0,004, afin d'avoir égard à l'état hygrométrique de l'air; nous avons vu qu'elles étoient presque nulles toutes les fois que le thermomètre et l'hygromètre se tenoient à leur élévation moyenne dans nos climats, ou à quelques degrés aux environs: dans les temps froids et les plus humides, elles ne peuvent aller à $-0,002$: dans les temps chauds et secs rarement iront-elles à $+0,002$, et presque jamais à $+0,003$ de la hauteur mesurée.

3. Mais celles qui proviennent de l'autre partie $\left(\frac{t+t'}{2}\right)$ du facteur de la température peuvent être bien plus considérables.

Cette quantité $\frac{t+t'}{2}$, doit exprimer la vraie température moyenne de la masse d'air comprise entre le niveau des deux stations et il en est rarement ainsi. En effet, les couches supérieures

de l'atmosphère prennent une chaleur moyenne dépendant principalement de leur élévation; et elles participent d'autant moins aux changemens de température, que la couche voisine de la terre éprouve d'heure en heure, d'un jour à l'autre, et même d'une saison à l'autre, qu'elles sont plus élevées, ou plus éloignées de la terre: de sorte que les indications thermométriques, t et t', prises près de la surface du sol (et nous ne pouvons les prendre ailleurs), ne sauroit représenter habituellement par leur moyenne, la vraie moyenne cherchée. Elles introduissent ainsi dans la formule une donnée inexacte, principale cause des anomalies de la mesure barométrique a) Delà vient que dans un jour ordinaire, le calcul donne en général des résultats d'autant plus grands aux diverses heures du jour, que la chaleur est plus considérable. La température est à son terme moyen vers huit heures du matin, lorsque le soleil est en-deçà de l'équateur; et, d'après nos observations et celles de M. Ramond, la formule donne les hauteurs d'environ 0,011 plus petites à cette heure qu'à midi: de sorte que pour obtenir des hauteurs exactes à cette époque du jour, il faudroit porter le coefficient à 18500 mètres. En prenant alors les résultats de huit heures pour terme de comparaison, l'erreur pourroit aller à

1 ou 2 centièmes aux momens les plus froids, surtout vers le lever du soleil.

Lorsque les hauteurs sont grandes (au-dessus de 7 à 800^m) et que dans le jour le baromètre n'éprouve pas de mouvemens extraordinaires, on corrige en partie l'erreur de l'heure en prenant pour observation correspondante, celle faite à midi dans la station inférieure, quel que soit d'ailleurs le moment de l'observation à la station supérieure. Cette considération, ainsi que quelques autres, nous ont porter à conserver le coefficient 18312; et à conclure qu'en faisant usage de la formule donnée, entre 9 heures du matin et 6 heures du soir, durant la belle saison, l'erreur provenant de l'effet de l'heure ne peut s'élever que très-rarement à plus d'un demi-centième de la hauteur mesurée.

6.) Si, d'un jour à l'autre, la température à la surface de la terre augmente ou diminue notablement, le résultat du calcul pèchera en plus ou en moins. Nous avons vu une erreur provenant de pareille cause aller à 0,02 par l'effet d'une diminution de 8 à 9 degrés.

4°. Lorsque la distance qui sépare les deux stations est peu considérable, les causes qui agissent sur un des baromètres, pour le faire monter et descendre, exerçant également leur influence à l'autre station, le terme qui renferme le rapport entre les élévations barométriques (log H – log. h, ou log. $\frac{H}{h}$) ne saurait donner lieu à une erreur sensible. Nos observations sur le Mont-Gregorio, en fournissent une preuve.

Lors même que la distance seroit de 10 et 15 myriamètres, abstraction faite des autres causes perturbatrices, l'erreur se

confondra presque toujours avec celles de l'observations ou ne s'élevera qu'à 4 ou 5 millièmes, ainsi qu'on l'a vu en comparant les observations du St. Bernard à celles de Turin.

