3) Die Winkel I K L + L K M + M K N = 2 R. W.

Man ziehe die Perpendikularlinie O K: so sind die Winkel O K I + O K N = 2 R. W. (§. 53.)

Die Winkel L K I + O K L = einem rechten Winkel.

(Alle Theile einer Größe müssen in Summa dem Ganzen gleich seyn. §. 64.)

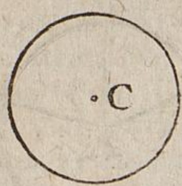
Eben so auch sind die Winkel O K M + M K N = einem rechten Winkel.

Folglich addirt sind die Winkel I K L + L K O + O K M + M K N = 2 R. W. Weil der Winkel L K M = den Winkeln L K O + O K M (§. 64): so können anstatt des Winkels L K M die beiden andern gesetzt werden (§. 62.).

Vom Kreise, oder der Zirkellinie.

§. 74.

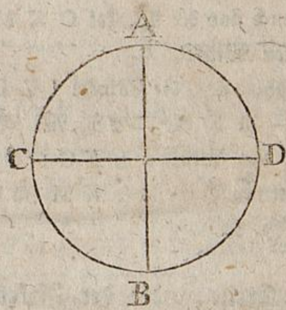
Eine krumme Linie, welche sich immer in gleicher Weite um einen festen Punkt herum bewegt, und in sich selbst zurückkehrt, wird eine Kreislinie genennt.



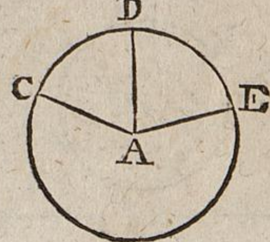
Der Punkt C in der Mitte der Kreislinie heißt der Mittelpunkt oder das Centrum des Kreises; weil die krumme Linie immer in gleicher Entfernung, und zwar in allen Punkten um denselben herumläuft.

Anmerk. Man nennt zuweilen auch eine Kreislinie einen Umkreis oder die Peripherie.

§. 75.



Alle gerade Linien, die man von einem Punkte der Kreislinie, bis zu einem andern Punkte derselben, durch den Mittelpunkt durchziehen oder sich denken kann, z. B. A B und C D heißen Durchmesser oder Diameter.



Jede Linie aber, die aus dem Mittelpunkte (A) nach jedem Punkte der Peripherie gezogen oder gedacht werden kann (z. B. C, D, E), heißt der Halbmesser oder Radius (die Speiche) des Zirkels, z. B. die Linien A E, A D, A C.

§. 76.

Weil die Kreislinie in allen Punkten gleich weit von dem Mittelpunkte entfernt ist, so müssen also auch alle vom Mittelpunkte aus nach der Kreislinie gezogene gerade Linien, oder alle Radii eines Zirkels, einander gleich seyn.

Ferner müssen auch alle Durchmesser eines Zirkels einander gleich seyn, weil sie aus zweien Halbmessern bestehen. (Wenn zwey Größen einander gleich sind: so sind auch dieseGrößen doppelt genommen, einander gleich. §. 72.)

§. 77.

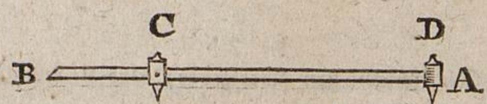
Die schicklichsten Werkzeuge, eine Zirkellinie zu ziehen, sind:

1) Die gewöhnlichen Schenkelzirkel, die auf dem Papier gebraucht werden; diese sind entweder steife oder Einsatzzirkel; bey diesen letztern kann der eine Schenkel herausgenommen, und an dessen Stelle eine Reißfeder, ein Punktirrädchen oder eine Bleifeder eingesetzt werden. Ihre Tugenden sind: daß ihre Gewinde oder ihre Scharniere nicht zu locker sind, und im Auf- und Zumachen nicht zuweilen stocken, dann wieder geläufiger sind, welches eine ungleichförmige Bewegung hervorbringt; son-

dern daß sie immer stete sind. Ferner, daß ihre Schenkel wohl zusammen passen, und beim Zumachen nahe an einander liegen; folglich auch beide gleiche Längen und Spitzen haben.

Will man mit diesem Instrument einen Kreis beschreiben: so wird die Spitze des einen Schenkels in denjenigen Punkt gesetzt, welcher zum Mittelpunkt oder Centro angenommen werden soll, und der andre Schenkel wird um den erstern herum gedrehet, wo alsdann die Spitze des andern den Umkreis beschreibt. Bey der Zeichnung eines Kreises wird der Zirkel aufrecht und so leicht wie möglich, mit einigen Fingern geführt.

