Meßkunst
für Schulen
und
fürs gemeine Leben
oder
für alle diejenigen,
welche noch wenig davon wissen.

Zur bessern und leichtern Erlernung derselben
mit den Anfangsgründen der Buchstabenrechnung,
und einigen Theilen der gemeinen Rechenkunst
begleitet.

Von
Mstr. Johann Carl Lieber
Seifensieder.

Erste Abtheilung.

Mit Figuren.

Erfurt 1800.
bey Georg Adam Keyser.

Vorrede.

Aus Achtung gegen das Publikum, das von mir keine Arbeit dieser Art erwartet haben würde, halte ich mich für verbunden, offenherzig zu sagen, warum ich, als ein junger Handwerksmann und Oekonom, und in welcher Absicht, ich mit vorliegender Schrift vor ihm auftrete; und dann, wenn es mich angehört hat, mag es mich und mein Werkchen nach seiner Einsicht richten.

Nach dem Willen meines Vaters widmete ich mich dem Handwerke, das ich treibe, und der Oekonomie. Der Gedanke, daß ich in beiden Fächern mir und andern nützlich werden müsse, leitete mich unter andern Bemühungen um zweckmäßige Ausbildung meines Geistes, auch zum genauern Studium der *Arithmetik* und *Geometrie*, die ich beide in der obern Klasse der Stadtschule meiner Vaterstadt Buttstädt, kennen und liebgewinnen lernte. Mit Vorliebe zu diesen Wissenschaften, und mit fortgesetztem Forschen in denselben, habe ich mit ihnen immer bekannter und vertrauter zu werden gesucht, und ihnen diejenigen Stunden freier Muse gewidmet, die vielleicht ohne dieß auf unbedeutendere Dinge gewendet worden wären. Ein Hauptgrund, der mich darin bestärkte, waren die Aeußerungen mehrerer Leute meines Standes und meiner Lebensart, die mit Bedauern den Mangel dieser Wissenschaften in ihren Geschäfften beklagten. Ihre Klagen waren Warnungen für mich, und ihre vergeblichen Wünsche ein spornender Antrieb zu ernstlicher Bemühung um diese Schätze des menschlichen Wissens, welche dem, der sie liebt, eine Quelle des unschuldigsten Vergnügens zu seyn pflegen, und zum Trost aller Unstudirten, auch ohne eigentliche Gelehrsamkeit erlangt werden können; des unbezweifelten Nutzens nicht zu gedenken, welche das gründliche Erlernen dieser Wissenschaften im gemeinen Leben mit sich bringt.

Das nicht ungegründete Vertrauen zu meinen gutdenkenden jungen Mitbrüdern unter den Handwerkern sowohl, als unter den Oekonomen, daß so manche von ihnen nicht minder Lust haben mögen, in diesen ihnen unentbehrlichen Wissenschaften die nöthigen Kenntnisse oder Fortschritte zu erlangen, wenn ihnen ein erleichterndes Hülfsmittel dazu gereicht würde, bewog mich, einen Versuch dieser Art zu machen; und innigst überzeugt, daß nur gründliche Kenntniß einer Sache, wahren Nutzen gewähre, habe ich ihnen den Weg vorgezeichnet, den ich selber bey meinem Forschen gegangen bin, und bis jetzt für mich nützlich befunden habe. Daher die Entstehung und besondere Einrichtung dieser Schrift.

Ohne Zweifel wäre es noch besser, wenn schon in denjenigen Klassen jeder Stadtschule, in welchen junge Handwerker und Oekonomen ihre letzte Schulbildung zu erlangen pflegen, die nöthigen Grundkenntnisse der Arithmetik und Geometrie, denselben so gründlich und faßlich beigebracht würden, daß diese jungen Werkzeuge der Landes-Industrie, in der Folge sicher und mit Nutzen, bey eigenem Fleiße darauf bauen könnten. Auch dieses zu erleichtern, ist die Absicht meiner Arbeit; und sie kann erreicht

reicht werden, wenn man entweder die jungen Bürger durch zweckmäßige Ausbildung ihres Verstandes so weit bringet, daß sie nach ihren Schuljahren selbst arithmetische und geometrische Schriften, wie die vorliegende, ohne Anstoß verstehen und benutzen können; oder noch sicherer, wenn man beide Wissenschaften selbst in ihren Grundzügen schon in der Schule auf eine faßliche und nützliche Art beizubringen sucht.

Könnte diese Schrift dabey den Schülern als Leitfaden, dem sie mit der Zeit nicht ohne Nutzen folgen dürften, empfohlen, oder in die Hand gegeben und erläutert werden; oder könnte vielleicht mancher Lehrer der niedern Schulen, dem es in frühern Jahren (wie nicht selten der Fall gewesen seyn mag) an Zeit, Gelegenheit oder Lust gefehlt hätte, sich in diesen Wissenschaften, die er nun gern vortragen möchte, festzusetzen, durch Gebrauch dieses Buchs in bessern Stand gesetzt werden, der ihm anvertrauten Jugend mehr zu nützen: so würde meine Bemühung mehr wuchern, als ich selbst mir zu versprechen gewagt habe.

An den gewöhnlichen strengen, regelmäßigen Gang der mathematischen Lehrart, habe ich mich eben nicht ängstlich gebunden; weil ich keine schulgerechten Mathematiker zu bilden habe, aber ihn auch nirgends ohne hinlängliche Ursach aus den Augen gelassen; weil ich gründlich unterrichten wollte. Den Anfänger zuweilen einen bequemern Nebenweg führen, der von der Hauptstraße bald mehr, bald weniger, abirret, ohne sie ganz zu verlassen, und sie gleichwohl zum Ziele leitet; dieß ist wohl das Verzeihlichste in meiner ganzen Unternehmung.

Die Ausübung der Geometrie ohne gründliche Kenntniß der Quadrat- und Kubik-Rechnungen, ist immer etwas sehr dürftiges; die gründliche Kenntniß derselben ist aber ohne hinlängliche Einsicht in die Entstehung der Quadrat- und Kubikzahlen, nicht wohl möglich. Dieß setzt wieder Buchstabenrechnung voraus, die auch ohnedieß ihren entschiedenen Nutzen in der gründlichen Erlernung der Geometrie zu haben pflegt.

Deswegen habe ich auch für dieß Bedürfniß gesorget, und das Erforderliche von der Buchstaben- und Zahlenrechnung theil-weise, nach und nach, so wie sie zum Verstande und zum Gebrauch in dem folgenden hier und da nöthig wird, eingeschaltet.

Um das Anfängern dieser Kunst sehr beschwerliche Nachsehen auf die gewöhnlich hinten anzubindende Kupfertafeln, und Heraussuchen der gewöhnlich auch kleinlichen Figuren und Zahlen zu erleichtern, habe ich den Herrn Verleger vermocht, die im Text angezogenen Figuren, gleich an die erklärenden Stellen anbringen zu lassen.

Die zweite Abtheilung wird bald nachfolgen, und diese eben ein Bändchen ausmachen.

Uebrigens bleibt das Urtheil über mein Unternehmen und dessen Ausführung, dem einsichtsvollen Publikum überlassen, das meine Arbeit nach der Absicht, die ihr zum Grunde liegt, nach dem Grade der Güte, den ich ihr zu geben vermocht habe, und nach dem Nutzen, den sie wahrscheinlich oder wirklich stiften wird, billig würdigen mag. Buttstädt, im Herzogthum Weimar, den 2ten Merz, 1800.

Der Verfasser.

Inhalt.

Inhalt.

Seite

Vom

Ein-

Einleitung.

Der Nutzen dieser Wissenschaft, welche in diesen Blättern vorgetragen werden soll, ist gewiß so viel umfassend, daß sie wohl keiner Empfehlung weiter bedarf, und demjenigen, welcher sich nur erst einigermaßen mit ihr vertraut gemacht hat, wird sie noch obendrein ein so reines und lebhaftes Vergnügen gewähren, daß er sie dann nicht leicht wieder aufgeben wird.

Auch ein geringer Grad von Kenntniß der Meßkunst, welcher als ein solcher schon großen Nutzen stiften kann, ist im Stande, uns unvermerkt an ihrer wissenschaftlichen Kettenreihe von Kenntnissen immer höher steigen zu lassen. Je höher wir in ihrer Kenntnissen steigen, je nützlicher und unentbehrlicher wird sie uns, und desto größer wird die Liebhaberey.

Sie scheint darum dem menschlichen Geiste am angemessensten zu seyn, weil sie von ganz leichten Wahrheiten zu schwerern übergeht; immer völlige

Befriedigung aber nicht Ueberdruß gewährt, und immer noch ein weites Feld zu fernern Betrachtungen übrig läßt.

Es könnte vielleicht der Meßkunst sogar der Vorwurf gemacht werden, daß sie ihre Verehrer und Liebhaber zu sehr für sich einnehme, und von andern Geschäfften abziehe, indem man Beispiele hat, daß das scharfe Nachdenken, welches die Meßkunst und andere Theile mathematischer Wissenschaften, zuweilen erfordern, bey mittelmäßigen oder verschrobenen Köpfen, nachtheilige Folgen nach sich gezogen hat.

Allein, trifft sie dieser Vorwurf: so muß er alle Wissenschaften treffen, welche Nachdenken erfordern. Das zu scharfe und anhaltende Nachdenken über einen und denselben Gegenstand, so daß man die Einbildungskraft nicht frey machen kann, kann selbst Denkern und geübten Köpfen Nachtheil bringen.

Ein merkwürdiges Beispiel dieser Art haben wir in der alten Geschichte an dem Archimed, einem großen Mathematiker, welcher ohngefähr drittehalb hundert Jahre vor Christi Geburt lebte. Syrakus, seine Vaterstadt, wurde von den Römern belagert und eingenommen. Während des plötzlichen und unvermutheten Eindringens ist Archimed eben mit der Auflösung einer Aufgabe so sehr beschäfftiget, daß er von den Ereignissen um sich her nichts vernimmt. Indem tritt ein römischer Soldat zu ihm ins Zimmer, und fragt ihn, wer er sey? Archimed, ganz im Nach-

sinnen

sinnen vertieft, fertigt ihn kurz mit der Bitte ab, daß er ihn nicht stören möchte; und der trotzige Krieger, entrüstet über eine solche Antwort, tödtete den Denker augenblicklich.

So nützlich und nothwendig also das Nachdenken ist — denn es muß unsere durch Unterricht und Erfahrung bewirkte Bildung zur Vollendung bringen —: so gilt doch auch hier die vortreffliche Regel, daß man nämlich auch des Guten zu viel thun könne.

Allein es thut wohl so leicht nicht Noth, vor dem Zuvielthun in dieser Sache zu warnen. Denn man scheut ohnedieß gewöhnlich Geistesanstrengung und ernsthaftere Beschäfftigungen; besonders thun das diejenigen, welche in ihrer Jugend nicht zum Denken angeführt worden sind. Es wäre daher gewiß kein überflüßiger Wunsch, wenn man in Schulen dem künftigen Künstler und Handwerker oder vorzüglichen Landmanne Unterricht in dieser so nützlichen und fast unentbehrlichen Wissenschaft ertheilte; indem auch die Erfahrung lehrt, daß man Kindern viel eher Begriffe von den untrüglichen Wahrheiten dieser Wissenschaft beibringen kann, als Erwachsenen, denen das Denken und Abstrahiren, aus Mangel an Uebung, fremd geblieben ist, und denen es daher schwer wird, die gehörige anhaltende Aufmerksamkeit auf solche abstrakte Gegenstände zu verwenden.

Es wäre doch wohl auch der Mühe werth, in Leuten, welche für bürgerliche Geschäffte erzogen werden sollen, gesunden Menschenverstand zu wecken und zu üben. Wie manchen Grübler findet man unter den Handwerksleuten, der ganz gewiß unter einer bessern Anleitung zum Gebrauch seines Verstandes, zu einer höhern Vollkommenheit und Brauchbarkeit in seinem Wirkungskreise gediehen wäre.

Den Clavius wollte sein Schulmeister in seiner Jugend darum bey einem Grobschmidte in die Lehre thun, weil er nicht viel Witz zeigte und keine Verse machen lernte. Als aber dieser unfähig scheinende Jüngling von ungefähr ein mathematisches Buch in die Hände bekam: so wurde er in der Folge zwar kein Dichter, aber doch ein scharfsinniger Mathematiker.

So kann man von Kindern, welche in ihrer Jugend nur einen schlichten Menschenverstand, und mäßiges Talent zeigen, und im Begreifen und Fassen etwas langsam sind, am allerwenigsten behaupten, daß sie Schwachköpfe sind; man entwickele ihre Verstandeskräfte, und sie werden gewiß einst in Besorgung ihrer Geschäffte gründlichere und ordentlichere Leute seyn, als manche sogenannte Kraftgenies, die in ihrer Jugend die herrlichsten Anlagen zeigen, und bey reiferm Alter wohl in dem und jenem Fache tauglich seyn könnten; aber in keins passen.

Die Urtheilskraft aber zu entwickeln und zu üben und den Verstand zu bilden, ist gewiß keine Wis-

Wissenschaft geschickter, als eben die Meßkunst. Indem sie uns aus den auf einen sichern Grund gebauten Sätzen, richtige Folgerungen ziehen lehrt, führt sie uns zugleich durch ihre gründliche Ordnung, durch die Bestimmtheit der Erklärungen, und durch die Schärfe der Beweise selbst, zur Gründlichkeit, und dadurch im Denken überhaupt, und in allen unsern Unternehmungen und Handlungen an. Sie öffnet unser Herz der Wahrheitsliebe, und bildet uns zu Wahrheitsforschern Daß wir durch sie die deutlichsten Begriffe von der Größe und den Verhältnissen der Körper, und vieler andern Dinge bekommen, dieß bringt uns gewiß nicht geringe Vortheile im gemeinen Leben, und befördert unsere Erkenntniß in Sachen der Natur und Kunst ungemein.

Damit nun aber diejenigen, welche in ihrer Jugend nicht Gelegenheit gehabt haben, etwas von dieser so nützlichen Wissenschaft zu erlernen, noch jetzo im Stande seyn möchten, bey reiferm Alter sich darinnen zu belehren: so habe ich in dieser Anleitung zur Meßkunst nicht nur Erläuterungen aus dem gemeinen Leben, den Erklärungen so viel wie möglich beigefügt, sondern auch zugleich bey schicklichen Fällen die ersten Gründe der Arithmetik oder Rechenkunst, und die Elemente der Buchstabenrechnung eingewebt. Ein jeder, der dieses Büchelchen in die Hände nimmt, ist gewiß schon einigermaßen mit der Rechenkunst bekannt; folglich auch mit den unentbehrlichsten Vorkenntnissen zur Erlernung der Meßkunst, versehen; denn ohne Rechenkunst kann keine praktische Anwendung der Meßkunst im gemeinen Leben, keine Berechnung und also auch keine Ausmessung der Größen oder des Raumes derselben, statt finden. Allein, die gewöhnliche mechanische Art zu rechnen, wie sie in manchen Rechenschulen, ohne allen Beweis der Regeln, vorgetragen wird, ist nicht hinlänglich zu diesem besondern Endzwecke, nämlich zur Ausübung und Erlernung der Geometrie; sondern es wird dazu die eigentliche mathematische Arithmetik erfordert, und besonders kann die Buchstabenrechnung dabey nützliche Dienste leisten. Denn die weitläuftigsten und umständlichsten Umschreibungen und Erläuterungen, sind oft nicht im Stande, dasjenige deutlicher zu machen, was zuweilen etliche Buchstaben thun können. Ich weiß wohl, daß die Rechnung mit Buchstaben, nicht Jedermanns Sache ist; allein es ist doch ausgemacht, daß ein etwas geübter Verstand die ersten Gründe davon leicht fassen kann, und daß sie vielen dennoch auch Vergnügen gewährt.

Die Lehrart, nach welcher die Meßkünstler ihre Sätze vortragen, fängt entweder mit Erklärungen, oder mit unbezweifelten, oder mit schon bewiesenen Sätzen an, und bauet das Folgende darauf. Das vorhergehende macht also allemal das nachfolgende verständlich. Obgleich jede Wissenschaft diese Art des Vortrags haben sollte; so findet man sie doch nicht

nicht leicht bey einer andern in so hohem Grade, als eben bey der Meßkunst. Wer also die Meßkunst lernen und etwas darinnen leisten will, der muß vom ersten Anfange an keinen Schritt weiter gehen, als bis er alles vorhergehende begriffen, und die vornehmsten ersten Grundsätze und Erklärungen ins Gedächtniß gefaßt hat. Zur Wiederholung und zum Beweis, daß sie nichts vorträgt, was nicht schon bewiesen oder erklärt ist, beruft sie sich bey ihren Erklärungen und Beweisen immer auf das vorhergehende.

Mit dem Gebrauch der Buchstaben zur Bezeichnung der Größen, schon bekannt, wird man es nicht sonderbar oder schwer finden, auch Figuren und ihre Theile mit Buchstaben aus dem Lateinischen, zuweilen auch aus andern Alphabeten, bezeichnet zu sehen, welches die Mathematiker der Bequemlichkeit und der Kürze wegen zu thun pflegen.

Wenn also in einem Lehrsatze oder in einer Erläuterung die Rede von A. B. und so fort ist, so wird man leicht begreifen, daß diese Buchstaben sich allemal auf die gleichnamigen in der Figur oder Zeichnung beziehe. Zum Beispiel, daß groß A im Text auf groß A in der Figur, eben so klein a auf klein a u. s. w. deutet.

Um in gegenwärtiger Anweisung Deutlichkeit mit Bequemlichkeit zu verbinden, und Abirrungen und Fehler, so viel wie möglich, zu vermeiden, sind die Figuren in Holz geschnitten und dem Text mit beigefügt worden; und beim Gebrauche wird man wohl thun, wenn man die Figuren nachzeichnet; nicht nur um sich darinnen zu üben, sondern auch, wenn etwa die vorhergehende oder die Folgeseite des Buchs auf die Figur Bezug hat, sogleich eine zweite vor Augen zu haben; diese Nachzeichnung muß aber alsdann dieselben Buchstaben, an denselben Orten und in gleicher Ordnung, wie im Original, bekommen.

Von

Von Größen.

§. 1.

Jedem Dinge kann man in so fern eine Größe beilegen, wenn dasselbe

1) Entweder aus Theilen, oder aus einer Anzahl (Vielheit) von einerlei Dingen, besteht;
2) oder zum wenigsten in Abtheilungen gedacht werden kann; im erstern Falle nennt man sie getrennte und im andern zusammenhängende Größen.

§. 2.

Getrennte Größen bestehen aus einzelnen Theilen, die von Natur von einander abgesondert sind, und die in ihrer Zusammensetzung als eine Menge (Anzahl) von Dingen wieder für ein Ganzes oder für eine Größe genommen werden. Zum Beispiel: vier Häuser, zwey Gärten, acht Bäume, ein Dutzend Personen, eine Gesellschaft von Personen, ein Regiment Soldaten, vier Schock Garben Getraide, zwey Mandel Aepfel u. s. w. Alle solche getrennte Größen, welche nur ihrer Art (Geschlecht) oder dem Namen nach (denn unter Häusern,

Gär-

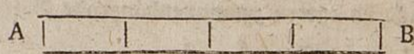
Gärten, Bäumen u. s. f. ist ein großer Unterschied) für gleich genommen werden können, zählet man.

§. 3.

Zusammenhängende Größen haben von Natur keine abgesonderten Theile, oder bestehen nicht aus mehrern einzelnen Stücken, sie können aber durch abmessen oder wägen getheilt werden. So kann man sich die Längengröße eines Stückes Tuch oder Leinewand, indem man dasselbe mit der Elle mißt, in lauter abgesonderten Theilen, der Ellengröße nämlich, denken. Eben so die Größe einer Ackerfläche in abgesonderten Theilen, von der Größe eines Ruthenmaases.

So denkt man sich die Schwere der Körper in lauter abgesonderten Theilen, in Pfunden, in Centnern u. s. f.

Die Länge der Zeit theilt man in Jahre, in Tage, in Stunden u. s. w.



Diese Längengröße A B habe ich getheilt in vier Theile.

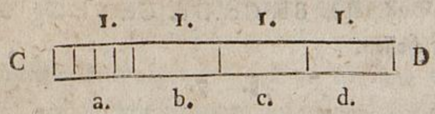
§. 4.

Um solche zusammenhängende Größen zu bestimmen und deutlich auszudrücken, braucht man zu einerley Art von Dingen ein gemeinschaftliches Maaß, oder eine bekannte Größe, welche die Mathematiker als Einheit annehmen, und mit der noch unbekannten Größe vergleichen. Zum Beispiel: Ein Nösel, eine Kanne; ein Pfennig, ein Groschen, ein Thaler; ein Dutzend, eine

Man-

Mandel, ein Schock; eine Elle, ein Zoll, ein Schuh, eine Ruthe, ein Pfund, ein Centner, eine Metze, ein Viertel; ein Bogen, ein Buch; eine Birn; ein Apfel; eine Person u. s. w.

§. 5.



Eine Summe oder eine Menge von Einheiten oder auch nur Theile der Einheit machen eine Zahl oder Anzahl aus, und diese wird entweder mit Worten ausgedruckt, oder durch Zeichen (Ziffern) angedeutet. Z. B. obige Länge C D enthält eine Anzahl von 4 Einheiten, a. b. c. d. Eine Zahl oder Anzahl ist entweder eine Sammlung oder ein Inbegriff von Einheiten gleicher Größen, z. B. vier Scheffel, zwey Ellen, sechs Ruthen, vier Regimenter (Soldaten).

Oder, sie ist auch wohl nur ein Inbegriff von Theilen solcher Einheiten, z. B. ein halber Scheffel, drey Viertel-Ellen u. s. w. Die Einheit a in obiger Zeichnung enthält vier solche Theile.

Eine Zahl bestehet also entweder aus mehrern Einheiten, oder aus einer getheilten Einheit; die Einheit selbst nennt man gewöhnlich keine Zahl.

§. 6.

Die Größe der Dinge pflegt man zuweilen durch Buchstaben und ihr Verhältniß durch allgemein angenomnommen willkührliche Zeichen auszudrücken. Zum Bei- spiel: durch den Buchstaben A. (a.) kann man jede mög- liche Größe selbst, oder irgend einen und den andern Theil desselben, oder ihre Länge, Breite, Tiefe, Dicke, Schwere u. s. w. andeuten. Alles dieses kann auch durch andere Buchstaben Bb. Cc. Dd. Ee. Ff. Gg. bis Xx. Yy. geschehen.

§. 7.

A ———————————— B

C ———————————— D

Wenn zwey Größen, wie z. B. die beiden Linien AB und CD gegen einander gehalten werden: so findet man, daß sie einander gleich sind, oder daß die Linie AB so groß wie die Linie CD ist.

Die Gleichheit zweier Größen wird durch das Zei- chen =, welches durch gleich oder aequal ausgesprochen wird, folgendermaßen angedeutet:

AB = CD. wird gelesen: AB ist gleich CD.

2 und 2 = 4. wird gelesen: 2 und 2 ist gleich 4.

Ein solches Zusammenstellen gleicher Größen, nennt man eine Gleichung.

§. 8.

E ————————

F ————————————

Sind zwey Größen bey dem Gegeinanderhalten, wie die Linie E und F einander ungleich, oder ist die ei- ne E kleiner als die andere F: so wird ihre Ungleichheit durch folgendes Zeichen angedeutet: >, und zwar so,

daß

daß die Spitze davon allemal der kleinern Größe zugekehrt steht.

