Ueber den Arbeitswert der Elektricität
und einen Apparat*) zur Veranschaulichung elektrischer Ströme.

Ein von Herrn Professor Möller und mir ersonnener Apparat, die hauptsächlichsten elektrischen Begriffe und Gesetze zu veranschaulichen, erforderte eine Art Rechtfertigung seines Daseins, zugleich eine einführende, erläuternde Beschreibung. Diese Einführung gestaltete sich aber während des Niederschreibens zu einer Einführung in die Elektricitätslehre überhaupt und zwar an der Hand des Arbeitsbegriffes, insbesondere des Potentials, weshalb der gewählte Titel gerechtfertigt sein dürfte.

Nicht so wie bei Erdenkung und Ausführung des Apparates selbst konnten wir Uebereinstimmung in Bezug auf den Inhalt dieser meiner Arbeit erzielen, da Herr Prof. Möller nicht so sehr den Arbeitsbegriff in den Vordergrund gerückt wissen wollte, wie ich es thatsächlich im Ostwaldschen Sinne gethan habe, als vielmehr den Kraftbegriff. Nichtsdestoweniger bin ich Herrn Prof. Möller sowohl für seine Mithilfe bei Erfindung des Apparates zu grossem Danke verpflichtet, als auch insbesondere dafür, dass ich, trotz seiner öfter entgegenstehenden Ansichten, mancherlei Anregung von ihm empfangen habe.

I.

Ueber den Arbeitswert der Elektricität.

a) Arbeitsbegriff.

Die neuere Physik geht vielfach von dem Arbeitsbegriff aus und gelangt durch Beachtung des Gesetzes von der Erhaltung der Energie und der Gesetze über Arbeitsleistungen zu wertvollen Erkenntnissen. Was ist nun Arbeit? Dafür zunächst ein einfaches Beispiel. Wenn wir ein Kilogramm ein Meter in vertikaler Richtung heben, so leisten wir eine Arbeit, und zwar die gewöhnliche praktische Einheit der Arbeit, genannt das Meterkilogramm oder das Kilogrammmeter. Heben wir m Kilogramm n Meter hoch, so leisten wir demnach $m \cdot n$ Meterkilogramme. Die Arbeit ist also das Produkt aus gehobenem Gewichte, aus der Kraft, die dabei überwunden werden muss, und dem vertikal zurückgelegten Wege. Dies ist jedoch nicht so zu verstehen, dass das Produkt aus Kraft und Weg in Wirklichkeit gebildet werden könnte, es sind nur die Masszahlen dieser Grössen, deren Produkt erscheint, und dies neue Produkt giebt die Masszahl der geleisteten Arbeit. Dies widerspricht scheinbar der Lehre von den physikalischen Dimensionen. Man bedenke aber, dass die Dimensionen nur ein bequemes Hilfsmittel für die Rechnung bedeuten; ist doch auch ein aus dimensionalen Ausdrücken gebildetes Produkt stets auf seine physikalische Richtigkeit, auf seinen physikalischen Inhalt zu prüfen, und können doch solche aus gleichen Dimensionen bestehende Produkte physikalisch ganz verschiedene Bedeutung haben, wie die Ausdrücke für die Arbeit und das Drehungsmoment

*) Dieser Apparat ist von Herrn Professor Möller vom Herzoglichen Polytechnikum in Braunschweig und mir gemeinsam erdacht, von Herrn Müller-Uri in Braunschweig hergestellt.

bezeugen, von denen die erstere ein Skalar und letzteres eine Vektorgrösse ist, obwohl sie dieselben Dimensionen aufweisen. Wir sagen aber trotzdem der Kürze wegen: Arbeit = Kraft × Weg, nämlich den Weg, den der Angriffspunkt der Kraft zurücklegt. Was aber ist Kraft? Kraft ist ein abstrakter Begriff.*) Wir sagen, sie ist die Ursache der Bewegung, wir sagen genauer, wenn ein Körper, eine Masse, durch eine gewisse Ursache in einer gewissen Zeit eine Geschwindigkeitsänderung erfährt, so ist diese Ursache eine Kraft, die sowohl der bewegten Masse wie auch der erteilten Geschwindigkeitsänderung proportional gedacht wird. Damit erscheinen aber wieder zwei neue Begriffe, die der Masse und der Geschwindigkeit. Die Masse ist hinreichend definiert durch folgende Aufstellung: 1 ccm Wasser von 4^0 C enthält die Masse 1; m ccm Wasser von derselben Temperatur haben dann m Masseneinheiten in sich. Wir schliessen weiter: Jeder Körper von sonst beliebiger Beschaffenheit, der durch dieselbe Kraft dieselbe Geschwindigkeitsänderung erfährt wie m ccm Wasser, birgt ebenfalls m Masseneinheiten in sich. Weiter verstehen wir unter Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitmomente den Weg, den ein sich bewegender Körper in der diesem Zeitmoment folgenden Sekunde zurücklegen würde, wenn die Kraft in diesem Momente aufhörte zu wirken. Dass wir im stande sind, auch die Einwirkung von Naturkräften auszuschalten, beweist schon die Atwoodsche Fallmaschine. Der Begriff der Zeiteinheit, der Sekunde, ist der fünfte der hier eintretenden Begriffe; dieser aber ist allgemein geläufig.