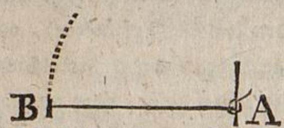
2) Die Stangenzirkel, die von Handwerksleuten auf Holz oder Stein oder auch auf dem Felde gebraucht werden.



Die Spitze C ist beweglich, und kann an der Stange A B hin und her geschoben, und an jedem beliebigen oder verlangten Punkte durch eine Schraube befestiget werden; die Spitze D aber setzt man, wenn man einen Zirkel beschreiben will, in den Mittelpunkt ein, und zieht dann mit der Spitze C, indem man letztere um die erstere herum bewegt, die verlangte Peripherie. Uebrigens kann dieser Zirkel auch zum Abmessen und andern Verrichtungen gebraucht werden, wie jener.

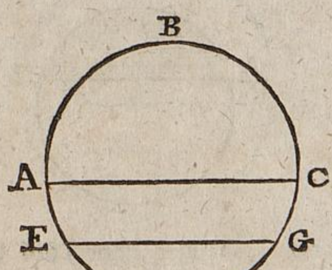
3) Ei:

3) Einen Kreis im Felde zu beschreiben, steckt man einen Stab, an welchen man eine Schnur befestiget in dem gegebenen Mittelpunkte A ein, dehnet hierauf die Schnur so weit, als der Kreis gehen soll, z. B. bis in den Punkt B. Hier hält oder befestiget man wieder einen Stab an die Schnur, und führt denselben, indem man die Schnur straff anzieht, im Umkreis um den erstern herum.



§. 78.

Ein jeder Theil der Peripherie oder des Umkreises, heißt ein Bogen (arcus), A B C und E F G sind Bogen.



§. 79.

Eine gerade Linie, welche von einem Endpunkte des Kreises bis zu einem andern geht, heißt eine Sehne (Chorda).

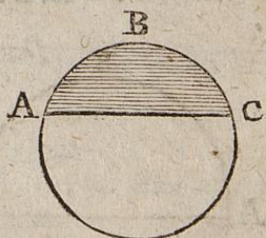
Die Linien A C und E G in voriger Figur, sind Sehnen.

§. 80.

Bey einem Kreis oder Zirkelzeichnung denkt man sich nicht nur den Umriß (Perimeter), oder die Zirkellinie, sondern auch zugleich die Zirkelfläche, welche von dieser Zirkellinie eingeschlossen oder umgrenzt wird.

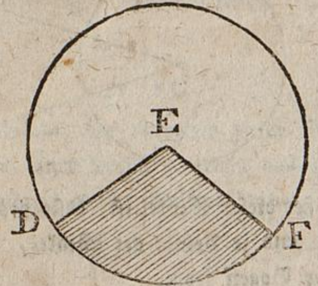
Einen Theil dieser Kreisfläche, der durch einen Bogen A B C, und eine Sehne A C, von der Zirkelfläche abgeschnitten wird, heißt ein Kreisabschnitt (Segment).

Die Fläche A B C ist ein Kreisabschnitt.

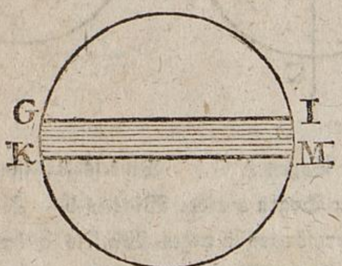


Hingegen nennt man einen Theil der Kreisfläche, der durch einen Bogen D F, und zwey Halbmesser D E und E F, von der Kreisfläche abgesondert wird, einen Kreisausschnitt (Sector).

Die Fläche D E F ist ein Kreisausschnitt.

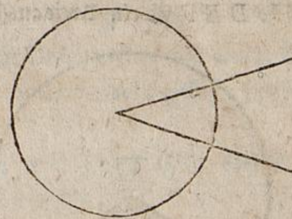


Anmerkung. Denjenigen Theil der Kreisfläche aber, welcher durch zwey gleichlaufende Sehnen, G I und *K* M, aus der Kreisfläche ausgeschnitten wird, nennt man einen Streifen des Kreises (Zona).

