Von Größen.

§. 1.

Jedem Dinge kann man in so fern eine Größe beilegen, wenn dasselbe

1) Entweder aus Theilen, oder aus einer Anzahl (Vielheit) von einerlei Dingen, besteht;
2) oder zum wenigsten in Abtheilungen gedacht werden kann; im erstern Falle nennt man sie getrennte und im andern zusammenhängende Größen.

§. 2.

Getrennte Größen bestehen aus einzelnen Theilen, die von Natur von einander abgesondert sind, und die in ihrer Zusammensetzung als eine Menge (Anzahl) von Dingen wieder für ein Ganzes oder für eine Größe genommen werden. Zum Beispiel: vier Häuser, zwey Gärten, acht Bäume, ein Dutzend Personen, eine Gesellschaft von Personen, ein Regiment Soldaten, vier Schock Garben Getraide, zwey Mandel Aepfel u. s. w. Alle solche getrennte Größen, welche nur ihrer Art (Geschlecht) oder dem Namen nach (denn unter Häusern, Gär-

Gärten, Bäumen u. s. f. ist ein großer Unterschied) für gleich genommen werden können, zählet man.

§. 3.

Zusammenhängende Größen haben von Natur keine abgesonderten Theile, oder bestehen nicht aus mehrern einzelnen Stücken, sie können aber durch abmessen oder wägen getheilt werden. So kann man sich die Längengröße eines Stückes Tuch oder Leinewand, indem man dasselbe mit der Elle mißt, in lauter abgesonderten Theilen, der Ellengröße nämlich, denken. Eben so die Größe einer Ackerfläche in abgesonderten Theilen, von der Größe eines Ruthenmaases.

So denkt man sich die Schwere der Körper in lauter abgesonderten Theilen, in Pfunden, in Centnern u. s. f.

Die Länge der Zeit theilt man in Jahre, in Tage, in Stunden u. s. w.

Diese Längengröße A B habe ich getheilt in vier Theile.

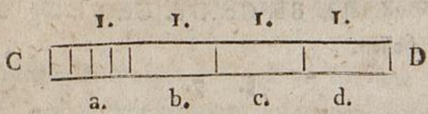
§. 4.

Um solche zusammenhängende Größen zu bestimmen und deutlich auszudrücken, braucht man zu einerley Art von Dingen ein gemeinschaftliches Maaß, oder eine bekannte Größe, welche die Mathematiker als Einheit annehmen, und mit der noch unbekannten Größe vergleichen. Zum Beispiel: Ein Nösel, eine Kanne; ein Pfennig, ein Groschen, ein Thaler; ein Dutzend, eine

Man:

Mandel, ein Schock; eine Elle, ein Zoll, ein Schuh, eine Ruthe, ein Pfund, ein Centner, eine Metze, ein Viertel; ein Bogen, ein Buch; eine Birn; ein Apfel; eine Person u. s. w.

§. 5.



Eine Summe oder eine Menge von Einheiten oder auch nur Theile der Einheit machen eine Zahl oder Anzahl aus, und diese wird entweder mit Worten ausgedruckt, oder durch Zeichen (Ziffern) angedeutet. Z. B. obige Länge C D enthält eine Anzahl von 4 Einheiten, a. b. c. d. Eine Zahl oder Anzahl ist entweder eine Sammlung oder ein Inbegriff von Einheiten gleicher Größen, z. B. vier Scheffel, zwey Ellen, sechs Ruthen, vier Regimenter (Soldaten).

Oder, sie ist auch wohl nur ein Inbegriff von Theilen solcher Einheiten, z. B. ein halber Scheffel, drey Viertel-Ellen u. s. w. Die Einheit a in obiger Zeichnung enthält vier solche Theile.

Eine Zahl bestehet also entweder aus mehrern Einheiten, oder aus einer getheilten Einheit; die Einheit selbst nennt man gewöhnlich keine Zahl.

§. 6.

Die Größe der Dinge pflegt man zuweilen durch Buchstaben und ihr Verhältniß durch allgemein angenomnommen willkührliche Zeichen auszudrücken. Zum Beispiel: durch den Buchstaben A. (a.) kann man jede mögliche Größe selbst, oder irgend einen und den andern Theil desselben, oder ihre Länge, Breite, Tiefe, Dicke, Schwere u. s. w. andeuten. Alles dieses kann auch durch andere Buchstaben Bb. Cc. Dd. Ee. Ff. Gg. bis Xx. Yy. geschehen.

§. 7.

A —————————— B

C —————————— D

Wenn zwey Größen, wie z. B. die beiden Linien AB und CD gegen einander gehalten werden: so findet man, daß sie einander gleich sind, oder daß die Linie AB so groß wie die Linie CD ist.

Die Gleichheit zweier Größen wird durch das Zeichen =, welches durch gleich oder aequal ausgesprochen wird, folgendermaßen angedeutet:

AB = CD. wird gelesen: AB ist gleich CD.

2 und 2 = 4. wird gelesen: 2 und 2 ist gleich 4.

Ein solches Zusammenstellen gleicher Größen, nennt man eine Gleichung.

§. 8.

E ————————

F ——————————

Sind zwey Größen bey dem Gegeinanderhalten, wie die Linie E und F einander ungleich, oder ist die eine E kleiner als die andere F: so wird ihre Ungleichheit durch folgendes Zeichen angedeutet: >, und zwar so,

daß

daß die Spitze davon allemal der kleinern Größe zuge- kehrt steht.

E $<$ F. liest man: E ist kleiner als F.

F $>$ E. — — F ist größer als E.

8 $<$ 16 — — 8 ist kleiner als 16.

16 $>$ 8. — — 16 ist größer als 8.

§ 9.

Nicht alle Größen sind von der Art und Beschaf- fenheit, daß sie mit einander auf die (in vorigen zwey Paragrahen) angegebene Weise, in Vergleich gegen ein- ander können gestellt werden.

Ich kann nicht behaupten, daß z. B. die Größe einer Einnahme von 4 Rthlrn. gleich sey der Größe ei- ner Ausgabe von 4 Rthlrn., weil die Menge der Ein- heiten, welche durch die Zahl 4 angedeutet werden, ein- ander gleich sind. Noch weniger kann dieser letztern Ur- sache wegen, die Summe von 100 Rthlrn. einer Ausgabe oder Schuld, größer seyn, als die Summe von 50 thlr. Einnahme oder Vermögen weil nämlich 100 Einheiten der Anzahl nach größer sind als funfzig. Will ich aber zwischen einer Einnahme und Ausgabe, z. B. von obi- gen 4 thlrn. einen Vergleich anstellen: so kann ich sagen: 4 thlr. Ausgabe nimmt eine Einnahme von 4 thlr. weg, oder hebt sie auf.

Diesen Ausdruck könnte man folgendermaßen in ei- ne Gleichung stellen:

Einnahme. Ausgabe.

4 thlr. und 4 thlr. $=$ 0.

Es sind 4 thlr. Einnahme und 4 thlr. Ausgabe gleich Null oder Nichts. Denn wenn ich 4 thlr. einnehme, und gebe sie wieder aus, so behalte ich nichts.

Von einer Ausgabe von 100 thlrn. bey einer Einnahme, welche nur 50 thlr. beträgt, würde man sagen: die Ausgabe übersteigt die Einnahme, oder auch, die Ausgabe ist größer als die Einnahme.

Eben so übersteigt eine Schuld oder der Verlust von 100 thlr. Kapital, den Besitz eines Kapitals oder Vermögens von 50 thlr.

Hat also jemand, ohne alles Vermögen, Schulden, oder sind auch nur seine Schulden größer als sein Vermögen: so besitzt er weniger als Nichts, und zwischen diesem und einem der Nichts im Vermögen hat, ist allerdings noch ein Unterschied.

§. 10.

Um alle solche einander entgegengesetzte Größen in der Kürze anzuzeigen, bedient man sich folgender Bezeichnungen: Bey bejahenden (positiven) oder vorhandenen Größen, worunter man alles begreift, was man sich als Vermögen, Besitz (z. B. baares Geld) denken kann, braucht man gewöhnlich das Zeichen $+$, welches durch und oder auch plus ausgesprochen wird. Z. B.

$$A + B + C.$$

liest man: A und B und C. oder auch:

A plus B plus C.

$6 + 2 + 4 = 12$. hieß: 6 und 2 und 4 ist gleich 12.

Denkt

Denkt man sich diese Zahlen als eine Einnahme oder Besitz von 6 thlr.; 2 thlr. und 4 thlr.: so heißt es 6 thlr. und 2 thlr. und 4 thlr. machen zusammen oder sind gleich 12 thlr.

Steht vor einem Buchstaben oder einer Zahl zu Anfange eines Satzes kein Zeichen: so muß man sich allemal das + Zeichen hinzudenken; denn es zeigt alsdenn eine bejahende Größe an.

Man ließt nicht und A und B oder plus 6 plus 2; warum sollte man also das Zeichen vergeblich davorsetzen?

Verneinende oder negative Größen, welche das Gegentheil der bejahenden sind, (z. B. nehme ich Einnahme, Vermögen für bejahende: so sind Ausgabe und Schulden verneinende Größen) bezeichnet man durch —, welches weniger oder minus gelesen wird.

A — B. heißt: A weniger B; oder A minus B.

Die Größe B soll von der Größe A hinweggenommen (subtrahirt) werden.

$$4 + 4 - 4 = 4.$$

Diesen Ausdruck ließt man 4 und 4 weniger 4 ist gleich 4.

Hat man 4 zu 4 hinzugethan, und nimmt 4 wieder weg, so hat man nicht mehr als 4.

Oder addirt man 4 zu 4 und subtrahirt man wieder 4 davon: so bekömmt man wieder das Produkt 4.

§. 11.

Weil beide Zeichen in Widerspruch mit einander stehen, und immer solche Größen anzeigen, die einander auf-

aufheben oder vernichten, oder zum wenigsten entgegen sind: so kann man sich alles Folgende darunter denken.

bedeutet:	so bedeutet:
+	—
als bejahende oder positive Größen,	als verneinende oder negative Größen,
Besitz.	Mangel.
Mehr.	Weniger.
Vermögen.	Schulden.
Einnahme.	Ausgabe.
Zunahme.	Abnahme.
Druck.	Gegendruck.
Steigen.	Fallen.
Gewinn.	Verlust.
Hinauf.	Herab.
Kauf.	Verkauf.
Wärme.	Kälte.
Behalten.	Vergessen.
Zulernen.	Verlernen.
Geben.	Nehmen.
Zug.	Gegenzug.
Vorwärts.	Rückwärts.
Rechts.	Links.
und dergl.	und dergl.

§. 12.

Anmerkung. Daß alle unter beiden Rubriken mit positiv + oder negativ — bezeichnete Größen in jedem Falle für bejahend oder verneinend angenommen werden müs-

müssen, soll damit nicht angedeutet werden; sondern nur so viel, daß man dieses nämlich in den meisten Fällen mit größerer Bequemlichkeit thun kann, als das entgegengesetzte: ob es auch übrigens gleich viel ist, ob ich Einnahme positiv, und Einnahme negativ; oder umgekehrt, Ausgabe positiv, und Einnahme negativ nenne, u. s. w. In einigen Fällen kann ich aber dennoch mit größtem Rechte, z. B. die Abnahme (oder das Fallen) einer Krankheit in Rücksicht des Wohlbefindens des Kranken mit + (positiv) bezeichnen, nnd die Zunahme (oder das Steigen) mit — (negativ). Eben so die Abnahme einer Schuld mit + (bejahend).

Es giebt auch Fälle, wo das + Zeichen nichts weniger als positive Größen andeutet, sondern nur als Verbindungszeichen der Größen gebraucht wird. Z. B.

$$-(A+B) \quad -(4+2)$$

Hier zeigt das Pluszeichen bloß an, daß die Größe B verbunden mit A sey, eben so die Zahl 4 und 2: übrigen sind alles, in beiden Beispielen, negative Größen, welches durch das davorstehende Zeichen angedeutet wird. Wollte man hier die Parenthese oder Klammern weglassen: so müßten die Zeichen verwechselt werden.

$$-A-B. \quad -4-2.$$

§. 13.

Bejahende (positive) oder mit + bezeichnete Größen vermehren schon vorhandene positive Größen; z. B. Besitz, Einnahme u. s. w. und vermindern die verneinenden oder negativen, z. B. Mangel, Ausgabe u. s. w.;

$A + B + C. \qquad 8 + 8 + 8.$

Die bejahende Größe A wird noch vermehrt durch die bejahenden Größen B und C.

Die Zahl 8 wird noch durch 8 und 8 vermehrt, also zusammen: = 24.

$- A + B + C. \qquad - 8 + 8 + 8.$

Die negative Größe A wird vermindert durch die positiven B und C.

Eben so die negative Größe der Zahl 8 durch die positiven 8 und 8: denn gesetzt, + bedeutete hier Einnahme, und — Ausgabe, die Zahlen Thaler: so hätte man eine Ausgabe von 8 thlrn., aber durch die Verminderung, wieder eine Einnahme von 8 und 8, oder 16 thlrn

Auf eben diese Weise vermehren negative Größen — schon vorhandene negative, und vermindern positive. Positive vermehren den Besitz, und negative den Mangel. Hingegen vermindern positive den Mangel, und negative den Besitz.

§. 14.

Das Verhalten negativer und positiver Größen zu einander, oder die Ab- und Zunahme, das Vermehren und Vermindern derselben in Bezug gegen einander, läßt sich am besten durch Beispiele einsehen und erläutern.

1) Einnahme und Ausgabe.

Wollte

Wollte ich 200 thlr. Einnahme und 100 thlr. Ausgabe durch Zeichen ausdrücken: so würde es auf diese Weise geschehen:

200 thlr. — 100 thlr. = 100 thlr. oder: umgekehrt — 100 thlr. + 200 thlr. = 100 thlr.

oder auch:

100 thlr. + 100 thlr. — 100 thlr = 100 thlr

Denn wenn ich 200 thlr. Einnahme habe, und 100 thlr. Ausgabe: so behalte ich nur 100 thlr. baares Geld.

30 thlr. — 9 thlr. + 24 thlr. — 10 thlr. + 50 thlr — 16 thlr. = 69 thlr.

Nimmt einer ein 30 thlr. und giebt davon wieder 9 thlr. aus; hat denn wieder eine Einnahme von 24 thlr. und eine Ausgabe von 10 thlr.; endlich noch eine Einnahme von 50 thlr. und Ausgabe von 16 thlr. so behält er übrig 69 thlr.

2) Vermögen und Schulden.

3) Gewinn und Verlust.

100 thlr. — 100 thlr. = 0.

Hat Jemand 100 thlr. in Vermögen und ist 100 thlr. schuldig: so hat er gar nichts.

Eben so wenn ich einen Gewinn von 100 thlr. habe, und auf der andern Seite einen Verlust von 100 thlr.: so behalte ich nichts übrig, die verneinende Größe nimmt die bejahende Größe ganz weg.

4) Vorwärts und Rückwärts.

A|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|———|B

-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	vorwärts
-	-	-	7	6	5	4	3	2	1		rückwärts
-	-	-	-	1	2	3	4	5	6		vorwärts
-	-	-	-	-	4	3	2	1			rückwärts
-	-	-	-	-	-	1	2	3			vorwärts
8	7	6	5	4	3	2	1				rückwärts

Wenn man die Größe einer Bewegung auf dieser Linie von A nach B als vorwärts (+) nimmt: so muß die entgegengesetzte Größe der Bewegung von B nach C mit rückwärts (—) bezeichnet werden. Z. B.

