

Höhenbestimmung von Mondbergen

auf Grund des Prager photographischen Mondatlases des Herrn Prof. Dr. L. Weinek, Direktors der k. k. Sternwarte in Prag.

Doktorsdissertation von Dr. Viktor Hevler, k. k. Supplent.

Einleitung.

„Möchte dem vereinigten Streben Mehrerer gelingen, wozu das Leben des Einzelnen zu kurz ist, die für die Kenntnis nicht nur unser Nachbarwelt, sondern auch unsers eignen Planeten und des gesamten Universums wichtigen Tatsachen der Selenographie zwar nicht ganz, aber doch so weit aufzuhellen, als es vom Standpunkte des Erdbewohners aus überhaupt möglich ist.“
(M. § 34.)

„Den Koordinaten des Raumes entsprechend, würden sämtliche Messungen auf der Mondoberfläche unter den Rubriken Längen-, Breiten- und Höhenmessungen zusammengefaßt werden können;“¹⁾ daraus ergeben sich praktisch folgende Punkte:

A. Die selenographischen Längen und Breiten der Punkte, sowie die Projektionen der Seiten und Winkel der Dreiecke erster Ordnung, als unabhängiger Fundamentalbestimmungen;

B. die Längen und Breiten der Punkte zweiter Ordnung, welche durch eine spezielle Triangulierung zwischen den Punkten erster Ordnung erhalten worden sind;

C. die Durchmesser der Ringgebirge und Krater;

D. die Höhen und Tiefen einzelner Punkte der Mondoberfläche“ zu bestimmen.

Diese Arbeit soll sich nur mit dem Punkte D. befassen, und zwar auf Grund von Mondphotographien.

Benutzte Werke:

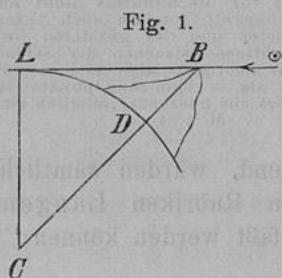
1. L. Weinek: „Berghöhenbestimmung auf Grund des Prager Mondatlases.“ Sitz.-Ber. d. k. Akad. d. W. in Wien Jan. 99 „W.“
2. L. Weinek: Prager photographischer Mond-Atlas . „Pr. M.-A.“
3. J. Schmidt: Charte der Gebirge des Mondes (samt Atlas) „S.“

¹⁾ M. § 31.

4. E. Neison: Der Mond (samt Atlas)	„N.“
5. W. Beer u. J. H. Mädler: Der Mond (samt Atlas) .	„M.“
6. W. G. Lohrmann: Topographie der Mondoberfläche	„L.“
7. J. Franz: Die Figur des Mondes	„Fr.“
8. F. Brünnow: Lehrbuch der sphärischen Astronomie	„Br.“

§ 1.

„Es gibt überhaupt drei Methoden der Bergmessung auf dem Monde: die Messung des Schattens, des Abstandes eines in der Nachtseite leuchtenden Punktes und (bei Randbergen) ihrer Hervorragung über den allgemeinen mittleren Zug des Randes.“ (M. § 34.) Im allgemeinen kommen bloß die ersten zwei Methoden zur Anwendung; Hevel hat die zweite Methode benutzt, die man auch die der Lichttangenten (M. § 57) nennen könnte. Sei in Fig. 1 „B die Spitze eines



Mondberges, der sich um BD über das mittlere Mondniveau senkrecht erhebt, C das Mondzentrum und BL stehe senkrecht auf die Ebene der durch LC gelegten Erleuchtungsgrenze, so ist klar, daß der letzte Sonnenstrahl die Spitze B noch gerade treffen werde. Sieht man also einen solchen inselartigen Lichtpunkt in der Nachtseite des Mondes eben verschwinden (oder bei zunehmendem Monde entstehen) und mißt in diesem Moment seinen Abstand von der durch L gehenden

Lichtgrenze, so hat man, da der Mondradius CL bekannt ist:

$$BC = \sqrt{CL^2 + BL^2} \text{ und } BD = BC - CL.$$

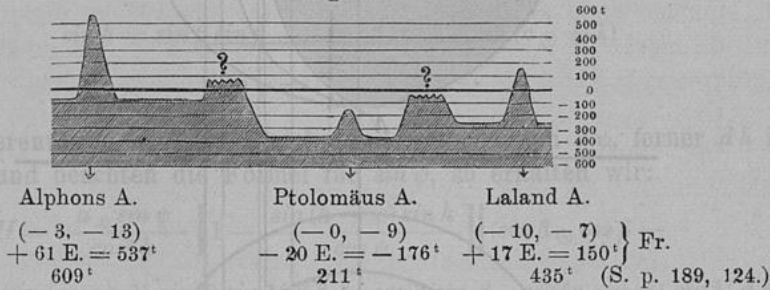
Diese Methode hat zwar den großen Vorzug, daß man die Höhen bezogen auf ein mittleres Niveau, ähnlich wie auf der Erde auf das Meeresniveau, erhält; dagegen ist es schwer, den Moment des Verschwindens (Auftauchens) zu fixieren, ferner die Entfernung von der Lichtgrenze (wegen der Auszackungen) zu bestimmen und schließlich den Punkt hernach unter den umliegenden Orten mit Sicherheit wieder zu erkennen (M. § 57 u. a.). Namentlich wegen des letzten Momentes haben alle folgenden Beobachter „Olbers Methode des Schattenmessens“ benutzt, die darauf beruht, aus der Schattenlänge und der Sonnenhöhe für den bestimmten Punkt die Höhe, wenn auch nur die relative, zu berechnen. Nachdem nun Franz ein Verfahren gezeigt hat, nach welchem man die Berge auf ein mittleres Niveau beziehen kann, so ist es dann nicht schwer, durch Kombination beider Methoden den Reliefdurchschnitt des Mondes anzugeben.

Ich will hier ein Beispiel geben, indem ich drei von den 60 Daten Franzens heraushebe; nach seiner Angabe sind 70 Einheiten = 1200 m also 616'; 1. E. = 8·8'. Das Resultat ist in Fig. 2 schematisch dargestellt. Daß diese Methode sehr viel zur Kenntnis der Selenographie beiträgt, ist außer Zweifel; doch auf die wenigen Daten hin, die sich auf einzelne Spitzen, nicht auf die Ebenen beziehen, also den Charakter der Landschaft gar nicht bestimmen können, und trotz des Umstandes, daß fast alle von Franz bestimmten Berge in ihrer relativen Lage ihm noch gar nicht bekannt sind, eine Karte zu entwerfen und Schlüsse auf die absolute Höhe der Landschaften ziehen zu wollen, erscheint mir sehr gewagt zu sein.

§ 2.

Olbers Methode bestimmt die Sonnenhöhe aus den drei Größen ϑ , A und d , deren Bedeutung aus der Fig. 3 ersichtlich ist, wobei ϑ

Fig. 2.



berechnet, A und d beobachtet werden. Zu der Fig. 3 sei nur bemerkt, daß sie in vertikaler und horizontaler Projektion gezeichnet ist. Die Lichtstrahlen der Sonne fallen parallel zu $B''Z''$ und tangieren in D' den Kreis. Wie man aus der Figur leicht sieht, folgen unmittelbar als Koordinaten des Punktes P'' bezogen auf den Lichtäquator $G''Z''B''$ und die Hörnerlinie $N''S'' = 2\varrho$:

$$1. \sin \delta = \frac{\varrho - d}{\varrho},$$

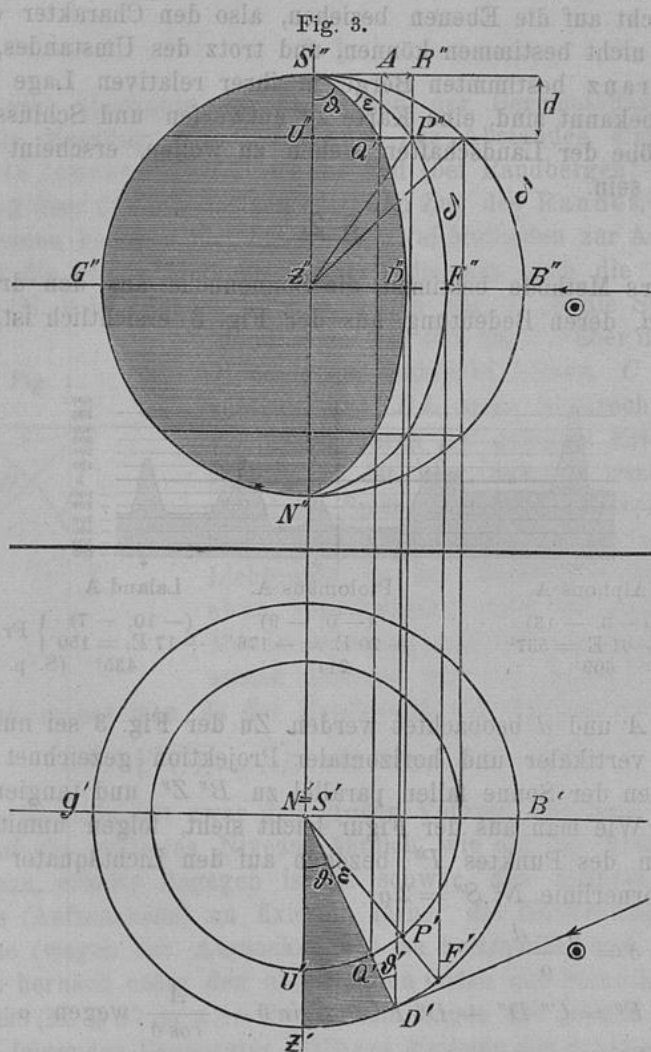
$$2. C''F'' = C''D'' + D''F'' = \varrho \sin \vartheta + \frac{A}{\cos \delta} \text{ wegen: } \varrho : \varrho \cos \delta = = D''F'' : A.$$

Da nun $C''F'' = \varrho \sin(\vartheta + \varepsilon)$ ist, so ist auch ε gegeben und der Höhenwinkel φ bestimmt sich aus:

$$3. \frac{\sin \varphi}{\varrho \cos \delta} = \frac{\sin \varepsilon}{\varrho}. \quad (\text{S. a. M. p. 91 ff.})$$

Da jedoch die Größen A und d oft nur sehr ungenau bestimmt werden können, so meint Mädler (§ 58), die Methode wäre wohl die

beste, bei welcher man nur die Schattenlänge beobachtet, alles andere entweder berechnen oder wie die Koordinaten des Berges — für welche man jetzt wohl die selenographische Länge λ und Breite β annehme — aus guten Karten entnehmen könnte; dies ginge aber nicht, weil sogar die bestimmten Punkte mit einem Fehler von fünf (selenographischen)



Minuten behaftet sein können. Alsdann würde sich φ durch die bekannte Gleichung (M. § 64) bestimmen lassen:

$$\sin \varphi = \sin \beta \sin \delta + \cos \beta \cos \delta \cos t,$$

wenn δ und t die selenozentrische Deklination und der Stundenwinkel der Sonne ist: daraus ergäbe sich freilich die weitere Aufgabe, diese Größen zu berechnen, was in § 5 geschehen soll.

Mädler hat sich aus dem oben angeführten Grunde dieser Methode nicht bedient und Schmidt nur in solchen Fällen, wo entweder der Punkt genau bestimmt war, oder wenn λ und β kleiner als 20° waren; dann hat er auch (p. 17) an zwei Beispielen gezeigt, daß selbst ein Fehler von $\pm 20'$ nur wenig ausmache. Für diese Fälle berechnet er den Fehler so, daß er in der Formel für h zu $\varphi \pm 20'$ hinzuzählt und dann h berechnet, da es hier ausreiche und „eine weitläufige Rechnung erspare“.

