1829

ARNS
1 (1829)

EXAMINA PUBLICA

CUM DISCIPULIS

GYMNASII LAURENTIANI ARNSBERGENSIS

in ante dies I. et II. Septembris habenda

indicit

et

Literarum fautores omni, qua decet, observantia

invitat

PH. BAADEN,

Gymnasii director.

Annalibus scholæ præmittitur deductio analytica de functionum trigonometricarum in æquationibus solvendis usu;

quam scripsit Jos. Fisch,

Professor Matheseos.

Arnsbergæ.

TYPIS CASPARI ANTONII DÜSER.

MDCCCXXIX.

DE

FUNCTIONUM TRIGONOMETRICARUM IN ÆQUATIONIBUS SOLVENDIS USU.

Emergi ex formulis trigonometricis theoremata, quæ in trigonometriæ scientia quam maximi sint momenti; numeros earum ope inveniri, quibus functiones trigonometricæ exprimantur; easque ipsas problematis solvendis, quæ proponat trigonometria, potissimum inservire, et eam ob rem multiplicem adferre usum: haudquaquam denegabit is, quicunque formularum trigonometricarum naturam cognoverit, cognitamque tenuerit. Præcipuum vero usum hæ formulæ, quas multas variasque non modo demonstrationibus geometricis reperiri, sed analytica etiam arte ex geometrice demonstratis derivari licet, analysi præbent; quæ functiones hisce in formulis contentas ad æquationes solvendas adhibet. Quamlibet enim expressionem algebraicam formulæ trigonometricæ, cui comparare velis, æqualem haberi, tabularumque trigonometricarum ope posse resolvi; in tangentis expressione, ut alias functiones omittam, clarissime explendescit. Quum enim tangens, ceu functio trigonometrica, quantitas sit infinite magna et zero æqualis; inde nil obstat, quominus quantitatem cogitabilem quamcunque, quæ inter infinite magnam et infinite parvam intercepta sit oportet, veluti tangentem anguli cujusvis spectemus. Quare, si incognitam æquationis quantitatem functioni trigonometricæ cuivis æqualem posueris, atque eam ipsam formulam, in qua functio adparet, rite devolveris; trigonometricam invenies functionem, cujus logarithmus, logarithmo quantitatis datæ additus, logarithmum quantitatis incognitæ exhibet, ut incognitam ipsam sine ullo negotio reperire possis. Quam methodum in solvendis æquationibus sive puri sive mixti quadratici gradus si adhibeamus; evanescunt vel ad minimum valde minuuntur omnes difficultates, quæ in æquationibus generatim, præsertim vero in gradus mixti quadratici problematis haud raro sunt obviæ, quippe quæ eo majores, si quando accidit, ut termini in æquationibus occurrentes sint vel quantitates admodum magnæ, vel fractiones, vel etiam, si quantitas signo radicali supposita incompletum eamque ob rem ejusmodi sit quadratum, ut radix nonnisi adproximatione erui possit. Quænam vero formulæ trigonometricæ in problematis et puri et mixti quadratici gradus sint eligendæ, atque quonam modo devolvendæ, in lucem proferre propositum mihi habeo. Unde agendum erit de functionum trigonometricarum usu in solvendis æquationibus

a) gradus puri,

b) gradus mixti quadratici.

Quum vero in ulterioris generis æquationibus non solum secundum æquationis membrum vel positivum vel negativum, sed etiam quantitas radicalis adfecta esse possit signis diversis; inde, quod adtinet gradus quadratici problemata, considerandum erit, quinam sit functionum usus, si velis:

α. *secundum æquationis membrum et radicem quæsitam esse quantitatem positivam;*

β. *secundum æquationis membrum esse positivum, radicem vero negativam;*

γ. *secundum æquationis membrum negativum, radicem vero positivam;*

δ. *secundum æquationis membrum et ipsam radicem esse quantitatem negativam;*

demum vero non alienum putavi, formulas trigonometricas, quibus deductio analytica innititur, geometrice demonstratas adjicere, quo facilius tirones, quorum præcipue in usum thesin elaboratam velim, concipere possint.

§. 1.

Functionum trigonometricarum qualis sit usus in solvendis gradus puri problematis, ut perspiciamus; graduum triginta anguli logarithmum sinus quærere libet ex datis; quæ ad eum reperiendum sufficiant. Ex theoremate enim in trigonometria demonstrato satis notum, angulorum duorum sinibus datis summæ sinum posse inveniri, et æqualem esse summæ ex factis collectæ, quæ provenient, si sinum prioris in posterioris cosinum, et posterioris sinum in prioris cosinum duxeris. Unde æquatio: $\sin: 30° = \sin: 27°.\cos: 3° + \cos: 27°.\sin: 3°$. Quæ, si summam secundi æquationis membri in factores resolveris, in æquationem transit sequentem:

$$\sin: 30° = \sin: 27°.\cos: 3° \times \left\{ 1 + \frac{\cos: 27°.\sin: 3°}{\sin: 27°.\cos: 3°} \right\}.$$

Quum vero $\frac{\cos: 27°.\sin: 3°}{\sin: 27°.\cos: 3°} = \frac{\sin: 3°}{\cos: 3°} \times \frac{\cos: 27°}{\sin: 27°} = \frac{\sin: 3°}{\cos: 3°} : \frac{\sin: 27°}{\cos: 27°} = \frac{\text{tang}: 3°}{\text{tang}: 27°}$; inde $\sin: 30° = (\sin: 27°.\cos: 3°) \times \left\{ 1 + \frac{\text{tang}: 3°}{\text{tang}: 27°} \right\}$; et, si formulam trigonometricam $\frac{\text{tang}: 3°}{\text{tang}: 27°} = \text{tang}^2: A$ habueris, erit $\sin: 30° = \sin: 27°.\cos: 3° \times (1 + \text{tang}^2: A)$; cum autem $1 + \text{tang}^2: A = \frac{1}{\cos^2: A}$, inde $\sin: 30° = \frac{\sin: 27°.\cos: 3°}{\cos^2: A}$. Unde æquationes sequentes: I. $\text{tang}: A = \sqrt{\frac{\text{tang}: 3°}{\text{tang}: 27°}}$. II. $\sin: 30° = \frac{\sin: 27°.\cos: 3°}{\cos^2: A}$.

Est vero $\frac{\text{tang}: 3°}{\text{tang}: 27°} = \text{tang}: 3° \times \frac{1}{\text{tang}: 27°} = \text{tang}: 3° \times \cot: 27°$.

Qua re æquatio prior in sequentem abit: tang: A $= \sqrt{\text{tang: } 3^\circ \times \text{cot: } 27^\circ}$.

Quodsi calculum æquationis præcedentis per logarithmos instituere velis, erit log: tang: A $= \frac{\text{log: tang: } 3^\circ + \text{log: cot: } 27^\circ}{2}$.

$$\begin{array}{rl} \text{log: tang: } 3^\circ = & 8{,}7193958 \\ \text{log: cot: } 27^\circ = & 10{,}2928341-10 \\ \hline \text{Summa } = & 19{,}0122299-10=9{,}0122299 \end{array}$$

Quum vero logarithmi sint fractiones decimales; eorum summa, priusquam per 2 dividatur, unitatum decade major reddatur necesse est, si radix secunda sit extrahenda. Inde summa 19,0122299, per 2 divisa = 9,5061149. et log: tang: anguli A = 9,5061149, cui in logarithmorum tabulis respondet angulus $17^\circ - 46' - 54.''$

In æquatione posteriore erat sin: $30^\circ = \frac{\text{sin: } 27^\circ . \text{cos: } 3^\circ}{\text{cos}^2 \text{: A}}$,

unde logarithmus sin: 30° = log: sin: 27° + log: cos: 3° — (log: cos: A $\times$ 2).

Est autem in problemate solvendo log: sin: 30° quantitas incognita; quam ob rem, ut X inveniatur, de summa, quæ ex logarithmo sin: 27° et ex logarithmo cos: 3° conflatur, logarithmum cos: A bis subtrahi necesse esset; quo vero expeditius incognitam quantitatem X invenias, arithmetico logarithmi cosinus A complemento ad illam summam bis addito, et unitatum decade in summa omissa, subtractionem in additionem transmutari licet. inde

log: sinus 27° = 9,6570468
log: cosinus 3° = 9,9994044
arithmeticum log: cos: A complementum = 0,0212594
0,0212594
Summa = 19,6989700—10

unde X = 9,6989700, qui numerus in logarithmorum tabulis graduum triginta angulo respondet.

In æquatione priore ad calculum peragendum angulum A, cujus logarithmum cosinus cognitum esse oportebat, eo nonnisi consilio esse inventum, ut ad summam, ex logarithmo sin: 27° et exlogarithmo cos: 3° collectam, arithmeticum logarithmi cos: A complementum addendi copia nobis daretur, nemo non videbit; nec minus facile intelligendum est, angulum ipsum inveniri necesse non fuisse, cum tangentis ejus anguli logarithmus ad logarithmum cosinus determinandum sufficeret. Quodsi enim logarithmorum tabulas, in quibus non solum pro gradibus et minutis primis, sed pro secundis etiam minutis logarithmi numeris sunt expressi, manu tenueris, atque primum differentiam inter duos proxime sese subsequentes tangentium logarithmos; deinde differentiam quoque inter minorem tangentis logarithmum et inventum; denique differentiam inter cosinuum logarithmos correspondentes logarihmis tangentium notaveris: erit

primum 9,5062310 = logarithmo tangentis 17° 47′ 10″
9,5061586 = logarithmo tangentis 17° 47′ 0″
0,0000724 = eorum differentiæ.

deinde 9,5061586 = logarithmo tangentis 17° — 47′ — 0″
9,5061149 = logarithmo invento.
0,0000437 = eorum differentiæ,
denique 9,9787365 = logarithmo cosinus 17° — 47′ — 0″
9,9787297 = logarithmo cosinus 17° — 47′ — 10″
0,0000068 = eorum differentiæ,
Unde proportio, 724 : 437 = 68 : X; ex qua provenit æquatio: $X = 437 \times 68 : 724 = 41 = 0{,}0000041$.
Qui valor ad logarithmum cosinus anguli proxime majoris additus = logarithmo cosinus anguli, cujus logarithmus tangentis erat repertus.
logarithmus cosinus anguli proxime majoris = 9,9787365
addendum = 0,0000041
Summa = 9,9787406
cui logarithmo cosinus respondet angulus 17° — 46′ — 54″, quem supra inveneramus.

§. 2.

Multo autem gravioris momenti functionum trigonometricarum usus in omnibus ejusmodi æquationibus sese exhibet, in quibus quantitas incognita ad dignitates diversas ita evecta, ut exponens minor exponentis majoris sit dimidium, vel, quod perinde valet, in æquationibus gradus mixti quadratici. Quum vero quævis generis ejus æquatio in gradus secundi æquationem sit transformanda, inde ad rem contrahendam satis sit, functionum usum ostendere in æquationibus gradus secundi mixti quadratici, quas formula generali $X^2 \pm ax = \pm b$ exprimi, atque quadratum inperfectum complendo, radiceque extracta, ad formulam $X \pm \frac{a}{2} = \pm\sqrt{\frac{a^2}{4} \pm b}$ reduci posse patet. Qua vero in formula reducta quum non solum quantitas radicalis vel positiva vel negativa, sed etiam terminus b signis diversis adfectus esse possit; inde æquationes sequentes considerentur erit necesse.

$$\text{I.)}\ X \pm \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}, \quad \text{II)}\ X \pm \frac{a}{2} = -\sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$$

$$\text{III)}\ X \pm \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}, \quad \text{IV)}\ X \pm \frac{a}{2} = -\sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

