werden die Pendelschwingungen in dem Maaße schneller, als die Reparativkraft, welche diesem Regulator durch das Hemmungsrad mitgetheilt wurde, sich vermindert, und die astronomische Uhr geht vor.*)

Dieser Nicht-Isochronismus der Pendelschwingungen ist daher die Ursache, daß die strenge Gleichmäßigkeit der Triebkraft, welche durch Anwendung von Gewichten entsteht, nicht so viele Regelmäßigkeit erzeugt, als man annehmen sollte.

107. Es wäre noch zu wünschen, daß die Triebkraft einer astronomischen Uhr nach Verhältniß des durch die Reibung und die Verdickung des Oeles verursachten Widerstandes vermehrt werden könnte. Um dieses zu bewirken, habe ich am Gehgewicht meiner astronomischen Pendeluhren einen Kelch angebracht, der dieselbe Form und Größe des Gewichtes hat, und in welches man von Zeit zu Zeit nach Erfodern ein Bleikorn von geeigneter Schwere legen kann, um so die Triebkraft zu vermehren, damit die Pendelschwingungen immer in völlig gleicher Größe erhalten werden können.

108. Es ist nothwendig, an den astronomischen Pendeluhren eine Hilfskraft anzubringen, welche den Gang der Uhr, während sie aufgezogen wird, unterhalten kann (Man sehe d. 10te Kapitel); dasselbe gilt auch von den Seeuhren mit Kettenrad.

Dieser Mechanismus wird in der Folge dieses Werkes (13tes Kapites, Artikel 1.) beschrieben werden; es würde folglich überflüssig sein, hier deshalb in Details einzugehen. Ich will nur bemerken, daß diese Hilfskraft zu einer beträchtlichen Vermehrung der Arbeit Veranlassung giebt, und daß es nöthig ist, in der Ausführung Sorge zu tragen, die Wirkungen derselben sicher zu erhalten.

Indem man in den Seeuhren das gezahnte Federhaus statt des Kettenrades (§. 101.) anwendet, vermeidet man den Mechanismus der Hilfskraft, denn die gezahnten Federhäuser haben die Eigenschaft die Uhr gehen zu machen, während man sie aufzieht. In den astronomischen Pendeluhren könnte man von der Schnur ohne Ende Gebrauch machen, wie man sie vor Alters angewendet hat, und dann würde man keine Hilfskraft mehr nöthig haben.

Die Schnur ohne Ende läßt, ihrer Natur nach, die Uhr, während man sie aufzieht, fortgehen. Indessen bietet sie Unvollkommenheiten und Hindernisse dar, und damit ein astronomisches Pendel vollkommen sei, ist erfoderlich, daß das Gewicht so wirke, wie in der Folge dieses Werkes angezeigt werden soll, und daß eine Hilfskraft die Uhr, während man sie aufzieht, im Gange erhalte.

Fünftes Kapitel.

Vom Räderwerke und der Berechnung der Räder und Triebe. (Tafel IV.)

Das Räderwerk theilt dem Regulator durch eine Folge von Rädern und Trieben die Thätigkeit der Triebkraft mit. In dem Maaße als die Räder sich von der Triebkraft weiter entfernen, nimmt

*) Läßt man das Pendel in sehr kleinen Bogen schwingen (§. 17.), so ist es nothwendig, daß die Veränderung des Ganges durch die Vermehrung der Reibungen sehr klein und für Astromen wenig merkbar werde; diese aber sind es, welche überhaupt astronomische Pendeluhren gebrauchen und welche von diesen Instrumenten eine strenge Genauigkeit fordern. Diese Veränderung ist nicht gleichgültig, wenn die astronomische Pendeluhr als Regulator dienen soll; denn es kann besonders im Winter sich zu tragen, wenn der Himmel lange bedeckt ist, daß das Pendel mit den Fixsternen oder der Sonne nicht verglichen werden kann, und dann ist daran gelegen, daß während dieser Zeit die Uhr einen völlig gleichmäßigen Gang behalte.