Da ich nun darauf angewiesen war, in allen Fällen diese Methode zu gebrauchen, so entwickelte ich den Fehler theoretisch aus den Grundformeln und bediente mich hierbei der Bezeichnung Weineks, der für $\varphi, \delta, t, S =$ gemessene Schattenlänge, $h =$ Höhe des Berges, beziehungsweise $\frac{D}{2}, h, \beta_{\odot}, c_{\odot} + \lambda - 90^\circ, l_{\odot}, H$ und den Mondhalbmesser nicht gleich 1 setzt, sondern a_{\odot} ; daher lauten die Formeln (W. p. 9 ff.):

$$H = a_{\odot} \left[\frac{\cos(h - \psi)}{\cos h} - 1 \right]$$

$$\sin h = \sin \beta \sin \beta_{\odot} + \cos \beta \cos \beta_{\odot} \sin(c_{\odot} + \lambda)$$

$$\sin \psi = \frac{2l_{\odot}}{D} \cdot \frac{\cos h}{\cos \delta}$$

Differentieren wir die Gleichungen, setzen dann $d\psi$, ferner dh in dH ein und beachten die Formel für $\sin \psi$, so erhalten wir:

$$dH = \frac{a_{\odot} \sin \psi}{\cos^3 h} \left[1 - \frac{\sin(h - \psi) \sin h}{\cos \psi} \right] \left[(\sin \beta_{\odot} \cos \beta - \cos \beta_{\odot} \sin(c_{\odot} + \lambda) \sin \beta) \sin 1' d\beta + \cos \beta \cos \beta_{\odot} \cos(c_{\odot} + \lambda) \sin 1' d\lambda \right]$$

Da der Ausdruck $\frac{\sin(h - \psi) \sin h}{\cos \psi}$ im allgemeinen 0.05, höchstens 0.1 beträgt, so kann man ihn gegen die Einheit vernachlässigen; ferner kann man $\cos \beta_{\odot} = 1$ setzen. Daher kann man schreiben:

$$dH = \frac{a_{\odot} \sin \psi}{\cos^3 h} \left[\left\{ \sin \beta_{\odot} \cos \beta - \sin \beta \sin(c_{\odot} + \lambda) \right\} \sin 1' d\beta + \cos \beta \sin \beta_{\odot} \cos(c_{\odot} + \lambda) \sin 1' d\lambda \right]$$

Diese Formel kann noch vereinfacht werden, wenn man bedenkt, daß innerhalb $\pm 45^\circ$ für λ und β (soweit wird man wohl gehen können; s. a. M. p. 129) $d\lambda = d\beta = 20' = d\mu$ [so groß nimmt ihn auch Schmidt an (p. 18)] gesetzt werden kann; dann lautet sie (dH ist absolut zu nehmen):

$$dH = \frac{a_{\odot} \sin \psi}{\cos^3 h} (\cos [c_{\odot} + \lambda \mp \beta] \mp \sin \beta_{\odot} \cos \beta) \sin 1' d\mu \begin{cases} \text{Max.} \\ \text{Min.} \end{cases};$$

$d\beta$ und $d\lambda$ wirken nämlich in gleicher Richtung, wenn sie entgegengesetzt bezeichnet sind. Als Mittel folgt:

$$dH = \frac{a_c \sin \psi \cos \beta \cos (c_{\odot} + \lambda) \sin 1' ^1)}{\cos^3 h} d\lambda.$$

Für Punkte, die über $\pm 45^\circ$ liegen, kann man nicht mehr $d\lambda = d\beta$ setzen, und außerdem muß jedes derselben größer als 20' sein, weshalb auch dH , und zwar sehr stark steigt. Infolgedessen versagt hier die Methode der Höhenmessung, wo nur der Schatten gemessen wird, wenn man nicht aus der Photographie die selenographische Länge und Breite bestimmen kann, wozu der Prager Mondatlas ebenfalls sehr geeignet erscheint.

Ich habe nun zum Vergleichen die Fehler für zwei Berghöhen (102 und 197) sowohl nach der angenäherten Methode von Schmidt als auch nach meiner Formel berechnet und erhalten: (s. S. p. 28, 35)

102.	nach S.:	121 m	Mittel;	nach Formel:	126 m	Mittel
197.	" "	135 m	" "	" "	96.5 m	" "

Wegen der oben vorgenommenen Vernachlässigung erhalten wir immer einen etwas größeren (höchstens $\frac{1}{10}$, gewöhnlich $\frac{1}{20}$) Wert. Für 102 stimmen dann auch die Werte überein; für 197 ist dies nicht der Fall, da hierbei $\beta = -42^\circ 48'$ ist, also die Grenze des angenäherten Verfahrens von Schmidt überschreitet. Die Fehler nach beiden Seiten sind:

102.	112 m — 131 m	(S.);	118 m — 134 m	(H.)	M. = 126 m
197.	110 m — 160 m	(S.);	60 m — 133 m	(H.)	M. = 96.0 m.

§ 3.

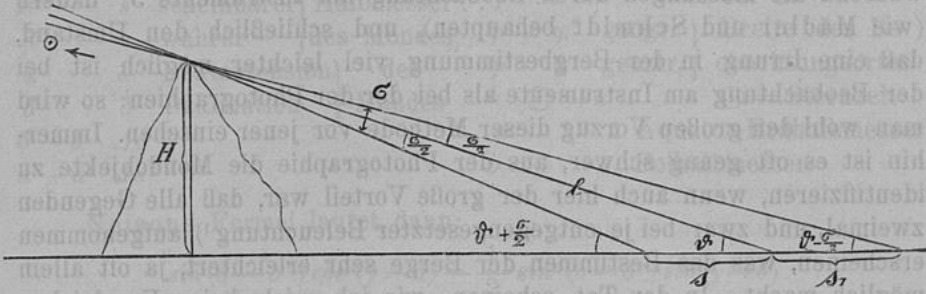
Von den Ungenauigkeiten, die Mädler (p. 94) erwähnt, kommen auch hier einige vor:

1. „Der Anfang des Schattens ist nicht notwendig der höchste Punkt des Berges. Hat dieser einen gewölbten Gipfel, so wird der Teil desselben, dessen Böschungswinkel kleiner als der Erleuchtungswinkel ist, im Sonnenlichte glänzen, der Schatten also erst in einiger Entfernung vom Gipfel anfangen und die Höhe desselben zu klein befunden werden.“

2. Wirft Mädler die Frage auf, ob bei der Messung des Schattens der Halbschatten zu berücksichtigen wäre, und meint, daß man die Schatten nicht immer scharf begrenzt sähe. Da letzteres bei den Mondphotographien des Pr. M.-A. der Fall ist, und überdies eine starke Vergrößerung genommen wurde, so muß man wohl die eventuelle Größe eines Halbschattens kennen. Da auf dem Monde die Atmosphäre, wenn sie überhaupt an der Oberfläche vorhanden ist, sicher sehr dünn und niedrig ist, so kommt die Refraktion auf dem Monde nicht in Betracht. Aus Fig. 4 folgt dann:

¹⁾ Innerhalb der angeführten Grenzen ist der Einfluß von $d\beta$ verschwindend klein gegen $d\lambda$ (s. a. S. p. 18).

Fig. 4.



$$s : l = \sin \frac{\sigma}{2} : \sin \left(\vartheta + \frac{\sigma}{2} \right) \quad \vartheta = h \text{ (Winkelhöhe der Sonne).}$$

$$s_1 : l = \sin \frac{\sigma}{2} : \sin \left(\vartheta - \frac{\sigma}{2} \right) \quad \sigma = \text{scheinbarer Sonnendurchmesser}$$

$$s + s_1 = \frac{H}{\sin \vartheta} \cdot \sin \frac{\sigma}{2} \left[\frac{1}{\sin \left(\vartheta + \frac{\sigma}{2} \right)} + \frac{1}{\sin \left(\vartheta - \frac{\sigma}{2} \right)} \right]$$

$$= H \frac{\sin \frac{\sigma}{2}}{\sin \vartheta} \cdot \frac{2 \sin \vartheta \cos \frac{\sigma}{2}}{\sin \left(\vartheta + \frac{\sigma}{2} \right) \sin \left(\vartheta - \frac{\sigma}{2} \right)}$$

$$= H \frac{\sin \sigma}{\sin \left(\vartheta + \frac{\sigma}{2} \right) \sin \left(\vartheta - \frac{\sigma}{2} \right)} = H \frac{2 \sin \sigma}{\cos \sigma - \cos 2\vartheta} = H \frac{\sin \sigma}{\sin^2 \vartheta}, \text{ da } \cos \sigma = 1$$

gesetzt werden kann.

Nach der Formel sieht man, daß bei konstantem σ der Wert des Bruches $W = \frac{\sin \sigma}{\sin^2 \vartheta}$ immer größer wird, je kleiner ϑ ist, und für $\vartheta = \frac{\sigma}{2}$ unendlich groß wird; noch kleinere Werte von ϑ haben keinen Belang mehr. Ich will nun einige Werte außerdem anführen:

$\vartheta = 0^\circ 33' 30''$	$W = 49$	$\vartheta = 0^\circ 58' 38''$	$W = 16$	$\vartheta = 3^\circ 54' 43''$	$W = 01$
$= 0^\circ 39' 05''$	$= 36$	$= 1^\circ 18' 11''$	$= 09$	$= 7^\circ 51' 39''$	$= \frac{1}{4}$
$= 0^\circ 46' 54''$	$= 25$	$= 1^\circ 57' 17''$	$= 04$	$= 11^\circ 48' 36''$	$W = \frac{1}{9}$

Da nun im Durchschnitte (s. μ . Tab. p. 21) 1 mm des Mondatlases im schlechtesten Falle (wenn wir senkrecht auf die Strecke schauen, sie uns also unverkürzt erscheint) 1200 m auf dem Monde entspricht, so würde schon bei $\vartheta = 12^\circ$ selbst ein Berg von 4000 m einen Halbschatten erzeugen, der 0.5 mm auf dem Mondatlasse betrüge. Nun zeigen selbst die Photographien, wo ϑ viel größer als 12° ist, verschwommene Ränder in demselben Maße (meist 0.5 mm; selten bis 1.5 mm) wie diejenigen, wo der Halbschatten einige Zentimeter betragen müßte. Daher glaube ich ist auch hier der Halbschatten unbemerkbar und die verschwommenen Ränder entstehen wohl durch Fehler, „welche die photographische Aufnahme im Fokus und deren nachträgliche Vergrößerung mit sich bringt.“ (W. p. 15.) Jedenfalls ist es dann wohl das beste, den Schatten bis in die Mitte des verschwommenen Teiles zu messen. Überdies könnte man durch Vergleichen mit den Originalnegativen oder wenigstens mit den vergrößerten Platten diese Fehler sehr verkleinern.

Beachtet man ferner, daß das Photographieren in längstens 3^s geschieht, während die Messungen durch Beobachtung am Instrumente 5^m dauern (wie Mädler und Schmidt behaupten), und schließlich den Umstand, daß eine Irrung in der Bergbestimmung viel leichter möglich ist bei der Beobachtung am Instrumente als bei der Photographien: so wird man wohl den großen Vorzug dieser Methode vor jener einsehen. Immerhin ist es oft genug schwer, aus der Photographie die Mondobjekte zu identifizieren, wenn auch hier der große Vorteil war, daß alle Gegenden zweimal, und zwar bei je entgegengesetzter Beleuchtung¹⁾ aufgenommen erscheinen, was das Bestimmen der Berge sehr erleichtert, ja oft allein möglich macht. In der Tat scheinen, wie ich mich beim Vergleichen überzeugt habe, die großen Differenzen bei Schmidt meist darauf zurückzuführen sein, daß er verschiedene nahe beieinander liegende Punkte als identisch ansah.

Hiermit ist die Methode im allgemeinen erläutert und es folgen jetzt die notwendigen Berechnungen des scheinbaren Mondhalbmessers und der selenozentrischen Länge und Breite der Sonne.

§ 4.

Für die Berechnung des scheinbaren Halbmessers (s') des Mondes gibt Neison (p. 379) folgende Formeln, deren Beweis er nicht anführt:

$$s' = s + s \sin \Delta \delta \operatorname{ctg} (b - \delta) - \frac{s}{2} \sin^2 \Delta \delta$$

wobei

$$1. \Delta \delta = \frac{1}{\sin 1''} \left\{ c \sin (b - \delta) + \frac{c^2}{2} \sin 2 (b - \delta) + \frac{c^3}{3} \sin 3 (b - \delta) + \dots \right\},$$

wenn

$$c = \sin \varphi \frac{\sin p'}{\sin b} \quad \text{und} \quad \operatorname{ctg} b = \operatorname{ctg} \varphi \frac{\cos \left(h + \frac{\Delta \alpha}{2} \right)}{\cos \frac{\Delta \alpha}{2}}$$

und

$$2. \Delta \alpha = \frac{1}{\sin 1''} \left\{ a \sin h + \frac{a^2}{2} \sin 2 h + \frac{a^3}{3} \sin 3 h + \dots \right\},$$

wenn

$$\alpha = \cos \varphi \frac{\sin p'}{\cos \delta} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \varphi = - \frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg} \varphi' = 0.993325 \operatorname{tg} \varphi'.$$

Nun gibt Brünnow (S. 150) ebenfalls diesbezügliche Formeln samt den Ableitungen, so daß wir auf Grund dieser jene prüfen können. Zuerst wollen wir festsetzen, daß wir uns der Bezeichnung Brünnows anschließen.

¹⁾ Und zwar sind die geradzahligen bei östlicher, und die ungeradzahligen bei westlicher Beleuchtung aufgenommen worden (s. p. 21).

