

PROBLEMATATA ARITHMETICA.

AD AUSPICANDA

GYMNASII WETFLARIENSIS

EXAMINA ANNIVERSARIA

E CODICE MANUSCRIPTO CIZENSI PRIMUM EDITA.

A C C E D U N T

EIUSDEM CODICIS SCHOLIA

AD NICOMACHI GERASENI INSTITUTIONEM ARITHMETICAM (LIB. II. CAP. XXVI. XXVII).

Codex ms. Cizensis, de quo superiori anno in Arithmeticae Nicomacheae editione mea plura commemoravi, praeter Nicomachi Geraseni libros et Johannis Philoponi adnotationes usque ad hoc tempus ineditas quaestiones continet nonnullas arithmeticas, quas nemo, ni fallor, adhuc in publicum protulit. Muellerus quidem anno MDCCCXVIII in libello, qui inscriptus est „*Notitia et recensio codicum mss., qui in bibliotheca episcopatus Numburgo-Cizensis asservantur. part. IX*“ horum problematum fecit mentionem, sed tantum abfuit, ut attente et diligenter ea legerit, ut pro ea, quae in ipso erat negligentia, ne strictim quidem ea attigerit. cum enim neque autorum nomina, quae librarius, cui debetur codex, addidit, neque Thom. Reinesii, cuius olim fuit,*) adnotationes animadvertisset, de argumento tamen hanc ferre sententiam

*) In prima codicis pagina haec leguntur: „*Th. Reinesius D. a D. Nestero, possessore et herede bibliothecae Schroeterorum, Medicorum Jenensium.*“

minime dubitavit: „*alia, inquit, ad Nicomachi interpretationem spectantia, quae duo complent folia, sunt adiecta.*“ quanta igitur sum adfectus admiratione, cum Johannis Philoponi adnotationum libros perlustrans in extremis voluminis foliis in haec problemata inciderem, quae ederentur dignissima! neque invito animo, cum propter aerarii tenuitatem hic liber scholasticus perfectiore dissertatione ornari non posset, ne omni appendice destitutus prodiret, libri Cizensis quaestiones prelo subiciendas curavi et eiusdem codicis in Nicomachi Arithmeticae libr. II. cap. XXVI. XXVII. scholia adiunxi, consilio, opinor, haud inlaudabili.

Praemonenda haec fere videntur:

I. In numerorum ordine cum desit ϵ' , ζ' numero 6, ϵ' num. 9, κ' num. 10 par ponitur.

II. [ΙΣΑΑΚ] Thom. Reinesius codicis margini adscript: „*Isaac monachus, cuius extant scholia in Euclidis elementorum geometriae libros VI. priores; lat. vertit Conr. Dasyp.*“ [odius]. cf. Fabric. bibl. gr. X. p. 176. — altera manus hoc addidit scholion: „*Ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι δηποτοῦν ἀπὸ μονάδος ἐφεξῆς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἢ δὲ τὸ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον, ὁ ἡμῶν τοῦ ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν δύο μέσων ἐπὶ τὸ πλῆθος τῶν ἐκκειμένων πολλαπλασιαζόμενος τὸν συγκείμενον ἐξ ὄλων ποιεῖ. ἐὰν δὲ τὸ πλῆθος ἢ περιττὸν, ὁ ἀριθμὸς τοῦ πλῆθους πάλιν ἐπὶ τὸν μέσον τῶν ἐκκειμένων πολλαπλασιαζόμενος τὸν συγκείμενον ἐξ ὄλων ποιεῖ.*“

IV. Τὸν βασιλέα Λέοντα] Reinesius in margine addidit: „*Leo Philosophus Aug.*“ cf. Fabr. bibl. gr. VI. p. 363. — ἀνὰ ε' στοιχεῖα οὔσης] in margine ἐχούσης.

V. Ἐν αἷς δηλονότι] sic ex coniectura scripsi; in codice ἐν ἡ δὴλ.

Schol. XXVII, 1. Διαφορομένην] cod. C Nicom. διαφορομένην habet pro ἀδιαφορομένην.