In æquationum præcedentium prima, si binomium sub signo radicali per quantitatem $\frac{a^2}{4}$ dividatur, ex quantitate $\frac{a^2}{4}$ radicem extrahi, signoque radicali præponi posse, atque ea mutatione æquationem ipsam minime lædi, ex quantitatum radicalium calculo satis notum est. Unde subsequens procedit æquatio: $X = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}}$; quæ, si secundum æquationis membrum in factores resolvatur, in sequentem transit: $X = -\frac{a}{2} \times \left\{1 - \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}}\right\}$. Quodsi vero quantitatem radicalem cum formulis trigonometricis comparemus, et in secundo æquationis membro expressionem algebraicam $\frac{4b}{a^2} = \text{tang}^2 : A$ habeamus, erit $X = -\frac{a}{2} \times \left\{1 - \sqrt{1 + \text{tang}^2 : A}\right\}$. Cum autem $\text{tang}^2 : A = \frac{4b}{a^2}$; inde $\sqrt{\text{tang}^2 : A} = \sqrt{\frac{4b}{a^2}} = \frac{2\sqrt{b}}{a}$, et $\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{b}}{\text{tang} : A}$. Unde æquationes: I. $\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{b}}{\text{tang} : A}$, II. $X = -\frac{a}{2} \times \left\{1 - \sqrt{1 + \text{tang}^2 : A}\right\}$. In æquatione posteriore, si pro $\frac{a}{2}$ valorem ex æquatione priore desumtum substituere velis, erit $X = -\frac{\sqrt{b}}{\text{tang} : A} \times \left\{1 - \sqrt{1 + \text{tang}^2 : A}\right\}$. Quum vero $\text{tang} : A = \frac{\sin : A}{\cos : A}$, inde erit substituendo:

$$X = \left\{-\sqrt{b} : \frac{\sin : A}{\cos : A}\right\} \times \left\{1 - \sqrt{1 + \text{tang}^2 : A}\right\} = -\frac{\sqrt{b}.\cos : A}{\sin : A}$$

$\times \left\{1 - \sqrt{1 + \text{tang}^2 : A}\right\}$. Est vero $\sqrt{1 + \text{tang}^2 : A} = \frac{1}{\cos : A}$; inde $X = -\frac{\sqrt{b}.\cos : A}{\sin : A} \times \left\{1 - \frac{1}{\cos : A}\right\}$. Ex qua æquatione multiplicando provenit æquatio sequens:

$$X = \frac{-\sqrt{b}.\cos : A}{\sin : A} + \frac{\sqrt{b}.\cos : A}{\sin : A.\cos : A} = \frac{-\sqrt{b}.\cos : A + \sqrt{b}}{\sin : A} =$$

$$\frac{\sqrt{b} - \sqrt{b}.\cos : A}{\sin : A},$$

et in factores resolvendo $X = \sqrt{b} \times \frac{1 - \cos: A}{\sin: A}$. Trigonometrica autem formula $\frac{1 - \cos: A}{\sin: A} = \tang: \frac{A}{2}$. Unde

$$\text{demum } X = \sqrt{b} \times \tang: \frac{A}{2}.$$

Solvamus ea methodo problema subsequens: $X^2 + 3X = 70$.

erit æquatio I$^{\text{ma}}$ $\tang: A = \frac{2\sqrt{70}}{3}$. II$^{\text{da}}$ $X = \tang: \frac{A}{2} \sqrt{70}$

per logarithmos si calculum instituamus, erit

$$\log: 2 = 0{,}3010300$$

$$\frac{\log: 70}{2} = 0{,}9225490$$

arithmeticum complementum propter

$$\text{numerum } 3 = 9{,}5228787 - 10$$

logarithmus tangentis anguli A = summæ = 0,7464577.

inde angulus $A = 79° - 50' - 8{,}68''$; et $\frac{A}{2} = 39° - 55' - 4{,}34''$

$$\text{logarithmus tang}: \frac{A}{2} = 9{,}9225490.$$

erit deinde in æquatione II$^{\text{da}}$ $\log: \tang: \frac{A}{2} = 9{,}9225490$

$$\frac{\log: 70}{2} = 0{,}9225490$$

$$\text{summa} = 10{,}8450980$$

in qua vero summa unitatum decas omittenda est, unde logarithmus quantitatis incognitæ $= 0{,}8450980$, et $X = 7$. Qui valor proveniet, si problema methodo vulgari selveris;

$$X^2 + 3X = 70;\; X^2 + 3X + \frac{9}{4} = 70 + \frac{9}{4}$$

$$X + \frac{3}{2} = \sqrt{70 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2}$$

$$X = \frac{17}{2} - \frac{3}{2} = \frac{14}{2} = 7.$$

Quodsi fuerit æquatio: $X - \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$; inde $X = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$. Quantitatis $\frac{a^2}{4}$ radice signo radicali præposita, erit $X = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}}$. in fatores resolvendo, $X = \frac{a}{2} \times \left\{1 + \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}}\right\} = \frac{a}{2} \times \left\{1 + \sqrt{1 + \text{tang}^2 : A}\right\}$

$$X = \frac{\sqrt{b}}{\text{tang}:\ A} \times \left\{1 + \sqrt{1 + \text{tang}^2 :\ A}\right\} =$$

$$\frac{\sqrt{b}.\ \cos: A}{\sin: A} \times \left\{1 + \sqrt{1 + \text{tang}^2 : A}\right\}.\ X = \frac{\sqrt{b}.\cos: A}{\sin: A} \times \left\{1 + \frac{1}{\cos: A}\right\};$$

et multiplicando $X = \frac{\sqrt{b}.\ \cos: A}{\sin: A} + \frac{\sqrt{b}}{\sin: A}$.

$$X = \frac{\sqrt{b}+\sqrt{b}.\cos: A}{\sin:\ A} = \sqrt{b}. \times \frac{1+\cos: A}{\sin: A} = \sqrt{b}: \frac{\sin: A}{1+\cos: A}.$$

Quum vero $\frac{\sin:\ A}{1+\cos:\ A} = \text{tang}: \frac{A}{2}$, inde

$$X = \sqrt{b}: \text{tang}: \frac{A}{2} = \sqrt{b}: \frac{1}{\cot: \frac{A}{2}} \text{ et demum } X = \sqrt{b} \times \cot: \frac{A}{2}.$$

Sit problema solvendum: $X^2 - 5X = 104$, erunt æquationes:

$$\text{I) tang}: A = \frac{2\sqrt{104}}{5}$$

$$\text{II) } X = \sqrt{104} \times \cot: \frac{A}{2}$$

per logarithmos si calculum instituamus, erit

$$\log: \quad 2 = 0{,}3010300$$

$$\frac{\log: 104}{2} = 1{,}0085166$$

arithmeticum complementum propt:num: $5 = 9{,}3010300 - 10$

logarithmus tangentis anguli $A =$ summæ $= 0{,}6105766$

unde angulus $A = 76° - 13' - 33{,}06''$

$$\frac{A}{2} = 38 - 6' - 46{,}53''$$

In æquatione II$^{\text{da}}$ . . . . . $\frac{\log:\ 104}{2} = 1{,}0085166$

$$\log: \cot: \frac{A}{2} = 10{,}1054268$$

summa $= 11{,}1139434.$

Unitatum decade omissa, log: $X = 1{,}1139434$; $X = 13$.

Methodo vulgari:

$$X^2 - 5X = 104;\; X^2 - 5X + \frac{25}{4} = 104 + \frac{25}{4}.$$

$$X - \frac{5}{4} = \sqrt{104 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{441}{4}} = \frac{21}{2}$$

$$X = \frac{21}{2} + \frac{5}{2} = \frac{26}{2} = 13.$$

§. 3.

Quod adtinet ad secundam, formula generali $X^2 \pm aX = b$ expressam æquationem, ex qua æquatio reducta $X \pm \frac{a}{2} = -\sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$ prodeat oportet; præmittendum censeo, utrumque terminorum, ex quibus quadratum inperfectum conflatur, positivum esse nequire, quo nil facilius erit intellectu, dum modo in mentem revocare velis, quantitatem $X + \frac{a}{2}$ *negativæ* quantitati radicali nunquam æqualem esse posse. Quare binomii terminos aut negativos, aut conditionis contrariæ eamque ob rem diversis adfectos esse signis erit necesse. Sit deinde æquatio reducta:

$$-X + \frac{a}{2} = -\sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$$

erit $-X = -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} + b} = -\frac{a}{2} - \frac{a}{2}\sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} =$

$-\frac{a}{2}\times\left\{1+\sqrt{1+\frac{4b}{a^2}}\right\}$. Quodsi vero expressionem algebraicam $\frac{4b}{a^2}=\text{tang}^2:A$ posueris; etiam $\sqrt{\text{tang}^2:A}=\sqrt{\frac{4b}{a^2}}$; $\text{tang}:A=\frac{2\sqrt{b}}{a}$, et $\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{b}}{\text{tang}:A}$. Unde æquationes:

I$^{\text{ma}}$ $\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{b}}{\text{tang}:A}$, II$^{\text{da}}$ $-X=-\frac{a}{2}\times\left\{1+\sqrt{1+\text{tang}^2:A}\right\}$.

Quum vero $\text{tang}:A=\frac{\sin:A}{\cos:A}$, et $\sqrt{1+\text{tang}^2:A}=\frac{1}{\cos:A}$,

inde substituendo $-X=-\frac{\sqrt{b}.\cos:A}{\sin:A}\times\left\{1+\frac{1}{\cos:A}\right\}$;

multiplicando $-X=-\frac{\sqrt{b}.\cos:A}{\sin:A}-\frac{\sqrt{b}.\cos:A}{\sin:A.\cos:A}=$

$\frac{-\sqrt{b}.\cos:A-\sqrt{b}}{\sin:A}$; resolvendo $-X=\frac{-\cos:A-1}{\sin:A}\sqrt{b}$

$=-\frac{\cos:A+1}{\sin:A}\times\sqrt{b}=\sqrt{b}\times-\frac{\cos:A+1}{\sin:A}$.

$-X=\sqrt{b}:-\frac{\sin:A}{\cos:A+1}$. Cum autem $\frac{\sin:A}{\cos:A+1}=\text{tang}:\frac{A}{2}$,

inde $-X=\sqrt{b}:-\text{tang}:\frac{A}{2}=\sqrt{b}:-\frac{1}{\text{cot}:\frac{A}{2}}=\sqrt{b}\times-\text{cot}:\frac{A}{2}$.

Sit problema solvendum: $X^2 - 6X = 112$; $-X + 3 = -\sqrt{112+9}$.

Erit æquatio I^{ma} tang: $A = \frac{2\sqrt{112}}{6}$, et si calculum per logarithmos instituere velis,

$$\log: \; 2 = 0{,}3010300$$
$$\frac{\log: 112}{2} = 1{,}0246090$$

arithmeticum complementum propt:num: $6 = 9{,}2218487 - 10$

logarithmus tangentis anguli A = summæ $= 10{,}5474877 - 10$

unde . . . . angulus $A = 74° - 10' - 24{,}15''$

$$\frac{A}{2} = 37° - 5' - 12{,}07''$$

æquatio II^{da} $-X = \sqrt{b} \times -\cot: \frac{A}{2}$; inde

$$\frac{\log: 112}{2} = 1{,}0246090$$
$$\log: \cot: \frac{A}{2} = 10{,}1215190$$
$$\text{summa} = 11{,}1461280 - 10$$

Unde logarithmus $X = 1{,}1461280$, et $-X = -14$.

Quem valorem invenies, si problema resolveris methodo vulgari:

$$X^2 - 6X = 112;\; X^2 - 6X + 9 = 112 + 9$$
$$-X + 3 = -\sqrt{112+9} = -\sqrt{121} = -11$$
$$-X = -11 - 3 = -14.$$

Quodsi autem fuerit æquatio reducta: $-X-\frac{a}{2}=-\sqrt{\frac{a^2}{4}+b}$;

inde $-X=\frac{a}{2}-\sqrt{\frac{a^2}{4}+b}$, et, quantitatis $\frac{a^2}{2}$ radice signo radicali præposita, erit $-X=\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\sqrt{1+\frac{4b}{a^2}}$.

Algebraicam vero expressionem $\frac{4b}{a^2}$ si feceris $=\text{tang}^2:A$; provenient æquationes: I^{ma} $\text{tang}^2: A=\frac{4b}{a^2}$

$$\text{II}^{\text{da}} -X=\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\sqrt{1+\text{tang}^2:A}.$$

Valorem $\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{b}}{\text{tang}:A}$, quem in æquatione priore inveniri licet, substituendo erit æquatio posterior:

$$-X=\frac{\sqrt{b}}{\text{tang}:A}-\frac{\sqrt{b}}{\text{tang}:A}\sqrt{1+\text{tang}^2:A}.$$

Quæ, si in factores resolveris, in sequentem tansibit: $-X=\frac{\sqrt{b}}{\text{tang}:A}\times\left\{1-\sqrt{1+\text{tang}^2:A}\right\}$. Quum vero $\text{tang}:A=\frac{\sin:A}{\cos:A}$, et $\sqrt{1+\text{tang}^2:A}=\frac{1}{\cos:A}$, inde substituendo: $-X=\frac{\sqrt{b}.\cos:A}{\sin:A}\times\left\{1-\frac{1}{\cos:A}\right\}$ et multiplicando erit $-X=\frac{\sqrt{b}.\cos:A}{\sin:A}-\frac{\sqrt{b}}{\sin:A}$.

$$-X=\frac{\sqrt{b}.\cos:A-\sqrt{b}}{\sin:A}=\frac{-\cos:A+1}{\sin:A}\times-\sqrt{b}.$$

$$-X=\frac{1-\cos:A}{\sin:A}\times-\sqrt{b}=\sqrt{b}\times-\frac{1-\cos:A}{\sin:A}.$$

Quum vero $\frac{1-\cos:A}{\sin:A}=\text{tang}:\frac{A}{2}$; inde

$$-X=\sqrt{b}\times-\text{tang}:\frac{A}{2}.$$

Sit problema: $X^2+6X=91$, ex quo prodeat æquatio:

$$-X-3=\sqrt{91+9}.$$

Erunt æquationes: I^{ma} tang: $A=\frac{2\sqrt{91}}{6}$.

