Zweiter Anhang.

VON DER INTERPOLATION.

1. In den astronomischen Ephemeriden und Tafeln werden die Oerter der Gestirne zu bestimmten Zeitepochen, welche von gleichen zu gleichen Zeitintervallen fortlaufen, angegeben. Will man den Ort eines Gestirnes für irgend eine andere gegebene Zeit finden, so muss man sich dazu der Interpolation bedienen, unter welcher man überhaupt diejenige Operation versteht, mittelst derer es möglich ist, mit Hülfe einiger gegebenen Grössen, die ein bestimmtes Gesetz befolgen, andere ähnliche Grössen nach beliebigen Intervallen einzuschalten. Die Zahlen von denen die gegebenen Grössen Functionen sind, heissen ihre Argumente; in den astronomischen Ephemeriden, ist das Argument meistentheils die Zeit.

Es seien, die den Zeiten ... $T-4h$, $T-3h$, $T-2h$, $T-h$, T, $T+h$, $T+2h$, $T+3h$, $T+4h$ ... (wo h ein beliebiges Intervall bedeuten mag) entsprechenden gegebenen Lagen des Gestirnes ... a_4, a_3, a_2, a_1, a_0, $a^{(1)}$, $a^{(2)}$, $a^{(3)}$, $a^{(4)}$ ...; welche Symbole sowohl gerade Aufsteigungen als auch Abweichungen, oder irgend etwas anderes bedeuten können, und es sei ... $a_{n-1} - a_n = b_n$; $b_{n-1} - b_n = c_n$; $c_{n-1} - c_n = d_n$; $d_{n-1} - d_n = e_n$ u. s. w.; so würden alsdann b_n, c_n, d_n, e_n u. s. w. dasjenige ausdrücken, was man die erste ($\triangle^1$), zweite ($\triangle^2$), dritte ($\triangle^3$) u. s. w. Differenz der Grössen a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-3} u. s. w.

nennt; welches man anschaulicher in der folgenden Tafel für verschiedene Werthe dargestellt findet:

		Differenzen:					
Zeit oder Argument	Grössen	erste $\triangle^{(1)}$	zweite $\triangle^{(2)}$	dritte $\triangle^{(3)}$	vierte $\triangle^{(4)}$	fünfte $\triangle^{(5)}$	sechst. $\triangle^{(6)}$
$T-4h$	$a_4 \dots$						
		$b_4 \dots$					
$T-3h$	$a_3 \dots$		$c_4 \dots$				
		$b_3 \dots$		$d_4 \dots$			
$T-2h$	$a_2 \dots$		$c_3 \dots$		$e_4 \dots$		
		$b_2 \dots$		$d_3 \dots$		$f_4 \dots$	
$T-h$	$a_1 \dots$		$c_2 \dots$		$e_3 \dots$		g_4
		$b_1 \dots$		$d_2 \dots$		$f_3 \dots$	
T	$a_0 \dots$		$c_1 \dots$		$e_2 \dots$		g_3
		$b_0 \dots$		$d_1 \dots$		$f_2 \dots$	
$T+h$	$a^{(1)} \dots$		$c_0 \dots$		$e_1 \dots$		g_2
		$b^{(1)} \dots$		$d_0 \dots$		$f_1 \dots$	
$T+2h$	$a^{(2)} \dots$		$c^{(1)} \dots$		$e_0 \dots$		
		$b^{(2)} \dots$		$d^{(1)} \dots$			
$T+3h$	$a^{(3)} \dots$		$c^{(2)} \dots$				
		$b^{(3)} \dots$					
$T+4h$	$a^{(4)} \dots$						

Die gegebenen Werthe stehen also in folgender Beziehung zu ihren Differenzen:

$$a_3 = a_4 + b_4;\ a_2 = a_3 + b_3;\ \dots\ a^{(4)} = a^{(3)} + b^{(3)},\ \text{u. s. w.}$$
$$b_3 = b_4 + c_4;\ b_2 = b_3 + c_3;\ \dots\ b^{(3)} = b^{(2)} + c^{(2)},$$
$$c_3 = c_4 + d_4;\ c_2 = c_3 + d_3;\ \dots\ c^{(2)} = c^{(1)} + d^{(1)},$$
$$d_3 = d_4 + e_4;\ d_2 = d_3 + e_3;\ \dots\ d^{(1)} = d_0 + e_0.$$

Hieraus findet man durch allmählige Entwickelung:

$$a_3 = a_4 + b_4;\ a_2 = a_4 + 2b_4 + c_4;\ a_1 = a_4 + 3b_4 + 3c_4 + d_4;$$
$$a_0 = a_4 + 4b_4 + 6c_4 + 4d_4 + e_4\ \text{u. s. w.}$$

Man sieht leicht ein, dass die Zahlen-Coefficienten: 1, 1; 1, 2, 1; 1, 3, 3, 1; 1, 4, 6, 4, 1 u. s. w., in den eben entwickelten Grössen a_3, a_2, a_1, a_0 nichts anderes, als die *Binomial-Coefficienten*, in der Entwickelung der zweitheiligen Grössen $(1+\beta)$ zur 1sten, 2ten, 3ten, 4ten Potenz sind, und unser Ausdruck ist in so fern nur vom *Binomischen Lehrsatze* verschieden, dass man hier statt der Potenzen β, β^2, β^3 u. s. w. in der Entwickelung von $(1+\beta)$ zu einer beliebigen Potenz, die entsprechenden 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Differenzen setzen muss. Aber ebenso wie a_0, von den ihm vorangehenden Grössen und ihren Differenzen abhängt, auf ganz ebensolche Weise wird der Werth $a^{(t)}$, welcher der t^{te} nach a_0 ist, von den Grössen a_0, b_0, c_0 u. s. w. abhängen müssen, welche in unserer Tafel mit a_0 anfangen, und alsdann in einer Diagonallinie fortschreiten. Was die Coefficienten betrifft, die mit diesen Grössen zu verbinden sind, so werden sie gleich den Binomial-Coefficienten, der t^{en} Potenz von $(1+\beta)$ werden müssen, so dass also:

$$a^{(t)} = a_0 + t.\,b_0 + \frac{t\,(t-1)}{1.\,2}.\,c_0 + \frac{t\,(t-1)\,(t-2)}{1.\,2.\,3}\,d_0 + \\ + \frac{t\,(t-1)\,(t-2)\,(t-3)}{1.\,2.\,3.\,4}\,e_0 + \ldots (A).$$

Dieser Ausdruck ist für positive und ganze Werthe von t streng richtig; aber wir können auch wenigstens genähert annehmen, dass er auch noch gültig ist, wenn t eine gebrochene Zahl wird, oder $t = \frac{z}{h}$, wo z kleiner wie h, und alsdann das Intervall z, zwischen zwei aufeinanderfolgenden gegebenen Werthen des Argumentes in den Tafeln *)

*) Um zu zeigen, dass man dieses genähert wirklich annehmen kann, wollen wir die Interpolationsreihe, geometrisch darstellen. Wir können nämlich (t), als die Abscisse, und die entsprechende Grösse $(a)^{(t)}$ als die Ordinate irgend einer transcendenten fortlaufenden Curve annehmen; da wir aber die Eigenschaften dieser Curve nicht kennen, so werden wir zu ihrer Bestimmung genöthigt sein, sie durch eine Reihe von Punkten zu legen, die von den erwähnten Abscissen und Ordinaten bestimmt werden; der Zusammenhang der Abscissen und Ordinaten, wird durch die Gleichung

eingeschlossen ist. Wenn die wahre Relation zwischen t und $a^{t)}$ durch eine algebraische Gleichung ausgedrückt ist, so wird alsdann eine gewisse Differenz in der Reihe (A), und alle ihr folgenden Differenzen höherer Ordnung sich in Null verwandeln, so dass alsdann die rechte Seite der Gleichung sich in eine endliche Anzahl Glieder verwandeln, und ganz abgeschlossen sein wird; wenn aber $a^{(t)}$ eine transcendente Function von t ist, so wird niemals irgend eine von den Differenzen $\triangle_{(n)}$ constant werden können, und alsdann folglich auch nicht $\triangle_{(n+1)} = 0$ werden können; in diesem Falle wird die Reihe (A) eine unendliche sein, und will man sie summiren, so ist es durchaus nöthig, dass sie rasch convergirt, oder dass einige wenige der ersten Glieder der Reihe, immer sehr genähert den Werth der ganzen unendlichen Reihe darstellen.

Aber die Formel (A) geht von Werthen die zu kleineren Argumenten gehören auf solche Werthe über, die grösseren Argumenten entsprechen, jedoch lässt sich auch umgekehrt interpoliren. Man denke sich nämlich, dass die Argumente und die auf sie bezogenen Werthe und Differenzen, welche in unserer Tafel §. 1. Seite 417. gegeben sind, in entgegengesetzter Ordnung hingeschrieben wären, so dass die Tafel mit den letzten Werthen $a^{(4)}$, $a^{(3)}$ . . . anfing und mit den ersten Werthen . . . a_3, a_4, endigte; so würden alsdann die

(A) ausgedrückt, welche überhaupt eine parabolische Curve darstellt, so dass also die Abscissen von der ersten Potenz, die Ordinaten aber von höheren Potenzen sein werden; um so kleiner nun das Intervall h, zwischen den Argumenten sein wird, desto näher werden die gegebenen Punkte der Curve an einander liegen, und desto mehr wird die parabolische Curve mit der wahren Curve übereinstimmen, und folglich sieht man, dass wenigstens genähert, die Gleichung (A) ebensowohl ganzen als auch gebrochenen Werthen von t Genüge leisten wird.

ersten Differenzen: $a^{(3)} - a^{(4)} = - b^{(3)}$; $a^{(2)} - a^{(3)} = - b^{(2)}$ u. s. w. werden; d. h. diese Differenzen würden den entsprechenden Differenzen in der angegebenen Tafel aber mit umgekehrten Zeichen gleich werden; ferner würden die zweiten Differenzen: $-b^{(3)} - [-b^{(4)}] = + b^{(4)} - b^{(3)} = + c^{(3)}$ u. s. w. werden; also ganz ebenso in jeder Beziehung wie vorher bleiben; die dritten Differenzen $c^{(3)} - c^{(4)} = -d^{(3)}$ u. s. w. ändern ihre Zeichen, die vierten dagegen bleiben wieder unverändert; und so geht es auf ähnliche Weise fort, so dass überhaupt nur die Differenzen ungerader Ordnung das umgekehrte Zeichen erhalten. Nehmen wir nun an, dass $t = \frac{z}{h}$ ein ächter Bruch ist, und dass dieser den Abstand des Gliedes $a^{(t)}$ von $a^{(1)}$ ausdrückt; so werden die entsprechenden 1sten, 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. Differenzen, alsdann durch $-b_0, +c_1, -d_2, +e_3$ u. s. w. ausgedrückt werden; wodurch folglich:

$$a^{(t)} = a^{(1)} - (1-t)\, b_0 + \frac{(1-t)\,(1-t-1)}{2}\, c_1 + $$

$$- \frac{(1-t)\,(1-t-1)\,(1-t-2)}{2.\ 3}\, d_2 + \ldots$$

$$a^{(t)} = a^{(1)} + (t-1)\, b_0 + \frac{t\,(t-1)}{2}\, c_1 + \frac{t\,(t-1)\,(t+1)}{2.\ 3}\, d_2 +$$

$$+ \frac{t\,(t-1)\,(t+1)\,(t+2)}{2.\ 3.\ 4}\, e_3 + \ldots \quad (B)$$

Beide Gleichungen (A) und (B) sind nicht genau, sondern nur genähert; wenn der Fehler in dem einen Ausdrucke positiv ist, so wird er in dem anderen meistens negativ sein, und wir können daher für den andern wahren mehr genäherten Ausdruck, als Endformel die halbe Summe beider Ausdrücke (A) und (B) annehmen, so dass:

$$a^{(t)} = \frac{a_0 + a^{(1)}}{2} + t\,b^0 - \frac{b_0}{2} + \frac{t\,(t-1)}{2}.\left(\frac{c_0 + c_1}{2}\right) +$$

$$+ \frac{t\ t-1)}{6}\left\{\frac{(t-2)\,d_0 + (t+1)\,d_2}{2}\right\}$$

$$+ \frac{t\,(t-1)}{24}\left\{\frac{(t-2)\,(t-3)\,e_0 + (t+1)\,(t+2)\,e_3}{2}\right\}.$$

Nun ist aber $a^{(1)} - b_0 = a_0$, und folglich $\frac{a_0 + a^{(1)}}{2} - \frac{b_0}{2}$ $= a_0$; ferner: $d_0 = d_1 + e_1$, $d_2 = d_1 - e_2$; $e_0 = e_1 + f_1$; $e_3 = e_2 - f_3$. u. s. w.

Setzt man daher in dem eben entwickelten Ausdrucke, statt d_0, d_2, e_0, e_3 u. s. w. ihre entsprechenden Werthe, und ordnet alsdann nach den zunehmenden Differenzen, so erhält man endlich:

$$a^{(t)} = a_0 + t\,b_0 + \frac{t\,(t-1)}{1.2}\left(\frac{c_0 + c_1}{2}\right) + \frac{t\,(t-1)\,(t-\frac{1}{2})}{1.\,2.\,3}\,d_1 +$$

$$+ \frac{(t+1)\,t\,(t-1)\,(t-2)}{1.\,2.\,3.\,4.}\left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right) + \frac{(t+1)t(t-1)(t-2)(t-\frac{1}{2})}{1.\,2.\,3.\,4.\,5}\,f_2$$

$$+ \frac{(t+2)\,(t+1)\,t\,(t-1)\,(t-2)\,(t-3)}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6}\left(\frac{g_2 + g_3}{2}\right) + \;.\;.\;.\;.\;.\; (C).$$

Da nun t ein ächter Bruch ist, d. h. zwischen 0 und 1 enthalten, so sieht man leicht ein, dass die Coefficienten bei den 3ten, 4ten, 5ten u. s. w. Differenzen, in der Formel (C) kleinere Werthe als in den Formeln (A) und (B) haben werden. Vergleicht man die drei Formeln (A), (B) und (C) untereinander, so bemerkt man, dass bei der Formel (A) die 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Differenzen, bei der Anordnung unserer Tafel §. 1. Seite 417. in der Diagonale liegen, welche ihren Lauf von dem Intervalle zwischen a_0 und $a^{(1)}$ anfängt, und nach Unten geht; die Differenzen bei der Formel B) dagegen, laufen alsdann in einer Diagonale nach oben fort;

und in der Gleichung (C) endlich, werden unmittelbar nur die Differenzen ungerader Ordnung, von einer geraden Linie durchschnitten, welche horizontal in der Mitte des Intervalles zwischen a_0 und $a^{(1)}$ fortläuft, anstatt der geraden Differenzen aber, braucht man bei dieser Formel die halben Summen derjenigen geraden Differenzen, von denen immer eine höher, und die andere niedriger, als die genannte horizontale Linie liegt.