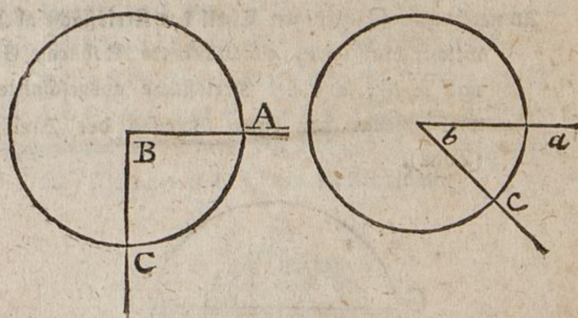


§. 81.

Legt man die Spitze eines Winkels an den Mittelpunkt eines Kreisbogens: so müssen beide Schenkel einen gewissen Bogen abschneiden, der zwischen diese Schenkel fällt.



Je größer dieser Winkel ist, desto größer muß auch der Bogen; und je kleiner der Winkel, um so kleiner muß auch der Bogen seyn.



Der Bogen A C des Winkels B, ist offenbar größer als der Bogen a c des Winkels b. Eben so ist umgekehrt der Bogen a c des Winkels b kleiner, als der Bogen A C des Winkels B.

§. 82.

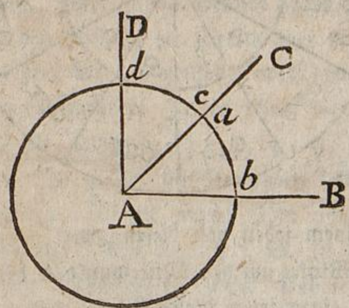
Linien, sie mögen gerade oder krumm seyn, sind einander gleich, wenn sie einander decken, d. h. wenn bey dem Auseinanderlegen nicht nur ihre Endpunkte, son-

dern

dern auch alle übrigen Punkte in der ganzen Richtung der Linien, genau auf einander fallen.

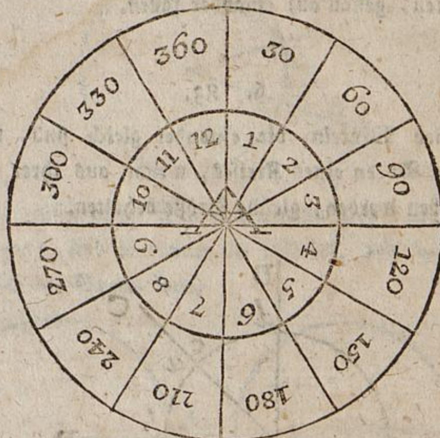
§. 83.

Bey Winkeln, die einander gleich sind, müssen auch die Bogen eines Kreises, welche aus ihrer Spitze beschrieben werden, gleiche Größe behalten.



Da hier die Winkel C A B und C A D absichtlich einander gleich gemacht worden sind: so sind auch die Bogen a b und c d einander gleich, weil beide gleiche Winkel auch einen gleich großen Theil von der Zirkellinie abschneiden. Folglich sind bey gleichen Winkeln auch die Bogen einander gleich.

§. 84.



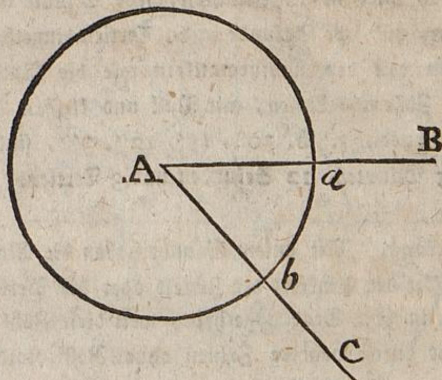
In einem jeden von diesen zwey Kreisbögen sind 12 gleiche Winkel um den Mittelpunkt A herum gelegt. Theilt man einen jeden dieser Winkel wieder in 30 gleiche Winkel: so erhält man 360 gleiche Winkel um diesen einzigen Mittelpunkt A; und einen jeden dieser Winkel nennt man einen Gradwinkel.

Aus diesem Grunde wird auch der Umkreis oder die Peripherie eines jeden Zirkels, er sey klein oder groß, in 360 Theile oder kleine Bogen, eingetheilt; weil nämlich die Schenkel von 360 Gradwinkeln, welche um einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt herum liegen, jeden um denselben gezogenen Kreis auch in 360 gleiche Bogen theilen.