Mais si l'intervalle entre les stations est considérables, de 50 myr., par exemple; dès-lors, les marches des deux baromètres ne conservent plus assez exactement le parallélisme pour donner, dans un moment quelconque, la même différence de niveau: ainsi, en prenant pendant 50 jours la hauteur du Saint-Bernard sur Paris, nous avons eu des erreurs de 0,02. Si la distance augmente encore, et surtout si une grande chaîne des montagnes est interposée, dès-lors les variations des deux baromètres ne conservent plus entre elles le même rapport de grandeur; et les erreurs deviennent très-grandes: je les ai vues, en pareil cas, aller à 100 mèt. sur 1900, c'est-à-dire aux 0,05 ($\frac{1}{20}$) de la hauteur: et la moitié au moins devoit en être imputée au terme barométrique 5) Le nombre ($\frac{1}{5412}$) relatif à la dilatation du mercure ayant été determiné à l'aide d'expériences exactes, et étant moyen entre ceux donnés par les autres auteurs, ne saurait occasionner d'erreur sensible.

6 Le facteur relatif à la diminution de la pesanteur dans le sens vertical est aussi exact qu'on peut le desirer, et il ne peut donner lieu à erreur.
Celle qu'on commettroit, en le négligeant, et en prenant la pesanteur telle qu'elle est au niveau de la mer, ne seroit pas de 0,001 pour les montagnes les plus élevées du globe.
En donnant à cette force le degré d'intensité qu'elle a à 1200 mètres de hauteur, le calcul, jusqu'à 3000 mètres d'élévation, ne saurait être en défaut de 3 décimètres.
7. Nos connaissances sur la loi que suit la pesanteur à la surface de la terre, nous garantissent l'exactitude du facteur destiné à corriger la variation de cette force à diverses latitudes. En le négligeant, l'erreur, dans la zône tempérée, n'est que de 0,0001, par degré de différence entre 45° et la latitude du lieu que l'on considère.
Résumant ce qui vient d'être dit sur les erreurs dans les mesures barométriques, on peut conclure: qu'en évitant les causes manifestes d'inexactitude, telles que les heures du matin et de la nuit, les changemens considérables de température d'un jour à l'autre, les fortes pluies, les orages, les localités dans lesquelles la température seroit évidemment très différente de ce qu'elle est en pleine atmosphère

à la même élévation; et en ne prenant pas les observations correspondantes à plus de 20 myriamètres; on peut, dis-je, conclure que les règles, établies dans ce Mémoire, donneront les hauteurs un peu considérables (au dessus de 500 mètres) à moins d'un centième près de leur valeur. C'est donc à un centième que mes observations portent la limite des erreurs dont la méthode barométrique est susceptible.

Si l'on considère maintenant que l'on n'atteindra que très rarement cette limite extrême; que le plus souvent les erreurs ne seront que de quelques millièmes; que les autres modes de mesurer les hauteurs ont aussi leurs causes d'inexactitude, qu'ils exigent en outre plus d'appareil et beaucoup plus de temps, on verra que la méthode barométrique a de bien grands avantages, et l'on sentira combien il est utile de la répandre et de la perfectionner.

C'est ce but d'utilité qui m'a fait entreprendre les observations dont je viens de rendre compte: j'ai surtout cherché à établir, par des faits positifs, le degré de confiance qu'on devoit accorder aux résultats de cette méthode. Je suis loin de croire avoir entièrement rempli la tâche que je m'étois imposée; je sais combien mon travail est encore incomplet, et je desire seulement qu'on y trouve quelques faits assez interessans pour être ajoutés à ceux dont

on est déjà redevable aux savans illustres qui ont écrit sur cette même matière.

Note

Sur la diminution de la chaleur à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère.

Quoique la loi, suivant laquelle la chaleur diminue dans l'atmosphère, soit un des élémens qui servent à l'établissement de la formule pour la mesure des hauteurs à l'aide du baromètre, et qu'elle ait été l'objet de mes recherches, je n'entrerai dans aucune discussion à ce sujet, et je renverrai à un Mémoire de M. Humboldt (Journal des Mines, t. XXIV), dans lequel cet illustre voyageur a traité complètement cette question. Je me bornerai à donner ici le résultat de mes observations sur la quantité dont la température décroît dans le sens vertical, et je ferai ensuite quelques observations qui ont un rapport direct avec la mesure des hauteurs.