In editione Nicomachi mea haec ut lector benevolus corrigat, precor: pag. I lin. 1 pro *Wechelius* legendum: *Wechelus*; p. I l. 2 pro MDXXXVIII legendum: MDXLIII; p. 2 l. 19 pro τὸ leg.: τοῖ.

Scribebam Wetflariae, Id. Jun. a. MDCCCLXIII.

R. HOCHÉ.



PROBLEMATΑ ARITHMETICA.

I. ΤΟΥ ΚΥΝΟΣ.

Δοθέντων ἀπὸ μονάδος ὀποσωνοῦν ἀριθμῶν ἐφεξῆς εὐρεῖν, ὅσος ἐστὶν ὁ σύμπας.
Ἐστῶσαν ἀπὸ μονάδος τῆς α' ἐφεξῆς οἱ

$\beta', \gamma', \delta', \epsilon', \zeta', \eta', \theta', \iota'$

ἢ δὴ ἄρτιόν ἐστι τὸ πλῆθος αὐτῶν ἢ περιττόν. ἔστω πρῶτον περιττόν φανερόν δὴ, ὅτι οἱ μὲν α' διπλάσιοί εἰσι τοῦ ϵ' , οἱ δὲ β', θ' τοῦ ϵ' , καὶ ἐφεξῆς ὅσον ἄρα ἐστὶ τὸ πλῆθος πάντων, τοσαυταπλασίου ἐστὶν ὁ σύμπας συντεθείς τοῦ ϵ' . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ι' πρὸς τὴν μονάδα, ὁ σύμπας πρὸς τὸν ϵ' . ὁ ἄρα ὑπὸ τοῦ ι' καὶ ϵ' ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς μονάδος καὶ συμπάντων, τουτέστι τῷ σύμπαντι ἀριθμῷ. εἰλήφθω δὴ ὁ ἐφεξῆς τῷ ι' , ὁ κ' . φανερόν δὴ ὅτι ὁ κ' διπλάσιός ἐστι τοῦ ϵ' . ἴσος γὰρ ἐστὶ τοῖς $\iota \alpha'$. ἐπεὶ οὖν ὁ ι' τὸν ϵ' πολλαπλασιάσας ποιῶ τὸν σύμπαντα, ἐὰν ἄρα τὸν κ' πολλαπλασιάσας ποιήσῃ τινά, ὁ γενόμενος ἐστὶ τοῦ σύμπαντος διπλασίον. ὅταν ἄρα ἀπὸ μονάδος πλῆθους ἀριθμῶν ἐφεξῆς τεθέντος ἐρωτηθῶμεν, πόσος ἐστὶν ὁ σύμπας συντεθείς, ἐὰν ὡς περιττοὶ τὸ πλῆθος, πολλαπλασιάσωμεν τὸν μέγιστον ἐπὶ τὸν ἐφεξῆς αὐτοῦ μέζονα, καὶ τούτου γενομένου τὸ ἡμῶν λαβόντες ἔξωμεν τὸν σύμπαντα ὁμοίως δὴ ποιήσωμεν, καὶ ἐὰν ἄρτιον ἦ τὸ πλῆθος· ἢ γὰρ αὐτὴ ἀπόδειξις·

$\alpha' \beta' \gamma' \delta' \epsilon' \zeta' \eta' \theta' \iota' - \kappa'$
 $\alpha' | \beta' | \gamma' | \delta' | \epsilon' | \zeta' | \eta' | \theta' | - \iota'.$

II.

Πῶς ἂν ἐκ μεθόδου προχειρότατα γινώσκῃ τις ἀκριβῶς τὴν τῶν συντιθεμένων ἀπὸ μονάδος καὶ ἐφεξῆς ἀριθμῶν γινομένην ποσότητα, μέχρις οὗ δηλονότι ἢ ζήτησις γίνεται.