In den allgemeinen Wrangel'schen Hülfstafeln, findet man eine besondere Tafel XXII. zur Erleichterung der Rechnung nach der Formel (C) angegeben; sie ist diesem Werke einverleibt worden, und giebt die Werthe der Logarithmen der Coefficienten, welche der ersten Differenz, der Halben-Summe der zweiten Differenzen, der dritten Differenz, der halben Summe der vierten Differenzen und der fünften Differenz entsprechen, für die Argumente $t = \frac{1}{144}$, $\frac{2}{144}$ u. s. w. bis $t = 1$, ganz genau an; bezeichnet man daher diese Coefficienten durch B, C, D, E und F, wo nämlich:

$$B = t;\ C = \frac{t\,(t-1)}{1\,.\,2};\ D = \frac{t\,(t-1)\,(t-\frac{1}{2})}{1\,.\,2\,.\,3}$$

$$E = \frac{(t+1)\,t\,(t-1)\,(t-2)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4};\ F = \frac{(t+1)\,t\,(t-1)\,(t-2)\,(t-\frac{1}{2})}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}$$

u. s. w. gesetzt worden ist, so erhält man endlich:

$$a^{(t)} = a_0 + B.b + C.c + D.d + E.e + F.f + \ldots \quad (C^*)$$

wo $b = b_0;\ c = \dfrac{c_0 + c_1}{2},\ d = d_1;\ e = \dfrac{e_1 + e_2}{2},\ f = f_2;\ \ldots$

Wenn die Lage des Gestirnes von 12 zu 12 Stunden gegeben ist, so wird h einen Intervall von 12 Stunden Zeit ausdrücken, und aus der Gleichung $t = \dfrac{z}{h}$, findet man alsdann, dass für $h = 12^h$ und $t = \frac{1}{144}$, $z = 5'$ Zeit werden wird, so dass man also mit Hülfe dieser Tafel von 5 zu 5 Minuten in Zeit interpoliren kann. Wenn die Oerter des Gestirnes von 3 zu 3 Stunden gegeben sind, so wird $h = 3^h$ und alsdann findet man für $t = \frac{1}{144}$, ohne weiteres $z = 1'\,15''$; wünscht man in diesem Falle ebenfalls von 5 zu 5 Minuten in Zeit zu interpoliren, und will man die hier gegebene Tafel ohne Aenderung anwenden, so muss man die Differenz zwischen dem gegebenen Zeit-Momente und dem nächst vorangehenden Zeit-Momente der Ephemeride, mit 4 multipliciren, und dieses neue Zeit-Intervall als Argument zur Auffindung von $lg\,B$, $lg\,C$, $lg\,D$ u. s. w. aus der Tafel auf Seite 425—427. anwenden. Wenn $h = 3^h$ ist, so braucht man selten höhere Differenzen als die zweiten.

Beispiel. Man wünscht die gerade Aufsteigung für $8^h\,0'\,0''$ mittlere Berliner Zeit für den 1sten August 1830 zu wissen. Hierzu kann man nun das Berliner Astronomische Jahrbuch für 1830 anwenden, indem man die diesem Zeit-Momente vorangehenden und nachfolgenden 3 Mondsörter ausschreibt, und ihre Differenzen nimmt, wie es in folgender Tafel gezeigt wird:

1830. mittlere Berliner Zeit	gerade Aufsteigung des Mondes	1. Differenz $= \Delta'$	2. Differ. $= \Delta''$	3. Differ. $= \Delta'''$	4. Differ. $= \Delta^{IV}$	5. Diff. $= \Delta^{V}$
31. Juli 0^h	$257^0\,17'\,20''.3$					
		$6^0\,34\,36''.4$				
12^h	263 51 56 .7		$6'\,49''.7$			
		6 41 26 .1		$-45''.2$		
1. Aug. 0^h	270 33 22 .8		6 4 .5		$-12''.9$	
		6 47 30 .6		-58 .1		$+0''.5$
12^h	277 20 53 .4		5 6 .4		-12 .4	
		6 52 37 .0		-70 .5		
2. Aug. 0^h	284 13 30 .4		3 55 .9			
		6 56 32 .9				
12^h	291 10 3 .3					

Für das in dieser Tafel enthaltene nächst kleinere Moment, nämlich für den 1sten August 1830 um 0^h, findet man:

$$a_0 = 270^0\,33'\,22''.8;\ b = 6^0\,47'\,30''.6 = 24450''.6;$$
$$c_1 = 6'\ 4''.5;\ c_0 = 5'\ 6''.4;\ d = -58''.1;$$
$$e_2 = -12''.9;\ e_1 = -12''.4;\ f = +\ 0''.5;$$
$$c = \tfrac{1}{2}(c_0 + c_1) = 5'\,35''.45;\ e = \tfrac{1}{2}(e_1 + e_2) = -12''.65;$$

Der Unterschied zwischen der gegebenen Zeit und dem 1sten August 1830 um 0^h; ist $= 8^h$, und nun findet man mit dem Argumente $z = 8^h$ aus der folgenden Tafel auf Seite 427, und mit den eben gegebenen Werthen von b, c, d, e, f:

$lg\,B = 9.8239087 - 10$	$lg\,b = 4.3882895$
$lg\,C = 9.04576_n - 10$	$lg\,c = 2.52563$
$lg\,D = 7.79048_n - 10$	$lg\,d = 1.76418_n$
$lg\,E = 8.31336 - 10$	$lg\,e = 1.10209_n$
$lg\,F = 6.83624 - 10$	$lg\,f = 9.69897 - 10$

Das angehängte Zeichen $_n$ bedeutet, dass die Werthe C und D, d und e negativ sind.

Mit diesen Grössen findet man nach der Formel (C^*):

$$\begin{aligned} B\,b &= +\ 4^0 31'\,40''.40 \\ C\,c &= \quad -37\ .27 \\ D\,d &= \quad +\ 0\ .36 \\ E\,e &= \quad -\ 0\ .26 \\ F\,f &= \quad +\ 0\ .00 \\ \hline B\,b + C\,c + D\,d + E\,e + F\,f &= +\ 4^0 31'\ 3''.23 \\ a_0 &= 270\ 33\ 22\ .80 \\ \hline \text{gesuchte gerade Auf. des Mondes} &= 275^0\ 4'\,26''.03 \end{aligned}$$

Wenn $t = \frac{1}{2}$, so ist alsdann:

$$a^{(\frac{1}{2})} = \tfrac{1}{2}[a_0 + a^{(1)}] - \tfrac{1}{8}\,c + \tfrac{3}{128}\,e - \tfrac{5}{1024}\,g + \ldots \quad (D)$$

Diese Formel wird benutzt um in die Mitte des Intervalles hinein zu interpoliren.

Tafel: enthaltend die Werthe *lg B*, *lg C*, *lg D*, *lg E*, *lg F*.

z	lg B	lg C	lg D	lg E	lg F
h '					
0 0	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞	— ∞
5	7.8416375	7.53758n	6.75336	6.76092	5.75485n
10	8.1426675	7.83556n	7.04518	7.06038	6.04814n
15	8.3187588	8.00859n	7.21195	7.23484	6.21636n
20	8.4436975	8.13043n	7.32746	7.35811	6.33328n
25	8.5406075	8.22423n	7.41482	7.45330	6.42204n
30	8.6197888	8.30028n	7.48434	7.53071	6.49292n
35	8.6867355	8.36406n	7.54149	7.59584	6.55142n
40	8.7447275	8.41887n	7.58957	7.65197	6.60082n
45	8.7958800	8.46682n	7.63068	7.70121	6.64322n
50	8.8416375	8.50935n	7.66626	7.74501	6.68007n
55	8.8830302	8.54749n	7.69734	7.78439	6.71239n
1 0	8.9208188	8.58200n	7.72467	7.82013	6.74095n
5	8.9555809	8.61346n	7.74883	7.85279	6.76631n
10	8.9877655	8.64232n	7.77026	7.88282	6.78891n
15	9.0177288	8.66893n	7.78932	7.91058	6.80912n
20	9.0457575	8.69358n	7.80628	7.93636	6.82721n
25	9.0720861	8.71650n	7.82138	7.96039	6.84342n
30	9.0969100	8.73789n	7.83480	7.98286	6.85792n
35	9.1203911	8.75791n	7.84670	8.00394	6.87089n
40	9.1426675	8.77670n	7.85722	8.02377	6.88244n
45	9.1638568	8.79437n	7.86646	8.04246	6.89270n
50	9.1840602	8.81103n	7.87451	8.06011	6.90175n
55	9.2033653	8.82676n	7.88147	8.07681	6.90968n
2 0	9.2218487	8.84164n	7.88739	8.09264	6.91655n
5	9.2395775	8.85573n	7.89235	8.10766	6.92243n
10	9.2566109	8.86910n	7.89637	8.12194	6.92737n
15	9.2730013	8.88179n	7.89952	8.13553	6.93141n
20	9.2887955	8.89386n	7.90183	8.14846	6.93458n
25	9.3040355	8.90534n	7.90333	8.16078	6.93692n
30	9.3187588	8.91627n	7.90404	8.17253	6.93845n
35	9.3329992	8.92669n	7.90399	8.18375	6.93920n
40	9.3467875	8.93661n	7.90319	8.19146	6.93919n
45	9.3601514	8.94608n	7.90166	8.20469	6.93842n
50	9.3731164	8.95512n	7.89942	8.21446	6.93692n
55	9.3857055	8.96374n	7.89646	8.22381	6.93468n
3 0	9.3979400	8.97197n	7.89279	8.23274	6.93171n
5	9.4098392	8.97983n	7.88841	8.24128	6.92801n
10	9.4214211	8.98733n	7.88333	8.24944	6.92359n
15	9.4327021	8.99450n	7.87753	8.25724	6.91842n
20	9.4436975	9.00134n	7.87100	8.26470	6.91252n
25	9.4544214	9.00787n	7.86374	8.27183	6.90586n
30	9.4648868	9.01409n	7.85573	8.27864	6.89843n
35	9.4751060	9.02003n	7.84695	8.28514	6.89020n
40	9.4850902	9.02570n	7.83737	8.29134	6.88116n
45	9.4948500	9.03109n	7.82697	8.29725	6.87129n
50	9.5043953	9.03623n	7.81572	8.30289	6.86053n
55	9.5137354	9.04111n	7.80357	8.30826	6.84887n
4 0	9.5228787	9.04576n	7.79048	8.31336	6.83624n

Tafel: enthaltend die Werthe *lg B*, *lg C*, *lg D*, *lg E*, *lg F*.

z	lg B	lg C	lg D	lg E	lg F
h '					
4 0	9.5228787	9.04576n	7.79048	8.31336	6.83624n
5	9.5318336	9.05016n	7.77641	8.31821	6.82261n
10	9.5406075	9.05434n	7.76128	8.32282	6.80791n
15	9.5492077	9.05830n	7.74503	8.32718	6.79206n
20	9.5576409	9.06204n	7.72758	8.33130	6.77500n
25	9.5659134	9.06556n	7.70883	8.33519	6.75661n
30	9.5740313	9.06888n	7.68867	8.33886	6.73680n
35	9.5820002	9.07200n	7.66696	8.34230	6.71542n
40	9.5898255	9.07492n	7.64355	8.34553	6.69232n
45	9.5975124	9.07761n	7.61825	8.34854	6.66730n
50	9.6050655	9.08017n	7.59082	8.35134	6.64014n
55	9.6124895	9.08252n	7.56098	8.35394	6.61055n
5 0	9.6197887	9.08468n	7.52837	8.35633	6.57818n
5	9.6269674	9.08665n	7.49256	8.35853	6.54259n
10	9.6340292	9.08845n	7.45297	8.36052	6.50319n
15	9.6409781	9.09007n	7.40883	8.36232	6.45923n
20	9.6478175	9.09152n	7.35912	8.36392	6.40968n
25	9.6545509	9.09279n	7.30240	8.36533	6.35310n
30	9.6611814	9.09388n	7.23655	8.36655	6.28737n
35	9.6677123	9.09481n	7.15830	8.36758	6.20922n
40	9.6741464	9.09557n	7.06214	8.36842	6.11315n
45	9.6804866	9.09616n	6.93779	8.36907	5.98886n
50	9.6867355	9.09657n	6.76212	8.36954	5.81324n
55	9.6928959	9.09683n	6.46134	8.36982	5.51249n
6 0	9.6989700	9.09691n	$-\infty$	8.36991	$-\infty$
5	9.7049694	9.09683n	6.46134n	8.36982	5.51249
10	9.7108692	9.09657n	6.76212n	8.36954	5.81324
15	9.7166988	9.09616n	6.93779n	8.36907	5.98886
20	9.7224511	9.09557n	7.06214n	8.36842	6.11315
25	9.7281282	9.09481n	7.15830n	8.36758	6.20922
30	9.7337321	9.09388n	7.23655n	8.36655	6.28737
35	9.7392646	9.09279n	7.30240n	8.36533	6.35310
40	9.7447275	9.09152n	7.35912n	8.36392	6.40968
45	9.7501225	9.09007n	7.40883n	8.36232	6.45923
50	9.7554514	9.08845n	7.45297n	8.36052	6.50319
55	9.7607156	9.08665n	7.49256n	8.35853	6.54259
7 0	9.7659167	9.08468n	7.52837n	8.35633	6.57818
5	9.7710564	9.08252n	7.56098n	8.35394	6.61055
10	9.7761360	9.08017n	7.59082n	8.35134	6.64014
15	9.7811568	9.07764n	7.61825n	8.34854	6.66730
20	9.7861202	9.07492n	7.64355n	8.34553	6.69232
25	9.7910275	9.07200n	7.66696n	8.34230	6.71542
30	9.7958800	9.06888n	7.68867n	8.33886	6.73680
35	9.8006789	9.06556n	7.70883n	8.33519	6.75661
40	9.8054253	9.06204n	7.72758n	8.33130	6.77500
45	9.8101205	9.05830n	7.74503n	8.32718	6.79206
50	9.8147654	9.05434n	7.76128n	8.32282	6.80791
55	9.8193611	9.05016n	7.77641n	8.31821	6.82261
8 0	9.8239087	9.04576n	7.79048n	8.31336	6.83624