E < F. liest man: E ist kleiner als F.

F > E. — — F ist größer als E.

8 < 16 — — 8 ist kleiner als 16.

16 > 8. — — 16 ist größer als 8.

§ 9.

Nicht alle Größen sind von der Art und Beschaffenheit, daß sie mit einander auf die (in vorigen zwey Paragrahen) angegebene Weise, in Vergleich gegen einander können gestellt werden.

Ich kann nicht behaupten, daß z. B. die Größe einer Einnahme von 4 Rthlrn. gleich sey der Größe einer Ausgabe von 4 Rthlrn., weil die Menge der Einheiten, welche durch die Zahl 4 angedeutet werden, einander gleich sind. Noch weniger kann dieser letztern Ursache wegen, die Summe von 100 Rthlrn. einer Ausgabe oder Schuld, größer seyn, als die Summe von 50 thlr. Einnahme oder Vermögen weil nämlich 100 Einheiten der Anzahl nach größer sind als funfzig. Will ich aber zwischen einer Einnahme und Ausgabe, z. B. von obigen 4 thlrn. einen Vergleich anstellen: so kann ich sagen: 4 thlr. Ausgabe nimmt eine Einnahme von 4 thlr. weg, oder hebt sie auf.

Diesen Ausdruck könnte man folgendermaßen in eine Gleichung stellen:

Einnahme.		Ausgabe.
4 thlr.	und	4 thlr. = 0.

Es

Es sind 4 thlr. Einnahme und 4 thlr. Ausgabe gleich Null oder Nichts. Denn wenn ich 4 thlr. einnehme, und gebe sie wieder aus, so behalte ich nichts.

Von einer Ausgabe von 100 thlrn. bey einer Einnahme, welche nur 50 thlr. beträgt, würde man sagen: die Ausgabe übersteigt die Einnahme, oder auch, die Ausgabe ist größer als die Einnahme.

Eben so übersteigt eine Schuld oder der Verlust von 100 thlr. Kapital, den Besitz eines Kapitals oder Vermögens von 50 thlr.

Hat also jemand, ohne alles Vermögen, Schulden, oder sind auch nur seine Schulden größer als sein Vermögen: so besitzt er weniger als Nichts, und zwischen diesem und einem der Nichts im Vermögen hat, ist allerdings noch ein Unterschied.

§. 10.

Um alle solche einander entgegengesetzte Größen in der Kürze anzuzeigen, bedient man sich folgender Bezeichnungen: Bey bejahenden (positiven) oder vorhandenen Größen, worunter man alles begreift, was man sich als Vermögen, Besitz (z. B. baares Geld) denken kann, braucht man gewöhnlich das Zeichen $+$, welches durch und oder auch plus ausgesprochen wird. Z. B.

$$A + B + C.$$

liest man: A und B und C. oder auch:

A plus B plus C.

$6 + 2 + 4 = 12.$ hieß: 6 und 2 und 4 ist gleich 12.

Denkt

Denkt man sich diese Zahlen als eine Einnahme oder Besitz von 6 thlr.; 2 thlr. und 4 thlr.: so heißt es 6 thlr. und 2 thlr. und 4 thlr. machen zusammen oder sind gleich 12 thlr.

Steht vor einem Buchstaben oder einer Zahl zu Anfange eines Satzes kein Zeichen: so muß man sich allemal das + Zeichen hinzudenken; denn es zeigt alsdenn eine bejahende Größe an.

Man ließt nicht und A und B oder plus 6 plus 2; warum sollte man also das Zeichen vergeblich davorsetzen?

Verneinende oder negative Größen, welche das Gegentheil der bejahenden sind, (z. B. nehme ich Einnahme, Vermögen für bejahende: so sind Ausgabe und Schulden verneinende Größen) bezeichnet man durch —, welches weniger oder minus gelesen wird.

A — B. heißt: A weniger B; oder A minus B.

Die Größe B soll von der Größe A hinweggenommen (subtrahirt) werden.

$$4 + 4 - 4 = 4.$$

Diesen Ausdruck ließt man 4 und 4 weniger 4 ist gleich 4.

Hat man 4 zu 4 hinzugethan, und nimmt 4 wieder weg, so hat man nicht mehr als 4.

Oder addirt man 4 zu 4 und subtrahirt man wieder 4 davon: so bekömmt man wieder das Produkt 4.

§. 11.

Weil beide Zeichen in Widerspruch mit einander stehen, und immer solche Größen anzeigen, die einander auf-

aufheben oder vernichten, oder zum wenigsten entgegen sind: so kann man sich alles Folgende darunter denken.

bedeutet:	so bedeutet:
+	—
als bejahende oder positive Größen,	als verneinende oder negative Größen,
Besitz.	Mangel.
Mehr.	Weniger.
Vermögen.	Schulden.
Einnahme.	Ausgabe.
Zunahme.	Abnahme.
Druck.	Gegendruck.
Steigen.	Fallen.
Gewinn.	Verlust.
Hinauf.	Herab.
Kauf.	Verkauf.
Wärme.	Kälte.
Behalten.	Vergessen.
Zulernen.	Verlernen.
Geben.	Nehmen.
Zug.	Gegenzug.
Vorwärts.	Rückwärts.
Rechts.	Links.
und dergl.	und dergl.

§. 12.

Anmerkung. Daß alle unter beiden Rubriken mit positiv + oder negativ — bezeichnete Größen in jedem Falle für bejahend oder verneinend angenommen werden

müs-

müssen, soll damit nicht angedeutet werden; sondern nur so viel, daß man dieses nämlich in den meisten Fällen mit größerer Bequemlichkeit thun kann, als das entgegengesetzte: ob es auch übrigens gleich viel ist, ob ich Einnahme positiv, und Einnahme negativ; oder umgekehrt, Ausgabe positiv, und Einnahme negativ nenne, u. s. w. In einigen Fällen kann ich aber dennoch mit größtem Rechte, z. B. die Abnahme (oder das Fallen) einer Krankheit in Rücksicht des Wohlbefindens des Kranken mit + (positiv) bezeichnen, und die Zunahme (oder das Steigen) mit — (negativ). Eben so die Abnahme einer Schuld mit + (bejahend).

Es giebt auch Fälle, wo das + Zeichen nichts weniger als positive Größen andeutet, sondern nur als Verbindungszeichen der Größen gebraucht wird. Z. B.

$$-(A + B) \quad -(4 + 2)$$

Hier zeigt das Pluszeichen bloß an, daß die Größe B verbunden mit A sey, eben so die Zahl 4 und 2: übrigen sind alles, in beiden Beispielen, negative Größen, welches durch das davorstehende Zeichen angedeutet wird. Wollte man hier die Parenthese oder Klammern weglassen: so müßten die Zeichen verwechselt werden.

$$-A - B. \quad -4 - 2.$$

§. 13.

Bejahende (positive) oder mit + bezeichnete Größen vermehren schon vorhandene positive Größen; z. B. Besitz, Einnahme u. s. w. und vermindern die verneinenden oder negativen, z. B. Mangel, Ausgabe u. s. w.;

$$A + B + C. \qquad 8 + 8 + 8.$$

Die bejahende Größe A wird noch vermehrt durch die bejahenden Größen B und C.

Die Zahl 8 wird noch durch 8 und 8 vermehrt, also zusammen: = 24.

$$- A + B + C. \qquad - 8 + 8 + 8.$$

Die negative Größe A wird vermindert durch die positiven B und C.

Eben so die negative Größe der Zahl 8 durch die positiven 8 und 8: denn gesetzt, + bedeutete hier Einnahme, und — Ausgabe, die Zahlen Thaler: so hätte man eine Ausgabe von 8 thlrn., aber durch die Verminderung, wieder eine Einnahme von 8 und 8, oder 16 thlrn

Auf eben diese Weise vermehren negative Größen — schon vorhandene negative, und vermindern positive. Positive vermehren den Besitz, und negative den Mangel. Hingegen vermindern positive den Mangel, und negative den Besitz.

§. 14.

Das Verhalten negativer und positiver Größen zu einander, oder die Ab- und Zunahme, das Vermehren und Vermindern derselben in Bezug gegen einander, läßt sich am besten durch Beispiele einsehen und erläutern.

1) Einnahme und Ausgabe.

Wollte

Wollte ich 200 thlr. Einnahme und 100 thlr. Ausgabe durch Zeichen ausdrücken: so würde es auf diese Weise geschehen:

200 thlr. — 100 thlr. = 100 thlr. oder: umgekehrt — 100 thlr. + 200 thlr. = 100 thlr.

oder auch:

100 thlr. + 100 thlr. — 100 thlr = 100 thlr

Denn wenn ich 200 thlr. Einnahme habe, und 100 thlr. Ausgabe: so behalte ich nur 100 thlr. baares Geld.

30 thlr. — 9 thlr. + 24 thlr. — 10 thlr. + 50 thlr — 16 thlr. = 69 thlr.

Nimmt einer ein 30 thlr. und giebt davon wieder 9 thlr. aus; hat denn wieder eine Einnahme von 24 thlr. und eine Ausgabe von 10 thlr.; endlich noch eine Einnahme von 50 thlr. und Ausgabe von 16 thlr. so behält er übrig 69 thlr.

2) Vermögen und Schulden.

3) Gewinn und Verlust.

100 thlr. — 100 thlr. = 0.

Hat Jemand 100 thlr. in Vermögen und ist 100 thlr. schuldig: so hat er gar nichts.

Eben so wenn ich einen Gewinn von 100 thlr. habe, und auf der andern Seite einen Verlust von 100 thlr.: so behalte ich nichts übrig, die verneinende Größe nimmt die bejahende Größe ganz weg.

4) Vorwärts und Rückwärts.

A|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|———|B

-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	vorwärts
-	-	-	7	6	5	4	3	2	1		rückwärts
-	-	-	-	1	2	3	4	5	6		vorwärts
-	-	-	-	-	4	3	2	1			rückwärts
-	-	-	-	-	-	1	2	3			vorwärts
8	7	6	5	4	3	2	1				rückwärts

Wenn man die Größe einer Bewegung auf dieser Linie von A nach B als vorwärts (+) nimmt: so muß die entgegengesetzte Größe der Bewegung von B nach C mit rückwärts (—) bezeichnet werden. Z. B.

Ein Bote geht von A aus nach B zu, den ersten Tag 10 Stunden vorwärts, den andern Tag 7 Stunden rückwärts, den dritten 6 Stunden vorwärts, und den vierten 4 Stunden rückwärts, den fünften 3 Stunden vorwärts, und den sechsten 8 Stunden rückwärts.

Wie weit ist dieser Bote von A entfernt?

$$+ 10 - 7 + 6 - 4 + 3 - 8 = 0.$$

5) Eben so Steigen und Fallen, oder hinauf und herab. Eine Unebene steigt und fällt, oder steigt hinauf und herab. Wenn eine solche 4 Fuß steigt, und 2 Fuß fällt, dann wieder 7 Fuß steigt und drey Fuß fällt, und endlich noch 5 Fuß steigt, was beträgt nun das Steigen zusammen, oder die Anhöhe?

$$4 - 2 + 7 - 3 + 5 = 11.$$

11 Fuß steigt also die Anhöhe.

Eben so fällt und steigt auch das Wasser in mancher Wasserleitung oder Röhrenfahrt. Wenn dieses 2 Schuh

und

und 8 Zoll fällt, hierauf 6 Zoll steigt, aufs neue 4 Schuh und 9 Zoll Fall hat, dann wieder 1 Schuh und 8 Zoll steigt, 12 Schuh und 4 Zoll fällt, und zuletzt 7 Schuhe hoch steigen muß, wie viel hat es noch Fall?

— 2 Schuh	8 Zoll		+ - Schuh	6 Zoll	
— 4 —	9 —		+ 1 —	8 —	
— 22 —	4 —		+ 7 —	- —	
18 Schuh	21 Zoll		8 Schuh	14 Zoll	

Es fällt 18 Schuh 21 Zoll,
und steigt 8 — 14 —

folglich hat es noch 10 Schuh 7 Zoll Fall.

Wenn Jemand auf einer Leiter 8 Sprossen hinauf, und 5 wieder herabsteigt, dann wieder 6 hinauf und 9 herab, und endlich noch 24 hinauf.

$$8 - 5 + 6 - 9 + 24.$$

6) Besitz und Mangel.

Diese Zeichnung soll ein Grundstück mit einem Morast, Sumpf oder sonst unbrauchbaren Fleck vorstellen.

Hätte dieses Stück 4 Acker, und 1 Acker gienge ungefähr durch diesen Sumpf verloren, oder würde dadurch unbrauchbar: so kann der Besitzer, in Rücksicht der Brauchbarkeit davon nicht sagen, daß er im Besitz der 4 Acker sey, wenigstens enthält dieser Besitz einen Mangel, welchen man also ausdrückt:

$$4 - 1.$$

Wird eine bejahende (positive) Größe, oder das + Zeichen mit einer verneinenden (negativen), oder dem — Zeichen vewechselt: so wird das wirklich vorhandene, der Besitz oder das Vermögen u. s. f. oder die bejahende Größe entweder, geringer oder kleiner, siehe das erste Beispiel; oder die negative Größe nimmt die positive ganz weg, siehe das 2te, 3te und 4te Beispiel, oder auch die negative Größe übersteiget die positive, s. d. 9. §.

Wird eine bejahende Größe, oder das wirklich Vorhandene, z. B. der Besitz eines Kapitals, aufgehoben, oder weggenommen, und eine eben so große verneinende Größe, ein eben so großer Mangel, oder die Schuld von einem Kapital, an deren Stelle gesetzt: so ist der Mangel nun gerade so groß, als es zuvor der Besitz war; die Größe aber selbst ist um zweimal so klein als zuvor.

Eben so wenn eine verneinende Größe weggenommen, und an deren Stelle eine eben so große bejahende Größe gestellt wird: so ist der Besitz gerade nun so

groß,

groß, als zuvor der Mangel war. Diese positive Größe ist zweimal so groß als die negative.

1) Vermögen und Schulden.

2) Besitz und Mangel.

Wird der Besitz eines Kapitals oder Vermögens von 100 thlrn. aufgehoben, und 100 thlr. Schulden an deren Stelle gesetzt: so ist nicht nur der Mangel so groß, als es zuvor der Besitz war, sondern die negative Größe ist auch zweimal so klein, als die vorige positive; denn zur Bezahlung der 100 thlr. Schulden, und überdieß noch zum Besitze 100 thlr. gehören 200 thlr.

— (100 thlr. + 100 thlr.) = — 200 thlr.

Diesen Satz ließt man: weniger 100 thlr. Kapital und 100 thlr. Schulden, sind gleich weniger 200 thlr.

Eben so wenn ein Mangel gehoben, oder eine Schuld von 100 thlrn. nicht nur bezahlt, sondern auch noch der Besitz eines Kapitals von 100 thlrn. hinzukömmt: so ist dieser Besitz zweimal so groß, als der vorige Mangel, denn 100 thlr. baares Geld und eine bezahlte Schuld von 100 thlr. betragen 200 thlr.

+ 100 thlr.
— 100 thlr.

+ 200 thlr.

Hundert Thaler baares Geld, weniger 100 thlr. Schulden machen 200 thlr.

3) Rechter Hand und linker Hand

— links + rechts

C |—|—|—|—| A |—|—|—|—| B

4 3 2 1 1 2 3 4

Denke ich mir auf dieser Linie C B von deren Mitte A aus rechter und linker Hand zwey Bewegungen von A nach B und von A nach C zu: so müssen zwey Reisende, wenn sie beide vorwärts von A aus, der eine von A nach B und der andere von A nach C zu in gleichförmiger Geschwindigkeit reisen, sich beide in einer jeden Stunde zwey Stunden, in zwey Stunden, vier Stunden u. s. f. von einander entfernen; so daß, wenn beide vier Stunden gereist sind, die Entfernung 8 Stunden beträgt.

Setze ich nun den Fall, daß bey beiden Reisenden das Ziel ihrer Reise in B wäre, der eine aber erst genöthiget wäre, von A aus erst entgegengesetzt vier Stunden bis nach C zu reisen, und dann erst von C nach B: so kann ich die Bewegung von A nach B als positiv, und die der Linie A C als negativ betrachten; denn, indem sich der eine von A nach B seinem Ziele nähert, entfernt sich der andre (von A nach C) davon.

Trifft der eine Reisende in B ein: so kann er in Rücksicht seines Gefährten sagen, daß er dem Ziele seiner Reise um zweimal näher gekommen sey, als jener, oder daß diese Reise zweimal kleiner sey, als jene.

Eben so kann der andere Reisende in C behaupten, daß die Entfernung vom Ziel nun zweimal so groß sey, als zuvor.

Zu

Zu mehrerer Deutlichkeit überdenke man folgende Sätze, und vergleiche die Figur damit.

$+$ 4 Stunden sind um 8 Stunden größer, als $-$ 4 Stunden, denn $-$ 4 Stunden $+$ 8 Stunden sind erst $=$ 4 Stunden $-$ 4 Stunden sind um 8 kleiner als $+$ 4 Stunden, denn $+$ 8 Stunden $-$ 4 Stunden sind $=$ 4 Stunden.

§. 15.

Weil man durch Buchstaben allerley Größen vorstellen, und vermöge der schon erwähnten und noch einiger andern Zeichen dieselben auch durch addiren, subtrahiren u. s. f. verändern, und förmliche Rechnung halten kann: so heißt man ein solches Unternehmen die Buchstabenrechnung.

Bekannte Größen drückt man in derselbrn durch die ersten Buchstaben des Alphabets, a. b. c. d. e. f. u. s. w. aus: die unbekannten aber, oder solche, die erst gesucht werden sollen, durch die letztern x. y. z. Ziffern kann man auf folgende Art mit einander verbinden oder vorstellen.

$$x + 4 = 8$$

Der Buchstabe x steht also hier als eine Größe von 4 Einheiten.

$2\,x = 8$. nach dem vorigen Verhältniß.

$z - 4 = 8$. Hier gilt z 12 Einheiten, denn $12 - 4 = 8$.

§. 16.

§. 16.

Additio mit allgemeinen Zeichen.

1) Haben die Größen einerley Benennungen oder Buchstaben, und einerley Zeichen: so addirt man jedes zu seines gleichen, und giebt der Summe das Zeichen der Posten. Z. B.

$$\begin{array}{l}
3a + 4b + 2c - 3d \\
5a + \ \ b + 5 \ \ - 1d \\
\hline
8a + 5b + 7c - 4d
\end{array}$$

Stellten hier die Buchstaben a Thaler, b Groschen, c Pfennige, und d Heller vor: so bekäme dieses Beispiel folgende Gestalt.

$$\begin{array}{l}
3 \text{ thlr.} + 4 \text{ gl.} + 2 \text{ pf.} - 3 \text{ hlr.} \\
5 \text{ thlr.} + 1 \text{ gl.} + 5 \text{ pf.} - 1 \text{ hlr.} \\
\hline
8 \text{ thlr.} + 5 \text{ gl.} + 7 \text{ pf.} - 4 \text{ hlr.}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
- 6a + 4b - 3c \\
- 8a + 8b - 4c \\
- 4a + 6b - 2c \\
\hline
- 18a + 18b - 9c
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
2a + 4b - 3c \\
6a + 3b - \ \ c \\
\hline
8a + 7b - 4c
\end{array}$$

Stünden hier die Buchstaben a b c für Ruthen, Schuh und Zoll, so hieße es:

2 Ru-

$$\begin{array}{l} 2 \text{ Ruthen} + 4 \text{ Schuh} - 3 \text{ Zoll} \\ 6 \text{ Ruthen} + 3 \text{ Schuh} - 1 \text{ Zoll} \\ \hline 8 \text{ Ruthen} + 7 \text{ Schuh} - 4 \text{ Zoll.} \end{array}$$

2) Haben die Größen verschiedene Benennungen und Zeichen: so werden sie hinter einander geschrieben z. B.

$$6a - 4b - c + x.$$

Stünden hier die Zeichen + und — von Einnahme und Ausgabe, und a. b. c. x. für Thaler, Groschen, Pfennige, und eine noch unbekannte Münze: so hieße es: die Einnahme von 6 thlr. und die Ausgabe von 4 gl. und 1 pf., und die Einnahme von einer noch unbekannten Münze zusammen genommen.

3) Sind die Zeichen verschieden, und die Benenungen gleich: so zieht man die kleinere Größe von der größern ab, und der Rest bekömmt das Zeichen der größern Größe, es mag + oder — seyn. Z. B.

$$\begin{array}{r} +10a - 16b + 2c \\ -8a + 14b - 1c \\ \hline +2a - 2b + 1c \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60a + 30b - 20c \\ -40a + 20b + 10c \\ \hline +2a + 10b - 10c \end{array}$$

§. 17.

Subtraktio mit allgemeinen Zeichen.

Soll eine Größe von der andern abgezogen werden: so muß man darauf Rücksicht nehmen, ob sie beide von einerley Art sind oder nicht, und ob sie beide einerley oder verschiedene Zeichen haben.

1) Haben die Größen einerley Benennung, oder mit andern Worten, sind sie beide von einerley Art, und

sind

sind sie einander nicht entgegengesetzt; das heißt, führen sie beide einerley Zeichen: so geschieht die Subtraktion wie gewöhnlich mit Ziffern.

Von $8\,a + 5\,b - 4\,c$.
Ziehe man ab $4\,a + 3\,b - c$.

so bleibt $4\,a + 2\,b - 3\,c$.

Bey der Verwandlung der Buchstaben a. b. c. in Ruthen, Schuhe und Zoll, würde es heißen:

Von 8 Ruthen + 5 Schuh — 4 Zoll
abgezogen 4 Ruthen + 3 Schuh — 1 Zoll

bleiben 4 Ruthen + 2 Schuh — 3 Zoll

Sind 5 Schuh — 4 Zoll = 4 Schuh + 6 Zoll
und 3 Schuh — 1 Zoll = 2 Schuh + 9 Zoll

so sind 2 Schuh — 3 Zoll = 1 Schuh + 7 Zoll

Anmerk. Ist aber der Abzug größer, als die andere Größe: so ziehe man das Obere vom Untern ab, und gebe dem Reste das entgegengesetzte Zeichen des Obern, das heißt: wenn das Obere + hat, bekömmt der Rest —, und steht — bey dem Obern, so setzt man + zum Reste.

Denn will man mehr bejahende Einheiten abziehen, als abgezogen werden können: so entsteht daraus eine verneinende Größe oder ein Mangel; denn es fehlt ja noch so viel, ehe ich völlig abziehen kann. Folglich bekommt der Rest —, wenn das Obere + hat. Hingegen, wer eine negative Größe aufhebt, die um so

viel

viel größer ist, als eine andere negative Größe, der macht also, daß mehr da ist, als fehlte; folglich setzt man + zum Reste, wenn oben — steht. Z. B.

$$\begin{array}{l} 7a + 3b - 2c \\ 4a + 6b - 5c \\ \hline 3a - 3b + 3c \end{array}$$

Beweis.

Es bekömmt einer

7 (a) thlr. + 3 (b) gl. weniger (—) 3 (c) pf.

und soll davon abgeben

4 thlr. + 6 gl. weniger (—) 5 pf.

Wenn er von 7 thlr. 4 weggiebt: so bleiben ihm 3 thlr.

Von 3 gl. soll er 6 gl. abgeben, also fehlen ihm noch 3 gl., ehe er der Forderung Genüge leisten kann.