Ποιεῖτω οὕτω πολλαπλασιαζέτω ἐφ' ἑαυτὸν τὸν ἀριθμὸν, μέχρις οὗ ἢ ζήτησις γίνεται καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου λαμβανέτω τὸ ἡμῶν τούτω προστιθέτω καὶ τὸ ἡμῶν τοῦ πολλαπλασιασθέντος ἀριθμοῦ καὶ τὸν γινόμενον γινωσκέτω εἶναι τὴν τῶν ἀριθμῶν σύνθεσιν ἀπὸ μονάδος, μέχρις οὗ ἢ ζήτησις γίνεται. οἷον ἔστω γενέσθαι τὴν ζήτησιν ἀπὸ μονάδος ἄχρι τοῦ $\iota \epsilon'$, πόση ἐστὶν ἢ τῶν ἀριθμῶν κατὰ τὸ συνεχὲς σύνθεσις· τὸν $\iota \epsilon'$ ἐφ' ἑαυτὸν γίνονται σκέ· τούτου τὸ ἡμῶν ριβζ· πρόσθετες τὸ ἡμῶν τῶν $\iota \epsilon'$ ἦτοι ζζ· γίνονται ὁμοῦ ρκ· τοσούτων ἢ ἀπὸ μονάδος ἄχρι τοῦ $\iota \epsilon'$ τῶν κατὰ τὸ συνεχὲς ἀριθμῶν σύνθεσις.

ISAAC.

Ἡ καὶ οὕτω λαμβανέτω τὸ ἡμῶν τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ μέχρις οὗ ἢ ζήτησις γίνεται καὶ προστιθέτω τούτω μονάδος ἡμῶν, καὶ τὸν γινόμενον πολλαπλασιαζέτω μετὰ τοῦ ἀριθμοῦ, οὕτινος εἰλήφει τὸ ἡμῶν καὶ τὸν γινόμενον αὐθις γινωσκέτω εἶναι τὴν τῶν ἀριθμῶν σύνθεσιν. οἷον ὡς ἐπὶ τοῦ προποδειχθέντος ἀριθμοῦ τοῦ $\iota \epsilon'$ τούτου τὸ ἡμῶν ζζ· πρόσθετες μονάδος ἡμῶν γίνονται ἢ ταῦτα

πολλαπλασιασον ἐπὶ τὸν ιε' γίνονται ρκ'. καὶ ἔστι καὶ οὕτως ἡ εὗρεσις ἀσφαλεστάτη, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς προτέρας μεθόδου ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ.

III.

Ἀριθμῶν ὅσων δῆποτε ἐκκειμένων ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ τὸν συγκεφαλαιούμενον ἐκ τῆς συνθέσεως αὐτῶν λαμβάνειν.

Ποίει οὕτω λάμβανε τοὺς ἄκρους τῶν ἐκκειμένων καὶ τούτων τὰ ἡμίση συντιθεῖς καὶ πολλαπλασιάζων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ἕξαις τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν ὅλων. οἷον ἔστωσαν β', δ', ε', η', ι', ιβ'. τὰ ἡμίση τῶν ἄκρων ζ'. ταῦτα πολλαπλασιαζόμενα ἐπὶ τὸ πλήθος τῶν ἐκκειμένων ἀριθμῶν, εἰσὶ δὲ ε', ποιοῦσι μβ'. πάλιν ἔστωσαν α', δ', ζ', ι', ιγ', ιε', ιθ'. τὰ ἡμίση τῶν ἄκρων ι' καὶ τὸ πλήθος ζ'. δεκάκις οὖν τὰ ζ' ποιοῦσιν ο'. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ.

IV.

α', α', α', γ', γ', ε', ε', ε', ζ', θ'. ταῦτα τὰ δέκα στοιχεῖα συντιθέμενα ποιοῦσι μονάδας μ'. φασὶν οὖν τὸν βασιλέα Λέοντα ταῦτα ἐκθεῖναι καὶ ζητεῖν, ὡς ἂν μερισθῶσι δίχα ἤτοι εἰς πέντε καὶ πέντε στοιχεῖα καὶ ἑκατέρας μερίδος ἴσον εἶναι τὸν ἀριθμὸν.