Le résultat de mes observations est indiqué dans le tableau suivant. la dernière colonne indique de combien il faut s'élever pour que le thermomètre baisse d'un degré

Stations.	Hauteurs Mesurées	Nombre d'Observations	Heures de l'Obser.	Haut. par de Grüther
	Mètres			Mètres
St. Bernard. - Paris.	2430	50	12	162
St. Bernard. - Turin.	2222	51	12	138
Idem	2222	24	12	134
Idem	2222	24	8	161
Idem	2222	24	4	136
St. Bernard. - Aosta	1904	45	12	140
Idem	1904	37	8	143
Idem	1904	26	4	134
Grégorio, haut et bas	1708	10	12	151.
Moyenne...	....	....	....	147.

Dans la détermination de la moyenne, on a fait abstraction des observations de 4 heures du soir, comme ne présentant pas la même certitude que les autres, par les raisons données plus haut.

D'après ce qui a été dit, dans le Mémoire, sur la différence qui existe entre la température de la couche inférieure de l'air et celle des couches supérieures, il est clair que la quantité dont la chaleur diminue à mesure qu'on s'élève, doit varier aux diverses heures du jours, et qu'elle doit être d'autant plus grande que l'heure est plus chaude; puisqu'alors la différence entre les indications du thermomètre aux deux

extrémités d'une même hauteur sont plus considérables. C'est vers huit heures du matin, en été, que toutes les couches de l'atmosphère sont à leur moyenne température; et par conséquent c'est principalement à cette époque que doivent être faites les observations sur le décroissement de la chaleur. En prenant, dans le tableau ci-dessus, celle de 8 heures faites dans les circonstances les plus favorables, on aura 160 mèt. pour la hauteur correspondante à un degré d'abaissement dans la température. Ce résultat diffère très-peu de celui que Saussure avoit obtenu de ses nombreuses observations dans les alpes, et qui donnoit 156 mèt. par degré (100 toises par degré Réaumur, Voyages §2051).

Au reste, la même heure du jour présente souvent des différences très considérables à cet égard. Les colonnes qui expriment les différences entre les températures des deux stations, dans les tableaux ci-dessus (pag. 10 et 11) sont destinées à donner une idée de l'irrégularité suivant laquelle la chaleur diminue; on y verra, assez souvent, la diminution, pour une même hauteur, augmenter de moitié et même plus d'un jour à l'autre.

On a observé qu'en hiver le décroissement se faisoit plus lentement, c'est-à-dire, qu'en général la différence entre la température des deux stations prises à différentes hauteurs étoit moindre en hiver qu'en été. Ce phénomène tient à la même cause qui rend

le décroissement plus considérables aux heures du jour les plus chaudes: en hiver, la couche inférieure de l'air se trouve fort refroidie, tandis que les couches supérieures ont mieux conservé leur température moyenne. Telle est, ce me semble, l'explication bien simple d'un fait qui a donné lieu à plusieurs discussions parmi les physiciens.

Nous avons supposé jusqu'ici que la chaleur décroît uniformément à mesure qu'on s'élève, c'est-à-dire que le décroissement se fait en progression arithmétique; mais il est bien loin d'être prouvé qu'il en soit réellement ainsi. M. Gay-Lussac qui a atteint la région la plus élevée de l'atmosphère à laquelle l'homme soit encore parvenu, a trouvé, dans une ascension aérostatique, que la diminution étoit plus rapide dans la partie supérieure que dans la région inférieure (Annales de Chimie tome LII. pag. 85). D'un autre côté, ce que nous avons dit sur la manière dont la chaleur se transmet dans l'air devroit faire penser que c'est au contraire dans les parties basses que le décroissement est le plus prompt (au moins en été): je l'aurais même conclu sans le fait cité: j'aurois été induit à cette conclusion par la comparaison des autres résultats obtenus par les observateurs, et qui semblent indiquer que plus