Br.	N.	Bedeutung:	Br.	N.	Bedeutung:
R'	s'	scheinbarer	γ	b	s. ob. Gl.
R	s	wahrer	φ	φ'	geogr. } Breite des Be-
α	α	Rektaszension	φ'	φ	geoztr. } obachtungsortes
δ	δ	Deklination	h	$\odot - \alpha$	$\odot =$ Sternzeit
$\delta - \delta'$	$\Delta\delta$		a	1	Äquator-Erdhalbmesser
$\alpha - \alpha'$	$\Delta\alpha$		b		Polhalbmesser.

Neisons Formel lautet dann:

$$\begin{aligned}
 R' - R &= R \frac{\sin(\delta - \delta') \cos(\gamma - \delta) - \frac{1}{2} \sin^2(\delta - \delta') \sin(\gamma - \delta)}{\sin(\gamma - \delta)} \\
 &= R \frac{1}{\sin(\gamma - \delta)} \left[2 \sin \frac{\delta - \delta'}{2} \cos \frac{\delta - \delta'}{2} \cos(\gamma - \delta) - 2 \sin^2 \frac{\delta - \delta'}{2} \right. \\
 &\quad \left. \cos^2 \frac{\delta - \delta'}{2} \sin(\gamma - \delta) \right] \\
 &\quad \underbrace{1 - \sin^2 \frac{\delta - \delta'}{2}} \\
 &= R \frac{2 \sin \frac{\delta - \delta'}{2}}{\sin(\gamma - \delta)} \left[\cos \frac{\delta - \delta'}{2} \cos(\gamma - \delta) - \sin \frac{\delta - \delta'}{2} \sin(\gamma - \delta) + \right. \\
 &\quad \left. + \sin^3 \frac{\delta - \delta'}{2} \sin(\gamma - \delta) \right] \\
 &= 2R \frac{\sin \frac{\delta - \delta'}{2} \cos \left[\frac{\delta' + \delta}{2} - \gamma \right]}{\sin(\gamma - \delta)} + 2R \sin^4 \frac{\delta - \delta'}{2}
 \end{aligned}$$

Nach Brünnow erhalten wir, da $R' = R \frac{\sin(\delta' - \gamma)}{\sin(\delta - \gamma)}$:

$$R' - R = R \frac{\sin(\delta' - \gamma) - \sin(\delta - \gamma)}{\sin(\delta - \gamma)} = 2R \frac{\sin \frac{\delta - \delta'}{2} \cos \left(\frac{\delta' + \delta}{2} - \gamma \right)}{\sin(\gamma - \delta)}$$

also gleich dem ersten Teile von Neisons Formel und der Unterschied ist

$$\begin{aligned}
 2R \sin^4 \frac{\delta - \delta'}{2} &= \frac{[1 - \cos(\delta - \delta')]^2}{2} R = \left[1 - \cos(\delta - \delta') - \frac{\sin^2(\delta - \delta')}{2} \right] R \\
 &= \left[2 \sin^2 \frac{\delta - \delta'}{2} - \frac{\sin^2(\delta - \delta')}{2} \right] R.
 \end{aligned}$$

Da der Winkel $\delta - \delta'$ immer so klein ist, daß man $\sin \frac{\delta - \delta'}{2} = \frac{\sin(\delta - \delta')}{2}$ setzen kann, so ist die obere Differenz gleich Null; daher ist wohl Neisons Formel auch brauchbar.

φ und φ' hängen voneinander ab in folgender Formel (Br. p. 143):

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg} \varphi.$$

Setzen wir die Werte Bessels für a und b ein, so erhalten wir:

$$\operatorname{tg} \varphi' = 0.993325 \operatorname{tg} \varphi,$$

was mit der Gleichung bei Neison, p. 375 Fußnote, übereinstimmt (φ und φ' verkehrt bezeichnet).

Es ist nämlich (Br. p. 111)

$$a = 6377398.04 \text{ m}; \operatorname{lg} a = 6.8046436; \operatorname{lg} a^2 = 3.6092872;$$

$$b = 6356079.84 \text{ m}; \operatorname{lg} b = 6.8031894; \operatorname{lg} b^2 = 3.6063788;$$

$$\operatorname{lg} \frac{b^2}{a^2} = 9.9970916; \frac{b^2}{a^2} = 0.993325.$$

Ferner bezeichnet bei Neison p = äquatoriale Horizontalparallaxe und p' = Horizontalparallaxe und diese sollen zusammenhängen durch (N. p. 375):

$$p' = p(1 - 0.00674 \sin^2 \varphi).$$

Da Neison eine Ableitung dieser Näherungsformel nicht gegeben hat, so ist es vielleicht zweckdienlich, wenn ich eine solche versuche. Nach Brünnow (p. 146) ist die Parallaxe p' gegeben durch:

$$\sin p' = \frac{\varrho}{\Delta} \sin z';$$

die Horizontalparallaxe ist dann gegeben durch ($z' = 90^\circ$):

$$\sin p' = \frac{\varrho}{\Delta}$$

und die Äquatoreal-Horizontalparallaxe:

$$\sin p = \frac{a}{\Delta}$$

dividieren wir die erste Gleichung durch die zweite, so folgt:

$$\frac{\sin p'}{\sin p} = \frac{\varrho \Delta}{\Delta a} = \frac{\varrho}{a}.$$

Nun ist $\frac{\varrho}{a}$ nach Br. S. 143:

$$\begin{aligned} \frac{\varrho}{a} &= \frac{\sec \varphi'}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \varphi'}} = \frac{1}{\cos \varphi' \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \varphi'^2}} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \varphi' + \frac{a^2}{b^2} \sin^2 \varphi'}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2 - b^2}{b^2} \sin^2 \varphi}} = \left[1 + \frac{a^2 - b^2}{b^2} \sin^2 \varphi \right]^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

und entwickelt nach dem Binomischen Lehrsatz:

$$\frac{\rho}{a} = 1 - \frac{1}{2} \frac{a^2 - b^2}{b^2} \sin^2 \varphi' - \dots = 1 - 0.00336 \sin^2 \varphi' - \dots [\varphi' = \varphi(N.)]$$

Dieser Faktor von $\sin^2 \varphi$ ist gerade die Hälfte des von Neison angeführten.

Also ist: $\sin p' = \sin p (1 - 0.00336 \sin^2 \varphi')$

oder „mit hinlänglicher Genauigkeit“:

$$p' = p (1 - 0.00336 \sin^2 \varphi') \quad \varphi' = \varphi(\text{Neison}).$$

Will man statt $\varphi' \dots \varphi$ haben, so heißt die Formel:

$$p' = p (1 - 0.003315 \sin^2 \varphi) \quad \varphi = \varphi'(\text{Neison}).$$

Daß diese Formel die richtige ist, beweist auch folgendes: Beim Vergleiche der Brünnowschen und Neisonschen Formeln für $\alpha' - \alpha$ beziehungsweise $\Delta \alpha$ und $\delta' - \delta$, beziehungsweise $\Delta \delta$ zeigt sich, daß Brünnow $\rho \sin p$ schreibt, während Neison $\sin p'$. Da nun ρ in Teilen des Äquatorshalbmessers a gemessen erscheint, ist also

$$\sin p' = \sin p \rho,$$

was mit meiner Formel übereinstimmt, wenn ρ in der jetzigen Auffassung genommen wird. Dann folgt aber, daß:

$$\rho = 1 - \sin^2 \varphi \cdot 0.00336.$$

Ich habe nun $lg \rho$ für die Sternwarten Lick und Greenwich berechnet und mit den Werten im Nautical-Almanac verglichen, so ist:

N. A.	$lg \rho$ (L.)	9.999458	(Gr.)	9.999096;
-------	----------------	----------	-------	-----------

	Rechnung	9.999467		9.999095;
--	----------	----------	--	-----------

und die Zahl ist dann:		0.00342		0.00335.
------------------------	--	---------	--	----------

Daß der zweite Wert besser stimmt, als der erste, ist klar, da ja die Formel für kleinere Winkel immer ungenauer ist wegen des sinus.¹⁾ Eine genauere Formel hat nun Brünnow (p. 144) abgeleitet nach den cosinus von Vielfachen von φ .

Wollten wir also z. B. den scheinbaren Halbmesser des Mondes für 1897 April, 9. 8^h 25^m 44^s berechnen, so erhalten wir aus dem Nautical-Almanac folgende Daten:

Lick: $lg \rho = 9.999458$; $\varphi' = 37^\circ 09' 6''.2$

$$\odot = 258^\circ 20' 8''.25 (17^h 13^m 20^s.55 = 1^h 14^m 39^s.40 - 8^h 1^m 18^s.85)$$

$$R = 0^\circ 15' 13''.00 = 913''.0$$

$$p = 0^\circ 55' 45''.00$$

$$\alpha_\tau = 110^\circ 29' 31''.05 (7^h 21^m 58^s.07)$$

$$\delta_c = +24^\circ 11' 51''.3.$$

Nach den Formeln berechnet sich dann:

¹⁾ Ferner ist auch hier (da nur angenähert) nicht berücksichtigt worden, daß die Erde ein Späroid ist. S. a. Br. p. 146.

$$\begin{aligned} \alpha' &= 110^\circ 03' 55''78 \\ \gamma &= 41^\circ 45' 44''00 \\ \delta' &= 23^\circ 56' 24''19 \\ R' &= 925''9 \end{aligned}$$

So groß ist der scheinbare Halbmesser, wenn man ihn aus den Werten des N. A. bestimmt, wo der mittlere helle Mondhalbmesser nach Hansen (= 15' 34''09) angenommen wird. Da aber hier der dunkle Mondhalbmesser (15' 32''65 nach Struve) gebraucht wird, so muß man — 1''44 als Korrektion hinzufügen; und nur diese Werte sind in der Tab. p. 21 angeführt.

§ 5.

Um endlich noch λ_{\odot} und β_{\odot} zu berechnen, wollen wir folgenden Weg einschlagen, der etwas von dem abweicht, den Mädler (p. 98) andeutet wie folgt:

„Seien λ und β die Länge und Breite des Mondberges, \odot und l die wahren und mittleren Mondlängen, ϑ der Winkel der Lichtgrenze mit der Hörnerlinie, aber auf die Ekliptik reduziert;“ „ \oslash der aufsteigende Knoten des Mondäquators¹⁾ und $i = 1^\circ 28' 47''$ “ (der bessere Wert ist der, den Neison anführt nach Wichmann: Astron. Nachrichten N. 631: $i' = 1^\circ 32' 9''$)²⁾ „die konstante Neigung desselben gegen die Ekliptik“ (Cassinisches Gesetz), „so hat man die selenozentrische Deklination δ durch

$$\sin \delta = \sin 1^\circ 32' 9'' \sin (\odot - \oslash)^3)$$

und den Stundenwinkel t der Sonne für den Mondberg durch:

$$t = 90 + \lambda - \vartheta - (\odot - l) = \lambda + l + \alpha - \odot; \quad (\text{da } \mp \vartheta = M - 90^\circ \text{ und } M = 180^\circ - [(\odot - \oslash) - \alpha])$$

Es handelt sich jetzt darum, die Formeln zu beweisen und ihre Richtigkeit oder die Vernachlässigungen zu prüfen. Aus Fig. 5 a folgt nach dem Sinussatze:

$$\sin \delta = \sin i \sin (\odot - \oslash).$$

Die zweite Formel ergibt sich nach Fig. 5 b wie folgt:

$\lambda_{\odot} = \vartheta + (\odot - l) - 90^\circ$, wobei $\odot - l$ die genäherte Libration in Länge bedeutet;⁴⁾ da (s. W. p. 3)

$$t = \lambda - \lambda_{\odot},$$

so ist:

$$t = \lambda + 90 - \vartheta - (\odot - l) \quad q. e. d.$$

¹⁾ Im Texte steht: „der Mondbahn“; doch wegen des Folgenden wohl ein Druckfehler.

²⁾ Im Berliner Jahrbuch 1901 wird $i' = 1^\circ 31' 37''$ angenommen.

³⁾ Im Texte steht $(\odot - \oslash)$; offenbar ein Druckfehler.

⁴⁾ S. N. p. 384; zur Bezeichnung und Bedeutung der Buchstaben siehe Tabelle und Fig. 9 p. 18.

Genauer und einfacher gestaltet sich die Berechnung der Libration nach den Formeln und Tabellen, die Neison p. 382 und 408 gibt, die sich dann verbessert auch im Nautical-Almanac und vom Jahre 1901

Fig. 5 a.

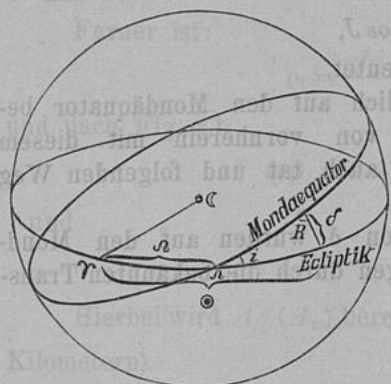


Fig. 5 b.