Tafel: enthaltend die Werthe *lg B*, *lg C*, *lg D*, *lg E*, *lg F*.

z	*lg B*	*lg C*	*lg D*	*lg E*	*lg F*
h ′					
8 0	9.8239087	9.04576n	7.79048n	8.31336	6.83624
5	9.8284092	9.04111n	7.80357n	8.30826	6.84887
10	9.8328636	9.03623n	7.81572n	8.30289	6.86053
15	9.8372727	9.03109n	7.82697n	8.29725	6.87129
20	9.8416375	9.02570n	7.83737n	8.29134	6.88116
25	9.8459589	9.02003n	7.84695n	8.28514	6.89020
30	9.8502377	9.01409n	7.85573n	8.27864	6.89843
35	9.8544747	9.00787n	7.86374n	8.27183	6.90586
40	9.8586709	9.00134n	7.87100n	8.26470	6.91252
45	9.8628268	8.99450n	7.87753n	8.25724	6.91842
50	9.8669434	8.98733n	7.88333n	8.24944	6.92359
55	9.8710213	8.97983n	7.88841n	8.24128	6.92801
9 0	9.8750613	8.97197n	7.89279n	8.23274	6.93171
5	9.8790640	8.96374n	7.89646n	8.22381	6.93468
10	9.8830302	8.95512n	7.89942n	8.21446	6.93692
15	9.8869605	8.94608n	7.90166n	8.20469	6.93842
20	9.8908555	8.93661n	7.90319n	8.19446	6.93919
25	9.8947160	8.92669n	7.90399n	8.18375	6.93920
30	9.8985424	8.91627n	7.90404n	8.17253	6.93845
35	9.9023354	8.90534n	7.90333n	8.16078	6.93692
40	9.9060955	8.89386n	7.90183n	8.14846	6.93458
45	9.9098234	8.88179n	7.89952n	8.13553	6.93141
50	9.9135195	8.86910n	7.89637n	8.12194	6.92737
55	9.9171845	8.85573n	7.89235n	8.10766	6.92243
10 0	9.9208187	8.84164n	7.88739n	8.09264	6.91655
5	9.9244229	8.82676n	7.88147n	8.07681	6.90968
10	9.9279973	8.81103n	7.87451n	8.06011	6.90175
15	9.9315426	8.79437n	7.86646n	8.04246	6.89270
20	9.9350592	8.77670n	7.85722n	8.02377	6.88244
25	9.9385475	8.75791n	7.84670n	8.00394	6.87089
30	9.9420080	8.73789n	7.83480n	7.98286	6.85792
35	9.9454412	8.71650n	7.82138n	7.96039	6.84342
40	9.9488475	8.69358n	7.80628n	7.93636	6.82721
45	9.9522272	8.66593n	7.78932n	7.91058	6.80912
50	9.9555809	8.64232n	7.77026n	7.88282	6.78891
55	9.9589088	8.61346n	7.74883n	7.85279	6.76631
11 0	9.9622115	8.58200n	7.72467n	7.82013	6.74095
5	9.9654892	8.54749n	7.69734n	7.78439	6.71239
10	9.9687423	8.50935n	7.66626n	7.74501	6.68007
15	9.9719713	8.46682n	7.63068n	7.70121	6.64322
20	9.9751764	8.41887n	7.58957n	7.65197	6.60082
25	9.9783581	8.36406n	7.51149n	7.59584	6.55142
30	9.9815166	8.30028n	7.48434n	7.53071	6.49292
35	9.9846523	8.22423n	7.41482n	7.45330	6.42204
40	9.9877655	8.13043n	7.32746n	7.35811	6.33328
45	9.9908566	8.00859n	7.21195n	7.23184	6.21636
50	9.9939258	7.83556n	7.04518n	7.06038	6.04814
55	9.9969736	7.53758n	6.75336n	6.76092	5.75185
12 0	0.0000000	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

2. Unter den Interpolationsformeln, zeichnet sich ferner besonders die von Hansen, durch ihre Bequemlichkeit aus, und wir werden sie daher hier in der Kürze anführen, es seien nämlich:

für die Zeiten	Werthe	Differenzen 1ste;	2te;	3te;	4te;	5te;	6te;
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
$T-h$ . . .	a						
		$b_,$		$d_,$		$f_,$	
T	a_0		c_0		e_0		g_0
		b'		d'		f'	
$T+h$ . . .	a'						
. . . .	. .						

Setzt man $\frac{z}{h} = t$, so hat für die Zeit $T + z$: *)

$$a^{(t)} = a_0 + \tfrac{1}{2}[(b_, + b') - \tfrac{1}{6}(d_, + d') + \tfrac{1}{30}(f_, + f')].\,t$$
$$+ \tfrac{1}{2}[c_0 - \tfrac{1}{12}e_0 + \tfrac{1}{90}g_0 -].\,t^2$$
$$+ \tfrac{1}{12}[(d_, + d') - \tfrac{1}{4}(f_, + f') +].\,t^3 + \tfrac{1}{24}[e_0 - \tfrac{1}{6}g_0].\,t^4$$
$$+ \tfrac{1}{240}[(f_, + f') -].\,t^5 + \tfrac{1}{720}[g_0 -].\,t^6 + \quad \ldots \quad (E)$$

welcher Formel man auch folgende Gestalt geben kann:

---

*) Wir wollen diese Formel hier, bis einschliesslich der 4ten Differenzen herleiten. Nimmt man die folgende Reihe der Werthe und ihre respectiven Differenzen:

Argumente:	Werthe:	Differenzen: 1ste	2te	3te	4te
$T-2h$ . . .	a				
		b			
$T-h$ . . .	a'		c		
		b'		d	
T	a''		c'		e
		b''		d'	
$T+h$ . . .	a'''		c''		
		b'''			
$T+2h$ . . .	a^{IV}				

$$a^{(t)} = a_0 + \tfrac{1}{2}(b_, + b').t + \tfrac{1}{2}c_0.tt + \tfrac{1}{2}(d_, + d').\frac{t.(tt-1)}{2.3.} +$$
$$+ e_0.\frac{tt(tt-1)}{2.3.4} + \tfrac{1}{2}(f_, + f').\frac{t(tt-1)(tt-4)}{2.3.4.5} + \ldots$$

Diese Formel ist zur Berechnung sehr bequem, aber vorzüglich wenn t innerhalb $\pm\frac{1}{2}$ genommen wird; die letzte

und wünscht man die Grösse $a^{(t)}$, welche dem Argumente $T + z$ entspricht zu finden, wo z kleiner als h ist; so kann man $t = \frac{z}{h}$ setzen, und alsdann annehmen, dass $a^{(t)} = a'' + t.B + t^2.C + t^3.D + t^4.E$ ist. Um aber die Coefficienten B, C, D und E zu bestimmen, muss man bemerken, dass bei $t = -2$; $a^{(t)} = a$ sein wird, bei $t = -1$ dagegen wird $a^{(t)} = a'$; bei $t = +1$ wird $a^{(t)} = a'''$ und endlich bei $t = +2$, wird $a^{(t)} = a^{IV}$; folglich hat man auf solche Weise:

$$\begin{aligned} a &= a'' - 2B + 4C - 8D + 16E; \\ a^{IV} &= a'' + 2B'' + 4C + 8D + 16E; \\ \hline a^{IV} + a &= 2a'' + 8C + 32E \\ a^{IV} - a &= 4B + 16D \ldots\ldots.(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a' &= a'' - B + C - D + E; \\ a''' &= a'' + B + C + D + E; \\ \hline a''' + a' &= 2a'' + 2C + 2E \\ a''' - a' &= 2B + 2D \ldots\ldots.(\beta) \end{aligned}$$

hieraus folgt:

$$8(a''' - a') - (a^{IV} - a) = 12B;\ (a^{IV} - a) - 2(a''' - a') = 12D;$$
$$16(a''' - a'') + 16(a' - a'') - (a^{IV} + a - 2a'') = 24C;$$
$$(a^{IV} + a - 2a'') - 4(a''' + a' - 2a'') = 24E.$$

Aber es ist:

$$a^{IV} = a''' + b''' = a'' + 2b'' + c'';\ a = a'' - 2b' + c;\ a''' = a'' + b'';$$
$$a' = a'' - b';\ c' = b'' - b';\ c'' = c' + d';\ c = c' - d;\ d' = d + e$$

Interpolationsformel ist bekanntlich die Newton'sche. Wenn die dritten Differenzen so klein sind, dass sie vernachlässigt werden können, so kann man annehmen, dass:

$$a^{(t)} = a_0 + \tfrac{1}{2}(b_, + b')\, t + \tfrac{1}{2}\, c_0 .\, t^2,$$

woraus man ersehen kann, dass, wenn man auch die zweite Differenz vernachlässigen will, man stets anstatt der ersten Differenz, den Werth $\frac{1}{2}(b_, + b')$ annehmen muss.

Mittelst der eben gegebenen Formeln, kann man leicht die umgekehrte Aufgabe auflösen; nämlich das Argument t zu finden, welches dem gegebenen Werthe $a^{(t)} = \alpha$ entspricht. Wir wollen z. B. annehmen, dass man zur geraden Aufsteigung des Mondes $= 275^0\ 6'\ 40''.8 = \alpha$, welche sich am 1sten August 1830 ereignete, die genaue mittlere Berliner Zeit zu suchen hätte. Aus der vorhergehenden Tafel §. 1. Seite 423. ersieht man, dass diese Zeit zwischen 0^h und 12^h

---

folglich:

$$12B = 8(b' + b'') - 2(b' + b'') - (d + d') = 6(b' + b'') - (d + d')$$

oder:

$$B = \tfrac{1}{2}(b' + b'') - \tfrac{1}{12}(d + d');\ 12D = 2(b' + b'') + (d + d') - 2(b' + b''),$$

folglich:

$$D = \tfrac{1}{12}(d + d');\ 24C = 16b'' - 16b' - 2(b'' - b') - 2c' - (d' - d),$$

oder:

$$C = \tfrac{1}{2}c' - \tfrac{1}{24}e;\ 24E = 2(b'' - b') + 2c' + (d' - d) - 4(b'' - b'),\ \text{also}$$
$$E = \tfrac{1}{24}e.$$

mithin endlich:

$$a^{(t)} = a'' + [\tfrac{1}{2}(b' + b'') - \tfrac{1}{12}(d + d') \ldots]t + [\tfrac{1}{2}c' - \tfrac{1}{24}e]t^2$$
$$+ \tfrac{1}{12}[(d + d') + \ldots]t^3 + [\tfrac{1}{24}e \ldots]t^4$$

eingeschlossen sein muss; für die Mitte der Zeit zwischen dem 31sten Juli um 12^h und dem 1sten August um 12^h findet man die Bewegung des Mondes in $12^h = + 6^0\,44'\,28''.3$. Die an die gegebene zunächstliegende vorhergehende gerade Aufsteigung des Mondes, ist $a_0 = 270^0\,33'\,22''.8$ um 0^h am 1sten August; wäre nun die Bewegung des Mondes gleichförmig, so liesse sich die Proportion ansetzen:

$$12^h : \tau = 6^0\,44'\,28''.3 : \alpha - a_0, \text{ wo } \alpha - a_0 = 4^0\,33'\,18''.0.$$

und dann würde τ, die seit dem 1sten August um 0^h, verflossene Zeit sein; welche man zu 1830 August 1. $0^h\,0'\,0''$ zulegen musste, um die gesuchte Zeit zu erhalten als die AR ☾ $= 275^0\,6'\,40''.8 = \alpha$ war; nun wird in diesem Falle $\tau = 8^h, 1$ oder $8^h\,6'$ werden; und daher hat man nach der genauen Interpolations-Formel (C^*), mittelst der Tafel auf Seite 427.:

um $8^h\,0'\,0''$ gerade Aufst. des ☾:	$a' = 275^0\,4'\,26''.03$	Aenderung in 10 Zeitminuten $= 0^0\,5'\,40''.39$.
„ 8 10 0 „ „ „	„ $a'' = 275\,10\quad 6\ .42$	

Nun kann man aber in 10 Zeitminuten oder $600''$ in Zeit, die Bewegung des Mondes ohne irgend merklichen Fehler als gleichförmig annehmen, folglich hat man: $600'' : \tau' = 0^0\,5'\,40''.39 : \alpha - a'$, wo $\alpha - a' = 0^0\,2'\,14''.77$, hieraus findet man nun $\tau' = 0^h\,3'\,57''.55$, welches man zu $8^h\,0'\,0''$ zulegen muss um das gesuchte Moment ganz genau zu erhalten, für welches man dann selbst, den Werth $8^h\,3'\,57''.55$ findet, zu welche Zeit also der Mond die gegebene gerade Aufsteigung $= 275^0\,6'\,40''.8$ hatte.