Ein jeder von diesen 360 Theilen heißt ein Grad; jeder Grad wird in 60 Minuten, jede Minute in 60 Sekunden, und jede Sekunde in 60 Tertien eingetheilt; sie werden von den Mathematikern wie die Ruthen, Schuhe, Zolle und Linien, mit Null und kleinen Strichen bezeichnet, z. B. 30°, 15′, 12″, 3‴, sind 30 Grad, 15 Minuten, 12 Sekunden und 3 Tertien.

Anmerkung. Mit gutem Grunde haben die Mathematiker den Umkreis des Zirkels oder die Peripherie, in 360 Grad abgetheilt, weil diese Zahl sich leicht durch mehrere Zahlen ohne Rest dividiren läßt, z. B. durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 u. s. w. Je größer die Peripherie selbst ist, um desto größere Bogen macht jeder von den 360 Gradtheilen. So kommt z. B. in der mathematischen Geographie, unter mehrern Kreislinien, die man sich um den Erdboden gezogen denkt, auch eine um die Mitte der Erdkugel vor, welche der Aequator heißt. Dieser wird auch in 360 Grad eingetheilt, um auf den Landkarten die Gegenden der Weltmeere, oder die Lage der Länder, Städte und Dörfer, oder auch den Lauf der Flüsse, zu bestimmen; aber ein jeder dieser Grade hat eine Länge von 15 deutschen Meilen.

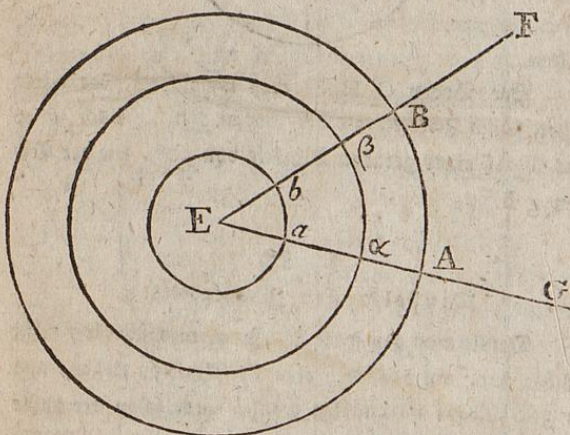
§. 85.



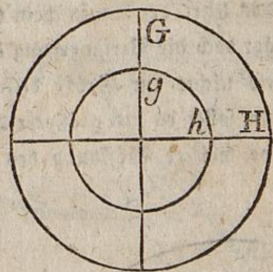
Wenn man die Größe des Winkels B A C angeben soll: so verlangt man die Größe der Neigung seiner beiden Schenkel (§. 51.), und diese kann man genau angeben, wenn man weiß, wie viel er Grade von dem ganzen Umkreis, oder von der Peripherie des Zirkels, in dessen Mittelpunkte seine Spitze liegt, abschneidet; das heißt, wie groß der Bogen a b zwischen den Schenkeln des Winkels ist. Das Maaß des Winkels B A C ist also der Zirkelbogen a b, der aus der Spitze des Winkels durch beide Schenkel gezogen wird. Daher sagt man, der Winkel habe so und so viel Grad, weil der Bogen des Winkels so viel Grad hat. Wenn man z. B. findet, daß der Bogen a b 45° von den 360 Graden des Zirkels enthält: so sind diese 45° das Maaß des Winkels B A C.

§. 86.

Anmerkung. Es kann nicht darauf ankommen, wie weit man den Zirkel öffnet, um aus der Spitze eines Winkels, den man messen will, einen Bogen zu ziehen, das lehrt der Augenschein in der Figur §. 84. Trägt doch die Verlängerung der Schenkel eines Winkels nichts zur Größe desselben bey (§. 51.), warum sollte es ein größerer Bogen thun, der durch eine weitere Eröffnung des Zirkels entstanden ist?



Der größere Bogen A B des Winkels F E G, enthält nicht mehr als 45 Grad von seinem Zirkel, dessen Theil er ist, wie der kleinere a b von seinem kleinern Zirkel, und der kleinere nicht weniger als der mittlere αβ. Also ist es einerley, ob ich einen Winkel durch den Bogen eines größern Zirkels, oder durch den Bogen eines kleinern messe; wenn sie nur sonst beide aus einem und demselben Mittelpunkte gezeichnet sind.