Ein Bote geht von A aus nach B zu, den ersten Tag 10 Stunden vorwärts, den andern Tag 7 Stunden rückwärts, den dritten 6 Stunden vorwärts, und den vierten 4 Stunden rückwärts, den fünften 3 Stunden vorwärts, und den sechsten 8 Stunden rückwärts.

Wie weit ist dieser Bote von A entfernt?

$$+ 10 - 7 + 6 - 4 + 3 - 8 = 0.$$

5) Eben so Steigen und Fallen, oder hinauf und herab. Eine Unebene steigt und fällt, oder steigt hinauf und herab. Wenn eine solche 4 Fuß steigt, und 2 Fuß fällt, dann wieder 7 Fuß steigt und drey Fuß fällt, und endlich noch 5 Fuß steigt, was beträgt nun das Steigen zusammen, oder die Anhöhe?

$$4 - 2 + 7 - 3 + 5 = 11.$$

11 Fuß steigt also die Anhöhe.

Eben so fällt und steigt auch das Wasser in mancher Wasserleitung oder Röhrenfahrt. Wenn dieses 2 Schuh

und

und 8 Zoll fällt, hierauf 6 Zoll steigt, aufs neue 4 Schuh und 9 Zoll Fall hat, dann wieder 1 Schuh und 8 Zoll steigt, 12 Schuh und 4 Zoll fällt, und zuletzt 7 Schuhe hoch steigen muß, wie viel hat es noch Fall?

— 2	Schuh	8	Zoll	+ -	Schuh	6	Zoll
— 4	—	9	—	+ 1	—	8	—
— 22	—	4	—	+ 7	—	-	—
18	Schuh	21	Zoll	8	Schuh	14	Zoll

Es fällt 18 Schuh 21 Zoll,
und steigt 8 — 14 —

folglich hat es noch 10 Schuh 7 Zoll Fall.

Wenn Jemand auf einer Leiter 8 Sprossen hinauf, und 5 wieder herabsteigt, dann wieder 6 hinauf und 9 herab, und endlich noch 24 hinauf.

$$8 - 5 + 6 - 9 + 24.$$

6) Besitz und Mangel.

Diese Zeichnung soll ein Grundstück mit einem Morast, Sumpf oder sonst unbrauchbaren Fleck vorstellen.

Hätte dieses Stück 4 Acker, und 1 Acker gienge ungefähr durch diesen Sumpf verloren, oder würde dadurch unbrauchbar: so kann der Besitzer, in Rücksicht der Brauchbarkeit davon nicht sagen, daß er im Besitz der 4 Acker sey, wenigstens enthält dieser Besitz einen Mangel, welchen man also ausdrückt:

$$4 - 1.$$

Wird eine bejahende (positive) Größe, oder das + Zeichen mit einer verneinenden (negativen), oder dem — Zeichen vewechselt: so wird das wirklich vorhandene, der Besitz oder das Vermögen u. s. f. oder die bejahende Größe entweder, geringer oder kleiner, siehe das erste Beispiel; oder die negative Größe nimmt die positive ganz weg, siehe das 2te, 3te und 4te Beispiel, oder auch die negative Größe übersteiget die positive, s. d. 9. §.

Wird eine bejahende Größe, oder das wirklich Vorhandene, z. B. der Besitz eines Kapitals, aufgehoben, oder weggenommen, und eine eben so große verneinende Größe, ein eben so großer Mangel, oder die Schuld von einem Kapital, an deren Stelle gesetzt: so ist der Mangel nun gerade so groß, als es zuvor der Besitz war; die Größe aber selbst ist um zweimal so klein als zuvor.

Eben so wenn eine verneinende Größe weggenommen, und an deren Stelle eine eben so große bejahende Größe gestellt wird: so ist der Besitz gerade nun so groß, als zuvor der Mangel war. Diese positive Größe ist zweimal so groß als die negative.

1) Vermögen und Schulden.

2) Besitz und Mangel.

Wird der Besitz eines Kapitals oder Vermögens von 100 thlrn. aufgehoben, und 100 thlr. Schulden an deren Stelle gesetzt: so ist nicht nur der Mangel so groß, als es zuvor der Besitz war, sondern die negative Größe ist auch zweimal so klein, als die vorige positive; denn zur Bezahlung der 100 thlr. Schulden, und überdieß noch zum Besitze 100 thlr. gehören 200 thlr.

— (100 thlr. + 100 thlr.) = — 200 thlr.

Diesen Satz ließt man: weniger 100 thlr. Kapital und 100 thlr. Schulden, sind gleich weniger 200 thlr.

Eben so wenn ein Mangel gehoben, oder eine Schuld von 100 thlrn. nicht nur bezahlt, sondern auch noch der Besitz eines Kapitals von 100 thlrn. hinzukömmt: so ist dieser Besitz zweimal so groß, als der vorige Mangel, denn 100 thlr. baares Geld und eine bezahlte Schuld von 100 thlr. betragen 200 thlr.

+ 100 thlr.
— 100 thlr.

+ 200 thlr.

Hundert Thaler baares Geld, weniger 100 thlr. Schulden machen 200 thlr.

3) Rechter Hand und linker Hand

— links + rechts

C|—|—|—|—|A|—|—|—|—|B

4 3 2 1 1 2 3 4

Denke ich mir auf dieser Linie C B von deren Mitte A aus rechter und linker Hand zwey Bewegungen von A nach B und von A nach C zu: so müssen zwey Reisende, wenn sie beide vorwärts von A aus, der eine von A nach B und der andere von A nach C zu in gleichförmiger Geschwindigkeit reisen, sich beide in einer jeden Stunde zwey Stunden, in zwey Stunden, vier Stunden u. s. f. von einander entfernen; so daß, wenn beide vier Stunden gereist sind, die Entfernung 8 Stunden beträgt.

Setze ich nun den Fall, daß bey beiden Reisenden das Ziel ihrer Reise in B wäre, der eine aber erst genöthiget wäre, von A aus erst entgegengesetzt vier Stunden bis nach C zu reisen, und dann erst von C nach B: so kann ich die Bewegung von A nach B als positiv, und die der Linie A C als negativ betrachten; denn, indem sich der eine von A nach B seinem Ziele nähert, entfernt sich der andre (von A nach C) davon.

Trifft der eine Reisende in B ein: so kann er in Rücksicht seines Gefährten sagen, daß er dem Ziele seiner Reise um zweimal näher gekommen sey, als jener, oder daß diese Reise zweimal kleiner sey, als jene.

Eben so kann der andere Reisende in C behaupten, daß die Entfernung vom Ziel nun zweimal so groß sey, als zuvor.

Zu

Zu mehrerer Deutlichkeit überdenke man folgende Sätze, und vergleiche die Figur damit.

+ 4 Stunden sind um 8 Stunden größer, als — 4 Stunden, denn — 4 Stunden + 8 Stunden sind erst = 4 Stunden — 4 Stunden sind um 8 kleiner als + 4 Stunden, denn + 8 Stunden — 4 Stunden sind = 4 Stunden.

§. 15.

Weil man durch Buchstaben allerley Größen vorstellen, und vermöge der schon erwähnten und noch einiger andern Zeichen dieselben auch durch addiren, subtrahiren u. s. f. verändern, und förmliche Rechnung halten kann: so heißt man ein solches Unternehmen die Buchstabenrechnung.

Bekannte Größen drückt man in derselbrn durch die ersten Buchstaben des Alphabets, a. b. c. d. e. f. u. s. w. aus: die unbekannten aber, oder solche, die erst gesucht werden sollen, durch die letztern x. y. z. Ziffern kann man auf folgende Art mit einander verbinden oder vorstellen.

$$x + 4 = 8$$

Der Buchstabe x steht also hier als eine Größe von 4 Einheiten.

$2\,x = 8$. nach dem vorigen Verhältniß.

$z - 4 = 8$. Hier gilt z 12 Einheiten, denn $12 - 4 = 8$.

§. 16.

§. 16.

Additio mit allgemeinen Zeichen.

1) Haben die Größen einerley Benennungen oder Buchstaben, und einerley Zeichen: so addirt man jedes zu seines gleichen, und giebt der Summe das Zeichen der Posten. Z. B.

$$\begin{array}{l} 3a + 4b + 2c - 3d \\ 5a + b + 5 - 1d \\ \hline 8a + 5b + 7c - 4d \end{array}$$

Stellten hier die Buchstaben a Thaler, b Groschen, c Pfennige, und d Heller vor: so bekäme dieses Beispiel folgende Gestalt.

$$\begin{array}{l} 3 \text{ thlr.} + 4 \text{ gl.} + 2 \text{ pf.} - 3 \text{ hlr.} \\ 5 \text{ thlr.} + 1 \text{ gl.} + 5 \text{ pf.} - 1 \text{ hlr.} \\ \hline 8 \text{ thlr.} + 5 \text{ gl.} + 7 \text{ pf.} - 4 \text{ hlr.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -\ 6a + 4b - 3c \\ -\ 8a + 8b - 4c \\ -\ 4a + 6b - 2c \\ \hline -\ 18a + 18b - 9c \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2a + 4b - 3c \\ 6a + 3b - c \\ \hline 8a + 7b - 4c \end{array}$$

Stünden hier die Buchstaben a b c für Ruthen, Schuh und Zoll, so hieße es:

2 Ruthen	+	4 Schuh	—	3 Zoll		
6 Ruthen	+	3 Schuh	—	1 Zoll		
8 Ruthen	+	7 Schuh	—	4 Zoll.		

2) Haben die Größen verschiedene Benennungen und Zeichen: so werden sie hinter einander geschrieben z. B.

$$6\,a - 4\,b - c + x.$$

Stünden hier die Zeichen + und — von Einnahme und Ausgabe, und a. b. c. x. für Thaler, Groschen, Pfennige, und eine noch unbekannte Münze: so hieße es: die Einnahme von 6 thlr. und die Ausgabe von 4 gl. und 1 pf., und die Einnahme von einer noch unbekannten Münze zusammen genommen.

3) Sind die Zeichen verschieden, und die Benennungen gleich: so zieht man die kleinere Größe von der größern ab, und der Rest bekömmt das Zeichen der größern Größe, es mag + oder — seyn. Z. B.

$$\begin{array}{r} +10a - 16b + 2c \\ -\ 8a + 14b - 1c \\ \hline +\ 2a - \ 2b + 1c \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60a + 30b - 20c \\ -40a + 20b + 10c \\ \hline +\ 2a + 10b - 10c \end{array}$$

§. 17.

Subtraktio mit allgemeinen Zeichen.

Soll eine Größe von der andern abgezogen werden: so muß man darauf Rücksicht nehmen, ob sie beide von einerley Art sind oder nicht, und ob sie beide einerley oder verschiedene Zeichen haben.

1) Haben die Größen einerley Benennung, oder mit andern Worten, sind sie beide von einerley Art, und

sind

sind sie einander nicht entgegengesetzt; das heißt, führen sie beide einerley Zeichen: so geschieht die Subtraktion wie gewöhnlich mit Ziffern.

Von 8 a + 5 b — 4 c.
Ziehe man ab 4 a + 3 b — c.

so bleibt 4 a + 2 b — 3 c.

Bey der Verwandlung der Buchstaben a. b. c. in Ruthen, Schuhe und Zoll, würde es heißen:

Von 8 Ruthen + 5 Schuh — 4 Zoll
abgezogen 4 Ruthen + 3 Schuh — 1 Zoll

bleiben 4 Ruthen + 2 Schuh — 3 Zoll
Sind 5 Schuh — 4 Zoll = 4 Schuh + 6 Zoll
und 3 Schuh — 1 Zoll = 2 Schuh + 9 Zoll

so sind 2 Schuh — 3 Zoll = 1 Schuh + 7 Zoll

Anmerk. Ist aber der Abzug größer, als die andere Größe: so ziehe man das Obere vom Untern ab, und gebe dem Reste das entgegengesetzte Zeichen des Obern, das heißt: wenn das Obere + hat, bekömmt der Rest —, und steht — bey dem Obern, so setzt man + zum Reste.

Denn will man mehr bejahende Einheiten abziehen, als abgezogen werden können: so entsteht daraus eine verneinende Größe oder ein Mangel; denn es fehlt ja noch so viel, ehe ich völlig abziehen kann. Folglich bekommt der Rest —, wenn das Obere + hat. Hingegen, wer eine negative Größe aufhebt, die um so

viel

viel größer ist, als eine andere negative Größe, der macht also, daß mehr da ist, als fehlte; folglich setzt man + zum Reste, wenn oben — steht. Z. B.

$$
\begin{array}{l}
7a + 3b - 2c \\
4a + 6b - 5c \\
\hline
3a - 3b + 3c
\end{array}
$$

Beweis.

Es bekömmt einer

7 (a) thlr. + 3 (b) gl. weniger (—) 3 (c) pf.

und soll davon abgeben

4 thlr. + 6 gl. weniger (—) 5 pf.

Wenn er von 7 thlr. 4 weggiebt: so bleiben ihm 3 thlr.

Von 3 gl. soll er 6 gl. abgeben, also fehlen ihm noch 3 gl., ehe er der Forderung Genüge leisten kann.

An seiner ganzen Einnahme von 7 thlr 3 gl. fehlen ihm zwar 2 pf; aber man verlangt von ihm auch nur 4 thlr. 6 gl weniger 5 pf., also kommen ihm hier noch 3 pf. zu gute.

Die Richtigkeit dieses Exempels kann man auch aus folgender Stellung einsehen:

$$
\begin{array}{llll}
7 \text{ thl.} + 3 \text{ gl.} - 2 \text{ pf.} & = 7 \text{ thl.} + 2 \text{ gl.} + 10 \text{ pf.} \\
4 \text{ thl.} + 6 \text{ gl.} - 5 \text{ pf.} & = 4 \text{ thl.} + 5 \text{ gl.} + 7 \text{ pf.} \\
\hline
3 \text{ thl.} - 3 \text{ gl.} + 3 \text{ pf.} & = 2 \text{ thl.} + 21 \text{ gl.} + 3 \text{ pf.}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
4a - b + 3c. \\
5a - 9b + 8c. \\
\hline
-1a + 8b - 5c.
\end{array}
$$

4 Ru=

4 Ruthen — 1 Schuh + 3 Zoll = 3 R. + 9 S. + 3 Z.
5 Ruthen — 9 Schuh + 8 Zoll = 4 R. + 1 S. + 8 Z.

— 1 Ruthe + 8 Schuh — 5 Zoll = 1 R. + 8 S — 5 Z.

2) Größen mit verschiedenen Bezeichnungen oder Zeichen müssen addirt werden, und die Summe bekömmt das Zeichen derjenigen Größe, von welcher die andere abgezogen werden soll.

Das Zeichen des Abzugs oder die abzuziehende Größe, ist entweder + oder —.

Soll + von — abgezogen werden: so ist das eben so viel, als wenn ich ein — addire; denn ein voriger Mangel wird größer, wenn ein neuer noch hinzugefügt wird, oder wenn auch das verloren geht, was man hatte. Einen Gewinn einbüßen (abziehen), ist eben so viel als einen Verlust zusetzen.

Soll ein — von + abgezogen werden: so ist das eben so viel als wenn ich ein + hinzusetze oder addire. Das Vermögen wird größer, wenn Schulden von demselben hinweggenommen werden. Einen Verlust vergüten, ist eben so viel, als einen Gewinn hinzuthun.

$$\begin{array}{r} 10a + 8b - 2c \\ 6a - 5b + 6c \\ \hline 4a + 13b - 8c \end{array}$$

Besitzt einer 10 thlr. 8 gl. weniger 2 pf., und verliert im Spiel 6 thlr. weniger 5 gl. aber außerdem noch 6 pf., behält er noch übrig, 4 thlr. 13 gl. weniger 8 pf.
10 — 6 = 4 thlr.