on s'élève et plus la hauteur correspondante à un degré du thermomètre est considérable. Ainsi, nous venons de voir que pour des élévations d'environ 2000 mèt., cette hauteur étoit 150 mèt. Les observations de MM. Saussure et Ramond sur des montagnes plus élevées et dépourvues de neige, l'Etna et le Pic du Midi, ont donné 173. Celles que M. de Humboldt a faites en Amérique sur des hauteurs plus considérables encore lui donnent de 180 à 200 mèt. et en jetant les yeux sur le tableau qu'il a publié à ce sujet (Journal des Mines, tome XXIV), on voit qu'en général plus l'intervalle entre les deux stations est grand et plus la hauteur correspondante à un degré est considérable. Enfin l'ascension même de M. Gay-Lussac me semble indiquer 200 mèt., si on ne s'arrête qu'aux températures extrêmes de la colonne parcourue et qui est de 7000 mèt.: à l'extrémité supérieure, la variation diurne étoit certainement nulle; et dans les 24 heures, la température y étoit toujours −9,5°; mais comme elle a varié à l'extrémité inférieure, il me paroît, d'après ce qui a été dit dans le Mémoire, que c'est à l'une moyenne en température qu'elle devoit être prise: or, à ce moment, d'après les états météorologiques de l'Observatoire, elle seroit d'environ 25°/2. Euler et Oriani avoient admis celle plus grande rapidité de décroissement dans la partie inférieure, lorsqu'ils avoient supposé

que la chaleur décroissait en progression harmonique. D'après eux, M. Lindenau, astronome de Gotha, a admis cette même progression, et dans les grandes tables barométriques, qu'il vient de publier, il a changé en conséquence la forme ordinaire du facteur relatif à la température; il lui a ajouté un nouveau terme, et l'a établi ainsi qu'il suit:

$$1 + 0{,}002\,(t + t') - 0{,}000004\,(t - t')^2$$

Mais comme l'effet de cette addition est presque nul dans les hauteurs qui ne sont pas très grandes (ainsi à 1000 mèt. environ, ou $t - t' = 10$, le nouveau terme n'est que 0,0004, et ne donne que 0,6 mèt. sur la hauteur, quantité bien au-dessous de l'erreur de l'observation); que d'ailleurs aucun fait positif n'établit la nouvelle loi; et que le terme additif compliquant beaucoup le calcul, ne rend pas en exactitude ce qu'il ôte en simplicité, je crois qu'on peut le négliger. Au reste, en différant peut-être en ce point d'opinion avec M. Lindenau, je n'en rends pas moins justice au mérite de ces tables et à tout l'intérêt de l'introduction qui les accompagne.

Note.

Sur la quantité d'eau en vapeur contenue dans l'atmosphère et sur la diminution de densité qui en résulte.

(Quantité des vapeurs.) Rappelons d'abord les principes et les faits qui servent à prouver cette quantité.

1. M. Dalton a déterminé, par une suite d'expériences aussi simples que concluantes (Bibl. Brit., tome XX), la force élastique φ', de la vapeur de divers fluides, à différens degrés de température et dans un espace qui en étoit saturé. M. Laplace a représenté les résultats de ces expériences par l'expression suivante

$$\varphi' = 0{,}76^{\text{mèt.}} \times 10^{i \times 0{,}015454 - i^2 \times 0{,}000062583}.$$

i étant la température comptée, sur le thermomètre centigrade, à partir du degré auquel le fluide bout sous une pression atmosphérique de 0,76 mèt. (Méc. cél., tome IV. page 273). Le degré d'ébullition étant 100 pour l'eau, et appelant t la température thermométrique au-dessus de 0°. On aura $i = t - 100$, et

$$\varphi' = 0{,}005123^{\text{mèt.}} \times 10^{t \times 0{,}021971 - t^2 \times 0{,}000062583}.$$

On entend ici sous la dénomination de force élastique de la vapeur, la hauteur à laquelle le baromètre se tiendroit dans un espace uniquement occupé par cette vapeur.