An seiner ganzen Einnahme von 7 thlr 3 gl. fehlen ihm zwar 2 pf; aber man verlangt von ihm auch nur 4 thlr. 6 gl weniger 5 pf., also kommen ihm hier noch 3 pf. zu gute.

Die Richtigkeit dieses Exempels kann man auch aus folgender Stellung einsehen:

$$\begin{array}{lll} 7\text{ thl.} + 3\text{ gl.} - 2\text{ pf.} & = 7\text{ thl.} + 2\text{ gl.} + 10\text{ pf.} \\ 4\text{ thl.} + 6\text{ gl.} - 5\text{ pf.} & = 4\text{ thl.} + 5\text{ gl} + 7\text{ pf.} \\ \hline 3\text{ thl.} - 3\text{ gl} + 3\text{ pf.} & = 2\text{ thl.} + 21\text{ gl.} + 3\text{ pf.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4a - b + 3c. \\ 5a - 9b + 8c. \\ \hline -1a + 8b - 5c. \end{array}$$

4 Ruthen — 1 Schuh + 3 Zoll = 3 R. + 9 S. + 3 Z.
5 Ruthen — 9 Schuh + 8 Zoll = 4 R. + 1 S. + 8 Z.

— 1 Ruthe + 8 Schuh — 5 Zoll = 1 R. + 8 S. — 5 Z.

2) Größen mit verschiedenen Bezeichnungen oder Zeichen müssen addirt werden, und die Summe bekömmt das Zeichen derjenigen Größe, von welcher die andere abgezogen werden soll.

Das Zeichen des Abzugs oder die abzuziehende Größe, ist entweder + oder —.

Soll + von — abgezogen werden: so ist das eben so viel, als wenn ich ein — addire; denn ein voriger Mangel wird größer, wenn ein neuer noch hinzugefügt wird, oder wenn auch das verloren geht, was man hatte. Einen Gewinn einbüßen (abziehen), ist eben so viel als einen Verlust zusetzen.

Soll ein — von + abgezogen werden: so ist das eben so viel als wenn ich ein + hinzusetze oder addire. Das Vermögen wird größer, wenn Schulden von demselben hinweggenommen werden. Einen Verlust vergüten, ist eben so viel, als einen Gewinn hinzuthun.

$$\begin{array}{r} 10a + 8b - 2c \\ 6a - 5b + 6c \\ \hline 4a + 13b - 8c \end{array}$$

Besitzt einer 10 thlr. 8 gl. weniger 2 pf., und verliert im Spiel 6 thlr. weniger 5 gl. aber außerdem noch 6 pf., behält er noch übrig, 4 thlr. 13 gl. weniger 8 pf.
10 — 6 = 4 thlr.

8 gl.

8 gl. hat er in Kasse, und 5 gl. behält er übrig, weil er nur 6 thlr. — 5 gl. verliert. Also: 8 + 5 = 13 gl.

2 pf. fehlen ihm in seiner Kasse, und 6 pf. verliert er im Spiel, also: — 2 pf. — 6 pf. = — 8 pf.

10 thlr. +	8 gl. —	2 pf.	=	10 thlr. +	7 gl. +	10 pf.
6 thlr —	5 gl. +	6 pf.	=	5 thlr. +	19 gl. +	6 pf.
4 thlr. +	13 gl. —	8 pf.	=	4 thlr. +	12 gl. +	4 pf.

12b — 9c + 3d.	3a +	5c	— 7d	+ 2e
— 2b + 8c — 6d.		— 6c		— 5e
14b — 17c + 9d.	3a +	11c	— 7d	+ 7e

Es kann also bey dieser Subtraktion die allgemeine Regel befolgt werden:

Man verwandle ein jedes Zeichen + oder — derjenigen Größe, welche abgezogen werden soll, in das entgegengesetzte, mache aus + (plus) — (minus), und wo Minus steht, setze man Plus; hierauf addire man, und was herauskömmt, ist der gesuchte Rest. Z. B.

8a +	2b —	4c +	5d	
—1a —	4b +	3c —	2d	subtrah.
+	+	—	+	addirt
+9a +	6b —	7c +	7d	

3) Größen mit verschiedenen Benennungen können nur neben oder hinter einander gesetzt werden; doch werden alsdenn die Zeichen des Abzugs verwechselt; das heißt, wenn der Abzug + hat: so steht im Reste an

dessen Stelle —; und hat der Abzug —: so setzt man + dafür im Reste. Z. B.

$$\begin{array}{l} a + b - d + e \\ \quad b + m - o \text{ Subt.} \\ \hline a - d + e - m + o \text{ Rest.} \end{array}$$

Anhang. Die Probe der Subtraktion ist, wie jedermann wissen wird, und leicht einsehen kann, wenn man den gefundeenn Rest oder die Differenz wieder zu der abgezogenen Größe addirt: so muß die Summe beider Größen das Ganze wieder enthalten; denn nehme ich etwas hinweg, und füge es wieder hinzu: so ist das Ganze so groß wie zuvor.

$$\begin{array}{ll} & -3a + 2b - 2c + 4d \\ & +6a - 4b + 6c - 2d \\ \hline \text{addire} & -9a + 6b - 8c + 6d \text{ Differenz.} \\ \text{§. 16. 3.} & +6a - 4b + 6c - 2d \text{ abzuziehende Größe.} \\ \hline & -3a + 2b - 2c + 4d \text{ das Ganze.} \end{array}$$

§. 18.

Vorläufige Erklärungen.

Messen, Meßkunst, (Geometrie).

Messen heißt nach einer bekannten Größe (oder nach einem angenommen Maaße) den Inhalt einer unbekannten, vermittelst ihres Verhältnisses, das sie beide zu einander haben, finden oder bestimmen. Bestimmt oder gefunden, wird die unbekannte Größe entweder dadurch, wenn man weiß, wie vielmal die bekannte, oder das Maaß, dieselbe enthalte, oder in ihr enthalten sey; oder auch wenn man angeben kann, um wie viel dieses Maaß größer oder kleiner sey, als die Größe, die man sucht.

Das Maaß ist nach der Willkühr eines Landes oder Ortes von verschiedenem Gehalt; z. B. das Ruthen- oder Ellenmaaß ist in jedem Lande, beinahe an jedem Orte, verschieden. Man braucht auch bey Größenmessungen nicht immer das Wort messen; so nennt man zum Beispiel das Messen oder Bestimmen der Schwere eines Körpers Wägen; das Maaß davon Gewicht.

Die Meßkunst oder Geometrie lehrt die Ausmessung der Größen in Absicht des Raums, welcher die Größen einschließt; oder des Umfanges, welchen dieselben einnehmen.

§. 19.

Anmerkung. Das griechische Wort Mathematik, (worunter überhaupt die Wissenschaften, welche lehren, wie man Größen bestimmen, und mit andern in Vergleichung stellen soll, u. s. f. gewöhnlich verstanden werden) heißt in der Ursprache eigentlich nur eine Wissenschaft oder Lehre im allgemeinen Sinne. Die alten griechischen Philosophen machten gewöhnlich mit der Meßkunst den Anfang in ihren Unterweisungen der Jugend, und sahen sie als die Grundlage aller andern Wissenschaften an; (welche sie auch in hohem Grade ist) so daß sie auch gewissermaßen einen Inbegriff aller andern Wissenschaften andeutet. Diese schon gedachten griechischen

Weisen hatten eine solche Achtung für diese Wissenschaft, daß sie (dieß that besonders Plato) denen den Eingang in ihre Lehrsäle versagten, welche mit den ersten Lehren der Meßkunst nicht bekannt waren.

Eine ähnliche Bewandniß hat es auch mit dem von den Griechen auf uns gekommenen Worte: Geometrie, welches eine Erdmeßkunst bedeutete, ob es gleich jetzt im weitläuftigsten Sinne genommen wird; indem man die mathematische Meßkunst überhaupt auch Geometrie nennt. Als die Meßkunst noch in ihrer Kindheit lag, erstreckte sie sich ohne Zweifel nur auf die Abmessung und Eintheilung kleiner Theile von unsrer Erde.

Die Geschichte, oder vielmehr die Sage (welche jedoch nichts unwahrscheinliches erzählt), schreibet die ersten Versuche der Meßkunst den Aegyptern zu, welche vermöge der Lage ihres Landes, das alljährlich vom Nil überschwemmt wird, genöthiget wurden, ihr Land dann allemal wieder auszumessen und abzutheilen. Diese Naturbegebenheit machte sie also zum Bedürfnisse, und gab Anlaß und Gelegenheit, sie in der Folge mehr zu bearbeiten, und zu einer der erhabensten Wissenschaften zu bilden.

§. 20.

Jede Größe, welche einen gewissen Raum einnimmt, kann auf dreyerley Art ausgedehnt seyn; sie kann lang, breit, dick (hoch oder tief) seyn.

Eine Ausdehnung in die Länge, bildet eine Linie; eine Ausdehnung in die Länge und Breite, bildet eine

Flä-

Fläche; eine Ausdehnung in die Länge Breite und Dicke (oder Höhe, oder Tiefe), bildet einen Körper.

Die Meßkunst lehrt daher dreierley messen: 1) Ausdehnungen in die Länge (oder Linien). 2) Ausdehnungen in die Länge und Breite (oder Flächen). 3) Ausdehnungen in die Länge, Breite und Dicke oder Tiefe rc. (oder Körper), und besteht aus drey Theilen. 1) Aus der Längenmessung (Longimetrie), welche Linien messen lehrt. Z. B. die Länge eines Grabens, die Länge eines Wegs u. s. f. 2) Aus der Flächenmessung (Planimetrie), welche Flächen messen lehrt. Z. B. Aecker, Wiesen rc 3) Aus der Körpermessung (Stereometrie), welche die Körper messen lehrt, z. B. ein Faß, einen Kasten, eine Klafter Holz u. s. w.

§. 21.

Körper.

Ein Körper ist eine Größe, welche sich in die Länge, Breite und Dicke, oder Höhe ausdehnt, z. B. ein Stein, ein Haus, ein Thurm, ein Baum, eine Kugel u. s. w.

Die größte Ausdehnung eines Körpers pflegt man gewöhnlich seine Länge zu nennen, z. B. an einem Hause, zuweilen aber auch die Höhe, z. B. an einem Baume oder Thurme.

Diejenigen Theile an demselben Körper, welche in mehrern solchen Längenreihen neben einander liegen, machen seine Breite aus, und diejenigen, welche über einander liegen, seine Dicke, Höhe oder Tiefe.

§. 22.

Jeder Körper hat gewisse äußere Grenzen, welche man seine Oberfläche nennt; so nennt man z. B. das Aeußerste einer Kugel, eines Apfels u. s. w. seine Oberfläche.

Solche Oberflächen kann man sich nun entweder ganz, oder auch nur gewisse Theile davon allein vorstellen; so hat es zum Beweis der Feldmesser nicht mit der ganzen Oberfläche der Erde, sondern nur mit kleinen Theilen derselben zu thun. Ein Stück Feldes, das Obere eines Flusses u. s. f. nennt man daher eine Fläche überhaupt.

§. 23.

Flächen.

Eine Fläche ist eine Ausdehnung in die Länge und Breite, aber nicht in die Dicke. Z. B. eine Wiese, ein Acker, jede Seite eines Papierblatts u. s. f. Flächen können darum nur eine Ausdehnung in die Länge und Breite haben, weil, sobald eine Höhe oder Dicke daran angenommen würde, die Fächen selbst körperliche Theile enthielten, und nach der angegebenen Erklärung (§. 21.), selbst zum Körper würden, deren äußerste Grenzen (§. 22.) sie doch nur seyn sollen. So enthält die Fläche oder Oberfläche dieses Papierblatts nicht das geringste von seiner Dicke, so unbeträchtlich auch die letztere seyn mag.

§. 24.

§. 24.

Linien.

Eine Linie ist eine Ausdehnung in die Länge, ohne Breite und Dicke. Linien können darum nicht die geringste Breite haben, weil sie sonst Flächen (§. 23), und keine Linien wären.

Es versteht sich von selbst, daß man Linien nach dieser Erklärung oder sogenannte mathematische Linien sich nur denken, oder in Gedanken vorzeichnen kann. Eine Linie auf dem Papier, ein Graben, ein Feldweg, eine Reihe Soldaten, eine ausgespannte Schnur u. s. w. sind nur so etwas ähnliches, oder Zeichen und Abbildungen einer Linie.

§. 25.

Punkt.

Ein Punkt ist die äußerste Gränze einer Linie, und hat weder Länge, noch Breite, noch Dicke, er ist also ohne alle Größe und Ausdehnung oder Umfang.

§. 26.

Die bisher gegebenen Erklärungen, von Flächen, Linien, und Punkten, sind vielleicht manchen auffallend, indem diese Zusammensetzung oder Abtheilung der Körper in der Natur, wo sich nichts ohne Länge, Breite und Dicke befindet, nirgends statt findet; allein wenn man das Erklärte genau überdacht hat; so ist es leicht einzusehen, warum man diese Eintheilung gemacht hat.

Bey der Ausmessung eines Stück Landes, wird nur die Größe der Fläche, das heißt, seine Ausdehnung in die Länge und Breite, ohne Rücksicht der Dicke des Erdbodens, davon verlangt. Um die Längengröße eines Ackers, Wegs, oder Grabens zu wissen, mißt man nur eine Linie von dieser Fläche, oder auch die Gränzseite dieser Fläche, welche eine natürliche Linie bildet, ohne uns um die Breite zu bekümmern.

Wenn wir einen Weg gehen, und verlangen die Länge dieses Wegs zu wissen: so nehmen wir weder Rücksicht auf die Breite der Flächen (der Fluren und Wälder u. s. f.), durch welche er geht, noch auf die Dicke des Erdbodens, worauf sich dieser Weg befindet.

Weil aber die gegebenen Begriffe nur in unsrer Vorstellung sind: so sind sie auch bey der Versinnlichung oder Ausübung z. B. auf dem Papiere oder Felde, nicht ganz passend. So bekommen die auf dem Felde durch Stäbe bezeichneten Punkte gar eine körperliche Größe, aber Niemand betrachtet sie als diese; sondern sie sollen entweder nur die Anfangspunkte, Endpunkte, oder Abtheilungen einer Linie vorstellen, oder sie sind auch nur dazu bestimmt, um von ihnen den Abstand anderer Gegenstände zu bestimmen, u. s. w.

§. 27.

Man kann sich vorstellen, daß eine Linie dadurch entstünde, wenn sich ein Punkt fort bewegt; so wie ungefähr durch den Flug einer Kugel eine Linie hervorgebracht wird.

§. 28.

Um uns in der Meßkunst so viel wie möglich, dem Sin-

Sinne, welchen sie mit ihren Erklärungen verbindet, zu nähern, müssen wir auf dem Papier die Punkte so fein, wie möglich, und die Linien ganz dünne und schmal vorzeichnen.

Die Art ihrer Entstehung und Zusammensetzung, ist in der Ausübung dieselbe. Will man eine Linie auf das Papier verzeichnen: so ist der Anfang ein Punkt, und das Ende auch. Die Linie selbst entsteht also, wenn sich ein Punkt zum andern fort bewegt, und überall Spuren von sich zurück läßt. Von einer solchen Linie könnte man auch allenfalls behaupten, sie bestehe aus lauter Punkten. Ich sage aber mit Fleiß, bey einer solchen, oder bey allen andern verzeichneten Linien überhaupt, kann dieses nur gelten; denn da der Punkt nur die äußerste Grenze einer Linie ist: so kann er nie einen Theil davon ausmachen, oder gar eine Linie hervorbringen.

Um eine Linie auf dem Felde zu ziehen, oder vielmehr abzustecken, bezeichnet man erst einzelne Punkte durch Stäbe, diese Stäbe mit ihren Zwischenräumen an einander gereiht, bilden die Linie.

§. 29.

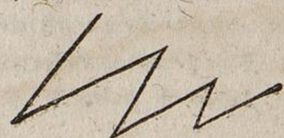
Anmerkung. Hat eine Fläche von Natur, oder durch besondere Einrichtung (nach dem gewöhnlichen Ausdrucke) Grenzen oder vielmehr Grenz-Seiten (welche, wie wir in der Folge erfahren werden, die geometrische Figur ausmachen oder bestimmen): so werden zwar diese Grenz- oder Umfangsseiten auch durch Linien gebildet, welche nach obiger Erklärung Grenzen von der Fläche sind; allein, ich glaube, es wird sich nach den gegebenen Erklärungen nicht leicht jemand vorstellen, daß solche Grenzseiten die einzigen Grenzen der Flächen wären. Die Flächen sind auch nicht immer von der Beschaffenheit, daß sie Grenzen nach dem gemeinen Ausdruck enthielten. Z. B. die Oberfläche einer Kugel.

§. 30.

Bewegt sich ein Punkt in unveränderter Richtung nach einem andern zu: so macht er eine gerade Linie (z. B. ein Sonnenstral oder ein Faden recht straff gespannt), wie die Linie A. B.

A ———————————————— B

Anmerkung. Aendert eine gerade Linie nur in einem oder in mehrern von einander entfernten Punkten, ihre sonst gerade und unveränderte Richtung: so heist sie eine gebrochene Linie. Z. B. das Zickzack des Blitzes bildet eine solche gebrochene Linie.



§. 31.

Aendert aber die Linie ihre Richtung in allen unmittelbar neben einander liegenden Punkten, wie in den Zeichnungen 1. 2. 3. 4. nach a. b. c. d. e. f. u. s. w., es sey zur Rechten oder zur Linken, so beschreibt sie eine krumme Linie. Z. B.

Fig.

Fig. 1. Das Kriechende der Schlange oder ein gemeiner Feldweg u. s. f.

Fig. 2. Der Flug einer Flintenkugel.

Fig. 3 Ein Reif.

Fig. 4. Ein Kreis.

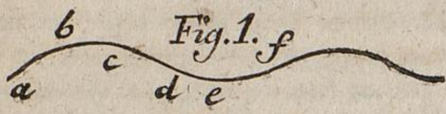
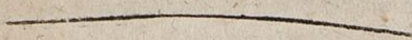
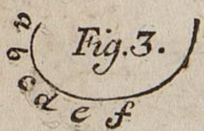


Fig. 2.





§. 32.

Eine gerade Linie ist also diejenige, deren Punkte in gleicher Richtung nach einander fortgehen, und welche daher zwischen zwey Punkten den kürzesten Weg nehmen muß. Z. B. die Linie D.E.

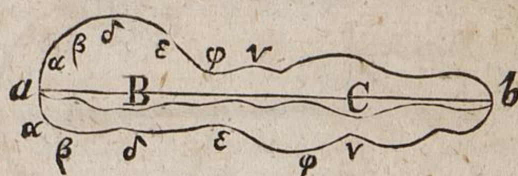
D ———————————————— E

§. 33.

Bey einer krummen Linie hingegen, gehen deren Punkte nicht in derselben Richtung fort. Z. B. die Linie A. b. c. d. e. f. z.

§. 34.

Alle krumme Linien müssen länger seyn zwischen ihren Endpunkten, als die einzige gerade a. B. C. b.; und es kann aus diesem Grunde auch nur eine einzige gerade Linie zwischen diesen Punkten a. b. statt finden; hingegen unzählich viel krumme, a. α. β. δ. ε. φ. ν. b.



§. 35.

Die krummen Linien sind zum Theil regelmäßig, zum Theil unregelmäßig.

Regelmäßige krumme Linien sind diejenigen, deren abweichende Richtung etwas gleichförmiges hat, oder deren einzelne Theile in Proportion gegen einander stehen. Z. B. 1) Die Kreislinie, Figur 1.

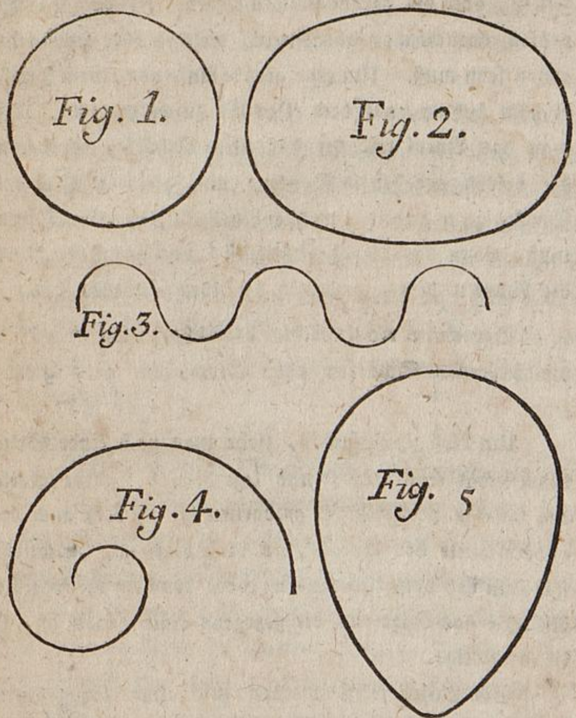
2) Die längliche Kreislinie, Figur 2.

3) Die Schneckenlinie, Figur 3.

4) Die Schlangenlinie, Figur 4.

5) Die Eierlinie oder ovale Rundung, Figur 5. u. s. w.

§. 36.



§. 36.

Unregelmäßige, krumme Linien, sind solche, deren Richtung nichts Gleichförmiges hat, oder deren Theile in keiner Proportion gegen einander stehen. Z. B. die Linien in den Zeichnungen Nro. 1. 2. 3. §. 31.

§ 37.

Vom Lineale.

Um gerade Linien auf Papier (oder Holz) zu zie-

ziehen, oder die gerade Richtung einer solchen Linie zu prüfen, braucht man das Lineal; welches aber selbst sehr genau seyn muß. Um eine gerade Linie von einem Punkte zum andern, auf dem Papiere zu verzeichnen, legt man das Lineal mit der äußersten Schärfe, gerade an die beiden gegebenen Punkte, und zieht von einem Punkte zum andern, welche Linie alsdenn gerade seyn muß, wenn das Lineal richtig ist; und wenn die Hand die Feder u. dergl. immer in derselben Richtung hält.

Bey einem richtigen und brauchbaren Lineal müssen die äußersten Schärfen oder Grenzseiten ganz gerade seyn.

Um dieß zu versuchen, ziehe man nach einer Seite des Lineals eine Linie, und lege darauf dieselbe Seite des Lineals oberhalb der gezogenen Linie; oder auch die andere Seite des Lineals, an diese Linie an. Schließt sich nun bey dem Umwenden, oder bey dem veränderten Anlegen das Lineal an die gezogene Linie genau an: so ist es richtig.

Die Linien selbst werden mit einer sogenannten Reißfeder, oder auch mit einer subtilen Schreibfeder gezogen.

§. 38.

Gerade Linien auf dem Felde zu ziehen.

Auf dem Felde zieht man gerade Linien durch eine straff gespannte Schnur; nach welcher, wenn anders die Linie bezeichnet werden soll, mehrere Pflöcke eingeschlagen,

gen, oder Steine gesetzt, oder auch ein schmaler Graben abgestochen, und aufgeworfen werden kann.

§. 39.

Anmerkung. Wie sich die Zimmerleute, Mäurer, und andere Handwerker, bey Verzeichnung ihrer Linien auf Holz oder Stein, vermittelst einer mit Kreide oder nassem Röthel bestrichenen Schnur, zu helfen wissen, ist allgemein bekannt. Sie halten nehmlich die Schnur an den beiden Endpunkten der Linie straff an, ziehen sie in der Mitte in gerader Richtung von der Linie ab- oder aufwärts, und lassen sie alsdenn auf dieselbe wieder zurückschnellen.