Der Bogen G H ist eben sowohl nur der vierte Theil seines Zirkels, als der Bogen g h. Auch ist er das Maaß eines geraden Winkels von 90°, wie der Bogen g h.

§. 87.

Winkelmesser (Transporteur).

Damit man bey jeder Messung eines Winkels nicht nöthig hat, um denselben eine Kreislinie zu ziehen, und in 360 Grade abzutheilen (wozu auch schon der halbe Kreis von 180 Grad hinlänglich wäre), um die Größe eines Winkels zu finden: so gebraucht man lieber, um die Anzahl der Grade eines Winkels auf dem Papier zu finden, einen sogenannten Transporteur. Dieser ist ein halber Zirkel, der in 180 Grad getheilt ist, und am am besten von Metall, doch auch aus gutem Holze, oder von glatter Pappe, bereitet werden kann.

Folgende Figur stellt einen solchen Transporteur vor.

Um einen Transporteur zu machen, zieht man auf dem Papier eine gerade Linie A C, und beschreibt über derselben aus dem Punkte Z einen halben Kreis A B C, und in einiger Entfernung von jenem, noch drey bis viere, als A b C und A β C. In dem Halbkreis A B C trägt man den Halbmesser dieses Bogens, oder die Eröffnung des Zirkelinstruments, womit dieser beschrieben worden ist, dreimal herum, wodurch derselbe in drey gleiche Theile, in A b, b c und c C getheilet wird.

Jeden dieser Theile theilt man wieder in zwey Theile, und jeden von diesen wieder in drey Theile: so hat man den ganzen halben Kreisbogen in achtzehn gleiche Theile getheilt, von welchen ein jeder 10 Grad enthält.

Endlich theilet man noch einen jeden dieser 10 Grade in 2 gleiche Theile, und zuletzt jeden dieser Theile in 5 gleiche Theilchen: so ist der ganze Transporteur abgetheilt.

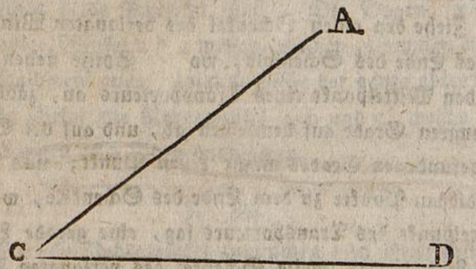
Die Linien, welche die Grade in beiden Kreisen A B C und A b C von einander absondern, werden vermittelst des Lineals gezogen, indem man dasselbe genau an den Mittelpunkt Z und an die Abtheilungspunkte anlegt.

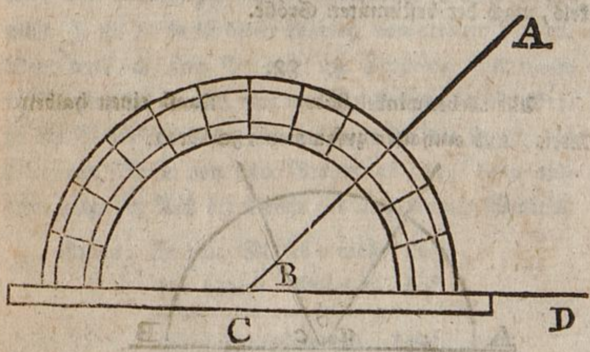
Bey größern Transporteuren, als der vorliegende, kann die Zahl der einzelnen Grade angegeben und dazu geschrieben werden; hier sind sie nur von zehn zu zehn Graden mit Ziffern bezeichnet.

Ist man mit Verfertigung des Transporteurs so weit gekommen: so darf man nur das überflüßige Papier zwi-

zwischen dem Durchmesser und dessen ersten Kreisbogen, ausschneiden: so ist er zum Gebrauch fertig.

Damit das Papier bey dem Aufleimen auf Pappe oder Holz, nicht einläuft: so thut man wohl, dasselbe sogleich vor der Zeichnung und Abtheilung, auf das letztere aufzuleimen. Dieses muß aber mit der möglichsten Genauigkeit geschehen, so daß das Papier eine gerade Lage bekömmt.





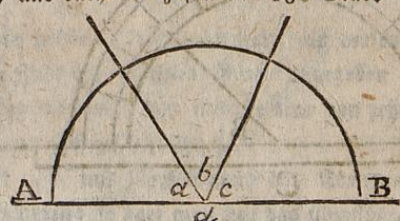
Die Größe eines gegebenen Winkels, z. B. den Winkel A C D, findet man, wenn der Mittelpunkt C des Transporteurs, an die Spitze des Winkels B, und der Halbmesser C D des Transporteurs, genau an den einen Winkelschenkel B D gelegt wird; denn nun zeiget der andere Schenkel C A, die Zahl der Grade, welche das Maaß dieses Winkels sind, an.