Diese Aufgabe kann man auch etwas anders lösen. Man nehme an, dass $\beta = \frac{1}{2}\,[(b' + b,) - \frac{1}{6}\,(d' + d,)\ .\ .\ .]$; $\gamma = \frac{1}{2}\,c_0 - \frac{1}{24}\,e_0.$; $\delta = \frac{1}{12}\,(d' + d,)\ .\ .\ .$ u. s. w.; so wird $a^{(t)} = \alpha = a_0 + \beta\,t + \gamma\,t^2 + \delta\,t^3 + \ldots$, und

$$t = \frac{\alpha - a_0}{\beta + \gamma t + \delta t^2 + \ldots}$$

vernachlässigt man zuerst im Nenner die kleinen Glieder γt, δt^2 u. s. w., so erhält man den Werth von t genähert; und dann berechnet man hierauf mit diesem t die vernachlässigten Glieder, wodurch man alsdann einen genaueren Werth von t finden wird; sollte dieser letztere aber von dem ersten genäherten Werthe von t gar zu sehr abweichen, so muss man die Berechnung noch einmal wiederholen.

3. Die stündliche Bewegung der Gestirne lässt sich leicht aus den vorhergehenden Formeln ableiten. Behält man nämlich die frühere Bezeichnung bei, und nimmt an, dass die Bewegung in der Zwischenzeit von t bis $t + \partial t$ gleichförmig bleibt, wo ∂t eine kleine Zunahme im Werthe von t bezeichnet, so folgt, dass die Geschwindigkeit der Bewegung zur Zeit $t + \frac{1}{2}\partial t$, durch $\frac{\partial [a^{(t}]}{\partial t}$ ausgedrückt sein wird; differenziirt man daher die Formel (C) §. 1. Seite 421. in Bezug auf t, so erhält man folgenden zuerst von Bessel angegebenen Ausdruck für die Geschwindigkeit der stündlichen Bewegung:

$$b + \frac{2t - 1}{1.2} c + \frac{3t^2 - 3t + \frac{1}{2}}{1.2.3} d + \ldots.$$

Wenn die Intervalle, für welche die Oerter des Gestirnes in den Tafeln angegeben werden, 12 Stunden betragen, und man nimmt $t = 0, = \frac{1}{12}, = \frac{2}{12}, \ldots\ldots = \frac{11}{12}$, $t = 1$ an, so wird man die stündlichen Geschwindigkeiten finden, welche den verschiedenen Stunden des Intervalles entsprechen, auf welchen sich b, c, d . . . u. s. w. beziehen. Zur Erleichterung der Rechnung kann man sich der allgemeinen Hülfstafeln auf Seite 434—436 bedienen, in welchen die

Coefficienten von c, ∂ . . . für $t = \frac{1}{144}$, $t = \frac{2}{144}$ . . . . u. s. w., oder für jede 5 Minuten Zeit angegeben werden, wenn das Intervall zwischen den Beobachtungen 12 Stunden beträgt. Bezeichnet man nämlich, die Coefficienten von c, d, e u. s. w. durch C' D' E' u. s. w., wo also:

$$C' = \frac{2t-1}{1.2}; \qquad D' = \frac{3t^2 - 3t + \frac{1}{2}}{1.2.3}$$

$$E' = \frac{4t^3 - 6t^2 - 2t + 2}{1.2.3.4}; \quad F' = \frac{5t^4 - 10t^3 + 5t - 1}{1.2.3.4.5}$$

u. s. w. gesetzt worden ist, so wird alsdann:

$$v = \frac{1}{h}(b + C'.c + D'.d + E'.e + F'.f + \quad . . .)$$

wo v die stündliche Bewegung bezeichnet, und h die Anzahl von Stunden, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Argumenten enthalten ist. Die Logarithmen der Werthe C', D', E' und F', findet man in den Tafeln auf Seite 434—436 ebenso angegeben, wie in der Tafel XXIII, der allgemeinen Wrangelschen Hülfstafeln.

Beispiel. Man verlangt die stündliche Bewegung des Mondes in gerader Aufsteigung für $8^h\ 0'\ 0''$ mittlere Berliner Zeit am 1sten August 1830.

Mit Hülfe der auf Seite 423 gegebenen Tafel hat man zuerst $b = 6^0\ 47'\ 30''.60$ und alsdann nach Seite 424:

$lg\ c = 2.52563$; $lg\ d = 1.76418_n$; $lg\ e = 1.10209_n$; $lg\ f = 9.69897$
man findet ferner aus der Tafel auf Seite 436:
$lg C' = 9.22185$; $lg D' = 8.44370_n$; $lg E' = 8.53085_n$; $lg F' = 7.47473$
hiermit wird:
$C'\ c = +55''.91$; $D' d = +1''.61$; $E'\ e = +0''.43$; $F'\ f = +0''.00$
$12\,v = b + C'\,c + D'\,d + E'\,e + F'\,f = 6^0\ 48'\ 28''.55$
und damit endlich:
Stündliche Bewegung in AR $☾ = v = 0^0\ 31'\ \ 2''.38$

Tafel: enthaltend die Werthe $lg\ C'$, $lg\ D'$, $lg\ E'$, $lg\ F'$.

z h	′	lg C′	lg D′	lg E′	lg F′
0	0	9.69897n	8.92082	8.92082	7.92082n
	5	9.69290n	8.90217	8.91773	7.90547n
	10	9.68674n	8.88358	8.91449	7.88957n
	15	9.68049n	8.86412	8.91111	7.87309n
	20	9.67415n	8.84404	8.90757	7.85598n
	25	9.66771n	8.82331	8.90388	7.83822n
	30	9.66118n	8.80187	8.90003	7.81975n
	35	9.65455n	8.77966	8.89603	7.80053n
	40	9.64782n	8.75663	8.89188	7.78049n
	45	9.64098n	8.73269	8.88756	7.75958n
	50	9.63403n	8.70776	8.88307	7.73773n
	55	9.62697n	8.68175	8.87812	7.71485n
1	0	9.61979n	8.65455	8.87361	7.69085n
	5	9.61249n	8.62603	8.86862	7.66561n
	10	9.60507n	8.59603	8.86345	7.63901n
	15	9.59751n	8.56437	8.85811	7.61091n
	20	9.58983n	8.53085	8.85258	7.58111n
	25	9.58200n	8.49519	8.84686	7.54912n
	30	9.57403n	8.45706	8.84096	7.51555n
	35	9.56591n	8.41607	8.83486	7.47921n
	40	9.55764n	8.37169	8.82855	7.43997n
	45	9.54921n	8.32326	8.82204	7.39734n
	50	9.54061n	8.26986	8.81532	7.35065n
	55	9.53183n	8.21026	8.80838	7.29900n
2	0	9.52288n	8.14267	8.80121	7.24118n
	5	9.51374n	8.06439	8.79381	7.17544n
	10	9.50440n	7.97108	8.78617	7.09913n
	15	9.49485n	7.85500	8.77828	7.00803n
	20	9.48509n	7.70031	8.77014	6.89463n
	25	9.47511n	7.46503	8.76172	6.74370n
	30	9.46489n	6.93855	8.75304	6.51562n
	35	9.454[illegible]2n	7.05434n	8.74406	6.02262n
	40	9.44370n	7.48946n	8.73478	6.05324
	45	9.43270n	7.69822n	8.72520	6.51490
	50	9.42142n	7.83556n	8.71529	6.73015
	55	9.40984n	7.93734n	8.70503	6.87089
3	0	9.39794n	8.01773n	8.69412	6.97498
	5	9.38571n	8.08381n	8.68344	7.05716
	10	9.37312n	8.13964n	8.67206	7.12474
	15	9.36015n	8.18775n	8.66027	7.18187
	20	9.34679n	8.22982n	8.64804	7.23114
	25	9.33300n	8.26704n	8.63535	7.27426
	30	9.31876n	8.30028n	8.62217	7.31246
	35	9.30404n	8.33017n	8.60847	7.34659
	40	9.28880n	8.35722n	8.59122	7.37731
	45	9.27300n	8.38181n	8.57937	7.40513
	50	9.25661n	8.40126n	8.56389	7.43044
	55	9.23958n	8.42182n	8.54774	7.45356
4	0	9.22185n	8.44370n	8.53085	7.47473

Tafel: enthaltend die Werthe $lg\,C'$, $lg\,D'$, $lg\,E'$, $lg\,F'$.

z		$lg\,C'$	$lg\,D'$	$lg\,E'$	$lg\,F'$
h	′				
4	0	9.22185n	8.44370n	8.53085	7.47473
	5	9.20337n	8.46106n	8.51317	7.49418
	10	9.18406n	8.47707n	8.49463	7.51207
	15	9.16386n	8.49182n	8.47516	7.52855
	20	9.14267n	8.50544n	8.45467	7.54374
	25	9.12039n	8.51801n	8.43306	7.55775
	30	9.09691n	8.52961n	8.41021	7.57067
	35	9.07209n	8.54031n	8.38598	7.58258
	40	9.04576n	8.55015n	8.36021	7.59353
	45	9.01773n	8.55920n	8.33270	7.60360
	50	8.98777n	8.56750n	8.30323	7.61283
	55	8.95558n	8.57509n	8.27150	7.62127
5	0	8.92082n	8.58200n	8.23716	7.62895
	5	8.88303n	8.58826n	8.19976	7.63591
	10	8.84164n	8.59390n	8.15872	7.64217
	15	8.79588n	8.59894n	8.11328	7.64777
	20	8.74473n	8.60340n	8.06241	7.65273
	25	8.68674n	8.60730n	8.00467	7.65706
	30	8.61979n	8.61065n	7.93794	7.66078
	35	8.54061n	8.61346n	7.85895	7.66391
	40	8.44370n	8.61575n	7.76219	7.66645
	45	8.31876n	8.61752n	7.63737	7.66842
	50	8.14267n	8.61878n	7.46136	7.66982
	55	7.84164n	8.61954n	7.16038	7.67066
6	0	$-\infty$	8.61979n	$-\infty$	7.67094
	5	7.84164	8.61954n	7.16038n	7.67066
	10	8.14267	8.61878n	7.46136n	7.66982
	15	8.31876	8.61752n	7.63737n	7.66842
	20	8.44370	8.61575n	7.76219n	7.66645
	25	8.54061	8.61346n	7.85895n	7.66391
	30	8.61979	8.61065n	7.93794n	7.66078
	35	8.68674	8.60730n	8.00467n	7.65706
	40	8.74473	8.60340n	8.06241n	7.65273
	45	8.79588	8.59894n	8.11328n	7.64777
	50	8.84164	8.59390n	8.15872n	7.64217
	55	8.88303	8.58826n	8.19976n	7.63591
7	0	8.92082	8.58200n	8.23716n	7.62895
	5	8.95558	8.57509n	8.27150n	7.62127
	10	8.98777	8.56750n	8.30323n	7.61283
	15	9.01773	8.55920n	8.33270n	7.60360
	20	9.04576	8.55015n	8.36021n	7.59353
	25	9.07209	8.54031n	8.38598n	7.58258
	30	9.09691	8.52961n	8.41021n	7.57067
	35	9.12039	8.51801n	8.43306n	7.55775
	40	9.14267	8.50544n	8.45467n	7.54374
	45	9.16386	8.49182n	8.47516n	7.52855
	50	9.18406	8.47707n	8.49463n	7.51207
	55	9.20337	8.46106n	8.51317n	7.49418
8	0	9.22185	8.44370n	8.53085n	7.47473

Tafel: enthaltend die Werthe $lg\ C'$, $lg\ D'$, $lg\ E'$, $lg\ F'$.

z		$lg\ C'$	$lg\ D'$	$lg\ E'$	$lg\ F'$
h	'				
8	0	9.22185	8.44370n	8.53085n	7.47473
	5	9.23958	8.42482n	8.54774n	7.45356
	10	9.25661	8.40426n	8.56389n	7.43044
	15	9.27300	8.38181n	8.57937n	7.40513
	20	9.28880	8.35722n	8.59422n	7.37731
	25	9.30404	8.33017n	8.60847n	7.34659
	30	9.31876	8.30028n	8.62217n	7.31246
	35	9.33300	8.26704n	8.63535n	7.27426
	40	9.34679	8.22982n	8.64804n	7.23114
	45	9.36015	8.18775n	8.66027n	7.18187
	50	9.37312	8.13964n	8.67206n	7.12474
	55	9.38571	8.08381n	8.68344n	7.05716
9	0	9.39794	8.01773n	8.69442n	6.97498
	5	9.40984	7.93734n	8.70503n	6.87089
	10	9.42142	7.83556n	8.71529n	6.73015
	15	9.43270	7.69822n	8.72520n	6.51490
	20	9.44370	7.48946n	8.73478n	6.05324
	25	9.45442	7.05434n	8.74406n	6.02262n
	30	9.46489	6.93855	8.75304n	6.51562n
	35	9.47511	7.46503	8.76172n	6.74370n
	40	9.48509	7.70031	8.77014n	6.89163n
	45	9.49485	7.85500	8.77828n	7.00803n
	50	9.50440	7.97108	8.78617n	7.09913n
	55	9.51374	8.06439	8.79381n	7.17544n
10	0	9.52288	8.14267	8.80121n	7.24118n
	5	9.53183	8.21026	8.80838n	7.29900n
	10	9.54061	8.26986	8.81532n	7.35065n
	15	9.54921	8.32326	8.82204n	7.39734n
	20	9.55764	8.37169	8.82855n	7.43997n
	25	9.56591	8.41607	8.83486n	7.47921n
	30	9.57403	8.45706	8.84096n	7.51555n
	35	9.58200	8.49519	8.84686n	7.54942n
	40	9.58983	8.53085	8.85258n	7.58111n
	45	9.59751	8.56437	8.85811n	7.61091n
	50	9.60507	8.59603	8.86345n	7.63901n
	55	9.61249	8.62603	8.86862n	7.66561n
11	0	9.61979	8.65455	8.87361n	7.69085n
	5	9.62697	8.68175	8.87842n	7.71485n
	10	9.63403	8.70776	8.88307n	7.73773n
	15	9.64098	8.73269	8.88756n	7.75958n
	20	9.64782	8.75663	8.89188n	7.78049n
	25	9.65455	8.77966	8.89603n	7.80053n
	30	9.66118	8.80187	8.90003n	7.81975n
	35	9.66771	8.82331	8.90388n	7.83822n
	40	9.67415	8.84404	8.90757n	7.85598n
	45	9.68049	8.86412	8.91111n	7.87309n
	50	9.68674	8.88358	8.91449n	7.88957n
	55	9.69290	8.90247	8.91773n	7.90517n
12	0	9.69897	8.92082	8.92082n	7.92082n

Struve's Methode zur Berechnung des Azimuthes des Polarsternes, mit Tafeln.