die Geschwindigkeit zu, und verlieren nach Verhältniß ihrer Geschwindigkeit an Kraft. Die Kraft des letzten Rades (oder des Hemmungsrades) muß zureichend sein, den Bewegungsverlust zu ersetzen, den der Regulator sowohl durch den Widerstand der Luft als auch durch die Reibung erleidet. Die Kraft des Hauptrades muß der Zahl der Umdrehungen des Rades proportional sein, und nach der größern oder geringern Geschwindigkeit desselben vermehrt oder vermindert werden. Setzt man die Kraft des letzten Rades gleich 1, und die Zahl seiner Umdrehungen während eines Umganges des ersten Rades = 4800, dann muß die Triebkraft auch 4800 mal größer als die des letzten Rades sein, den Grundsätzen der Mechanik gemäß; abgesehen von dem Einfluß der Reibung der Getriebe.

110. Die Geschwindigkeit nimmt bei Verbindung zweier Räder von verschiedenen Durchmessern zu, in so fern dasjenige von größerem Durchmesser den Trieb oder das Rad von kleinerem Durchmesser leitet. Dieser Trieb macht in Beziehung auf das Rad eine so viel größere Anzahl Umdrehungen, so viel mal als der Durchmesser des Triebes kleiner als der des Rades ist. Man sieht also, daß es leicht ist die Geschwindigkeit eines letzten Rades zu vermehren, wenn mehre Räder und Triebe so verbunden werden, daß das erste Rad einen Trieb leitet, welcher concentrisch ein zweites Rad trägt, welches wieder einen zweiten Trieb leitet, der ein drittes Rad trägt, welches ferner einen Trieb leitet, der ein viertes Rad trägt, u. s. w. Diese Verbindung von Rädern und Trieben heißt das Räderwerk, und durch die Anwendung desselben geschieht es, daß die Triebkraft, in einer hinreichend langen gegebenen Zeit auf den Regulator wirken kann, bevor man genöthiget ist, sie zu erneuern, oder wie man gewöhnlich sagt, die Uhr aufzuziehen. Das Räderwerk trägt noch die Zeiger, welche die verflossene Zeit angeben.

111. Tafel IV. Figur 1. zeigt eine Verbindung von Rädern und Trieben. A, B, C, D sind die Räder, und p, q, r, die von den Rädern geführten Triebe. In den Maschinen greifen die Räder durch Zähne ein, welche an ihrem Umfange gemacht sind. Die Zahl dieser Zähne muß im Verhältniß ihrer Durchmesser stehen. Die Geschwindigkeit des Rades D verhält sich zu der von A wie das Product der Durchmesser (oder der Halbmesser) der Triebe; bezeichnet man die Geschwindigkeit von D durch V, und die von A durch v, so werden wir folgende Proportion haben:

$$a\,b \times p\,e \times q\,g : p\,d \times q\,f \times r\,h = V : v$$

112. Die Zahl der Zähne der Räder, welche den Eingriff bilden, muß im Verhältniß ihrer Durchmesser stehen.

Beispiel. Sei der Durchmesser eines Rades 30‴ und der des Triebes oder des kleinen Rades 3‴ und die Zahl der Zähne des Rades 120: wie viel Zähne muß der Trieb erhalten? man sage:

Der Durchmesser des Rades 30‴ : Durchmesser des Triebes 3‴ = 120 : x

$$x = \frac{120 \times 3}{30} = 12.$$ Man erhält daher 12 Zähne oder Stäbe.

Da die Zahl der Zähne immer im Verhältniß der Durchmesser steht, so folgt, daß man die Größe derselben durch die Zahl der Zähne selbst ausdrücken kann, und folglich auch, indem man in der Rechnung die Umdrehungen der Räder anwendet. Sind die Zahl der Zähne eines Rades und dessen Durchmesser und die Zahl der Stäbe des Triebes gegeben, so kann man den Durchmesser desselben durch Rechnung finden; aber in der Ausübung findet man die Größe der Triebe oder ihren Durchmesser leicht nach folgenden practischen Regeln, welche man in dem folgenden Kapitel findet.