Die Einheit der Kraft ist nun dann vorhanden, wenn wir sehen, dass einem Kubikcentimeter Wasser von 4^0 C oder einer ihm gleichen Masse, die wir wohl am besten mit dem Namen der Grammmasse bezeichnen, in einer Sekunde eine Geschwindigkeitsänderung von 1 cm erteilt wird, und zwar nennen wir diese Krafteinheit die absolute Einheit der Kraft, weil sie nur auf den sogenannten absoluten Einheiten der Länge (1 cm), der Masse (1 ccm Wasser) und der Zeit (1 Sek.) beruht und diese für alle Punkte der Erdoberfläche, ja für alle Punkte des ganzen unendlichen Raumes unveränderlich**) sind, dieselbe Grösse haben, was natürlich auch von allen anderen daraus abgeleiteten Grössen gilt. Die oben genannten Grundmasse und die daraus abgeleiteten Grössen bilden dann das sogenannte absolute Masssystem und zwar nach den ihm zu Grunde gelegten absoluten Einheiten das Centimeter-Grammmasse-Sekundensystem, abgekürzt das Centimeter-Gramm-Sekundensystem. (C-G-S.)

Wie können wir uns nun von der Einheit der Kraft eine Vorstellung machen? Die Schwerkraft erteilt in unseren Breiten einem ccm Wasser in einer Sekunde 981 cm Geschwindigkeitsänderung; die absolute Krafteinheit, eine Dyne genannt, würde aber, auf dieselbe Masse dieselbe Zeit hindurch wirkend, stets nur 1 cm Geschwindigkeitsänderung hervorrufen. Die Kraft, mit der die Masseneinheit von der Erde angezogen wird, ist also 981 mal so gross wie eine Dyne oder umgekehrt, eine Dyne ist der 981. Teil der Schwerkraft auf 1 ccm Wasser, der 981. Teil eines Grammes; denn Gramm ist keine Masse, sondern eine Kraft. Eine Dyne wird demnach etwa durch ein Milligramm vertreten. Die im Anfange angegebene Arbeitseinheit, das Meterkilogramm, würde also, nach absoluten Arbeitseinheiten gemessen, die Masszahl 981 . 100 . 1000, das Centimetergramm die Masszahl 981 ergeben. Die absolute Arbeitseinheit nennt man ein Erg.

Wenn wir nun sagen, die Arbeit ist das Produkt aus Kraft und Weg und einmal, wie im

*) Nach Professor Möller ist die mechanische Kraft ein Zustand oder Vorgang, bei welchem Bewegungsgrösse von einer Masse auf eine andere Masse übertragen wird. (Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleisses, 18. Heft. Systematik der Kräfte.)

**) Als man in Frankreich das Centimeter als den tausendmillionsten Teil des Erdquadranten festlegte, glaubte man ein unverlierbares, unveränderliches Mass geschaffen zu haben. Da sich aber die Erde in ihren Dimensionen selbst verändert, so haben wir in ihm streng genommen kein absolutes Mass vor uns, weshalb man damit umgeht, eine andere, feststehende Längeneinheit in der Länge einer bestimmten Lichtwelle einzuführen.

Anfange, diejenige Kraft die Kraft 1 nennen, die von der Schwere auf 1 ccm Wasser ausgeübt wird, das andere Mal die die Kraft 1 nennen, die einem ccm Wasser die Beschleunigung 1 cm erteilt, so ist klar, dass sich mindestens die Masszahlen einer bestimmten, nach den beiden verschiedenen Angaben gemessenen Arbeit unterscheiden müssen. Je grösser die Masseinheit, um so kleiner die Masszahl und umgekehrt. Es dürfte sich aber noch eine andere Bemerkung nötig machen. Wenn wir sagen, die Einheit der Kraft ist vorhanden, wenn die Masse von 1 ccm Wasser in 1 Sekunde die Beschleunigung 1 cm erhält, so machen wir die Kraft abhängig von den genannten drei Grössenarten: Masse, Zeit, Länge. Leiten wir daraus noch andere, davon abhängige Grössen, und zwar in ihrem mathematischen Ausdrucke ab, so bewegen wir uns dabei immer in dem Länge-Masse-Zeitsystem, und zwar nach dem soeben Gesagten zunächst in dem absoluten Länge-Masse-Zeitsystem. Allgemeiner wird diese Abhängigkeit einer Grösse von den drei als unabhängig eingeführten Grössen durch einen dimensionalen Ausdruck derselben gegeben. Wir nennen einen solchen Ausdruck die Dimension der Grösse. Die Einheit der Geschwindigkeit können wir z. B. durch das Symbol $[LT^{-1}]$, der Beschleunigung durch $[LT^{-2}]$, der Kraft durch $[L M T^{-2}]$ und endlich der Arbeit durch $[L^2 MT^{-2}]$ ausdrücken, wobei eben L, M, T nur Symbole für die gewählten Einheiten sind und die Klammer speciell ein Symbol für die genannten absoluten Einheiten sein kann. Die Masszahlen der Grössen selbst sind von denselben Dimensionen und werden mit den entsprechenden kleinen Buchstaben bezeichnet, so dass z. B. der vollständige Ausdruck für den Arbeitsbegriff lauten würde: $l^2 m t^{-2}$. $[L^2 M T^{-2}]$.