Ἄγνοοῦντες οὖν οἱ ἐξ ἐκείνου μέχρι τοῦ νῦν πάντες τὸν σκοπὸν ἐκείνου καὶ ζητοῦντες, ὥστε καὶ ἑκατέραν μερίδα μονάδων κ' εἶναι ἤτοι τῆς ἡμισείας τῶν ὅλων ποσότητος, ἀνηνύτοις ἐδόκουν ἐπιχειρεῖν ἀλλ' ἡμεῖς μὴ ἄγνοοῦντες τὸν ἐκείνου σκοπὸν, ὅτι οὐκ ἀδύνατα προέθετο ζητεῖν, ἀλλὰ δυνατὰ μὲν, πληρὴν οὐ τοῖς πᾶσι πρόχειρα, μόνοις δὲ τοῖς τῶν ἀριθμητικῶν μαθημάτων ἐμπείροις, διειλομεν αὐτὰ δίχα οὕτως ὥστε ἑκατέρας μερίδος ἀνὰ ε' στοιχεῖα οὐσῆς τὸ μὲν πρῶτον εἶναι πολλαπλασιάζον, τὰ δὲ λοιπὰ πολλαπλασιαζόμενα ὑπ' αὐτοῦ, ὡς συνάγειν ἑκατέραν μερίδα μονάδας ξ' καὶ ἔχουσιν οὕτω

ε' [πεντάκις], α', α', γ', ζ' — γ' [τρὶς], α', ε', ε', θ'.

ἔστιν οὖν τῆς μῆς μερίδος ἡ ποσότης μονάδων ιβ', δηλαδὴ τῶν δ' στοιχείων συντιθεμένων πληρὴν τοῦ πρῶτου καὶ πενταπλασιαζόμενα ὑπὸ τοῦ πρῶτου ποιοῦσιν ξ'. ὁμοίως καὶ τῆς ἑτέρας μερίδος κ' καὶ τριπλασιαζόμενα ὑπὸ τοῦ πρῶτου ποιοῦσιν ξ'.

V.

Μέθοδος, δι' ἧς ἀστείως εὐρήσεις, οἷον ἀριθμὸν ἔχει τις ἐπὶ νοῦν.

Ἀριθμὸν ὄντιναοῦν τῶν ἀπὸ τοῦ ζ' μέχρι τοῦ ρε' ὑπό τιος ἐν διανοίᾳ εἰλημμένον ζητῶν εὐρεῖν ὁπόσος ἐστί, λήψῃ αὐτὸν μεθόδῳ τοιαύτῃ ἐπίταξον τῷ κατὰ διάνοιαν ἔχοντι τὸν ἀριθμὸν κρυφίως παρ' αὐτῷ ἐκβαλεῖν ἀπ' αὐτοῦ τὸν γ', ὡσάκις ἐγχωρεῖ, καὶ τὰ καταλειφθέντα κάτωθεν τοῦ γ', εἰ καταλειφθεῖν δηλονότι, ἐκφωνήσαντα εἰπεῖν πρὸς σέ' οὐ καὶ εἰπόντος σὺ ἀνθ' ἐκάστης μονάδος τῶν καταλειφθεισῶν λάμβανε τῇ σῇ χειρὶ τὸν ο' ἀριθμὸν οἷον εἰ μὲν μόνος καταλειφθεῖν, τὸν ο' μόνον, εἰ δὲ δυάς, αὐτὸν τὸν ο' δίς, ἤτοι τὸν ρμ', εἰ δ' οὐδεμία μὲν καταλειφθεῖν, πάντως οὐδὲ σὺ λήψῃ τοῦτο δὲ φυλάξαι σε δεῖ καὶ ἐν ταῖς γενησομέναις λοιπαῖς ἀφαιρέσεις, ἐν αἷς δηλονότι μηδεμία μονάς καταλειφθήσοιτο· εἶτα ἐπίταξον ἐκβαλεῖν ὁμοίως ἐξ αὐτοῦ καὶ τὸν ε', ὡσάκις ἐγχωρεῖ, καὶ τὰ κάτωθεν τούτου καταλειφθέντα εἰπεῖν, ὧν καὶ ἀνθ' ἐκάστης μονάδος λάμβανε τὸν κ', ἐνῶν καὶ τὸν ἀπὸ τούτου συναγόμενον τῷ προειλημμένῳ, εἰ τύχοι, τῇ σῇ χειρὶ εἴτ' ἐπίταξον, ὁμοίως ἐκβαλόντι καὶ τὸν ζ' εἰπεῖν τὰ κάτωθεν τούτου καταλειφόμενα ὧν καὶ ἐκάστης ἕνεκα μονάδος τὸν ιε' λαβὼν καὶ οὗς ἔχεις πάντας συνθεῖς, ἐκ τῆς ἐπισυναγωγῆς ἄφες, ὡσάκις δύνῃ, τὸν ρε', εἰ ἐγχωρεῖ δηλονότι, καὶ τὸν κάτωθεν τούτου καταλειφθέντα γίνωσκε τὸν ἀριθμὸν εἶναι, ὃν ζητεῖς, δηλαδὴ τὸν ἐν τῷ λογισμῷ τοῦ ζητήσαντος εὐρεῖν σε τοῦτον εἰλημμένον· ἰστέον μέντοι γε, ὡς εἰ μηδὲν ἐν μηδεμιᾷ ἀφαιρέσει καταλειφθεῖν, ὅτε οὐδὲ σὺ λήψῃ πάντως τιὰ τῶν προρῆθέντων ἀριθμῶν, ὁ ρε' ἐστὶν ὁ ὑπ' ἐκείνου ληφθεῖς.