113. Hier folgen einige auf die Umdrehungen sich beziehende Aufgaben:

Aufgabe. Die Anzahl der Umdrehungen des letzten Rades eines Räderwerkes von 5 Rädern und 4 Trieben zu finden, wovon das erste 100 Zähne, das zweite 80, das dritte 60, und das vierte 50 Zähne enthält. (Da das fünfte keinen Eingriff hat, so kommt es nicht in Rechnung.) Der erste Trieb trägt 20 Stäbe, der zweite 16, der dritte 10 und der vierte 8 Stäbe.

Erste Methode. Aus (§. 111.) haben wir gesehen, daß das Product der Durchmesser der Räder zum Product der Durchmesser der Triebe sich verhält wie die Geschwindigkeit des letzten Rades zur Geschwindigkeit des ersten Rades, welche Geschwindigkeit wir durch 1 ausdrücken, und folglich ist die Geschwindigkeit des Rades $V = \frac{\text{dem Product der Anzahl Zähne der Räder} \times 1}{\text{das Product der Anzahl Stäbe der Triebe,}}$

$$V = \frac{100 \times 80 \times 60 \times 50 \times 1}{20 \times 16 \times 10 \times 8}\text{; und}$$

$$V = \frac{24{,}000{,}000 \times 1}{25600} = 937\tfrac{1}{2},$$

Zweite Methode. Die Geschwindigkeit des letzten Rades, oder was dasselbe ist, die Zahl seiner Umdrehungen während das erste Rad einen Umgang macht, ist $937\frac{1}{2}$. Indem man die Zahl der Zähne eines jeden Rades durch die Anzahl der Stäbe des in das Rad greifenden Triebes dividirt, und dann alle diese Quotienten in einander multiplicirt, und nachher mit v oder der Geschwindigkeit des ersten Rades, welche wir hier durch 1 ausdrücken, so gelangt man zu dem nämlichen Resultate,

$$V = \tfrac{100}{20} \times \tfrac{80}{16} \times \tfrac{60}{10} \times \tfrac{50}{8} \times 1,\ \text{das heißt:}$$
$$V = 5 \times 5 \times 6 \times 6\tfrac{1}{4} \times 1 = 937\tfrac{1}{2}.$$

114. *Aufgabe.* Die Anzahl der Umdrehungen des letzten Rades eines Räderwerkes zu finden, wo die Triebe die Räder leiten.

Erste Methode. Da die Triebe die Räder leiten, so wird die Geschwindigkeit des letzten Rades zur Geschwindigkeit des ersten Triebes sich verhalten, wie das Product der Durchmesser der Räder und im umgekehrten Verhältniß der Durchmesser der Triebe, oder was dasselbe ist, wie das Product der Stäbe der Triebe zum Product der Zähne der Räder sich verhält; drückt man die Geschwindigkeit des letzten Rades durch v und die des ersten Triebes durch V aus, so wird man haben:

$$v = \frac{\text{dem Product der Stäbe}}{\text{das Product der Zähne der Räder}} \times V$$

(Man sehe Tafel IV. Figur 1.) Sei A von 60 Zähnen, B von 48 und C von 42 Zähnen. (D kommt nicht in die Rechnung, indem es keinen Eingriff hat.) Und ist p von 12 Stäben, q von 8 und r von 7 Stäben, und die Zahl der Umdrehungen von r in einer gegebenen Zeit 2700, dann wird die Zahl der Umdrehungen von A in derselben Zeit sein:

$$\frac{12 \times 8 \times 7}{60 \times 48 \times 42} \times 2700 = 15$$

Hiernach verhält sich die Geschwindigkeit von r zu der von A, wie 2700 : 15, das heißt, die Geschwindigkeit von r ist $\frac{2700}{15}$ oder 180 mal größer als die von A.