Wenn wir nun die Kraft nicht nach absoluten, sondern nach Schwerkrafteinheiten definierten, so würden wir zwar wieder ein L-M-T-System erhalten, es würde aber bei derselben Längen-, Massen- und Zeiteinheit in einer bestimmten geographischen Breite eine Beschleunigung von 981 cm eintreten, was aber einer sozusagen reinen Definition zuwiderläuft; denn bei letzterer verlangen wir eben, dass aus ihr immer wieder reine Einheiten zu Tage treten. Das ist eine Forderung der fortgeschrittenen mathematisch-physikalischen Erkenntnis. Diese Forderung ist aber hier nicht erfüllt, da wir keine Längeneinheit von 981 cm besitzen. Um gegen diesen Uebelstand, der übrigens auch noch eine materielle Seite hat, da, sobald die Arbeit durch die weiter unten definierte lebendige Kraft ausgedrückt wird, der dadurch entstehende Zahlenfaktor für die Rechnung lästig ist, eine Abhilfe zu schaffen, so hat man an Stelle der Masse die Kraft und zwar, was nahe lag, die Schwerkraft als dritte Unabhängige eingeführt und dadurch ein L-S-T-System geschaffen. Man hat nun so definiert: Ein Körper hat die Masse 1, wenn ihm die Schwerkraft die Beschleunigung von 1 cm in 1 Sek. erteilt. Die unbequeme Zahl 981 als Beschleunigungszahl ist damit verschwunden, sie schleicht sich aber sogleich wieder an andrer Stelle ein. Es hat ja dann das ccm Wasser, (unser Gramm) nur $\frac{1}{981}$ Masseneinheiten; denn da 1 ccm Wasser durch die Schwerkraft die Beschleunigung 981 erhält, so erteilt dieselbe Kraft erst einer Masse von 981 ccm Wasser die Beschleunigung 1 (die Schwerkraft natürlich von der Erde losgelöst gedacht), und demnach fassen 981 ccm die Masse 1, das ccm Wasser die Masse $\frac{1}{981}$ in sich.

Aus diesen Gründen hat man in der Lehre von der Elektricität und dem Magnetismus das absolute Mass-System eingeführt. Da aber das L-S-T-System in der Mechanik noch allgemein gebräuchlich ist, und wir ebenfalls darauf zurückkommen müssen, so schien es uns notwendig zu sein, etwas näher auf diese Frage einzugehen.

Nun noch eine zweite Bemerkung. Wenn wir einen bestimmten Weg hindurch eine Kraft, die 1 ccm Wasser eine Geschwindigkeitsänderung von 1 cm in 1 Sekunde erteilt, überwinden, so leisten wir eine gewisse Arbeit, die 981 mal so klein ist, als wenn wir die auf 1 ccm Wasser einwirkende Schwerkraft dieselbe Strecke hindurch in vertikaler Richtung nach oben hin überwinden. Wir schliessen, die absolute Krafteinheit erteilt dem Körper die Geschwindigkeit 1 in 1 Sekunde, die Schwerkraft würde ihm die Geschwindigkeit 981 erteilen, also kann die erstere Kraft auch nur den 981. Teil der Arbeit auf besagter Strecke leisten. Damit wäre eine Verbindung zwischen den beiden oben angegebenen Arbeitsdefinitionen hergestellt. Steht nicht aber im ersten Falle, könnte man fragen, der Geschwindigkeitsbegriff im Vordergrunde, ist da nicht die Kraft erst definiert durch Einführung der Geschwindigkeit und also nur mittelbar gegeben, während es sich bei dem zweiten um eine unmittelbar gegebene, jederzeit durch das Gewicht festzustellende Kraftgrösse handelt? Wenn die Kraft mit Hilfe der Geschwindigkeit definiert werden kann, so muss es doch auch möglich sein, die Arbeit mit Hilfe der Geschwindigkeit, die uns ja die Kraft giebt, zu berechnen. Dies ist allerdings möglich, und der scheinbare Zwiespalt zwischen beiden Definitionen hat seinen Grund, um dies sogleich zu sagen, nur darin, dass die Arbeit, wie sie ganz im Anfang definiert war, den Zeitbegriff zunächst ausschliesst, während die zweite Definition, die von einer Geschwindigkeitserteilung spricht, ihn in sich enthält, denn ohne den Zeitbegriff keine Geschwindigkeit. Wir können aber sofort beide verschiedenartige Definitionen vereinigen, wenn wir auch in die erste den Zeitbegriff einführen.