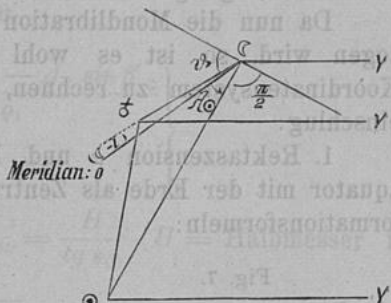
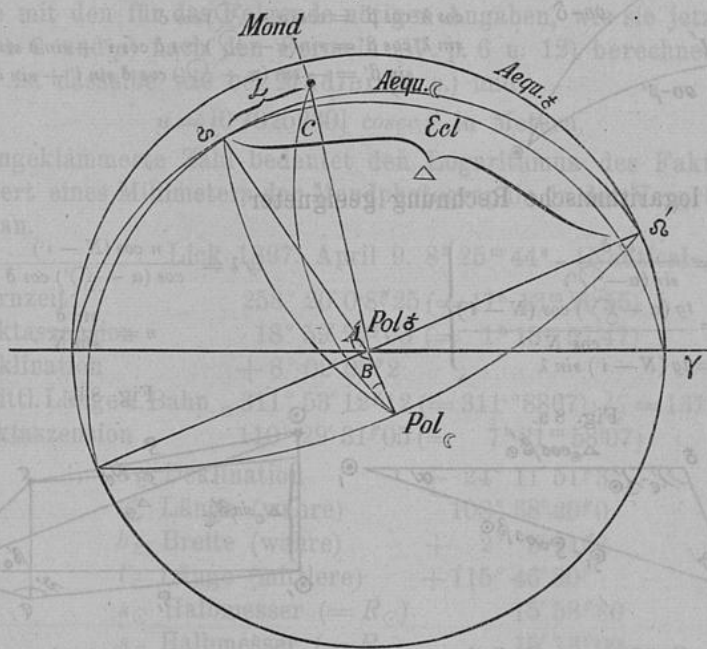


Fig. 6.



im Berliner Jahrbuche finden; es werden daselbst zu $(\odot - l)$ noch gewisse Korrekturen hinzugefügt. Dieselbe obige Vernachlässigung zeigt auch die Librationsberechnung bei Lohrmann p. 26 ff. und Mädler p. 49 ff., wo $l' = L - l$ gesetzt wird. Denn es ist, wie man leicht aus der Fig. 6 sieht, L die wahre und L' die mittlere Länge des Mondes,

aber gemessen vom aufsteigenden Knoten des Mondäquators über der Ekliptik. ($= \vartheta$). L ist in unserem Falle gleich $-A + (90 + B)$, L' wegen der gleichförmigen Rotation des Mondes immer gleich $l - \vartheta$. Sind die Größen nicht alle in derselben Ebene gemessen worden, so müssen sie reduziert werden durch die bekannte Formel

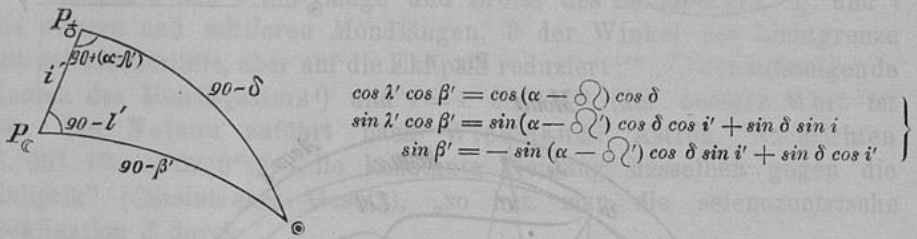
$$tg H' = tg H \cos J,$$

wo J die Neigung der zwei Ebenen bedeutet.

Da nun die Mondlibration gewöhnlich auf den Mondäquator bezogen wird, so ist es wohl besser, von vornherein mit diesem Koordinatensystem zu rechnen, was ich auch tat und folgenden Weg einschlug:

1. Rektaszension α und Deklination δ wurden auf den Mondäquator mit der Erde als Zentrum bezogen durch die bekannten Transformationsformeln:

Fig. 7.



oder für logarithmische Rechnung geeigneter:

$$\left. \begin{aligned} tg N &= \frac{tg \delta}{\sin (\alpha - \vartheta')} \\ tg \lambda' &= \frac{tg (\alpha - \vartheta') \cos (N - i')}{\cos N} \\ tg \beta' &= \frac{tg (N - i') \sin \lambda}{\sin \lambda} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} tg \lambda' &= \frac{n \cos (N - i')}{\cos (\alpha - \vartheta') \cos \delta} \\ n &= \frac{\sin \delta}{\sin N} \end{aligned} \right\}$$

Fig. 8 a.

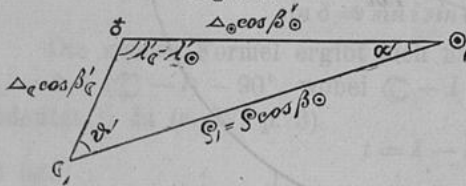
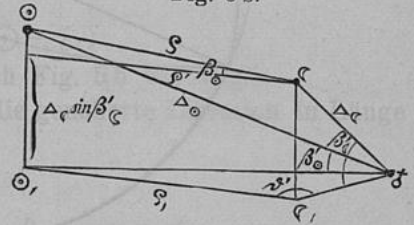


Fig. 8 b.



Die Größen A, ϑ, i' kann man aus dem Nautical-Almanac entnehmen, oder sie aus ϑ, i, ϵ analog diesen Größen hier berechnen (s. a. Lohrmann p. 24).

2. wurde ϑ' aus dem ebenen zum Mondäquator parallel gelegenen Dreiecke $\odot \odot \delta$ mit den Seiten $\Delta_\odot \cos \beta'_\odot$, $\Delta_\epsilon \cos \beta'_\epsilon$ und ϱ_1 berechnet, wie bekannt:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\vartheta' - \alpha') = \frac{\Delta_{\odot} \cos \beta'_{\odot} - \Delta_{\oplus} \cos \beta'_{\oplus}}{\Delta_{\odot} \cos \beta'_{\odot} + \Delta_{\oplus} \cos \beta'_{\oplus}} \operatorname{tg} \left(90 - \frac{\lambda'_{\oplus} - \lambda'_{\odot}}{2} \right) \quad (\text{Fig. 8 a}),^1$$

so erhält man $\frac{1}{2} (\vartheta' - \alpha')$ und wegen $90 - \frac{\lambda'_{\oplus} - \lambda'_{\odot}}{2} = \frac{1}{2} (\vartheta' + \alpha')$ sofort ϑ' und α' .

Ferner ist:

$$q_1 = \frac{\Delta_{\odot} \cos \beta'_{\odot} \sin (\lambda'_{\oplus} - \lambda'_{\odot})}{\sin \vartheta'}$$

und nach Fig. 8 b

$$\operatorname{tg} \beta_{\odot} = \frac{\Delta_{\odot} \sin \beta'_{\odot} - \Delta_{\oplus} \sin \beta'_{\oplus}}{q_1}$$

und

$$\lambda_{\odot} = \vartheta' + l'$$

Hierbei wird Δ_{\odot} (Δ_{\oplus}) berechnet: $\Delta_{\odot} = \frac{H}{\operatorname{tg} s_{\odot}}$ (H = Halbmesser in Kilometern).

Vor allem will ich jetzt ein Beispiel durchführen; dann folgt eine Tabelle mit den für das Folgende nötigen Angaben, wie sie jetzt gezeigt oder (so ϑ und μ) nach den Formeln (W. p. 6 u. 12) berechnet wurden. ϑ ist dasselbe wie bei Mädler (s. o.) und

$$\mu = [0.7025230] \operatorname{cosec} s' \text{ in Metern,}$$

(die eingeklammerte Zahl bedeutet den Logarithmus des Faktors) gibt den Wert eines Millimeters der Mondphotographie in der Vergrößerungsebene an.

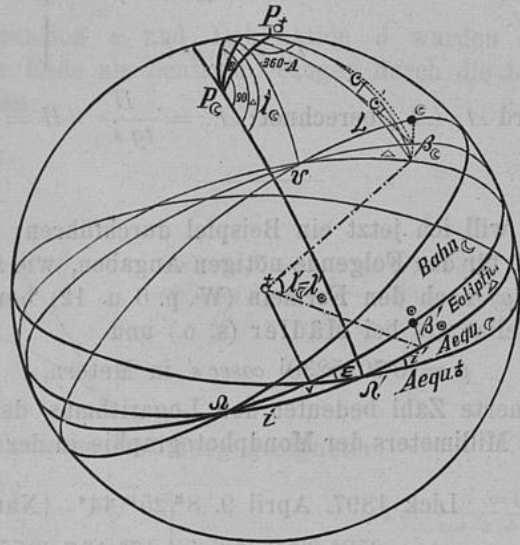
Lick 1897. April 9. 8^h 25^m 44^s [Nautical-Almanac].

☉ Sternzeit	258° 20' 08" 25 (= 17 ^h 13 ^m 20" 55)
α_{\odot} Rektaszension	18° 59' 22" 05 (= 1 ^h 15 ^m 57" 47)
δ_{\odot} Deklination	+ 8° 02' 08" 2
☾ Mittl. Länge d. Bahn	311° 53' 12" 12 (= 311.°8867); $\zeta = 131^{\circ} 53' 12" 12$
α_{\oplus} Rektaszension	110° 29' 31" 05 (= 7 ^h 21 ^m 58" 07)
δ_{\oplus} Deklination	+ 24° 11' 51" 3
☾ Länge (wahre)	108° 38' 20" 0
b_{\oplus} Breite (wahre)	+ 2° 3' 11" 3
l_{\oplus} Länge (mittlere)	+ 115° 46' 50" 7
s_{\odot} Halbmesser (= R_{\odot})	15' 58" 80
s_{\oplus} Halbmesser (= R_{\oplus})	15' 13" 00
p_{\odot} Horizontalparallaxe	8" 83
p_{\oplus} Horizontalparallaxe	55' 45" 00
$\lg q'$	9.999458

¹⁾ ϑ' und α' sind die analogen Größen im Mondäquator gemessen wie $\vartheta + 90$ und α bei Mädler und Weinek in der Ebene Sonne, Mondberg, Erde.

φ geogr. Breite	37° 20' 24" 6 N.
φ' geozentr. Breite	37° 09' 6" 2 N.
ε Schiefe d. Ekliptik	23° 27' 15" 91
i' Neigung d. Äqu. \odot u. Äqu. \ominus	22° 27' 22" 00
i Neigung d. Äqu. u. Ekl.	1° 32' 9" 0
	1° 31' 22" 2
δ d. Äqu. \odot a. d. Äqu. \ominus	2° 59' 41" 0
δ Äqu. \ominus — δ Ekl. a. d. Äqu. \odot	129° 7' 47" 0

Fig. 9.