Γενέσθω δὲ τὰ λεγόμενα καὶ δι' ὑποδείγματος σαφέστερα καὶ ἔστω ὑφ' ἡμῶν ἐπὶ νοῦν εἰλημμένος ὁ κή· ὃν ἐπειδὴ βούλεται τις εὐρεῖν, τῇ ῥηθείῳ μεθόδῳ χρώμενος, ἐπιτάττει τὸν γ' ἐκβαλεῖν ἐξ αὐτοῦ ὁσάκις ἐγχωρεῖ οὐ καὶ ἐνάκις ἐκβαλλομένου παρ' ἡμῶν ἐκφρονούντων πρὸς αὐτὸν καὶ τὴν λειπομένην μονάδα, οὗτος ἀντ' αὐτῆς τὸν ὀ τῇ χειρὶ λαμβάνει εἶτα καὶ τοῦ ε' ὁμοίως ἐκβαλλομένου πεντάκις ἀνθ' ἐκάστης τῶν καταλειπομένων τριῶν μονάδων τὸν κα' λαμβάνων, τὸν γινόμενον ξγ' συντίθησι τῷ πρότερον εἰλημένῳ τῷ ὀ· ἐπεὶ δὲ καὶ τοῦ ζ' κατὰ τὴν μέθοδον ἐκβαλλομένου τετράκις οὐδὲν λείπεται οὐδ' οὗτος ἀντὶ τούτου λαβὼν τινα, ἀλλ' ἀπὸ τοῦ ἐκ τῆς συνθέσεως μόνων ἐκείνων, τοῦ τε δηλονότι ὀ καὶ τοῦ ξγ' ἦτοι ἀπὸ τοῦ ρλγ', ἐκβαλὼν τὸν ρε' τὸν λειπόμενον κή λέγει πρὸς ἡμᾶς ἀναμφιβόλως εἶναι τὸν ἀριθμὸν, ὃν ἡμεῖς ἐπὶ νοῦν κεκρατήκαμεν ὑπὲρ οὗ καὶ ἐκπληττόμενοι τὸν λόγον ζητοῦμεν, ὅτου χάριν τόδε τοιαύτη μεθόδῳ εὐρίσκειται.

VI.