II^{da} $-X=\sqrt{91}\times-\text{tang}:\frac{A}{2}$.

inde log: $2=$ 0,3010300

$\frac{\log:91}{2}=$ 0,9795207

arithmeticum complementum propt:num: $6=$ 9,2218487—10

summa $=$ 10,5023994—10

logarithmus tangentis anguli $A=$ 10,5023994.

Angulus $A = 72^\circ - 32' - 32{,}62''$; $\frac{A}{2} = 36^\circ - 16' - 16{,}31''$.

In æquatione II^{da} . . . . . . $\frac{\log : 91}{2} = 0{,}9795207$

$$\log : \text{tang} : \frac{A}{2} = 9{,}8655773$$

$$\text{summa} = 10{,}8450980 - 10.$$

Unde logarithmus $X = 0{,}8450980$, et $- X = - 7$.

Methodo vulgari:

$$X^2 + 6\,X = 91;\quad X^2 + 6\,X + 9 = 91 + 9.$$

$$- X - 3 = - \sqrt{91 + 9} = - \sqrt{100} = - 10$$

$$- X = - 10 + 3 = - 7.$$

§. 4.

In æquationibus ejusmodi, quarum membrum secundum negativa est quantitas, eadem fere observari animadvertique possunt, quæ prius præmittenda putavi. Ut enim æquationis membrum secundum negativum esse queat, de *primæ* notæ radicalis quadrato, quod nunquam non positivum est, quantitatem eo ipso quadrato majorem deduci est necesse; qua ex re sequitur, notæ radicales conditionis contrariæ sint quantitates oportere. Ne vero in æquationis formula reducta quantitas radicalis evadat imaginaria, requiritur, ut *secundæ* notæ radicalis quadratum sit quantitas æquationis membro secundo major; quodsi enim ejusdem notæ radicalis quadratum æquationis membro secundo vel æquale vel etiam eodem minus esset, quantitas radicalis hinc imaginaria et inde Zero æqualis foret, atque nullo modo quantitatis incognitæ valor inveniri posset, qui problemati solvendo satisfaceret: Unde quævis hujusce generis æquatio formula generali $X^2 - aX = -b$, et formula reducta $\mp X \pm \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$ est exprimenda. Formulam $-X + \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$ si devolvamus; erit $-X = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - b} = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}}$, et in factores resolvendo $-X = -\frac{a}{2} \times \left\{1 - \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}}\right\}$.

Quodsi vero quantitatem $\frac{4b}{a^2}$ cuivis functioni trigonometricæ æqualem habeamus; expresssionem algebraicam comparare licet formulæ trigonometricæ, quam invenire difficile non erit, quoniam $\cos: A = \sqrt{1 - \sin^2: A}$.
Sit inde quantitas radicalis $\sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} = \sqrt{1 - \sin^2: A}$; erit $\sin^2: A = \frac{4b}{a^2}$. Unde æquationes sequentes:

I^ma^ $\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{b}}{\sin: A}$, II^da^ $-X = -\frac{a}{2} \times \left\{1 - \sqrt{1 - \sin^2: A}\right\}$.

Valorem $\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{b}}{\sin: A}$ si substituamus; erit in æquatione

II^{da} $-X = -\frac{\sqrt{b}}{\sin: A} \times \{1 - \sqrt{1 - \sin^2: A}\}$. Quum vero

$\sqrt{1 - \sin^2: A} = \cos: A$; inde $-X = -\frac{\sqrt{b}}{\sin: A} \times \{1 - \cos: A\}$;

$-X = -\sqrt{b} \times \frac{1 - \cos: A}{\sin: A} = \sqrt{b} \times -\frac{1 - \cos: A}{\sin: A}$; et

quia formula trigonometrica $\frac{1 - \cos: A}{\sin: A} = \text{tang}: \frac{A}{2}$,

$-X = \sqrt{b} \times -\text{tang}: \frac{A}{2}$.

Sit problema solvendum: $X^2 - 14X = -45$; erit æquatio

I^{ma} $\sin: A = \frac{2\sqrt{45}}{14}$. II^{da} $-X = \sqrt{45} \times -\text{tang}: \frac{A}{2}$.

In æquatione I^{ma} . . . . log: $2 = 0{,}3010300$

$\frac{\log: 45}{2} = 0{,}8266062$

arithmeticum complementum propt: num:

$14 = 8{,}8538720$

summa $= 9{,}9815082 - 10$.

$$\log:\sin:A = 9{,}9815082$$
$$\text{angulus } A = 73° - 23' - 54{,}46''$$
$$\frac{A}{2} = 36° - 41' - 57{,}23''$$

In æquatione IIda . . . . . $\frac{\log:45}{2} = 0{,}8266062$

$$\log:\text{tang}:\frac{A}{2} = 9{,}8723638$$

$$\text{summa} = 10{,}6989700.$$

Unde log: $X = 0{,}6989700$, et $-X = -5$.

Methodo vulgari:

$X^2 - 14X = -45$; $X^2 - 14X + 49 = 49 - 45$.

$-X + 7 = \sqrt{49-45} = \sqrt{4} = 2$

$-X = 2 - 7 = -5$.

Quodsi primi æquationis membri terminus secundus fuerit negativus: $X - \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$; erit $X = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$;

quantitatis $\frac{a^2}{4}$ radice signo radicali præposita erit

$X = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}}$; in factores resolvendo

$X = \frac{a}{2} \times \left\{1 + \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}}\right.$. Quantitatem $\frac{4b}{a^2} = \sin^2:A$ si

habuerimus, erunt æquationes sequentes: Ima $\sin:A = \frac{2\sqrt{b}}{a}$.

II^{da} $X = \frac{a}{2} \times \{1 + \sqrt{1 - \sin^2 : A}\}$. Valorem $\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{b}}{\sin : A}$, qui ex æquatione priore eruitur, si in æquatione posteriore substitueris, erit $X = \frac{\sqrt{b}}{\sin : A} \times \{1 + \sqrt{1 - \sin^2 : A}\}$.

$$X = \frac{\sqrt{b}}{\sin : A} \times \{1 + \cos : A\} = \sqrt{b} \times \frac{1 + \cos : A}{\sin : A} = \sqrt{b} : \frac{\sin : A}{1 + \cos : A}.$$

$$X = \sqrt{b} : \text{tang} : \frac{A}{2} = \sqrt{b} : \frac{1}{\cot : \frac{A}{2}} = \sqrt{b} \times \cot : \frac{A}{2}.$$

Sit problema solvendum: $X^2 - 7X = -12$, erit æquatio

$$\text{I}^{\text{ma}} \ \sin : A = \frac{2\sqrt{12}}{7}. \quad \text{II}^{\text{da}} \ X = \sqrt{12} \times \cot : \frac{A}{2}.$$

Calculum per logarithmos si instituas, in æquatione

$$\text{I}^{\text{ma}} \ \log : 2 = 0{,}3010300$$

$$\frac{\log : 12}{2} = 0{,}5395906$$

arithmeticum complementum propt: num:

$$7 = 9{,}1549020 - 10$$

$$\text{summa} = 9{,}9955226 - 10$$

$$\log : \sin : A \ldots\ldots = 9{,}9955226.$$

$$\text{Angulus } A = 81^\circ - 47' - 12{,}5''$$

$$\frac{A}{2} = 40^\circ - 53' - 36{,}2''$$

$$\text{II}^{\text{da}} \quad \frac{\log:12}{2} = 0{,}5395906$$

$$\log:\cot:\frac{A}{2} = 10{,}0624694-10$$

$$\text{summa} = 10{,}6020600-10$$

inde $\log: X = 0{,}6020600,\ X = 4.$

Methodo vulgari:

$$X^2 - 7X = -12;\ X^2 - 7X + \frac{49}{4} = \frac{49}{4} - 12$$

$$X - \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{48}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 4.$$

§. 5.

Eisdem ex rationibus, de quibus prius mentionem fecimus, perquam facile est intellectu: notæ radicales binomii, ex quo quadratum imperfectum $X^2 - aX = -b$ emergitur, conditionis contrariæ eamque ob rem signis diversis adfectæ sint quantitates esse necesse, quoniam secundum æquationis membrum negativum evadere debet; primam deinde notam radicalem *negativam* nota secunda *majorem*, sed primam notam radicalem *positivam* nota secunda *minorem* esse oportere eum ad finem, ut in formula reducta $\mp X \pm aX = -\sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$ quantitas radicalis secundi æquationis membri negativa esse possit; denique vero requiri, ut in formula generali secundum æquationis membrum secundæ notæ radicalis quadrato sit minus, ne quantitas radicalis secundi æquationis membri sit imaginaria vel Zero æqualis. Sit deinde æquatio reducta: $-X+\frac{a}{2}=-\sqrt{\frac{a^2}{4}-b}$; erit $-X=-\frac{a}{2}-\sqrt{\frac{a^2}{4}-b}$; et, si radicem extractam signo radicali præposueris, $-X=-\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\sqrt{1-\frac{4b}{a^2}}$; in factores resolvendo $-X=-\frac{a}{2}\times\left\{1+\sqrt{1-\frac{4b}{a^2}}\right\}$. Quodsi vero quantitatem radicalem $\sqrt{1-\frac{4b}{a^2}}=\sqrt{1-\sin^2:A}$ haberi placuerit; provenient æquationes:

I$^{\text{ma}}$ $\sin:A=\frac{2\sqrt{b}}{a}$. II$^{\text{da}}$ $-X=-\frac{a}{2}\times\left\{1+\sqrt{1-\sin^2:A}\right\}$.

Quarum ulterior, si valorem $\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{b}}{\sin:A}$ in æquatione priore inventum substitui libeat, transit in sequentem: $-X=-\frac{\sqrt{b}}{\sin:A}\times\left\{1+\sqrt{1-\sin^2:A}\right\}$. Quum vero $\sqrt{1-\sin^2:A}=\cos:A$; inde $-X=-\frac{\sqrt{b}}{\sin:A}\times\left\{1+\cos:A\right\}$;

$$-X = -\sqrt{b} \times \frac{1+\cos: A}{\sin: A}; -X = \sqrt{b} \times -\frac{1+\cos: A}{\sin: A} =$$

$$\sqrt{b}: -\frac{\sin: A}{1+\cos: A} = \sqrt{b}: -\text{tang}: \frac{A}{2}; -X = \sqrt{b}: \frac{1}{\cot: \frac{A}{2}} =$$

$$\sqrt{b} \times -\cot: \frac{A}{2}.$$

Sit problema solvendum: $X^2 - 16X = -15$;

$-X + 8 = -\sqrt{64-15}$. Erit æquatio

I^{ma} $\sin: A = \frac{2\sqrt{15}}{16}$. II^{da} $-X = \sqrt{15} \times -\cot: \frac{A}{2}$.

In æquatione I^{ma} . . . . log: $2 = 0,3010300$

$\frac{\log: 15}{2} = 0,5880456$

arithmeticum complementum propt: num:

$16 = 8,7958800-10$

summa $= 9,6849556-10$

logarithmus sinus anguli $A = 9,6849556$.

Angulus $A = 28°-57'-18,08''$

$\frac{A}{2} = 14°-28'-39,04''$.

In æquatione II^{da} . . . . . log: cot: $\frac{A}{2} = 10,5880457$

$\frac{\log: 15}{2} = 0,5880456$

summa $= 11,1760913$

unde logarithmus $X = 1{,}1760913$, et $-X = -15$.