1. Berechnung von δ , i' , Δ aus ε , i , δ (δ).

$$\lg \sin \frac{\varepsilon - i}{2} = 9.27901$$

$$\lg \sin \frac{\varepsilon + i}{2} = 9.33517$$

$$\lg \sin \frac{\delta}{2} = 9.96054$$

$$\lg \cos \frac{\delta}{2} = 9.61028$$

$$\lg \cos \frac{\varepsilon - i}{2} = 9.99201$$

$$\lg \cos \frac{\varepsilon + i}{2} = 9.98959$$

$$\lg \sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\varepsilon - i}{2} = 9.23955 \quad (1)$$

$$\lg \cos \frac{\delta}{2} \sin \frac{\varepsilon + i}{2} = 8.94545 \quad (2)$$

$$\lg \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\varepsilon - i}{2} = 9.95255 \quad (3)$$

$$\lg \cos \frac{\delta}{2} \cos \frac{\varepsilon + i}{2} = 9.59987 \quad (4)$$

$$(1) - (2) = \lg \operatorname{tg} \frac{\Delta - \delta'}{2} = 0.29410$$

$$\frac{\Delta - \delta'}{2} = 63^\circ 4' 3''$$

$$\begin{array}{rcl}
 (3) - (4) = \lg \operatorname{tg} \frac{\Delta + \delta'}{2} & = 0.35268 & \frac{\Delta + \Omega'}{2} = 66^\circ 3'44'' \\
 (1) - \lg \sin \frac{\Delta - \delta'}{2} = \lg \sin \frac{i'}{2} & = 9.28941 & \Delta = 129^\circ 7'47'' \\
 (3) - \lg \sin \frac{\Delta + \delta'}{2} = \lg \cos \frac{i'}{2} & = 9.99161 & \delta' = 2^\circ 59'41'' \\
 & & \frac{i'}{2} = 11^\circ 13'41'' \\
 & \underline{\lg \operatorname{tg} \frac{i'}{2} = 9.29780} & i = 22^\circ 27'22''
 \end{array}$$

2. Berechnung von λ'_{\odot} , β'_{\odot} ; λ'_{\oplus} , β'_{\oplus} aus α_{\odot} , δ_{\odot} ; α_{\oplus} , δ_{\oplus} .

$$\begin{array}{rcl}
 \lg \operatorname{tg} \delta_{\odot} & = 9.14975 & \left. \begin{array}{l} N = 27^\circ 7'36'' \\ i' = 22^\circ 27'22'' \\ N - i' = 4^\circ 40'14'' \end{array} \right\} \\
 \lg \sin(\alpha_{\odot} - \delta') & = -9.44020 & \\
 \lg \operatorname{tg} N & = 9.70955 & \\
 \lg \sin \delta_{\odot} & = 9.14547 & \left. \begin{array}{l} \lg \sin \lambda'_{\odot} = 9.48523 \\ \lg \operatorname{tg}(N - i') = 8.91221 \\ \lg \operatorname{tg} \beta'_{\odot} = 8.39744 \\ \beta'_{\odot} = 1^\circ 25'50'' \end{array} \right\} \\
 \lg \sin N & = -9.65893 & \\
 \lg n & = 9.48654 & \\
 \lg \cos(N - i') & = 9.99856 & \\
 & \underline{9.48510} & \\
 \lg \cos(\alpha_{\odot} - \delta') & = 9.98286 & \left. \begin{array}{l} \text{Analog findet man:} \\ \lambda'_{\oplus} = 105^\circ 56'03'' \\ \beta'_{\oplus} = 2^\circ 39'55'' \end{array} \right\} \\
 \lg \cos \delta_{\odot} & = 9.99572 & \\
 \lg \operatorname{tg} \lambda'_{\odot} & = 9.50652 & \\
 \lambda'_{\odot} & = 17^\circ 47'50'' &
 \end{array}$$

3. Berechnung von ϑ' ; ferner Δ_{\odot} , Δ_{\oplus} , ϱ ; β_{\odot} .

a) H = Halbmesser in Kilometern.

Δ_{\odot} Entfernung der Sonne von der Erde.

$$\begin{array}{rcl}
 \lg H_{\odot} & = 5.8400734 & \lg H_{\oplus} = 3.2391743 \\
 \lg \operatorname{tg} s_{\odot} & = 7.6673013 & \lg \operatorname{tg} s_{\oplus} = 7.6460442 \\
 \lg \Delta_{\odot} & = 8.1727721 & \lg \Delta_{\oplus} = 5.5931301 \\
 \lg \cos \beta'_{\odot} & = 9.9998646 & \lg \cos \beta'_{\oplus} = 9.9995299 \\
 & \underline{8.1726367} & \underline{5.5926600}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \Delta_{\odot} \cos \beta'_{\oplus} & = 148,812000 \\
 \Delta_{\oplus} \cos \beta'_{\oplus} & = 391435 \\
 \cos \beta'_{\odot} \Delta_{\odot} - \Delta_{\oplus} \cos \beta'_{\oplus} & = 148,420565 \\
 \cos \beta'_{\odot} \Delta_{\odot} + \Delta_{\oplus} \cos \beta'_{\oplus} & = 149,203435
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \lg \operatorname{tg} \left[R - \frac{\lambda'_{\oplus} - \lambda'_{\odot}}{2} \right] & = 0.01412 & \frac{1}{2}(\vartheta' - \alpha') = 45^\circ 46'51'' \\
 \lg 148,420565 & = 8.17149 & R - \frac{\lambda'_{\oplus} - \lambda'_{\odot}}{2} = \frac{1}{2}(\vartheta' + \alpha') = 45^\circ 55'54'' \\
 & \underline{8.18561} & \vartheta' = 91^\circ 42'45'' \\
 \lg 149,203435 & = 8.17377 & \alpha' = 9^\circ 03'' \\
 \lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\vartheta' - \alpha') & = 0.01184 &
 \end{array}$$

2*

b) $lg \Delta_{\odot} \cos \beta'_{\odot}$	=	8.17264	$lg \Delta_{\odot}$	=	8.17277
$lg \sin (\lambda'_{\odot} - \lambda'_{\ominus})$	=	9.99977	$lg \sin \beta'_{\odot}$	=	8.39734
	=	8.17241	$lg \Delta_{\odot} \sin \beta'_{\odot}$	=	6.57011
$lg \sin \vartheta'$	=	9.99810	$lg \Delta_{\odot} \sin \beta'_{\odot}$	=	4.26059
$lg \varrho$	=	-8.17431	z_{\odot}	=	3,716.300
$lg(z_{\odot} - z_{\ominus})$	=	6.56798	z_{\ominus}	=	18.222
$lg tg \beta_{\odot}$	=	8.39367	$z_{\odot} - z_{\ominus}$	=	3,698.078
$\beta_{\odot} = 1^{\circ} 25' 5'' = 1^{\circ} 42.$					

4. Berechnung der Libration (l) in Länge; λ_{\odot} .

$l = \odot + \Delta \odot - \frac{B-b}{\frac{1}{a}} - l$	(die Größen $\Delta \odot, B, \frac{1}{a}$ folgen aus der Tabelle)
$\odot = 108^{\circ} 38' 20'' 00$	$l = - 115^{\circ} 46' 22'' 0$
$\ominus = 131^{\circ} 53' 12'' 12$	$\odot = + 108^{\circ} 38' 20'' 00$
<hr/> $360 - (\odot - \ominus) = 23^{\circ} 15'$	$\Delta \odot = - 0^{\circ} 0' 27'' 0$
$\Delta \odot = - 27''$	$\frac{B-b}{\frac{1}{a}} = + 0^{\circ} 3' 53'' 2$
$\frac{1}{a} = 41$	$l = - 7^{\circ} 4' 35'' 8$
$B = - 0^{\circ} 36' 10''$	
$b = 2^{\circ} 3' 11''$	
<hr/> $B-b = - 2^{\circ} 39' 21''$	$\lambda_{\odot} = \vartheta' + l = 91^{\circ} 42' 45'' - 7^{\circ} 4' 36''$
$\frac{B-b}{41} = - 0^{\circ} 3' 53'' 2$	$\lambda_{\odot} = 84^{\circ} 38' 09'' = 84^{\circ} 636$
	$c_{\odot} = 5^{\circ} 364$

5. Berechnung von ϑ .

Dasselbe folgt nach den Formeln 8, 10, 11 (W.):

$$\vartheta = \pm 90 \mp (\varepsilon + \alpha); \alpha = \pi \sin \varepsilon \operatorname{ctg} p \quad \pm \text{für } \left\{ \begin{array}{l} \text{weniger} \\ \text{mehr} \end{array} \right\} \text{ als halbe Beleuchtung der Mondscheibe.}$$

$$\cos \varepsilon = \cos \beta_{\odot} \cos (\odot - \ominus)$$

wir erhalten aus N. A.

$$\pi = 8'' 83; p = 55' 45'' 00; \odot = 108^{\circ} 38' 20'' 0; \ominus = 20^{\circ} 33' 41'' 9;$$

$$b = 2^{\circ} 3' 11'' 3;$$

daher ist $\odot - \ominus = 88^{\circ} 04' 38'' 1$;

$lg \cos b$	9.9997211	$lg \pi$	0.9459607
$lg \cos (\odot - \ominus)$	8.5257186	$lg \sin \varepsilon$	9.9997557
$lg \cos \varepsilon$	8.5254397	$lg \operatorname{ctg} p$	1.7899909
ε	88° 04' 43''	$lg \alpha$	2.7357073
α	9' 4''	$\alpha =$	544'' 14
$\varepsilon + \alpha$	88° 13' 47''	$\vartheta =$	1° 46' 13''

} s. a. d. früheren Größen α' u. ϑ' !

Zusammenstellung der Größen.

	N e g a t i v	Mondtafel	c [⊙]	β [⊙]	s'	φ	log μ (Metern)
1	Lick 1890 November 17. 6 ^h 12 ^m 55 ^s	41	342° 07	+ 0° 52	976 ^h 4	18° 45' 55	3·0273220
2	Lick 1897 April 9. 8 ^h 25 ^m 44 ^s	25, 139	5° 36	+ 1° 42	924 ^h 4	1° 46' 22	3·0510897
I. 3	Paris 1894 Februar 13. 6 ^h 30 ^m 9	5, 141	9° 28	- 1° 14	977 ^h 8	4° 14' 55	2·9432635
4	Paris 1894 März 14. 7 ^h 4 ^m 5	27	2° 61	- 0° 46	983 ^h 3	0° 23' 32	2·9432635
5	Paris 1895 März 5. 7 ^h 54 ^m 1	7, 31, 129, 143	23° 04	- 0° 21	979 ^h 8	16° 30' 63	2·9432635
6	Paris 1897 März 7. 6 ^h 25 ^m 6	61, 63, 65, 105, 123	317° 93	+ 0° 85	894 ^h 1	42° 5' 65	2·9432635
7	Lick 1893 August 3. 15 ^h 23 ^m 13 ^s	144	174° 93	+ 1° 44	972 ^h 6	9° 18' 04	3·0290154
8	Lick 1895 August 7. 15 ^h 25 ^m 11 ^s	62	123° 10	+ 0° 73	893 ^h 1	58° 34' 01	3·0660494
9	Lick 1895 August 14. 16 ^h 17 ^m 26 ^s	2, 152, 168	209° 0	+ 0° 54	957 ^h 6	21° 33' 75	3·0357656
II. 10	Lick 1895 Oktober 7. 13 ^h 56 ^m 8 ^s	42	146° 77	- 0° 87	931 ^h 9	39° 2' 37	3·0466492
11	Lick 1895 Oktober 8. 14 ^h 41 ^m 2 ^s	26, 28	159° 32	- 0° 89	943 ^h 9	26° 47' 53	3·0420237
12	Lick 1895 Oktober 9. 16 ^h 20 ^m 2 ^s	6, 8, 142	172° 34	- 0° 91	956 ^h 0	13° 47' 82	3·03664918
13	Paris 1898 September 7. 16 ^h 24 ^m 6	140	179° 04	- 1° 33	902 ^h 8	2° 18' 83	2·9432635

Anmerkung: Da bei der Librationsberechnung die Korrektionsgrößen sehr klein waren, so kann der Unterschied mit der nach den Formeln von Lohrmann und Mädler nicht groß sein. In der Tat erhält man:

$$\begin{aligned} A &= 129^\circ 7' 47'' \\ B &= 15^\circ 56' 04'' \\ C &= 6^\circ 36' 06'' \end{aligned} \quad \text{muß gleich sein } \lambda'_c - 90^\circ$$

und daher weiter:

$$\begin{aligned} L &= -23^\circ 11' 43'' \\ L' &= -16^\circ 06' 50'' \\ \hline l &= L - L' = -7^\circ 04' 53'' \end{aligned}$$

schließlich erhält man auch direkt durch die Formel $c_\odot = l - (\odot + \vartheta)$

$$\begin{aligned} l &= 115^\circ 46' 22'' \\ \left\{ \begin{aligned} \odot &= 108^\circ 38' 20'' \\ \vartheta &= 1^\circ 46' 13'' \end{aligned} \right. \\ \hline c_\odot &= 5^\circ 21' 49'' = 5.363 \end{aligned}$$

§ 6.