Diese Methode giebt ein bequemes Mittel an die Hand das Azimuth des Sternes α *Ursae minoris*, mit einer Annäherung von einigen Minuten zu berechnen, und gründet sich auf die Verwandlung des bekannten Ausdruckes:

$$tg\,A = \frac{sin\,t}{cotg\,d\,cos\,\varphi - sin\,\varphi\,cos\,t}$$

in eine Reihe, wo A das Azimuth ist; t der Stundenwinkel; φ die Breite des Ortes und d die Polardistanz des *Polaris* vom Nord-Pole des Aequators, oder die Ergänzung der Declination zu 90^0 ausgedrückt. Aus dieser Formel folgt:

$$tg\,A = sin\,t\,sec\,\varphi.\,tg\,d\,(1 + tg\,\varphi\,cos\,t\,tg\,d + tg^2\varphi\,cos^2 t\,tg^2 d + \ldots)$$

Für den Polarstern ist der Winkel d immer wenig verschieden von $1^0\,30'$, und folglich werden die Glieder in denen höhere Potenzen von $tg\,d$ enthalten sind, als die 3^{ten} immer vernachlässigt werden können; A ist ebenfalls immer ein kleiner Winkel, und da nun überhaupt $tg\,x = x\,sin\,1' + \frac{1}{3}x^3\,sin^3\,1' + \ldots$, wo x in Minuten ausgedrückt ist, so kann man $A^5\,sin^5\,1'$; $d^4\,sin^4\,1'$; $d^5\,sin^5\,1'$ u. s. w. vernachlässigen, so dass also:

$$A + \tfrac{1}{3}A^3\,sin^2\,1' = sin\,t\,sec\,\varphi\,d.\,(1 + tg\,\varphi\,cos\,t.\,d\,sin\,1' + \\ + tg^2\,\varphi\,cos^2\,t.\,d^2\,sin^2\,1' + \tfrac{1}{3}d^2\,sin^2\,1' \ldots)$$

Aber A^3 sehr nahe $= sin^3\,t\,sec^3\,\varphi.\,d^3$, folglich hat man, wenn man für $\frac{1}{3}A^3\,sin^2\,1'$ auf der linken Seite der Gleichung seinen genäherten Werth setzt, und es dann auf die rechte Seite bringt:

$$A = \sin t \sec \varphi . d . [1 + tg\, \varphi \cos t . d \sin 1' +$$
$$+ \tfrac{1}{3} d^2 \sin^2 1' . (1 + 3\, tg^2 \varphi \cos^2 t - \sin^2 t \sec^2 \varphi)],$$

oder setzt man:

$P = d . \sin t$, und

$$Q = \tfrac{1}{2} tg\, \varphi \sin 2\, t . d^2 \sin 1' +$$
$$+ \tfrac{1}{3} d^2 \sin^2 1' \sin t [\cos^2 t (1 + 4\, tg^2 \varphi) - tg^2 \varphi],$$ so wird:

$$A = (P + Q) \sec \varphi .$$

Hier ist A in Minuten ausgedrückt und der Stundenwinkel t, kann von der oberen Culmination aus, nach beiden Seiten des Meridianes, sowohl nach Osten als nach Westen von 0° bis 360° oder von 0^h bis 24^h gezählt werden, wobei man indessen zu beachten hat: dass ein östlicher Stundenwinkel der kleiner als 12^h, oder ein westlicher Stundenwinkel der grösser als 12^h ist, einem nordöstlichen Azimuthe entspricht, sowie auch ebenfalls ein westlicher Stundenwinkel der kleiner als 12^h, oder ein östlicher Stundenwinkel der grösser als 12^h ist einem nordwestlichen Azimuthe entsprechen wird.

Die Tafel I. auf Seite 440—441, giebt nun P in Bogenminuten ausgedrückt, mit dem Stundenwinkel t, als Argument nach beiden Seiten des Meridianes von 0^h bis 24^h gezählt, und zwar von Minute zu Minute in Zeit in t fortschreitend.

Die Tafel II. auf Seite 442—444, giebt Q ebenfalls in Minuten ausgedrückt, mit zwei Argumenten, nämlich: φ oder Breite des Ortes und t oder Stundenwinkel in Zeit von 0^h bis 24^h. Beide Tafeln setzen voraus, dass die Declination des Polarsternes $= \delta = 88^\circ 31' 0''$, oder dass $d = 1^\circ 29' 0''$ ist; wenn nun die Declination kleiner ist als $88^\circ 31' 0''$ um die kleine Grösse Δ ist, so wird d um Δ vergrössert werden, und alsdann wird $lg\, P = lg \sin t + lg\, d$ sich in $lg \sin t + lg\, d \left(1 + \frac{\Delta}{d}\right)$

$= lg\, sin\, t + lg\, d + lg\left(1+\frac{\Delta}{d}\right)$ verwandeln; vernachlässigt man die Glieder von $\frac{\Delta}{d}$, die höher als die ersten sind, wegen der Kleinheit von $\frac{\Delta}{d}$, so wird $lg\left(1+\frac{\Delta}{d}\right) = M.\frac{\Delta}{d}$, wo M der Modulus des *Brigg'schen* oder *gemeinen* Logarith.-Systemes ist, oder $M = 0.43429$. Die Aenderung in Q, die von dieser Aenderung von d in $d + \Delta$ herrührt, ist beinahe verschwindend klein, und folglich in der Annahme, dass Δ ebenso wie d in Minuten ausgedrückt ist, und dass $M.\frac{\Delta}{d} = R$, erhält man sogleich:

$$lg\, A = lg\,(P + Q) + lg\, sec\, \varphi + R;$$

die Tafel III. auf Seite 440—441. giebt nun R mit der Declination des Polarsternes als Argument.

Beispiel. Unter der Breite $\varphi = 59^0\, 56'$, wünscht man am 18ten März 1846 um $17^h\, 30'\, 27''$ Sternzeit, das Azimuth des Polarsterns zu wissen. Die Declination des *Polaris* war zu dieser Zeit $= \delta = + 88^0\, 29'\, 30''$, seine gerade Aufsteigung $= AR = 1^h\, 3'\, 31''$; folglich hat man:

Sternzeit . . $= 17^h\, 30'\, 27''$	Aus den Tafeln findet man:
AR . . . . . $= 1\quad 3\quad 31$	Iste Tafel $P = \quad 81'.78$
Westl.Studw. $= 16^h\, 26'\, 56'' = t$	IIte Tafel $Q = -\quad 1.48$
	$P + Q = \quad 80'.30$
	$lg\,(P+Q) = \quad 1.90472$
	$lg\, sec\, \varphi = \quad 0.30016$
	IIIte Tafel $R = +0.00726$
	Summe $= \quad 2.21214 = lg\, A$
	$A = 162'.8$ oder $= 2^0\, 42'.8$

das gefundene Azimuth A ist Nordöstlich, weil der westliche Stundenwinkel grösser als 12^h war.

Tafel I: enthaltend P, mit dem Stundenwinkel t als Argument.

Minuten	0h oder 12h P		1h oder 13h P		2h oder 14h P		3h oder 15h P		4h oder 16h P		5h oder 17h P		Minuten
0	0'.00	40	23.04	37	41'.51	34	62'.95	27	77'.09	20	86'.00	9	60
1	0.40	38	23.41	38	44 85	33	63 22	27	77 29	19	86 09	10	59
2	0 7	39	23 79	37	45 18	34	63 49	28	77.48	19	86.19	10	58
3	1.17	5	24.16	17	45 52	33	63 77	26	77 67	20	86 29	8	57
4	1.56	39	21.53	38	45 85	34	64.03		77 87	18	86 37	9	56
5	1 95	38	21.91	38	46.19	33	61.30		78.05	19	86.46	10	55
6	2 33	40	25.29	38	46 52	34	64 58		78.24	18	86 56	9	54
7	2.73	38	25 67	35	46.86	32	64.85		78 42	19	86 65	9	53
8	3.11	40	26.02	38	47 18	33	65 12	26	78 61	18	86 74	9	52
9	3 51	38	26 40	37	47.51	3	65 38	25	78 79	18	85 83	8	51
10	3.89	38	26 77	37	47 83	33	65.63	28	78 97	18	86.91	8	50
11	4 27	39	27.14	3	48 16	32	65 91	26	79.15	17	86 99	9	49
12	4.66	39	27 51	38	48 48	33	66.17	25	79.32	18	87 08	8	48
13	5 05	38	27.89	36	48.81	33	66 42	26	79 50	17	87.16	8	47
14	5.43	40	28 25	37	49.14	33	66 68	26	79 67	18	87.21	7	46
15	5 83	38	28.62	38	49 47	32	66 94	27	79.85	17	87 31	8	45
16	6.21	40	29.00	37	49.79	32	67 21	25	80 02	16	87 39	7	44
17	6 61	38	29.37	35	50 11	32	67.46	24	80 18	18	87.46	8	43
18	6 99	38	29.72	37	50.43	32	67 70	25	80 36	16	87 54	6	42
19	7 37	39	30 09	36	50.75	32	67 95	25	80.52	17	87.60	6	41
20	7.76	19	30.45	38	51.07	32	68 20	27	80.69	16	87 66	7	40
21	8 15	10	30.83	36	51.39	31	68.47	24	80 85	17	87.73	7	39
22	8 55	39	30.19	35	51 70	33	68 71	25	81.02	15	87 80	7	38
23	8 94	19	31.54	36	52.03	31	68 96	22	81 17	16	87.87	5	37
24	9 33	38	31.90	37	52 34	32	69 18	25	81 33	16	87.92	6	36
25	9.71	39	32.27	36	52.66	31	69 43	25	81.49	16	87 98	6	35
26	10.10	38	32.63	36	52 97	32	69 68	24	81 65	15	88.04	6	34
27	10.48	37	32.99	35	53.29	31	69 92	23	81 80	16	88.10	6	33
28	10 85	39	33.34	37	53.60	2	70.15	25	81 96	14	88.16	5	32
29	11 21	40	33 71	36	53.89	30	70 40	23	82.10	15	88 21	5	31
30	11 64		34 07		54 19		70 63		82 25		88 26		30
Minuten	P 11h o. 23h		P 10h od. 22h		P 9h oder 21h		P 8h oder 20h		P 7h oder 19h		P 6h oder 18h		Minuten

Tafel III: enthaltend R, mit der Declination δ als Argument.

δ	R		δ	R	
88°29'30"	+ 0.00726		88°30'40"	+ 0.00163	
29 40	+ 0 00646	80	30 50	+ 0 00081	82
29 50	+ 0 00566	80	31 0	+ 0 00000	81
30 0	+ 0 00486	80	31 10	— 0 00081	81
30 10	+ 0.00406	80	31 20	— 0.00163	82
30 20	+ 0.00325	81	31 30	— 0.00244	81
30 30	+ 0.00244	81	31 40	— 0 00326	82
88 30 40	+ 0 00163	81	88 31 50	— 0.00408	82

Tafel I: enthaltend P, mit dem Stundenwinkel t als Argument.

Minuten	0h oder 12h		1h oder 13h		2h oder 14h		3h oder 15h		4h oder 16h		5h oder 17h		Minuten
	P		P		P		P		P		P		
30	11'.64	38	34'.07	36	54'.19	31	70'.63	23	82'.25	14	88'.26	6	30
31	12 02	39	34 43	36	54.50	30	70 86	24	82.39	15	88 32	5	29
32	12 41	39	34 79	36	54 80	31	71 10	23	82 54	15	88 37	4	28
33	12 80	38	35.15	35	55 11	30	71 33	24	82 69	14	88.41	4	27
34	13 18	38	35 50	35	55 41	31	71.57	24	82 83	14	88.45	4	26
35	13 56	38	35.85	36	55 72	30	71 81	22	82.97	14	88 49	4	25
36	13.94	39	36 21	36	56.02	30	72 03	22	83 11	14	88 53	4	24
37	14 33	38	36.57	35	56 32	30	72 25	24	83 25	14	88 57	4	23
38	14 71	39	36.92	35	56 62	30	72 49	22	83 39	14	88 61	4	22
39	15.10	37	37 27	35	56 92	30	72.71	22	83 53	13	88 65	3	21
40	15.47	38	37 62	36	57 22	30	72.93	22	83 66	13	88 68	4	20
41	15 85	39	37.98	35	57 52	29	73 15	23	83 79	13	88 72	3	19
42	16 24	38	38 33	35	57 81	30	73.38	21	83 92	14	88 75	3	18
43	16 62	38	38 68	35	58.11	30	73 59	22	84 06	13	88 78	2	17
44	17 00	37	39.03	34	58.41	29	73.81	22	84 19	12	88 80	2	16
45	17 37	39	39 37	35	58 70	30	74 03	22	84 31	12	88.82	2	15
46	17.76	38	39.72	35	59.00	28	74.25	21	84.43	12	88 84	3	14
47	18 14	39	40 07	35	59 28	29	74 46	21	84 55	13	88.87	2	13
48	18 53	39	40 42	34	59 57	29	74 67	21	84 68	12	88 89	2	12
49	18.92	37	40 76	35	59 86	29	74 88	21	84 80	11	88 91	2	11
50	19 29	38	41 11	35	60.15	29	75.09	21	84 91	12	88 93	2	10
51	19 67	38	41 46	34	60.44	28	75 30	21	85 03	11	88 95	2	9
52	20 05	38	41 80	35	60 72	28	75 51	21	85 14	11	88 97	1	8
53	20.43	38	42 15	34	61 00	28	75.72	20	85.25	11	88.98	1	7
54	20 81	37	42 49	33	61 28	28	75 92	20	85 36	11	88.99	1	6
55	21 18	37	42 82	34	61.56	28	76.12	20	85.47	10	89 00	1	5
56	21 55	38	43 16	34	61 84	28	76 32	19	85.57	11	89.01	0	4
57	21 93	38	43 50	34	62 12	28	76 51	19	85 68	11	89 01	1	3
58	22 31	37	43 84	34	62 40	27	76.70	20	85 79	11	89 02	0	2
59	22.68	36	44 18	33	62.67	28	76 90	19	85 90	10	89 02	0	1
60	23 04		44 51		62 95		77 09		86 00		89 02		0
Minuten	P		P		P		P		P		P		Minuten
	11h od. 23h		10h od. 22h		9h oder 21h		8h oder 20h		7h oder 19h		6h oder 18h		

Tafel III: enthaltend R, mit der Declination δ als Argument.