Methodo vulgari:

$$X^2 - 16X = -15;\ X^2 - 16X + 64 = 64 - 15;$$
$$-X + 8 = -\sqrt{64-15} = -\sqrt{49} = -7$$
$$-X = -7 - 8 = -15.$$

Quodsi vero formulam $X - \frac{a}{2} = -\sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$, in qua secundus binomii terminus sit negativus, devolvi volueris; per metathesin erit $X = \frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$; quantitatis $\frac{a^2}{4}$ radice signo radicali præposita $X = \frac{a}{2} - \frac{a}{2}\sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}}$; in factores resolvendo $X = \frac{a}{2} \times \left\{1 - \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}}\right\}$. Si deinde quantitatem $\frac{4b}{a^2} = \sin^2\!: A$ habueris; erunt æquationes:

I^{ma} $\sin\!: A = \frac{2\sqrt{b}}{a}$. II^{da} $X = \frac{a}{2} \times \left\{1 - \sqrt{1 - \sin^2\!: A}\right\}$.

In æquatione priore est $\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{b}}{\sin\!: A}$, et substituendo erit in æquatione ulteriore $X = \frac{\sqrt{b}}{\sin\!: A} \times \left\{1 - \sqrt{1 - \sin^2\!: A}\right\}$.

Quum vero formula trigonometrica $\sqrt{1 - \sin^2\!: A} = \cos\!: A$;

inde $X = \frac{\sqrt{b}}{\sin: A} \times \{1 - \cos: A\} = \sqrt{b} \times \frac{1 - \cos: A}{\sin: A}$; et cum $\frac{1 - \cos: A}{\sin: A} = \text{tang}: \frac{A}{2}$; inde demum $X = \sqrt{b} \times \text{tang}: \frac{A}{2}$.

Sit problema solvendum: $X^2 - 17\,X = -66$;

$$X - \frac{17}{2} = -\sqrt{\frac{289}{4} - 66}.$$

Æquatio I^{ma} $\sin: A = \frac{2\sqrt{66}}{17}$. II^{da} $X = \sqrt{66} \times \text{tang}: \frac{A}{2}$.

Per logarithmos si calculum instituere velis, erit in æquatione: I^{ma} . . . . log: $2 = 0{,}3010300$

$$\frac{\log: 66}{2} = 0{,}9097719$$

arithmeticum complementum propt: num:

$$17 = 8{,}7695511 - 10$$

$$\text{summa} = 9{,}9803530 - 10$$

ogarithmus sinus Anguli A . . . . . . $= 9{,}9803530$.

Angulus $A = 72° - 53' - 43{,}2''$

$$\frac{A}{2} = 36° - 26' - 51{,}6''$$

In æquatione: II^{da} . . . . log: tang: $\frac{A}{2} = \quad 9{,}8683794$

$$\frac{\log: 66}{2} = \quad 0{,}9097719$$

$$\text{summa} = 10{,}7781513$$

Unde logarithmus $X = 0{,}7781509$, et $X = 6$.

Methodo vulgari:

$$X^2 - 17X = -66;\ X^2 - 17X + \frac{289}{4} = \frac{289}{4} - 66$$

$$X - \frac{17}{2} = -\sqrt{\frac{289}{4} - 66} = -\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$$

$$X = \frac{17}{2} - \frac{5}{2} = \frac{12}{2} = 6.$$

§. 6.

Reliquum denique ad postremum est; ut geometrice demonstrata adjiceam trigonometriæ theoremata, quibus potissimum innititur deductio præcedens, et quæ ipsa non multa paucis absolvi possunt; qua re gratum opus tironibus me esse facturm, dubium mihi non est. Unde

$$\textit{Tangens anguli } A = \frac{\sin: A}{\cos: A}.$$

Figuram inspiciens in triangulis DCE et FCG invenies proportionem, DE : DC = GF : CF; ex qua procedit æquatio $DE = \frac{DC \times GF}{CF}$; quæ, si radius = unitati, transit in sequentem: $\text{tang}: A = \frac{1 \times \sin: A}{\cos: A} = \frac{\sin: A}{\cos: A}$.

$$\cos: A = \sqrt{1 - \sin^2: A}.$$

Ex theoremate pythagorico est $CG^2 = CF^2 + GF^2$; inde $CF^2 = CG^2 - GF^2$, radicem extrahendo CF =

$\sqrt{CG^2 - GF^2}$, et, substitutis functionibus, cos: $A = \sqrt{1 - \sin^2: A}$.

$$Tangens\ A = \frac{1}{cot:\ A}.$$

In triangulis similibus CED et CHK valet proportio, $DE : DC = CH : HK$, unde æquatio $DE = \frac{DC \times CH}{HK}$, et, si functiones substitui velis, $\text{tang}: A = \frac{1 \times 1}{\text{cot}: A} = \frac{1}{\text{cot}: A}$.

$$\sqrt{1 + tang^2:\ A} = \frac{1}{cos:\ A}.$$

In triangulis similibus CDE et CFG est $CD:CE = CF:CG$, inde $1 : CE = \cos: A : 1$, et $CE = \frac{1}{\cos: A}$. Quum vero in triangulo rectangulo CED, $CE = \sqrt{DE^2 + CD^2} = \sqrt{1 + \text{tang}^2: A}$, inde substituendo $\sqrt{1 + \text{tang}^2: A} = \frac{1}{\cos: A}$.

$$1 + tang^2:\ A = \frac{1}{cos^2:\ A}.$$

Præcedentis æquationis $\sqrt{1 + \text{tang}^2 : A} = \frac{1}{\cos: A}$ si membrum utrumque ad potentiam secundam elevaris; erit $\left\{\sqrt{1 + \text{tang}^2: A}\right\}^2 = \left.\frac{1}{\cos: A}\right\}^2$, unde

$1 + \text{tang}^2: A = \frac{1}{\cos^2: A}$.

****

$$\frac{sin: A}{1+cos: A}=tang: \frac{A}{2}.$$

Ducta recta LG angulus GLD $= \frac{A}{2}$. Quum vero recta CH in puncto C perpendiculariter est erecta; inde CN $=$ tang: GLD $=$ tang: $\frac{A}{2}$. Quare, ut inveniatur tang: $\frac{A}{2}$, valorem rectæ CN determinari necesse est, qui facillime erui potest; in triangulis enim LGF et LCN similibus valet proportio, LF : FG $=$ LC : CN. Cum vero LF $=$ LC $+$ CF $=$ radio $+$ cos: A; inde erit substituendo, $1+$cos: A : sin: A $= 1$: CN, ex qua proportione provenit æquatio CN $= \frac{\text{sin: A}}{1+\text{cos: A}}$. Unde tang: $\frac{A}{2} = \frac{\text{sin: A}}{1+\text{cos: A}}$.

$$sin: \overline{X+Y} = sin: X \cdot cos: Y + cos: X \ \ sin: Y.$$

Rectam QP $=$ sin: X, rectam OR $=$ sin: Y, rectam RS $=$ sin: $\overline{X+Y}$, deinde OT parallelam ad LC et OU parallelam ad QP si duxeris; triangula COU et CQP erunt similia, unde proportio, CO : OU $=$ CQ : QP, et substitutis functionibus cos: Y : OU $= 1$: sin: X; inde OU $=$ sin: X $\times$ cos: Y. Triangulum ROT $\backsim$ OTV; quia OT perpendicularis ex angulo recto in hypothenusam est demissa; triangulum vero OTV $\backsim$ VSC ob æquales angulos, inde ROT $\backsim$ VSC; triangulum VSC $\backsim$ CQP, inde ROT $\backsim$ CQP, et valet proportio, RT : RO $=$ PC : QC;

functionibus substitutis $RT : \sin: Y = \cos: X : 1$; $RT = \sin: Y \times \cos: X$, et $OU + RT = RS = \sin: X . \cos: Y + \sin: Y . \cos: X$; inde $\sin: \overline{X + Y} = \sin: X . \cos: Y + \sin: Y . \cos: X$.

$$\frac{1 - cos: A}{sin: A} = tang: \frac{A}{2}.$$

Ducta recta DG, demissaque CM perpendiculari e centro ad rectam LG, triangula DGL et CLM sunt similia, unde proportio $DL : DG = CL : CM$, et alternando $DL : CL = DG : CM$. Quum vero $DL : CL = 2 : 1$; inde $DG : CM = 2 : 1$, et $CM = \frac{DG}{2}$. Est autem $CM =$ sin: anguli CLG, angulus vero $CLG = \frac{A}{2}$, inde $CM = \sin: \frac{A}{2}$, eamque ob rem $\frac{DG}{2} = \sin: \frac{A}{2}$. $DG = \sqrt{FG^2 + DF^2} = \sqrt{\sin^2: A + \sin: V^2: A}$; inde $\sin: \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2: A + \sin: V^2: A}}{2}$. Quum vero $\sin: V: A = 1 - \cos: A$; inde $\sin: \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2: A + (1 - \cos: A)2}}{2}$.—. $\cos: A = \sqrt{1 - \sin^2: A}$, uti prius demonstratum; unde $1 - \cos: A = 1 - \sqrt{1 - \sin^2: A}$, et $\left\{1 - \cos: A\right\}^2 = \left\{1 - \sqrt{1 - \sin^2: A}\right\}^2 = 1 - 2\sqrt{1 - \sin^2: A} + 1 - \sin^2: A = 2 - 2\sqrt{1 - \sin^2: A} - \sin^2 A$;

unde $\sin: \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2: A + 2 - 2\sqrt{1 - \sin^2: A} - \sin^2: A}}{2}$;

$\sin: \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{2 - 2\sqrt{1 - \sin^2: A}}}{2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2 - 2\sqrt{1 - \sin^2: A}}$.

$\sin: \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1}{4} \times \{2 - 2\sqrt{1 - \sin^2: A}\}}$; et multiplicando

$\sin: \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \sin^2: A}}$; in factores si resolveris

$\sin: \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} \times \{1 - \sqrt{1 - \sin^2: A}\}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2: A}}{2}}$.

Quum vero $\sqrt{1 - \sin^2: A} = \cos: A$; inde $\sin: \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos: A}{2}}$. Utrumque æquationis membrum ad dignitatem secundam si elevaris, erit $\sin^2: \frac{A}{2} = \frac{1 - \cos: A}{2}$, et

$1 - \cos: A = 2 \times \sin^2: \frac{A}{2} = 2 \times \sin: \frac{A}{2} \times \sin: \frac{A}{2}$. Quoniam vero sinus summæ duorum angulorum A et B = $\sin: A . \cos: B + \cos: A . \sin: B$; inde erit, si angulum $B = A$ habeamus, $\sin: \overline{A + B} = \sin: \overline{A + A} = \sin: 2A = \sin: A . \cos: A + \cos: A . \sin: A$. $\text{Sin}: 2A = \overline{\sin: A + \sin: A} \times \cos: A = 2 \sin: A \times \cos: A$; si vero $\sin: 2A = 2 . \sin: A . \cos: A$; etiam $\sin: \frac{2A}{2} = 2 . \sin: \frac{A}{2} . \cos: \frac{A}{2}$, et $\sin: A = 2 \,.\, \sin: \frac{A}{2} \,.\, \cos: \frac{A}{2}$; inde $\frac{\sin: A}{\cos: \frac{A}{2}} = 2 \times \sin: \frac{A}{2}$;

utrumque æquationis membrum multiplicando per $\sin: \frac{A}{2}$, erit $\frac{\sin: A}{\cos: \frac{A}{2}} \times \sin: \frac{A}{2} = 2 \times \sin: \frac{A}{2} \times \sin: \frac{A}{2}$. Erat prius $1 - \cos: A = 2 \times \sin: \frac{A}{2} \times \sin: \frac{A}{2}$, inde $1 - \cos: A = \frac{\sin: A}{\cos: \frac{A}{2}} \times \sin: \frac{A}{2}$; $1 - \cos: A = \frac{\sin: \frac{A}{2}}{\cos: \frac{A}{2}} \times \sin: A$, et $\frac{1 - \cos: A}{\sin: A}$ $= \frac{\sin: \frac{A}{2}}{\cos: \frac{A}{2}}$. Quum vero $\tang: A = \frac{\sin: A}{\cos: A}$, inde et $\tang: \frac{A}{2}$ $= \frac{\sin: \frac{A}{2}}{\cos: \frac{A}{2}}$; et demum $\frac{1 - \cos: A}{\sin: A} = \tang: \frac{A}{2}$.

Scripsi Arnsbergæ
Calendis Sextilibus MDCCCXXIX.

Jos. Fisch.

CORRIGENDA.

Pag. VI.	lin. 24.	lege	logarithmis.
" XI.	"	3.	"	solveris.
" "	"	9.	"	factores.
" XIII.	"	4.	"	$\frac{5}{2}$.
" XVI.	"	2.	"	$\frac{a^2}{4}$.
" XXVII.	"	12.	"	logarithmus.
" "	"	18.	"	0,7781513.
" XXVIII.	"	6.	"	adjiciam.
" "	"	9.	"	facturum.