Heben wir p Kilogramm s Meter hoch, so leisten wir eine Arbeit von $p \,.\, s$ Meterkilogramm; die so in der gehobenen Masse angehäufte Arbeit hat man potentielle Energie oder Energie der Lage genannt. Lassen wir darauf die p Kilogramm wiederum den Weg s (im luftleeren Raume) hindurch fallen, so geschieht dies in einer ganz bestimmten Zeit, während welcher der Körper eine ganz bestimmte Geschwindigkeit erhält. Es muss dabei nach dem Satze von der Erhaltung der Arbeit, der Energie, dieselbe Arbeit wiedergewonnen werden, oder besser, sie muss uns in dem nunmehr mit Geschwindigkeit begabten Körper in gleicher Grösse als sog. aktuelle Energie, auch Energie der Bewegung oder lebendige Kraft genannt, wieder zur Verfügung stehen, und dieser Arbeitswert ist jetzt mit Hilfe der anderen Art der Definition, mit Hilfe der in der gewissen Zeit erlangten Geschwindigkeit zu berechnen. Der Fallraum s ist $\frac{1}{2} g t^2$, worin g für unsere Breite 9,81 m und t die Anzahl der Sekunden, die der Körper braucht, um s Meter zurückzulegen, bedeutet. Wir hätten dann $p \,.\, s = p \,.\, \frac{1}{2} g t^2$, und da $p = mg$, wobei m die Masszahl der nach L-S-T-Einheiten gemessenen, in p enthaltenen Masse ist (also $\frac{p}{981}$, wenn das cm, und $\frac{p}{9,81}$, wenn das m die Längeneinheit ist), so können wir schreiben $p \,.\, s = mg \,.\, \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} m g^2 t^2 = \frac{1}{2} m (gt)^2 = \frac{1}{2} m v^2$, da g die in 1 Sek., gt die in t Sekunden erlangte Geschwindigkeit ist. Auch numerisch müssen die beiden Seiten $p \,.\, s$ und $\frac{1}{2} m v^2$ gleich sein. Wir wählen dafür ein recht einfaches Beispiel.

Setzen wir $p = 1$ kg und $s = 4,95$ m, wobei wir den Weg schon so wählen, dass er in 1 Sekunde durchlaufen wird, so ist einmal die Arbeit $p \,.\, s = 1 \,.\, 4,95$ mk und auch $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9,81} (9,81 \cdot 9,81) = 4,95$ m k. oder für das absolute System $p \,.\, s = 981 \,.\, 4,95 \,.\, 100 \,.\, 1000$, da jetzt die Krafteinheit $981 \,.\, 1000$ mal so klein, also ihre Masszahl ebensoviel mal so gross ist; und $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \,.\, 1 \,.\, 981 \,.\, 981 \,.\, 1000$, da die Masse von 1 kg in diesem mit 1000 zu geben ist; denn in 1 gr steckt hier die Masseneinheit. Wir sehen hier noch einmal, dass wir, um einen durch das praktische, das L-S-T-System ausgedrückten Arbeitswert in das absolute System überzuführen, in jedem Falle mit $981 \,.\, 100 \,.\, 1000$ zu multiplicieren haben, während im umgekehrten Falle mit derselben Zahl zu dividieren ist.

Das Produkt $\frac{1}{2} m v^2$ ist, wie wir schon sagten, die sog. lebendige Kraft, d. h. wenn wir der Masse m die Geschwindigkeit v erteilen, so leisten wir damit ebenso eine Arbeit, als wenn wir dieselbe Kraft, die diese Geschwindigkeit hervorbringt, einen gewissen Weg hindurch überwinden. Diese Arbeit ist aber, wie wir sehen, nicht proportional der Geschwindigkeit, sondern dem Quadrate derselben. Wie dies in der Sache selbst begründet ist, werden wir weiter unten unmittelbar erfahren. Hier haben wir es durch Rechnung gefunden. Noch eins. Erteilen wir dem Körper mit der Masse m die Geschwindigkeit v_2 und erhöhen diese dann auf v_1, so haben wir anfangs den Arbeitswert $\frac{1}{2} m v_2^2$, am Ende $\frac{1}{2} m v_1^2$ in dem Körper, also haben wir diesem durch die Geschwindigkeitserhöhung von v_2 auf v_1 den Arbeitswert $\frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2)$ hinzugefügt. In dieser allgemeineren Form wird die durch Geschwindigkeitszunahme geleistete Arbeit gewöhnlich ausgedrückt.

b) Anwendung des Arbeitsbegriffes auf die Elektricität mit Hilfe des Potentials.