8 gl.

8 gl. hat er in Kasse, und 5 gl. behält er übrig, weil er nur 6 thlr. — 5 gl. verliert. Also: 8 + 5 = 13 gl.

2 pf. fehlen ihm in seiner Kasse, und 6 pf. verliert er im Spiel, also: — 2 pf. — 6 pf. = — 8 pf.

10 thlr. +	8 gl. — 2 pf.	=	10 thlr. +	7 gl. + 10 pf.		
6 thlr —	5 gl. + 6 pf.	=	5 thlr. +	19 gl. + 6 pf.		
4 thlr. +	13 gl. — 8 pf.	=	4 thlr. +	12 gl. + 4 pf.		

12b —	9c +	3d.	3a +	5c —	7d +	2e
— 2b +	8c —	6d.		— 6c		— 5e
14b —	17c +	9d.	3a +	11c —	7d +	7e

Es kann also bey dieser Subtraktion die allgemeine Regel befolgt werden:

Man verwandle ein jedes Zeichen + oder — derjenigen Größe, welche abgezogen werden soll, in das entgegengesetzte, mache aus + (plus) — (minus), und wo Minus steht, setze man Plus; hierauf addire man, und was herauskömmt, ist der gesuchte Rest. Z. B.

8a +	2b —	4c +	5d	
—1a —	4b +	3c —	2d	subtrah.
+	+	—	+	addirt
+9a +	6b —	7c +	7d	

3) Größen mit verschiedenen Benennungen können nur neben oder hinter einander gesetzt werden; doch werden alsdenn die Zeichen des Abzugs verwechselt; das heißt, wenn der Abzug + hat: so steht im Reste an

dessen Stelle —; und hat der Abzug —: so setzt man + dafür im Reste. Z. B.

$$\begin{array}{l} a + b - d + e \\ \quad b + m - o \text{ Subt.} \\ \hline a - d + e - m + o \text{ Rest.} \end{array}$$

Anhang. Die Probe der Subtraktion ist, wie jedermann wissen wird, und leicht einsehen kann, wenn man den gefundeenn Rest oder die Differenz wieder zu der abgezogenen Größe addirt: so muß die Summe beider Größen das Ganze wieder enthalten; denn nehme ich etwas hinweg, und füge es wieder hinzu: so ist das Ganze so groß wie zuvor.

$$\begin{array}{ll} & -3a+2b-2c+4d \\ & +6a-4b+6c-2d \\ \hline \text{addire} & -9a+6b-8c+6d \text{ Differenz.} \\ \text{§. 16. 3.} & +6a-4b+6c-2d \text{ abzuziehende Größe.} \\ \hline & -3a+2b-2c+4d \text{ das Ganze.} \end{array}$$

§. 18.

Vorläufige Erklärungen.

Messen, Meßkunst, (Geometrie).

Messen heißt nach einer bekannten Größe (oder nach einem angenommen Maaße) den Inhalt einer unbekannten, vermittelst ihres Verhältnisses, das sie beide zu einander haben, finden oder bestimmen. Bestimmt oder gefunden, wird die unbekannte Größe entweder dadurch, wenn man weiß, wie vielmal die be-

kann-

kannte, oder das Maaß, dieselbe enthalte, oder in ihr enthalten sey; oder auch wenn man angeben kann, um wie viel dieses Maaß größer oder kleiner sey, als die Größe, die man sucht.

Das Maaß ist nach der Willkühr eines Landes oder Ortes von verschiedenem Gehalt; z. B. das Ruthen- oder Ellenmaaß ist in jedem Lande, beinahe an jedem Orte, verschieden. Man braucht auch bey Größenmessungen nicht immer das Wort messen; so nennt man zum Beispiel das Messen oder Bestimmen der Schwere eines Körpers Wägen; das Maaß davon Gewicht.

Die Meßkunst oder Geometrie lehrt die Ausmessung der Größen in Absicht des Raums, welcher die Größen einschließt; oder des Umfanges, welchen dieselben einnehmen.

§. 19.

Anmerkung. Das griechische Wort Mathematik, (worunter überhaupt die Wissenschaften, welche lehren, wie man Größen bestimmen, und mit andern in Vergleichung stellen soll, u. s. f. gewöhnlich verstanden werden) heißt in der Ursprache eigentlich nur eine Wissenschaft oder Lehre im allgemeinen Sinne. Die alten griechischen Philosophen machten gewöhnlich mit der Meßkunst den Anfang in ihren Unterweisungen der Jugend, und sahen sie als die Grundlage aller andern Wissenschaften an; (welche sie auch in hohem Grade ist) so daß sie auch gewissermaßen einen Inbegriff aller andern Wissenschaften andeutet. Diese schon gedachten griechischen

Weisen hatten eine solche Achtung für diese Wissenschaft, daß sie (dieß that besonders Plato) denen den Eingang in ihre Lehrsäle versagten, welche mit den ersten Lehren der Meßkunst nicht bekannt waren.

Eine ähnliche Bewandniß hat es auch mit dem von den Griechen auf uns gekommenen Worte: Geometrie welches eine Erdmeßkunst bedeutete, ob es gleich jetzt im weitläuftigsten Sinne genommen wird; indem man die mathematische Meßkunst überhaupt auch Geometrie nennt. Als die Meßkunst noch in ihrer Kindheit lag, erstreckte sie sich ohne Zweifel nur auf die Abmessung und Eintheilung kleiner Theile von unsrer Erde.

Die Geschichte, oder vielmehr die Sage (welche jedoch nichts unwahrscheinliches erzählt), schreibet die ersten Versuche der Meßkunst den Aegyptern zu, welche vermöge der Lage ihres Landes, das alljährlich vom Nil überschwemmt wird, genöthiget wurden, ihr Land dann allemal wieder auszumessen und abzutheilen. Diese Naturbegebenheit machte sie also zum Bedürfnisse, und gab Anlaß und Gelegenheit, sie in der Folge mehr zu bearbeiten, und zu einer der erhabensten Wissenschaften zu bilden.

§. 20.

Jede Größe, welche einen gewissen Raum einnimmt, kann auf dreyerley Art ausgedehnt seyn; sie kann lang, breit, dick (hoch oder tief) seyn.

Eine Ausdehnung in die Länge, bildet eine Linie; eine Ausdehnung in die Länge und Breite, bildet eine

Fläche; eine Ausdehnung in die Länge Breite und Dicke (oder Höhe, oder Tiefe), bildet einen Körper.

Die Meßkunst lehrt daher dreierley messen: 1) Ausdehnungen in die Länge (oder Linien). 2) Ausdehnungen in die Länge und Breite (oder Flächen). 3) Ausdehnungen in die Länge, Breite und Dicke oder Tiefe ꝛc. (oder Körper), und besteht aus drey Theilen. 1) Aus der Längenmessung (Longimetrie), welche Linien messen lehrt. Z. B. die Länge eines Grabens, die Länge eines Wegs u. s. f. 2) Aus der Flächenmessung (Planimetrie), welche Flächen messen lehrt. Z. B. Aecker, Wiesen ꝛc. 3) Aus der Körpermessung (Stereometrie), welche die Körper messen lehrt, z. B. ein Faß, einen Kasten, eine Klafter Holz u. s. w.

§. 21.

Körper.

Ein Körper ist eine Größe, welche sich in die Länge, Breite und Dicke, oder Höhe ausdehnt, z. B. ein Stein, ein Haus, ein Thurm, ein Baum, eine Kugel u. s. w.

Die größte Ausdehnung eines Körpers pflegt man gewöhnlich seine Länge zu nennen, z. B. an einem Hause, zuweilen aber auch die Höhe, z. B. an einem Baume oder Thurme.

Diejenigen Theile an demselben Körper, welche in mehrern solchen Längenreihen neben einander liegen, machen seine Breite aus, und diejenigen, welche über einander liegen, seine Dicke, Höhe oder Tiefe.

§. 22.

Jeder Körper hat gewisse äußere Grenzen, welche man seine Oberfläche nennt; so nennt man z. B. das Aeußerste einer Kugel, eines Apfels u. s. w. seine Oberfläche.

Solche Oberflächen kann man sich nun entweder ganz, oder auch nur gewisse Theile davon allein vorstellen; so hat es zum Beweis der Feldmesser nicht mit der ganzen Oberfläche der Erde, sondern nur mit kleinen Theilen derselben zu thun. Ein Stück Feldes, das Obere eines Flusses u. s. f. nennt man daher eine Fläche überhaupt.

§. 23.

Flächen.

Eine Fläche ist eine Ausdehnung in die Länge und Breite, aber nicht in die Dicke. Z. B. eine Wiese, ein Acker, jede Seite eines Papierblatts u. s. f. Flächen können darum nur eine Ausdehnung in die Länge und Breite haben, weil, sobald eine Höhe oder Dicke daran angenommen würde, die Fächen selbst körperliche Theile enthielten, und nach der angegebenen Erklärung (§. 21.), selbst zum Körper würden, deren äußerste Grenzen (§. 22.) sie doch nur seyn sollen. So enthält die Fläche oder Oberfläche dieses Papierblatts nicht das geringste von seiner Dicke, so unbeträchtlich auch die letztere seyn mag.

§. 24.

Linien.

Eine Linie ist eine Ausdehnung in die Länge, ohne Breite und Dicke. Linien können darum nicht die geringste Breite haben, weil sie sonst Flächen (§. 23), und keine Linien wären.

Es versteht sich von selbst, daß man Linien nach dieser Erklärung oder sogenannte mathematische Linien sich nur denken, oder in Gedanken vorzeichnen kann. Eine Linie auf dem Papier, ein Graben, ein Feldweg, eine Reihe Soldaten, eine ausgespannte Schnur u. s. w. sind nur so etwas ähnliches, oder Zeichen und Abbildungen einer Linie.

§. 25.

Punkt.

Ein Punkt ist die äußerste Gränze einer Linie, und hat weder Länge, noch Breite, noch Dicke, er ist also ohne alle Größe und Ausdehnung oder Umfang.

§. 26.

Die bisher gegebenen Erklärungen, von Flächen, Linien, und Punkten, sind vielleicht manchen auffallend, indem diese Zusammensetzung oder Abtheilung der Körper in der Natur, wo sich nichts ohne Länge, Breite und Dicke befindet, nirgends statt findet; allein wenn man das Erklärte genau überdacht hat; so ist es leicht einzusehen, warum man diese Eintheilung gemacht hat.

Bey der Ausmessung eines Stück Landes, wird nur die Größe der Fläche, das heißt, seine Ausdehnung in die Länge und Breite, ohne Rücksicht der Dicke des Erdbodens, davon verlangt. Um die Längengröße eines Ackers, Wegs, oder Grabens zu wissen, mißt man nur eine Linie von dieser Fläche, oder auch die Gränzseite dieser Fläche, welche eine natürliche Linie bildet, ohne uns um die Breite zu bekümmern.

Wenn wir einen Weg gehen, und verlangen die Länge dieses Wegs zu wissen: so nehmen wir weder Rücksicht auf die Breite der Flächen (der Fluren und Wälder u. s. f.), durch welche er geht, noch auf die Dicke des Erdbodens, worauf sich dieser Weg befindet.

Weil aber die gegebenen Begriffe nur in unsrer Vorstellung sind: so sind sie auch bey der Versinnlichung oder Ausübung z. B. auf dem Papiere oder Felde, nicht ganz passend. So bekommen die auf dem Felde durch Stäbe bezeichneten Punkte gar eine körperliche Größe, aber Niemand betrachtet sie als diese; sondern sie sollen entweder nur die Anfangspunkte, Endpunkte, oder Abtheilungen einer Linie vorstellen, oder sie sind auch nur dazu bestimmt, um von ihnen den Abstand anderer Gegenstände zu bestimmen, u. s. w.

§. 27.

Man kann sich vorstellen, daß eine Linie dadurch entstünde, wenn sich ein Punkt fort bewegt; so wie ungefähr durch den Flug einer Kugel eine Linie hervorgebracht wird.

§. 28.

Um uns in der Meßkunst so viel wie möglich, dem

Sin-

Sinne, welchen sie mit ihren Erklärungen verbindet, zu nähern, müssen wir auf dem Papier die Punkte so fein, wie möglich, und die Linien ganz dünne und schmal vorzeichnen.

Die Art ihrer Entstehung und Zusammensetzung, ist in der Ausübung dieselbe. Will man eine Linie auf das Papier verzeichnen: so ist der Anfang ein Punkt, und das Ende auch. Die Linie selbst entsteht also, wenn sich ein Punkt zum andern fort bewegt, und überall Spuren von sich zurück läßt. Von einer solchen Linie könnte man auch allenfalls behaupten, sie bestehe aus lauter Punkten. Ich sage aber mit Fleiß, bey einer solchen, oder bey allen andern verzeichneten Linien überhaupt, kann dieses nur gelten; denn da der Punkt nur die äußerste Grenze einer Linie ist: so kann er nie einen Theil davon ausmachen, oder gar eine Linie hervorbringen.

Um eine Linie auf dem Felde zu ziehen, oder vielmehr abzustecken, bezeichnet man erst einzelne Punkte durch Stäbe, diese Stäbe mit ihren Zwischenräumen an einander gereiht, bilden die Linie.

§. 29.

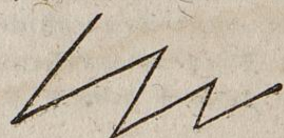
Anmerkung. Hat eine Fläche von Natur, oder durch besondere Einrichtung (nach dem gewöhnlichen Ausdrucke) Grenzen oder vielmehr Grenz-Seiten (welche, wie wir in der Folge erfahren werden, die geometrische Figur ausmachen oder bestimmen): so werden zwar diese Grenz- oder Umfangsseiten auch durch Linien gebildet, welche nach obiger Erklärung Grenzen von der Fläche sind; allein, ich glaube, es wird sich nach den gegebenen Erklärungen nicht leicht jemand vorstellen, daß solche Grenzseiten die einzigen Grenzen der Flächen wären. Die Flächen sind auch nicht immer von der Beschaffenheit, daß sie Grenzen nach dem gemeinen Ausdruck enthielten. Z. B. die Oberfläche einer Kugel.

§. 30.

Bewegt sich ein Punkt in unveränderter Richtung nach einem andern zu: so macht er eine gerade Linie (z. B. ein Sonnenstral oder ein Faden recht straff gespannt), wie die Linie A. B.

A ———————————————— B

Anmerkung. Aendert eine gerade Linie nur in einem oder in mehrern von einander entfernten Punkten, ihre sonst gerade und unveränderte Richtung: so heist sie eine gebrochene Linie. Z. B. das Zickzack des Blitzes bildet eine solche gebrochene Linie.



§. 31.

Aendert aber die Linie ihre Richtung in allen unmittelbar neben einander liegenden Punkten, wie in den Zeichnungen 1. 2. 3. 4. nach a. b. c. d. e. f. u. s. w., es sey zur Rechten oder zur Linken, so beschreibt sie eine krumme Linie. Z. B.

Fig.

Fig. 1. Das Kriechende der Schlange oder ein gemeiner Feldweg u. s. f.

Fig. 2. Der Flug einer Flintenkugel.

Fig. 3 Ein Reif.

Fig. 4. Ein Kreis.