2. En examinant la table que Saussure a donnée de la quantité de vapeur aqueuse contenue dans un espace limité, à divers degrés

le hygromètre, mais sous une même température; j'ai trouvé que cette quantité, étant 1 au point de saturation, diminue de 0,015 par degré de l'hygromètre, depuis le 100° au plutôt le 98 degré jusqu'au 60° et même au 50°; et il est rare que cet instrument descende plus bas, dans les régions inférieures de l'atmosphère. La force élastique doit suivre le même rapport. Ainsi, φ étant cette force à t° du thermomètre et u° de l'hygromètre, on aura

$$\varphi = \varphi'\{1 - 0{,}015(98 - u)\} = \varphi'(0{,}015u - 0{,}47).$$

Au-dessous de 50, on emploiera directement la table de Saussure m étant le nombre de cette table correspondante à u de l'hygr. et 11,069 exprimant la quantité ou force au point de saturation on a

$$\varphi = \varphi' \frac{m}{11{,}069}.$$

3. A force élastique et température égales, le poids de la va, peur aqueuse est à celui de l'air sec comme 10 à 14 (Saussure § 288)

4. Un mètre cube d'air sec, à 0° et sous 0,76 mèt. de pression, pese 1300 gram. Le poids specifique diminue de 0,00375 par degré d'élévation du thermomètre, et est en outre proportionnel à la pression ou force élastique. De sorte qu'à t° de température et φ de force, le poids d'un mètre cube d'air sec sera

$$\frac{1300}{1 + 0{,}00375t} \cdot \frac{\varphi}{0{,}76}.$$

Un mètre cube de vapeur aqueuse, dans les mêmes circonstances, pèsera donc

$$\frac{1300}{1+0,00375t} \cdot \frac{\varphi}{0,76} \times \frac{10}{14}$$

Soit maintenant.

P = Poids de la vapeur aqueuse renfermée dans un espace vide ou plein d'air

a = cet espace, en mètres cubes

t = indication du thermomètre dans cet espace.

u = indication de l'hygromètre.

On aura, d'après ce qui vient d'être dit.

$$P = 6,259 \text{ grm.} \frac{a(0,015u - 0,17)10^{t \times 0,02497 - t^2 \times 0,00062583}}{1+0,00375t}$$

Au-dessous de 60 ou 50° de l'hygr., on aurait.

$$P = 0,5655 \text{ grm} \frac{a \times m \times 10^{t\,\text{etc.}}}{1+0,00375t}$$

m étant pris dans la table de Saussure déjà citée.

(Diminution de densité.) Lorsque de l'air et de la vapeur sont mélangés, les forces des deux fluides s'ajoutent pour faire équilibre à la pression de l'atmosphère. Ainsi, si H représente cette pression et φ la force élastique de la vapeur, la force de l'air contenu dans le mélange le sera par H − φ. Qu'on suppose maintenant que dans l'unité de volume, le mètre cube par exemple, les deux fluides soient séparés l'un de l'autre, et contenus dans deux

espaces distincts de manière que leurs forces élastiques se fassent équilibre. l'espace occupé par l'air sec sera alors à celui occupé par la vapeur comme $H-\varphi$ à φ. Si on représente par 1 le poids du mètre cube d'air sec, celui de l'air, qui pour notre supposition, est renfermé dans l'unité de volume, sera exprimé par $\frac{H-\varphi}{H}$, et celui de la vapeur par $\frac{10.\varphi}{14.H}$. De sorte que la différence entre le poids d'un mètre cube d'air sec, et celui d'un mètre cube du mélange d'air et de vapeur sera

$$1-\left(\frac{H-\varphi}{H}+\frac{10\varphi}{14.H}\right) \text{ ou } \frac{2\varphi}{7H}.$$

Or, les poids, sous l'unité de volume, représentent les densités, ainsi, en appelant Δ la différence ou diminution de densité, on aura

$$\Delta=\frac{2}{7}\frac{\varphi}{H}.$$

Les tableaux suivans sont dressés d'après ces formules. Ils sont destinés à donner une idée 1° de la quantité de vapeur contenue dans l'atmosphère, en différentes saisons et à diverses hauteurs; 2° de la diminution de densité qui en résulte. J'exprime le poids, en grammes, de la vapeur contenue dans un mètre cube de l'atmosphère, et Δ la diminution de densité, la densité de l'air sec étant 1.