δ	R		δ	R	
88°31'50''	— 0.00408	82	88°33' 0''	— 0.00987	84
32 0	— 0.00490	83	33 10	— 0 01071	83
32 10	— 0 00573	82	33 20	— 0.01154	83
32 20	— 0 00655	83	33 30	— 0 01237	84
32 30	— 0 00738	83	33 40	— 0.01321	84
32 40	— 0.00821	83	33 50	— 0.01405	84
32 50	— 0.00904	83	34 0	— 0 01489	84
88 33 0	— 0 00987		88 34 10	— 0 01573	

Tafel II: enthaltend Q, mit den beiden Argumenten: Stundenwinkel $= t$ und geographische Breite des Ortes $= \varphi$.

Stunden-winkel.	Geographische Breite							Stunden-winkel
	0°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	
0h 0′	−0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	24h 0′
0 20	0 00	0.04	0 05	0.07	0 09	0 12	0.15	23 40
0 40	0 00	0.06	0 10	0.15	0.19	0 23	0.28	23 20
1 0	0 00	0.10	0 16	0 22	0.27	0 35	0 40	23 0
1 20	0 00	0.13	0 20	0 27	0 31	0 44	0.52	22 40
1 40	0 00	0 16	0 24	0 33	0.42	0.52	0 63	22 20
2h 0′	−0 00	+0.18	+0 26	+0.35	+0 48	+0.59	+0 71	22h 0′
2 20	0.00	0.19	0 28	0 38	0.50	0 62	0 75	21 40
2 40	0 01	0.19	0 29	0.40	0.52	0 64	0 79	21 20
3 0	0 01	0.19	0.30	0 41	0.52	0 66	0.80	21 0
3 20	0.01	0.19	0 29	0.40	0 51	0.64	0.79	20 40
3 40	0 01	0.18	0 27	0.37	0 48	0.62	0.75	20 20
4h 0′	−0 02	+0.16	+0.25	+0.35	+0.45	+0 56	+0 62	20h 0′
4 20	0.02	0 14	0.22	0.31	0.39	0.49	0.60	19 40
4 40	0.02	0.11	0 18	0.25	0.33	0.41	0 48	19 20
5 0	0 02	0.08	0.14	0 20	0.25	0.31	0 36	19 0
5 20	0 02	0 05	0 08	0 12	0 17	0.21	0 24	18 40
5 40	−0 02	+0 02	+0 04	+0 06	+0 06	+0.09	+0.11	18 20
6h 0′	−0 02	−0.02	−0 02	−0 02	−0 03	−0 03	−0 03	18h 0′
6 20	0.02	0 06	0.07	0.08	0.11	0 15	0.18	17 40
6 40	0 02	0 08	0.12	0.16	0 20	0 25	0 30	17 20
7 0	0.02	0 12	0.17	0 22	0 29	0 35	0.42	17 0
7 20	0.02	0 15	0.21	0.28	0.35	0.45	0.54	16 40
7 40	0 02	0 18	0.26	0 35	0 43	0 52	0 63	16 20
8h 0′	−0 02	−0 20	−0 28	−0.37	−0 49	−0.60	−0 72	16h 0′
8 20	0.01	0 21	0.30	0 40	0 51	0.63	0.75	15 40
8 40	0 01	0 21	0 31	0 42	0 53	0.65	0 78	15 20
9 0	0 01	0 20	0 32	0 43	0.54	0 66	0 80	15 0
9 20	0.01	0 21	0 31	0 42	0 52	0 64	0.78	14 40
9 40	0 00	0.20	0 29	0 39	0 49	0.63	0.75	14 20
10h 0′	−0.00	−0 18	−0 26	−0.35	−0 46	−0.57	−0.69	14h 0′
10 20	0 00	0 16	0.24	0.33	0.40	0 49	0 61	13 40
10 40	0.00	0 13	0 20	0.27	0 35	0.42	0 50	13 20
11 0	0 00	0 10	0.15	0 20	0.27	0.33	0.38	13 0
11 20	0 00	0 06	0 10	0.14	0 19	0 22	0 26	12 40
11 40	0 00	0 04	0 05	0.06	0 09	0.12	0 14	12 20
12h 0′	−0 00	−0 00	−0.00	−0 00	−0 00	−0.00	−0′.00	12h 0′
Stunden-winkel	0°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	Stunden-winkel
	Geographische Breite							

Mit Hülfe dieser Tafeln findet man:

$$lg\,A = lg\,(P + Q) + lg\,sec\,\varphi + R.$$

Tafel II: enthaltend Q, mit den beiden Argumenten: Stundenwinkel $= t$ und geographische Breite des Ortes $= \varphi$.

Stundenwinkel	Geographische Breite 35°	40°	45°	50°	55°	60°	62°	Stundenwinkel
0h 0′	+0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	+0′.00	24h 0′
0 20	0.15	0.18	0.20	0.24	0.30	0.36	0.39	23 40
0 40	0.28	0.35	0.40	0.49	0.58	0.71	0.76	23 20
1 0	0.40	0.48	0.60	0.70	0.91	1.03	1.14	23 0
1 20	0.52	0.62	0.75	0.89	1.09	1.33	1.44	22 40
1 40	0.63	0.75	0.89	1.08	1.31	1.59	1.72	22 20
2h 0′	+0.71	+0.85	+1.02	+1.22	+1.45	+1.78	+1.95	22h 0′
2 20	0.75	0.90	1.09	1.30	1.58	1.86	2.10	21 40
2 40	0.79	0.94	1.14	1.35	1.64	2.00	2.18	21 20
3 0	0.80	0.96	1.16	1.38	1.66	2.02	2.20	21 0
3 20	0.79	0.94	1.13	1.34	1.62	1.99	2.15	20 40
3 40	0.75	0.89	1.07	1.29	1.54	1.87	2.03	20 20
4h 0′	+0.62	+0.81	+0.98	+1.18	+1.40	+1.71	+1.86	20h 0′
4 20	0.60	0.71	0.85	1.03	1.22	1.48	1.61	19 40
4 40	0.48	0.60	0.71	0.86	1.03	1.23	1.33	19 20
5 0	0.35	0.46	0.54	0.64	0.77	0.93	1.02	19 0
5 20	0.24	0.30	0.35	0.43	0.49	0.62	0.66	18 40
5 40	+0.11	+0.14	+0.17	+0.21	+0.21	+0.26	+0.28	18 20
6h 0′	−0.03	−0.04	−0.04	−0.06	−0.07	−0.08	−0.09	18h 0′
6 20	0.18	0.20	0.22	0.27	0.35	0.43	0.47	17 40
6 40	0.30	0.36	0.43	0.52	0.62	0.75	0.82	17 20
7 0	0.42	0.50	0.62	0.74	0.87	1.05	1.16	17 0
7 20	0.51	0.64	0.76	0.91	1.09	1.32	1.45	16 40
7 40	0.63	0.75	0.89	1.07	1.29	1.56	1.69	16 20
8h 0	−0.72	−0.85	−1.02	−1.20	−1.44	−1.73	−1.88	16h 0′
8 20	0.75	0.90	1.09	1.30	1.53	1.87	2.02	15 40
8 40	0.78	0.94	1.12	1.34	1.59	1.93	2.11	15 20
9 0	0.80	0.96	1.14	1.36	1.62	1.96	2.12	15 0
9 20	0.78	0.93	1.12	1.34	1.59	1.90	2.07	14 40
9 40	0.75	0.90	1.07	1.27	1.50	1.81	1.97	14 20
10h 0′	−0.69	−0.81	−0.98	−1.16	−1.37	−1.66	−1.79	14h 0′
10 20	0.61	0.72	0.86	1.02	1.20	1.45	1.59	13 40
10 40	0.50	0.61	0.73	0.87	1.02	1.22	1.32	13 20
11 0	0.38	0.48	0.56	0.67	0.79	0.95	1.04	13 0
11 20	0.26	0.33	0.38	0.45	0.53	0.63	0.71	12 40
11 40	0.14	0.17	0.20	0.23	0.27	0.33	0.35	12 20
12h 0	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	12h 0′
Stundenwinkel	35°	40°	45°	50°	55°	60°	62°	Stundenwinkel
	Geographische Breite							

Mit Hülfe dieser Tafeln findet man:

$$lg\,A = lg\,(P + Q) + lg\,sec\,\varphi + R.$$

Tafel II: enthaltend Q, mit den beiden **Argumenten: Stundenwinkel** $= t$ und **geographische Breite des Ortes** $= \varphi$.

Stundenwinkel	Geographische Breite 62°	64°	66°	68°	70°	72°	74°	Stundenwinkel
0h 0′	+0″.00	+0″.00	+0″.00	+0″.00	+0″.00	+0″.00	+0″.00	24h 0′
0 20	0.39	0.44	0.49	0.52	0.59	0.66	0.76	23 40
0 40	0.76	0.85	0.93	1.04	1.16	1.30	1.50	23 20
1 0	1.14	1.24	1.36	1.50	1.69	1.90	2.18	23 0
1 20	1.44	1.59	1.75	1.94	2.16	2.43	2.80	22 40
1 40	1.72	1.87	2.08	2.[illegible]9	2.55	2.90	3.31	22 20
2h 0′	+1.95	+2.13	+2.33	+2.58	+2.88	+3.26	+3.73	22h 0′
2 20	2.10	2.28	2.52	2.79	3.10	3.50	4.00	21 40
2 40	2.18	2.38	2.62	2.90	3.25	3.63	4.15	21 20
3 0	2.20	2.41	2.65	2.92	3.25	3.65	4.18	21 0
3 20	2.15	2.35	2.58	2.85	3.18	3.56	4.07	20 40
3 40	2.03	2.22	2.43	2.69	2.99	3.36	3.80	20 20
4h 0′	+1.86	+2.01	+2.21	+2.43	+2.70	+3.04	+3.45	20h 0′
4 20	1.61	1.75	1.86	2.13	2.35	2.63	2.98	19 40
4 40	1.33	1.45	1.59	1.73	1.86	2.15	2.42	19 20
5 0	1.02	1.10	1.18	1.30	1.45	1.60	1.80	19 0
5 20	0.66	0.72	0.76	0.84	0.91	1.03	1.14	18 40
5 40	+0.28	+0.31	+0.33	+0.34	+0.37	+0.41	+0.44	18 20
6h 0′	−0.09	−0.10	−0.12	−0.15	−0.18	−0.20	−0.28	18h 0′
6 20	0.47	0.50	0.56	0.63	0.72	0.82	0.96	17 40
6 40	0.82	0.89	0.98	1.10	1.23	1.40	1.61	17 20
7 0	1.16	1.26	1.38	1.52	1.71	1.92	2.20	17 0
7 20	1.45	1.58	1.73	1.91	2.13	2.49	2.71	16 40
7 40	1.69	1.85	2.02	2.23	2.47	2.78	3.15	16 20
8h 0′	−1.88	−2.05	−2.25	−2.47	−2.74	−3.08	−3.49	16h 0′
8 20	2.02	2.20	2.41	2.64	2.93	3.27	3.70	15 40
8 40	2.11	2.27	2.49	2.73	3.03	3.37	3.81	15 20
9 0	2.12	2.29	2.51	2.76	3.05	3.39	3.82	15 0
9 20	2.07	2.16	2.45	2.68	2.96	3.31	3.72	14 40
9 40	1.97	2.14	2.32	2.55	2.82	3.12	3.51	14 20
10h 0′	−1.79	−1.95	−2.13	−2.32	−2.56	−2.86	−3.21	14h 0′
10 20	1.59	1.72	1.87	2.05	2.27	2.52	2.82	13 40
10 40	1.32	1.44	1.57	1.72	1.87	2.12	2.35	13 20
11 0	1.04	1.12	1.20	1.32	1.45	1.62	1.82	13 0
11 20	0.71	0.75	0.82	0.90	1.00	1.11	1.24	12 40
11 40	0.35	0.38	0.41	0.46	0.50	0.56	0.63	12 20
12h 0′	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	12h 0′
Stundenwinkel	62°	64°	66°	68°	70°	72°	74°	Stundenwinkel
	Geographische Breite							

Mit Hülfe dieser Tafeln findet man:

$$lg\,A = lg\,(P + Q) + lg\,sec\,\varphi + R.$$

Verzeichniss der mittleren Oerter von vierzig nördlichen Circumpolarsternen, mit den nöthigen Constanten zur Reduction auf den scheinbaren Ort, nach der Bessel'schen Methode.