Was nun den praktischen Teil der Aufgabe betrifft, sei noch zu bemerken: die Schattenlängen l_0 wurden mindestens dreimal unabhängig voneinander mit einem Halbmillimetermaßstabe gemessen und daraus das Mittel genommen; bei schwierigen Positionen wurden noch mehr Messungen ausgeführt. Dann wurden die Orte, wenn sie nicht schon bei Mädler und Beer oder Schmidt fixiert waren, aus der „mappa selenographica“ von Mädler abgelesen. Da mir zwei solche zu verschiedenen Zeiten zur Verfügung standen, so bestimmte ich die Länge und Breite (selenogr.) auf beiden; dabei zeigte es sich, daß bei Gruppe I und IV und nur hier Unterschiede vorhanden waren, so daß ich hier das Mittel nahm. Wegen der oft ganz ungenauen Zeichnung der Parallelkreise und namentlich der Meridiane schätze ich den Ablesefehler auf 0.3 (s. § 2). Die weitere Berechnung geschah ganz nach den in § 2 angeführten Formeln, wo zur Ergänzung derselben noch hinzutritt:

$$dH = \sin(h - \psi) \sec \psi \sec \vartheta dl_0 \quad (15. W.)$$

Zum Beispiele: p. 25 Z. 15: N 2. T. 25: Lick 1897. April 9. 8^h 25^m 44^s

$$l_{\odot} = 29^{\circ} 0' mm, \lambda = +0^{\circ} 24', \beta = +43^{\circ} 24', c_{\odot} = 5^{\circ} 22', \beta_{\odot} = 1^{\circ} 25' 5''$$

$$s' = 0^{\circ} 15' 24'' 4, \vartheta = 1^{\circ} 46' 13''$$

$lg \operatorname{ctg} \beta_{\odot} = 11.60575$	$lg \sin \beta_{\odot} = 8.39412$
$lg \sin (c_{\odot} + \lambda) = 9.00207$	$lg \sin (g + \beta) = 9.93948$
$lg \operatorname{tg} g = 10.60782$	$= 8.33360$
$g = 76^{\circ} 9' (8' 31'')$	$lg \cos g = 9.37935$
$\beta = 43^{\circ} 24'$	$lg \sin h = 8.95425$
$g + \beta = 119^{\circ} 33'$	$h = 5^{\circ} 9' 50''$

$lg 2 = 0.30103$	$lg \cos (h - \psi) = 9.9988913$
$lg l_{\odot} = 1.46240$	$lg \cos h = 9.9982338$
$lg \cos h = 9.99823$	$lg z_1 = 0.0006575$
$= 11.76166$	
$lg D^1 = 5.83855$	$z_1 = 1.00152$
$lg \sin s'^1 = 7.65143$	$= 1$
$lg \cos \vartheta = 9.99979$	$z_2 = 0.00152$
$lg \sin \psi = 8.27189$	
$\psi = 1^{\circ} 4' 18''$	$lg z_2 = 7.1818436$
$h = 5^{\circ} 9' 50''$	$lg a_c = 3.2400384$
$h - \psi = 4^{\circ} 5' 32''$	$lg H = 0.4218820$

$lg \sin (h - \psi) = 8.85347$	$H = 2641.7 m$
$lg \cos \psi = 9.99992$	$lg M = 0.2898118$ (Verwandlungs-
$lg \cos \vartheta = 9.99979$	$lg H = 0.1320702$ zahl $\frac{\text{Meter}}{\text{Toise}}$)
$= 8.85376$	
$lg dl_{\odot} = 9.69897$	$H = 1355.4$ Toisen.
$lg \mu = 3.05104$	
$lg dH = 1.60377$	$dl_{\odot} = 0.5 mm$
	$dH = 40.16 m$

Es folgen nun die Resultate der Arbeit.

1) Bei Paris ist $D \sin s'$ konstant; $lg D \sin s' = 3.5978049$.

I. Der Sinus iridium R. (Sinus Apollinis H.)

(M. p. 269, 270; S. p. 250; N. p. 185; Taf. 2 d. Pr. M.-A.).

z	l. (mm)	Des Punktes			h ° ' "	ψ ° ' "	Höhe in		δ H = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen
		λ	β	γ			Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)	
1	9.0	- 34 36	+ 41 30		4 33 00	0 20 43	410	800	43					
2	19.5	- 34 48	+ 41 42		4 41 14	0 44 53	870	1690	40					
3	4.5	- 35 42	+ 42 18		5 18 53	0 10 21	250	490	52					
4	24.5	- 36 48	+ 42 42		6 05 29	0 56 16	1440	2800	53					
5	18.5	- 37 6	+ 43 6		6 16 35	0 42 28	1140	2220	57					
6	11.5	- 37 12	+ 43 18		6 19 59	0 26 24	730	1430	60					
7	15.0	- 37 24	+ 43 36		6 26 47	0 34 25	960	1880	60					
8	18.5	- 37 24	+ 43 54		6 25 04	0 42 28	1170	2280	58					
9	28.5	- 38 18	+ 44 24		7 00 36	1 05 20	1930	3750	60	ε	1934	(f)	(1735 — 2001)	
10	25.5	- 37 54	+ 44 42		6 42 13	0 58 30	1660	3230	58					
11	34.5	- 37 54	+ 45 18		6 38 00	1 19 09	2150	4190	54	δ	2336 ¹⁾	(g)	(2153)	
12	39.0	- 37 42	+ 46 12		6 23 57	1 29 31	2300	4480	50					

¹⁾ Daraus folgt, daß entweder Sharp δ von mir zu niedrig gemessen wurde, oder daß ein Fehler in der Karte Mädlers ist und mit δ der etwas nördlicher gelegene Berg, welcher bei mir die entsprechende Höhe zeigt, zu bezeichnen wäre. Neison hat einfach die Bezeichnung und die Höhen von Mädler abgeschrieben, wobei er noch obendrein δ und ε in bezug auf die Höhen vertauschte. Bei Schmidt, der hier ganz neue Bezeichnungen einführt, zeigt sich aus der Vergleichung der Tabellen auf p. 50, 69 und 250, daß er aus den Höhen auf die Lage der Punkte zurückschließt, und wenn auch dieselben 2° wie Sharp B und Sharp ε, ja selbst über 4°, wie Sharp δ und Bianchini δ, auseinanderliegen, miteinander identifiziert. Überdies hat er diese Punkte nicht auf seiner Karte verzeichnet.

II. Die Alpen.

(M. p. 238; S. p. 238; N. p. 165, 126; Taf. 25 d. Pr. M. A.)

z	l. (mm)	Des Punktes		h	ψ	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädlar		Nach Schmidt		Anmerkungen.		
		λ	β			Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)			
13	25.5	+ 1	18	+ 42	24	5	52	41	0	56	29	1390	2710	48	Schröter: 1107 ¹⁾ M. Punkt mit S. Punkt wohl nicht vereinbar ²⁾ Schröter: e = 1100 (= Cass. Westwall; der höchste Punkt bei M. ist in N. W. = 646 W. W. all. des Kraters; wegen des kleineren Winkels von der Gegenwand aufzufangen. Cass. O. Wall; Sr. 266; S. O. Wall 673 ³⁾)
14	17.0	+ 0	42	+ 43	18	5	23	14	0	37	41	360	1690	47	
15	29.0	+ 0	24	+ 43	24	5	09	50	1	04	18	1360	2640	40	
16	24.5	+ 0	24	+ 43	54	5	08	15	0	54	20	1160	2260	42	
17	28.0	+ 0	16	+ 44	00	5	02	13	1	02	06	1280	2490	39	
18	30.0	+ 0	00	+ 45	00	4	47	53	1	06	34	1280	2500	36	
19	42.0	+ 0	16	+ 45	50	4	56	30	1	35	10	1770	3440	33	
20	27.5	+ 0	16	+ 46	24	4	54	40	1	01	00	1220	2380	38	
21	28.5	- 1	16	+ 40	16	4	02	45	1	03	18	1010	1960	29	
22	5.5	+ 5	12	+ 39	48	9	00	58	0	12	06	490	960	86	
23	7.5	+ 4	14	+ 40	24	8	14	03	0	16	32	610	1180	78	
24	8.0	+ 3	00	+ 40	30	7	16	45	0	17	40	570	1110	68	

¹⁾ Nach Mädlar und wohl auch Schröter liegt μ Cass. 1° 0' L. und 42° 12' B., also etwas südöstlicher als mein Punkt; daher wohl hier der größere Wert. Schmidts große Differenz ist dann dadurch erklärlich, daß er auf der Höhe verschiedene Punkte gemessen hat.

²⁾ Obwohl sich alle auf Schröter berufen, so sind Mädlar und Neison in der Bezeichnung des Montblanc identisch, während Schmidt ihn viel nördlicher, und zwar nördlich vom großen Tal der Alpen bei Mädlers λ annimmt.

³⁾ Da bei den Wällen keine speziellen Punkte angegeben sind, ist eine Vergleichung sehr schwer möglich.

z	l. (mm)	Des Punktes			h	ψ	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mäddler		Nach Schmidt		Anmerkungen
		λ	β	λ			β	Bez.		Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)		
25	13.0	+ 4	42	+ 42	06	8 24	38	0 28	78	2090	1070	657	{ Bei M. bloß Schätzung; N hat dieselben Werte wie S. O. Wall. O. Wall.	
26	15.0	+ 4	24	+ 43	06	8 05	31	0 33	74	2290	1180	725, 1194		
27	3.5	+ 4	12	+ 40	24	8 11	51	0 07	79	574	290	800		
28	5.0	+ 7	00	+ 41	24	10 11	38	0 10	98	990	510	ε Cass. (?) δ Cass.		
Fortsetzung. (Taf. 26 d. Pr. M.-A.)														
29	9.5	+ 0	24	+ 43	24	13 57	22	0 22	145	2800	1440	145	z Mont- blanc Pico 4.	
30	10.0	+ 0	16	+ 45	50	13 24	29	0 23	139	2820	1440	139		
31	9.0	- 1	16	+ 40	16	15 58	13	0 21	151	3020	1550	151		
32	5.0	+ 3	00	+ 40	30	12 45	30	0 11	122	1360	700	122		
33	10.5	+ 4	42	+ 42	06	11 10	40	0 25	105	2470	1270	105	ε Cass. (?) 945	
34	6.5	+ 4	02	+ 40	28	11 59	54	0 15	115	1650	850	115		
35	7.0	+ 2	06	+ 47	48	11 41	12	0 16	112	1740	890	112		
36	14.0	+ 2	00	+ 49	30	11 18	49	0 33	115	3300	1690	115		
37	8.0	+ 1	18	+ 48	42	11 57	59	0 19	114	2020	1030	114	712—939 1157 ACass. ACass.	
38	6.0	+ 2	24	+ 42	30	12 45	17	0 14	133	1620	830	133		
39	8.0	+ 2	24	+ 42	57	12 39	06	0 19	132	2140	1100	132		
40	8.0	+ 2	24	+ 43	24	12 32	51	0 19	131	2120	1090	131		

III. Caucasus. (Catena Mundi H.)

(M. p. 233; S. p. 151; N. p. 128; Taf. 27. d. Pr. M.-A.)

z	l. (mm)	Des Punktes			h	ψ	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädlers		Nach Schmidt		Anmerkungen		
		λ	β	λ			β	Bez.		Höhe(T.)	Bez.	Höhe (T.)				
41	21·5	+ 8	54	+ 40	54	8	22 32	0	36	55	1360	2640	59	}		
42	15·0	+ 8	48	+ 40	42	8	19 42	0	25	46	950	1860	60			
43	12·0	+ 8	48	+ 40	36	8	20 30	0	20	37	770	1490	61			
44	15·0	+ 8	42	+ 40	18	8	18 20	0	25	46	950	1860	60			
45	11·5	+ 8	24	+ 40	00	8	07 09	0	19	46	700	1320	60			
46	9·5	+ 8	06	+ 39	48	7	55 00	0	16	20	580	1130	58			
47	22·5	+ 10	48	+ 38	42	10	08 25	0	38	27	1730	3370	72			
48	44·5	+ 8	48	+ 39	00	8	33 24	1	16	23	2680	5210	56			
49	38·0	+ 8	30	+ 38	42	8	21 47	1	05	16	2330	4540	56			
50	21·0	+ 7	54	+ 38	24	7	56 08	0	36	06	1260	2450	56			
51	41·5	+ 8	24	+ 37	42	8	24 45	1	11	16	2550	4970	55			
52	23·5	+ 7	30	+ 36	48	7	48 27	0	40	25	1370	2680	55			
53	14·0	+ 7	18	+ 36	30	7	40 35	0	24	05	820	1600	56			
54	18·0	+ 7	15	+ 35	22	7	45 49	0	30	58	1060	2070	55			
55	16·0	+ 7	24	+ 34	48	7	56 43	0	27	31	960	1880	57			
56	25·0	+ 7	36	+ 34	24	8	09 08	0	42	58	1520	2970	57			
57	17·5	+ 7	18	+ 34	00	7	56 55	0	30	05	1050	2050	57			
58	13·5	+ 7	24	+ 33	18	8	06 11	0	23	12	840	1630	59			
															} bei S. p. 151 wohl ein Druckfehler statt 35° . . . 34° . . .	
											Call. (1205)	h?	1616—1666			
											α? 1	g?	1306—1720			
											B?	f	1146—1882			
												e	742—1527			

1) Das Fragezeichen bedeutet, daß der von mir gemessene Punkt in der Nähe des so bezeichneten liegt, möglicherweise mit ihm identisch ist.

z	l. (nm)	Des Punktes			h	ψ	Höhe in		d H = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen
		λ	β	β			Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)	
59	17.5	+	7 18	+ 32 18	8 07 18	0 30 4	1080	2100	58					
60	20.5	+	7 24	+ 32 06	8 13 30	0 35 13	1270	2480	58					
61	22.0	+	7 12	+ 31 48	8 05 10	0 37 49	1340	2610	57					
62	19.0	+	6 50	+ 31 40	7 47 20	0 32 41	1110	2170	55			c?	979—1767	
63	9.5	+	8 12	+ 30 42	9 02 54	0 16 17	660	1290	67			a	551—683	
Fortsetzung. (Taf. 28 d. Pr. M.-A.)														
64	27.5	+	8 48	+ 39 00	8 38 26	1 06 22	2440	4760	81			α?	2903	über der Tiefe des Kraters; vgl. 48.
65	26.0	+	8 24	+ 37 42	9 08 13	1 02 40	2460	4800	87			B?	2074	= 51
66	7.5	+	7 24	+ 33 18	10 34 23	0 18 00	860	1670	78					= 58
67	12.0	+	6 50	+ 31 40	11 16 38	0 28 44	1450	2830	116					= 61, 62.1)
68	7.5	+	6 36	+ 30 54	11 35 01	0 17 56	950	1840	110					= 63
69	27.0	+	11 18	+ 39 24	6 39 40	1 05 28	1820	3550	60					
70	26.5	+	11 00	+ 40 00	6 49 31	1 04 14	1840	3580	62					
71	7.0	+	7 48	+ 35 42	9 54 13	0 16 50	750	1460	103					
72	11.0	+	5 18	+ 36 30	11 46 14	0 26 17	1390	2710	121					
73	19.0	+	13 18	+ 41 00	4 58 41	0 46 13	950	1880	45					
74	14.0	+	9 30	+ 38 12	8 12 32	0 33 50	1220	2380	82					Thegetus O. Callippus O; über der Tiefe des Kraters

1) Die Abdachung, die S. p. 153 aus seinen Werten, die oft einen unglaublich großen Spielraum lassen, folgert, ist darum wohl kaum begründet.