Zweite Methode. Um die Multiplication der Zähne in einander und die der Stäbe der Triebe zu vermeiden, hat man nur die Zahl der Stäbe eines jeden Triebes durch die Anzahl der Zähne des durch den Trieb geführten Rades zu dividiren, man multiplicire diese Quotienten ineinander, multiplicire dann dieses Product durch die Zahl, welche die Umdrehungen des ersten Triebes ausdrückt, und man wird zu demselben Resultate gelangen:

$$v = \tfrac{7}{42} \times \tfrac{8}{48} \times \tfrac{12}{60} \times 2700,$$

$$\text{oder}\quad v = \tfrac{1}{6} \times \tfrac{1}{6} \times \tfrac{1}{5} \times 2700 = \tfrac{1}{180} \times 2700 = 15.$$

Die beiden folgenden Aufgaben sind zur Berechnung der Getriebe für Uhren anwendbar.

115. Die Anzahl der Zähne des letzten Rades (des Hemmungrades) zu finden, damit die Unruhe in einer Stunde 16800 Schwingungen mache (oder während das Minutenrad einen Umgang macht), wenn die Anzahl Zähne der übrigen Räder und die Stäbe der Triebe gegeben sind.

Anmerkung. Die Unruhe mache für einen Zahn des Hemmungsrades zwei Schwingungen, und wenn das Rad z. B. 20 Zähne hätte, so würde die Unruhe 40 Schwingungen während einer Umdrehung des Rades machen.

Auflösung. Man berechne erst die Zahl der Umdrehungen des Hemmungsrades während einer Umdrehung des Minutenrades. Dann dividire man die Zahl der gefundenen Umdrehungen durch die Hälfte der Anzahl Schwingungen, und man wird die Anzahl Zähne haben, welche das Hemmungsrad erhalten muß. Man sehe Figur 2. Tafel IV. Setzt man die Anzahl Zähne und Stäbe wie folgt:

B das Minutenrad von . 80,
C das kleine Mittelrad von 60,
D das Bodenrad von . . 56,

a, der Mittelpunctstrieb, kommt nicht in Rechnung, wie man leicht einsieht,
b der Trieb des kleinen Mittelrades von 8,
c der Trieb des Bodenrades von 8,
d der Trieb des Hemmungsrades von 7;

dann findet man nach den §§. 111 und 113 die Zahl der Umdrehungen von E = 600. Die Hälfte der Schwingungen ist $\frac{16800}{2}$ oder 8400, welche dividirt durch $600 = \frac{8400}{600} = 14$ als die gesuchte Zahl geben.

116. Die Stunden des Ganges einer Uhr und die Anzahl Zähne des Federhauses, oder des Kettenrades zu finden, so auch des Mittelpunctstriebes, damit die Uhr eine gegebene Zeit gehe.

Tafel IV. Figur 2. ist A das Federhaus, welches in den Mittelpunctstrieb a greift, welcher in einer Stunde einen Umgang macht. Nehmen wir die Anzahl Zähne des Federhauses zu 96, und die der Stäbe des Triebes zu 8 an, und daß die Feder drei Umgänge machen könne, bevor die Thätigkeit der Feder durch den Anhalter eingestellt wird, dann macht das Federhaus in zwölf Stunden einen Umgang, denn die Anzahl dieser Zähne 96, dividirt durch die Anzahl Stäbe des Triebes 8, machen $\frac{96}{8} = 12$. Diese zwölf Stunden durch die drei Umgänge, welche das Federhaus machen kann, multiplicirt, geben uns 12×3 oder 36 Stunden für den Gang der Uhr.

Man kann ebenso die Anzahl Zähne bestimmen, welche das Federhaus haben muß und die Zahl der Triebstäbe, damit die Uhr eine gegebene Zeit gehe. Erst ist erfoderlich, die Zahl der Umdrehungen des Federhauses zu bestimmen. Setzen wir diese zu 3, hernach den Gang der Uhr auf 30 Stunden fest, dann sieht man, daß das Federhaus einen Umgang in 10 Stunden machen, und folglich 10 Mal so viel Zähne als der Mittelpunctstrieb haben muß. Setzt man die Stäbe des Triebes auf 8, so wird dann die Anzahl Zähne des Federhauses sein $10 \times 8 = 80$.