Bei vielen Untersuchungen muss der Beobachter sich häufig der Circumpolarsterne bedienen, und da in unseren astronomischen Ephemeriden, deren so wenige angegeben werden, so haben wir es nicht für überflüssig gehalten, die mittleren Oerter mehrerer solcher Circumpolar-Sterne, diesem Werke beizufügen, indem sie auf solche Weise angegeben sind, dass man sehr leicht die scheinbaren Oerter berechnen kann. Das angehängte Sternverzeichniss ist aus der Abhandlung von Otto von Struve entlehnt: Rapport sur l'expédition chronometrique de 1844 entre Altona et Greenwich; und die Oerter der Sterne selbst, sind auf die Sterncataloge der Circumpolarsterne von Struve, Argelander, Pond, Airy, Johnson aber vorzüglich auf die Beobachtungen von Peters, welche zu Ende des Jahres 1840 auf der Pulkowaer Sternwarte angestellt wurden, gegründet. Die Aenderungen der Declinationen der Sterne, und $lg\,a'$, $lg\,b'$, $lg\,c'$, $lg\,d'$ für das Jahr 1850, welche unten erwähnt werden sollen, sind aus dem im Jahre 1845 herausgegebenen Sterncataloge von Baily, der auf Anhalten der Brittischen Gesellschaft zu Verbreitung der Wissenschaften angefertigt wurde, entlehnt worden.

Um nun zu zeigen auf welche Weise man das Verzeichniss der mittleren Oerter der Sterne gebrauchen muss, wollen wir zuerst die Besselschen Formeln; zur Reduction des mittleren Ortes auf den scheinbaren, oder auch umgekehrt, angeben, Es sei daher:

t . . . der Zeitraum in Jahresbruch ausgedrückt, der seit dem Anfange des Jahres und demjenigen Tage verflossen ist, für welchen man den scheinbaren Ort des Sternes suchen will.

$\odot$ . . . die wahre Länge der Sonne
☾ . . . die wahre Länge des Mondes
☊ . . . die mittlere Länge des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn
ω . . . die scheinbare Schiefe der Ecliptic
} für die Zeit, für welche man den scheinbaren Ort des Sternes finden will.

α . . . die mittlere gerade Aufsteigung des Sternes in Bogen
δ . . . die mittlere Abweichung des Sternes
} für den Anfang von 1840.

μ . . . die jährliche eigene Bewegung des Sternes in gerader Aufsteigung.

μ' . . . die jährliche eigene Bewegung des Sternes in Abweichung.

τ . . . die Anzahl von Jahren, welche vom 1sten Januar 1840 bis zum 1sten Januar des gegebenen Jahres verflossen sind.

P . . . die jährliche Präcession in AR für das Jahr 1840.

p . . . die jährliche Aenderung des Werthes P.

Q . . . die jährliche Präcession in Declination für 1840.

q . . . die jährliche Aenderung des Werthes Q.

α' . . . die scheinbare gerade Aufsteigung des Sternes
δ' . . . die scheinbare Abweichung des Sternes
} für die gegebene Zeit: $1840 + \tau + t$

Berechnet man sich nun die bloss von der Zeit abhängigen Werthe:

$$A = t - 0''.025 \sin 2\odot - 0''.344 \sin ☊ + 0''.004 \sin 2☊ - 0''.004 \sin 2☾$$

$$B = - 0''.550 \cos 2\odot - 9''.224 \cos ☊ + 0''.090 \cos 2☊ - 0''.090 \cos 2☾$$

$$C = - 20''.455 \cos \omega \cos \odot$$

$$D = - 20''.445 \sin \odot$$

so wie ferner die von dem Orte des Sternes abhängigen Constanten:

$m = 46''.0737 + \tau . 0''.000285$; | $n = 20''.0574 - \tau . 0''.000086$

$a = m + n\, tg\, \delta\, sin\, \alpha$ | $a' = n\, cos\, \alpha$

$b = tg\, \delta\, cos\, \alpha$ | $b' = -\, sin\, \alpha$

$c = sec\, \delta\, cos\, \alpha$ | $c' = tg\, \omega\, cos\, \delta - sin\, \delta\, sin\, \alpha$

$d = sec\, \delta\, sin\, \alpha$ | $d' = sin\, \delta\, cos\, \alpha$;

so hat man alsdann für die gegebene Zeit $= 1840 + \tau + t$, folgenden Ausdruck für den scheinbaren Ort des Sternes:

$$\alpha' = \alpha + (P + \tfrac{1}{2} p . \tau)\, \tau + \mu\, (\tau + t) + A a + B b + C c + D d$$
$$d' = \delta + (Q + \tfrac{1}{2} q . \tau)\, \tau + \mu' (\tau + t) + A a' + B b' + C c' + D d'$$

In den Tafeln auf Seite 448—451 werden nun die Werthe von P, p, μ, Q, q, μ', und die Logarithmen der Werthe a, b, c, d und a', b', c', d' angegeben; aber da meistens die gerade Aufsteigung der Sterne in Zeit gebraucht wird, so sind folglich die Werthe von α, P, p, a, b, c, d in den angehängten Tafeln in Zeit ausgedrückt. Im Nautical Almanac, werden die Logarithmen von A, B, C und D für mittlere Greenwicher Mitternacht für alle Tage des Jahres angegeben; sie haben aber dort eine andere Bedeutung als ihnen Bessel beigelegt hat, und wie wir sie hier angegeben haben, bei uns bezeichnet A und B nämlich, dasjenige, wofür im Nautical Almanac C und D gesetzt ist, und auch umgekehrt. Im Berliner astronomischen Jahrbuche dagegen, werden die Logarithmen von A, B, C und D ganz übereinstimmend mit Bessel, nämlich ebenso wie hier angegeben.

Die angehängte Ziffer $_n$ bei den Logarithmen in unseren Tafeln, zeigt an, dass die zugehörige Zahl negativ ist, und die mit (*) bezeichneten Sterne, sind zugleich im Nautical Almanac sowohl nach ihrer mittleren als auch scheinbaren Position angegeben.

Verzeichniss von 40 nördlichen Circumpolar-Sternen.

	Bezeichnung der Sterne	Grösse	α oder mittlere *AR* für den Anfang von 1840	*P* oder jährliche Präcession in *AR* für 1840	*p* oder jährliche Veränderung von *P*	μ oder jährliche eigene Bewegung in *AR*
1	21 Cassiopeae......	6	0h35′12″.27	+ 3″.7904	+0″.0014	−0″.0114
2*	α Ursae minoris...	2	1 2 10 68	+16 4615	+0 .1066	
3	50 Cassiopeae	4	1 49 54 61	+ 4 9308	+0 .0018	−0 .0132
4	ι Cassiopeae.......	4	2 15 58 .54	+ 4 .8056	+0 .0013	−0 .0082
5	Cephei 48. Hevel...	6	3 0 16 .66	+ 7 2169	+0 .0035	+0 .0303
6	9 Kameleop.......	4	4 38 11 .38	+ 5 8936	+0 .0007	−0 0047
7	Kameleop. 22. Hevel.	5.4	6 1 12 .34	+ 6 .6222	−0 .0000	+0 0130
8*	Cephei. 51. Hevel..	5	6 23 25 .24	+30 .8742	−0 .0133	
9	P. VII. 67.........	6	7 14 10 .03	+ 6 .3370	−0 .0008	+0 0150
10	Ursae. maj. 3 Hevl.	6	7 56 47 98	+ 6 .1021	−0 .0012	+0 .0053
11	σ^2 Ursae maj......	5	8 56 13 .06	+ 5 .4237	−0 .0008	−0 .0066
12	Draconis 1. Hevel..	4 5	9 13 41 .93	+ 9 .4040	−0 0082	−0 .0450
13	24 *d* Ursae maj....	5 4	9 20 12 88	+ 5 .4998	−0 .0017	−0 .0080
14	32 Ursae maj......	6	10 6 19 .89	+ 4 .4943	−0 0012	−0 .0165
15	Draconis 9. Hevel..	5.4	10 21 18 06	+ 5 .4028	−0 0029	−0 .0024
16	λ Draconis	3.4	11 21 49 61	+ 3 .6878	−0 0011	−0 .0065
17	Draconis 4. Hevel..	5.4	12 4 36 96	+ 2 .9392	−0 0013	+0 .0057
18	π Draconis........	3 4	12 26 36 .89	+ 2 .6299	−0 .0006	−0 .0135
19	Kameleop. 32 Hevel.	5.4	12 48 2 .92	+ 0 2919	+0 .0024	−0 .0167
20	α Draconis	3.4	14 0 3 .55	+ 1 .6278	+0 .0001	−0 .0101
21	5 Ursae min.........	5.4	14 27 56 .76	− 0 .2556	+0 0012	+0 .0015
22*	β Ursae min.......	2	14 51 14 .59	− 0 .2750	+0 0011	−0 .0078
23	γ Ursae min.......	3	15 21 1 .99	− 0 .1704	+0 .0008	+0 0000
24*	ζ Ursae min.......	4 5	15 49 55 .02	− 2 3649	+0 0033	+0 .0140
25	15 Draconis........	5	16 28 19 50	− 0 1561	+0 0004	+0 .0073
26*	ε Ursae min.......	4 5	17 2 36 15	− 6 .4964	+0 0030	+0 .0115
27	ω Draconis........	5	17 37 53 .65	− 0 .3653	+0 0001	+0 .0027
28	ψ Draconis (antec.)	4.5	17 44 47 .73	− 1 .0903	+0 0002	−0 .0032
29*	δ Ursae min.......	4.5	18 23 56 .46	−19 .2270	−0 .0170	
30	δ Draconis	3	19 12 30 .02	+ 0 .0217	−0 0002	+0 .0221
31	τ Draconis.........	5	19 18 35 .34	− 1 .0620	−0 .0006	−0 .0270
32	ε Draconis.........	4	19 48 40 .81	− 0 .1721	−0 .0004	+0 .0110
33	π Cephei..........	4 5	20 14 9 .17	− 1 .8445	−0 .0016	+0 .0037
34*	λ Ursae min.......	5	20 21 38 .28	−50 .3881	−0 .2499	
35	....	6	20 54 37 .42	− 2 3863	−0 0030	−0 .0041
36*	β Cephei..........	3	21 26 34 22	+ 0 8091	−0 .0003	+0 .0012
37	Cephei 226. Bode..	5.6	22 29 26 .32	+ 1 .0951	−0 .0003	−0 .0070
38	ι Cephei..........	4 3	22 43 59 .98	+ 2 .1225	+0 0002	−0 .0133
39	o Cephei..........	6 5	23 12 5 .09	+ 2 .4102	+0 .0003	+0 0195
40*	γ Cephei...........	3 4	23 32 50 .14	+ 2 4006	+0 .0007	−0 .0193

Hiermit wird die mittlere *AR*, eines dieser Sterne für irgend eine andere Epoche $1840 + \tau$:

$$= \alpha + (\boldsymbol{P} + \tfrac{1}{2} p . \tau + \mu) . \tau$$

Verzeichniss von 40 nördlichen Circumpolar-Sternen.

	Bezeichnung der Sterne	Grösse	δ oder mittlere Decl. für den Anfang von 1840	Q oder jährliche Präcession in Decl. für 1840	q oder jährliche Veränderung von Q	μ' oder jährliche eigene Bewegung in Decl.
1	21 Cassiopeae......	6	74° 6′ 42″	+19″.82	−0″.001	−0″.07
2*	α Ursae minoris...	2	88 27 22	+19 .32	−0 .007	+0 .02
3	50 Cassiopeae	4	71 38 32	+17 .79	−0 .003	+0 .02
4	ι Cassiopeae.......	4	66 40 40	+16 .63	−0 .004	−0 .00
5	Cephei 48. Hevel...	6	77 8 9	+14 .17	−0 .008	−0 .04
6	9 Kameleop.........	4	66 3 38	+ 7 .01	−0 .008	+0 .02
7	Kameleop. 22. Hevel.	5.4	69 21 50	− 0 .10	−0 .010	−0 .09
8*	Cephei. 51. Hevel..	5	87 15 42	− 2 .07	−0 .045	
9	P. VII. 67.........	6	68 46 53	− 6 .37	−0 .009	+0 .07
10	Ursae. maj. 3. Hevl.	6	68 56 7	− 9 .78	−0 .008	
11	σ^2 Ursae maj......	5	67 46 36	−13 .94	−0 .006	−0 .12
12	Draconis 1. Hevel..	4.5	82 1 24	−15 .00	−0 .009	−0 .04
13	24 d Ursae maj	5.4	70 31 40	−15 .38	−0 .005	+0 .02
14	32 Ursae maj......	6	65 54 10	−17 .64	−0 .003	−0 .04
15	Draconis 9. Hevel..	5.4	76 32 0	−18 .23	−0 .003	+0 .01
16	λ Draconis	3.4	70 12 49	−19 .78	−0 .001	−0 .08
17	Draconis 4. Hevel..	5.4	78 30 19	−20 .05	+0 .000	+0 .02
18	π Draconis........	3.4	70 40 16	−19 .92	+0 .000	−0 .04
19	Kameleop. 32. Hevel.	5.4	84 16 59	−19 .62	+0 .000	+0 .02
20	α Draconis........	3.4	65 8 32	−17 .36	+0 .001	−0 .02
21	5 Ursae min.......	5.4	76 24 26	−16 .02	−0 .000	−0 .03
22*	β Ursae min.......	2	74 48 33	−14 .72	−0 .000	−0 .06
23	γ Ursae min.......	3	72 24 13	−12 .82	−0 .000	+0 .05
24*	ζ Ursae min.......	4.5	78 17 0	−10 .78	−0 .003	+0 .00
25	15 Draconis........	5	69 6 52	− 7 .81	−0 .000	+0 .02
26*	ε Ursae min.......	4 5	82 17 22	− 4 .97	−0 .009	−0 .00
27	ω Draconis........	5	68 49 52	− 1 .94	−0 .000	+0 .28
28	ψ Draconis (antec.)	4.5	72 13 32	− 1 .33	−0 .002	−0 .25
29*	δ Ursae min.......	4.5	86 35 29	+ 2 .08	−0 .028	
30	δ Draconis........	3	67 22 49	+ 6 .24	+0 .000	+0 .07
31	τ Draconis.........	5	73 3 24	+ 6 .75	−0 .001	+0 .08
32	ε Draconis.........	4	69 51 36	+ 9 .16	−0 .000	−0 .01
33	π Cephei..........	4 5	77 13 35	+11 .07	−0 .002	+0 .01
34*	λ Ursae min.......	5	88 49 44	+11 .58	−0 .060	
35	....	6	79 56 54	+13 .85	−0 .003	
36*	β Cephei..........	3	69 51 32	+15 .72	+0 .001	−0 .04
37	Cephei 226. Bode..	5.6	75 24 9	+18 .51	+0 .001	+0 .11
38	ι Cephei...........	4.3	65 21 36	+18 .96	+0 .001	−0 .12
39	o Cephei..........	6 5	67 14 15	+19 .62	+0 .001	+0 .04
40*	γ Cephei..........	3.4	76 44 23	+19 .91	+0 .000	+0 .17