IV. Mare cristum R. (Palus Maeotis H.)

(M. p. 191, 222; S. p. 218; N. p. 103, 145; Taf. 62 d. Pr. M.-A.).

z	Des Punktes			h		ψ	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen
	λ	β	γ	''	''		Metern	Toisen		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)	
75	+ 51	+ 20	45	4	56	03	1	14	48	72	2850	1460	72	ein Punkt der Strecke AA' ein Punkt der Strecke BB' B B') e sudl. v. B b sudl. v. Z
76	+ 51	+ 20	24	5	24	32	0	54	57	88	2420	1240	88	
77	+ 50	+ 19	30	6	27	54	1	38	45	94	4940	2530	94	
78	+ 49	+ 18	24	7	23	37	0	45	59	129	2870	1470	129	
79	+ 48	+ 17	36	8	01	57	1	14	20	132	4900	2510	132	
80	+ 50	+ 16	30	6	29	13	0	48	16	111	2610	1340	111	
81	+ 48	+ 15	18	7	57	26	0	43	44	141	2950	1520	141	
82	+ 49	+ 14	27	7	49	56	0	37	11	140	2490	1280	140	
83	+ 49	+ 14	00	7	27	13	1	05	41	124	4030	2070	124	

1) Schmidts B kann nach dessen Charte nicht mit Mädlers 1. Pick identisch sein, wie S. glaubt, sondern dürfte bei Schmidts liegen. B selbst muß in der Nähe von 3. Pick Mädlers liegen; schaltet man den Wert 1784 bei Schmidt aus, da die anderen Werte alle um 2516 sind und dieses Mittel geben, so stimmt es mit meiner Messung überein. Ferner setzt Schmidt sein C dem 3. Pick Mädlers gleich, wo dieser wohl zwischen A und B Schmidts liegt; also sich folgende Reihenfolge ergibt:

M. 1	75	76 = A = M. 2	M. 3	77 = B	M. 4	78 = C;
β:	21° 10'	20° 45'	19° 30'	19° 24'	18° 25'	18° 18'
Höhe:	2088	1460	1240, 1140, 1121	1774	2530, 2516	1056
						1470, 1442.

Schließlich sei bemerkt, daß Neison M. 3. Pick = Peirce α und M. 4. Pick = Peirce β bezeichnet; auf p. 145 muß statt 19° 29' . . . 19° 30' stehen.

z	Des Punktes			h			ψ	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen.	
	λ	β	γ	°	'	''		Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)		
84	+50	00	+13	00	6	53	14	0	52	37	1540	3010				} ¹⁾ Makrobius a Makrobius e Makrobius a W. Wall.
85	+50	54	+11	42	6	01	24	1	47	37	2510	4890				
86	+49	54	+15	45	6	56	05	0	24	07	740	1440				
87	+47	33	+21	00	8	59	17	0	43	37	1720	3350	bei c			
88	+46	36	+18	36	9	59	34	1	03	04	2730	5320				
89	+48	42	+21	00	7	54	44	0	24	03	850	1650				
Fortsetzung. (Taf. 61, 63, 65 d. Pr. M.-A.)																
90	+49	54	+15	45	7	46	10	0	25	30	880	1710				= 86
91	+57	12	+25	54	13	57	46	0	31	47	2020	3930				
92	+52	00	+9	06	9	56	34	0	27	39	1230	2400				
93	+51	54	+9	54	9	49	58	0	28	49	1270	2470				

1) Wurde auch Picard α von mir nicht gemessen, so will ich doch bemerken, daß nach M. Karte α = 11° 36' B und 52° 42' L hat; nach S. und N. liegt α nördlicher, und zwar nach letzterem (p. 105) 12° 30' B und 53° L. Picard β liegt nach S. Charte bei dessen φ (β Schmidts hat Mädler gar nicht bezeichnet) und N. verlegt β südlich von β bei Mädler und nördlich von dem bei Schmidt. Dieser erhält für Picard α 1082—1468, während M. 2220 mißt; hier identifiziert S. die Punkte nicht, wohl aber bei β und schreibt zwei so verschiedene Wertgruppen (M = 1863—2655; Mittel = 2439; und S. 1461—1918; Mittel 1795) einem und demselben Punkte zu, bildet daraus ein Mittel 1963, das höher ist als alle seine Werte. Ich meine nun auf Grund der früher erwähnten Lage von β folgendes: M. bezeichnet den nördlichsten Punkt eines Gebirgszuges mit β, der nach meiner Messung (84) 1540' hoch ist. S. erhält nun Werte, die von diesem aufsteigend, etwas über die niedrigsten Messungen M.s hinausragen, wobei er β südlicher annimmt. Geht man noch südlicher, so gelangt man zu dem von mir gemessenen Punkte 85, welcher 2510' hat, also zwischen M.s Mittel 2439 und obere Grenze 2655 liegt. Das Gebirge nimmt gegen Süden rasch an Höhe zu und M. dürfte wohl den ganzen Zug mit β bezeichnet haben. Daher erklären sich auch wohl die großen Unterschiede 1461—2655. (1)

V. Eratosthenes R. (Insula Vulcana H.)

(M. p. 256; S. p. 149, 166; N. 208; Taf. 31. d. Pr. M.-A.)

z	l. (mm)	Des Punktes		h ° ' "	ψ ° ' "	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen					
		λ	β			Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)						
94	4.5	-12	30	+10	24	10	19	11	0	08	01	370	730	81	β St.	Stadius β Schröter mißt den Höhenzug bis 1470 hoch; α? α St.: M. 699; S. 698-948; Zentralberg		
95	9.5	-12	48	+11	00	10	00	10	0	16	57	770	1500	77				
96	13.0	-12	54	+11	18	9	52	32	0	23	12	1080	2000	75				
97	15.0	-13	18	+11	36	9	29	22	0	26	49	1130	2210	72				
98	7.0	-11	34	+14	25	11	54	19	0	12	24	670	1300	93				
99	24.0	-10	54	+14	54	11	39	52	0	42	35	2210	4310	87				
100	15.5	-10	42	+14	12	11	53	53	0	27	29	1470	2870	91				
101	8.0	-14	00	+15	30	8	38	43	0	14	20	560	1090	85	ξ Erat.	509	ξ	436-507
102	8.5	-13	54	+14	54	8	46	18	0	15	13	600	1160	68				
103	12.0	-14	42	+14	54	7	59	48	0	21	32	770	1500	61	η Erat.	618	η	632-862
104	13.5	-12	24	+14	18	10	14	51	0	24	04	1110	2160	79	α Erat.	1165	östl. Wall.	906-1228
105	16.5	-12	18	+14	48	10	18	05	0	29	25	1360	2650	78				

VI. Mons Moschus H. oder Theophilus R., Cyrillus R. und Catharina R.
(M. p. 359; S. p. 134, 195; N. p. 358; Taf. 41 d. Pr. M.-A.)

z	l. (mm)	Des Punktes		h ° ' "	ψ ° ' "	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen			
		λ	β			Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)				
106	13.5	+ 27	24	- 10	12	9	13	18	0	29	39	1210	2380	85		
107	17.3	+ 27	42	- 10	24	9	30	33	0	37	58	1600	3110	87		
108	20.5	+ 27	48	- 10	36	9	35	57	0	44	58	1900	3700	86		
109	22.0	+ 28	00	- 11	18	9	45	58	0	48	14	2070	4080	88		Theo. W. Wall.
110	23.5	+ 28	00	- 11	48	9	44	37	0	51	31	2190	4280	87		
111	11.5	+ 26	18	- 11	21	8	05	54	0	25	20	910	1770	75		Zentralberg
112	16.5	+ 26	36	- 11	18	8	23	39	0	36	19	1340	2610	76		nördl. Zentralb. d. Theo.
113	40.0	+ 25	18	- 14	06	7	00	56	1	28	20	2520	4920	54		
114	30.5	+ 23	30	- 15	30	5	13	26	1	07	34	1430	2780	40		
115	5.5	+ 26	12	- 11	06	8	00	33	0	12	07	440	850	76		
116	17.0	+ 24	24	- 12	54	6	11	09	0	37	36	1010	1960	55		Cyr. α
117	21.5	+ 26	06	- 13	24	8	38	42	0	47	18	1770	3440	76		
118	10.5	+ 22	54	- 16	18	4	37	12	0	23	17	470	910	42		
119	25.5	+ 24	12	- 17	06	5	50	05	0	56	26	1370	2680	48		

Theo. W. Wall.
Zentralberg
nördl. Zentralb. d. Theo.

Cyr. α 771—1040

Fortsetzung: Taf. 42 d. Pr. M.-A.

z	l. (mm)	Des Punktes			h " "	ψ " "	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen
		λ	β	α			γ	Bez.		Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)		
120	13.0	+ 26 18	- 11 21	6 58 07	0 36 35	1110	2160	79	A The.		775-1039	= 111		
121	23.5	+ 25 00	- 10 48	8 15 01	1 05 57	2320	4520	89	Th. B	2490				
122	18.5	+ 27 54	- 10 54	5 24 05	0 52 14	1180	2290	57						
123	26.0	+ 25 12	- 11 54	8 02 23	1 13 00	2470	4820	85	Th. γ	2240	W. Wall 1924-2696	W. Wall (M.) 2421-2564		
124	27.5	+ 24 54	- 11 30	8 20 21	1 17 09	2710	5280	88						
125	6.5	+ 24 36	- 12 42	8 36 48	0 18 13	700	1370	104						
126	19.5	+ 26 24	- 15 00	6 49 30	0 54 54	1590	3090	74			1419-1935	Wallgebirge B.? (S.)		
127	17.0	+ 24 48	- 15 00	8 22 14	0 47 41	1730	3370	94						
128	14.0	+ 21 24	- 17 12	11 33 29	0 38 54	2010	3910	134						
129	6.0	+ 21 24	- 11 36	11 45 56	0 16 39	890	1740	143						
130	6.8	+ 20 06	- 13 54	12 57 16	0 18 47	1110	2160	157						
131	15.5	+ 24 36	- 15 24	8 33 13	0 43 28	1620	3160	98						

Erzherzog Rainer-Gymn.