Damit eine Uhr ohne aufzuziehen 8 Tage gehe, gebrauche man ein Rad und einen Zwischentrieb zwischen dem Federhause und dem Mittelpunctstriebe. Nimmt man das Federhaus zu 96 Zähnen; den ersten oder Zwischentrieb zu 12 Stäben; das Zwischenrad von 80 Zähnen; und den Mittelpunctstrieb von 10 Stäben: dann sieht man, daß das Zwischenrad nur einen Umgang in $\frac{96}{15} \times 8$ oder 64 Stunden macht; so daß mit 3 und $\frac{1}{3}$ Umgängen des Federhauses die Uhr über acht Tage gehen wird. Man kann ebenso durch Einschaltung mehrer Räder die Uhr so einrichten, daß sie einen Monat oder ein Jahr ohne Aufzuziehen gehen kann.*)

Bemerkung. Wenn die Feder durch ein Kettenrad wirkt, so trägt dieses das erste Rad des Räderwerkes. In diesem Falle führt man in die Rechnung die Anzahl Gänge des Kettenrades anstatt der Umdrehungen des gezahnten Federhauses ein.

117. Wir wollen nun sehen, wie man die Berechnungen der Getriebe macht, wenn die Zahl der Zähne und Triebe gegeben ist; es ist uns noch übrig die Mittel kennen zu lernen, welche man anwendet, um die für die Getriebe geeignete Anzahl Zähne zu finden, damit sie eine gegebene Anzahl Umdrehungen hervorbringen, und wie man hiezu gelangt.

In einem Räderwerke kann man mehr oder weniger Getriebe anwenden, nach der größern oder geringern Größe, welche man denselben geben will; aber setzen wir jetzt die Zahl der Getriebe als gegeben voraus, so fängt man damit an, die Zahl der ihnen zugehörigen Triebstäbe zu bestimmen; ihr Product muß dann durch die verlangte Anzahl Umdrehungen multiplicirt werden. Nachher dividire man allmählich dieses ganze Product durch die Primzahlen,**) nach ihrer Ordnung, bis man die Einheit oder Eins zum Quotienten erhält, und zwar auf folgende Art: Erstens dividire man das Product durch 2 (wenn es möglich ist) und fahre fort, die durch diese Zahl theilbaren Quotienten zu dividiren. Wenn man nicht mehr durch 3 dividiren kann, versuche man mit der folgenden Primzahl 5, und so ferner bis man die Einheit zum Quotienten hat. Nachher mache man so viele Theile aus diesen Primzahlen, als Räder in dem Räderwerke vorhanden sind, und das Product dieser Primzahlen aus jedem Theile, giebt die Anzahl Zähne, welche jedes Rad erhalten muß.

118. Die folgenden Beispiele werden das Verfahren deutlicher machen.

Erstes Beispiel. Die Anzahl Zähne der Räder in einem Räderwerke von 3 Rädern und 3 Trieben zu finden, damit das letzte Rad 200 Umgänge mache, während das erste davon einen macht.

Nach der oben gegebenen Regel, muß man erst die Anzahl Stäbe der Triebe bestimmen; wir ziehen folgende Zahlen vor:

Der erste Trieb von 12 Stäben, der zweite von 10, und der dritte von 8 Stäben. Indem man jetzt diese Zahlen in einander multiplicirt und dann durch die gegebenen Umdrehungen, so wird man haben $12 \times 10 \times 8 \times 200 = 192000$; dann findet man die Divisoren oder die in diesem Product theilbaren Primzahlen auf folgende Art:

---

*) Man bedient sich dieses Mittels blos für die Pendeluhren.

**) Man versteht unter Primzahl diejenige Zahl, welche die Einheit oder die Zahl selbst zum Divisor hat.

192000	:	Primzahlen	2 =	96000	Quotienten
	:		2 =	48000	
	:		2 =	24000	
	:		2 =	12000	
	:		2 =	6000	
	:		2 =	3000	
	:		2 =	1500	
	:		2 =	750	
	:		2 =	375	
	:		3 =	125	
	:		5 =	25	
	:		5 =	5	
	:		5 =	1	

Man mache dann aus diesen Primzahlen geeignete Theile, etwa auf folgende Art:

$5 \times 5 \times 3 \times 2 = 150$; $5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$; $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$.