§. 40.

Auf dem Felde eine gerade Linie abzustecken.

Auf dem Felde giebt es oft Linien zu ziehen, deren beide Endpunkte zu entfernt von einander liegen, als daß sie beide mit einemmale durch eine Schnur sich bespannen ließen. Hier thut es nun Noth, diese Linien in mehrere kleine zu theilen, welches Verfahren man Linienabstecken nennt, und wozu man sich gerader runder Stäbe, Absteck- oder Fluchtstäbe genannt, bedient.

(Siehe die Figur des Titelblatts).

Den Anfang des Verfahrens macht man damit, daß man zwey Stäbe in den beiden Endpunkten A und G lothrecht oder aufrecht einsetzt.

Sind diese beiden Punkte A und G bezeichnet: so trete man einige Schritte von A zurück, und visire von A nach G so lange, bis ein Gehülfe einen beliebigen Ab-

thei

theilungspunkt, zum Beispiel in B, welcher aber in gerader Linie mit A und G liegen muß, vermittelst eines Fluchtstabes bezeichnen kann. Dieß kann aber nicht eher geschehen, als bis der Stab A die Stäbe B und G verdeckt; das heißt, wenn ich vor dem Stabe A in einiger Entfernung stehe, und mit dem einen Auge nach der rechten und linken Seite des Stabes A, nach G visire: so muß der vordere Stab den mittlern und hintern so bedecken, daß nichts als die Seiten der Stäbe in die Augenlinie fallen. Durch das Winken mit der rechten oder linken Hand, kann dem Gehülfen in der Entfernung angedeutet werden, ob der Stab rechts oder links von der Visir- oder Augenlinie abweicht.

Mit den Stäben C. D. E. F. muß auf eine ähnliche Weise verfahren werden; sie müssen sich alle auf diese Art unter einander decken, und von dem ersten Stabe A gedeckt werden. Die Höhe der Absteckstäbe oder Fluchtstäbe, kann 6 bis 7 Fuß seyn, und ihre Dicke etwa anderthalb Zoll. Damit man sie leicht in die Erde stecken kann, muß man sie unten mit eisernen Spitzen beschlagen lassen.

Es ist auch nicht unrecht, wenn sie schwarz und weiß angestrichen werden, und zwar so, daß diese beiden Farben in Streifen von der Höhe eines Fußes mit einander abwechseln. (siehe die Stäbe A. B. C. 2c. a. a. O.)

Ist der Punkt G etwas weit entfernt von A: so wird er zur deutlichern Bezeichnung mit einem Signalstabe besetzt; wozu man sich gewöhnlich der sogenannten Meßfahnen bedient.

Die Meßfahnen sind aber darum mit Recht von einem der größten Feld- und Landmesser, dem Herrn Justizrath und Professor Bugge, verworfen worden, weil die Fahne oder Flagge nicht in einer Linie mit dem Stabe stehe, sondern meistentheils von dem Winde abwärts geführt wird, und also einen falschen Visirpunkt angeben muß. Er bediente sich daher mit Vortheil bey seinen großen nnd vielfältigen Messungen, zu Signalen schwarz und weiß angestrichener viereckigter Stücke Leinwand oder Seegeltuch, welche über hölzerne Rahmen gespannt, und an das obere Ende der Stäbe befestiget werden; und auf welcher beide Farben in Streifen, wie bey den Stäben wechseln, (siehe das Signal H auf dem Stabe G auf dem Titelblatt).

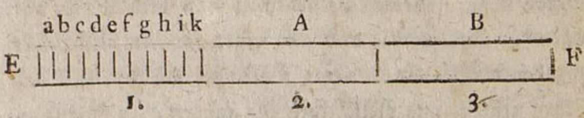
§. 41.

Anmerkung. Das Zurücktreten vom Punkte A ist darum nothwendig, weil die Augenlinie, wenn man zu nahe an den Visirstab A tritt, leicht alsdann zur rechten oder linken Hand von der wahren Visirlinie abweichen kann. Weil man nun aber öfters in Fälle kommen kann, wo das Zurücktreten hinter die Visirstäbe, durch verschiedene Gegenstände unmöglich gemacht wird: so thut man wohl, eine Spalte oder etliche kleine Löcher, in die Gegend der Augenlinie, mitten durch die Stäbe zu bohren; wo man alsdann ganz in der Nähe durch den Visirstab visiren kann.

Das Visiren durch solche durchbrochene oder durchbohrte Stäbe, giebt auch eine noch richtigere Augenlinie an, als das gewöhnliche Zurücktreten vom Visirpunkte.

§. 42.

Eine gerade Linie auf dem Papier auszumessen.



Eine gerade Linie auf dem Papier auszumessen, braucht man einen verkleinerten oder sogenannten verjüngten Maaßstab (Scala). Diese Linien auf dem Papier, werden meistentheils nach größern im Felde, oder auch an andern Gegenständen der Natur und Kunst befindlichen, oder nur gedachten Linien, entworfen und verzeichnet. Aus diesem Grunde enthalten sie in kleinem Maaße, eben die verhältnißmäßige Ausdehnung, welche die natürlichen Linien in größerm und gewöhnlichem Maaße zu haben pflegen. Obige Linie, E F, soll das Maaß dreier Decimalruthen enthalten. Die zwey größern Abtheilungen daran A und B, enthalten ganze Ruthen; die kleinern, a. b. c. d. e. f. g. h. i. k., Schuhe, oder eine getheilte Ruthe.

Würde mir eine Linie, z. B. die Linie G H.

G ———————————— H

gegeben, und ich soll bestimmen, wie viel diese Linie nach obigem Maaßstabe E. F., an Ruthen und Schuhen enthielte: so müßte ich die Ausdehnung dieser Linie, oder

die

die beiden Endpunkte G und H, welche ihre Länge bestimmen, mit dem Zirkel fassen, welches dadurch geschieht, wenn ich die eine Spitze des Zirkels in den Punkt H setze, und den Zirkel so weit eröffne, daß die andere Spitze desselben in den Punkt G trift, und dann diese Eröffnung des Zirkels an den Maasstab halten, um zu sehen, wie viel Theile desselben die Eröffnung des Zirkels fasset. Setze ich die eine Spitze des Zirkels in den Punkt F: so finde ich daß die andere bis in den Punkt f reicht; folglich enthält die Linie H G zwey und eine halbe Ruthe, oder 2 Ruthen 5 Schuhe.

Wäre die gegebene Linie noch weit länger als der Maaßstab: so darf ich nur das Längenmaaß einer oder etlichen Ruthen von dem Maaßstabe mit dem Zirkel abnehmen; an dem einen Endpunkte der Linie den Zirkel einsetzen, und wenn die Länge einer Zirkeleröffnung davon gemessen worden, den Zirkel um den Punkt der andern Zirkelspitze herum bewegen, oder umschlagen, und das so oft und lange, als sich das angenommene Ruthenmaaß auf die gegebene Linie tragen läßt.

Die Bestimmung der Längen-Größe, von Ruthen, Schuhen und Zollen, oder auch von Meilen und dergl. ist ganz willkührlich; man kann die verkleinerten Maaßstäbe nach Belieben größer oder kleiner machen, nur muß man bey Verzeichnung der Figuren einerley Maaßstab beibehalten; so wie man bey verzeichneten Linien allemal wissen muß, nach welchem Maaßstabe sie verzeichnet sind;

weswegen auch den Figuren der gebrauchte Maaßstab beigefügt wird.

Ueber genauere verjüngte Maaßstäbe, die sogenannten geometrischen, kann erst in der Folge Belehrung gegeben werden.

§ 43.

Eine gerade Linie auf dem Felde zu messen.

Zur Abmessung der geraden Linie hat man die natürlichsten Maaße, nämlich die Glieder unsers Körpers, als Füße, Daumen. Breiten, oder auch gewisse Ausspannung und Bewegung derselben, als Spannen, Schritte u. s. f., gewählt Die Fußlänge nennt man Schuhe; die Daumenbreiten, Zolle; und die Spanne der ausgebreiteten Arme, von der äußersten Fingerspitze der linken Hand, bis zur äußersten Fingerspitze der rechten Hand, nennt man Klafter.

Allein, da die Gliedmaßen und Ausdehnungen derselben, bey verschiedenen Menschen selbst verschieden sind: so hat fast jeder Ort ein fest bestimmtes Maaß nach Willkühr eingeführt. Dieser Verschiedenheit der Maaße zu Folge, muß man nun besonders die Größe des Fußes oder Schuhmaaßes seines Orts kennen lernen. Nächst diesem kann man sich auch das rheinländische Fußmaaß bekannt machen, welches in verschiedenen Provinzen Deutschlands eingeführt, und im Bauwesen überhaupt gebraucht wird.

Um eine gerade Linie von einiger Länge zu messen, nimmt man sogleich eine gewisse Anzahl, z. B. zehn, zwölf,

zwölf, wohl sechzehn Schuh oder Fuß zum Maaßstab, und nennt diesen eine Ruthe. So wird die rheinländische Ruthe z. B. in 12 Schuh (gemeine oder Werkschuh) eingetheilt.

Die Länge eines jeden Fußes oder Schuhes, theilt man ferner auch an jedem Orte in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile ab, und nennt sie Zolle. Die Zolle in noch kleinere Theile, welche man Linien oder Striche nennt, u. s. f.

Man theilt bey der zwölf- und sechzehnschuhigen Ruthe, den Schuh in 12 Zoll; jeden Zoll davon in 12 Linien oder Striche, und jede Linie in 12 Skrupel.

Es enthält daher eine:

12 schuhige Ruthe	eine 16 schuhige Ruthe
144 Zoll	192 Zoll
1728 Linien	2304 Linien
20736 Skrupel.	27648 Skrupel.

Eine gemeine Feldmesserruthe zu verfertigen, nehme man eine gerade, runde oder viereckigte Stange von leichtem Holz, und trage den landesüblichen Schuh so vielmal daran, als die Ruthe enthält.

An dem letzten Schuh dieser Ruthe, kann man allenfalls eine Eintheilung in Zolle machen, um kleinere Abtheilungen dieser Ruthe zu bekommen.

Man thut wohl, sich zween solche Meßruthen anzuschaffen oder zu verfertigen, damit, wenn die eine auf der Linie liegt, die andere sogleich daran gestoßen werden kann; denn bey dem sehr gewöhnlichen Umschlagen oder Umkippen einer Meßruthe, wird die Breite oder Dicke des Stabes nicht in Betrachtung gezogen; daher jede gemessene Ruthe um diese Breite oder Dicke länger, und die Messung unrichtig wird.

Es könnte, um größerer Genauigkeit willen, in manchen Fällen nicht ohne Nutzen seyn, wenn man bey dem Messen mit der Ruthe, zuvor erst von einem Stabe zum andern der abgesteckten Linie, eine Schnur horizontal ausspannte, und die Meßstange an diese anlegte.

Daß man diese Meßruthe so vielmal, als die Länge der Linie erfordert, auf die Linie legen, und sich die Anzahl der angelegten Ruthen genau merken müsse, folgt von selbst; allein bey Messungen großer Längen, wo man sich freilich der Meßkette oder einer Meßschnur mit mehrerem Vortheil bedienen kann, thut man wohl, wenn man nur eine gewisse Ruthenanzahl, z. B. 10, oder 20, oder 50, oder 100, nicht nur in die Schreibtafel aufzeichnet, sondern auch auf der Linie selbst, durch einen Stab bezeichnet.

Bey diesem fernern Verfahren giebt die Summe der in der Schreibtafel zusammen addirten oder zusammengezählten Ruthen, nicht nur eben die richtige Länge der Linien an, als wenn man immer in einem fortgezählt hätte, sondern man ist auch dem Irrthum so leicht nicht unterworfen, oder dieser kann wenigstens leichter berichtiget werden; wenn nämlich die Messung von dem letzten Stabe wieder angefangen, oder auch, wenn die

Messung

Messung nicht die strengste Genauigkeit fordert, nur durch das Schrittmaaß geprüft wird.

Zusatz. Habe ich eine Linie von 60 Ruthen gemessen: so ist es am Ende immer eins, ob ich erst 20, dann wieder 20, und nochmals 20 Ruthen, folglich dreimal zwanzig (oder sechzig) Ruthen messe, und dann zusammenziehe, oder sogleich von 1 bis 60 in einem fort zähle. Denn 20 + 20 + 20 = 60.

Weil ich eben des Schrittmaßes erwähnt habe, und dasselbe in vielen Fallen bequem, auch wohl zuweilen nöthig ist: so kann ich nicht umhin, hier einiges darüber zu sagen. Will man nur das Verhältniß der Länge von zwey oder drey Linien überhaupt wissen: so schreitet man diese Linien ab, und zählt die Schritte; die Anzahl der Schritte giebt das Verhältniß oder die Proportion an, um wie viel Schritte die eine größer sey, als die andre.

Will man aber von diesen Linien, oder auch nur von einer derselben, die Ruthenzahl, die sie enthält, durch das Schrittmaaß erfahren: so muß erst die Anzahl der Schritte, welche auf eine Ruthe kommen, oder welche man in einer Ruthenlänge macht, genau bestimmt werden. Dieses kann durch Versuche geschehen, indem man 1, 2, 3, oder 4 Ruthenlängen einzeln, oder etliche zusammen, so lange abschreitet, bis man genau bestimmen kann, wie viel man Schritte auf eine oder etliche Ruthen zählen kann.

Durch ein richtiges Schrittmaaß (und dieses ist leicht zu erlangen, wenn man sich im Schreiten so viel möglich ohne Zwang gewöhnt, lauter Schritte von gleicher Länge zu machen), ist man nicht nur im Stande, in der Geschwindigkeit oder in dem Falle, daß man keinen Maaßstab bey der Hand hat, ziemlich genau eine Linie zu messen, sondern man kann auch eine mit Instrumenten gemessene Linie leicht noch einmal durch das Schrittmaaß prüfen; wenn man etwa in Zweifel steht, ob sich ein erheblicher Fehler eingefunden habe, oder nicht.

Um bey den Messungen langer Linien desto eher fort zu kommmen, pflegt man sich der schon einmal erwähnten Meßschnuren oder der Meßketten zu bedienen, welchen man am schicklichsten die Länge von 5 Ruthen giebt.

In solchen Fällen, welche nicht die strengste Genauigkeit erfordern, ist eine Meßschnur von gutem gezwirnten Hanf hinlänglich. Diese muß aber fest gezwirnt, und vor ihrer Zurichtung, damit sie nicht bey den Messungen durch Nässe auf feuchtem Boden einlaufe, in Leinöl gesotten, und mit Wachs bestrichen werden.

Bey der Abtheilung einer Meßschnur kann man sich allenfalls dadurch helfen, daß man, wenn zuvor die Schnur das richtige Maaß von 5 Ruthen erhalten hat, dieselbe genau fünffach zusammenlegt, die Ruthen mit Tuchflecken oder andern Zeichen bemerkt, und bey der Eintheilung der Ruthen in Schuh eben so verfährt.

Doch

Doch müssen die Ruthen durch ein größeres, oder anderes Zeichen, z. B. durch ein Stückchen Tuch von anderer Farbe, zum Unterschied der Schuhmarken bezeichnet werden.

Die Meßketten werden am besten von Stahldrat, von der Dicke eines Schreibfederkiels verfertiget. Sind sie in halbe Schuh abgetheilt, wie das meistentheils geschieht, damit man sie bequem zusammenlegen, und bey sich tragen kann; so ist die Abtheilung der einzelnen Glieder im Ganzen so: die halben Schuh sind durch bloße Gelenke, die Schuh durch Gelenke und meßingene Ringel, und die Ruthen zum Unterschied der Schuh, mit größeren meßingenen Ringeln bezeichnet. Bey der Zusammenfügung der Glieder muß man darauf sehen, daß von dem Mittelpunkte eines jeden Ringes, bis zum Mittelpunkte des andern, genau die Länge eines Schuhes herauskömmt. An die beiden äußersten Ende der Kette oder Schnur, kommen Griffe (etwa Ringe), die man bequem mit der Hand anfassen kann.

Um bey dem Messen mit der Schnur oder Kette, sich nicht nur des Zählens der Schnuren oder Kettenlängen zu überheben, sondern auch alle Unrichtigkeit, die beim Zählen vorkommen kann, zu vermeiden, bedient man sich der Zeichenstäbchen. Ihre Länge sey von 6 bis 8 Zoll, und $\frac{1}{2}$ Zoll ihre Dicke; damit man zu mehrerer Bequemlichkeit ungefähr 20 Stück, in eine zum Umhängen eingerichtete Kapsel stecken kann. Ihr Gebrauch soll sogleich näher erläutert werden.

Eine, auf einer ebenen Fläche abgesteckte gerade Linie zu messen.

Zu der Messung einer geraden Linie auf dem Felde mit der Meßschnur (oder Meßkette), sind zum wenigsten zwey Personen nothwendig; die eine hält den Anfangspunkt der Schnur genau auf den Anfangspunkt A. der Linie A. G. nachstehender Figur, indem die andere, welche den Endpunkt der Schnur in den Händen hält, und die erwähnten Zeichenstäbe bey sich führt, auf der zu messenden Linie fortgeht, so weit als die Schnur reicht. Ist die Schnur, indem sie auf der Linie liegt, straff genug angezogen so wird zum Zeichen, daß nun 5 Ruthen gemessen sind, ein Zeichenstab eingesteckt (hier ist es der Punkt a.).

Darauf gehen beide auf der Linie (nach G.) vorwärts mit der Schnur, bis der erstere zum eingesteckten Zeichenstabe a. kömmt; welchen er heraus zieht und zu sich steckt. An diesen Punkt a des herausgezogenen Zeichenstäbchens, hält nun der erstere den Anfangspunkt der Schnur wieder, indem der andere bis zum Punkte b gehet, und den zweiten Zeichenstab b einsetzt; welchen bey einem dritten Schnurenschlage der erste wieder herauszieht u. s. w.

Ist auf diese Art die ganze Linie gemessen worden, so muß der erstere alle von dem zweiten eingesetzte Zeichenstäbe haben und wären zum Beispiel 16 oder 20 Stück solcher Stäbe von dem andern eingesammelt wor-

den;

den; so mußte die Linie 16mal 5, oder 20mal 5, das ist, 80 oder 100 Ruthen lang seyn.

Zusatz. Längen auf dem Felde, welche eine große Anzahl Ruthen oder Schritte enthalten, mißt man auch nach Meilen ab. Auch hier hat fast jedes Land nach Willkühr ein bestimmtes Maaß angenommen. So mißt:

Eine gemeine deutsche Meile	20,000 Rheinl. Decimal-Schuhe.		
Eine deutsche oder germanische Meile	14,197	—	—
— geographische .	23,661	—	—
— sächsische Policeimeile von 16,000 Dresdner Ellen	28,878	—	—
— preußische . .	24,700	—	—
— französische (Leuka) .	7042	—	—
— — — (Lieue) .	14,197	—	—
— kleine französische von 2000 Toisen	12,418	—	—
— große französische von 2500 Toisen	15,523	—	—
— alte brittische . .	7456	—	—
— neue englische zu 1760 Yards	513	—	—
— irländische Meile .	6536	—	—
— schottländische . .	7119	—	—

Eine

Eine rußische Werste von	Rheinl. Decimal-Schuh		
1500 Arschins .	3402	—	—
— schwedische Meile von 18,000 schwedischen Ellen .	34 094	—	—
— polnische Meile .	17,745	—	—
— portugiesische .	19 717	—	—
— italiänische . .	5915	—	—
— holländische . .	18,680	—	—
— dänische . .	24,000	—	—
— burgundische . .	18 016	—	—
— spanische . .	13,328	—	—
— ungarische . .	26,625	—	—
— schweizerische . .	26 888	—	—
— böhmische . .	22 017	—	—
— schlesische von 11,250 schles. Ell.	20,658	—	—
— londner von $1666\frac{2}{3}$ Yards	4862	—	—
— hamburger .	24,000	—	—
Olympische Stadien .	591	—	—
Eine römische Meile von 8 olympischen Stadien . .	4701	—	—

§. 44.

Horizontallinien.

Den Begriff, welchen man im gemeinen Leben mit waagerecht, wasserrecht oder wassergleiche verbindet, pflegt man auch mit dem Ausdrucke horizontal in der Meßkunst zu verbinden.

So stehet z. B. in einer richtigen Waage, bey nachstehender Figur 1, der Waagebalken AB waagerecht, oder horizon.

rizontal, eben so ist die untere, ganz äußerste Schärfe A B, einer sogenannten Setz- oder Wasserwage, Figur 2. Wenn der Faden a b mit dem Bleiloth b in der Schwerlinie, und also lothrecht hängt, eine Horizontallinie.

Fig 1.

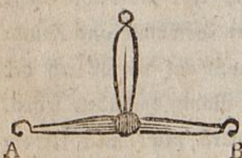
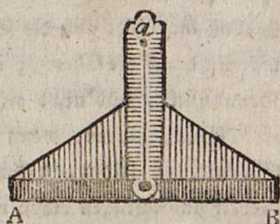


Fig. 2.



Eine Horizontalfläche bildet die Oberfläche eines ruhigen, stillstehenden Wassers, von welcher man auch den Namen wasserrecht oder wassergleich entlehnt hat. Doch kann dieses nur von der Oberfläche des Wassers in einem Gefäß, höchstens von dem Wasser in einem Teiche oder Landsee gelten; bey Flüssen vorzüglich bey dem Weltmeer, kömmt nicht nur die heftige Bewegung des Wassers, sondern auch noch die sphärische Gestalt unserer Erde, in Betrachtung. Bey unebenen oder schrägen Grundstücken, würden die Linien, wenn man Berg auf und Berg ab, wie sie wirklich in der Natur vorhanden sind, messen wollte, natürlicher weise länger ausfallen, als die horizontale Linie §. 34. Aber nicht ohne Grund verlangt man in der Meßkunst, daß alle Linien auf dem

Felde

Felde gerade oder vielmehr horizontal gemessen, und anstatt der unebenen oder der krummen Grundflächen ihre Horizontalfläche oder die wahre Ebene angenommen werden sollen; denn auf einem unebenen Grundstücke werden nicht vielmehr Früchte, Holz u. s. w. wachsen, als auf einem ebenen Stück Landes, das so groß ist, als die Horizontalfläche von dem unebenen. Und wäre auch dieß: so muß man hier auf die Güte der Gewächse und Früchte, nicht auf die Menge; überhaupt auf den Werth der Grundstücke, und nicht auf dem Raum derselben sehen.

Ebene Fluren, wenn sie anderst nicht durch Ueberschwemmung leiden, behalten auch daher vor den unebenen und schrägen einen entschiedenen Werth; weil sie nicht nur ihre zur Erzeugung der Gewächse und Feldfrüchte nöthigen Theile, vor den Wasserströmen behalten, sondern auch noch immer von demselben neue zugeführt bekommen; welcher die Anhöhen entbehren müssen.

Mißt man mit einer Schnur einen nur etwas unebenen Boden: so streicht die Schnur über die Krümmungen der Flächen, oder das Steigen und Fallen des Bodens a. b. c. d. s. nachstehende Figur, hinweg, und giebtdie verlangte richtige Linie A B an.