Jahresbericht

über

das Schuljahr 1828 in 1829.

Erster Abschnitt.

I. Verzeichniß der Lehrfächer. — Lehrer, welche dieselben vortrugen. — Lehrbücher. — Wochentliche Stundenzahl. — Leistungen in einem jeden Fache.

Prima und Obersekunda.

1) Religionslehre: Systematische Uebersicht der christlichen Glaubens- und Sitten-Lehre, nach dem Handbuche von Fischer.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. Oberlehrer Gerling.

2) Naturlehre: Allgemeine Physik: Lehre von den Körpern überhaupt; allgemeine Eigenschaften der festen Körper; Gleichgewicht derselben; tropfbare und ausdehnbare Körper; Gleichgewicht und Bewegungen dieser Körper.
Vom 8. Januar bis Ostern, wochentlich 3 Stunden.
Im Sommer-Semester, wochentlich 2 Stunden.
Hr. Oberlehrer Dr. Stieve.

3) Mathematik:

a) Arithmetik: Progressionen. Theorie der Logarithmen. Anwendung derselben. Zinsrechnung nach dem Leibnitz'schen Calcul.

b) Stereometrie: Gleichheit und Verhältnisse der geometrischen Körper. Ausmessung, Cubatur und Verwandlung der Körper in einander.

c) Trigonometrie: Begriff und Eintheilung der Trigonometrie. Trigonometrische Funktionen der Winkel. Sinustafeln. Entwickelung der brauchbarsten Formeln für den Halbmesser = 1.

Nach den Handbüchern von Metz und Schön.

d) Kegelschnitte: Parabel in Beziehung auf 1. die Axe — 2. die Tangente — 3. den Durchmesser. Ellipse in Beziehung auf 1. die Axen — 2. die Tangente.

Wochentlich 4 Stunden. Hr. Professor Fisch.

4) Deutsche Sprache:

a) Psychologie theilweise nach Kiesewetter;

b) die reine Logik nach Heuser;

c) Leitung der schriftlichen Arbeiten.

Im Winter-Semester, wochentlich 3 Stunden.
Im Sommer-Semester, wochentlich 2 Stunden.

Baaden,
Ordinarius von Prima und Obersekunda.

d) Uebersicht der gesammten deutschen Literatur mit vorzüglicher Berücksichtigung des letzten Zeitraumes, nach Heinsius.

Wochentlich 1 Stunde. Hr. Oberlehrer Brüggemann.

5) Lateinische Sprache: Cicero's lib. I. et II. de officiis, und dessen orator; Wiederholung der Hauptregeln aus Zumpt's Grammatik; Stilübungen und schriftliches Extemporale.

Wochentlich 6 Stunden. Baaden.

Während des Winter-Semesters mehre Oden nebst einigen Satyren und Briefen aus dem Horaz.

Baaden.

Im Sommer-Semester der Brief an die Pisonen.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Stieve.

6) Griechische Sprache: Während des Winter-Semesters — Platon's Apologia Socratis; Sophoclis Philoctetes; Buttmann's Grammatik; Uebung im Uebersetzen aus dem Deutschen in das Griechische.

Wochentlich 6 Stunden. Baaden.

Im Sommer-Semester — Platon's Euthyphron; die Hekabe des Euripides; Uebersetzungen aus dem Deutschen in das Griechische.

Wochentlich 4 Stunden. Baaden.

Homer's Ilias lib. I. — III.; Buttmann's Grammatik.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Brüggemann.

7) Hebräische Sprache: Formenlehre und Syntax nach der Grammatik von Gesenius. Gelesen wurden:

a) Ps. 8 — 19 — 29 — 72.
b) das Buch Ruth.
c) Geschichte Joseph's. I. Mos. 37 — 45.
d) Geschichte des Simson. Richt. 13 – 16.

Uebersetzen aus der deutschen Sprache in die Hebräische nach Schröder.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Fisch.

8) Geschichte: Alte Geschichte bis zur Unterjochung Griechenlands.

Wochentlich 3 Stunden. Hr. ꝛc. Brüggemann.

Sekunda.

1) Religionslehre: In diesem Lehrgegenstand war die Sekunda mit Prima und Obersekunda vereinigt.

2) Naturlehre: Begriff und Geschichte derselben; Verhältniß der Physik zu den übrigen Zweigen der Naturlehre; allgemeine Physik; Lehre von den Körpern überhaupt; Statik, Hydrostatik, Aerostatik.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. rc. Stieve.

3) Mathematik:
a) Arithmetik: Probleme und Gleichungen, die zur Elementaralgebra gehören; bestimmte Probleme in einfachen und zusammengesetzten Gleichungen; unbestimmte Probleme; Proportionen und Progressionen.
b) Geometrie: Ausmessung gegebener Figuren; gerade Linien in Verbindung mit Ebenen; Ebenen in Verbindung mit Ebenen; mathematische Körper. Handbücher von Metz und Schön.
Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Fisch.

4) Deutsche Sprache:
a) Im Winter-Semester — Empirische Psychologie, das Vorstellungs-Vermögen nach Eisenmann; die Rhetorik größtentheils nach Heinsius; Leitung der schriftlichen Arbeiten.
Wochentlich 5 Stunden. Hr. rc. Gerling,
Ordinarius dieser Classe bis Ostern.
b) Im Sommer-Semester — Entwickelung der lyrischen und epischen Dichtgattung; Erklärung mehrer Gedichte aus den besten deutschen Dichtern; Uebersicht der ersten Zeiträume der deutschen Literatur; Leitung der schriftlichen Arbeiten.
Wochentlich 3 Stunden. Hr. rc. Brüggemann,
Ordinarius dieser Classe während des Sommer-Semesters.

5) Lateinische Sprache:
a) Im Winter-Semester — Cicero's Reden in Catilinam, und dessen Dialog de amicitia; Virgil's Aeneis lib. I. — III. 192; Syntaxis ornata nach Zumpt; mündliches Uebersetzen aus dem Deutschen in das Lateinische in Verbindung mit einem Extemporale.
Wochentlich 8 Stunden. Hr. rc. Gerling.

b) Im Sommer-Semester — Cicero's Orat. pro Archia und pro lege Manilia; Grammatik, Extemporalien und Leitung der schriftlichen Arbeiten.

Wochentlich 6 Stunden. Hr. rc. Brüggemann

Virgil's Aeneis lib. III. v. 192 — lib. IV. v. 500; aus dem Horaz mehre Oden als Vorbereitung zum Lesen dieses Classikers.

Wochentlich 4 Stunden. Hr. Gymnasial-Lehrer Schlüter.

6) Griechische Sprache: Xenophon's Cyropädie lib. I. — III.; Grammatik und schriftliche Uebungen.

Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Brüggemann.

Homer's Ilias lib. I. — IV., und lib. VIII. v. 400.

Wochentlich 2 Stunden. {Im Winter-Semester Hr. rc. Brüggemann. Im Sommer-Semester Hr. rc. Schlüter.

7) Hebräische Sprache: Erster Haupttheil der Grammatik von Gesenius; das regelmäßige und unregelmäßige Zeitwort; Paradigmata für das Nomen. Erklärt wurden:

a) Schöpfung der Welt 1. Mos. I. — III., 3.

b) Der Menschen Schöpfung u. Sündenfall. 1. Mos. II. 4 — III. 24.

c) Noachische Fluth 1. Mos. VI. VII. VIII.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. rc. Fisch.

8) Geschichte: In der Geschichte war diese Classe mit der Prima und Obersekunda vereinigt.

Tertia.

1) Religionslehre: Entwickelung des Begriffes Religion; Erkenntnißquellen derselben; Darstellung der einzelnen Glaubenslehren mit Hinweisung auf die bezüglichen Sittenlehren, nach Fischer.

Wochentlich 2 Stunden.

Bis zum Monat Julius Hr. rc. Gerling;
von da ab Hr. Gymnasial-Lehrer Marchand.

2) Mathematische Geographie: Nach dem von Brand neu bearbeiteten Lehrbuche von Rambach.

Wochentlich 1 Stunde. Hr. rc. Fisch.

3) Mathematik:

a) Arithmetik: Calcul mit Buchstabengrößen; Abmessung ganzer Zahlen; Erhebung der Größen zu Potenzen; Ausziehung der Wurzeln; Calcul mit Wurzelgrößen; Gleichungen.

b) Geometrie: Von den Parallellinien und Vierecken; vom Kreise und den um- und eingeschriebenen Polygonen; Theorie der ähnlichen Figuren; Geodäsie.

Nach den Handbüchern von Metz und Schön.

Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Fisch.

4) Deutsche Sprache: Theorie des deutschen Stils nach dem Handbuche von Adelung, im Auszuge von Heinsius; Erklärung einiger Musterstücke aus deutschen Classikern; Leitung der schriftlichen Arbeiten.

Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Gerling.

Seit dem 8. Januar der Ordinarius dieser Classe Hr. rc. Stieve.

Anmerkung. Vor dem Eintritte des Hrn. rc. Stieve war die Tertia in zwei wochentlichen deutschen Unterrichts-Stunden mit der Sekunda vereinigt, und in den beiden andern Stunden getrennt.

5) Lateinische Sprache:

a) Im Winter-Semester: Catilinarische Verschwörung von Sallust; Syntax nach der Grammatik von Zumpt; Extemporalien; Leitung der schriftlichen Arbeiten.

Wochentlich 6 Stunden. Hr. rc. Brüggemann,

Ordinarius dieser Classe bis zum 8. Januar; von da ab Hr. rc. Stieve.

Virgil's Aeneis lib. I. II. v. 318.

Wochentlich 3 Stunden. Hr. rc. Gerling.

Seit dem 8. Januar Hr. rc. Brüggemann.

Anmerkung. Während dieser Unterrichts-Stunden war bis zum 8. genannten Monats die Tertia mit der Sekunda vereinigt.

b) Im Sommer-Semester: Aus dem Livius nach der Chrestomathie von Bauer die älteste Geschichte Roms, cursorisch; den zweiten punischen Krieg, statarisch; Grammatik; Extemporalien und schriftliche Uebungen.
Wochentlich 6 Stunden. Hr. rc. Stieve.
Virgil's Aeneis lib. II. 318. bis lib, III. 500.
Wochentlich 3 Stunden. Hr. rc. Schlüter.

6) Griechische Sprache.
a) Winter-Semester: Xenophon's Anabasis lib. I. bis cap. 4.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. rc. Brüggemann.
Seit dem 8. Januar Hr. rc. Stieve.
Homer's Odysse. lib. I.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. rc. Fisch.
Seit dem 8. Januar Hr. rc. Brüggemann.
Formenlehre nach der kleinen Schulgrammatik von Buttmann.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. rc. Brüggemann.
Seit dem 8. Januar Hr. rc. Stieve.
b) Sommer-Semester: Xenophon's Anabasis lib. I. cap. 5. bis zu Ende; Homer's Odysse lib. IV. bis v. 450; Grammatik und schriftliche Uebungen.
Wochenttich 6 Stunden. Hr. rc. Schlüter.

7) Französische Sprache: Mozins Grammatik bis zu den unregelmäßigen Zeitwörtern; mündliches und schriftliches Uebersetzen aus dem Französischen in das Deutsche und umgekehrt.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. Gymnasial-Lehrer Kautz.

8) Geschichte: Geschichte der Deutschen von den ältesten Zeiten bis zum siebenjährigen Kriege.
Wochentlich 3 Stunden. { Vor Ostern Hr. rc. Gerling.
Nach Ostern Hr. rc. Stieve.

9) Unterricht im Zeichnen ertheilte:
Wochentlich $1\frac{1}{2}$ Stunde. Hr. Zeichnenlehrer Zimmermann.

Quarta.

1) Religionslehre: In der Religionslehre war die Quarta mit der Tertia vereinigt.

2) Naturkunde: Naturgeschichte des festen Erdkörpers und der einzelnen Theile desselben; das Mineralreich nach Stein's Handbuch der Naturbeschreibung.
Wochentlich 1 Stunde. Hr. Gymnasial-Lehrer Pieler.