Eine auf einem Körper (Leiter) angehäufte Elektricitätsmenge birgt einen gewissen Arbeitswert, eine gewisse Arbeitsmenge oder -masse, eine Energiemasse in sich. Sie wird gegeben durch das sogenannte Potential der Menge auf sich selbst. Wie kommen wir aber zu diesem Potential der Menge auf sich selbst? Zwei Elektricitätsmengen wirken mit einer gewissen Kraft auf einander ein, deren Grösse proportional dem Produkte der Mengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung ist, wobei Elektricitätsmengen derselben Art sich gegenseitig abstossen, ungleichartige sich anziehen, was sich durch folgende Gleichung ausdrücken lässt: $k = \pm c \frac{m \cdot m_1}{r^2}$, worin k die Kraft, c einen konstanten Faktor, m und m_1 die Elektricitätsmengen und r die Entfernung bedeuten. Wenn wir nun bei $k = 1$ und $r = 1$ bestimmen, dass die beiden Körper, bei möglichst geringer Ausdehnung und gleicher Anordnung der Mengen auf ihnen, je mit der Menge 1 geladen seien, so wird der Faktor c von selbst gleich 1, und wir haben dann die Elektricitätsmengen nach absolutem Masse bestimmt, sobald k ebenfalls nach absolutem Masse gegeben ist.

Wenn wir uns nun die Einheit der Elektricität gegen eine beliebige Elektricitäts-Masse gleicher Art bewegt denken, so muss selbstverständlich eine Arbeit geleistet werden, da einen Weg entlang eine Kraft überwunden werden muss. Die Arbeit aber, die zu leisten ist, um die Einheit der Elektricität von der Unendlichkeit her bis auf den mit einer gewissen Menge gleichartiger Elektricität geladenen Körper zu bewegen, heisst das Potential dieser Menge. Dieses Potential hängt ausser von der Verteilung der Menge auf dem Körper, wobei Gestalt und Grösse des letzteren massgebend sind, vor allem von der Dichte der Elektricitätsmenge in jedem einzelnen Punkte, also von der Menge ab, die auf der Einheit der Fläche gelagert ist. Es ist proportional der Dichte der gelagerten Menge; denn die in die Ferne ausgeübte Kraft ist proportional dieser Dichte, und dieser Kraft ist wieder proportional die Arbeit, wenn es sich um dieselbe Wegstrecke handelt. Eine Vorstellung von dem verschiedenen Grade der Dichte, also von dem ihr proportionalen Potentiale erhalten wir durch das gewöhnliche Elektroskop; denn hier gilt: Je dichter die Massen auf dem Körper gelagert sind, um so dichter auch auf dem mit ihm in Verbindung stehenden Elektroskopplättchen, um so grösser dann auch die Abstossung bez. Anziehung derselben. Wenn wir uns nun zunächst den Körper ungeladen vorstellen und auf diesen Einheit um Einheit der Elektricität aus dem Unendlichen herangebracht denken, so haben wir für dies Heranbringen der ersten Einheit die Kraft 0, also die Arbeit 0 aufzuwenden, während die Heranbringung der nächsten schon eine von 0 verschiedene Arbeit erfordert; dieselbe wächst von Einheit zu Einheit, bis sie bei Heranbringung der letzten Einheit ihre Endhöhe erreicht; und diesen letzten Arbeitswert nennen wir, wie oben schon gesagt, das Potential. Die Gesamtarbeit, die endlich in dem geladenen Körper steckt, und die uns dann zur Verfügung stehen würde, ist $\frac{V \cdot Q}{2}$, wenn wir unter V die oben definierte Arbeit und unter Q die Masszahl der ganzen Ladung verstehen; denn die abstossende Kraft bei jedem neu heranzubringenden Teilchen, bei jeder neuen Einheit, wächst proportional der schon gelagerten Menge, proportional ihrer Dichte; es ist ja kein Grund vorhanden, warum man etwa nach beendigter Auflagerung neuer Massen eine andere Verteilung in den einzelnen Punkten, eine Verschiebung der Dichtigkeiten annehmen sollte. Dieser Kraft aber ist wieder proportional die Arbeit, die erforderlich ist, um stets dieselbe Menge, die Einheit heranzubringen. Der Anfangswert der Arbeit ist 0, der Endwert war mit V bezeichnet, und daraus ergiebt sich der Mittelwert, eben wegen des proportionalen Wachstums des Potentials, $\frac{V}{2}$. Diese Arbeit ist aber so oft zu leisten, wie eine Einheit herangebracht werden muss, d. h. Q mal, wenn Q die Masszahl der am Schlusse angehäuften Menge bedeutet.

Wir ersehen daraus, dass uns V, das Potential, auch ein Massstab sein kann für die ganze angehäufte Arbeit, für das Potential der Menge auf sich, für das Selbstpotential; es braucht uns dann nur noch die Elektricitätsmenge Q bekannt zu sein.