Dieß ist auch der Grund, warum man Flächen im Felde, welche doch meistentheils nicht ganz gleich oder eben sind, erst mit einer straff angezogenen Schnur horizontal bespannen muß, um eine gerade Linie zu bekomkommen; wenn man nämlich mit der Meßruthe oder Stange genau messen will. Bedienet man sich der Meßschnur oder Ketten in horizontaler Richtung: so geben diese die gerade Linie sogleich gemessen an.

Kömmt aber der Fall vor, daß eine Linie Berg auf und Thal ein gemessen werden soll: so kann man noch weniger die Krümmungen dieser Linie verfolgen, und sie für horizontal annehmen; vielmehr müssen sie so gemessen werden, als wenn man ihre Horizontal-Grundfläche mäße. Dieses geschieht auf folgende Weise:

Sobald sich ein Berg oder eine beträchtliche Erhöhung bey der Messung einer Linie vorfindet; z. B. bey der Linie A. H. nachstehender Figur der Anfang des Bergs b: so muß der eine Feldmesser bey A die Meßschnur so hoch an dem eingesteckten Stabe im Punkte A heben, bis die Linie a b, waagerecht oder horizontal wird. Werden die Linien b. c, c. d. u. s. f. alle auf diese Art gemessen: so müssen die Linien a. b, b. c, c. d. u. s. w. bis g, zusammen eben die Länge haben, als die Länge der horizontalen Grundlinie A. H.

Man wird bey dem Unternehmen solcher Messungen von selbst finden, daß, je beträchtlicher die Höhen

oder

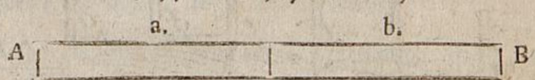
oder Tiefen sind, auch desto kleinere Theile von der Horizontallinie vorgenommen, und gemessen werden können. Weil man die Meßruthen vermittelst einer Setzwaage leicht horizontal legen kann: so kann man sich deren auch hierzu bedienen; doch, um leichter fortzukommen, pflegt man auch mit kleinen Theilen von etlichen Ruthen, einer Meßschnur oder Meßkette in möglichst horizontaler Richtung die Anhöhen oder Berge zu messen.

§. 45.

Der Meßkünstler theilt um der Bequemlichkeit willen, jede Ruthe in 10 Schuh, jeden Schuh in 10 Zoll, jeden Zoll in 10 Linien u. s. w., und deutet die Ruthen durch eine kleine Null, die Schuh aber durch ein einfaches Strichelchen, die Zolle durch ein zweifaches, und die Linien durch ein dreifaches Strichelchen an. Z. B.

$1^{\circ}, 3', 4'', 6'''$, heißt: 1 Ruthe, 3 Schuh, 4 Zoll, und 6 Linien.

Die Länge A B nachstehender Figur, ist der fünfte Theil eines solchen geometrischen, zehntheiligen oder Decimalschuhes, und zwar des Rheinländischen; folglich enthält sie zwey Zoll a b davon; zehen solche Zoll machen einen Schuh, 10 Schuh eine Ruthe aus.



Um den Nutzen des geometrischen Decimalmaaßes und in der Folge die Lehre von den Decimalbrüchen besser einzusehen und kennen zu lernen, wird es hier nicht undien-

dien-

dienlich seyn, die Kenntniß unserer Decimal-Zählung voraus zu schicken.

§. 46.

Jede Zahl durch besondere Zeichen auszudrücken, würde man bey der unendlichen Menge derselben um Zeichen verlegen seyn, wenn man nicht ein Mittel erfunden hätte, durch zehn Zeichen (die Ziffern) alle nur mögliche Zahlen anzudeuten. Dieses Mittel besteht darinnen, daß man den Zeichen oder Ziffern nach den verschiedenen Stellen, welche sie in der Reihe von der rechten nach der linken Hand zu, einnehmen, einen zehnfach steigenden Werth beilegt. So bedeuten und gelten die Ziffer in der ersten Stelle, von der rechten Hand an gerechnet, nur (einfache) Einheiten, weil sie nur so vielmal Eins gelten, als ihr Name lautet. Z. B. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

In der zweiten Stelle (nach der Linken zu) gelten alle diese Ziffern zehnfache Einheiten, oder zehnmal so viel als in der ersten Stelle. Z. B.

10 ist zehnmal so viel als 1.
20 — — — — 2.
30 — — — — 3.

In der dritten Stelle wieder zehnmal so viel als in der zweiten Stelle.

100 ist zehnmal so viel als 10.
200 — — — — 20.
300 — — — — 30. u. s. f.

In der vierten Stelle zehnmal so viel als in der dritten. Z. B.

1000 ist zehnmal so viel als 100.

4000 — — — — 400.

In der fünften Stelle zehnmal so viel als in der vierten. Z. B.

10000 ist zehnmal so viel als 1000.

50000 — — — — 5000.

In der sechsten Stelle wieder zehnmal so viel als in der fünfen. Z. B.

100000 ist zehnmal so viel als 10000.

In der siebenten Stelle wieder zehnmal so viel als in der sechsten und immer so weiter fort.

Man pflegt bey dieser Art zu zählen, welche aus dieser Ursache auch die zehntheilige oder Decimalzählung genennt wird, eigentlich nie höher als bis Zehen zu zählen. Ist man mit Zählen bis auf zehen gekommen, oder hat man 10 Einheiten, welche einen Zehner ausmachen, zusammen: so fängt man von neuem bey der Einheit (1) an, und setzt nur die schon gezählten Zehner dazu. Z. B.

10, Ein Zehner,

11, Ein Zehner und eine Einheit, oder: $10+1$.

12, $=10+2$. 13, $=10+3$. 14, $=10+4$. 15, $=10+5$. u. s. w.

Auf eben diese Weise, wie man aus 10 Einheiten einen Zehner in der zweiten Stelle bekommt: so bekommt man aus zehen solcher Zehnern in der dritten Stelle Ein Hundert. Von Hundert an zählt man wieder mit

Einheiten und Zehnern fort, bis ein neues Hundert herauskömmt.

$10 \times 10 = 100$, zehen Zehner oder Ein Hundert.

$10 \times 10 + 1 = 101$, zehen Zehner und Eins.

$10 \times 10 + 10 = 110$, Eilf Zehner oder ein Hundert und ein Zehner.

$10 \times 10 + 100 = 200$, 20 Zehner oder 2 Hundert.

Hat man zehn Hundert gezählt, so bekommt man Ein Tausend. $10 \times 100 = 1000$ (Tausend). Nun zählt man weiter Einfache Tausende.

$20 \times 100 = 2 \times 1000. = 2000$; $30 \times 100 = 3 \times 1000 = 3000$. $40 \times 100 = 4000$. $50 \times 100 = 5000$ u. s. w. bis zu $10 \times 1000 = 10000$, zehn Tausend oder eine Myriade. Zehnfache Tausende oder Myriaden.

$20 \times 1000 = 20,000$.

$30 \times 1000 = 30,000$ u. s. w.

bis zu $100 \times 1000 = 100,000$ oder Hundert Tausend.

Hundertfache Tausende.

$200 \times 1000 = 200,000$.

$300 \times 1000 = 300,000$ u. s. w.

bis zu $1000 \times 1000 = 1000,000$ oder Einer Million.

Tausendmal Tausende oder Millionen.

$2000 \times 1000 = 2000,000$.

$3000 \times 1000 = 3000,000$ u. s. w.

Tausendfache Millionen oder 1000,000,000, heißen Milliarden.

Tausendmal Tausend Millionen oder Millionen mal Millionen, oder tausend Milliarden (1000,000 ×

 1000,

1000,000) heißen eine Billion (1000,000,000,000); Tausendmal tausend Billionen machen eine Trillion u. s. f.

Zur bessern Uebersicht der Stellen, welche die Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. f. in Zahlenreihen, die mit Ziffern geschrieben sind, einnehmen, sehe man folgende Tabelle:

IVte Stelle enthält Tausende.	IIIte Stelle enthält Hunderte.	IIte Stelle enthält Zehner.	Ite Stelle enthält Einheiten.
VIIIte Stelle enthält zehnfache Millionen.	VIIte Stelle. enthält Millionen.	VIte Stelle enthält hundertfache Tausende	Vte Stelle enthält zehnfache Tausende.

und so fort.

Die Zahl 4|4|4|4 von 4 Stellen enthält also 4 Einheiten, 4 Zehner, 4 Hunderte und 4 Tausende.

Wo keine geltende Ziffer ist, z. E. kein Tausend, keine Hundert, keine Zehner oder Einheit, so setzt man eine Null an deren Stelle, damit das Fach nicht ganz leer bleibt, oder eine Verwirrung entstehe. Z B. die Zahlen

4000 ohne Hundert, Zehner und Einheiten.

400 ohne Zehner und Einheit.

40 ohne Einheit.

$4000 + 400 + 40 + 4 = 4444.$

§. 47.

Vom Decimal-Längenmaaße.

Durch die Eintheilung jeder Ruthe in das zehntheilige

lige (Decimal) Maaß, worinnen man der Eintheilung unsrer Zahlen gefolgt ist, hat man sich große Vortheile verschafft; denn man kann nun nicht nur das Decimal-Maaß wie bloße Zahlen addiren, subtrahiren u. s. f. sondern man ist auch im Stande, die Ruthen in Schuhe, Zolle, Linien u. s. w. in der Geschwindigkeit zu verwandeln. Denn nehme ich die Ruthe als ein Ganzes oder als eine Einheit an, so ist ein Schuh der 10te Theil, ein Zoll der 100ste, und eine Linie der 1000ste Theil einer Ruthe. Ist aber ein Schuh der 10te Theil einer Ruthe, oder sind 10 Schuh eine Ruthe: so müssen zwanzig solcher Theile oder zwanzig Schuh 2 Ruthen, dreißig, 3 Ruthen u. s. w. enthalten; durch das Anhängen einer Null muß also die Anzahl der Decimalruthen allemal in Schuh verwandelt werden. Z. B. 1 R. = 10 S. 2 R. = 20 S. 4 R. = 40 S. Da ein Zoll der 10te Theil eines Schuhes ist, oder da 10 Zoll auf einen Schuh gehen: so müssen folglich 10 Schuh oder eine Ruthe 10mal 10 oder 100 Zoll haben, der Zoll ist also der 100ste Theil einer Ruthe, oder auch, 100 Zoll sind eine Ruthe; wenn ich also 2 Nullen an die Zahl der Ruthen setze: so verwandle ich sie in Zolle. Z. B. 1 R. = 10 S. = 100 Zoll.

Besteht endlich jeder Zoll aus 10 Linien: so muß eine Ruthe, welche 100 Zoll enthält, aus 10 × 100 oder 1000 Linien bestehen. Daher werden die Ruthen durch das Zusetzen dreier Nullen in Linien verwandelt. Z. B. 1 R. = 10 S. = 100 Z. = 1000 Linien. Eine Ruthe ist gleich 10 Schuh. Zehn Schuh oder eine Ruthe ist gleich 100 Zoll, und 100 Zoll oder auch 1 Ruthe ist gleich 1000 Linien. Wollte ich zu einer Decimalruthe oder 1000''' noch 10''' oder 1'' hinzuthun, so geschähe es auf diese Weise 1010'''; denn

$$1000''' + 10''' = 1010'''$$

oder auch zu 1000''' 1' (oder 100''') und 1'' (oder 10'''): 1110'''.

den $1^\circ = 1000'''$

$1' = 100'''$ und

$1'' = 10$ folglich $1^\circ + 1' + 1'' = 1110'''$

Im letzten Beispiele habe ich also 1°, 1', 1'' oder 111 Zoll, durch das Anhängen einer Null, in Linien verwandelt. Was von einzelnen Ruthen, Schuhen u. s. w. gilt, muß auch bey einer Anzahl von Ruthen, Schuhen u. s. w. angehen; und fehlen unter einer gewissen Anzahl von Ruthen, Schuhen und Zollen, die Zolle oder Schuhe; so werden dieselben durch eine Null ergänzt. Fallen z. B. bey obiger einzelnen Ruthe, Schuh und Zoll, die Zoll weg, so schreibt man: 110''; oder blieben die Schuhe weg: so schreibt man 101''.

Eben so, wie man die Ruthen in Schuhe, die Schuhe in Zolle u. s. w. ohne mühsame Multiplikation, verwandeln kann, so ist man auch im Stande, ohne beschwerliche Division, eine Anzahl von Linien wieder in Zoll-, Schuhe und Ruthen zu verwandeln.

Denn da 10 Linien einen Zoll und 10 Zoll (oder 10 × 10 Linien) einen Schuh, und wieder 10 Schuh

(10 × 100 Linien) eine Ruthe ausmachen: so müssen auch 1000 Linien durch das Wegschneiden der Nullen, in eine Ruthe verwandelt werden.

Die Anzahl von 1110‴ bestand aus
10‴ oder 1″
100″, oder 1′ und aus
1000‴ oder 1°.

Man darf also überhaupt bey einer Anzahl von Linien von der rechten nach der linken Hand zu, nur eine Ziffer für die Linien, eine für die Zolle, und noch eine für die Schuhe abschneiden: so ist die Verwandlung geschehen. Z. B.

1°, 1′, 1″, 0‴ eine Ruthe, 1 Schuh und 1 Zoll.
10°, 1′, 2″, 3‴ zehn Ruthen, 1 Schuh, 2 Zoll und 3 Linien.

§. 48.

Addition des Decimalmaaßes.

Man setzt die gegebenen einzelnen Posten von Ruthen, Schuhen, Zollen u. s. f. also unter einander, daß die gleichartigen Größen, Ruthen und Ruthen, Schuh und Schuh u. s. f. unter einander zu stehen kommen. Dadurch erlangt man beim Decimalmaaß den Vortheil, daß man diese Zolle, Schuh und Ruthen, zusammen addiren kann, wie Zahlen, überhaupt wo Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. gesetzt werden.

Wie viel beträgt die Länge zweier Linien, von welchen die eine mißt

$$\begin{array}{llll} 8^\circ. & 7'. & 9''. & 4''' \text{ und die andere} \\ 7^\circ. & 6'. & 4''. & 2''' \\ \hline \text{in Summa } 16^\circ(1). & 4'(1). & 3''. & 6''' \end{array}$$

$4''' + 2''' = 6'''$. $9'' + 4'' = 13''$. also $10''$ oder $1'$ (der als ein solcher zur folgenden Klasse der Schuhe gerechnet werden muß) $+ 3''.7' + 6' + 1' = 14'$ oder $1^\circ + 4'$. Diese einzelne Ruthe muß also mit zu der Ruthenzahl $8 + 7$ addirt werden.

§. 49.

Subtraktion des Decimalmaaßes.

Man setzt hier wieder Zolle unter Zolle, Schuh unter Schuh, wie in der Addition; der Abzug kömmt unten.

Von einer Linie, welche

22° $1'$. $2''$. $3'''$ mißt, soll abgezogen werden

12°. 0 $1''$. $2'''$: verbleiben

10°. $1'$. $1''$. $1'''$.

Von 6°. $0'$. $0''$. $6'''$ soll abgezogen werden

3°. $4'$. $2''$. $3'''$

2°. $5'$. $8''$. $3'''$.

Das Verfahren: $6''' - 3''' = 3'''$.

Weil in den obern Stellen weder Zoll noch Schuh befindlich sind, von welchen man den Abzug von $2''$ nehmen kann: so nimmt man eine von den Ruthen, und theilt sie in ihre 10 Schuh. Einen Schuh nimmt man von diesen 10 Schuhen, und zieht die $2''$ davon ab.

1'

$1' = 10'' - 2'' = 8''$

9' blieben noch von der getheilten Ruthe übrig, also

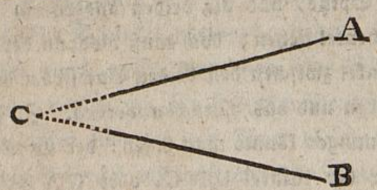
$9' - 4' = 5'$

Und $5^\circ - 3^\circ = 2^\circ$.

§. 50.

Von den Winkeln.

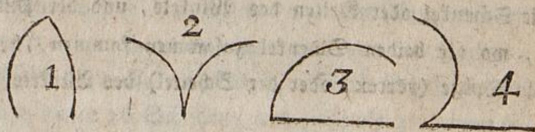
Treffen zwo Linien. z. B. A C. und B C. in ihrer Richtung endlich in einem Punkte zusammen: so entsteht ein Winkel (angulus).



Ein Winkel ist daher die Neigung zweier Linien, A B und A C, die auf der einen Seite in einem gemeinschaftlichen Punkte a. (s. nachfolgende Figur) zusammen treffen; indem sie sich auf der andern immer weiter von einander entfernen. Die Linien A B und A C heißen die Schenkel oder Seiten des Winkels, und der Punkt a, wo die beiden Schenkel zusammen kommen, heißt die Spitze (vertex, oder der Scheitel) des Winkels.

Will man einen Winkel anzeigen, so benennt man ihn entweder durch einen einzelnen Buchstaben, der in oder an die Spitze des Winkels gesetzt wird, oder man benennt ihn auch durch drey Buchstaben, wovon der eine an der Spitze, und die beiden andern am Ende der beiden Schenkel stehen; doch muß alsdann der Buchstabe am Winkel zwischen den beiden Buchstaben der Schenkel geschrieben und ausgesprochen werden. Z. B. in vorigen Zeichnungen könnte man sagen: der Winkel a oder A. Ferner der Winkel B A C, oder C A B; aber ja nicht A B C, A C B, oder B C A, C B A.

Es giebt auch Winkel von krummen Linien, die entweder unter sich selbst oder mit geraden Linien zusammen laufen. Im erstern Fall heißen sie ganz krummlinicht; s. Figur 1, 2. Im andern vermischtlinicht; Figur 3 und 4.



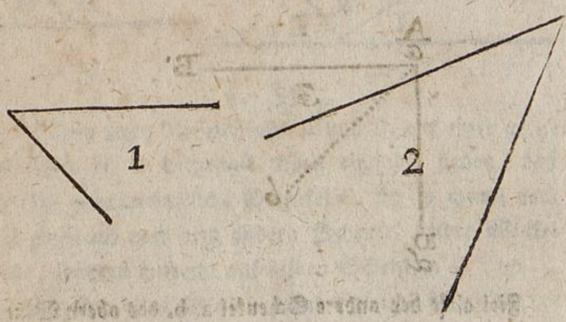
Bey krummlinigen Winkeln können die Schenkel eine solche Lage gegen einander haben, daß sie beide nicht in einerley Ebene aufliegen. Die sogenannten Gabeln, oder das Zusammenlaufen zweier Aeste an den Bäumen, bilden zuweilen solche Winkel.

Anfänger haben es nur mit ebenen, geradlinigten Winkeln zu thun, und wenn die Rede bloß von Winkeln, ohne nähere Bestimmung ist; so werden gemeiniglich auch nur solche Winkel darunter verstanden.

Das Zeichen der Winkel ist ∟

§. 51.

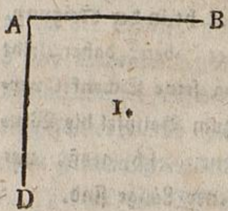
Die Größe eines Winkels besteht in der Neigung, die seine beiden Schenkel zu einander haben; daher bleibt ein Winkel gleich groß, man mag seine Schenkel verlängern oder verkürzen. So sind zum Beispiel die Winkel in der ersten und zweiten Figur gleich groß, ungeachtet die Schenkel von verschiedener Länge sind.

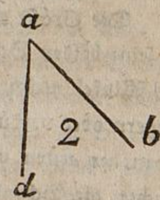


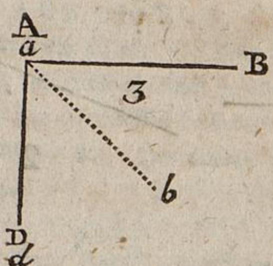
Um

Um zu erfahren, welcher Winkel von zwey oder mehrern gegebenen, z. B. von den Winkeln der nachstehenden ersten und andern Figur, der größere sey, darf man sie nur auf einander passen, oder dergestalt über oder in einander legen, daß die Spitze a. und ein Schenkel a. d. des oben gelegten Winkels, die Spitze A. und den einen Schenkel A. D. des untern Winkels deckt.

Fällt nun der andere Schenkel a. b. des obern Winkels innerhalb des untern: so ist offenbar der untere größer. Z. B. der Winkel D. A. B. ist größer als der in oder auf denselben hinein gelegte Winkel d. a. b. Figur 3.



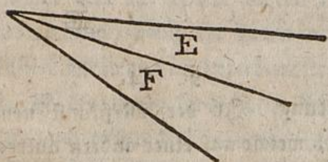




Fiel aber der andere Schenkel a. b. des obern Winkels ebenfalls auf den andern Schenkel A. B. des untern, so daß Spitzen und Schenkel in beiden Winkeln einander deckten: so wären sie einander gleich, oder einer wäre so groß als der andere.

§. 52.

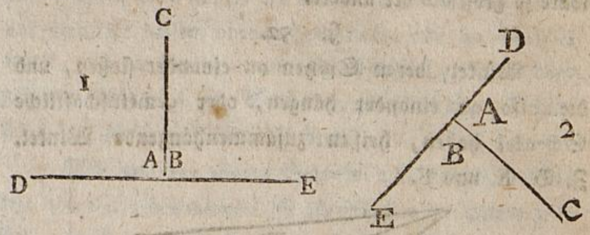
Winkel, deren Spitzen an einander stoßen, und die also an einander hängen, oder gemeinschaftliche Schenkel haben, heißen zusammenhängende Winkel. Z. B. E. und F.



Stehen aber solche Winkel gemeinschaftlich auf einer geraden Linie, so heißen sie Nebenwinkel, z. B. die Winkel G und H. oder I. K. L. sind Nebenwinkel.

§. 53.

Wenn zwey Nebenwinkel A und B. auf einer geraden Linie D. E. dergestalt neben einander stehen, daß der eine gemeinschaftliche Schenkel C. sich so wenig nach dem einen als nach dem andern Schenkel beider Winkel neigt, sondern aufrecht auf beiden Schenkeln D und E. steht; so sind beide Winkel einander gleich, und jeder der beiden Winkel wird ein rechter oder gerader Winkel (angulu gulus rectus) genannt. Die Winkel A und B. sind rechte Winkel. Figur 1. 2.



§. 54.

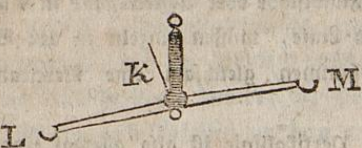
Anmerkung. In der Meßkunst nennt man jede gerade Linie, welche auf einer andern aufrecht oder winkelrecht steht, wie die Linie C in vorigen beiden Figuren, auf der Linie D. E. senkrecht, lothrecht oder perpendikulär.

Die Zunge auf dem Wagebalken bildet eine solche Perpendikularlinie, denn sie steht winkelrecht oder aufrecht auf demselben.

Im gemeinen Leben und auch in der engern Bedeutung des Worts, sind nur diejenigen Linien senkrecht, lothrecht, die mit derjenigen Richtung gleichlaufend sind, welche ein Stein, Gewicht oder ein anderer Körper, im freien Hängen oder Fallen, gegen die Erde zu nimmt, oder wenn man denselben an das eine Ende A eines Fadens befestiget, und so das andere Ende B mit der Hand festhaltend, in freier Bewegung fallen läßt.

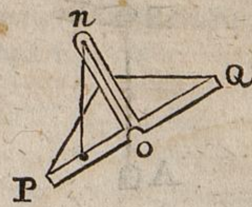
Eine solche Linie wird aber nur auf einer Horizontallinie oder Fläche und auf keiner andern senkrecht stehen; denn nur alsdenn, wenn der Faden mit dem Bleiloth an der Wasserwage in obige beschriebene freie Richtung gebracht wird, ist die untere Linie horizontal. s. §. 44.