Τῷ ἀποθνήσκοντι ἐπὶ τοῖς ε' παιδίοις, ὧν τὰ γ' ἦσαν ἀρρένα καὶ τὰ γ' θήλεα, καὶ διαταξαμένη περὶ τῶν ἐν τῷ κιβωτίῳ αὐτοῦ χρυσίων, τὸν πρῶτον τῶν παίδων αὐτῶ τῶν ἀρρένων θεῖναι τοσοῦτους χρυσίους ἐν τῷ κιβωτίῳ, ὅσοι εἰσὶν ἐν αὐτῷ, εἶτα λαβεῖν διακοσίους πενήκοντα, τὸν δὲ μετ' ἐκεῖνον θεῖναι τοσοῦτους, ὅσοι ὑπελείφθησαν, καὶ λαβεῖν σν', καὶ τὸν τρίτον ὁμοίως θεῖναι τοσοῦτους, ὅσοι ὑπελείφθησαν, καὶ λαβεῖν σν' τὴν δὲ πρῶτην τῶν θυγατέρων θεῖναι τοσοῦτους, ὅσοι ὑπελείφθησαν, καὶ λαβεῖν ρκε', καὶ τὴν τρίτην ὁμοίως θεῖναι τοσοῦτους, ὅσοι ὑπελείφθησαν, καὶ λαβεῖν ρκε', ὡς μηδένα οὕτω χρύσιον ὑπολειφθῆναι, ὁβ' ἦσαν χρύσινοι καὶ τρίτον χρυσίνου καὶ δωδέκατον καὶ ἑκατοστο-εννηηκοστο-δεύτερον ἐν.

SCHOLIA IN NICOMACHI INTRODUCTIONEM ARITHMETICAM

(LIB. II. CAP. XXVI. XXVII.).

XXVI. 1] Ἐν ἀρχῇ διαιρέσειν ἔλαβεν, τὸ ἴσον καὶ τὸ ἄνισον· τὸ μὲν οὖν ἴσον ἄτμητόν ἐστι, διαφορὰν οὐδεμίαν ἔχον· τὸ δὲ ἄνισον διχῇ σχίζεται εἰς τὸ μείζον καὶ τὸ ἔλαττον· ἐκάτερον δὲ τούτων εἰς πέντε εἶδη τέμνεται· τὸ μὲν εἰς τὸ πολλαπλάσιον καὶ ἐπιμόριον καὶ ἐπιμερὲς καὶ τὰ λοιπὰ δύο σύνθετα· τὸ δὲ εἰς τὸ ὑποπολλαπλάσιον καὶ ὑπεπιμόριον καὶ τὰ ἐξῆς. ἡ ἀρμονικὴ οὖν μεσότης ὑπὸ τὸ πολλαπλάσιον καὶ τὸ ἐπιμόριον πίπτει· ὁ γὰρ ἐν ἐπιτρίτῳ λόγος καὶ ὁ ἐν ἡμιολίῳ ὑπὸ τὸ ἐπιμόριον ἀνάγονται, ὁ μὲν διὰ τεττάρων ὧν συμφωνία, ὁ δὲ διὰ ε'. ὁ δὲ διπλάσιος καὶ τριπλάσιος καὶ τετραπλάσιος ὑπὸ τὸ πολλαπλάσιον, ὧν ὁ μὲν διὰ πασῶν, ὁ δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ ε', ὁ δὲ τρίτος δις διὰ πασῶν ἐστι συμφωνία.

XXVI. 2] Τρία ὁ ἡ' ἔχει μέρη· ἡμισυ μὲν τὰ δ', τέταρτον δὲ τὰ β', ὄγδοον δὲ τὴν μονάδα. τῷ δὲ οὖν ἡμίσει ἑαυτοῦ, τῇ τετράδι, ἐλάττων ἐστὶ τοῦ μείζονος· τῷ δὲ τετάρτῳ, τοῖς δύο, μείζον τοῦ ἐλάττονος· καὶ ἐλάττων δὲ ἄλλος καὶ μείζων ἐστὶ τῶν ἄκρων ἐνὶ καὶ τῷ αὐτῷ αὐτῶν μέρει, ἦτοι τρίτῳ τὰ γὰρ δ' τρίτον τῶν δώδεκα καὶ τὰ β' τῶν ε', οἷς ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται.