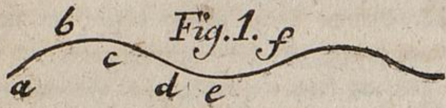
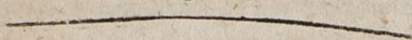
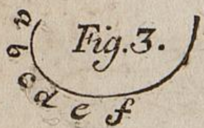
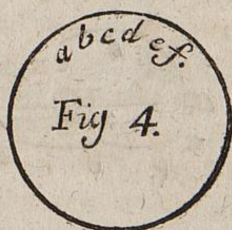


Fig. 2.







§. 32.

Eine gerade Linie ist also diejenige, deren Punkte in gleicher Richtung nach einander fortgehen, und welche daher zwischen zwey Punkten den kürzesten Weg nehmen muß. Z. B. die Linie D.E.

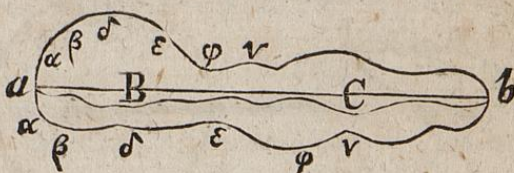
D ——————————————— E

§. 33.

Bey einer krummen Linie hingegen, gehen deren Punkte nicht in derselben Richtung fort. Z. B. die Linie A. b. c. d. e. f. z.

§. 34.

Alle krumme Linien müssen länger seyn zwischen ihren Endpunkten, als die einzige gerade a. B. C. b.; und es kann aus diesem Grunde auch nur eine einzige gerade Linie zwischen diesen Punkten a. b. statt finden; hingegen unzählich viel krumme, a. α. β. δ. ε. φ. ν. b.



§. 35.

Die krummen Linien sind zum Theil regelmäßig, zum Theil unregelmäßig.

Regelmäßige krumme Linien sind diejenigen, deren abweichende Richtung etwas gleichförmiges hat, oder deren einzelne Theile in Proportion gegen einander stehen. Z. B. 1) Die Kreislinie, Figur 1.

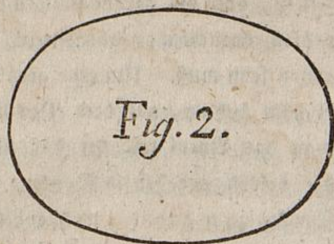
2) Die längliche Kreislinie, Figur 2.

3) Die Schneckenlinie, Figur 3.

4) Die Schlangenlinie, Figur 4.

5) Die Eierlinie oder ovale Rundung, Figur 5. u. s. w.

§. 36.



§. 36.

Unregelmäßige, krumme Linien, sind solche, deren Richtung nichts Gleichförmiges hat, oder deren Theile in keiner Proportion gegen einander stehen. Z. B. die Linien in den Zeichnungen Nro. 1. 2. 3. §. 31.

§ 37.

Vom Lineale.

Um gerade Linien auf Papier (oder Holz) zu zie-

ziehen, oder die gerade Richtung einer solchen Linie zu prüfen, braucht man das Lineal; welches aber selbst sehr genau seyn muß. Um eine gerade Linie von einem Punkte zum andern, auf dem Papiere zu verzeichnen, legt man das Lineal mit der äußersten Schärfe, gerade an die beiden gegebenen Punkte, und zieht von einem Punkte zum andern, welche Linie alsdenn gerade seyn muß, wenn das Lineal richtig ist; und wenn die Hand die Feder u. dergl. immer in derselben Richtung hält.

Bey einem richtigen und brauchbaren Lineal müssen die äußersten Schärfen oder Grenzseiten ganz gerade seyn.

Um dieß zu versuchen, ziehe man nach einer Seite des Lineals eine Linie, und lege darauf dieselbe Seite des Lineals oberhalb der gezogenen Linie; oder auch die andere Seite des Lineals, an diese Linie an. Schließt sich nun bey dem Umwenden, oder bey dem veränderten Anlegen das Lineal an die gezogene Linie genau an: so ist es richtig.

Die Linien selbst werden mit einer sogenannten Reißfeder, oder auch mit einer subtilen Schreibfeder gezogen.

§. 38.

Gerade Linien auf dem Felde zu ziehen.

Auf dem Felde zieht man gerade Linien durch eine straff gespannte Schnur; nach welcher, wenn anders die Linie bezeichnet werden soll, mehrere Pflöcke eingeschlagen, oder Steine gesetzt, oder auch ein schmaler Graben abgestochen, und aufgeworfen werden kann.

§. 39.

Anmerkung. Wie sich die Zimmerleute, Mäurer, und andere Handwerker, bey Verzeichnung ihrer Linien auf Holz oder Stein, vermittelst einer mit Kreide oder nassem Röthel bestrichenen Schnur, zu helfen wissen, ist allgemein bekannt. Sie halten nehmlich die Schnur an den beiden Endpunkten der Linie straff an, ziehen sie in der Mitte in gerader Richtung von der Linie ab- oder aufwärts, und lassen sie alsdenn auf dieselbe wieder zurückschnellen.

§. 40.

Auf dem Felde eine gerade Linie abzustecken.

Auf dem Felde giebt es oft Linien zu ziehen, deren beide Endpunkte zu entfernt von einander liegen, als daß sie beide mit einemmale durch eine Schnur sich bespannen ließen. Hier thut es nun Noth, diese Linien in mehrere kleine zu theilen, welches Verfahren man Linienabstecken nennt, und wozu man sich gerader runder Stäbe, Absteck- oder Fluchtstäbe genannt, bedient. (Siehe die Figur des Titelblatts).

Den Anfang des Verfahrens macht man damit, daß man zwey Stäbe in den beiden Endpunkten A und G lothrecht oder aufrecht einsetzt.

Sind diese beiden Punkte A und G bezeichnet: so trete man einige Schritte von A zurück, und visire von A nach G so lange, bis ein Gehülfe einen beliebigen Ab-

thei

theilungspunkt, zum Beispiel in B, welcher aber in gerader Linie mit A und G liegen muß, vermittelst eines Fluchtstabes bezeichnen kann. Dieß kann aber nicht eher geschehen, als bis der Stab A die Stäbe B und G verdeckt; das heißt, wenn ich vor dem Stabe A in einiger Entfernung stehe, und mit dem einen Auge nach der rechten und linken Seite des Stabes A, nach G visire: so muß der vordere Stab den mittlern und hintern so bedecken, daß nichts als die Seiten der Stäbe in die Augenlinie fallen. Durch das Winken mit der rechten oder linken Hand, kann dem Gehülfen in der Entfernung angedeutet werden, ob der Stab rechts oder links von der Visir- oder Augenlinie abweicht.

Mit den Stäben C. D. E. F. muß auf eine ähnliche Weise verfahren werden; sie müssen sich alle auf diese Art unter einander decken, und von dem ersten Stabe A gedeckt werden. Die Höhe der Absteckstäbe oder Fluchtstäbe, kann 6 bis 7 Fuß seyn, und ihre Dicke etwa anderthalb Zoll. Damit man sie leicht in die Erde stecken kann, muß man sie unten mit eisernen Spitzen beschlagen lassen.

Es ist auch nicht unrecht, wenn sie schwarz und weiß angestrichen werden, und zwar so, daß diese beiden Farben in Streifen von der Höhe eines Fußes mit einander abwechseln. (siehe die Stäbe A. B. C. 2c. a. a. O.)

Ist der Punkt G etwas weit entfernt von A: so wird er zur deutlichern Bezeichnung mit einem Signalstabe besetzt; wozu man sich gewöhnlich der sogenannten Meßfahnen bedient.

Die Meßfahnen sind aber darum mit Recht von einem der größten Feld- und Landmesser, dem Herrn Justizrath und Professor Bugge, verworfen worden, weil die Fahne oder Flagge nicht in einer Linie mit dem Stabe stehe, sondern meistentheils von dem Winde abwärts geführt wird, und also einen falschen Visirpunkt angeben muß. Er bediente sich daher mit Vortheil bey seinen großen nnd vielfältigen Messungen, zu Signalen schwarz und weiß angestrichener vierecktigter Stücke Leinwand oder Seegeltuch, welche über hölzerne Rahmen gespannt, und an das obere Ende der Stäbe befestiget werden; und auf welcher beide Farben in Streifen, wie bey den Stäben wechseln, (siehe das Signal H auf dem Stabe G auf dem Titelblatt).

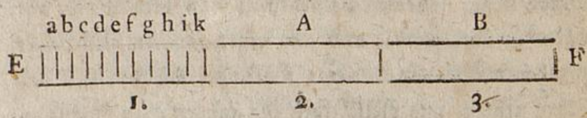
§. 41.

Anmerkung. Das Zurücktreten vom Punkte A ist darum nothwendig, weil die Augenlinie, wenn man zu nahe an den Visirstab A tritt, leicht alsdann zur rechten oder linken Hand von der wahren Visirlinie abweichen kann. Weil man nun aber öfters in Fälle kommen kann, wo das Zurücktreten hinter die Visirstäbe, durch verschiedene Gegenstände unmöglich gemacht wird: so thut man wohl, eine Spalte oder etliche kleine Löcher, in die Gegend der Augenlinie, mitten durch die Stäbe zu bohren; wo man alsdann ganz in der Nähe durch den Visirstab visiren kann.

Das Visiren durch solche durchbrochene oder durchbohrte Stäbe, giebt auch eine noch richtigere Augenlinie an, als das gewöhnliche Zurücktreten vom Visirpunkte.

§. 42.

Eine gerade Linie auf dem Papier auszumessen.



Eine gerade Linie auf dem Papier auszumessen, braucht man einen verkleinerten oder sogenannten verjüngten Maaßstab (Scala). Diese Linien auf dem Papier, werden meistentheils nach größern im Felde, oder auch an andern Gegenständen der Natur und Kunst befindlichen, oder nur gedachten Linien, entworfen und verzeichnet. Aus diesem Grunde enthalten sie in kleinem Maaße, eben die verhältnißmäßige Ausdehnung, welche die natürlichen Linien in größerm und gewöhnlichem Maaße zu haben pflegen. Obige Linie, E F, soll das Maaß dreier Decimalruthen enthalten. Die zwey größern Abtheilungen daran A und B, enthalten ganze Ruthen; die kleinern, a. b. c. d. e. f. g. h. i. k., Schuhe, oder eine getheilte Ruthe.

Würde mir eine Linie, z. B. die Linie G H.

G ———————————————— H

gegeben, und ich soll bestimmen, wie viel diese Linie nach obigem Maaßstabe E. F., an Ruthen und Schuhen enthielte: so müßte ich die Ausdehnung dieser Linie, oder die

die beiden Endpunkte G und H, welche ihre Länge bestimmen, mit dem Zirkel fassen, welches dadurch geschieht, wenn ich die eine Spitze des Zirkels in den Punkt H setze, und den Zirkel so weit eröffne, daß die andere Spitze desselben in den Punkt G trift, und dann diese Eröffnung des Zirkels an den Maasstab halten, um zu sehen, wie viel Theile desselben die Eröffnung des Zirkels fasset. Setze ich die eine Spitze des Zirkels in den Punkt F: so finde ich daß die andere bis in den Punkt f reicht; folglich enthält die Linie H G zwey und eine halbe Ruthe, oder 2 Ruthen 5 Schuhe.

Wäre die gegebene Linie noch weit länger als der Maaßstab: so darf ich nur das Längenmaaß einer oder etlichen Ruthen von dem Maaßstabe mit dem Zirkel abnehmen; an dem einen Endpunkte der Linie den Zirkel einsetzen, und wenn die Länge einer Zirkeleröffnung davon gemessen worden, den Zirkel um den Punkt der andern Zirkelspitze herum bewegen, oder umschlagen, und das so oft und lange, als sich das angenommene Ruthenmaaß auf die gegebene Linie tragen läßt.

Die Bestimmung der Längen-Größe, von Ruthen, Schuhen und Zollen, oder auch von Meilen und dergl. ist ganz willkührlich; man kann die verkleinerten Maaßstäbe nach Belieben größer oder kleiner machen, nur muß man bey Verzeichnung der Figuren einerley Maaßstab beibehalten; so wie man bey verzeichneten Linien allemal wissen muß, nach welchem Maaßstabe sie verzeichnet sind;

weswegen auch den Figuren der gebrauchte Maaßstab beigefügt wird.

Ueber genauere verjüngte Maaßstäbe, die sogenannten geometrischen, kann erst in der Folge Belehrung gegeben werden.

§ 43.

Eine gerade Linie auf dem Felde zu messen.

Zur Abmessung der geraden Linie hat man die natürlichsten Maaße, nämlich die Glieder unsers Körpers, als Füße, Daumen. Breiten, oder auch gewisse Ausspannung und Bewegung derselben, als Spannen, Schritte u. s. f., gewählt Die Fußlänge nennt man Schuhe; die Daumenbreiten, Zolle; und die Spanne der ausgebreiteten Arme, von der äußersten Fingerspitze der linken Hand, bis zur äußersten Fingerspitze der rechten Hand, nennt man Klafter.

Allein, da die Gliedmaßen und Ausdehnungen derselben, bey verschiedenen Menschen selbst verschieden sind: so hat fast jeder Ort ein fest bestimmtes Maaß nach Willkühr eingeführt. Dieser Verschiedenheit der Maaße zu Folge, muß man nun besonders die Größe des Fußes oder Schuhmaaßes seines Orts kennen lernen. Nächst diesem kann man sich auch das rheinländische Fußmaaß bekannt machen, welches in verschiedenen Provinzen Deutschlands eingeführt, und im Bauwesen überhaupt gebraucht wird.

Um eine gerade Linie von einiger Länge zu messen, nimmt man sogleich eine gewisse Anzahl, z. B. zehn, zwölf,

zwölf, wohl sechzehn Schuh oder Fuß zum Maaßstab, und nennt diesen eine Ruthe. So wird die rheinländische Ruthe z. B. in 12 Schuh (gemeine oder Werkschuh) eingetheilt.

Die Länge eines jeden Fußes oder Schuhes, theilt man ferner auch an jedem Orte in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile ab, und nennt sie Zolle. Die Zolle in noch kleinere Theile, welche man Linien oder Striche nennt, u. s. f.

Man theilt bey der zwölf- und sechzehnschuhigen Ruthe, den Schuh in 12 Zoll; jeden Zoll davon in 12 Linien oder Striche, und jede Linie in 12 Skrupel.

Es enthält daher eine:

12 schuhige Ruthe	.	eine 16 schuhige Ruthe
144 Zoll	. .	192 Zoll
1728 Linien	. .	2304 Linien
20736 Skrupel.	.	27648 Skrupel.

Eine gemeine Feldmesserruthe zu verfertigen, nehme man eine gerade, runde oder viereckigte Stange von leichtem Holz, und trage den landesüblichen Schuh so vielmal daran, als die Ruthe enthält.

An dem letzten Schuh dieser Ruthe, kann man allenfalls eine Eintheilung in Zolle machen, um kleinere Abtheilungen dieser Ruthe zu bekommen.

Man thut wohl, sich zween solche Meßruthen anzuschaffen oder zu verfertigen, damit, wenn die eine auf der Linie liegt, die andere sogleich daran gestoßen werden kann; denn bey dem sehr gewöhnlichen Umschlagen oder Umkippen einer Meßruthe, wird die Breite oder Dicke des Stabes nicht in Betrachtung gezogen; daher jede gemessene Ruthe um diese Breite oder Dicke länger, und die Messung unrichtig wird.

Es könnte, um größerer Genauigkeit willen, in manchen Fällen nicht ohne Nutzen seyn, wenn man bey dem Messen mit der Ruthe, zuvor erst von einem Stabe zum andern der abgesteckten Linie, eine Schnur horizontal ausspannte, und die Meßstange an diese anlegte.