Weil aber nach obiger Erklärung in der Geometrie jede Linie senkrecht heißt, sie mag auf einer geraden Linie stehen, auf welcher sie will, wenn sie nur winkelrecht auf derselben steht; so bleibt die Zunge K auf dem Wagebalken L M. immer perpendikulär, wenn auch letzterer nicht wagerecht steht.



Eben so bleibt eine auf die Setzwage gezeichnete Linie n. o. beständig perpendikulär oder winkelrecht auf der untern Linie P. Q', wenn letztere auch nicht horizontal gestellt wird, und folglich der Faden mit dem Bleiloth aus der Schwerlinie gebracht wird.

Zum



Zum Unterschiede nennt man nun alle diejenigen Perpendikulärlinien, nach welchen sich alle freifallende Körper, dem Gesetze ihrer Schwere zufolge, in gerader Linie nach der Erde zu, und wenn man sich dieselben verlängert dächte, gerade durch den Mittelpunkt derselben fortbewegen würden: Vertikallinien.

So muß jeder Thurm in der Vertikallinie stehen, jede aufgeführte Mauer eine Vertikalfläche bilden, weil sie nach der vertikalen Richtung eines sogenannten Bleiloths errichtet wird. Eine Vertikallinie oder Fläche steht senkrecht auf einer horizontalen.

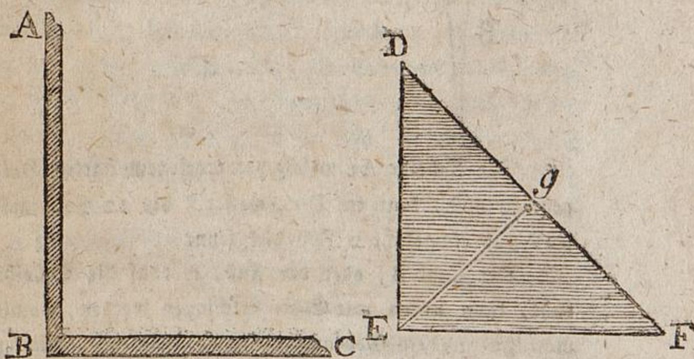
Die Fluchtstäbe oder Absteckestäbe in einer geraden abgesteckten Linie, müssen einzeln in der Vertikallinie stehen, zusammen gleichsam eine Vertikalfläche ausmachen.

Jede Vertikallinie ist also allemal eine senkrechte oder perpendikuläre; doch ist nicht jede senkrechte nach geometrischen Begriffen eine vertikale; eben so mit den Flächen.

§. 55.

Zweite Anmerkung. Eine Perpendikularlinie kann errichtet werden auf jedem beliebigen Punkte einer geraden

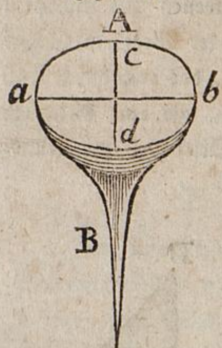
den Linie, und zwar am geschwindesten und leichtesten durch einen Winkelhaken A B C, oder durch ein hölzernes oder metallenes Dreieck D E F, das auch durch Hülfe eines angehängten Bleiloths g, als eine Setzwage gebraucht werden kann, wenn die Seite D F zur Grundlinie genommen wird.



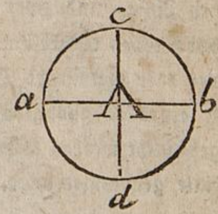
Ist eine Linie gegeben, auf welcher eine perpendikuläre errichtet werden soll; so legt man die Schärfe der Linie B C oder B A des Winkelmaßes, genau auf diese Linie und zwar so, daß der Punkt B auf dem gegebenen Punkte der Linie zu liegen kommt; die Perpendikularlinie kann alsdann nach Gefallen an dem andern Schenkel des Winkelhakens errichtet werden. Das Verfahren mit dem Dreieck ist dasselbe.

Einen geraden oder rechten Winkel auf dem Felde abzustecken, bedient man sich folgenden Instruments, welches gewöhnlich eine Kreuz- oder Winkelscheibe genennt wird.

Figur 1.

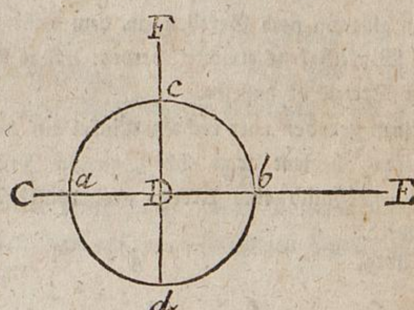


Figur 2.



Die Scheibe A, welche von trockenem harten Holz gedreht wird, kann im Durchmesser 8 bis 12 Zoll messen, und ohngefähr 2 Zoll dick seyn.

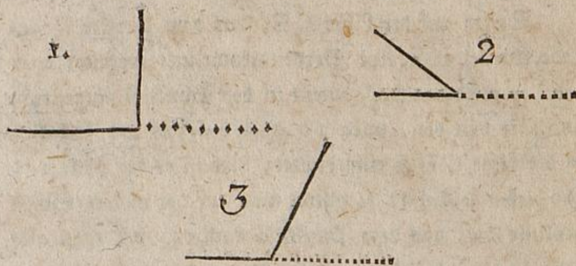
Der Stab B, oder der Fuß, worauf die Scheibe ruht, kann unten mit Eisen beschlagen werden, damit man ihn bey dem Gebrauch dieses Instruments, leichter in die Erde feststecken kann. Die geraden Linien a b und c d, die einander auf der Scheibe rechtwinklich durchkreuzen, und welche durch feine Einschnittslinien bemerklich gemacht werden, dienen statt der Visirlinien, um gerade Winkel auf dem Felde abzustecken.



Sollen auf der Linie C E, aus dem Punkte D gerade Winkel oder eine Perpendikulärlinie errichtet werden: so wird das Instrument in den Punkt D eingesteckt, und eine von den Linien a b oder c d auf der Scheibe, in die Linie C D E eingerichtet; hier ist es die Linie a b. Ist dieses geschehn: so visiret man auf der andern Scheibenlinie d c, aus dem Punkte d nach c; wo man alsdann in einer beliebigen oder auch gegebenen Entfernung, z. B. im Punkte F, zur Bezeichnung der Perpendikularlinie, einen Stab einstecken läßt. Von Errichtung der Perpendikularlinien auf dem Papier mit dem Zirkel, und im Felde mit der Kette oder Schnur, soll in der Folge Unterricht gegeben werden.

§. 56.

Da alle rechte Winkel einander gleich sind (§. 51.53), oder da ein rechter Winkel weder größer noch kleiner genennt werden kann, als ein anderer rechter: so darf man sich daher den einen Schenkel aller und jeder Winkel, nur durch die Spitze verlängert vorstellen, um dann zu urtheilen, ob man noch einen gleichen Nebenwinkel erhalte, wo alsdann der Winkel ein rechter ist (§. 53.); s. die nachstehende 1. Figur, oder ob der Nebenwinkel größer oder kleiner ist, als ein rechter; wo auch alsdenn der Winkel kleiner oder größer, als ein rechter Winkel seyn muß. Siehe Figur 2 und 3.



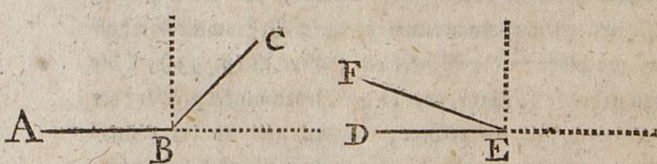
Zur Zeichnung oder Prüfung rechter Winkel, können die in vorigem §. angeführten Instrumente gebraucht werden.

§. 57.

Ein Winkel, der kein rechter und folglich größer oder kleiner, als ein solcher seyn muß (§. 56.) heißt ein schiefer.

Ist der schiefe Winkel größer als ein rechter, so heißt er ein stumpfer. Z. B. der Winkel A B C.

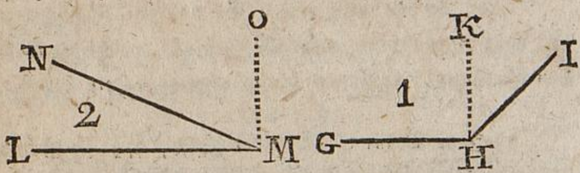
Ist aber der schiefe Winkel kleiner als ein rechter, so heißt er ein spitziger Winkel. Z. B. der Winkel D E F.



§. 58.

Um einen stumpfen oder spitzigen Winkel mit einem rechten in Vergleichung zu stellen, muß man 1) von einem stumpfen Winkel, um einen rechten Winkel zu er-

erhalten, denjenigen Winkel, um welchen er zu groß ist, abziehen (subtrahiren), und 2) zu einem spitzigen Winkel, um einen rechten zu erhalten, denjenigen Winkel hinzuthun (addiren), welcher daran fehlt.



Figur 1. G. H. I. ist ein stumpfer Winkel, durch die Fällung der Perpendikularlinie K H. findet man, daß er um den Winkel K H I. größer sey, als ein rechter. Denn der Winkel G H I — K H I = G H K oder gleich einem rechten Winkel.

Figur 2. der Winkel L M N ist spitzig, denn er ist um den Winkel N M O kleiner als ein rechter.

Der Winkel L M N + N M O = einem rechten Winkel L M O.

§. 59.

Viele Wahrheiten oder Lehrsätze der Meßkunst sind an sich selbst so klar und begreiflich, daß sie keines Beweises bedürfen. Man nennt sie Grundwahrheiten oder Grundsätze (Axiome), weil in ihnen der Grund der Beweise bey etwas schwerern oder wenigstens zusammengesetztern Sätzen, in der Folge liegt, oder weil aus denselben die Beweise der übrigen hergeleitet werden. Folgende gehören hierzu.

1) Gleich lange, gerade Linien, decken einander, alle diese Linien sind einander selber gleich.

2) Zwey gerade Linien können keinen Raum einschließen.

3) Winkel sind gleich, wenn sie einander decken (§. 51).

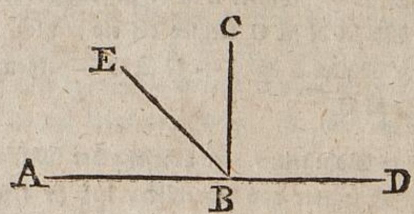
4) Alle rechte Winkel sind einander gleich u. s. w. (§. 53).

§. 60.

Hier werden auch einige Grundsätze der allgemeinen oder sogenannten reinen Mathematik, welche die Größen überhaupt betreffen, nicht am unrechten Orte stehen.

§. 61.

1) Jede Größe ist sich selber gleich, d. h. sie ist und bleibt dieselbe, wenn sie gleich in verschiedenen Fällen vorkommt oder angewendet wird. So behält ein deutscher Thaler in unsern Rechnungen immer den Werth von 24 Groschen. Eben so behält der Winkel E B C an sich dieselbe Größe, man mag durch ihn den kleinern Winkel A B E, oder den größern C B D vermehren.



§. 62.

2) Wenn zwey Größen einander gleich sind: so kann allemal die eine statt der andern gesetzt werden.

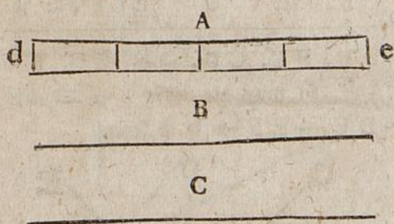
Der Winkel F G H ist = dem Winkel H G I, und der Winkel H G I = dem Winkel F G H.

Ich kann also überhaupt anstatt des Winkels F G H, den andern nehmen; und eben also auch entgegengesetzt.

Ein Thaler ist eben so viel als 24 Groschen; es gilt also gleich, ob man sagt 1 thlr. oder 24 gl.

§. 63.

3) Wenn von zweien oder mehrern Größen, jede einer dritten gleich sind, so müssen diese beiden auch einander selbst gleich seyn.



Die Linien B und C müssen einander gleich seyn, weil sie beide der Linie d e gleich gemacht worden, oder weil sie beide nach einem Maaßstabe A gezeichnet sind.

Schuhe, die über einen und denselben Leisten gemacht sind, sind alle gleich groß; Abdrücke, die nach einer Form gemacht werden, sind einander alle gleich. So sind die Abdrücke von Büchern, Kupferstichen alle einander gleich, weil sie alle mit derselben gesetzten Form oder gestochenen Platte überein kommen.

Wenn $A = B$ und $C = B$, so muß auch $A = C$.

Ferner: wenn $D = E$, $E = F$, $D = F$, so muß D, E und F unter einander gleich, und D und F einzeln genommen $= E$ seyn.

24 gl. = 1 thlr.
48 Sechser = 1 thlr.

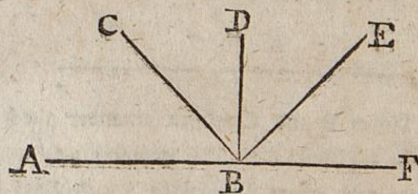
Folglich 24 gl. = 48 Sechsern.

§. 64.

4) Alle Theile einer Größe müssen zusammen genommen der ganzen Größe oder dem Ganzen gleich seyn.

A B C D E F G

Sind AB, BC, CD, DE, EF, FG Theile einer Linie AG, so muß die Linie $AG = AB + BC + CD + DE + EF + FG$ seyn.



Die Winkel $ADB + DBF = 2$ R. W. (rechten Winkeln) §. 53.

Theile ich den Winkel ABD in die Winkel ABC und CBD; ferner den Winkel DBF in die beiden Winkel DBE und EBF: so müssen die Winkel $ABC + CBD + DBE + EBF$, dennoch $= 2$ R. W. seyn.

Eine

Eine Reihe von 24 gl. (als Theilen des Thalers), sind zusammen dem Ganzen des Thalers gleich.

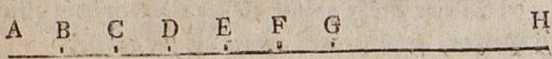
24 Groschen = 1 thlr.

48 Sechser = 1 thlr.

288 Pfennige = 1 thlr.

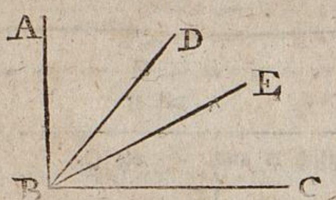
§. 65.

5) Das Ganze ist größer als der größeste Theil davon, auch größer als einige Theile davon zusammen genommen.



AH > GH.

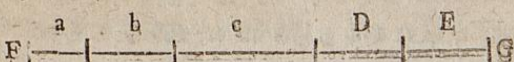
AH > AB + BC + CD + DE.



Der rechte Winkel A B C > als der spitzige Winkel E B C.

Der R. W. A B C > als die spitzigen Winkel E B C + D B E.

6) Jeder Theil oder auch einige Theile vom Ganzen zusammengenommen, müssen kleiner seyn, als das Ganze selbst.



$a < FG.$

$a + b + c < FG.$

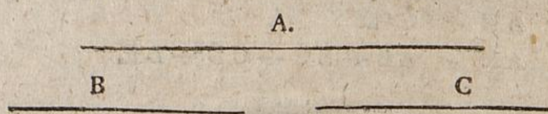
Die beiden spitzigen Winkel D B E + E B C (siehe obige Figur) können noch nicht so groß seyn, als der einzige rechte Winkel A B C.

20 gl. < 1 thlr.

20 gl. + 3 gl. < 1 thlr.

§. 66.

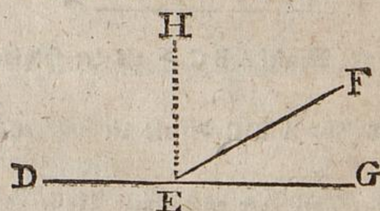
7) Ist eine Größe größer als die eine von zwey gleichen Größen, so ist sie auch größer als die andere.



$B = C$

$A > B$

Folglich A auch > als C.



Der Winkel D E H = dem Winkel G E H.
Der Winkel D E F > als der Winkel D E H.
Folglich ist er auch größer als der Winkel G E H.

8) Eben

8) Eben so wenn eine Größe kleiner ist als eine von zwey gleichen Größen, so ist sie auch kleiner als die andere.

Der spitzige Winkel F E G in voriger Figur, ist kleiner als der R. W. H E G; folglich ist er auch kleiner als der R. W. D E H.

§. 67.

9) Wenn man zwey gleiche Größen hat und addiret oder thut zu beiden einerley Größen hinzu; so müssen wieder gleiche Größen entstehen.

A B

C

A + C

B + C

Ist A so groß als B, und man addirt C eben sowohl zu A als zu B (A + C und B + C); so ist auch A + C eben so groß als B + C.

Dieß drückt man auf mathematische Art so aus:

$$
\begin{array}{c}
A = B \\
\text{(addire) } C = C \text{ (§. 61.)} \\
\hline
A + C = B + C
\end{array}
$$

Sechs Viergroschenstücke sind = 1 Thaler, und 2 Viergroschenstücke sind = 8 gl.

Wenn

Wenn ich zu den 6 Viergroschenstücken noch 2 andere hinzulege, und zu dem Thaler 8 Groschen hinzuthue, so geben beide Additionen eine gleiche Summe.

6 Viergroschenst. = 1 thlr.
2 Viergroschenst. = 8 gl.

8 Viergroschenst. = 1 thlr. 8 gl.

Eben so ist $8 = 6 + 2.$
$4 = 3 + 1.$

$12 = 9 + 3.$

§. 68.

10) Ungleiche Größen zu zwey gleichen Größen hinzugethan (oder addirt), geben in der Summe ungleiche Größen.

c C

A B

A + c

B + C

$A = B$
$c < C$ addirt.

$A + c < B + C.$

Habe ich 24 Groschen und 48 Sechser, und thue zu den Groschen 8 gl. und zu den Sechsern 8 Sechser hinzu: so giebt die Summe der ersten Addition 32 gl. und

und die der andern 56 Sechser oder 28 gl.; denn 8 gl. $>$ 8 Sechser.

$$\begin{array}{rcl} 24\text{ gl.} & = & 48\text{ Sechser.} \\ \text{addirt } 8\text{ gl.} & > & 8\text{ Sechser.} \\ \hline 32\text{ gl.} & > & 56\text{ Sechser oder } 28\text{ gl.} \end{array}$$

§. 69.

11) Wenn man zu einer größern und kleinern Größe, einerley oder gleiche Größen hinzuthut oder addirt, so wird auch die eine Summe größer als die andere.

$$\begin{array}{l} C > c. \\ A = B.\ \text{add. (§. 68.)} \\ \hline A + C > B + c. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} C > c. \\ A = A.\ \text{(§. 61.) add.} \\ \hline C + A > c + A. \end{array}$$

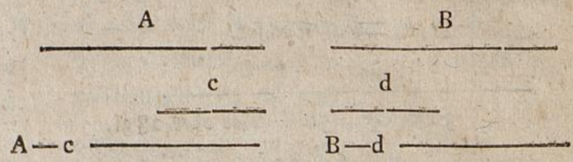
Zu 24 Groschen und zu 24 Sechsern thue man beyderseits 6 gl. oder 12 Sechser hinzu: so beträgt die erstere Summe 30 gl. und die andere 18 gl.

$$\begin{array}{rcl} 24\text{ gl.} & > & 24\text{ Sechser.} \\ 6\text{ gl.} & = & 12\text{ Sechser} \\ \hline 30\text{ gl.} & > & 36\text{ Sechser oder } 18\text{ gl.} \end{array}$$

§. 70.

12) Wenn von zwey gleichen Größen gleich viel weggenommen, oder von beiden gleiche Größen subtrahirt

hirt werden: so muß von beiden Größen gleich viel übrig bleiben, oder ihre Reste müssen einander gleich seyn.



$$A = B$$
$$\text{subtrah. } c = d$$
$$A - c = B - d$$

Wenn ich acht Groschen von 24 Groschen wegnehme und 16 Sechser von 48 Sechsern: so bleiben auf beiden Seiten 16 gl. oder 32 Sechser übrig.

24 gl. = 48 Sechser.
abgez. 8 gl. = 16 Sechser.

16 gl. = 32 Sechser oder 16 gl.

§. 71.

13) Zieht man eine gleiche Größe ab von zwey ungleichen Größen (oder von einer kleinern und einer größern Größe): so wird von den Resten auch der letztere größer seyn, als der erstere.

$$A + C > A + c.$$
$$\text{subt. } A \quad \text{subt. } A$$
$$C > c.$$

Ziehe ich von 24 gl. 2 gl. ab, und von 24 Sechsern

sern 4 Sechser: so bleibt bey dem erstern 22 gl. und bey dem letztern 20 Sechser übrig.

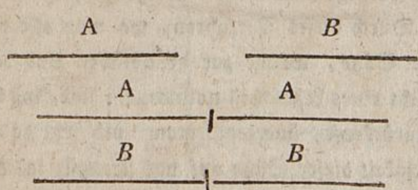
$$
\begin{array}{rcl}
24\,\text{gl.} & \geq & 24\,\text{Sechser.} \\
2\,\text{gl.} & = & 4\,\text{Sechser.} \\
\hline
22\,\text{gl.} & > & 20\,\text{Sechser oder } 10\,\text{gl.}
\end{array}
$$

Oder:

$$
\begin{array}{rcl}
24\,\text{gl.} & > & 12\,\text{gl.} \\
2\,\text{gl.} & = & 2\,\text{gl.} \\
\hline
22\,\text{gl.} & > & 10\,\text{gl.}
\end{array}
$$

§. 72.

14) Wenn zwey Größen einander gleich sind: so ist auch das Doppelte, Dreifache, Vierfache u. s. w. dieser Größen, einander gleich.



Wenn $A = B$.

So muß auch $A + A = B + B$.

oder $2A = 2B$.

Eben so $3A = 3B$.

$4A = 4B$ u. s. w.

Wenn 1 thlr. = 24 gl.: so müssen auch 2 thlr. = 2×24 gl. = 48 gl. u. s. w. seyn.

15) Eben

15) Eben so muß auch die Hälfte, der dritte oder vierte Theil zweier gleichen Größen, einander gleich seyn.

Wenn $A = B$. so muß

$\frac{1}{2} A = \frac{1}{2} B$.

$\frac{1}{3} A = \frac{1}{3} B$ u. s. w.

Wenn 1 thlr. = 24 gl.: so muß

$\frac{1}{2}$ thlr. = $\frac{24}{2}$ gl. = 12 gl.

$\frac{1}{3}$ thlr. = $\frac{24}{3}$ gl. = 8 gl.

Anmerk. 1. Einige andere Grundsätze dieser Art, kommen noch in der Folge vor.

Anmerk. 2. Von anderer Art sind die Lehrsätze oder Theoreme. Diese können an und vor sich selbst Niemanden ohne Beweis (das heißt, ohne Vergleich mit andern Sätzen, oder ohne Zurückweisung auf dieselben), von ihrer Wahrheit überzeugen.

Durch dieses Verfahren, wo man alle vorhergehende Sätze, welche zur gründlichen und deutlichen Einsicht eines Lehrsatzes nothwendig sind, ins Gedächtniß zurückruft, überzeugt man, und setzt dadurch die Richtigkeit dieser Sätze auf das strengste ins Licht.

§. 73.

Lehrsatz.