Moyennes des douze mois à Genève.

	Therm.	Hygr.	P	A
Janvier	0,15	87	5,3	0,0017
Février	2,10	83	5,5	0,0018
Mars	4,75	80	6,0	0,0020
Avril	9,10	77	7,3	0,0024
Mai	14,6	79	10,4	0,0035
Juin	16,8	79	12,0	0,0041
Juillet	19,1	80	13,8	0,0048
Août	19,6	79	13,9	0,0048
Septembre	15,7	82	11,8	0,0040
Octobre	8,3	85	8,2	0,0027
Novembre	6,0	85	7,2	0,0024
Decembre	1,4	86	5,6	0,0018.
Moyenne de l'année	10,12	82	9,0	0,0029
Moyenne d'Avril en Octob.	14,7	80	11,3	0,0037.

Observateur	Lieu de l'observ.	Hauteur	Therm.	Hygr.	P.	A.
		mètres			grain	
Humboldt	Zône Torride	500	25,3	86	21,8	0,0077
Idem	Idem	1500	21,2	80	15,5	0,0061
Idem	Idem	2500	18,7	74	11,8	0,0052
Idem	Idem	3500	9,0	63	5,3	0,0026
Idem	Idem	4500	3,7	54	2,8	0,0015
Idem	Idem	5500	3,0	38	1,6	0,0009
Gay-Lussac	Asc. aérostatique	40	27,8	57½	11,8	0,0040
Idem	Idem	3000	12,5	62	5,9	0,0027
Idem	Idem	4000	11,2	32	2,2	0,0010
Idem	Idem	5000	5,3	30	1,3	0,0007
Idem	Idem	6000	÷3,0	32	0,9	0,0006
Idem	Idem	7000	÷9,5	33	0,6	0,0005
Saussure	Genève	400	16,0	90	14,0	0,0048
Idem	Chamouni	1000	12,0	86	10,4	0,0037
Idem	.....	1300	7,0	92	8,7	0,0032
Idem	Le Môle	1700	17,0	62	7,6	0,0030
Idem	Idem	1900	17,5	53	6,0	0,0024
Idem	Mont-Breven	2500	6,2	87	7,6	0,0032
Idem	Chazeron	2800	15,0	70	8,7	0,0039
Idem	Aiguille du Goûté	3800	3,1	73	4,7	0,0020
Idem.	Mont-Blanc	4800	÷2,9.	51	1,7.	0,0010.

Les indications du thermomètre et de l'hygromètre, dans le premier de ces tableaux, sont le résultat des observations météorologiques faites à Genève dans les dix dernières années et imprimées dans la Bibliothèque Britannique.

Pour Genève, $H = 0,726$ mèt.

(Produit de l'evaporation en un temps déterminé.) Les valeurs de φ' et φ, que nous venons de déterminer, conduisent à une expression très simple et très intéressante de la quantité de vapeurs qui s'élève dans l'atmosphère, en des temps et des circonstances déterminés, pour ne pas la donner ici. Elle complétera la Physique Mécanique des Vapeurs considérées dans l'atmosphère.

Des expériences faites par Dalton, avec autant de soin que d'intelligence, prouvent que la quantité d'eau, Q, qui s'évapore lorsque ce fluide est soumis à un haut degré de chaleur (de 60 à 100°), est proportionelle à la force élastique φ' de la vapeur dans cette température: on a donc $Q = n\varphi'$, n étant un coefficient constant à déterminer par l'expérience. A des températures plus basses, il faut déduire de cette force (φ'), celle (φ) dû à la vapeur déjà contenue dans l'air ambiant, de sorte qu'on a $Q = n(\varphi' - \varphi)$.