Ist diese konstant, so ist das Selbstpotential direkt proportional dem Potentiale.

Können wir nun dieses eben definierte Potential wirklich messen? Das gewöhnliche Elektroskop giebt uns, wie schon oben angedeutet, nur proportionale Zahlen dafür an, das absolute Elektrometer von Thomson dagegen das Potential in absoluten Einheiten, bei beiden Instrumenten kommen aber nur Potentialunterschiede in Betracht. Beide befinden sich in einer elektrisch geladenen Umgebung, sagen wir, in einer elektrischen Masse, z. B. der Luft und haben sich bis zum Gleichgewicht mit ihrer Umgebung, um einmal diesen Ausdruck zu gebrauchen, mit Elektricität vollgesogen. Nur ein Mehr oder Weniger einer darauf erfolgenden Veränderung in der Ladung kommt in der abstossenden Wirkung der Elektroskop-Fäden zum Ausdruck, das Mehr oder Weniger, so weit es sich von der ursprünglich gelagerten Masse abhebt.

Die mathematische Rechnung beweist, dass, falls nur das Gesetz $\frac{m \cdot m_1}{r^2} = k$ gilt, alle Punkte des Raumes, auf die eine Elektricitätsmenge eine gleich grosse anziehende oder abstossende Kraft ausübt, auf zusammenhängenden Flächen, die sich im allgemeinen schalenförmig um den geladenen Punkt herum ausdehnen, auf den sogenannten Niveauflächen liegen. So bildet die Oberfläche eines Leiters, in welchem keine Strömung herrscht (Leiter mit allen damit zusammenhängenden Teilchen, wie z. B. den Elektroskopplättchen), eine Niveaufläche; denn wenn sie keine wäre, würden die Elektricitätsteilchen durch die abstossende Kraft so lange verschoben werden, bis Gleichgewicht, Ruhe einträte. Eine fortgesetzte Bewegung ist aber nach dem Satze von der Erhaltung der Energie nicht möglich. Eine Bewegung der Einheit in einer solchen Niveaufläche erfordert selbstverständlich keine Arbeit, da ja keiner Kraft entgegengearbeitet wird, wohl aber eine Bewegung der Einheit von einer Niveaufläche zu einer anderen. Diese Arbeit ist ein Teil derjenigen, die das ganze Potential darstellt, und diese wieder, mit $\frac{Q}{2}$ multipliciert, ist die Arbeit, um die es sich stets in der Praxis handelt; denn hier kommen nur uns zugängliche Niveau-, Potentialunterschiede in Betracht. Das Selbstpotential würde dann in dieser Beschränkung die Arbeit sein, die wir leisten müssen, um die vorhandene Masse von dem einen bekannten Niveau auf ein anderes bekanntes zu bringen, welche Arbeitsmenge uns dann, falls nur die Elektricitätsmenge an dem Körper haften bleibt, jederzeit wieder zur Verfügung stehen würde.

Wir gehen gewöhnlich von dem elektrischen Niveau der Erde aus, das wir, eigentlich willkürlich, mit o bezeichnen. Es handelt sich also, um dies nochmals zu betonen, stets nur um Potentialdifferenzen, und über diese Potentialdifferenzen giebt uns das absolute Elektrometer von Thomson zahlenmässigen Aufschluss.

Bezeichnen wir die Potentiale zweier Körper mit V_1 und V_2, wobei V_1 das höhere Potential bedeuten soll, und denken wir uns die Elektricitätsmenge Q von V_2 auf V_1 gebracht, so steht uns dann die Arbeit $\frac{Q(V_1 - V_2)}{2}$ zur Verfügung, da wir sie vorher verbraucht haben. Bei konstantem Q kommt es also nur auf $V_1 - V_2$, auf die Potentialdifferenz an, nicht aber darauf, von welchem Potentialniveau wir ursprünglich ausgehen, ob zum Beispiel von dem der Erde oder von irgend einem anderen, höher oder niedriger gelegenen.