Daß man diese Meßruthe so vielmal, als die Länge der Linie erfordert, auf die Linie legen, und sich die Anzahl der angelegten Ruthen genau merken müsse, folgt von selbst; allein bey Messungen großer Längen, wo man sich freilich der Meßkette oder einer Meßschnur mit mehrerem Vortheil bedienen kann, thut man wohl, wenn man nur eine gewisse Ruthenanzahl, z. B. 10, oder 20, oder 50, oder 100, nicht nur in die Schreibtafel aufzeichnet, sondern auch auf der Linie selbst, durch einen Stab bezeichnet.

Bey diesem fernern Verfahren giebt die Summe der in der Schreibtafel zusammen addirten oder zusammengezählten Ruthen, nicht nur eben die richtige Länge der Linien an, als wenn man immer in einem fortgezählt hätte, sondern man ist auch dem Irrthum so leicht nicht unterworfen, oder dieser kann wenigstens leichter berichtiget werden; wenn nämlich die Messung von dem letzten Stabe wieder angefangen, oder auch, wenn die

Messung

Messung nicht die strengste Genauigkeit fordert, nur durch das Schrittmaaß geprüft wird.

Zusatz. Habe ich eine Linie von 60 Ruthen gemessen: so ist es am Ende immer eins, ob ich erst 20, dann wieder 20, und nochmals 20 Ruthen, folglich dreimal zwanzig (oder sechzig) Ruthen messe, und dann zusammenziehe, oder sogleich von 1 bis 60 in einem fortzähle. Denn 20 + 20 + 20 = 60.

Weil ich eben des Schrittmaßes erwähnt habe, und dasselbe in vielen Fällen bequem, auch wohl zuweilen nöthig ist: so kann ich nicht umhin, hier einiges darüber zu sagen. Will man nur das Verhältniß der Länge von zwey oder drey Linien überhaupt wissen: so schreitet man diese Linien ab, und zählt die Schritte; die Anzahl der Schritte giebt das Verhältniß oder die Proportion an, um wie viel Schritte die eine größer sey, als die andre.

Will man aber von diesen Linien, oder auch nur von einer derselben, die Ruthenzahl, die sie enthält, durch das Schrittmaaß erfahren: so muß erst die Anzahl der Schritte, welche auf eine Ruthe kommen, oder welche man in einer Ruthenlänge macht, genau bestimmt werden. Dieses kann durch Versuche geschehen, indem man 1, 2, 3, oder 4 Ruthenlängen einzeln, oder etliche zusammen, so lange abschreitet, bis man genau bestimmen kann, wie viel man Schritte auf eine oder etliche Ruthen zählen kann.

Durch ein richtiges Schrittmaaß (und dieses ist leicht zu erlangen, wenn man sich im Schreiten so viel möglich ohne Zwang gewöhnt, lauter Schritte von gleicher Länge zu machen), ist man nicht nur im Stande, in der Geschwindigkeit oder in dem Falle, daß man keinen Maaßstab bey der Hand hat, ziemlich genau eine Linie zu messen, sondern man kann auch eine mit Instrumenten gemessene Linie leicht noch einmal durch das Schrittmaaß prüfen; wenn man etwa in Zweifel steht, ob sich ein erheblicher Fehler eingefunden habe, oder nicht.

Um bey den Messungen langer Linien desto eher fort zu kommmen, pflegt man sich der schon einmal erwähnten Meßschnuren oder der Meßketten zu bedienen, welchen man am schicklichsten die Länge von 5 Ruthen giebt.

In solchen Fällen, welche nicht die strengste Genauigkeit erfordern, ist eine Meßschnur von gutem gezwirnten Hanf hinlänglich. Diese muß aber fest gezwirnt, und vor ihrer Zurichtung, damit sie nicht bey den Messungen durch Nässe auf feuchtem Boden einlaufe, in Leinöl gesotten, und mit Wachs bestrichen werden.

Bey der Abtheilung einer Meßschnur kann man sich allenfalls dadurch helfen, daß man, wenn zuvor die Schnur das richtige Maaß von 5 Ruthen erhalten hat, dieselbe genau fünffach zusammenlegt, die Ruthen mit Tuchflecken oder andern Zeichen bemerkt, und bey der Eintheilung der Ruthen in Schuh eben so verfährt.

Doch

Doch müssen die Ruthen durch ein größeres, oder anderes Zeichen, z. B. durch ein Stückchen Tuch von anderer Farbe, zum Unterschied der Schuhmarken bezeichnet werden.

Die Meßketten werden am besten von Stahldrat, von der Dicke eines Schreibfederkiels verfertiget. Sind sie in halbe Schuh abgetheilt, wie das meistentheils geschieht, damit man sie bequem zusammenlegen, und bey sich tragen kann; so ist die Abtheilung der einzelnen Glieder im Ganzen so: die halben Schuh sind durch bloße Gelenke, die Schuh durch Gelenke und meßingene Ringel, und die Ruthen zum Unterschied der Schuh, mit größeren meßingenen Ringeln bezeichnet. Bey der Zusammenfügung der Glieder muß man darauf sehen, daß von dem Mittelpunkte eines jeden Ringes, bis zum Mittelpunkte des andern, genau die Länge eines Schuhes herauskömmt. An die beiden äußersten Ende der Kette oder Schnur, kommen Griffe (etwa Ringe), die man bequem mit der Hand anfassen kann.

Um bey dem Messen mit der Schnur oder Kette, sich nicht nur des Zählens der Schnuren oder Kettenlängen zu überheben, sondern auch alle Unrichtigkeit, die beim Zählen vorkommen kann, zu vermeiden, bedient man sich der Zeichenstäbchen. Ihre Länge sey von 6 bis 8 Zoll, und $\frac{1}{2}$ Zoll ihre Dicke; damit man zu mehrerer Bequemlichkeit ungefähr 20 Stück, in eine zum Umhängen eingerichtete Kapsel stecken kann. Ihr Gebrauch soll sogleich näher erläutert werden.

Eine, auf einer ebenen Fläche abgesteckte gerade Linie zu messen.

Zu der Messung einer geraden Linie auf dem Felde mit der Meßschnur (oder Meßkette), sind zum wenigsten zwey Personen nothwendig; die eine hält den Anfangspunkt der Schnur genau auf den Anfangspunkt A. der Linie A. G. nachstehender Figur, indem die andere, welche den Endpunkt der Schnur in den Händen hält, und die erwähnten Zeichenstäbe bey sich führt, auf der zu messenden Linie fortgeht, so weit als die Schnur reicht. Ist die Schnur, indem sie auf der Linie liegt, straff genug angezogen so wird zum Zeichen, daß nun 5 Ruthen gemessen sind, ein Zeichenstab eingesteckt (hier ist es der Punkt a.).

Darauf gehen beide auf der Linie (nach G.) vorwärts mit der Schnur, bis der erstere zum eingesteckten Zeichenstabe a. kömmt; welchen er heraus zieht und zu sich steckt. An diesen Punkt a des herausgezogenen Zeichenstäbchens, hält nun der erstere den Anfangspunkt der Schnur wieder, indem der andere bis zum Punkte b gehet, und den zweiten Zeichenstab b einsetzt; welchen bey einem dritten Schnurenschlage der erste wieder herauszieht u. s. w.

Ist auf diese Art die ganze Linie gemessen worden, so muß der erstere alle von dem zweiten eingesetzte Zeichenstäbe haben und wären zum Beispiel 16 oder 20 Stück solcher Stäbe von dem andern eingesammelt wor-

den;

den; so müßte die Linie 16mal 5, oder 20mal 5, das ist, 80 oder 100 Ruthen lang seyn.

Zusatz. Längen auf dem Felde, welche eine große Anzahl Ruthen oder Schritte enthalten, mißt man auch nach Meilen ab. Auch hier hat fast jedes Land nach Willkühr ein bestimmtes Maaß angenommen. So mißt:

Eine gemeine deutsche Meile	20,000 Rheinl. Decimal-Schuhe.		
Eine deutsche oder germanische Meile	14,197	—	—
— geographische .	23,661	—	—
— sächsische Policeimeile von 16,000 Dresdner Ellen	28,878	—	—
— preußische . .	24,700	—	—
— französische (Leuka) .	7042	—	—
— — — (Lieue) .	14,197	—	—
— kleine französische von 2000 Toisen	12,418	—	—
— große französische von 2500 Toisen	15,523	—	—
— alte brittische . .	7456	—	—
— neue englische zu 1760 Yards	513	—	—
— irländische Meile .	6536	—	—
— schottländische . .	7119	—	—

Eine

Eine rußische Werste von	Rheinl. Decimal-Schuh		
1500 Arschins .	3402	—	—
— schwedische Meile von 18,000 schwedischen Ellen .	34 094	—	—
— polnische Meile .	17,745	—	—
— portugiesische .	19 717	—	—
— italiänische . .	5915	—	—
— holländische . .	18,680	—	—
— dänische . .	24,000	—	—
— burgundische . .	18 016	—	—
— spanische . .	13,328	—	—
— ungarische . .	26,625	—	—
— schweizerische . .	26 888	—	—
— böhmische . .	22 017	—	—
— schlesische von 11,250 schles. Ell.	20,658	—	—
— londner von $1666\frac{2}{3}$ Yards	4862	—	—
— hamburger .	24,000	—	—
Olympische Stadien .	591	—	—
Eine römische Meile von 8 olympischen Stadien . .	4701	—	—

§. 44.

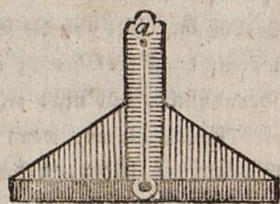
Horizontallinien.

Den Begriff, welchen man im gemeinen Leben mit waagerecht, wasserrecht oder wassergleiche verbindet, pflegt man auch mit dem Ausdrucke horizontal in der Meßkunst zu verbinden.

So stehet z. B. in einer richtigen Waage, bey nachstehender Figur 1, der Waagebalken AB waagerecht, oder horizonrizontal, eben so ist die untere, ganz äußerste Schärfe A B, einer sogenannten Setz- oder Wasserwage, Figur 2. Wenn der Faden a b mit dem Bleiloth b in der Schwerlinie, und also lothrecht hängt, eine Horizontallinie.

Fig 1.

Fig. 2.



Eine Horizontalfläche bildet die Oberfläche eines ruhigen, stillstehenden Wassers, von welcher man auch den Namen wasserrecht oder wassergleich entlehnt hat. Doch kann dieses nur von der Oberfläche des Wassers in einem Gefäß, höchstens von dem Wasser in einem Teiche oder Landsee gelten; bey Flüssen vorzüglich bey dem Weltmeer, kömmt nicht nur die heftige Bewegung des Wassers, sondern auch noch die sphärische Gestalt unserer Erde, in Betrachtung. Bey unebenen oder schrägen Grundstücken, würden die Linien, wenn man Berg auf und Berg ab, wie sie wirklich in der Natur vorhanden sind, messen wollte, natürlicher weise länger ausfallen, als die horizontale Linie §. 34. Aber nicht ohne Grund verlangt man in der Meßkunst, daß alle Linien auf dem

Felde

Felde gerade oder vielmehr horizontal gemessen, und anstatt der unebenen oder der krummen Grundflächen ihre Horizontalfläche oder die wahre Ebene angenommen werden sollen; denn auf einem unebenen Grundstücke werden nicht vielmehr Früchte, Holz u. s. w. wachsen, als auf einem ebenen Stück Landes, das so groß ist, als die Horizontalfläche von dem unebenen. Und wäre auch dieß: so muß man hier auf die Güte der Gewächse und Früchte, nicht auf die Menge; überhaupt auf den Werth der Grundstücke, und nicht auf dem Raum derselben sehen.

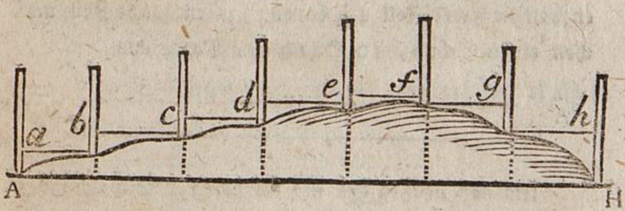
Ebene Fluren, wenn sie anderst nicht durch Ueberschwemmung leiden, behalten auch daher vor den unebenen und schrägen einen entschiedenen Werth; weil sie nicht nur ihre zur Erzeugung der Gewächse und Feldfrüchte nöthigen Theile, vor den Wasserströmen behalten, sondern auch noch immer von demselben neue zugeführt bekommen; welcher die Anhöhen entbehren müssen.

Mißt man mit einer Schnur einen nur etwas unebenen Boden: so streicht die Schnur über die Krümmungen der Flächen, oder das Steigen und Fallen des Bodens a. b. c. d. s. nachstehende Figur, hinweg, und giebtdie verlangte richtige Linie A B an.

Dieß ist auch der Grund, warum man Flächen im Felde, welche doch meistentheils nicht ganz gleich oder eben sind, erst mit einer straff angezogenen Schnur horizontal bespannen muß, um eine gerade Linie zu bekomkommen; wenn man nämlich mit der Meßruthe oder Stange genau messen will. Bedienet man sich der Meßschnur oder Ketten in horizontaler Richtung: so geben diese die gerade Linie sogleich gemessen an.

Kömmt aber der Fall vor, daß eine Linie Berg auf und Thal ein gemessen werden soll: so kann man noch weniger die Krümmungen dieser Linie verfolgen, und sie für horizontal annehmen; vielmehr müssen sie so gemessen werden, als wenn man ihre Horizontal-Gründfläche mäße. Dieses geschieht auf folgende Weise:

Sobald sich ein Berg oder eine beträchtliche Erhöhung bey der Messung einer Linie vorfindet; z. B. bey der Linie A. H. nachstehender Figur der Anfang des Bergs b: so muß der eine Feldmesser bey A die Meßschnur so hoch an dem eingesteckten Stabe im Punkte A heben, bis die Linie a b, waagerecht oder horizontal wird. Werden die Linien b. c, c. d. u. s. f. alle auf diese Art gemessen: so müssen die Linien a. b, b. c, c. d. u. s. w. bis g, zusammen eben die Länge haben, als die Länge der horizontalen Grundlinie A. H.



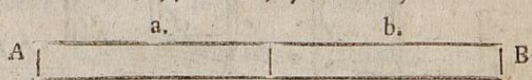
Man wird bey dem Unternehmen solcher Messungen von selbst finden, daß, je beträchtlicher die Höhen oder Tiefen sind, auch desto kleinere Theile von der Horizontallinie vorgenommen, und gemessen werden können. Weil man die Meßruthen vermittelst einer Setzwaage leicht horizontal legen kann: so kann man sich deren auch hierzu bedienen; doch, um leichter fortzukommen, pflegt man auch mit kleinen Theilen von etlichen Ruthen, einer Meßschnur oder Meßkette in möglichst horizontaler Richtung die Anhöhen oder Berge zu messen.

§. 45.

Der Meßkünstler theilt um der Bequemlichkeit willen, jede Ruthe in 10 Schuh, jeden Schuh in 10 Zoll, jeden Zoll in 10 Linien u. s. w., und deutet die Ruthen durch eine kleine Null, die Schuh aber durch ein einfaches Strichelchen, die Zolle durch ein zweifaches, und die Linien durch ein dreifaches Strichelchen an. Z. B.

1°, $3'$, $4''$, $6'''$, heißt: 1 Ruthe, 3 Schuh, 4 Zoll, und 6 Linien.