3) Mathemathik:
a) Arithmetik: Die vier Rechnungsarten in ganzen und gebrochenen Zifferzahlen nach verschiedenen Zahlensystemen; von den nichtgemeinen Brüchen vorzüglich die Dezimalbrüche; die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen; mit besonderer Aufmerksamkeit und in stetiger Verbindung mit der Uebung im Kopfrechnen wurden die auf der Lehre von den Proportionen beruhenden Rechnungsregeln für das bürgerliche Leben behandelt.
b) Geometrie: Linien, Flächen, Körper, Winkel, Figuren, Dreiecke, Lehrsätze für die Deckung derselben; Parallellinien und Vierecke. Handbuch Snell.
Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Fisch.

4) Deutsche Sprache: Nach Heinsius Grammatik, Syntax und Prosodie; Wiederholung der Formenlehre; grammatische Uebungen; Leseübungen; mündliche und schriftliche Redeübungen.
Wochentlich 3 Stunden. Hr. Gymnasial-Lehrer Kautz.
Ordinarius dieser Classe.

5) Lateinische Sprache: Nach der kleinen Grammatik von Zumpt Wiederholung der Formenlehre; die Syntax und die ersten prosodischen Uebungen. — Uebersetzung aus Döring's 3ten Cursus bis §. 54. — Aus Ovid's Metamorphosen: Creatio Mundi; quatuor ætates; Dædalus et Jcarus; Philemon et Baucis; Battus; Pentheus; Midas; Niobe. — Revision der schriftlichen Uebersetzungen aus dem

Deutschen in das Lateinische und umgekehrt; Vorbereitung der Schüler für die folgenden Lektionen unter der Aufsicht des Lehrers.

Wochentlich $10\frac{1}{2}$ Stunde. Hr. rc. Kautz.

Uebersetzungen aus dem Lateinischen in das Deutsche:

a) im Winter-Semester aus der Chrestomathie von Böhme Cap. 30. bis Cap. 71. des 3ten Buches.

Wochentlich 3 Stunden. Hr. rc. Kautz.

b) im Sommer-Semester, Cæsar de bello gallico lib. I.

Wochentlich 3 Stunden. Hr. Schulamtscandidat Nöggerath.

6) Griechische Sprache: Buttmann's kleine Grammatik bis zur Syntax ward genommen und wiederholt.

Wochentlich 2 Stunden.

Im Winter-Semester Hr. rc. Kautz.

Im Sommer-Semester Hr. Schulamtscandidat Knickenberg.

Uebersetzt und analysirt wurden:

a) aus Vogel's Elementarbuche, von dem Medium der verba barytona an, bis zu den verbis in μι alle Beispiele, bis zum Passivum dieser verba aus jedem §. ein Beispiel.

b) aus dem griechischen Lesebuche von Gedike die Erzählungen aus dem Plutarch von Seite 46. bis 67.

Wochentlich 3 Stunden. Hr. rc. Kautz.

7) Französische Sprache: Die kleine Grammatik von Daulnoy bis zu den unregelmäßigen Zeitwörtern; Leseübungen; schriftliche Uebungen im Uebersetzen aus dem Deutschen in das Französische, und mündliche Uebung im Uebersetzen aus dem Französischen in das Deutsche aus Gedikes Lesebuche.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. rc. Kautz.

8) Geschichte: Geschichte der Griechen bis zur Schlacht von Chäronea.

Wochentlich 2 Stunden.

Im Winter-Semester Hr. rc. Brüggemann.

Im Sommer-Semester Hr. rc. Nöggerath.

10) Geographie: Die Gebirge und Stromgebiete Europa's; die politische Geographie der einzelnen europäischen Staaten nach dem Handbuch von Gaspari.
Wochentlich 2 Stunden.
Im Winter-Semester Hr. rc. Pieler
Im Sommer-Semester Hr. rc. Knickenberg.

11) Zeichnen.
Wochentlich $1\frac{1}{2}$ Stunde. Hr. rc. Zimmermann.

12) Unterricht im Schönschreiben ertheilte
Wochentlich 1 Stunde. Hr. Schreiblehrer Schennen,
Kanzlei-Inspektor beim K. Hofgericht dahier.

Quinta.

1) Religionslehre: Wiederholung der Glaubenslehre; Sittenlehre beleuchtet mit angemessenen Erzählungen aus dem alten und neuen Bunde; Vorbereitung mehrer Schüler zum ersten Empfang des heil. Abendmahls. Handbuch Batz.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. rc. Marchand,
Ordinarius dieser Classe.

2) Naturkunde: mit Quarta vereinigt.

3) Rechnen: Wiederholung der Lehre von den gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen; Verhältnisse und Proportionen, Anwendung derselben auf Rechnungen des bürgerlichen Lebens. Handbuch Snell.
Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Marchand.

4) Deutsche Sprache: Grammatik nach Heinsius. — Lehre vom Verbum; die Rektion des Verbi; kleine schriftliche Ausarbeitungen; Lese- und Recitations-Uebungen.
Wochentlich 3 Stunden.
Im Winter-Semester Hr. rc. Marchand.
Im Sommer-Semester Hr. rc. Schlüter.

5) Lateinische Sprache: Grammatik nach Zumpt; Cornelius Nepos; mündliches Uebersetzen aus dem Deutschen in das Lateinische nach Döring's zweitem Cursus; Revision der schriftlichen Übersetzungen; Vorbereitung der Schüler für die folgenden Lektionen unter Aufsicht des Lehrers.

Wochentlich 12½ Stunde. Hr. ꝛc. Marchand.

6) Griechische Sprache: Formenlehre nach Bellermanns Anfangsgründen der griechischen Sprache. Uebersetzung der angehängten Uebungsstücke.

Wochentlich 3 Stunden.

Im Winter-Semester Hr. ꝛc. Marchand.

Im Sommer-Semester Hr. ꝛc. Nöggerath.

7) Französische Sprache: Grammatik nach Daulnoy bis zu den irregulären Verben; mündliche und schriftliche Uebung im Uebersetzen.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Kautz.

8) Geschichte:

a) Im Winter-Semester mit der Quarta vereinigt.

b) Im Sommer-Semester Fortsetzung der Geschichte der Hellenen nach Tetzner.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Knickenberg.

9) Erdkunde:

a) Im Winter-Semester mit Quarta vereinigt.

b) Im Sommer-Semester Deutschland nach Gaspari.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Knickenberg.

10) Unterricht im Zeichnen ertheilte

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Zimmermann.

11) Unterricht im Schönschreiben ertheilte

Wochentlich 1 Stunde. Hr. ꝛc. Schennen.

Sexta.

1) Religionslehre: In diesem Lehr-Gegenstande war die Sexta mit Quinta vereinigt.

2) Naturbeschreibung: Naturgeschichte des festen Erdkörpers. — Uebersicht des Mineralreichs nach Stein's Handbuch der Naturgeschichte mit Vorzeigung der Mineralien, im Sommer-Semester.
Wochentlich 2 Stunden. Hr. Gymnasial-Lehrer Pieler,
Ordinarius dieser Classe.

3) Rechnen: Die vier Rechnungsarten in ganzen und gebrochenen, unbenannten und benannten Zahlen; die Regel de tri; Berechnung des Quadrat- und Cubik-Maßes; nach Snells Handbuch.
Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Pieler.

4) Deutsche Sprache: Einübung der Regeln der Rechtschreibung; Formenlehre und Satzbildung nach Heinsius Schulgrammatik; Leseübungen; Declamiren auswendig gelernter Stücke.
Schriftliche Arbeiten: Kleine Beschreibungen, Briefe u. Erzählungen.
Wochentlich 4 Stunden. Hr. rc. Pieler.

5) Lateinische Sprache: Die Formenlehre und die wichtigsten Regeln der Syntax nach Schulz; die narratiunculæ aus Bröders lectionibus latinis mündlich und schriftlich übersetzt; Revision der schriftlichen Uebersetzungen aus dem Deutschen in das Lateinische und Vorbereitung der Schüler für die folgenden Stunden unter Aufsicht des Lehrers.
Wochentlich 9½ Stunde. Hr. rc. Pieler.

Fabulæ Aesopeæ aus Bröders lectionibus latinis übersetzt.
Wochentlich 2 Stunden.
Im Winter-Semester Hr. rc. Brüggemann.
Im Sommer-Semester Hr. rc. Schlüter.

Mündliches Uebersetzen aus dem Deutschen in das Lateinische nach Schulz Aufgaben.

Wochentlich 3 Stunden.

Im Winter-Semester Hr. ꝛc. Pieler.

Im Sommer-Semester Hr. ꝛc. Nöggerath.

6) Französische Sprache: Grammatik nach Daulnoy's kleiner Sprachlehre bis zu den unregelmäßigen Verben; Uebungen in dem Uebersetzen aus dem Deutschen in das Französische.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Kautz.

7) Geschichte: Biographische Uebersicht der alten Geschichte nach Welter.

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Pieler.

8) Geographie: Uebersicht der Länder und Meere der Erde; die Gebirge und Stromgebiete; das Wichtigste aus der politischen Geographie Europa's; Uebung im Cartenzeichnen unter Netzen.

Im Winter-Semester, wochentlich 2 Stunden.

Im Sommer-Semester, wochentlich 1 Stunde.

Hr. ꝛc. Pieler.

9) Unterricht im Zeichnen ertheilte

Wochentlich 3 Stunden. Hr. Zeichnenlehrer Zimmermann.

10) Unterricht im Schönschreiben ertheilte

Wochentlich 2 Stunden. Hr. ꝛc. Schennen.

Anmerkung. Den Unterricht im Gesange ertheilte Herr Viet, Rektor der hiesigen Bürgerschule. Die sämmtlichen Schüler des Gymnasiums waren in diesem Gegenstande in 3 Coetus getheilt, und jeder Coetus hatte wochentlich 1 Stunde Unterricht.

Verfügungen und Rundschreiben der hohen Behörden.

1) Am 22. November pr. übersendete das Königlich Hochlöbliche Provinzial-Schul-Collegium ein Verzeichniß der von dem General-Major von Rühle von Lilienstern herausgegebenen Schul-Carten nebst den ermäßigten Preisen, für welche das Königliche Lithographische Institut dieselben bei direkter Bestellung von Seiten der Königlichen Provinzial-Behörden belassen will.

2) Eine Hohe Ministerial-Verfügung vom 11. Dezember pr. den griechischen Sprach-Unterricht betreffend, und ein in Folge dieser Verfügung vom Königlichen Provinzial-Schul-Collegium zu Posen an die Gymnasial-Direktoren seines Verwaltungs-Bezirks erlassenes Schreiben vom 11. Januar wurde durch Umlauf den Direktoren der Provinz Westphalen zur Kenntnißnahme am 19. März mitgetheilt.

3) Eine Verfügung vom Hochlöblichen Provinzial-Schul-Collegium vom 30. März betrifft den geschichtlich-geographischen Unterricht auf den Gymnasien.

4) Eine Hohe Ministerial-Verfügung vom 29. März, von dem Königl. Hochlöblichen Provinzial-Schul-Collegium zu Münster am 30. April durch Umlauf weiter befördert, betrifft die Beobachtung des rechten Maßes in der Beschäftigung der Gymnasial-Schüler.

5) Eine Hohe Ministerial-Verfügung vom 16. Junius, vom Königl. Provinzial-Schul-Collegium mitgetheilt am 6. Julius, befiehlt den Gymnasial-Direktoren die Schüler vor dem Ankaufe der Nachdruck-Ausgaben zu warnen.

Zweiter Abschnitt.

I. Eröffnung des Schuljahres.

Diejenigen, welche in das Gymnasium aufgenommen werden wollten und in Arnsberg wohnten, wurden am 9. September, die Auswärtigen aber am 19. Oktober pr. geprüft. Das Schuljahr selbst ward am 20. Oktober mit feierlichem Gottesdienste eröffnet; hierauf foderten die Classenlehrer die Schul-Zeugnisse zurück, prüften die vor den Ferien in eine höhere Classe bedingt Aufgenommenen, und dictirten das Stunden-Schema. Am andern Morgen begann in allen Classen der Unterricht.

II. Veränderungen in dem Lehrer-Personale.

1) Im Sommer-Semester 1828 wurde dem Herrn Professor Plaßmann — Lehrer der Geschichte und Mathematik, und zuletzt Ordinarius von Sekunda — die Pfarrstelle zu Erwitte übertragen. Mit bereitwilliger Anerkennung seiner segensreichen zwanzigjährigen Wirksamkeit unter einer bedeutenden Reihe von Schüler-Generationen wurde derselbe bereits am 18. Julius von den Hohen Behörden entlassen, und ging am Schlusse des gedachten Semesters seiner neuen Bestimmung entgegen.