Wenn wir nun die Menge Q von dem höheren Potentiale auf das niedere sich zurückbegeben lassen, so können wir wieder nützliche und zwar, wie schon gesagt, die gleiche Arbeit erhalten. Dies Zurückbegeben auf das alte Niveau nennen wir Fliessen, den Fluss selbst den Strom. Bei der Reibungselektricität mit ihren hohen Spannungen geht der Fluss fast augenblicklich vor sich und das andere Niveau, gewöhnlich das Niveau o im obigen Sinne, ist alsbald erreicht, da für gewöhnlich keine neuen Elektricitätsmengen in dem Körper mit höherem Potentiale nachgeschaffen werden. Anders verhält es sich bei den elektrischen Elementen und den elektrischen Maschinen. Hier haben wir eine dauernde Quelle der Elektricität und demnach auch einen andauernden Strom. Im übrigen sind die hierauf bezüglichen Betrachtungen dieselben wie oben; und doch ist ein Unterschied vorhanden. Wenn wir Elektricität anhäufen, das Selbstpotential erzeugen, so steigern wir das Potential von o bis V, bis zum Endwerte, bezüglich von V_2 auf V_1. Umgekehrt fällt das Potential von V bis o (bez. von V_1 bis V_2), wenn die Elektricität zurückfliesst. Anders wiederum bei den Elementen. An den Berührungsstellen im Elemente wird ja trotz des Abflusses immer von neuem dasselbe Potential wiederhergestellt, erhalten, und es fliessen die Teilchen immer unter demselben Drucke ab. Die umliegenden Teilchen üben nämlich auf das fortschreitende einen gewissen Druck aus. Dann ist aber auch die ganze Arbeit nicht $\frac{Q \cdot V}{2}$ (bez. $\frac{Q(V_1 - V_2)}{2}$), sondern $Q \cdot V$ (bez. $Q(V_1 - V_2)$). In der Lehre von der sog. galvanischen Elektricität wird V auch mit dem Namen der elektromotorischen Kraft (e)*) oder mit dem der Spannung belegt und Q gemessen nach der Menge, die in der Sekunde durch den Querschnitt hindurchgeht (i); so kommen wir zu der Formel $e \cdot i$, welche den Arbeitswert in der Sekunde, den Arbeitseffekt des Stromes i bei der Spannung e ausdrückt. Dass in der Technik die Einheiten von e und i numerisch andere sind als in der Reibungselektricität für V und Q, da jene auf dem elektromagnetischen Masse mit Beifügung von für die Praxis passenden konstanten Faktoren, diese auf dem sog. elektrostatischen Masse beruhen, wollen wir nur beiläufig erwähnen; ihrem Wesen nach aber sind sie nicht von einander verschieden. Nicht unerwähnt wollen wir ferner lassen, dass wir, da V und e und ebenso $V \cdot Q$ und $e \cdot i$ Arbeitsmengen bedeuten, hier unter Q und i nur Masszahlen von Elektricitätsmassen vor uns haben.

Sobald die Elektricität in Fluss gerät, was eintritt, wenn wir die beiden Enden der Elektricitätsquelle durch einen sogenannten Leiter verbinden, so erfährt sie, wie wir aus der Praxis wissen, auf ihrem Wege ein gewisses Hemmnis, einen gewissen Widerstand. Es hat sich gezeigt, dass trotz der sich gleichbleibenden elektromotorischen Kraft an der Elektricitätsquelle die Strommenge, die während der Zeiteinheit durch einen Querschnitt eines Körpers hindurchgeht, abhängig ist einmal von dem Stoffe, woraus der Körper besteht, und zweitens von der Gestalt desselben, von seinem Querschnitte und seiner Länge. Das dabei auftretende Gesetz hat Ohm abgeleitet und durch das Experiment bestätigt gefunden. Es lautet $i = \frac{e}{w}$, wobei w das Symbol des Widerstandes, von dem das oben Gesagte gilt, bedeutet, oder: «In einem geschlossenen Stromkreise ist die Stromintensität proportional der gesamten elektromotorischen Kraft und umgekehrt proportional dem Gesamtwiderstande». In einer anderen Form geschrieben lautet das Gesetz: $i\,w = e$. Wie wir schon wissen, ist e eine Arbeit und i eine Masszahl, nämlich die der Stromintensität, die ganz absieht von dem, was sich bewegt, und eben nur die Intensität dieser Bewegung angiebt, weshalb w seinem Wesen nach ebenfalls eine Arbeit bedeuten muss. Wenn wir die Gleichung in der Form $\frac{e}{i} = w$ schreiben, so sehen wir, dass w das im ganzen Stromkreise für die Stromeinheit verbrauchte Potential ist. Der Widerstand ist also eine Arbeitsmenge und zwar diejenige, die während des Durchfliessens verbraucht wird, gewissermassen in der Gesamt-Leitung haften bleibt, immer auf die Einheit der Stromintensität gerechnet.**) Um dies noch besser verstehen zu können, müssen wir daran denken, dass die zur Verfügung stehende Arbeit, deren Herd der Einfachheit wegen zunächst nur in einem Punkte oder einer Fläche sich befinde, dass also z. B. nur eine

*) Bei der Bildung des Ausdruckes «elektromotorische Kraft» hat man ursprünglich jedenfalls an die Kraft gedacht, welche an den Berührungsstellen heterogener Körper die Elektricität scheidet. Später hat man damit die dadurch erzeugte Spannung ausdrücken wollen, und endlich hat man damit die durch die Spannung angezeigte potentielle Energie, soweit sie durch das Potential angegeben wird, bezeichnet. Wir führen also zwei Begriffe, die wirklich scheidende Kraft und einen gewissen Teil der dadurch erzeugten Energie, die das Potential angiebt, unter einem und demselben Namen, so dass eine scharf ausgesprochene Scheidung, um nicht Verwirrung anzurichten, eigentlich notwendig wäre.