Die Länge A B nachstehender Figur, ist der fünfte Theil eines solchen geometrischen, zehntheiligen oder Decimalschuhes, und zwar des Rheinländischen; folglich enthält sie zwey Zoll a b davon; zehen solche Zoll machen einen Schuh, 10 Schuh eine Ruthe aus.



Um den Nutzen des geometrischen Decimalmaaßes und in der Folge die Lehre von den Decimalbrüchen besser einzusehen und kennen zu lernen, wird es hier nicht undien=

dienlich seyn, die Kenntniß unserer Decimal-Zählung voraus zu schicken.

§. 46.

Jede Zahl durch besondere Zeichen auszudrücken, würde man bey der unendlichen Menge derselben um Zeichen verlegen seyn, wenn man nicht ein Mittel erfunden hätte, durch zehn Zeichen (die Ziffern) alle nur mögliche Zahlen anzudeuten. Dieses Mittel besteht darinnen, daß man den Zeichen oder Ziffern nach den verschiedenen Stellen, welche sie in der Reihe von der rechten nach der linken Hand zu, einnehmen, einen zehnfach steigenden Werth beilegt. So bedeuten und gelten die Ziffer in der ersten Stelle, von der rechten Hand an gerechnet, nur (einfache) Einheiten, weil sie nur so vielmal Eins gelten, als ihr Name lautet. Z. B. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

In der zweiten Stelle (nach der Linken zu) gelten alle diese Ziffern zehnfache Einheiten, oder zehnmal so viel als in der ersten Stelle. Z. B.

10 ist zehnmal so viel als 1.
20 — — — — 2.
30 — — — — 3.

In der dritten Stelle wieder zehnmal so viel als in der zweiten Stelle.

100 ist zehnmal so viel als 10.
200 — — — — 20.
300 — — — — 30. u. s. f.

In der vierten Stelle zehnmal so viel als in der dritten. Z. B.

1000 ist zehnmal so viel als 100.

4000 — — — — 400.

In der fünften Stelle zehnmal so viel als in der vierten. Z. B.

10000 ist zehnmal so viel als 1000.

50000 — — — — 5000.

In der sechsten Stelle wieder zehnmal so viel als in der fünfen. Z. B.

100000 ist zehnmal so viel als 10000.

In der siebenten Stelle wieder zehnmal so viel als in der sechsten und immer so weiter fort.

Man pflegt bey dieser Art zu zählen, welche aus dieser Ursache auch die zehntheilige oder Decimalzählung genennt wird, eigentlich nie höher als bis Zehen zu zählen. Ist man mit Zählen bis auf zehen gekommen, oder hat man 10 Einheiten, welche einen Zehner ausmachen, zusammen: so fängt man von neuem bey der Einheit (1) an, und setzt nur die schon gezählten Zehner dazu. Z. B.

10, Ein Zehner,

11, Ein Zehner und eine Einheit, oder: 10 + 1.

12, = 10 + 2. 13, = 10 + 3. 14, = 10 + 4. 15, = 10 + 5. u. s. w.

Auf eben diese Weise, wie man aus 10 Einheiten einen Zehner in der zweiten Stelle bekommt: so bekommt man aus zehen solcher Zehnern in der dritten Stelle Ein Hundert. Von Hundert an zählt man wieder mit

Ein-

Einheiten und Zehnern fort, bis ein neues Hundert herauskömmt.

$10 \times 10 = 100$, zehen Zehner oder Ein Hundert.

$10 \times 10 + 1 = 101$, zehen Zehner und Eins.

$10 \times 10 + 10 = 110$, Eilf Zehner oder ein Hundert und ein Zehner.

$10 \times 10 + 100 = 200$, 20 Zehner oder 2 Hundert.

Hat man zehn Hundert gezählt, so bekommt man Ein Tausend. $10 \times 100 = 1000$ (Tausend). Nun zählt man weiter Einfache Tausende.

$20 \times 100 = 2 \times 1000. = 2000$; $30 \times 100 = 3 \times 1000 = 3000$. $40 \times 100 = 4000$. $50 \times 100 = 5000$ u. s. w. bis zu $10 \times 1000 = 10000$, zehn Tausend oder eine Myriade. Zehnfache Tausende oder Myriaden.

$20 \times 1000 = 20,000$.

$30 \times 1000 = 30,000$ u. s. w.

bis zu $100 \times 1000 = 100,000$ oder Hundert Tausend.

Hundertfache Tausende.

$200 \times 1000 = 200,000$.

$300 \times 1000 = 300,000$ u. s. w.

bis zu $1000 \times 1000 = 1000,000$ oder Einer Million.

Tausendmal Tausende oder Millionen.

$2000 \times 1000 = 2000,000$.

$3000 \times 1000 = 3000,000$ u. s. w.

Tausendfache Millionen oder 1000,000,000, heißen Milliarden.

Tausendmal Tausend Millionen oder Millionen mal Millionen, oder tausend Milliarden (1000,000 $\times$

 1000,

1000,000) heißen eine Billion (1000,000,000,000); Tausendmal tausend Billionen machen eine Trillion u. s. f.

Zur bessern Uebersicht der Stellen, welche die Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. f. in Zahlenreihen, die mit Ziffern geschrieben sind, einnehmen, sehe man folgende Tabelle:

IVte Stelle enthält Tausende.	IIIte Stelle enthält Hunderte.	IIte Stelle enthält Zehner.	Ite Stelle enthält Einheiten.
VIIIte Stelle enthält zehnfache Millionen.	VIIte Stelle. enthält Millionen.	VIte Stelle enthält hundertfache Tausende	Vte Stelle enthält zehnfache Tausende.

und so fort.

Die Zahl 4|4|4|4 von 4 Stellen enthält also 4 Einheiten, 4 Zehner, 4 Hunderte und 4 Tausende.

Wo keine geltende Ziffer ist, z. E. kein Tausend, keine Hundert, keine Zehner oder Einheit, so setzt man eine Null an deren Stelle, damit das Fach nicht ganz leer bleibt, oder eine Verwirrung entstehe. Z B. die Zahlen

4000 ohne Hundert, Zehner und Einheiten.

400 ohne Zehner und Einheit.

40 ohne Einheit.

$4000 + 400 + 40 + 4 = 4444.$

§. 47.

Vom Decimal-Längenmaaße.

Durch die Eintheilung jeder Ruthe in das zehntheilige

lige (Decimal) Maaß, worinnen man der Eintheilung unsrer Zahlen gefolgt ist, hat man sich große Vortheile verschafft; denn man kann nun nicht nur das Decimal-Maaß wie bloße Zahlen addiren, subtrahiren u. s. f. sondern man ist auch im Stande, die Ruthen in Schuhe, Zolle, Linien u. s. w. in der Geschwindigkeit zu verwandeln. Denn nehme ich die Ruthe als ein Ganzes oder als eine Einheit an, so ist ein Schuh der 10te Theil, ein Zoll der 100ste, und eine Linie der 1000ste Theil einer Ruthe. Ist aber ein Schuh der 10te Theil einer Ruthe, oder sind 10 Schuh eine Ruthe: so müssen zwanzig solcher Theile oder zwanzig Schuh 2 Ruthen, dreißig, 3 Ruthen u. s. w. enthalten; durch das Anhängen einer Null muß also die Anzahl der Decimalruthen allemal in Schuh verwandelt werden. Z. B. 1 R. = 10 S. 2 R. = 20 S. 4 R. = 40 S. Da ein Zoll der 10te Theil eines Schuhes ist, oder da 10 Zoll auf einen Schuh gehen: so müssen folglich 10 Schuh oder eine Ruthe 10mal 10 oder 100 Zoll haben, der Zoll ist also der 100ste Theil einer Ruthe, oder auch, 100 Zoll sind eine Ruthe; wenn ich also 2 Nullen an die Zahl der Ruthen setze: so verwandle ich sie in Zolle. Z. B. 1 R. = 10 S. = 100 Zoll.

Besteht endlich jeder Zoll aus 10 Linien: so muß eine Ruthe, welche 100 Zoll enthält, aus 10 × 100 oder 1000 Linien bestehen. Daher werden die Ruthen durch das Zusetzen dreier Nullen in Linien verwandelt. Z. B. 1 R. = 10 S. = 100 Z. = 1000 Linien. Eine Ruthe ist gleich 10 Schuh. Zehn Schuh oder eine Ruthe ist gleich 100 Zoll, und 100 Zoll oder auch 1 Ruthe ist gleich 1000 Linien. Wollte ich zu einer Decimalruthe oder 1000''' noch 10''' oder 1'' hinzuthun, so geschähe es auf diese Weise 1010'''; denn

$$1000''' + 10''' = 1010'''$$

oder auch zu 1000''' 1' (oder 100''') und 1'' (oder 10'''):

1110'''.

den $1^{\circ} = 1000'''$

$1' = 100'''$ und

$1'' = 10$ folglich $1^{\circ} + 1' + 1'' = 1110'''$

Im letzten Beispiele habe ich also 1°, 1', 1'' oder 111 Zoll, durch das Anhängen einer Null, in Linien verwandelt. Was von einzelnen Ruthen, Schuhen u. s. w. gilt, muß auch bey einer Anzahl von Ruthen, Schuhen u. s. w. angehen; und fehlen unter einer gewissen Anzahl von Ruthen, Schuhen und Zollen, die Zolle oder Schuhe; so werden dieselben durch eine Null ergänzt. Fallen z. B. bey obiger einzelnen Ruthe, Schuh und Zoll, die Zoll weg, so schreibt man: 110''; oder blieben die Schuhe weg: so schreibt man 101''.

Eben so, wie man die Ruthen in Schuhe, die Schuhe in Zolle u. s. w. ohne mühsame Multiplikation, verwandeln kann, so ist man auch im Stande, ohne beschwerliche Division, eine Anzahl von Linien wieder in Zoll, Schuhe und Ruthen zu verwandeln.

Denn da 10 Linien einen Zoll und 10 Zoll (oder 10 × 10 Linien) einen Schuh, und wieder 10 Schuh

(10

(10 × 100 Linien) eine Ruthe ausmachen: so müssen auch 1000 Linien durch das Wegschneiden der Nullen, in eine Ruthe verwandelt werden.

Die Anzahl von 1110‴ bestand aus

10‴ oder 1″

100″, oder 1′ und aus

1000‴ oder 1°.

Man darf also überhaupt bey einer Anzahl von Linien von der rechten nach der linken Hand zu, nur eine Ziffer für die Linien, eine für die Zolle, und noch eine für die Schuhe abschneiden: so ist die Verwandlung geschehen. Z. B.

1°, 1′, 1″, 0‴ eine Ruthe, 1 Schuh und 1 Zoll.

10°, 1′, 2″, 3‴ zehn Ruthen, 1 Schuh, 2 Zoll und 3 Linien.

§. 48.

Addition des Decimalmaaßes.

Man setzt die gegebenen einzelnen Posten von Ruthen, Schuhen, Zollen u. s. f. also unter einander, daß die gleichartigen Größen, Ruthen und Ruthen, Schuh und Schuh u. s. f. unter einander zu stehen kommen. Dadurch erlangt man beim Decimalmaaß den Vortheil, daß man diese Zolle, Schuh und Ruthen, zusammen addiren kann, wie Zahlen, überhaupt wo Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. gesetzt werden.

Wie viel beträgt die Länge zweier Linien, von welchen die eine mißt

$8^\circ.\ 7'.\ 9''.\ 4'''$ und die andere
$7^\circ.\ 6'.\ 4''.\ 2'''$

in Summa $16^\circ (1).\ 4' (1).\ 3''.\ 6'''$

$4''' + 2''' = 6'''$. $9'' + 4'' = 13''$. also $10''$ oder $1'$ (der als ein solcher zur folgenden Klasse der Schuhe gerechnet werden muß) $+ 3''$. $7' + 6' + 1' = 14'$ oder $1^\circ + 4'$. Diese einzelne Ruthe muß also mit zu der Ruthenzahl $8 + 7$ addirt werden.

§. 49.

Subtraktion des Decimalmaaßes.

Man setzt hier wieder Zolle unter Zolle, Schuh unter Schuh, wie in der Addition; der Abzug kömmt unten.

Von einer Linie, welche
$22^\circ\ 1'.\ 2''.\ 3'''$ mißt, soll abgezogen werden
$12^\circ.\ 0\ \ 1''.\ 2'''$: verbleiben

$10^\circ.\ 1'.\ 1''.\ 1'''$.

Von $6^\circ.\ 0'.\ 0''.\ 6'''$ soll abgezogen werden
$3^\circ.\ 4'.\ 2''.\ 3'''$

$2^\circ.\ 5'.\ 8''.\ 3'''$.

Das Verfahren: $6''' - 3''' = 3'''$.

Weil in den obern Stellen weder Zoll noch Schuh befindlich sind, von welchen man den Abzug von $2''$ nehmen kann: so nimmt man eine von den Ruthen, und theilt sie in ihre 10 Schuh. Einen Schuh nimmt man von diesen 10 Schuhen, und zieht die $2''$ davon ab.

$1'$

$1' = 10'' - 2'' = 8''$

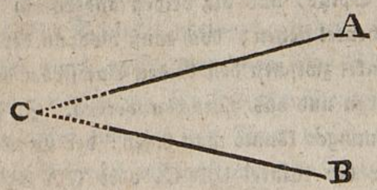
9' blieben noch von der getheilten Ruthe übrig, also $9' - 4' = 5'$

Und $5° - 3° = 2°$.

§. 50.

Von den Winkeln.

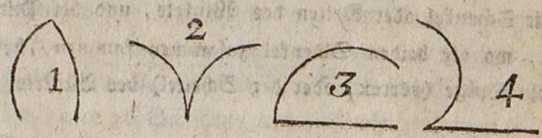
Treffen zwo Linien. z. B. A C. und B C. in ihrer Richtung endlich in einem Punkte zusammen: so entsteht ein Winkel (angulus).



Ein Winkel ist daher die Neigung zweier Linien, A B und A C, die auf der einen Seite in einem gemeinschaftlichen Punkte a. (s. nachfolgende Figur) zusammen treffen; indem sie sich auf der andern immer weiter von einander entfernen. Die Linien A B und A C heißen die Schenkel oder Seiten des Winkels, und der Punkt a, wo die beiden Schenkel zusammen kommen, heißt die Spitze (vertex, oder der Scheitel) des Winkels.

Will man einen Winkel anzeigen, so benennt man ihn entweder durch einen einzelnen Buchstaben, der in oder an die Spitze des Winkels gesetzt wird, oder man benennt ihn auch durch drey Buchstaben, wovon der eine an der Spitze, und die beiden andern am Ende der beiden Schenkel stehen; doch muß alsdann der Buchstabe am Winkel zwischen den beiden Buchstaben der Schenkel geschrieben und ausgesprochen werden. Z. B. in vorigen Zeichnungen könnte man sagen: der Winkel a oder A. Ferner der Winkel B A C, oder C A B; aber ja nicht A B C, A C B, oder B C A, C B A.

Es giebt auch Winkel von krummen Linien, die entweder unter sich selbst oder mit geraden Linien zusammen laufen. Im erstern Fall heißen sie ganz krummlinicht; s. Figur 1, 2. Im andern vermischtlinicht; Figur 3 und 4.



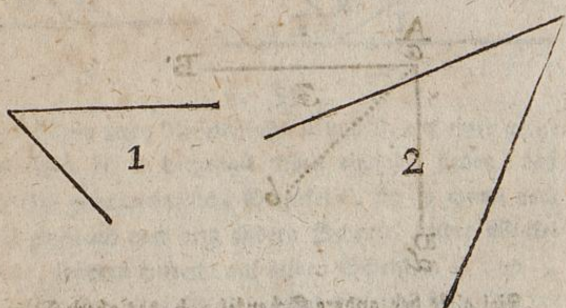
Bey krummlinigen Winkeln können die Schenkel eine solche Lage gegen einander haben, daß sie beide nicht in einerley Ebene aufliegen. Die sogenannten Gabeln, oder das Zusammenlaufen zweier Aeste an den Bäumen, bilden zuweilen solche Winkel.