2) Der Oberlehrer, Herr Gerling, ward im verflossenen Sommer-Semester zur Pfarrstelle in Cörbecke befördert, und bald darauf in sein neues Amt eingesetzt. Sieben und ein halbes Jahr hat derselbe als ein pflichttreuer, mit dem Wohle der Schule es redlich meinender Lehrer seine Thätigkeit dem Lehramte gewidmet. — Zuerst drei Jahre am hiesigen Gymnasium, darauf zwei Jahre als Oberlehrer am Gymnasium zu Paderborn, und zwei und ein halbes Jahr am Hiesigen; im verflossenen Winter-Semester Ordinarius von Sekunda.

3) Der Gymnasial-Lehrer, Herr Schlüter, kam Ostern von Berlin zurück, und trat für das Sommer-Semester als Extraordinarius ein.

Angestellt wurden:

1) Dem am Anfange des Sommer-Semesters pr. als Extraordinarius interimistisch angestellten Oberlehrer, Herrn Brüggemann, wurde die von des Königs Majestät neu fundirte Oberlehrer-Stelle übertragen.

2) Der Doctor der Philosophie, Hr. Stieve, welcher in Münster das Gymnasium absolvirt, drei Jahre die philosophische und theologische Fakultät besucht und zugleich als Hülfslehrer am Gymnasium daselbst fungirt, darauf zwei Jahre in Berlin, ein halbes Jahr in Bonn, und wiederum in Berlin drei Vierteljahre seine Studien fortgesetzt und von der dortigen philosophischen Fakultät die Doktorwürde erlangt hat, wurde als Oberlehrer angestellt, trat am 8. Januar c. seine Stelle an, und zwar für das verflossene Schuljahr als Ordinarius von Tertia.

3) Der Gymnasial-Lehrer, Herr Pieler, welcher das Gymnasium in Soest besucht, vier Jahre an der Universität in Bonn studirt, darauf in Düsseldorf das gesetzliche Probejahr gehalten und ein Jahr am Progymnasium in Dorsten gearbeitet hat, wurde für die unteren und mittleren Classen angestellt, und übernahm für das verflossene Schuljahr das Ordinariat von Sexta.

4) Die erledigte Gesanglehrer-Stelle ward dem Rektor der hiesigen Bürgerschule, Herrn Viet, provisorisch übertragen.

Anmerkung: 1) Das Ordinariat von Tertia bis zum 8. Januar, und das von Sekunda während des Sommer-Semesters übernahm der Oberlehrer Hr. ꝛc. Brüggemann.
2) Der Religions-Unterricht in den mittleren und oberen Classen wurde nach dem Austritte des Herrn Pfarrers Gerling, in Erstern dem Gymnasial-Lehrer, Herrn Marchand, in Letzteren dem Direktor zugetheilt.

Schulamts-Candidaten:

Um der Hohen Ministerial-Verfügung vom 24. September 1826 — vid. Amtsblatt von 1826. Stück 50. Nr. 1002 — Genüge zu leisten, traten
1) der Schulamts-Candidat Hr. Nöggerath aus Arnsberg am 24. März
2) " " " " Knickenberg aus Rüthen im Mai
das gesetzliche Probejahr an.

Dritter Abschnitt.

I. Anzahl der Schüler in jeder Classe.

In der Prima und Obersekunda befanden sich im Winter-Semester	18	Schüler.
„ „ Sekunda	18	„
„ „ Tertia	18	„
„ „ Quarta	21	„
„ „ Quinta	29	„
„ „ Sexta	17	„
Zusammen waren also im Gymnasium	121	Schüler.

Im Laufe dieses Semesters sind keine Schüler ausgetreten.

In der Prima und Obersekunda befanden sich im Sommer-Semester	12	Schüler.
„ „ Sekunda	16	„
„ „ Tertia	18	„
„ „ Quarta	21	„
„ „ Quinta	29	„
„ „ Sexta	17	„
Zusammen also im Gymnasium	113	Schüler.

Davon sind ausgetreten:

Aus der Obersekunda	1	Schüler.
„ „ Quinta	1	„
also	2	Schüler.

II. Resultate der Abiturienten-Prüfungen.

Es stellten sich am Ende des Winter-Semesters 6 Primaner zum Abiturienten-Examen. Nach Vergleichung ihrer schriftlichen Arbeiten mit dem Ergebnisse der mündlichen Prüfung erhielten von der Abiturienten-Prüfungs-Commission

Das Zeugniss Nro. I.

Detmar August Limborg aus Dortmund, 18¾ Jahr alt, 6½ Jahr im Gymnasium.

Das Zeugniss Nro. II.

1) Joannes Helle aus Rüthen . 19 Jahr alt, $7\frac{1}{2}$ Jahr im Gymnasium.
2) Peter Giesen aus Hückeswagen 26 " " 1 " " "
3) Carl Stein aus Hückeswagen . 25 " " $1\frac{1}{2}$ " " "
4) Fried. Freusberg aus Arnsberg 18 " " $6\frac{1}{2}$ " " "
5) Theodor Flügel aus Solingen 24 " " $1\frac{1}{2}$ " " "

Am Schlusse des Sommer=Semesters bestand der Primaner Joannes Könighoff aus Meschede, $20\frac{1}{2}$ Jahre alt und 2 Jahre im Gymnasium, die Abiturienten=Prüfung, und erhielt das Zeugniß Nro. I.

III. Stand des Lehr=Apparats.

Der Lehr=Apparat des hiesigen Gymnasiums besteht in einer kleinen Bibliothek, für deren Vermehrung jährlich 50 Thaler etatsmäßig angewendet werden können; in einem physikalischen Aparate, in einer für 205 Thaler angekauften Naturalien=Sammlung, und in zwölf Lieferungen des naturhistorischen Atlasses von Goldfuß.

Eine einfache, sehr brauchbare Maschine, an welcher der Lauf der Erde um die Sonne, die Veränderung der Tageslänge und der Jahreszeiten gezeigt werden kann, wurde angekauft.

Ein hohes Ministerium schenkte in diesem Jahre der Gymnasial=Bibliothek:

1) ein Exemplar des 1ten und 2ten Bandes von dem encyklopädischen Wörterbuche der medicinischen Wissenschaften,

2) ein Exemplar von Schölls Geschichte der griechischen Literatur, aus dem Französischen übersetzt von Schwarze.

Vierter Abschnitt.

I. Oeffentliche Prüfungen.

1) Die schriftlichen Prüfungen der Primaner in der Mathematik, Physik, im Deutschen, Lateinischen, Griechischen und Hebräischen geschahen
   a) am Ende des Winter-Semesters in der ersten Hälfte des Monats März,
   b) am Ende des Sommer-Semesters im zweiten Drittheile des Monats August,

   im Classen-Zimmer der Prima unter Aufsicht eines Lehrers.

   Die mündlichen Prüfungen der Primaner wurden abgehalten am 21. März und 24. August.

2) Die öffentlichen Prüfungen der übrigen Gymnasiasten finden am 1. und 2. September statt, von Morgens 9 bis 12 Uhr, und Nachmittags von 3 bis 6 Uhr.

3) Mit der Prämien-Vertheilung nach Beendigung des feierlichen Hochamtes am 6. September wird das Schuljahr beschlossen.

   Das künftige Schuljahr wird am 19. Oktober des Morgens 8 Uhr mit feierlichem Gottesdienste eröffnet. Für diejenigen, welche in das Gymnasium aufgenommen werden wollen und in Arnsberg wohnen, ist der 9. September, für die Auswärtigen aber der 17. Oktober zur Prüfung festgesetzt.

Uebersicht
der statistischen Verhältnisse des Königl. Laurentianum zu Arnsberg.
Während des Winter-Semesters 1828 in 1829.

Lehrer.	Allgemeiner Lehrplan.							
	Fächer.	Classen und Stunden.						
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Summa.
Hauptlehrer:	Religion. .	(3)		(3)		(3)		9
Baaden.	Deutsch . .	4	3(2)	2	3	3	4	21
	Latein . . .	8	5(3)	6	9	8	10	49
Fisch.	Griechisch .	6	6	6	5	3	"	26
	Hebräisch .	2	2	"	"	"	"	4
Kautz.	Französisch.	"	"	2	2	2	2	8
Gerling.	Mathematik	4	4	4	4	4	4	24
	Naturkunde	3	2	"	(1)		"	6
Marchand.	Erdkunde .	"	"	1	(2)		2	5
Brüggemann.	Geschichte. .	(3)		3	(2)		2	10
	Zeichnen. .	"	"	1½	1½	2	3	8
Stieve.	Schönschrb.	"	"	"	1	1	2	4
Pieler.	Singen . .	(1)		(1)		(1)		3
	Silentium.	"	"	"	4½	3(3)	3	13½
Hülfslehrer:	Summe	27(7)	22(5)	25½(4)	30(5)	26(7)	32	190½
Zimmermann.								
Schennen.								
Biet.								

Schüler				Abiturienten		
In	waren	traten aus	sind	Mit Nro.	I.	II.
I.	18	"	18		1	5
II.	18	"	18			
III.	18	"	18			
IV.	21	"	21			
V.	29	"	29			
VI.	17	"	17			
	121	"	121			

Uebersicht
der statistischen Verhältnisse des Königl. Laurentianum zu Arnsberg.
Während des Sommer-Semesters 1829.

Lehrer.

Hauptlehrer:
Baaden.
Fisch.
Kautz.
Schlüter.
Marchand.
Brüggemann.
Stieve.
Pieler.

Hülfslehrer:
Zimmermann.
Schennen.
Viet.

Allgemeiner Lehrplan.

Fächer.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Summa.
Religion. .	(2)		(3)		(3)		8
Deutsch . .	3	3	4	3	3	4	20
Latein . . .	8	10	9	9	8	10	54
Griechisch .	6	6	6	5	3	"	26
Hebräisch .	2	2	"	"	"	"	4
Französisch.	"	"	2	2	2	2	8
Mathematik	4	4	4	4	4	4	24
Naturkunde	2	2	"	(1)		2	7
Erdkunde .	"	"	1	2	2	1	6
Geschichte .	(3)		3	2	2	2	12
Zeichnen . .	"	"	1½	1½	2	3	8
Schönschrb.	"	"	"	1	1	2	4
Singen . .	(1)		(1)		(1)		3
Silentium.	"	"	"	4½	3(3)	3	13½
Summe	25(6)	27	30½(4)	34(1)	30(7)	33	197½

Schüler

In	waren	traten aus	sind
I.	12	1	11
II.	16	"	16
III.	18	"	18
IV.	21	"	21
V.	29	1	28
VI.	17	"	17
	113	2	111

Abiturienten

Mit Nro.	I.	II.
	1	

***

II. Nachweise über die Vertheilung der Prämien.

Die öffentliche Vertheilung der Prämien findet am 6. September nach beendigtem feierlichen Hochamte statt.

Sekunda.

1. Religions-Lehre.

Pr. Franz Beckmann aus Schönholthausen und Conrad Becker aus Arnsberg.

Cert. Theodor Ameke aus Menden.

2. Mathematik und Physik.

Pr. Ferdinand Scheele aus Arnsberg.

Cert. 1. Franz Beckmann aus Schönholthausen, Theodor Ameke aus Menden und Conrad Becker aus Arnsberg.

3. Deutscher Aufsatz.

Pr. 1. Franz Beckmann aus Schönholthausen und Theodor Ameke aus Menden.

" 2. Conrad Becker aus Arnsberg.

Cert. 1. Lorenz Degenhard aus Eversberg. 2. Franz Wacker aus Neuenkleusheim. 3. Franz Daniel aus Rüthen.

4. Lateinischer Aufsatz.

Pr. 1. Franz Beckmann aus Schönholthausen und Theodor Ameke aus Menden.

" 2. Conrad Becker aus Arnsberg und Franz Wacker aus Neuenkleusheim.

Cert. Lorenz Degenhard aus Eversberg. 2. Ferdinand Scheele aus Arnsberg. 3. Adolph Brisgen aus Hirschberg.

5. Uebersetzung aus dem Deutschen in das Griechische.

Pr. Theodor Ameke aus Menden.

Cert. 1. Conrad Becker aus Arnsberg. 2. Franz Beckmann aus Schönholthausen. 3. Franz Daniel aus Rüthen.

6. Geschichte.

Pr. Eduard Delius aus Arnsberg.

Cert. 1. Franz Beckmann aus Schönholthausen. 2. Theodor Ameke aus Menden. 3. Joseph Hüser aus Arnsberg. 4. Conrad Becker aus Arnsberg.

Tertia.

1. Religions = Lehre.

Pr. Heinrich Bohne aus Drolshagen.