Alle Nebenwinkel auf einer geraden Linie, sind gleich zwey rechten Winkeln.

Fig. 1.

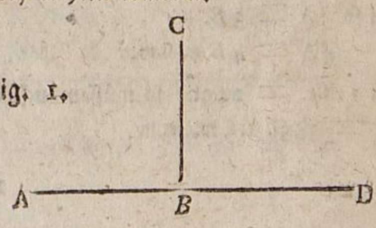
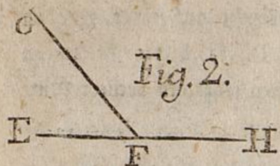


Fig.



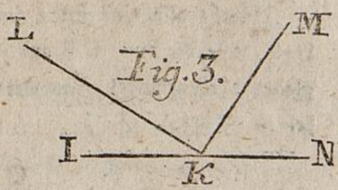
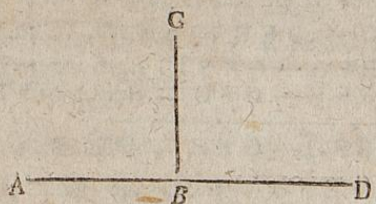


Fig. 1. die Winkel A B C + C B D = 2 R. W.

Ferner sind Fig. 2. die Winkel E F G + G F H 2 R. W.

Eben so auch Fig. 3. die Winkel I K L + L K M = + M K N = 2 R. W.

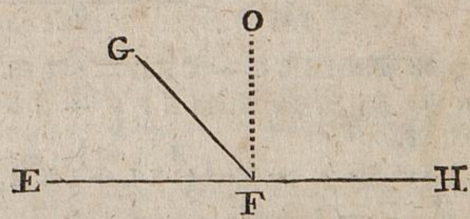
Beweis.



1) Die Winkel A B C + C B D = 2 R. W.

Setzt man zwey gerade oder rechte Winkel, z. B. die Winkel A B C und C B D mit ihren Spitzen dergestalt an einander, daß sie den einen Schenkel C B mit einander gemein haben: so liegen ihre beiden andern Schenkel in einer geraden Linie A D, oder beide rechte Winkel stehen auf einer geraden Linie neben einander, und sind also Nebenwinkel.

Steht also eine Linie senkrecht auf einer geraden Linie, wie die Linie C B auf A D: so bildet sie zween gleiche Nebenwinkel, von welchen jeder ein rechter Winkel ist (§. 53.).



2) Die Winkel E F G + G F H = 2 R. W.

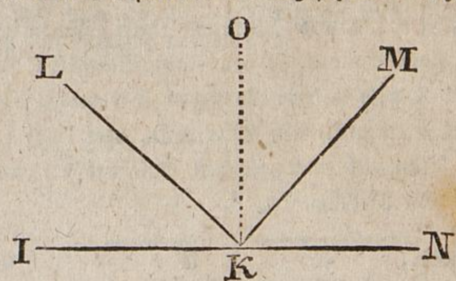
Man ziehe die Perpendikularlinie O F: so sind die Winkel E F O + O F H = 2 R. W. (§. 53.)

addirt $\begin{cases} EFG + GFO = \text{einen rechten Winkel.} \\ GFH - GFO = \text{einen rechten Winkel.} \end{cases}$

E F G + G F H = 2 R. W.

Die Winkel E F O + O F H sind also = 2 R. W. Eben so die Winkel G F E + G F H = 2 R. W.

(Wenn zwey Größen einander gleich sind, so kann allemal die eine statt der andern gesetzt werden. §. 62.)



3) Die Winkel I K L + L K M + M K N = 2 R. W.

Man ziehe die Perpendikularlinie O K: so sind die Winkel O K I + O K N = 2 R. W. (§. 53.)

Die Winkel L K I + O K L = einem rechten Winkel.

(Alle Theile einer Größe müssen in Summa dem Ganzen gleich seyn. §. 64.)

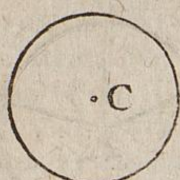
Eben so auch sind die Winkel O K M + M K N = einem rechten Winkel.

Folglich addirt sind die Winkel I K L + L K O + O K M + M K N = 2 R. W. Weil der Winkel L *K* M = den Winkeln L *K* O + O K M (§. 64): so können anstatt des Winkels L *K* M die beiden andern gesetzt werden (§. 62.).

Vom Kreise, oder der Zirkellinie.

§. 74.

Eine krumme Linie, welche sich immer in gleicher Weite um einen festen Punkt herum bewegt, und in sich selbst zurückkehrt, wird eine Kreislinie genennt.

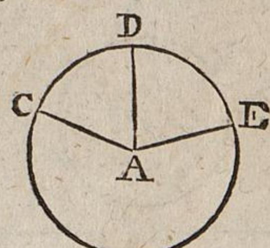


Der Punkt C in der Mitte der Kreislinie heißt der Mittelpunkt oder das Centrum des Kreises; weil die krumme Linie immer in gleicher Entfernung, und zwar in allen Punkten um denselben herumläuft.

Anmerk. Man nennt zuweilen auch eine Kreislinie einen Umkreis oder die Peripherie.

§. 75.

Alle gerade Linien, die man von einem Punkte der Kreislinie, bis zu einem andern Punkte derselben, durch den Mittelpunkt durchziehen oder sich denken kann, z. B. A B und C D heißen Durchmesser oder Diameter.



Jede Linie aber, die aus dem Mittelpunkte (A) nach jedem Punkte der Peripherie gezogen oder gedacht werden kann (z. B. C, D, E), heißt der Halbmesser oder Radius (die Speiche) des Zirkels, z. B. die Linien A E, A D, A C.

§. 76.

Weil die Kreislinie in allen Punkten gleich weit von dem Mittelpunkte entfernt ist, so müssen also auch alle vom Mittelpunkte aus nach der Kreislinie gezogene gerade Linien, oder alle Radii eines Zirkels, einander gleich seyn.

Ferner müssen auch alle Durchmesser eines Zirkels einander gleich seyn, weil sie aus zweien Halbmessern bestehen. (Wenn zwey Größen einander gleich sind: so sind auch diese Größen doppelt genommen, einander gleich. §. 72.)

§. 77.

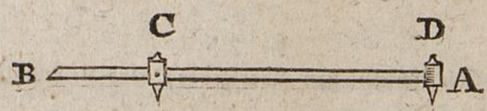
Die schicklichsten Werkzeuge, eine Zirkellinie zu ziehen, sind:

1) Die gewöhnlichen Schenkelzirkel, die auf dem Papier gebraucht werden; diese sind entweder steife oder Einsatzzirkel; bey diesen letztern kann der eine Schenkel herausgenommen, und an dessen Stelle eine Reißfeder, ein Punktirrädchen oder eine Bleifeder eingesetzt werden. Ihre Tugenden sind: daß ihre Gewinde oder ihre Scharniere nicht zu locker sind, und im Auf- und Zumachen nicht zuweilen stocken, dann wieder geläufiger sind, welches eine ungleichförmige Bewegung hervorbringt; son-

dern daß sie immer stete sind. Ferner, daß ihre Schenkel wohl zusammen passen, und beim Zumachen nahe an einander liegen; folglich auch beide gleiche Längen und Spitzen haben.

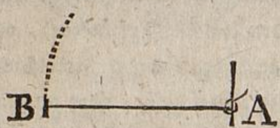
Will man mit diesem Instrument einen Kreis beschreiben: so wird die Spitze des einen Schenkels in denjenigen Punkt gesetzt, welcher zum Mittelpunkt oder Centro angenommen werden soll, und der andre Schenkel wird um den erstern herum gedrehet, wo alsdann die Spitze des andern den Umkreis beschreibt. Bey der Zeichnung eines Kreises wird der Zirkel aufrecht und so leicht wie möglich, mit einigen Fingern geführt.

2) Die Stangenzirkel, die von Handwerksleuten auf Holz oder Stein oder auch auf dem Felde gebraucht werden.



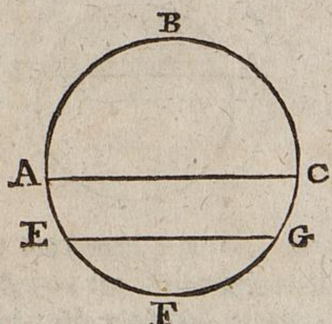
Die Spitze C ist beweglich, und kann an der Stange A B hin und her geschoben, und an jedem beliebigen oder verlangten Punkte durch eine Schraube befestiget werden; die Spitze D aber setzt man, wenn man einen Zirkel beschreiben will, in den Mittelpunkt ein, und zieht dann mit der Spitze C, indem man letztere um die erstere herum bewegt, die verlangte Peripherie. Uebrigens kann dieser Zirkel auch zum Abmessen und andern Verrichtungen gebraucht werden, wie jener.

3) Einen Kreis im Felde zu beschreiben, steckt man einen Stab, an welchen man eine Schnur befestiget in dem gegebenen Mittelpunkte A ein, dehnet hierauf die Schnur so weit, als der Kreis gehen soll, z. B. bis in den Punkt B. Hier hält oder befestiget man wieder einen Stab an die Schnur, und führt denselben, indem man die Schnur straff anzieht, im Umkreis um den erstern herum.



§. 78.

Ein jeder Theil der Peripherie oder des Umkreises, heißt ein Bogen (arcus), A B C und E F G sind Bogen.



§. 79.

Eine gerade Linie, welche von einem Endpunkte des Kreises bis zu einem andern geht, heißt eine Sehne (Chorda).

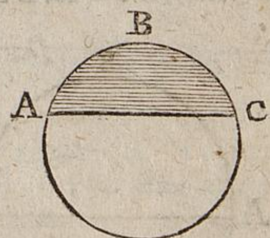
Die Linien A C und E G in voriger Figur, sind Sehnen.

§. 80.

Bey einem Kreis oder Zirkelzeichnung denkt man sich nicht nur den Umriß (Perimeter), oder die Zirkellinie, sondern auch zugleich die Zirkelfläche, welche von dieser Zirkellinie eingeschlossen oder umgrenzt wird.

Einen Theil dieser Kreisfläche, der durch einen Bogen A B C, und eine Sehne A C, von der Zirkelfläche abgeschnitten wird, heißt ein Kreisabschnitt (Segment).

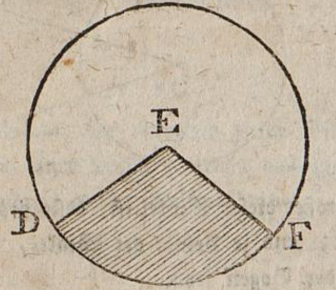
Die Fläche A B C ist ein Kreisabschnitt.



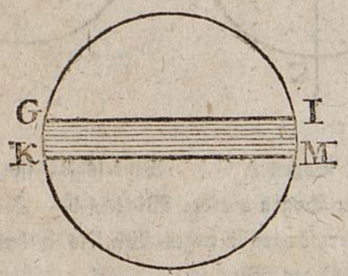
Hingegen nennt man einen Theil der Kreisfläche, der durch einen Bogen D F, und zwey Halbmesser D E und E F, von der Kreisfläche abgesondert wird, einen Kreisausschnitt (Sector).

Die

Die Fläche D E F ist ein Kreisausschnitt.

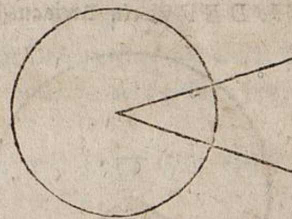


Anmerkung. Denjenigen Theil der Kreisfläche aber, welcher durch zwey gleichlaufende Sehnen, G I und *K* M, aus der Kreisfläche ausgeschnitten wird, nennt man einen Streifen des Kreises (Zona).

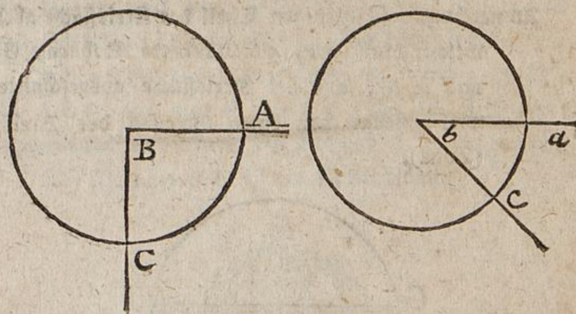


§. 81.

Legt man die Spitze eines Winkels an den Mittelpunkt eines Kreisbogens: so müssen beide Schenkel einen gewissen Bogen abschneiden, der zwischen diese Schenkel fällt.



Je größer dieser Winkel ist, desto größer muß auch der Bogen; und je kleiner der Winkel, um so kleiner muß auch der Bogen seyn.



Der Bogen A C des Winkels B, ist offenbar größer als der Bogen a c des Winkels b. Eben so ist umgekehrt der Bogen a c des Winkels b kleiner, als der Bogen A C des Winkels B.

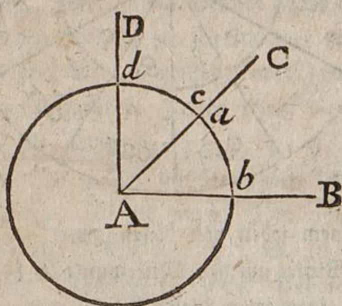
§. 82.

Linien, sie mögen gerade oder krumm seyn, sind einander gleich, wenn sie einander decken, d. h. wenn bey dem Aufeinanderlegen nicht nur ihre Endpunkte, sondern

dern auch alle übrigen Punkte in der ganzen Richtung der Linien, genau auf einander fallen.

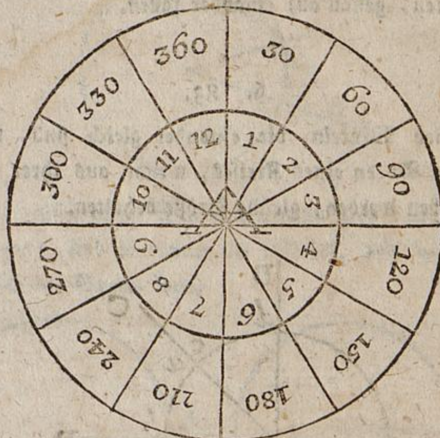
§. 83.

Bey Winkeln, die einander gleich sind, müssen auch die Bogen eines Kreises, welche aus ihrer Spitze beschrieben werden, gleiche Größe behalten.



Da hier die Winkel C A B und C A D absichtlich einander gleich gemacht worden sind: so sind auch die Bogen a b und c d einander gleich, weil beide gleiche Winkel auch einen gleich großen Theil von der Zirkellinie abschneiden. Folglich sind bey gleichen Winkeln auch die Bogen einander gleich.

§. 84.



In einem jeden von diesen zwey Kreisbögen sind 12 gleiche Winkel um den Mittelpunkt A herum gelegt. Theilt man einen jeden dieser Winkel wieder in 30 gleiche Winkel: so erhält man 360 gleiche Winkel um diesen einzigen Mittelpunkt A; und einen jeden dieser Winkel nennt man einen Gradwinkel.

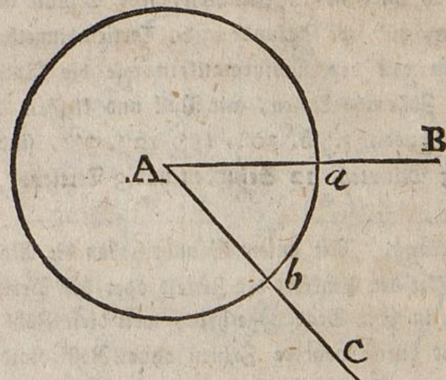
Aus diesem Grunde wird auch der Umkreis oder die Peripherie eines jeden Zirkels, er sey klein oder groß, in 360 Theile oder kleine Bogen, eingetheilt; weil nämlich die Schenkel von 360 Gradwinkeln, welche um einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt herum liegen, jeden um denselben gezogenen Kreis auch in 360 gleiche Bogen theilen.

Ein

Ein jeder von diesen 360 Theilen heißt ein Grad; jeder Grad wird in 60 Minuten, jede Minute in 60 Sekunden, und jede Sekunde in 60 Tertien eingetheilt; sie werden von den Mathematikern wie die Ruthen, Schuhe, Zolle und Linien, mit Null und kleinen Strichen bezeichnet, z. B. 30°, $15'$, $12''$, $3'''$, sind 30 Grad, 15 Minuten, 12 Sekunden und 3 Tertien.

Anmerkung. Mit gutem Grunde haben die Mathematiker den Umkreis des Zirkels oder die Peripherie, in 360 Grad abgetheilt, weil diese Zahl sich leicht durch mehrere Zahlen ohne Rest dividiren läßt, z. B. durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 u. s. w. Je größer die Peripherie selbst ist, um desto größere Bogen macht jeder von den 360 Gradtheilen. So kommt z. B. in der mathematischen Geographie, unter mehrern Kreislinien, die man sich um den Erdboden gezogen denkt, auch eine um die Mitte der Erdkugel vor, welche der Aequator heißt. Dieser wird auch in 360 Grad eingetheilt, um auf den Landkarten die Gegenden der Weltmeere, oder die Lage der Länder, Städte und Dörfer, oder auch den Lauf der Flüsse, zu bestimmen; aber ein jeder dieser Grade hat eine Länge von 15 deutschen Meilen.

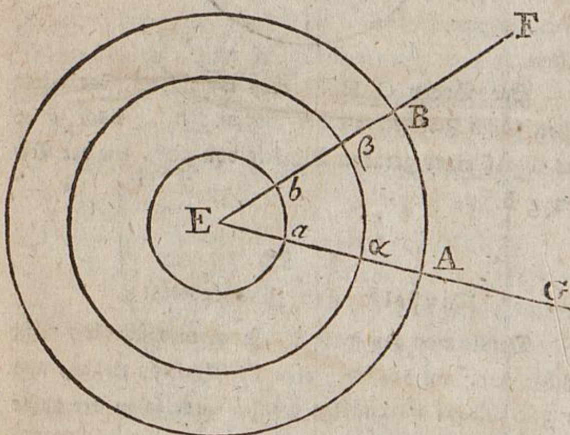
§. 85.



Wenn man die Größe des Winkels B A C angeben soll: so verlangt man die Größe der Neigung seiner beiden Schenkel (§. 51.), und diese kann man genau angeben, wenn man weiß, wie viel er Grade von dem ganzen Umkreis, oder von der Peripherie des Zirkels, in dessen Mittelpunkte seine Spitze liegt, abschneidet; das heißt, wie groß der Bogen a b zwischen den Schenkeln des Winkels ist. Das Maaß des Winkels B A C ist also der Zirkelbogen a b, der aus der Spitze des Winkels durch beide Schenkel gezogen wird. Daher sagt man, der Winkel habe so und so viel Grad, weil der Bogen des Winkels so viel Grad hat. Wenn man z. B. findet, daß der Bogen a b 45° von den 360 Graden des Zirkels enthält: so sind diese 45° das Maaß des Winkels B A C.

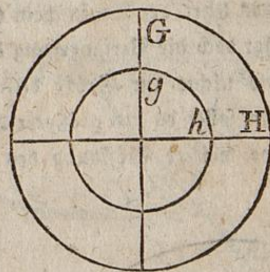
§. 86.

Anmerkung. Es kann nicht darauf ankommen, wie weit man den Zirkel öffnet, um aus der Spitze eines Winkels, den man messen will, einen Bogen zu ziehen, das lehrt der Augenschein in der Figur §. 84. Trägt doch die Verlängerung der Schenkel eines Winkels nichts zur Größe desselben bey (§. 51.), warum sollte es ein größerer Bogen thun, der durch eine weitere Eröffnung des Zirkels entstanden ist?



Der größere Bogen A B des Winkels F E G, enthält nicht mehr als 45 Grad von seinem Zirkel, dessen Theil er ist, wie der kleinere a b von seinem kleinern Zirkel, und der kleinere nicht weniger als der mittlere

$\alpha\beta$. Also ist es einerley, ob ich einen Winkel durch den Bogen eines größern Zirkels, oder durch den Bogen eines kleinern messe; wenn sie nur sonst beide aus einem und demselben Mittelpunkte gezeichnet sind.



Der Bogen G H ist eben sowohl nur der vierte Theil seines Zirkels, als der Bogen g h. Auch ist er das Maaß eines geraden Winkels von 90°, wie der Bogen g h.

§. 87.

Winkelmesser (Transporteur).

Damit man bey jeder Messung eines Winkels nicht nöthig hat, um denselben eine Kreislinie zu ziehen, und in 360 Grade abzutheilen (wozu auch schon der halbe Kreis von 180 Grad hinlänglich wäre), um die Größe eines Winkels zu finden: so gebraucht man lieber, um die Anzahl der Grade eines Winkels auf dem Papier zu finden, einen sogenannten Transporteur. Dieser ist ein halber Zirkel, der in 180 Grad getheilt ist, und am am besten von Metall, doch auch aus gutem Holze, oder von glatter Pappe, bereitet werden kann.

Folgende Figur stellt einen solchen Transporteur vor.

Um einen Transporteur zu machen, zieht man auf dem Papier eine gerade Linie A C, und beschreibt über derselben aus dem Punkte Z einen halben Kreis A B C, und in einiger Entfernung von jenem, noch drey bis viere, als A b C und A β C. In dem Halbkreis A B C trägt man den Halbmesser dieses Bogens, oder die Eröffnung des Zirkelinstruments, womit dieser beschrieben worden ist, dreimal herum, wodurch derselbe in drey gleiche Theile, in A b, b c und c C getheilet wird.

Jeden dieser Theile theilt man wieder in zwey Theile, und jeden von diesen wieder in drey Theile: so hat man den ganzen halben Kreisbogen in achtzehn gleiche Theile getheilt, von welchen ein jeder 10 Grad enthält.

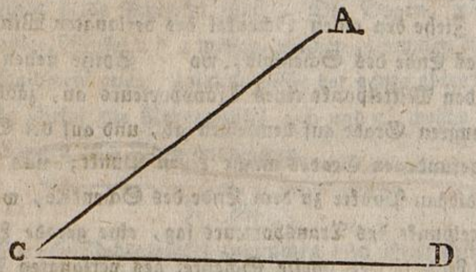
Endlich theilet man noch einen jeden dieser 10 Grade in 2 gleiche Theile, und zuletzt jeden dieser Theile in 5 gleiche Theilchen: so ist der ganze Transporteur abgetheilt.

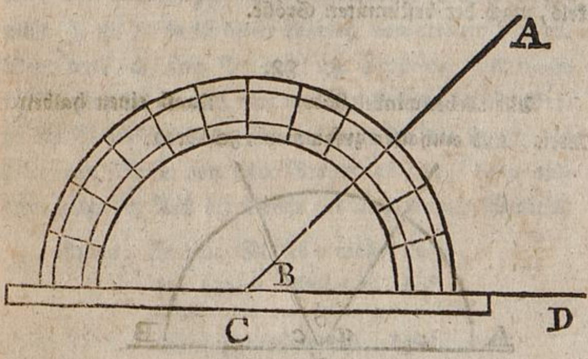
Die Linien, welche die Grade in beiden Kreisen A B C und A b C von einander absondern, werden vermittelst des Lineals gezogen, indem man dasselbe genau an den Mittelpunkt Z und an die Abtheilungspunkte anlegt.

Bey größern Transporteuren, als der vorliegende, kann die Zahl der einzelnen Grade angegeben und dazu geschrieben werden; hier sind sie nur von zehn zu zehn Graden mit Ziffern bezeichnet.