Anfänger haben es nur mit ebenen, geradlinigten Winkeln zu thun, und wenn die Rede bloß von Winkeln, ohne nähere Bestimmung ist; so werden gemeiniglich auch nur solche Winkel darunter verstanden.

Das Zeichen der Winkel ist $\llcorner$

§. 51.

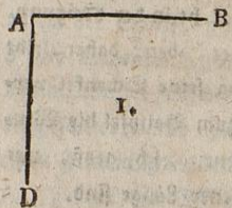
Die Größe eines Winkels besteht in der Neigung, die seine beiden Schenkel zu einander haben; daher bleibt ein Winkel gleich groß, man mag seine Schenkel verlängern oder verkürzen. So sind zum Beispiel die Winkel in der ersten und zweiten Figur gleich groß, ungeachtet die Schenkel von verschiedener Länge sind.

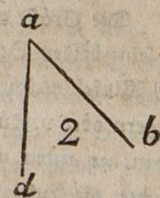


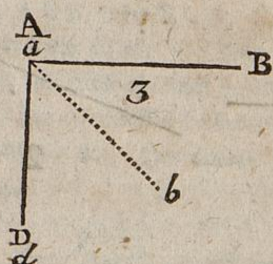
Um

Um zu erfahren, welcher Winkel von zwey oder mehrern gegebenen, z. B. von den Winkeln der nachstehenden ersten und andern Figur, der größere sey, darf man sie nur auf einander passen, oder dergestalt über oder in einander legen, daß die Spitze a. und ein Schenkel a. d. des oben gelegten Winkels, die Spitze A. und den einen Schenkel A. D. des untern Winkels deckt.

Fällt nun der andere Schenkel a. b. des obern Winkels innerhalb des untern: so ist offenbar der untere größer. Z. B. der Winkel D. A. B. ist größer als der in oder auf denselben hinein gelegte Winkel d. a. b. Figur 3.







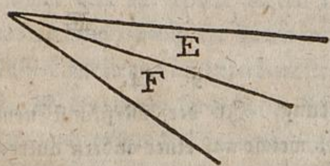
Fiel aber der andere Schenkel a. b. des obern Winkels ebenfalls auf den andern Schenkel A. B. des untern,

so

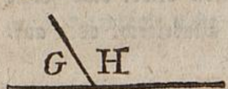
so daß Spitzen und Schenkel in beiden Winkeln einander deckten: so wären sie einander gleich, oder einer wäre so groß als der andere.

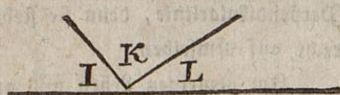
§. 52.

Winkel, deren Spitzen an einander stoßen, und die also an einander hängen, oder gemeinschaftliche Schenkel haben, heißen zusammenhängende Winkel. Z. B. E. und F.



Stehen aber solche Winkel gemeinschaftlich auf einer geraden Linie, so heißen sie Nebenwinkel, z. B. die Winkel G und H. oder I. K. L. sind Nebenwinkel.



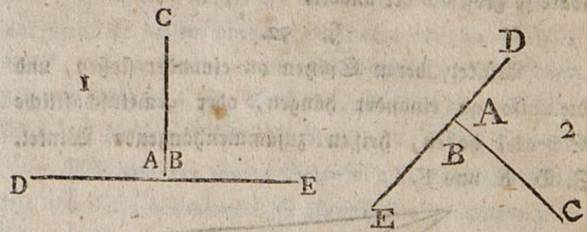


§. 53.

Wenn zwey Nebenwinkel A und B. auf einer geraden Linie D. E. dergestalt neben einander stehen, daß der eine gemeinschaftliche Schenkel C. sich so wenig nach dem einen als nach dem andern Schenkel beider Winkel neigt, sondern aufrecht auf beiden Schenkeln D und E. steht; so sind beide Winkel einander gleich, und jeder der beiden Winkel wird ein rechter oder gerader Winkel (angulu

gulu

gulus rectus) genannt. Die Winkel A und B. sind rechte Winkel. Figur 1. 2.



§. 54.

Anmerkung. In der Meßkunst nennt man jede gerade Linie, welche auf einer andern aufrecht oder winkelrecht steht, wie die Linie C in vorigen beiden Figuren, auf der Linie D. E. senkrecht, lothrecht oder perpendikulär.

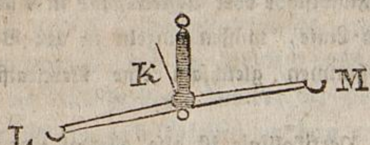
Die Zunge auf dem Wagebalken bildet eine solche Perpendikularlinie, denn sie steht winkelrecht oder aufrecht auf demselben.

Im gemeinen Leben und auch in der engern Bedeutung des Worts, sind nur diejenigen Linien senkrecht, lothrecht, die mit derjenigen Richtung gleichlaufend sind, welche ein Stein, Gewicht oder ein anderer Körper, im freien Hängen oder Fallen, gegen die Erde zu nimmt, oder wenn man denselben an das eine Ende A eines Fadens befestiget, und so das andere Ende B mit der Hand festhaltend, in freier Bewegung fallen läßt.

Eine

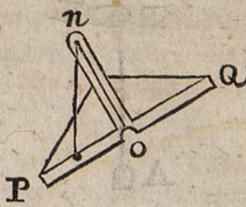
Eine solche Linie wird aber nur auf einer Horizontallinie oder Fläche und auf keiner andern senkrecht stehen; denn nur alsdenn, wenn der Faden mit dem Bleiloth an der Wasserwage in obige beschriebene freie Richtung gebracht wird, ist die untere Linie horizontal. s. §. 44.

Weil aber nach obiger Erklärung in der Geometrie jede Linie senkrecht heißt, sie mag auf einer geraden Linie stehen, auf welcher sie will, wenn sie nur winkelrecht auf derselben steht; so bleibt die Zunge K auf dem Wagebalken L M. immer perpendikulär, wenn auch letzterer nicht wagerecht steht.



Eben so bleibt eine auf die Setzwage gezeichnete Linie n. o. beständig perpendikulär oder winkelrecht auf der untern Linie P. Q', wenn letztere auch nicht horizontal gestellt wird, und folglich der Faden mit dem Bleiloth aus der Schwerlinie gebracht wird.

Zum



Zum Unterschiede nennt man nun alle diejenigen Perpendikulärlinien, nach welchen sich alle freifallende Körper, dem Gesetze ihrer Schwere zufolge, in gerader Linie nach der Erde zu, und wenn man sich dieselben verlängert dächte, gerade durch den Mittelpunkt derselben fortbewegen würden: Vertikallinien.

So muß jeder Thurm in der Vertikallinie stehen, jede aufgeführte Mauer eine Vertikalfläche bilden, weil sie nach der vertikalen Richtung eines sogenannten Bleiloths errichtet wird. Eine Vertikallinie oder Fläche steht senkrecht auf einer horizontalen.

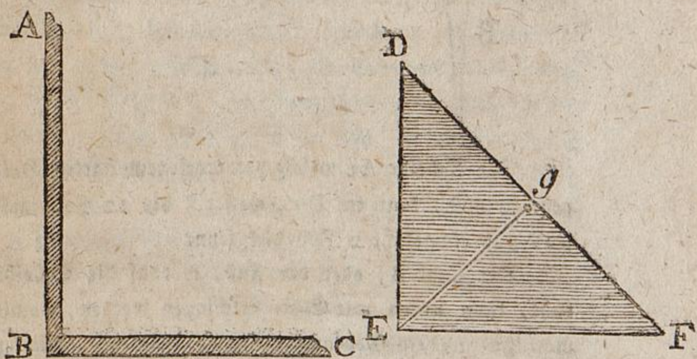
Die Fluchtstäbe oder Absteckestäbe in einer geraden abgesteckten Linie, müssen einzeln in der Vertikallinie stehen, zusammen gleichsam eine Vertikalfläche ausmachen.

Jede Vertikallinie ist also allemal eine senkrechte oder perpendikuläre; doch ist nicht jede senkrechte nach geometrischen Begriffen eine vertikale; eben so mit den Flächen.

§. 55.

Zweite Anmerkung. Eine Perpendikularlinie kann errichtet werden auf jedem beliebigen Punkte einer geraden

den Linie, und zwar am geschwindesten und leichtesten durch einen Winkelhaken A B C, oder durch ein hölzernes oder metallenes Dreieck D E F, das auch durch Hülfe eines angehängten Bleiloths g, als eine Setzwage gebraucht werden kann, wenn die Seite D F zur Grundlinie genommen wird.

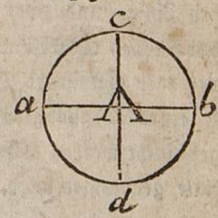


Ist eine Linie gegeben, auf welcher eine perpendikuläre errichtet werden soll; so legt man die Schärfe der Linie B C oder B A des Winkelmaßes, genau auf diese Linie und zwar so, daß der Punkt B auf dem gegebenen Punkte der Linie zu liegen kommt; die Perpendikularlinie kann alsdann nach Gefallen an dem andern Schenkel des Winkelhakens errichtet werden. Das Verfahren mit dem Dreieck ist dasselbe.

Einen geraden oder rechten Winkel auf dem Felde abzustecken, bedient man sich folgenden Instruments, welches gewöhnlich eine Kreuz- oder Winkelscheibe genennt wird.

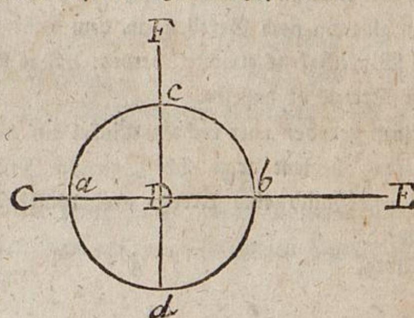
Figur 1.

Figur 2.



Die Scheibe A, welche von trockenem harten Holz gedreht wird, kann im Durchmesser 8 bis 12 Zoll messen, und ohngefähr 2 Zoll dick seyn.

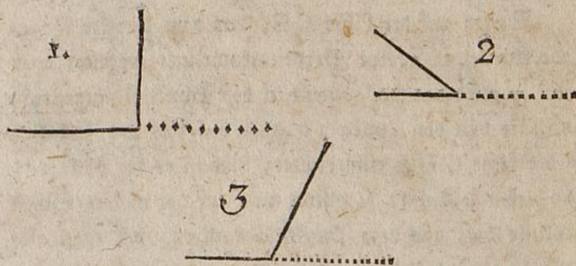
Der Stab B, oder der Fuß, worauf die Scheibe ruht, kann unten mit Eisen beschlagen werden, damit man ihn bey dem Gebrauch dieses Instruments, leichter in die Erde feststecken kann. Die geraden Linien a b und c d, die einander auf der Scheibe rechtwinklich durchkreuzen, und welche durch feine Einschnittslinien bemerklich gemacht werden, dienen statt der Visirlinien, um gerade Winkel auf dem Felde abzustecken.



Sollen auf der Linie C E, aus dem Punkte D gerade Winkel oder eine Perpendikulärlinie errichtet werden: so wird das Instrument in den Punkt D eingesteckt, und eine von den Linien a b oder c d auf der Scheibe, in die Linie C D E eingerichtet; hier ist es die Linie a b. Ist dieses geschehn: so visiret man auf der andern Scheibenlinie d c, aus dem Punkte d nach c; wo man alsdann in einer beliebigen oder auch gegebenen Entfernung, z. B. im Punkte F, zur Bezeichnung der Perpendikularlinie, einen Stab einstecken läßt. Von Errichtung der Perpendikularlinien auf dem Papier mit dem Zirkel, und im Felde mit der Kette oder Schnur, soll in der Folge Unterricht gegeben werden.

§. 56.

Da alle rechte Winkel einander gleich sind (§. 51. 53), oder da ein rechter Winkel weder größer noch kleiner genennt werden kann, als ein anderer rechter: so darf man sich daher den einen Schenkel aller und jeder Winkel, nur durch die Spitze verlängert vorstellen, um dann zu urtheilen, ob man noch einen gleichen Nebenwinkel erhalte, wo alsdann der Winkel ein rechter ist (§. 53.); s. die nachstehende 1. Figur, oder ob der Nebenwinkel größer oder kleiner ist, als ein rechter; wo auch alsdenn der Winkel kleiner oder größer, als ein rechter Winkel seyn muß. Siehe Figur 2 und 3.



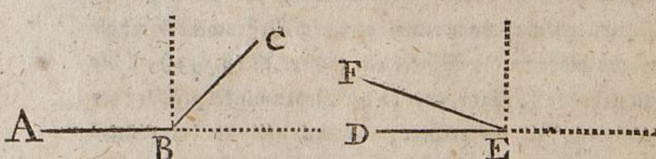
Zur Zeichnung oder Prüfung rechter Winkel, können die in vorigem §. angeführten Instrumente gebraucht werden.

§. 57.

Ein Winkel, der kein rechter und folglich größer oder kleiner, als ein solcher seyn muß (§. 56.) heißt ein schiefer.

Ist der schiefe Winkel größer als ein rechter, so heißt er ein stumpfer. Z. B. der Winkel A B C.

Ist aber der schiefe Winkel kleiner als ein rechter, so heißt er ein spitziger Winkel. Z. B. der Winkel D E F.

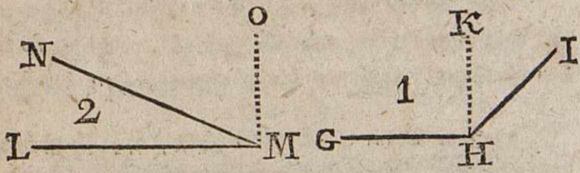


§. 58.

Um einen stumpfen oder spitzigen Winkel mit einem rechten in Vergleichung zu stellen, muß man 1) von einem stumpfen Winkel, um einen rechten Winkel zu

er-

erhalten, denjenigen Winkel, um welchen er zu groß ist, abziehen (subtrahiren), und 2) zu einem spitzigen Winkel, um einen rechten zu erhalten, denjenigen Winkel hinzuthun (addiren), welcher daran fehlt.



Figur 1. G. H. I. ist ein stumpfer Winkel, durch die Fällung der Perpendikularlinie K H. findet man, daß er um den Winkel K H I. größer sey, als ein rechter. Denn der Winkel G H I — K H I = G H K oder gleich einem rechten Winkel.

Figur 2. der Winkel L M N ist spitzig, denn er ist um den Winkel N M O kleiner als ein rechter.

Der Winkel L M N + N M O = einem rechten Winkel L M O.

§. 59.

Viele Wahrheiten oder Lehrsätze der Meßkunst sind an sich selbst so klar und begreiflich, daß sie keines Beweises bedürfen. Man nennt sie Grundwahrheiten oder Grundsätze (Axiome), weil in ihnen der Grund der Beweise bey etwas schwerern oder wenigstens zusammengesetztern Sätzen, in der Folge liegt, oder weil aus denselben die Beweise der übrigen hergeleitet werden. Folgende gehören hierzu.

1) Gleich lange, gerade Linien, decken einander, alle diese Linien sind einander selber gleich.

2) Zwey gerade Linien können keinen Raum einschließen.

3) Winkel sind gleich, wenn sie einander decken (§. 51).