Einen Winkel, dessen Maaß von Graden gegeben ist, errichtet man auf folgende Weise:

Ziehe den einen Schenkel des verlangten Winkels; an das Ende des Schenkels, wo die Spitze stehen soll, lege den Mittelpunkt eines Transporteurs an, zähle die verlangten Grade auf demselben ab, und auf der Stelle des gefundenen Grades mache einen Punkt; nun ziehe von diesem Punkte zu dem Ende des Schenkels, wo der Mittelpunkt des Transporteurs lag, eine gerade Linie; diese Linie ist der zweite Schenkel des verlangten Winkels, nach der bestimmten Größe.

§. 88.

Alle Nebenwinkel haben zum Maaß einen halben Kreis, und enthalten zusammen 180 Grad.



Die

Die Winkel a b c sind Nebenwinkel.

1) Auf jeder geraden Linie läßt sich aus jedem Punkte ein halber Kreis beschreiben. Nebenwinkel stehen auf einer geraden Linie, §. 52. Folglich kann aus dem Punkte d ein halber Kreis auf der Linie A B errichtet werden.

2) Das Maaß jeden Winkels ist ein Bogen, der aus der Spitze des Winkels beschrieben wird, und zwischen beide Schenkel fällt. Die Bogen, welche obige Winkel a b c messen, machen zusammen einen Halbkreis aus. Folglich misset der ganze obige halbe Zirkel die Nebenwinkel a, b und c, welche zusammen 180 Grad ausmachen.

§. 89.

Da alle Nebenwinkel zusammen 180 Grad enthalten, weil nämlich jeder halbe Kreisbogen so viele Grade mißt (§. 88): so ist dieser Lehrsatz von großem Nutzen. Denn weiß ich, zum Beispiel, die Größe der Nebenwinkel b und c im vorigen Paragraph: so kann ich die Größe des Winkels a leicht finden, wenn ich die Größe der bekannten Winkel von 180 Graden abziehe; denn alsdann zeigt der Rest die Größe des unbekannten Winkels.

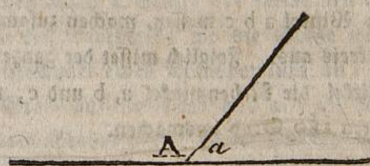
Gesetzt, der eine Winkel c mäße 80°
der andere Winkel b 60°

also beide zusammen 140°

So müßte, wenn von 180°
140° abgezogen werden,

der dritte Winkel a 40° messen.

Sind der Nebenwinkel nur zwey: so ist das Verfahren noch einfacher; denn so darf man nur einen, dessen Größe man weiß, von 180°, als dem Maaße beider Winkel, abziehen: so muß der Rest die Größe des andern Nebenwinkels enthalten.



Der Winkel a mißt 45°.
Man ziehe also von 180°
45° ab,

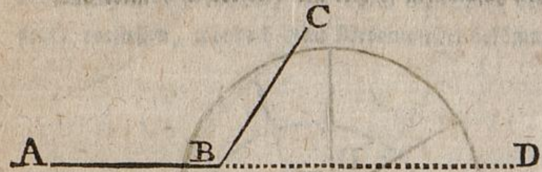
bleiben 135°.

Also mißt der andere Winkel A 135°.

Kömmt also bey wirklicher Messung eines Grundstücks der Fall vor, daß einer von zween Nebenwinkeln gemessen werden soll, zu dem man nicht wohl kommen kann: so mißt man den andern Nebenwinkel, und zieht seine Größe von 180° ab, und so findet man den verlangten Winkel.

Zuweilen ist es auch rathsam, den einen Schenkel, z. B. AB eines Winkels ABC, den man nicht leicht messen

messen kann, an der Spitze B nach D zu, zu verlängern (wie §. 56.), um dadurch einen Nebenwinkel zu bekommen, der leichter und sicherer zu messen seyn kann.



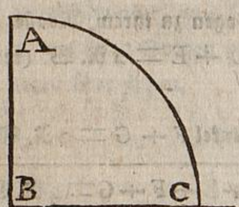
§. 90.