Hiermit wird die mittlere Declination, eines dieser Sterne für irgend eine andere Epoche $1840 + \tau$:

$$= \delta + (Q + \tfrac{1}{2}\, q . \tau + \mu') . \tau$$

Logarithmen der Constanten in gerader Aufsteigung für die beiden Epochen 1850 und 1860.

	lg a		lg b		lg c		lg d	
	1850	1860	1850	1860	1850	1860	1850	1860
1	0.5803	0.5823	9.3659	9.3673	9.3827	9.3840	8.5791	8.5894
2*								
3	0.6945	0.6962	9.2514	9.2519	9.2741	9.2743	8.9939	8.9980
4	0.6829	0.6841	9.1079	9.1078	9.1448	9.1445	8.9769	8.9799
5	0.8605	0.8625	9.3123	9.3123	9.3243	9.3232	9.3299	9.3334
6	0.7709	0.7714	8.7153	8.7106	8.7543	8.7495	9.1884	9.1894
7	0.8210	0.8210	7.2492n	7.4215n	7.2780n	7.4503n	9.2768	9.2767
8*								
9	0.8013	0.8008	8.7427n	8.7482n	8.7733n	8.7788n	9.2411	9.2401
10	0.7847	0.7838	8.9294n	8.9321n	8.9595n	8.9623n	9.2077	9.2060
11	0.7332	0.7321	9.0558n	9.0567n	9.0894n	9.0904n	9.1003	9.0979
12	0.9695	0.9657	9.5517n	9.5519n	9.5559n	9.5562n	9.4979	9.4923
13	0.7390	0.7376	9.1605n	9.1608n	9.1861n	9.1867n	9.1056	9.1026
14	0.6515	0.6504	9.1174n	9.1171n	9.1571n	9.1570n	8.8870	8.8835
15	0.7303	0.7280	9.4022n	9.4013n	9.4144n	9.4136n	9.0721	9.0667
16	0.5653	0.5641	9.2607n	9.2596n	9.2873n	9.2863n	8.5058	8.4976
17	0.4663	0.4644	9.5134n	9.5112n	9.5223n	9.5202n	7.8702n	7.9078n
18	0.4190	0.4181	9.2745n	9.2731n	9.2999n	9.2986n	8.3739n	8.3796n
19	9.4998	9.5305	9.8097n	9.8055n	9.8119n	9.8078n	9.1402n	9.1366n
20	0.2118	0.2119	9.0943n	9.0930n	9.1367n	9.1356n	8.8995n	8.8996n
21	9.3858n	9.3632n	9.3415n	9.3401n	9.3539n	9.3526n	9.2206n	9.2291n
22*	9.4223n	9.4052n	9.2541n	9.2533n	9.2699n	9.2689n	9.2365n	9.2353n
23	9.2114n	9.1909n	9.1275n	9.1266n	9.1484n	9.1476n	9.2285n	9.2276n
24*	0.3700n	0.3662n	9.2376n	9.2376n	9.2468n	9.2468n	9.4406n	9.4391n
25	9.1816n	9.1700n	8.8324n	8.8320n	8.8620n	8.8616n	9.2357n	9.2352n
26*	0.8107n	0.8087n	9.0936n	9.1005n	9.0975n	9.1045n	9.6812n	9.6799n
27	9.5611n	9.5597n	8.2206n	8.2217n	8.2510n	8.2521n	9.2641n	9.2640n
28	0.0369n	0.0362n	8.1445n	8.1495n	8.1657n	8.1707n	9.3382n	9.3380n
29*								
30	8.2900	8.2304	8.6974	8.6978	8.7321	8.7325	9.2171n	9.2174n
31	0.0284n	0.0308n	8.8663	8.8658	8.8855	8.8850	9.3339n	9.3345n
32	9.2465n	9.2572n	8.9196	8.9201	8.9470	8.9474	9.2367n	9.2373n
33	0.2697n	0.2735n	9.2110	9.2112	9.2218	9.2219	9.4017n	9.4031n
34*								
35	0.3831n	0.3886	9.4153	9.4162	9.4229	9.4228	9.4448n	9.4462n
36*	9.9062	9.9044	9.1552	9.1564	9.1824	9.1835	9.0803n	9.0809n
37	0.0382	0.0368	9.3751	9.3769	9.3893	9.3909	9.0085n	9.0092n
38	0.3273	0.3278	9.1394	9.1406	9.1806	9.1817	8.7154n	8.7144n
39	0.3826	0.3835	9.1928	9.1942	9.2279	9.2290	8.5514n	8.5481n
40*	0.3816	0.3829	9.4505	9.4525	9.4622	9.4641	8.5316n	8.5269n

Hiermit wird die scheinbare *AR*, eines dieser Sterne, für irgend eine andere Epoche $1840 + \tau + t$:

$$= \alpha + (P + \tfrac{1}{2} p.\tau + \mu).\tau + t\mu + Aa + Bb + Cc + Dd$$

Logarithmen der Constanten in Declination für die beiden Epochen 1850 und 1860.

	lg a'		*lg b'*		*lg c'*		*lg d'*	
	1850	1860	1850	1860	1850	1860	1850	1860
1	1.2969	1.2967	9.1923n	9.1999n	8.4969n	8.5378n	9.9779	9.9778
2*								
3	1.2494	1.2486	9.6671n	9.6700n	9.4840n	9.4889n	9.9247	9.9239
4	1.2198	1.2188	9.7497n	9.7520n	9.5376n	9.5415n	9.8807	9.8798
5	1.1489	1.1465	9.8522n	9.8546n	9.7764n	9.7793n	9.8357	9.8334
6	0.8405	0.8355	9.9724n	9.9731n	9.8337n	9.8347n	9.4993	9.4943
7	9.3050n	9.4758n	0.0000n	0.0000n	9.8937n	9.8936n	7.9740n	8.1447n
8*								
9	0.8105n	0.8164n	9.9762n	9.9755n	9.8604n	9.8595n	9.4778n	9.4836n
10	0.9939n	0.9974n	9.9399n	9.9388n	9.8170n	9.8155n	9.6616n	9.6649n
11	1.1462n	1.1479n	9.8549n	9.8532n	9.6974n	9.6948n	9.8103n	9.8119n
12	1.1788n	1.1813n	9.8186n	9.8152n	9.7720n	9.7680n	9.8723n	9.8748n
13	1.1883n	1.1897n	9.8055n	9.8034n	9.6602n	9.6571n	9.8604n	9.8617n
14	1.2472n	1.2480n	9.6749n	9.6723n	9.4050n	9.3997n	9.9052n	9.9058n
15	1.2614n	1.2622n	9.6169n	9.6132n	9.4786n	9.4729n	9.9470n	9.9477n
16	1.2964n	1.2966n	9.2126n	9.2056n	7.7924n	7.5146n	9.9676n	9.9676n
17	1.3021n	1.3021n	8.3478	8.3875	9.0362	9.0461	9.9910n	9.9909n
18	1.2992n	1.2991n	9.0710	9.0779	9.4067	9.4103	9.9716n	9.9714n
19	1.2926n	1.2926n	9.3186	9.3192	9.3993	9.4006	9.9882n	9.9881n
20	1.2394n	1.2391n	9.7001	9.7009	9.8044	9.8051	9.8948n	9.8943n
21	1.2047n	1.2048n	9.7792	9.7791	9.8368	9.8369	9.8901n	9.8900n
22*	1.1678n	1.1679n	9.8322*	9.8321	9.8863	9.8863	9.8500n	9.8500n
23	1.1080n	1.1081n	9.8859	9.8858	9.9366	9.9366	9.7849n	9.7849n
24*	1.0338n	1.0350n	9.9255	9.9250	9.9605	9.9601	9.7224n	9.7235n
25	0.8928n	0.8929n	9.9643	9.9643	0.0066	0.0066	9.5610n	9.5610n
26*	0.7044n	0.7120n	9.9857	9.9852	0.0074	0.0069	9.3982n	9.4058n
27	0.2870n	0.2882n	9.9980	9.9980	0.0354	0.0354	8.9545n	8.9556n
28	0.1290n	0.1340n	9.9990	9.9990	0.0345	0.0345	8.8055n	8.8105n
29*								
30	0.7952	0.7952	9.9779	9.9779	0.0188	0.0188	9.4582	9.4583
31	0.8279	0.8269	9.9741	9.9742	0.0118	0.0119	9.5065	9.5055
32	0.9617	0.9616	9.9193	9.9493	9.9933	9.9933	9.6322	9.6321
33	1.0437	1.0428	9.9213	9.9217	9.9588	9.9591	9.7306	9.7298
34*								
35	1.1405	1.1397	9.8602	9.8609	9.8972	9.8977	9.8316	9.8308
36*	1.1968	1.1970	9.7925	9.7921	9.8642	9.8639	9.8673	9.8676
37	1.2676	1.2677	9.5845	9.5838	9.4820	9.6811	9.9512	9.9514
38	1.2781	1.2783	9.5107	9.5088	9.6770	9.6755	9.9346	9.9350
39	1.2928	1.2930	9.3136	9.3098	9.5532	9.5508	9.9556	9.9559
40*	1.2993	1.2994	9.0661	9.0599	9.3274	9.3233	9.9854	9.9856

Hiermit wird die scheinbare Declination, eines dieser Sterne, für irgend eine andere Epoche $1840 + \tau + t$:

$$= \delta + (Q + \tfrac{1}{2} q . \tau + \mu') . \tau + t \mu' + A a' + B b' + C c' + D d'$$

Beispiel. Man verlangt den scheinbaren Ort von β *Cephei* für den 12ten August 1851 um Mitternacht in Greenwich.

Geht man in das Verzeichniss auf Seite 448—449 unter No. 36 ein, so folgt für diesen Stern:

$$\alpha = 21^h\, 26'\, 34''.22 \quad P = +0''.8091 \quad p = -0''.0003 \quad \mu = +0''.0012$$
$$\delta = +69^0 51' 32'' \quad Q = +15''.72 \quad q = +0''.001 \quad \mu' = -0''.04$$

es wird also, da $\tau = 1851 - 1840 = 11$ ist, auch ebenfalls:

$$(P + \tfrac{1}{2} p.\tau + \mu).\tau = +0''.8086 \times 11 = +8''.895 \text{ in Zeit}$$
$$(Q + \tfrac{1}{2} q.\tau + \mu').\tau = +15''.685 \times 11 = +2' 52''.54 \text{ in Bogen}$$

mithin wird der mittlere Ort dieses Sternes für den Anfang von 1851:

$$\text{in } AR = \alpha + (P + \tfrac{1}{2} p.\tau + \mu).\tau = +21_h 26' 43''.115$$
$$\text{und in Decl.} = \delta + (Q + \tfrac{1}{2} q.\tau + \mu').\tau = +69^0 54' 24''.54$$

Um nun die Reduction auf den scheinbaren Ort zu berechnen, entnehme man aus den Tafeln auf Seite 450—451, die Logarithmen von a, b, c, d, a', b', c', d' für das Jahr 1851 mittelst Interpolation, so wird man erhalten:

$$lg\, a = 9.9060 \quad lg\, b = 9.1553 \quad lg\, c = 9.1825 \quad lg\, d = 9.0804_n$$
$$lg\, a' = 1.1968 \quad lg\, b' = 9.7925 \quad lg\, c' = 9.8642 \quad lg\, d' = 9.8673$$

und alsdann nehme man aus dem Nautical Almanac auf das Jahr 1851, die Logarithmen der Werthe A, B, C, D für den 12ten August um Mitternacht in Greenwich, wobei man sich der schon auf Seite 447 gemachten Bemerkung zu erinnern hat, dass nämlich die Ordnung der Werthe A, B, C, D in Nautical Almanac eine andere als bei Bessel ist, so wird man haben:

$$lg\, A = 9.5078 \quad lg\, B = 0.5756 \quad lg\, C = 1.1543 \quad lg\, D = 1.1217_n$$

damit folgt ferner mit Rücksicht auf die früheren Vorschriften, da t in Jahresbruch ausgedrückt $= 0.61$ ist:

$lg\ A\,a = 9.4138$	$A\,a = +0''.259$	$lg\,A\,a' = 0.7046$	$A\,a' = +\ 5''.07$
$lg\ B\,b = 9.7309$	$B\,b = +0\ .538$	$lg\,B\,b' = 0.3681$	$B\,b' = +\ 2\ .33$
$lg\ C\,c = 0.3368$	$C\,c = +2\ .172$	$lg\,C\,c' = 1.0185$	$C\,c' = +10\ .44$
$lg\ D\,d = 0.2021$	$D\,d = +1\ .593$	$lg\,D\,d' = 0.9890_n$	$D\,d' = -\ 9\ .75$

Summe . . . . $+4''.562$	Summe . . . . $+8''.09$
$t\,\mu$ . . . . $+0\ .001$	$t\,\mu'$ . . . . $-0\ .02$
Mittl. AR $= 21^h\ 26'\ 43.115$	Mittl. Decl. $= +69^0 54' 24\ .54$
Scheinb. AR $= 21^h\ 26'\ 47''.678$	Scheinb. Decl. $= +69^0 54' 32''.61$

Ende des zweiten und letzten Bandes.

J. B. Appel's Buchdruckerei.