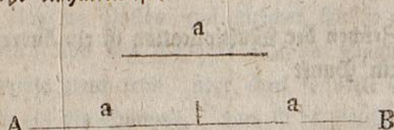
in Vielecken mehrere Diagonallinien gezogen werden müssen. Z. B.

Ueberhaupt braucht man aber in jedem Vielecke drei Diagonallinien weniger, als die Figur Winkel hat.

Vervielfältigung oder Multiplication der Größen.

§. 10.

Eine Zahl (oder auch eine Größe überhaupt) vervielfältigen oder durch eine andere Zahl (oder Größe) multipliciren heißt: die erstere so oft zu sich selbst hinzusetzen, als die Einheit in der leztern Zahl und Größe enthalten ist.



Die Größe a zweimal genommen, oder durch zwei multiplicirt, oder auch mit andern Worten, zu sich selbst hinzugesezt (also addirt a + a) giebt 2 a, oder die Größe AB. Sezt man 4 Punkte dreimal unter einander, so hat man $4 + 4 + 4$, oder 3 mal 4 oder 12 Punkte.

1.) . . . . = 4.
2.) . . . . = 4.
3.) . . . . = 4.

Also die Zahl 4 dreimal genommen, oder durch 3 multiplicirt, giebt die neue Zahl 12.

$$4 \text{ mal } 3 = 12.$$

Denn ich soll 4 so oft zu sich selbst hinzusetzen, als die Einheit in 3 enthalten ist.

Die Größe oder Zahl, welche vermehrt oder mehreremal zu sich selbst hinzugesezt werden soll (z. B. die Größe a in obiger Figur und die Zahl 4 in vorigem Beispiel), heißt das Multiplicandum; die andere, welche anzeigt, wie viel mal jene genommen werden soll, der Multiplicator; beide nennt man Faktores *): und was herauskommt, nennt man das Product oder Factum, das Multiplum oder Vielfältige.

Multiplikandum. Multiplicator.

$$\underbrace{4 \text{ mal } 3}_{\text{Faktores.}} = 12. \text{ Product.}$$

Das Zeichen der Multiplication ist ein Andreaskreuz × oder ein Punkt.

3

*) In gewissen Rüksichten, die in der Folge erklärt werden, nennt man sie auch Ausmessungen (Dimensionen) und Wurzeln.

3×4 lies 3 mal 4
$4 \,.\, 3$ lies 4 mal 3
$a \times a$ lies a mal a
$a \,.\, b$ lies a mal b

In der Buchstabenrechnung sezt man die Buchstaben auch ohne Zeichen nahe an einander, z. B. abc ließt man $a \times b \times c$ (bei den Ziffern aber geht dieses nicht an, 3×4 kann nicht ohne Zeichen 34 gesezt werden, weil dieses Verwirrung machen würde). Wenn man das bisher Gesagte gefaßt hat, so wird man leicht einsehen, daß die Multiplication im Grunde eine (wiederholte) Zusammensetzung oder Addition gleicher Größen sey. Z. B.

$$a \times a = a + a = 2a.$$

Die Zahl 4 dreimal genommen oder auch 3mal zu sich addirt, giebt in beiden Fällen 12.

$$4 \times 3 = 12$$
$$4 + 4 + 4 = 12.$$

So vielmal also eine Zahl genommen werden soll, so vielmal wiederholt man das Addiren derselben, oder so viele einzelne Posten von gleicher Größe muß man sich denken: und das Produkt muß der Summe dieser Posten völlig gleich seyn, oder eben so viele Einheiten enthalten als die Summe. Auch ist es gleichviel, welche von den beiden Zahlen, die man Faktoren nennt, so vielmal genommen wird, als die andere Zahl Einheiten in sich faßt: denn beide Fälle geben gleiches Produkt. Es ist zum Beispiel einerlei, ob man 4 dreimal nimmt, oder 3 viermal: jedesmal kömmt 12 heraus; welches in folgender doppelten Stellung von 12 Punkten sichtbar ist

```
.  .  .  .        .  .  .
.  .  .  .        .  .  .
.  .  .  .        .  .  .
                  .  .  .
```

Besteht das Multiplicandum aus mehreren Ziffern, und der Multiplicator aus einer einzigen, so kann man sich das Verfahren des gewöhnlichen Multiplicirens folgendermaaßen erklären:

Es sei 4032 zu multipliciren
durch 4

so müssen erst die 4 Tausend viermal genommen werden, dann die 3 Zehner viermal, und endlich die 2 Einheiten viermal. Zulezt müßte man die Posten alle zusammen nehmen und in eine Zahl bringen. Dieses würde aber in vielerlei Fällen zu weitläuftig und beschwerlich werden, daher braucht man folgende gewöhnliche Abkürzung: man multiplicirt von der rechten zur linken Hand jede Ziffer des Multiplicandums durch den Multiplicator. Das heißt: man nimmt erst die Einheiten vielfach; dann die Zehner; darauf die Hunderte; und so fort die Tausende, Zehntausende, Hunderttausende, Millionen u. s. w. nach der gewöhnlichen Ordnung des Decimalsystems, und rechnet die Zehner jedes einzelnen Products zum folgenden: nemlich die Zehner von den multiplicirten Einheiten zu den folgenden Zehnern; die zehnfachen Zehner als Hunderte zu den folgenden

Hunderten; die zehnfachen Hunderte als Tausende zu den nächsten Tausenden; und so weiter.