Zwey gleiche Nebenwinkel sind beide rechte Winkel (§. 53.).

Da nun alle Nebenwinkel zusammen 180 Grad haben (§. 88.): so hat also jeder rechte Winkel halb so viel, oder 90°.

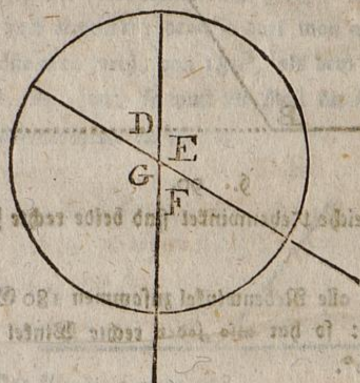
Oder:

Weil ein halber Kreisbogen das Maaß von zween rechten Winkeln, oder auch von Nebenwinkeln überhaupt ist: so ist demnach ein Viertels-Kreisbogen oder ein Quadrant, das Maaß von einem rechten Winkel, z. B. ABC.



§. 91.

Sämtliche Bogen aller Winkel, die um einen Punkt herum gehen, sind einem ganzen Kreisbogen gleich, und machen zusammen so viel als vier rechte Winkel aus.



Das Maaß des Winkels D + E ist $\frac{1}{2}$ Kreisbogen (§. 88.).

Eben so das Maaß des Winkels F + G = $\frac{1}{2}$ Kreisbogen.

Folglich (addirt) haben die Winkel D + E + F + G einen vollen Kreisbogen zu ihrem Maaße.

Die Winkel D + E = 2 R. W. (rechten Winkeln) (§. 53.).

Eben so sind die Winkel F + G = 2 R. W. folglich sind

die Winkel D + E + F + G = 4 R. W. (addirt).

Trifft

Trifft es, daß die Winkel, die um einen Punkt herum liegen, keine Nebenwinkel, wie in voriger Figur, bilden: so darf man sich den einen Schenkel, eines Winkels von diesem, nur durch die Spitze verlängert, vorstellen, wodurch man Nebenwinkel bekömmt.

§. 92.

Winkel, die einander mit den Spitzen gegenüber stehen, und dergestalt in einem Punkte zusammentreffen, daß die Schenkel des einen, durch die Spitze verlängert, die Schenkel des andern ausmachen, heißen Scheitelwinkel, oder Vertikalwinkel, und zwar aus eben dem Grunde, weil sie mit ihren Spitzen oder Scheiteln (vertices) einander gegen über stehen.

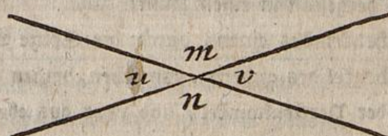
Die Winkel A und B sind Scheitelwinkel.

Der Winkel A ist ein Scheitelwinkel von B; eben so umgekehrt ist der Winkel B ein Scheitelwinkel von A.

Die Winkel a und b sind auch Scheitelwinkel.

§. 93.

Alle Scheitelwinkel sind gleich groß, oder einander gleich.



Die Winkel u + m = 180°. (§. 88.)

Eben so sind die Winkel m + v = 180° (§. 88.).

(Alle Nebenwinkel sind zusammen 180 Grad gleich.)

Der

Der Winkel m = dem Winkel m. (§ 61). (Jede Größe ist sich selber gleich.)

Die Winkel u + m sind = dem Winkel m + v. (§. 62.). (Zwey Größen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.)

Wird nun der Winkel m = m subtrahirt oder abgezogen, oder der Winkel m von der Summe der beiderseitigen Nebenwinkel, wozu er selbst mit gehört, abgerechnet oder weggenommen:

so ist der Winkel u = dem Winkel v. (§. 70.)

(Weil sie von zwey gleichen Summen, nach Abzug einer und derselben Größe, übrig blieben; denn wenn von zwey gleichen Größen gleichviel weggenommen wird: so müssen wieder gleiche Größen übrig bleiben.)

Hat der Winkel m 145°: so bleiben für seinen Nebenwinkel v 35° übrig.

Nimmt man nun den Winkel u zum Nebenwinkel: so ist dieß derselbe Fall.

Folglich mißt der Winkel u 35°, wie der Winkel v.

Auf diese Weise sind auch die Winkel m + v = 180°. (§ 88.)

Ebenfalls die Winkel v + n = 180°.

Der Winkel v = dem Winkel v. (§. 61.)

Die