VII. Archimedes R. (Mons Argentarius H.)

(M. p. 262, 266; S. p. 149; N. p. 201; Taf. 5 d. Pr. M.-A.)

z	l. (mm)	Des Punktes			h		ψ		Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen			
		λ	β	γ	h	h'	ψ	ψ'	Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)				
132	28.0	— 2	36	+	29	42	5	14	02	0	48	32	1060	2070	34	φ Arch.	907	770—1129	W. Wall.
133	23.5	— 3	48	+	31	47	4	03	21	0	40	48	690	1310	26	E _n	699	671—884	W. Wall.
134	11.5	— 5	30	+	32	54	2	30	08	0	20	00	210	420	17				
135	28.5	— 2	42	+	29	24	5	10	08	0	49	24	1070	2090	33	η Arch.		770—1129	W. Wall.
Fortsetzung: Taf. 6 d. Pr. M.-A.																			
136	7.0	— 3	48	+	31	47	9	14	30	0	15	18	640	1240	87				
137	9.0	— 6	00	+	29	42	11	22	51	0	19	33	1010	1960	107				= 133 O. Wall.
138	6.5	— 5	12	+	35	30	9	54	22	0	14	11	630	1230	94				
139	4.0	— 5	42	+	37	06	10	03	55	0	08	44	400	780	96			γ?	390
140	7.0	— 5	00	+	34	24	9	53	57	0	15	17	860	1670	93	α K	536		Kirch.
141	9.5	— 5	48	+	29	24	11	14	54	0	20	39	1050	2050	106				
142	9.0	— 5	54	+	30	00	11	15	21	0	19	33	990	1930	106				s. O. Wall. = K(Neison)
143	6.5	— 5	48	+	29	36	11	13	21	0	14	08	720	1410	107				O. Wall. S. O. Wall
Fortsetzung: Taf. 144 d. Pr. M.-A.																			
144	7.0	— 5	00	+	34	24	9	06	46	0	14	49	610	1180	94				
145	7.5	— 4	48	+	34	06	8	58	18	0	15	53	640	1250	82				
146	4.0	— 5	30	+	32	54	9	38	46	0	08	27	370	710	90				
147	11.5	— 6	00	+	29	42	10	19	13	0	24	15	1120	2190	93				
148	11.5	— 5	48	+	29	24	10	10	06	0	24	15	1110	2160	92				
149	9.0	— 5	54	+	30	00	10	12	40	0	18	59	870	1700	93				
150	14.5	— 2	36	+	29	42	7	22	15	0	30	49	1000	1950	65				
Fortsetzung: Taf. 144 d. Pr. M.-A.																			
144	7.0	— 5	00	+	34	24	9	06	46	0	14	49	610	1180	94				
145	7.5	— 4	48	+	34	06	8	58	18	0	15	53	640	1250	82				
146	4.0	— 5	30	+	32	54	9	38	46	0	08	27	370	710	90				
147	11.5	— 6	00	+	29	42	10	19	13	0	24	15	1120	2190	93				
148	11.5	— 5	48	+	29	24	10	10	06	0	24	15	1110	2160	92				
149	9.0	— 5	54	+	30	00	10	12	40	0	18	59	870	1700	93				
150	14.5	— 2	36	+	29	42	7	22	15	0	30	49	1000	1950	65				
Fortsetzung: Taf. 144 d. Pr. M.-A.																			
144	7.0	— 5	00	+	34	24	9	06	46	0	14	49	610	1180	94				
145	7.5	— 4	48	+	34	06	8	58	18	0	15	53	640	1250	82				
146	4.0	— 5	30	+	32	54	9	38	46	0	08	27	370	710	90				
147	11.5	— 6	00	+	29	42	10	19	13	0	24	15	1120	2190	93				
148	11.5	— 5	48	+	29	24	10	10	06	0	24	15	1110	2160	92				
149	9.0	— 5	54	+	30	00	10	12	40	0	18	59	870	1700	93				
150	14.5	— 2	36	+	29	42	7	22	15	0	30	49	1000	1950	65				

= 140; Mittel = 735
 = 134
 = 137 ; Mittel 1065
 = 141 = K(N.); Mittel 1085
 = 142 ; Mittel 990
 = 132

α K
 536
 1153
 603
 606

94
 82
 90
 93
 92
 93
 65

610
 640
 370
 1120
 2160
 870
 1000

0 14 49
 0 15 53
 0 08 27
 0 24 15
 0 24 15
 0 18 59
 0 30 49

1060 2070
 690 1310
 210 420
 1070 2090
 640 1240
 1010 1960
 630 1230
 400 780
 860 1670
 1050 2050
 990 1930
 720 1410

34
 26
 17
 33
 87
 107
 94
 96
 93
 106
 106
 107

φ Arch.
 E_n
 η Arch.
 β?
 α K
 536
 1153
 603
 849

W. Wall.
 W. Wall.
 O. Wall.
 s. O. Wall. = K(Neison)
 S. O. Wall

VIII. Plato R. (*Lacus niger major* H.)
M. p. 266; S. p. 241; N. p. 172; Taf. 7 d. Pr. M.-A.)

z	l. (mm)	Des Punktes			h ° ' "	ψ ° ' "	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädlar		Nach Schmidt		Anmerkungen			
		λ	β	γ			Toisen	Metern		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)				
151	14.0	—	6	42	+ 50	54	10	02	58	0	24	59	77	δ Pl.	996	999—1470	Schröter: 1097—1372
152	15.5	—	7	00	+ 51	24	9	45	16	0	27	41	74	ε Pl.	802		
153	11.0	—	7	30	+ 52	06	9	18	02	0	19	40	72				
154	14.5	—	7	18	+ 49	48	9	55	08	0	25	53	76	δ Pl.		486—542	
155	11.0	—	14	18	+ 47	12	5	45	59	0	19	50	43				
156	14.0	—	13	24	+ 47	12	6	22	27	0	25	13	48				
157	9.5	—	13	06	+ 46	48	6	37	39	0	17	06	51				
158	9.0	—	13	12	+ 47	42	6	26	35	0	16	12	49				
159	13.5	—	11	30	+ 47	24	7	37	20	0	24	15	58	ι Pl.			= derselbe Höhenzug wie 158
160	5.0	—	12	42	+ 47	42	12	51	08	0	10	48	100				
161	5.0	—	12	36	+ 47	06	12	57	00	0	10	48	101				
162	5.5	—	14	42	+ 47	48	14	06	49	0	11	49	110	ε Pl.	756		
163	12.0	—	11	54	+ 51	00	11	26	34	0	26	03	87	ξ Pl.	1160		
164	7.0	—	11	36	+ 50	36	11	22	16	0	15	22	88				
165	5.5	—	11	18	+ 50	06	11	19	07	0	11	57	88				
166	9.0	—	10	24	+ 49	12	10	59	13	0	19	34	85				
167	7.5	—	11	00	+ 49	36	11	15	53	0	16	18	87				
168	9.5	—	8	32	+ 43	08	11	06	34	0	20	39	86	Pi. B		926—1414	

*) S. p. 241 meint, daß M. mit 756: Laplace ε gemeint haben dürfte, da er (S.) 1137—1327, Schr. 1399 für diesen Punkt (ε Pi.) erhält; nach meiner Meinung und Messung dürfte es schon ε Pi. sein, aber gegen West gemessen und die von S. und Sr. gegen Ost gemessen.

52*

IX. Ptolemäus R. (Mons Sipylus H.) und Alphons R. (Mons Masicytus H.)

(M. p. 304, 346; S. p. 125, 189; N. p. 254, 348; Taf. 139 d. Pr. M.-A.)

z	l' (mm)	Des Punktes			h	ψ	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädlar		Nach Schmidl		Anmerkungen
		λ	β	α			β	Toiseu		Metern	Bez.	Höhe (T.)	Bez.	
169	15.0	+ 0 36	- 10 00	5 37 33	0 33 14	800	1560	50						
170	26.0	+ 1 06	- 9 24	6 08 39	0 57 33	1480	2890	51						
171	28.0	+ 0 24	- 9 12	5 27 43	1 02 03	1390	2710	44		η Pt.			1664	
172	28.0	- 0 42	- 7 36	4 26 08	1 02 09	1110	2160	33						
173	9.5	+ 3 58	- 11 28	8 51 26	0 20 54	830	1620	83			557—742		687—940	Albat. A. Zentralberg N. 650; Sr. 948
174	8.5	+ 3 06	- 11 48	7 59 28	0 18 44	670	1300	75						} Albat. W. Wall.
175	9.5	+ 3 06	- 12 12	7 58 09	0 20 57	740	1440	75						
Fortsetzung: Taf. 240 d. Pr. M.-A.														
176	18.5	- 3 14.5	- 12 59.3	4 23 31	0 32 03	600	1160	30		Δ Alplh.	609		732	
177	46.5	- 3 06	- 7 06	4 11 57	1 20 34	1290	2520	22						
178	41.0	- 3 24	- 7 24	4 30 03	1 11 01	1260	2450	25						
179	21.5	- 3 42	- 7 36	4 48 03	0 37 13	760	1480	32						
180	20.0	- 4 48	- 9 24	5 54 21	0 34 34	880	1720	41						
181	23.0	- 4 42	- 9 42	5 48 33	0 39 45	990	1930	39						
182	12.0	- 4 42	- 10 24	5 48 47	0 20 44	540	1050	42						
183	21.0	- 5 36	- 12 36	6 41 53	0 36 14	1050	2050	47					972	
184	18.5	- 5 18	- 13 18	6 24 15	0 31 56	890	1740	45						
185	24.0	- 5 12	- 13 36	6 18 22	0 41 27	1120	2190	43						W. Wall.

(Schröter: 681 ö.)

W. Wall.

X. Orontius, Nasiredin, Sanssure.

(M. p. 300; S. p. 289; N. p. 262, 299; Taf. 142 d. Pr. M.-A.)

z	l. (mm)	Des Punktes			h ° ' "	ψ ° ' "	Höhe in		dH = 0.5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen
		λ	μ	β			Toisen	Met rn		Bez.	Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)	
186	16.5	— 13	42	— 42	00	16 20 30	0 35 05	2620	5110	152				} Tycho O. Wall.
187	20.0	— 13	48	— 42	48	16 12 57	0 42 33	3140	6120	150				
188	11.5	— 13	18	— 43	18	15 44 33	0 24 31	1740	3450	148				} Piet. O. Wall.
189	13.0	— 9	00	— 45	12	12 19 01	0 28 08	1560	3040	116				
190	15.0	— 8	48	— 44	42	12 16 30	0 32 28	1790	3490	114				} Oront. δ; N. 1230'
191	18.0	— 9	18	— 43	00	12 57 28	0 38 52	2270	4410	119				
192	12.0	— 9	54	— 40	48	13 49 05	0 25 49	1620	3160	130				
193	8.5	— 8	42	— 39	36	13 08 03	0 18 20	1100	2140	124				
194	7.0	— 7	18	— 37	30	12 23 18	0 15 09	860	1670	117				
195	16.0	— 6	54	— 39	48	11 44 03	0 34 42	1830	3560	108				
196	18.0	— 6	54	— 40	06	11 41 19	0 39 03	2040	3980	107				
197	12.5	— 6	42	— 39	18	11 39 25	0 27 07	1430	2780	109				
198	23.5	— 6	12	— 38	48	11 20 46	0 51 03	2560	4990	102				
199	8.0	— 5	36	— 38	00	10 59 17	0 17 24	870	1690	104				
200	5.0	— 5	12	— 37	48	10 42 03	0 10 53	530	1030	102				
201	12.0	— 5	18	— 37	30	10 49 01	0 26 07	1270	2470	101				
202	21.5	— 3	12	— 36	54	9 13 23	0 47 01	1900	3700	82				

z	l ₀ (mm)	Des Punktes			h	ψ	Höhe in		d II = 0,5 mm in Metern	Nach Mädler		Nach Schmidt		Anmerkungen
		λ	β	λ			β	Bez.		Höhe (T.)	Bez.	Höhe (T.)		
203	33,5	-1	12	-38	00	7 32 25	1 13 35	2320	4520					} Nassir. α
204	26,5	-1	00	-37	42	7 24 26	0 58 13	1840	3580					
205	16,5	-1	24	-39	48	7 32 23	0 36 14	1190	2330					} Nassir. O. Wall.
206	13,5	-1	36	-40	36	7 37 09	0 29 39	1000	1950					
207	14,0	-1	24	-40	54	7 26 24	0 30 45	1010	1960					} Nassir. O. Wall.
208	11,5	-3	36	-40	32	9 08 14	0 25 09	1020	1980					
209	12,5	-3	30	-41	06	8 59 42	0 27 21	1100	2140					} Oront. W. Wall.
210	16,0	-3	24	-41	24	8 53 10	0 35 01	1370	2680				(1379-1785 ö.)	
211	20,5	-3	18	-41	36	8 47 18	0 44 53	1720	3350					} Oront. W. Wall.
212	18,0	-2	54	-41	42	8 28 47	0 39 26	1460	2850					
213	14,5	-5	18	-43	24	10 00 58	0 31 38	1410	2750					zwischen α und β Saus.
214	20,0	-4	00	-48	00	8 27 26	0 43 50	1610	3150					
215	15,5	-3	48	-48	18	8 17 04	0 33 59	1240	2420					zwischen α und β Saus.
216	10,5	-5	00	-47	48	9 09 07	0 22 58	960	1880					
217	13,0	-5	30	-47	42	9 29 54	0 28 24	1200	2350					Pict. W. Wall.
218	15,5	-6	30	-46	36	10 21 04	0 33 47	1560	3040					
219	9,0	-7	36	-45	00	11 23 05	0 19 33	1010	1960					