Ist irgend ein Fach des Decimal-Systems im gegebenen Multiplicandus leer (welches durch eine Null angedeutet wird, die die Stelle ausfüllet), d. h. sind keine Einheiten, oder keine Zehner, oder Hunderte, oder Tausende rc. vorhanden; so kann auch nichts der Art vielfach genommen werden.

Die Auseinandersetzung des obigen Beispiels wird die Sache näher erläutern.

$$\underbrace{\text{4 Tausende 0 Hunderte 3 Zehner 2 Einheiten}}_{\text{4 mal}}$$

16 Tausende 1 Hundert 2 Zehner 8 Einheiten.

2 × 4 Einheiten = 7 Einheiten = 8.

3 × 4 Zehner = 12 Zehner = 1 Hundert
und 2 Zehner = 120

Hier geben die vierfach genommenen 3 Zehner zum Product 12 Zehner, d. i. 10 Zehner (oder 1 Hundert) und 2 Zehner.

Jene 10 Zehner oder das 1 Hundert würden zum Producte der vierfach genommenen Hunderte gerechnet; da aber der Multiplicandus in obigem Beispiele keine Hunderte hat, so kann nur jenes 1 Hundert in die Stelle der Hunderte des Products gesezt werden 4 × 4 Tausend = 16 Tausend = 16000.

Wollte man von der linken nach der rechten Hand zu multipliciren, oder den Anfang mit den Tausenden machen,

chen, so könnte man sich dieses Vortheils nicht bedienen, das Beispiel würde nun so stehen

4032
4 mal

16 Tausende = 16000.	Hunderte hat dieser Multiplicandus nicht; also können sie auch nicht 4 mal genommen werden. Es folgen daher sogleich die Zehner.
12 Zehner (oder 1 Hundert und 2 Zehner) = 120	
8 Einheiten = 8.	
16,128. 16 128.	

Noch beschwerlicher würde die Multiplication dieses und ähnlicher Beispiele, wenn man die Tausende, (Hunderte), Zehner und Einheiten einzeln 4 mal aufschreiben, addiren, und endlich die Summen wieder addiren wollte.

$$\begin{array}{ccccc} 4000 & + & 30 & + & 2 \\ 4000 & + & 30 & + & 2 \\ 4000 & + & 30 & + & 2 \\ 4000 & + & 30 & + & 2 \\ \hline 16000. & & 120. & & 8. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16000 \\ 120 \\ 8 \\ \hline 16\,128 \end{array}$$

Besteht aber der Multiplicator und das Multiplicandum, oder beide Faktoren, aus mehrern Ziffern, so fängt man mit der ersten geltenden Ziffer des Multiplicators, zur rechten Hand an; rükt aber bei der Multiplication durch die zweite Ziffer das Produkt derselben um eine um eine Stelle weiter zur linken; und so auch bei den folgenden. Denn soll ich z. B. 452 durch 124 multipliciren, so heißt das nicht: ich soll 452, eins, zwei, und viermal, sondern ein Hundertmal, zwanzigmal und viermal nehmen.

```
      4 5 2 multiplicirt
 durch 1 2 4
      ------
      1 8 0 8
      9 0 4(0)
    4 5 2(0)(0)
 -----------------
 giebt 5 6 0 4 8.     das ist:
```

452 × 4 = 1808 oder 1808 Einheiten = 1808 × 1
452 × 20 = 9040 oder 904 Zehner = 904 × 10
452 × 100 = 45200 oder 452 Hunderte = 452 × 100

Um der Bequemlichkeit willen läßt man die im obigen Beispiele eingeklammerten Nullen, welche den einzelnen Producten den Werth von 10 mal, 100 mal u. s. w. genommenen Größen im Zifferausdruck geben, beim gewöhnlichen Multipliciren weg. Aber eben um deswillen muß jedes Produkt um so viel Ziffern links weiter vorgerükt werden, als der Werth jedes Multiplicators Nullen enthält, wenn man ihn vollständig mit Ziffern schreibt. Man sehe auch folgendes Beispiel:

```
     5421 durch
     2002 multiplicirt
   -----------
    10842 = 5421 × 2    = 10842 × 1.
 10842000 = 5421 × 2000 = 10842 × 1000.
 --------
 10852842.
```

Da hier der Mulltiplicator keine Zehner und keine Hun-

Hunderte hat, sondern nur Einheiten und Tausende: so kann auch das Multiplicandum nicht zehnfach und hundertfach genommen werden; und das tausendfache Product steht um 3 Stellen weiter links, als das Produkt der Einheiten.

Beispiele der Multiplication des Decimal-Längenmaaßes.

Wenn eine Seite eines gleichseitigen Vierecks 5° hält; wie viel halten alle vier Seiten oder der ganze Umriß dieses Vierecks in Summa?

$$4 \times 5 = 20^\circ.$$

Wäre nun dieses Viereck z. B. ein mit Wänden oder Mauern eingeschlossener Garten, so hätte dessen Besitzer 20 Ruthen Wand oder Mauerwerk in der Länge zu unterhalten; wobei die Höhe und Dicke noch nicht in Anschlag gebracht ist.

Wenn ein Stük Feld $20^\circ\ 8'$ lang ist; wie viel beträgt die Länge von 10 eben so langen Stücken zusammen?

$$\begin{array}{lcl} 20^\circ + 8' & & 200^\circ \\ \underline{10 = 10} & & \underline{\text{addirt } 8^\circ} \\ \hline 200^\circ (+ 80' = 8^\circ) & = & 208^\circ. \end{array}$$

Wie viel betragen $10^\circ\ 8'\ 4''$ achtmal genommen?

10°