D'après les mêmes expériences, l'air étant entièrement calme et le baromètre à 30 pouces, un vase de 6 pouces de diamètre a fourni 120 grains d'eau évaporée en une minute, à l'aide d'une ébullition soigneusement ménagée. En réduisant ces poids et mesures anglaises au système métrique, on conclut que, le baromètre étant à 0,7617 mèt., l'épaisseur de la lame d'eau évaporée, en une heure, auroit été de 25,57 millimètres. Au terme de l'ébullition, q' est représenté par la hauteur du barom.: on a donc $25,57 = n \times 0,7617$; d'où $n = 34$ millimètres. D'après cela, Q étant l'épaisseur de la lame d'eau évaporée en une heure, on aura $Q = 34$ mil. $(q' - q)$; ou $Q = 34 q' (1,47 - 0,015 a)$, tant que a (l'hygromètre) est au-dessus de 50.

Le coefficient 34 mil. est déterminé pour un air entièrement calme: tout étant d'ailleurs égal, l'agitation de l'atmosphère l'augmente, et un grand vent peut le porter à 50 et même à 60.

Pour faire une application de cette formule, je vais calculer la quantité d'eau qui doit s'évaporer, dans chacun des douze mois de l'année; en admettant l'état moyen du thermomètre et de l'hygromètre, indiqué pour Genève dans un de tableaux précédens. Je joins, pour plus de comparaison, la quantité d'eau évaporée à

l'Observatoire de Paris, en 1689 (Acad., tome X); c'est le premier état de cette nature qui se présente à moi.

Mois.	à Genève d'après le Calcul.	à Paris d'après l'Observat.
	millions	millions
Janvier.	21	18
Février.	31	20.
Mars.	47	50
Avril.	70	81
Mai.	92	152
Juin.	100	126
Juillet.	114	143
Août.	124	134
Septembre.	81	87
Octobre.	42	34
Novembre.	34	25
Décembre.	25	18
Total.	781.	870.

Note supplémentaire.

En traitant de la correction relative à la diminution de la pesanteur dans le sens vertical (tome LXX, pag. 449) je n'ai point parlé, d'une manière explicite, de l'effet de cette diminution sur les poids des colonnes barométriques (j'ai développé ailleurs la manière de calculer cet effet, Journal des Mines, tom. XIX pag. 34). Je supplée cette omission.

Fesons abstraction de toute considération étrangère, et supposons l'air à 0°. D'après la première règle des mesures par le baromètre (page 29), une hauteur quelconque, x, égale $c.\log\frac{H}{h}$ ou $c.\log\frac{gH}{g'h}$, lorsque la gravité n'est pas la même aux deux stations, qu'elle est g à la station inférieure et g' à la station supérieure, c étant un coefficient constant, et H ainsi que h, les élévations barométriques réduites à la même température. Or

$$\frac{g}{g'}=\left(\frac{r+a+x}{r+a}\right)^2=1+\frac{2x}{r}.$$

r exprimant le rayon de la terre, et a l'élévation de la station inférieure sur le niveau de la mer. Ainsi, $\log.\frac{gH}{g'h}$ deviendra $\log.\frac{H}{h}\left(1+\frac{2x}{r}\right)=\log.\frac{H}{h}+\log.\left(1+\frac{2x}{r}\right)=\log.\frac{H}{h}+\frac{2xm}{r}=d+\frac{2xm}{r}$. m représentant le module des tables et faisant $\log.\frac{H}{h}=d$. Si on opère maintenant la correction due à la diminution produite, dans la densité de l'air, par la diminution de la pesanteur,

correction indiquée (tome LXX, page 450) on aura

$$x = cd + \frac{(cd)^2}{r} + \frac{cd.2m}{r} + \frac{2acd}{r}.$$

Le terme qui renferme a provient de l'hypothèse: qu'en s'élevant dans l'atmosphère, la pesanteur, et par suite la densité des molécules d'air, decroit en progression arithmetique, ce qui n'est pas parfaitement exact. Et comme la formule de la Mécanique céleste, calculée d'une maniere rigoureuse et exempte de pareille supposition, donne

$$x = cd + \frac{(cd)^2}{r} + \frac{c^2d.2m}{r}.$$

nous supprimerons notre quatrième terme, et prendrons, avec M. Laplace, r comme représentant ici la distance de la station inferieure au centre de la terre.