Diese Zahlen 150, 40, 32 werden für Räder anwendbar sein, damit das letzte Rad 200 Umgänge mache, so daß man sich davon überzeugen kann, wenn man die Methode der §§. 17 und 113 befolgt. Denn

$$150 : 12 = 12\tfrac{1}{2}$$
$$40 : 10 = 4$$
$$32 : 8 = 4$$
$$12\tfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 200$$

Bemerkung. Wenn diese Zahlen für Räder nicht bequem wären, und die Zähne nach der verschiedenen Größe der Räder zu schwach oder zu dick ausfallen sollten, so könnte man diese Primzahlen folgender Maaßen abtheilen:

$5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 80$; $5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$ und $5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$

Diese Zahlen 80, 60, 40 werden gleichfalls für die gegebenen Umdrehungen geeignet sein, und die Probe davon ist folgende:

$$80 : 12 = 6\tfrac{2}{3}$$
$$60 : 10 = 6$$
$$40 : 8 = 5 \text{ und}$$
$$6\tfrac{2}{3} \times 6 \times 5 = 200.$$

119. Zweites Beispiel. Die Zahl der Zähne in einem Räderwerke von 5 Rädern zu finden, worin der letzte Trieb 4400 Umdrehungen machen soll.

Seien die Triebe 10, 8, 8, 6, 6.

So werden ihre Producte sein $10 \times 8 \times 8 \times 6 \times 6 = 23040$.

Indem man diese Zahlen durch die gegebenen Umdrehungen multiplicirt, wird man haben $23040 \times 4400 = 101376000$; suchen wir jetzt die Primzahlen:

101376000	:	Primzahlen	2 =	50688000	Quotienten
	:		2 =	25344000	
	:		2 =	12672000	
	:		2 =	6336000	
	:		2 =	3168000	

3168000	:	Primzahlen 2	=	1584000	Quotienten
	:	2	=	792000	
	:	2	=	396000	
	:	2	=	198000	
	:	2	=	99000	
	:	2	=	49500	
	:	2	=	24750	
	:	2	=	12375	
	:	3	=	4125	
	:	3	=	1375	
	:	5	=	275	
	:	5	=	55	
	:	11	=	1	

Aus diesen Primzahlen kann man folgende fünf Theile machen:
$5 \times 5 \times 2 = 50$; $5 \times 3 \times 3 = 45$; $11 \times 2 \times 2 = 44$; $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$; $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$;

Diese Zahlen 50, 45, 44, 32 und 32 geben die verlangten Umdrehungen, denn nach §. 113 ist

$$50 : 10 = 5$$
$$45 : 8 = 5\tfrac{5}{8}$$
$$44 : 8 = 5\tfrac{1}{2}$$
$$32 : 6 = 5\tfrac{1}{3}$$
$$32 : 6 = 5\tfrac{1}{3}$$

Indem man diese Quotienten multiplicirt, wird man die Umdrehungen erhalten von

$$5 \times 5\tfrac{5}{8} \times 5\tfrac{1}{2} \times 5\tfrac{1}{3} \times 5\tfrac{1}{3} = 4400$$

Man könnte noch folgende Theile aus diesen Primzahlen machen:
$11 \times 3 \times 2 = 66$; $5 \times 5 \times 2 = 50$; $5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$; $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$; $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$.

Diese Zahlen würden demnach die gesuchten Umdrehungen erzeugen, denn

$$66 : 10 = 6\tfrac{3}{5}$$
$$50 : 8 = 6\tfrac{1}{4}$$
$$40 : 8 = 5$$
$$32 : 6 = 5\tfrac{1}{3}$$
$$24 : 6 = 4$$
$$6\tfrac{3}{5} \times 6\tfrac{1}{4} \times 5 \times 5\tfrac{1}{3} \times 4 = 4400.$$

Dieß ist demnach die allgemeine Methode, die Anzahl von Zähnen in irgend einem Räderwerke zu finden; hier folgen einige auf Uhren besonders anwendbare Beispiele.