Cert. 1. Caspar Goebel aus Attendorn. 2. Justin Sels aus Meschede. 3. Theodor Schierhof aus Illingheim. 4. Heinrich Bigge aus Arnsberg.

2. Mathematik.

Pr. Heinrich Bohne aus Drolshagen und Ludwig Niedermeier aus Arnsberg.

Cert. 1. Heinrich Wichart aus Günne. 2. Albert, Graf von Flemming aus Arnsberg. 3. Theodor Schierhof aus Illingheim.

3. Deutscher Aufsatz.

Pr. 1. Heinrich Bigge aus Arnsberg.

" 2. Albert, Graf von Flemming aus Arnsberg.

Cert. 1. Heinrich Bohne aus Drolshagen. 2. Justin Sels aus Meschede. 3. Theodor Schierhof aus Illingheim.

4. Uebersetzung aus dem Deutschen in das Lateinische.

Pr. 1. Justin Sels aus Meschede.

" 2. Caspar Goebel aus Attendorn.

Cert. 1. Theodor Schierhof aus Illingheim. 2. Heinrich Wichart aus Günne. 3. Lorenz Voß aus Altenilpe.

5. Uebersetzung aus dem Griechischen in das Deutsche.

Pr. Caspar Goebel aus Attendorn und Heinrich Wichart aus Günne.
Cert. 1. Justin Sels aus Meschede. 2. Heinrich Bigge aus Arnsberg. 3. Heinrich Bohne aus Drolshagen. 4. Theodor Schierhof aus Illingheim.

6. Geschichte.

Pr. Heinrich Bohne aus Drolshagen.
Cert. 1. Heinrich Wichart aus Günne. 2. Albert, Graf von Flemming aus Arnsberg. 3. Heinrich Bigge aus Arnsberg. 4. Ludwig Niedermeier aus Arnsberg. 5. Friederich Moder aus Arnsberg.

7 Zeichnen.

Pr. Albert, Graf von Flemming aus Arnsberg.
Cert. Justin Sels aus Meschede und Rudolph Esser aus Arnsberg.

Quarta.

1. Religions-Lehre.

Pr. Johannes Henneke aus Dörnholthausen.
Cert. 1. Clemens Schmitz aus Heldern. 2. Bernhard Berens aus Grevenstein. 3. Franz Diekmann aus Oestinghausen. 4. Peter Lenneper aus Stellborn.

2. Mathematik und Naturkunde.

Pr. Bernhard Berens aus Grevenstein und Julius Heine aus Halberstadt.
Cert. 1. Julius Amelung aus Arnsberg. 2. Anton Loeser aus Olpe. 3. Wilhelm Felthaus aus Hamm. 4. Peter Lenneper aus Stellborn. 5. Johannes Henneke aus Dörnholthausen.

3. Uebersetzung aus dem Lateinischen in das Deutsche.

Pr. 1. Werner Loecke aus Werl und Anton Loeser aus Olpe.

„ 2. Clemens Schmitz aus Heldern und Julius Amelung aus Arnsberg.

Cert. 1. Joseph Hertmanni aus Arnsberg. 2. Julius Heine aus Halberstadt. 3. Johannes Henneke aus Dörnholthausen.

4. Uebersetzung aus dem Deutschen in das Lateinische.

Pr. 1. Bernhard Berens aus Grevenstein und Julius Amelung aus Arnsberg.

„ 2. Johannes Henneke aus Dörnholthausen.

Cert. 1. Anton Loeser aus Olpe. 2. Joseph Hertmanni aus Arnsberg. 3. Anton Rörig aus Endorf. 4. Peter Lenneper aus Stellborn.

5. Uebersetzung aus dem Griechischen in das Deutsche.

Pr. Bernhard Berens aus Grevenstein und Franz Diekmann aus Oestinghausen.

Cert. 1. Johannes Henneke aus Dörnholthausen. 2. Julius Amelung aus Arnsberg. 3. Anton Loeser aus Olpe und Friederich Dach aus Arnsberg.

6. Geschichte und Geographie.

Pr. Julius Amelung aus Arnsberg, Julius Heine aus Halberstadt und Anton Loeser aus Olpe.

Cert. 1. Clemens Schmitz aus Heldern. 2. Joseph Hertmanni aus Arnsberg. 3. Wilhelm Felthaus aus Hamm.

7. Zeichnen.

Pr. Julius Heine aus Halberstadt und Bernhard Berens aus Grevenstein.

Cert. 1. Anton Loeser aus Olpe. 2. Wilhelm Felthaus aus Hamm.

8. Kalligraphie.

Pr. Philipp Sauer aus Scheidingen.

Cert. 1. Wilhelm Felthaus aus Hamm. 2. Clemens Schmitz aus Heldern.

Quinta.

1. Religions-Lehre.

Pr. Wilhelm Dülberg aus Arnsberg.

Cert. 1. Friederich Bering aus Menden. 2. Hermann Buschulte aus Büderich. 3. Carl Danco aus Arnsberg. 4. Eduard Hundt aus Medebach.

2. Rechnen und Naturgeschichte.

Pr. Engelbert Freusberg aus Olpe und August Boehme aus Arnsberg.

Cert. 1. Adolph Limper aus Welschenenst. 2. Hermann Buschulte aus Büderich. 3. Wilhelm Delius aus Arnsberg 4. Eduard Hundt aus Medebach.

3. Uebersetzung aus dem Deutschen in das Lateinische.

Pr. 1. Arduin Gronarz aus Arnsberg.

" 2. Joseph Schulte aus Wintrop.

Cert. 1. August Boehme aus Arnsberg. 2. Engelbert Freusberg aus Olpe. 3. Wilhelm Delius aus Arnsberg.

4. Uebersetzung aus dem Lateinischen in das Deutsche.

Pr. 1. Friederich Bering aus Menden.

" 2. August Boehme aus Arnsberg.

Cert. Norbert Nöggerath aus Arnsberg. 2. Wilhelm Delius aus Arnsberg. 3. Friederich Müller aus Arnsberg. 4. Adolph Limper aus Welschenenst.

5. Uebersetzung aus dem Griechischen in das Deutsche.

Pr. Ernst Schulte aus Wintrop.

Cert. August Boehme aus Arnsberg. 2. Norbert Nöggerath aus Arnsberg. 3. Wilhelm Delius aus Arnsberg. 4. Friederich Bering aus Menden.

6. Geschichte und Geographie.

Pr. Wilhelm Delius aus Arnsberg und Hermann Buschulte aus Büderich.

Cert. 1. August Boehme aus Arnsberg. 2. Engelbert Freusberg aus Olpe. 3. Wilhelm Dülberg aus Arnsberg. 4. Carl Danco aus Arnsberg.

7. Zeichnen.

Pr. Friederich Bering aus Menden, Wilhelm Delius aus Arnsberg und Eduard Hundt aus Medebach.

Cert. 1. August Boehme 2. Carl Danco aus Arnsberg.

8. Kalligraphie.

Pr. Wilhelm Kleinsorge aus Sundern.

Cert. 1. Wilhelm Delius aus Arnsberg. 2. Friederich Bering aus Menden.

Sexta.

1. Religions-Lehre.

Pr. Eduard Scheele aus Arnsberg.

Cert. 1. Wilhelm Wulff aus Arnsberg. 2. Friederich Becker aus Hüsten.

2. Rechnen und Naturgeschichte.

Pr. Eduard Scheele aus Arnsberg.

Cert. 1. Wilhelm Wulff aus Arnsberg. 2. Joseph Berens aus Grevenstein. 3. Friederich Becker aus Hüsten. 4. Philipp Humpert aus Menden.

3. Uebersetzung aus dem Deutschen in das Lateinische.

Pr. 1. Joseph Berens aus Grevenstein.
" 2. Wilhelm Wulff aus Arnsberg.
Cert. 1. Eduard Scheele aus Arnsberg. 2. Carl D'Alquen aus Arnsberg. 3. Philipp Humpert aus Menden. 4. Julius Heinemann aus Warburg.

4. Uebersetzung aus dem Lateinischen in das Deutsche.

Pr. 1. Wilhelm Ulrich aus Arnsberg.
" 2. Eduard Scheele aus Arnsberg.
Cert. 1. Joseph Berens aus Grevenstein. 2. Wilhelm Wulff aus Arnsberg. 3. Friederich Becker aus Hüsten. 4. Carl D'Alquen aus Arnsberg.

5. Geschichte und Geographie.

Pr. Wilhelm Wulff aus Arnsberg.
Cert. 1. Eduard Scheele aus Arnsberg. 2. Joseph Berens aus Grevenstein. 3. Philipp Humpert aus Menden. 4. August Liebrecht aus Arnsberg.

6. Zeichnen.

Pr. Joseph Berens aus Grevenstein und Philipp Humpert aus Menden.
Cert. 1. Wilhelm Wulff und Eduard Scheele aus Arnsberg. 2. Joseph Hohof aus Arnsberg.

7. Kalligraphie.

Pr. Friederich Becker aus Hüsten und Philipp Humpert aus Menden.
Cert. 1. Joseph Berens aus Grevenstein. 2. Eduard Scheele aus Arnsberg.

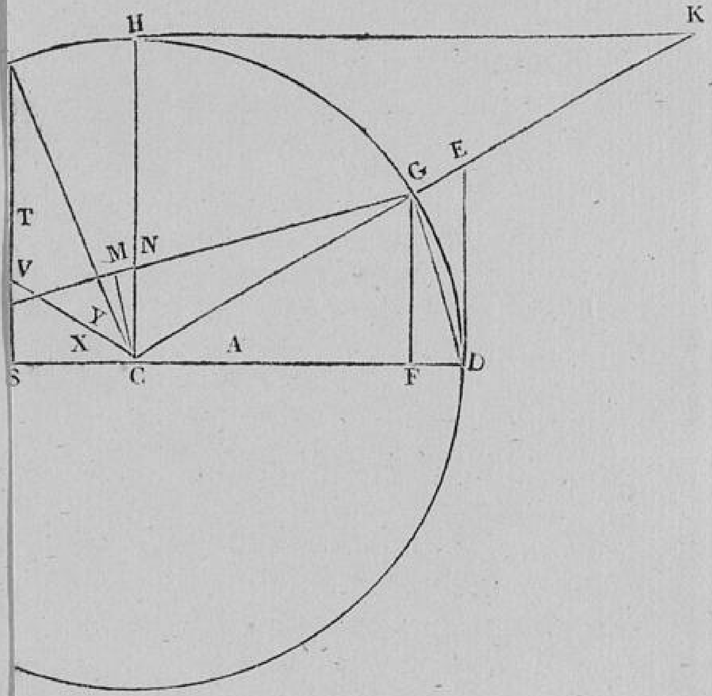
Berichtigungen.

Seite 1.	Zeile 14.	statt	ausdehnbar lies ausdehnsam.
" 5.	" 11.	"	I. — IV. " I. und VI.
" —	" —	"	lib. VIII. v. 400 lies lib. XVIII. bis v. 400.
" —	" 27.	"	bezugliche lies bezügliche.
" 9.	" 18.	"	ein Beispiel lies einige Beispiele.
" 10.	" 6.	ist zu streichen:	Im Sommer-Semester.
" —	" 7.	" " "	Im Sommer-Semester Hr. rc. Knickenberg.
" 14.	" 3.	statt	Königlich lies Königliche.
" 16.	" 31.	"	Nögggerath lies Nöggerath.

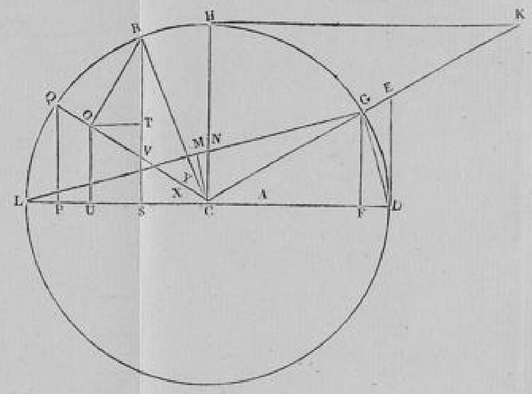
Ber

Seite 1. Zeile 14. statt ausdehnb
" 5. " 11. " I. — IV.
" — " — " lib. VIII.
" — " 27. " bezugliche
" 9. " 18. " ein Beisp
" 10. " 6. ist zu streichen:
" — " 7. " " "
" 14. " 3. statt Königlich
" 16, " 31. " Nögggera

6



H
K
G
E
T
M
N
V
Y
X
A
S
C
F
D



R
H
K
Q
O
T
G
E
V
M
N
Y
X
A
L
P
U
S
C
F
D