XXVII. 1. κατὰ δὲ γεωμετρικὴν] Ἐπὶ γὰρ τοῦ ἡ'δ'β'α' ὡς ὁ ἡ' τοῦ δ' διπλάσιος, οὕτω καὶ ὁ δ' τοῦ β' καὶ ὁ β' τοῦ α' διαφορουμένην δὲ ἀντὶ τοῦ ἑτερουμένην εἰκότως ὁ λόγος γὰρ ὁ αὐτὸς τῶν εἰρημένων, ἀλλὰ τὸ ποσὸν διάφορον.

τῷ αὐτῷ μέρει] Ἐν γὰρ τῷ γ'δ'ς' ὁ δ' τῷ τρίτῳ μὲν τοῦ γ' μείζων ἐστὶν αὐτοῦ, τῇ μονάδι τῷ τρίτῳ δὲ τοῦ ε', τῇ δυάδι, ἐλάττων ἐστὶν αὐτοῦ· ὁμοίως καὶ ἐπὶ τοῦ β'γ'ς' ὁ γὰρ γ' τῷ ἡμίσει μὲν τοῦ β' μείζων αὐτοῦ ἐστὶ, τῇ μονάδι ἡμίσει δὲ τοῦ ε', τῇ τριάδι, ἐλάττων αὐτοῦ.

XXVII. 2. πρῶτον οὖν] Ὁ γὰρ κ' πρὸς τὸν ι' διπλασιεφημιόλιος ἐστὶν ἔχει γὰρ αὐτὸν δις καὶ τὸ ἡμισυ αὐτοῦ· ὁ δὲ μ' πρὸς τὸν κ' ἐπιμερῆς τρίπεμπος· ἔχει γὰρ τὸν κ' οὐ δις, ἀλλ' ἅπαξ καὶ τρία πέμπτα αὐτοῦ· ὁ γὰρ κ' τοῖς τρισὶ πέμπτοις ἑαυτοῦ ὑπερέχει τοῦ ι' καὶ τοῦ μ' τοῖς αὐτοῖς τούτοις ἐλάττων ἐστὶν ὁ δὲ ιε' πρὸς τὸν ι' ἐστὶν ἡμιόλιος, πρὸς δὲ τὸν μ' μέρος αὐτοῦ τρίτον ἀπὸ τοῦ ὀγδόου· ὀκτάκις γὰρ ε' μ' ὁ γοῦν ιε' τρίτον μέρος ἀπὸ τοῦ ὀγδόου.

XXVII. 4. εἰάν δὲ τὴν κ'] Ὁ γὰρ κ' τοῦ μὲν ι' μείζων ἐστὶ τῷ οἰκείῳ μέρει, τῷ ἡμίσει ἐλάττων δὲ τοῦ μ', οὐχὶ τῷ αὐτῷ μέρει τῷ οἰκείῳ, ἀλλὰ τῷ τοῦ ἄκρου, τοῦ μ' δηλαδή· δέκα γὰρ καὶ κ' κ' τῶν λ' τρίτον τὰ δέκα καὶ πάλιν κ' καὶ μ' ξ' τῶν ξ' τρίτον τὰ κ'.

XXVII. 5. εἰάν δὲ τὸν ις'] Ὁ μ' τοῦ ις' διπλασιεφημιόλιος, ὁ δὲ ις' τοῦ ι' ἐπιτρίπεμπος· ὁ ις' ἐλάττων ἐστὶ τοῦ μ' τῷ κδ', τρισὶ πέμπτοις τοῦ μ'· πεντάκις γὰρ ἡ γίνεται μ' ὅσπερ ὁ ἡ' τρεῖς γινόμενος ποιεῖ κδ', οἷς ὑπερέχει ὁ μ' τοῦ μέσου· ἐστὶ δὲ αὐθις ὁ ις' τρισὶ πέμπτοις τοῦ ι' ὑπερέχων· πεντάκις γὰρ β' δέκα τὰ γοῦν ε' τρία πέμπτα εἰσὶ τοῦ δέκα.