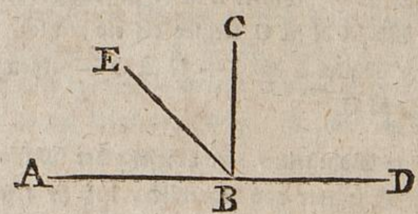
4) Alle rechte Winkel sind einander gleich u. s. w. (§. 53).

§. 60.

Hier werden auch einige Grundsätze der allgemeinen oder sogenannten reinen Mathematik, welche die Größen überhaupt betreffen, nicht am unrechten Orte stehen.

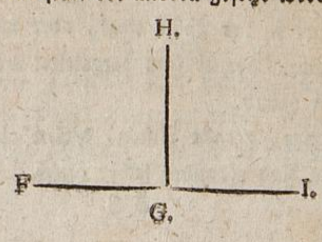
§. 61.

1) Jede Größe ist sich selber gleich, d. h. sie ist und bleibt dieselbe, wenn sie gleich in verschiedenen Fällen vorkommt oder angewendet wird. So behält ein deutscher Thaler in unsern Rechnungen immer den Werth von 24 Groschen. Eben so behält der Winkel E B C an sich dieselbe Größe, man mag durch ihn den kleinern Winkel A B E, oder den größern C B D vermehren.



§. 62.

2) Wenn zwey Größen einander gleich sind: so kann allemal die eine statt der andern gesetzt werden.



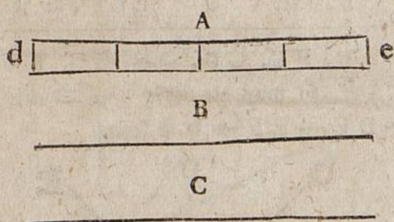
Der Winkel F G H ist = dem Winkel H G I, und der Winkel H G I = dem Winkel F G H.

Ich kann also überhaupt anstatt des Winkels F G H, den andern nehmen; und eben also auch entgegengesetzt.

Ein Thaler ist eben so viel als 24 Groschen; es gilt also gleich, ob man sagt 1 thlr. oder 24 gl.

§. 63.

3) Wenn von zweien oder mehrern Größen, jede einer dritten gleich sind, so müssen diese beiden auch einander selbst gleich seyn.



Die Linien B und C müssen einander gleich seyn, weil sie beide der Linie d e gleich gemacht worden, oder weil sie beide nach einem Maaßstabe A gezeichnet sind.

Schuhe, die über einen und denselben Leisten gemacht sind, sind alle gleich groß; Abdrücke, die nach einer Form gemacht werden, sind einander alle gleich. So sind die Abdrücke von Büchern, Kupferstichen alle einander gleich, weil sie alle mit derselben gesetzten Form oder gestochenen Platte überein kommen.

Wenn A = B und C = B, so muß auch A = C.

Ferner: wenn D = E, E = F, D = F, so muß D, E und F unter einander gleich, und D und F einzeln genommen = E seyn.

24 gl. = 1 thlr.
48 Sechser = 1 thlr.

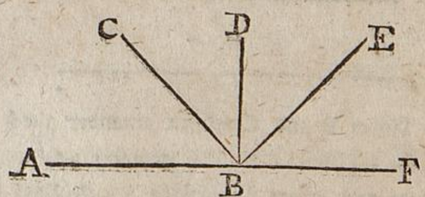
Folglich 24 gl. = 48 Sechsern.

§. 64.

4) Alle Theile einer Größe müssen zusammen genommen der ganzen Größe oder dem Ganzen gleich seyn.

A B C D E F G

Sind A B, B C, C D, D E, E F, F G Theile einer Linie A G, so muß die Linie A G = A B + B C + C D + D E + E F + F G seyn.



Die Winkel A D B + D B F = 2 R. W. (rechten Winkeln) §. 53.

Theile ich den Winkel A B D in die Winkel A B C und C B D; ferner den Winkel D B F in die beiden Winkel D B E und E B F: so müssen die Winkel A B C + C B D + D B E + E B F, dennoch = 2 R. W. seyn.

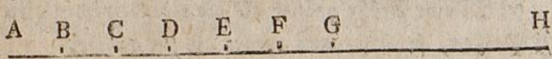
Eine

Eine Reihe von 24 gl. (als Theilen des Thalers), sind zusammen dem Ganzen des Thalers gleich.

24 Groschen = 1 thlr.
48 Sechser = 1 thlr.
288 Pfennige = 1 thlr.

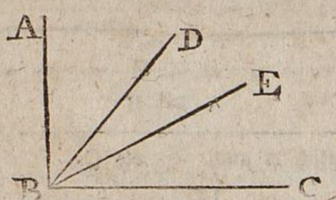
§. 65.

5) Das Ganze ist größer als der größeste Theil davon, auch größer als einige Theile davon zusammen genommen.



$AH > GH.$

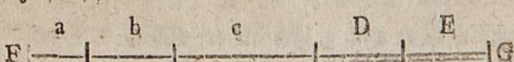
$AH > AB + BC + CD + DE.$



Der rechte Winkel A B C > als der spitzige Winkel E B C.

Der R. W. A B C > als die spitzigen Winkel E B C + D B E.

6) Jeder Theil oder auch einige Theile vom Ganzen zusammengenommen, müssen kleiner seyn, als das Ganze selbst.



a < F G.

a + b + c < F G.

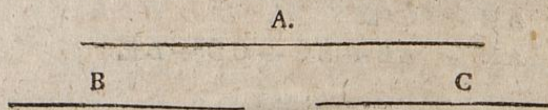
Die beiden spitzigen Winkel D B E + E B C (siehe obige Figur) können noch nicht so groß seyn, als der einzige rechte Winkel A B C.

20 gl. < 1 thlr.

20 gl. + 3 gl. < 1 thlr.

§. 66.

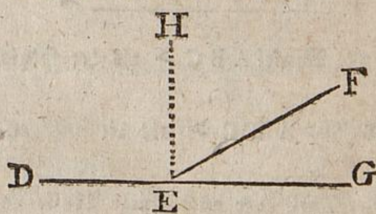
7) Ist eine Größe größer als die eine von zwey gleichen Größen, so ist sie auch größer als die andere.



B = C

A > B

Folglich A auch > als C.



Der Winkel D E H = dem Winkel G E H.

Der Winkel D E F > als der Winkel D E H.

Folglich ist er auch größer als der Winkel G E H.

8) Eben

8) Eben so wenn eine Größe kleiner ist als eine von zwey gleichen Größen, so ist sie auch kleiner als die andere.

Der spitzige Winkel F E G in voriger Figur, ist kleiner als der R. W. H E G; folglich ist er auch kleiner als der R. W. D E H.

§. 67.

9) Wenn man zwey gleiche Größen hat und addiret oder thut zu beiden einerley Größen hinzu; so müssen wieder gleiche Größen entstehen.

A B

C

A + C

B + C

Ist A so groß als B, und man addirt C eben sowohl zu A als zu B (A + C und B + C); so ist auch A + C eben so groß als B + C.

Dieß drückt man auf mathematische Art so aus:

$$A = B$$

$$\text{(addire) } C = C \text{ (§. 61.)}$$

$$A + C = B + C$$

Sechs Viergroschenstücke sind = 1 Thaler, und 2 Viergroschenstücke sind = 8 gl.

Wenn

Wenn ich zu den 6 Viergroschenstücken noch 2 andere hinzulege, und zu dem Thaler 8 Groschen hinzuthue, so geben beide Additionen eine gleiche Summe.

6 Viergroschenst. $=$ 1 thlr.
2 Viergroschenst. $=$ 8 gl.

8 Viergroschenst. $=$ 1 thlr. 8 gl.

Eben so ist $8 = 6 + 2.$

$4 = 3 + 1.$

$12 = 9 + 3.$

§. 68.

10) Ungleiche Größen zu zwey gleichen Größen hinzugethan (oder addirt), geben in der Summe ungleiche Größen.

c C

A B

$A + c$

$B + C$

$A = B$

$c < C$ addirt.

$A + c < B + C.$

Habe ich 24 Groschen und 48 Sechser, und thue zu den Groschen 8 gl. und zu den Sechsern 8 Sechser hinzu: so giebt die Summe der ersten Addition 32 gl. und

und die der andern 56 Sechser oder 28 gl.; denn 8 gl. > 8 Sechser.

24 gl.	=	48 Sechser.
addirt 8 gl.	>	8 Sechser.
32 gl.	>	56 Sechser oder 28 gl.

§. 69.

11) Wenn man zu einer größern und kleinern Größe, einerley oder gleiche Größen hinzuthut oder addirt, so wird auch die eine Summe größer als die andere.

$$C > c.$$
$$A = B. \text{ add. } (\S. 68.)$$
$$\overline{A + C > B + c.}$$

$$C > c.$$
$$A = A. \ (\S. 61.) \text{ add.}$$
$$\overline{C + A > c + A.}$$

Zu 24 Groschen und zu 24 Sechsern thue man beiderseits 6 gl. oder 12 Sechser hinzu: so beträgt die erstere Summe 30 gl. und die andere 18 gl.

24 gl.	>	24 Sechser.
6 gl.	=	12 Sechser
30 gl.	>	36 Sechser oder 18 gl.

§. 70.

12) Wenn von zwey gleichen Größen gleich viel weggenommen, oder von beiden gleiche Größen subtrahirt

hirt werden: so muß von beiden Größen gleich viel übrig bleiben, oder ihre Reste müssen einander gleich seyn.

A ———— B ————

c —— d ——

A — c ———— B — d ————

$$A = B$$
$$\text{subtrah. } c = d$$
$$\overline{A - c = B - d}$$

Wenn ich acht Groschen von 24 Groschen wegnehme und 16 Sechser von 48 Sechsern: so bleiben auf beiden Seiten 16 gl. oder 32 Sechser übrig.

24 gl. = 48 Sechser.
abgez. 8 gl. = 16 Sechser.

16 gl. = 32 Sechser oder 16 gl.

§. 71.

13) Zieht man eine gleiche Größe ab von zwey ungleichen Größen (oder von einer kleinern und einer größern Größe): so wird von den Resten auch der letztere größer seyn, als der erstere.

$$A + C > A + c.$$
$$\text{subt. } A \quad \text{subt. } A$$
$$\overline{C > c.}$$

Ziehe ich von 24 gl. 2 gl. ab, und von 24 Sech-
sern

sern 4 Sechser: so bleibt bey dem erstern 22 gl. und bey dem letztern 20 Sechser übrig.

24 gl. $>$ 24 Sechser.
2 gl. $=$ 4 Sechser.

---

22 gl. $>$ 20 Sechser oder 10 gl.

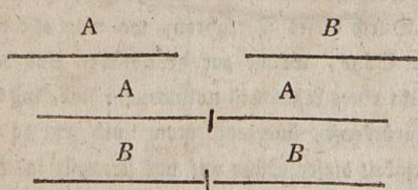
Oder: 24 gl. $>$ 12 gl.
2 gl. $=$ 2 gl.

---

22 gl. $>$ 10 gl.

§. 72.

14) Wenn zwey Größen einander gleich sind: so ist auch das Doppelte, Dreifache, Vierfache u. s. w. dieser Größen, einander gleich.



Wenn A $=$ *B*.
So muß auch A $+$ A $=$ *B* $+$ *B*.
oder 2 A $=$ 2 *B*.
Eben so 3 A $=$ 3 *B*.
4 A $=$ 4 *B* u. s. w.

Wenn 1 thlr. $=$ 24 gl.: so müssen auch 2 thlr. $=$ 2 $\times$ 24 gl. $=$ 48 gl. u. s. w. seyn.

15) Eben

15) Eben so muß auch die Hälfte, der dritte oder vierte Theil zweier gleichen Größen, einander gleich seyn.

Wenn A = *B*. so muß

$\frac{1}{2}$ A = $\frac{1}{2}$ *B*.

$\frac{1}{3}$ A = $\frac{1}{3}$ *B* u. s. w.

Wenn 1 thlr. = 24 gl.: so muß

$\frac{1}{2}$ thlr. = $\frac{24}{2}$ gl. = 12 gl.

$\frac{1}{3}$ thlr. = $\frac{24}{3}$ gl. = 8 gl.

Anmerk. 1. Einige andere Grundsätze dieser Art, kommen noch in der Folge vor.

Anmerk. 2. Von anderer Art sind die Lehrsätze oder Theoreme. Diese können an und vor sich selbst Niemanden ohne Beweis (das heißt, ohne Vergleich mit andern Sätzen, oder ohne Zurückweisung auf dieselben), von ihrer Wahrheit überzeugen.

Durch dieses Verfahren, wo man alle vorhergehende Sätze, welche zur gründlichen und deutlichen Einsicht eines Lehrsatzes nothwendig sind, ins Gedächtniß zurückruft, überzeugt man, und setzt dadurch die Richtigkeit dieser Sätze auf das strengste ins Licht.

§. 73.

Lehrsatz.

Alle Nebenwinkel auf einer geraden Linie, sind gleich zwey rechten Winkeln.

Fig. 1.

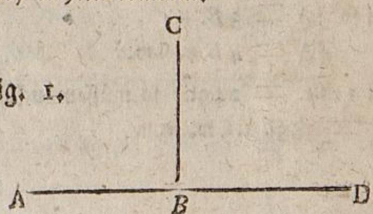


Fig.

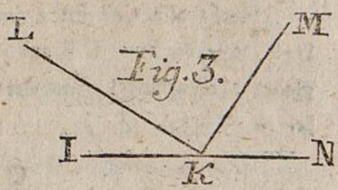
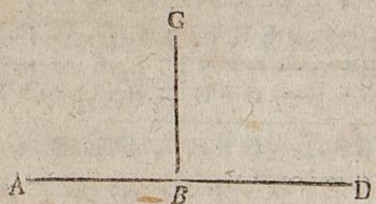


Fig. 1. die Winkel A B C + C B D = 2 R. W.

Ferner sind Fig. 2. die Winkel E F G + G F H 2 R. W.

Eben so auch Fig. 3. die Winkel I K L + L K M = + M K N = 2 R. W.

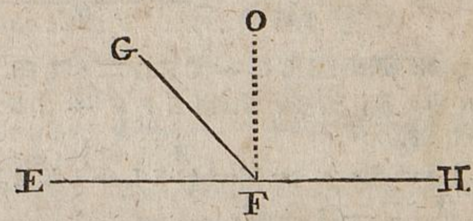
Beweis.



1) Die Winkel A B C + C B D = 2 R. W.

Setzt man zwey gerade oder rechte Winkel, z. B. die Winkel A B C und C B D mit ihren Spitzen dergestalt an einander, daß sie den einen Schenkel C B mit einander gemein haben: so liegen ihre beiden andern Schenkel in einer geraden Linie A D, oder beide rechte Winkel stehen auf einer geraden Linie neben einander, und sind also Nebenwinkel.

Steht also eine Linie senkrecht auf einer geraden Linie, wie die Linie C B auf A D: so bildet sie zween gleiche Nebenwinkel, von welchen jeder ein rechter Winkel ist (§. 53.).



2) Die Winkel E F G + G F H = 2 R. W.

Man ziehe die Perpendikularlinie O F: so sind die Winkel E F O + O F H = 2 R. W. (§. 53.)

addirt { E F G + G F O = einen rechten Winkel.
G F H — G F O = einen rechten Winkel.

E F G + G F H = 2 R. W.

Die Winkel E F O + O F H sind also = 2 R. W. Eben so die Winkel G F E + G F H = 2 R. W.

(Wenn zwey Größen einander gleich sind, so kann allemal die eine statt der andern gesetzt werden. §. 62.)