Ist man mit Verfertigung des Transporteurs so weit gekommen: so darf man nur das überflüßige Papier zwischen dem Durchmesser und dessen ersten Kreisbogen, ausschneiden: so ist er zum Gebrauch fertig.

Damit das Papier bey dem Aufleimen auf Pappe oder Holz, nicht einläuft: so thut man wohl, dasselbe sogleich vor der Zeichnung und Abtheilung, auf das letztere aufzuleimen. Dieses muß aber mit der möglichsten Genauigkeit geschehen, so daß das Papier eine gerade Lage bekömmt.





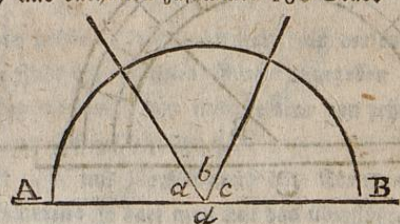
Die Größe eines gegebenen Winkels, z. B. den Winkel A C D, findet man, wenn der Mittelpunkt C des Transporteurs, an die Spitze des Winkels B, und der Halbmesser C D des Transporteurs, genau an den einen Winkelschenkel B D gelegt wird; denn nun zeiget der andere Schenkel C A, die Zahl der Grade, welche das Maaß dieses Winkels sind, an.

Einen Winkel, dessen Maaß von Graden gegeben ist, errichtet man auf folgende Weise:

Ziehe den einen Schenkel des verlangten Winkels; an das Ende des Schenkels, wo die Spitze stehen soll, lege den Mittelpunkt eines Transporteurs an, zähle die verlangten Grade auf demselben ab, und auf der Stelle des gefundenen Grades mache einen Punkt; nun ziehe von diesem Punkte zu dem Ende des Schenkels, wo der Mittelpunkt des Transporteurs lag, eine gerade Linie; diese Linie ist der zweite Schenkel des verlangten Winkels, nach der bestimmten Größe.

§. 88.

Alle Nebenwinkel haben zum Maaß einen halben Kreis, und enthalten zusammen 180 Grad.



Die

Die Winkel a b c sind Nebenwinkel.

1) Auf jeder geraden Linie läßt sich aus jedem Punkte ein halber Kreis beschreiben. Nebenwinkel stehen auf einer geraden Linie, §. 52. Folglich kann aus dem Punkte d ein halber Kreis auf der Linie A B errichtet werden.

2) Das Maaß jeden Winkels ist ein Bogen, der aus der Spitze des Winkels beschrieben wird, und zwischen beide Schenkel fällt. Die Bogen, welche obige Winkel a b c messen, machen zusammen einen Halbkreis aus. Folglich misset der ganze obige halbe Zirkel die Nebenwinkel a, b und c, welche zusammen 180 Grad ausmachen.

§. 89.

Da alle Nebenwinkel zusammen 180 Grad enthalten, weil nämlich jeder halbe Kreisbogen so viele Grade mißt (§. 88): so ist dieser Lehrsatz von großem Nutzen. Denn weiß ich, zum Beispiel, die Größe der Nebenwinkel b und c im vorigen Paragraph: so kann ich die Größe des Winkels a leicht finden, wenn ich die Größe der bekannten Winkel von 180 Graden abziehe; denn alsdann zeigt der Rest die Größe des unbekannten Winkels.

Gesetzt, der eine Winkel c mäße 80°
der andere Winkel b 60°

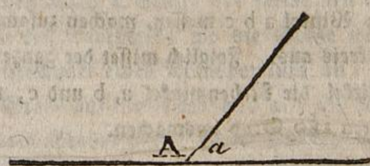
also beide zusammen 140°

So müßte, wenn von 180°
140° abgezogen werden,

---

der dritte Winkel a 40° messen.

Sind der Nebenwinkel nur zwey: so ist das Verfahren noch einfacher; denn so darf man nur einen, dessen Größe man weiß, von 180°, als dem Maaße beider Winkel, abziehen: so muß der Rest die Größe des andern Nebenwinkels enthalten.



Der Winkel a mißt 45°.
Man ziehe also von 180°
45° ab,

---

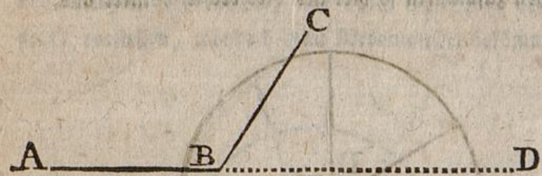
bleiben 135°.

Also mißt der andere Winkel A 135°.

Kömmt also bey wirklicher Messung eines Grundstücks der Fall vor, daß einer von zween Nebenwinkeln gemessen werden soll, zu dem man nicht wohl kommen kann: so mißt man den andern Nebenwinkel, und zieht seine Größe von 180° ab, und so findet man den verlangten Winkel.

Zuweilen ist es auch rathsam, den einen Schenkel, z. B. AB eines Winkels ABC, den man nicht leicht messen

messen kann, an der Spitze B nach D zu, zu verlängern (wie §. 56.), um dadurch einen Nebenwinkel zu bekommen, der leichter und sicherer zu messen seyn kann.



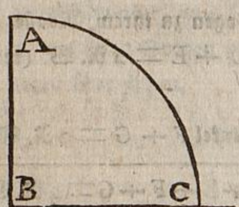
§. 90.

Zwey gleiche Nebenwinkel sind beide rechte Winkel (§. 53.).

Da nun alle Nebenwinkel zusammen 180 Grad haben (§. 88.): so hat also jeder rechte Winkel halb so viel, oder 90°.

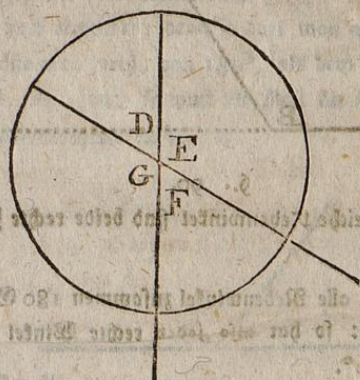
Oder:

Weil ein halber Kreisbogen das Maaß von zween rechten Winkeln, oder auch von Nebenwinkeln überhaupt ist: so ist demnach ein Viertels-Kreisbogen oder ein Quadrant, das Maaß von einem rechten Winkel, z. B. A B C.



§. 91.

Sämtliche Bogen aller Winkel, die um einen Punkt herum gehen, sind einem ganzen Kreisbogen gleich, und machen zusammen so viel als vier rechte Winkel aus.



Das Maaß des Winkels D + E ist $\frac{1}{2}$ Kreisbogen (§. 88.).

Eben so das Maaß des Winkels F + G = $\frac{1}{2}$ Kreisbogen.

Folglich (addirt) haben die Winkel D + E + F + G einen vollen Kreisbogen zu ihrem Maaße.

Die Winkel D + E = 2 R. W. (rechten Winkeln) (§. 53.).

Eben so sind die Winkel F + G = 2 R. W. folglich sind

die Winkel D + E + F + G = 4 R. W. (addirt).

Trifft

Trifft es, daß die Winkel, die um einen Punkt herum liegen, keine Nebenwinkel, wie in voriger Figur, bilden: so darf man sich den einen Schenkel, eines Winkels von diesem, nur durch die Spitze verlängert, vorstellen, wodurch man Nebenwinkel bekömmt.

§. 92.

Winkel, die einander mit den Spitzen gegenüber stehen, und dergestalt in einem Punkte zusammentreffen, daß die Schenkel des einen, durch die Spitze verlängert, die Schenkel des andern ausmachen, heißen Scheitelwinkel, oder Vertikalwinkel, und zwar aus eben dem Grunde, weil sie mit ihren Spitzen oder Scheiteln (vertices) einander gegen über stehen.

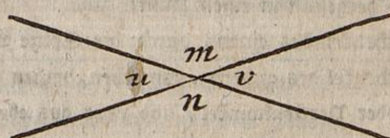
Die Winkel A und B sind Scheitelwinkel.

Der Winkel A ist ein Scheitelwinkel von B; eben so umgekehrt ist der Winkel B ein Scheitelwinkel von A.

Die Winkel a und b sind auch Scheitelwinkel.

§. 93.

Alle Scheitelwinkel sind gleich groß, oder einander gleich.



Die Winkel u + m = 180°. (§. 88.)

Eben so sind die Winkel m + v = 180° (§. 88.)

(Alle Nebenwinkel sind zusammen 180 Grad gleich.)

Der

Der Winkel m = dem Winkel m. (§ 61). (Jede Größe ist sich selber gleich.)

Die Winkel u + m sind = dem Winkel m + v. (§. 62.). (Zwey Größen, die einer dritten gleich sind, sind einander selber gleich.)

Wird nun der Winkel m = m subtrahirt oder abgezogen, oder der Winkel m von der Summe der beiderseitigen Nebenwinkel, wozu er selbst mit gehört, abgerechnet oder weggenommen:

so ist der Winkel u = dem Winkel v. (§. 70.)

(Weil sie von zwey gleichen Summen, nach Abzug einer und derselben Größe, übrig blieben; denn wenn von zwey gleichen Größen gleichviel weggenommen wird: so müssen wieder gleiche Größen übrig bleiben.)

Hat der Winkel m 145°: so bleiben für seinen Nebenwinkel v 35° übrig.

Nimmt man nun den Winkel u zum Nebenwinkel: so ist dieß derselbe Fall.

Folglich mißt der Winkel u 35°, wie der Winkel v.

Auf diese Weise sind auch die Winkel m + v = 180°. (§ 88.)

Ebenfalls die Winkel v + n = 180°.

Der Winkel v = dem Winkel v. (§. 61.)

Die Winkel m + v = den Winkeln v + n.
(§. 62.)
(abgez.) Die Winkel v = dem Winkel v. (§. 61.)

So ist auch der Winkel m = dem Winkel n. (§. 70)
Oder der Winkel m + v — v = dem Winkel n + v — v.

Zusatz,

welcher einige Anleitung zur Zeichnung einiger künstlichen krummen Linien, die aus Zirkelstücken bestehen, enthält.

Eine Schlangenlinie zu zeichnen.

Man ziehe eine gerade Linie A B. Nun nehme man einen Zirkel, setze dessen einen Schenkel in den Anfangspunkt A dieser Linie A B, und eröffne ihn nach einer gegebenen oder beliebigen Weite, z. B. bis an den Punkt b.

Aus dem Punkte b beschreibe man auf dieser Linie oberwärts einen Halbkreis.

Im Punkte d setzt man den Zirkel mit dieser Eröffnung wieder ein, und bezeichnet durch den andern Schenkel den Punkt e, wo alsdann der andere Schenkel bis zum Punkt e reicht, aus welchem man wieder einen

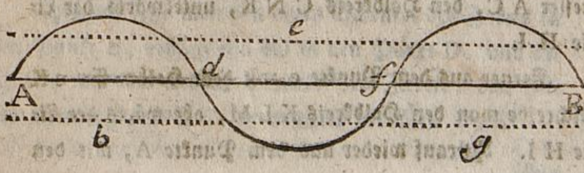
Halb=

Halbkreis, und zwar unterwärts der Linie A B beschreibt.

Hat man den einen Schenkel des Zirkels wieder in den Punkt f gesetzt, und den andern in den Punkt g: so beschreibt man wieder oberwärts dieser Linie einen Halbkreis.

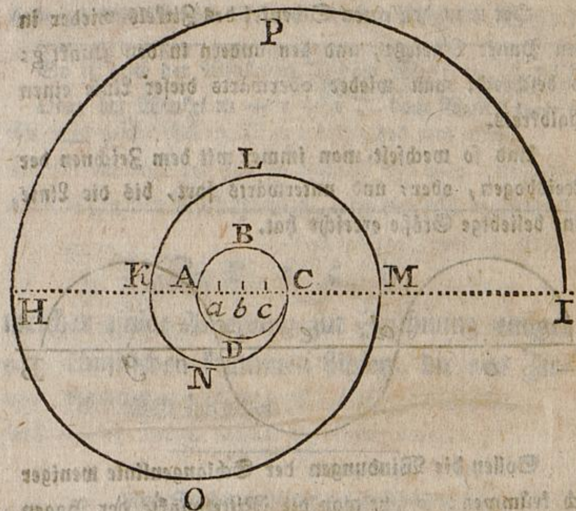
Und so wechselt man immer mit dem Zeichnen der Kreisbogen, ober- und unterwärts fort, bis die Linie eine beliebige Größe erreicht hat.

Sollen die Windungen der Schlangenlinie weniger sich krümmen: so setzt man die Mittelpunkte der Bogen ober- und unterwärts der Linie A B, in gleicher Entfernung von derselben, und mit derselben gleichlaufend. Setze den Zirkel in b, öffne ihn bis A, und ziehe bis d den Bogen A d. Dann setze den Zirkel, bey gleicher Eröffnung, in e, und ziehe von d nach f, den Bogen d f. Nachher setze den Zirkel in g, und ziehe aus f nach B, den Bogen f B.



Die

Die Zeichnung einer Schneckenlinie.

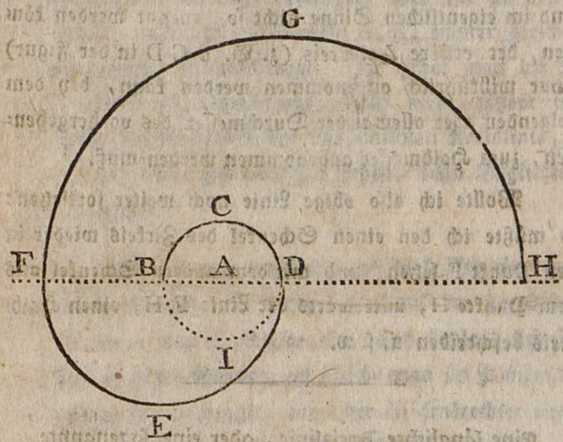


Man ziehe eine gerade Linie H I, und beschreibe aus einem beliebigen Punkte, z. B. aus dem Punkte b, mit dem Halbmesser des Zirkels b A, die Kreislinie A B, C D. Den Durchmesser dieser Kreislinie A C, theile man in vier gleiche Theile, nämlich A a, a b, b c, c C, und beschreibe hierauf aus dem Punkte a, mit dem Halbmesser A C, den Halbkreis C N K, unterwärts der Linie H I.

Ferner aus dem Punkte c mit dem Halbmesser c K beschreibe man den Halbkreis K L M, oberwärts der Linie H I. Hierauf wieder aus dem Punkte A, mit den Halb-

Halbmesser A M, den Halbkreis M O H, und endlich noch aus dem Punkte C, mit dem Halbmesser C H, den Halbkreis H P I.

Zeichnung einer andern Art von Schneckenlinie.



Man ziehe eine gerade Linie F H, und wähle in dieser einen Punkt, z. B. in A. Aus dem Punkte A beschreibet man oberwärts der Linie F H, einen halben Kreis B C D, mit dem Halbmesser A B, oder auch einen ganzen Kreis B C D I.

Hierauf setze man den einen Schenkel des Zirkels in den Punkt B, eröffne ihn bis in den Punkt D, und beschreibe mit dem andern Schenkel des Zirkels, den halben Kreisbogen D E F, unterwärts der Linie F H.

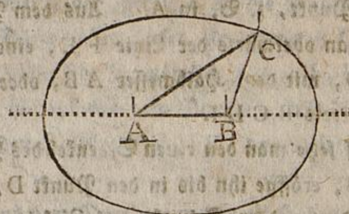
Nun

Nun setze man den einen Schenkel des Zirkels in den Punkt D, eröffne denselben bis zum Punkt F, und ziehe den Kreisbogen F G H oberwärts der Linie F H.

Man wird leicht einsehen, daß bey dieser Art von Schneckenlinien, welche aus Halbkreisen nur bestehen, und im eigentlichen Sinne nicht so genennt werden können, der erstere Halbkreis (z. B. B C D in der Figur) zwar willkührlich angenommen werden kann, bey dem folgenden aber allemal der Durchmesser des vorhergehenden, zum Halbmesser angenommen werden muß.

Wollte ich also obige Linie noch weiter fortsetzen: so müßte ich den einen Schenkel des Zirkels wieder in den Punkt F setzen, und mit dem andern Schenkel aus dem Punkte H, unterwärts der Linie F H, einen Halbkreis beschreiben u. s. w.

Eine länglichte Kreislinie, oder eine sogenannte Ellipse zu beschreiben.



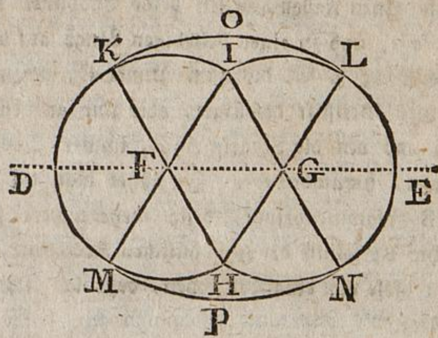
Die einfachste Art, eine länglicht-runde Linie auf dem Papier oder auch auf Holz, zu beschreiben, mag wohl diese seyn.

Man

Man schlägt in zwey Punkten in einiger Entfernung, z. B. in A und B Nadeln oder Stifte ein, legt um diese einen Faden, dessen beide Endpunkte man zusammenfaßt, und zu einer beliebigen Länge auf der Fläche ausdehnt; z. B. bis zum Punkt C, wo man alsdann einen Bleistift befestiget, oder nur an den Faden anhält, und um die Nadeln A, B, immer gleichförmig angezogen, herumbewegt. Je näher man die Nadeln A und B zusammenbringt, desto mehr nähert sich die länglichte Kreislinie der gewöhnlichen Kreislinie, je weiter aber diese von einander stehen, desto länglichter wird die erstere.

Wollte man im Felde auf diese Art eine solche Linie beschreiben: so schlägt man auf der gegebenen Fläche in A und B Stäbe ein, und bedient sich statt des Fadens einer Schnur, an welche man im Punkte C einen dritten Stab anhält, der aber in senkrechter oder vertikaler Richtung bey dem Fortrücken bleiben muß.

Zweite Art, eine länglichte Kreislinie oder Ellipse zu zeichnen.



Auf der Linie D E wähle man zwey Punkte, z. B. in F nnd G.

Hierauf ziehe man mit beliebiger Eröffnung des Zirkels aus den Punkten F und G zwey Bogen, welche einander in den beiden Punkten I und H über und unter der Linie D E durchkreuzen. Aus dem untern Durchkreuzungspunkte H ziehe man zwey gerade Linien; die eine durch den Mittelpunkt F des einen Bogens; bis zur Bogenlinie hier ist es der Punkt K. Die andere durch den Mittelpunkt G des andern Bogens, bis zur Bogenlinie, hier ist es der Punkt L.

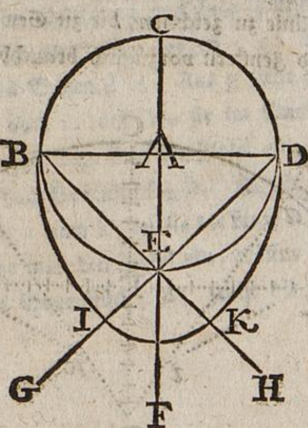
Eben so verfahre man auch an dem obern Durchkreuzungspunkte I, indem man wieder gerade Linie durch die Punkte F und G, bis an die Bogenlinien zieht; und dadurch die beiden Punkte M und N findet.

Nun

Nun setze man den Zirkel in den untern Durchkreuzungspunkt H, und beschreibe aus demselben, indem man den Zirkel bis in den Punkt K eröffnet, den Ergänzungsbogen K O L.

Eben so beschreibt man aus dem Punkte I, mit gleicher Eröffnung des Zirkels den Bogen M. P. N.

Eine Eierlinie oder ovale Rundung zu zeichnen.



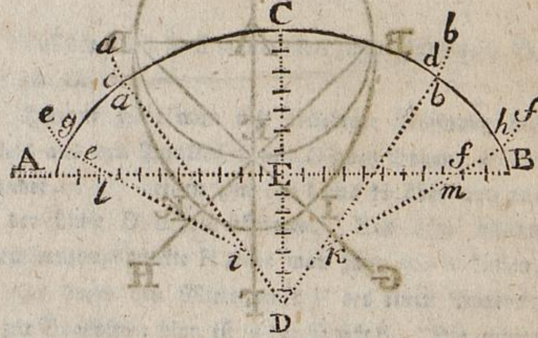
Aus dem Mittelpunkte A beschreibe man eine beliebige Kreislinie, z. B. den Kreis B C D E. Auf den Durchmesser BD lasse man durch den Mittelpunkt A, die senkrechte Linie C F fallen, und ziehe ferner aus den Punkten D und B durch den Punkt E die geraden Linien D E G und B E H.

Mit dem Zirkel beschreibe man nun aus dem Punkte B mit der Eröffnung B D den Bogen D K.

Eben so aus dem Punkte D, mit der Zirkeleröffnung D B den Bogen B I.

Endlich setze man noch den Zirkel in den Punkt E, eröffne ihn bis in den Punkt I, und ziehe den Bogen I K.

Eine Bogenlinie zu zeichnen, die zu Gewölben, Thüren und Fenstern vorzüglich brauchbar ist.



Man theile die Weite des Bogens (oder die Linie A B), in 22 gleiche Theile, durchschneide sie in der Mitte E durch die senkrechte Linie C D, und gebe der obern Hälfte C E, 7 solcher Theile, und der untern Hälfte E D, $6\frac{1}{2}$ solcher Theile. Nehme darauf 8 solcher Theile mit dem Zirkel, und ziehe aus dem obern Punkte C die

die (punktirten) Bogen a a und b b zu beiden Seiten. Ferner setze man den Zirkel in D, eröffne ihn bis C, und ziehe durch C einen Bogen von c bis d. Ziehe darauf die geraden (punktirten) Linien von c nach D, und von d nach D. Nun nehme man $4\frac{1}{2}$ Theil mit dem Zirkel, und ziehe aus c den (punktirten) Bogen e e, und aus d den (punktirten) Bogen f f. Ferner nehme man 10 Theile mit dem Zirkel, und trage sie auf der Linie c D aus c in i, und auf der Linie d D aus d in K; und ziehe mit dieser Eröffnung aus dem Punkte i (wo der Zirkel eingesetzt wird) den Bogen c g; und aus dem Punkte k, den Bogen d h. Aus g ziehe man die gerade Linie g i nach i, und wo sie im Punkte l die Linie A B durchschneidet, setze man den Zirkel ein, eröffne ihn bis g, und ziehe das Bogenstück g A. Aus h ziehe man die gerade Linie h k nach k; wo sie die Linie A B in m durchschneidet, setze man den Zirkel ein, eröffne ihn bis zu h, und ziehe das Bogenstück h B; so ist die ganze Bogenlinie fertig.

Ende der ersten Abtheilung.

Druckfehler und Berichtigungen.

Seite 3. Zeile 14. statt ihrer Kenntnissen, lies ihren Kenntnissen.

Seite 41. Zeile 4. statt vorzeichnen, lies zeichnen.

— 41. — 8. statt vorzeichnen, lies zeichnen.

— 61 bey Figur 1. hat der Formschneider die Haken der Waage oberwärts des Wagebalkens angebracht, und müssen unterwärts stehen, wie S. 79. L. K. M. an der Figur bey L. M. richtiger zu bemerken ist.

Seite 113. an der Figur des Transporteurs bey der äußersten obersten Abtheilungslinie ist, statt die Eintheilung in 180 Grad, aus Versehen des Formschneiders willkührlich Schattirung angebracht, die man sich also nach der nachfolgenden Erklärung des Textes richtiger vorstellen muß.