120. **Drittes Beispiel.** Die Zahl der Zähne eines Räderwerkes zu finden, wenn die Unruhe 16800 Schwingungen in einer Stunde oder in der Zeit machen soll, als das Minutenrad einen Umgang macht, wenn das Hemmungsrad 14 Zähne hat.

Für einen Umgang des Hemmungsrades macht die Unruhe 28 Schwingungen, und während 16800 Schwingungen macht das Hemmungsrad $\frac{26800}{28}$ oder 600 Umgänge. Es handelt sich jetzt darum, die Anzahl der Zähne eines aus 3 Rädern bestehenden Räderwerkes zu finden, worin während eines Umganges des ersten Rades der letzte Trieb, welcher das vierte Rad oder das Hemmungsrad trägt, 600 Umgänge macht.

Wendet man 3 Triebe von 8 Stäben an, so wird man nach den oben angezeigten Regeln die Primzahlen finden: 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 5, 5. Diese können in folgende Theile gebracht werden: $5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 80$; $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$; $5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$; in einer Uhr sehr anwendbare Zahlen.

121. Die Zahl der Zähne in einem Räderwerke zu finden, in welchem das Secundenrad in einer Minute einen Umgang, und wo die Unruhe 18000 Schwingungen in einer Stunde oder während eines Umganges des Minutenrades macht.

Da das Secundenrad in einer Minute einen Umgang machen soll, so wird seine Geschwindigkeit 60 mal so groß als die des Minutenrades sein, denn dieses macht in 60 Minuten nur einen Umgang, folglich wird die Unruhe $\frac{18000}{60}$ oder 300 Schwingungen in jeder Minute machen. Wenn das Hemmungsrad 15 Zähne hat, so wird es während 30 Schwingungen einen Umgang oder 600 Umgänge in einer Stunde, mithin $\frac{600}{60}$ in einer Minute oder in der Zeit machen, als das Secundenrad einen Umgang macht; folglich muß man erst die Zahl der Zähne des Secundenrades berechnen, damit die Unruhe 300 Schwingungen mache, während dasselbe einen Umgang macht, oder, damit das Hemmungsrad $\frac{600}{60}$ oder 10 Umdrehungen in einer Minute machen könne; zweitens ist es nöthig, die Zahl der Zähne des Minutenrades als auch des kleinen Mittelrades zu finden, damit der Trieb des Secundenrades 60 Umgänge mache, während das Minutenrad einen macht.

Da das Hemmungsrad 10 Umgänge während eines Umganges des Secundenrades macht, so ist einleuchtend, daß dieses 10 mal so viel Zähne haben muß, als die Zahl der Stäbe des Hemmungsradtriebes beträgt, und indem man einen Trieb von 8 Stäben anwendet, so muß das Secundenrad 8×10 oder 80 Zähne haben.

Um die Zahl der Zähne der beiden andern Räder zu finden, bestimme man erst die Zahl der Stäbe der Triebe, welche wir auf 12 und 10 festsetzen wollen, und man wird für das Minutenrad 90, und für das Secundenrad 80 Zähne erhalten. Wenn die Triebe 8 Stäbe hätten, so würde man 64 und 60 erhalten. Wovon hier die Probe folgt:

$$90 : 12 = 7\tfrac{1}{2}$$
$$80 : 10 = 8$$
$$\text{und } 8 \times 7\tfrac{1}{2} = 60.$$
$$64 : 8 = 8.$$
$$60 : 8 = 7\tfrac{1}{2}$$
$$\text{und } 8 \times 7\tfrac{1}{2} = 60.$$

Anmerkung. Die Berechnung der Räderwerke, durch welche man die Umdrehungen der Planeten nachahmt, ist sehr verwickelt; da aber diese Anwendungen auf den Uhrenbau, mit dem was der Titel dieses Werkes besagt, nichts gemein haben, so wollen wir uns hier auf keine Untersuchung einlassen. Für diejenigen, welche diesen Theil zu untersuchen wünschen, verweise ich auf das Werk des berühmten Antide Janvier, Des Revolutions des corps célestes par le mécanisme des rouages, publié à Paris, 1812, als einen guten Führer.