Cette dernière formule peut s'écrire ainsi:

$$x = c\left(1 + \frac{c.2m}{r}\right).d + \frac{(cd)^2}{r}$$

Posant $c\left(1 + \frac{c.2m}{r}\right) = c'$; et observant que, sans erreur sensible $\frac{(c'd)^2}{r}$ peut être substitué à $\frac{(cd)^2}{r}$, on aura

$$x = c'd + \frac{(c'd)^2}{r}.$$

C'est la formule dont j'ai habituellement fait usage dans mons Mémoire: elle n'est absolument que celle de la Mécanique céleste mise sous une autre forme; et cette nouvelle forme, m'a

dit M. Laplace lui même, la cond plus simple pour le calcul: si cet illustre géomètre ne la pas ainsi transformée, c'est parce qu'il fallait montrer, distincts les uns des autres, tous les élémens qui entrent dans la composition.

Le coefficient $c'\left(=c+\frac{c^2 dm}{r}\right)$, qui est celui des formules ordinaires c'est-à-dire de celles dont la forme est $x=y\left(c'\alpha+\frac{(c\alpha)^2}{r}\right)$, ou simplement $x=cy\alpha$, y étant le facteur relatif à la température, le coefficient c, dis-je, renferme implicitement la correction nécessitée, dans l'expression du poids de la colonne barométrique supérieure, par la diminution de la pesanteur: elle en fait environ les 0,0025 $=\left(=\frac{c\cdot 2m}{r}\right)$; et cela, quel que soit la hauteur mesurée; pour une élévation de 1 millimètre comme de 600 mètres, la correction, si elle se fait sur le coefficient, l'augmente de la même quantité 46 mètres à peu près. On conclut de là, que la grandeur de la correction, par rapport à une hauteur mesurée, est proportionnelle à cette hauteur (elle en est les 2/2 millièmes)

D'après ce qui vient d'être dit, le coefficient conclu de nos observations sur le Mont-Gregorio, et qui est 18312 pour les hauteurs moyennes, et 18303 pour celles au niveau de la mer, devient 18259, si on le dépouille de tout élément relatif à la diminution de la gravité: il donne alors 10434 pour le rapport

du poids de l'air à celui du mercure.

Lorsque, dans mon Mémoire, j'ai dit que le coefficient 18312 mètres réduit au niveau de la mer étoit 18305, et que j'ai employé la même expression pour tout autre coefficient, j'ai voulu dire qu'il étoit réduit à la valeur qu'il devoit avoir, dans les formules ordinaires, pour donner exactement les plus petits hauteurs mesurables au-dessus de ce niveau: c'est ainsi que 18393 réduit au niveau de la mer devient 18384, puisque c'est la valeur qu'il doit avoir pour donner, tout près de ce niveau, les mêmes résultats que la formule (x - 18336 etc.) de la Mécanique céleste.

Les considérations exposées dans cette Notice pouvant faire penser que c'est le coefficient c, et non c' qui a pour valeur $\frac{P}{q} \cdot \frac{0,76 m}{m}$, $\frac{P}{q}$ étant le rapport du poids du mercure à celui de l'air (1) je retire la note qui est au bas de la p. 168, tome LXX. Au reste son contenu me paroissant problématique, lorsque je l'ai publiée j'ai eu soin de prevenir qu'elle ne fesoit point partie du Mémoire presenté à l'Institut.

---

(1) Le coefficient déduit des expériences de MM. Biot et Arago sur ces poids, ayant la valeur mentionnée, seroit alors celui que nous avons désigné par c, il ne pourroit, sans augmentation, entrer dans les formules ordinaires, et il serviroit sans modification à celle de la Mécanique céleste.