**) Unter Widerstand wird freilich heute noch gewöhnlich die Kraft verstanden, welche den Strom hemmt und dadurch die aufgespeicherte Energie vermindert, nicht diese Energie selbst. Ist es nicht aber nur konsequent gehandelt, wenn wir, wie wir an Stelle einer Kraft die durch sie erzeugte Energie (das Potential) einführen, auch unter Widerstand eine gewisse Arbeit (das verzehrte Potential) verstehen? Es gilt aber auch hier, dass die Einführung eines besonderen Namens für den zweiten Begriff wünschenswert wäre.

Berührungsstelle vorhanden sei, während des Flusses in dem Stromkreise verbraucht wird, und dass, wenn die Strombahn überall ganz gleichartig beschaffen ist, was wir ebenfalls der Einfachheit wegen annehmen wollen und können, der Arbeits-Verbrauch proportional der Weglänge vor sich gehen muss. Ziehen wir demnach an irgend einer Stelle den nten Teil des Weges in Betracht, so beträgt der Verbrauch der Arbeit, der Abfall des Potentials für diese Strecke ebenfalls nur den nten Teil. Da aber die Stromintensität dadurch nicht betroffen wird, so haben wir $\frac{\frac{e}{n}}{i} = \frac{w}{n}$; $\frac{w}{n}$ ist wieder der Potential-Verbrauch für den Strom 1, jetzt jedoch nur für den betrachteten Teil der Strombahn. Schreiben wir diese Gleichung in der Form $i = \frac{\frac{e}{n}}{\frac{w}{n}}$, so sagt sie uns obendrein, dass das Ohmsche Gesetz auch für jeden beliebigen Teil der Stromleitung gilt. Wir erinnern noch daran, dass e und ebenso $\frac{e}{n}$ nur Potential-, Arbeitsdifferenzen darstellen. Allgemeiner: Ist e_1 die Potentialdifferenz zwischen einem bestimmten und dem mit niedrigstem Potentiale versehenen Punkte und ebenso e_2 von derselben Bedeutung für einen anderen Punkt der Leitung, so ist die zwischen den beiden Punkten verbrauchte Arbeit $i\,(e_1-e_2)$, und setzen wir iw_1 für e_1 und iw_2 für e_2, so erhalten wir die bekannte Formel $i^2(w_1-w_2) = i^2w$, wobei w der Widerstand der betrachteten Strecke ist.

Wie der in einer Strecke verbrauchte Arbeitswert nur von dem Unterschiede der an ihrem Anfange und Ende herrschenden Potentiale und der Masszahl des Stromes abhängt, so selbstverständlich auch die in dem ganzen Stromkreise dargebotene Gesamtarbeit $e \cdot i$, gleichgiltig auf welcher Höhe sich sonst Anfangs- und Endpunkt befinden.

Am Schlusse dieses Abschnittes wollen wir nicht unterlassen, zu bemerken, dass sich alle unsere Betrachtungen nur auf die Arbeitswerte, die in Elektricitätsmengen enthalten sind, beziehen, sich auf dem Arbeitsbegriffe aufbauen, ohne dass wir auch nur irgend welche bestimmte Voraussetzungen über das Wesen der Elektricität gemacht haben, noch zu machen nötig hatten. Die Heranziehung der über das Wesen der Elektricität bisher aufgestellten Hypothesen würde uns in ein ganz anderes Gebiet führen, das wir hier absichtlich gemieden haben.

II.

Apparat zur Veranschaulichung der hauptsächlichsten elektrischen Begriffe und Gesetze.

a) Allgemeine Vorbemerkungen.

Wenn nun auch die bisher erwähnten Begriffe und Ableitungen dem Fachmanne Schwierigkeiten nicht bieten, so doch demjenigen, der sich in die Lehre von der Elektricität einführen will oder der eingeführt werden soll. Man hat daher für diese Begriffe von jeher nach veranschaulichenden Beispielen gesucht, um der Vorstellungskraft durch Vergleiche zu Hilfe zu kommen, und hat für diesen Zweck wohl zuerst und fast immer das Wasser, natürlich nur soweit es mechanische Arbeit in sich bergen kann, herangezogen. Wir werden uns schliesslich einem anderen Hilfsmittel, nämlich der Luft zuwenden, doch möchten wir zunächst einige, in der Hauptsache auch für letztere geltende Betrachtungen anstellen.

Um ein Gefäss von 1 qcm Querschnitt und h cm Höhe mit Wasser zu füllen und zwar mit Wasser, das sich vor begonnener Füllung auf dem Niveau des Gefässbodens befindet, sind $\frac{h}{2} \cdot h$ cmg Arbeit nötig, da die mittlere Hubhöhe $\frac{h}{2}$ und die Anzahl der gehobenen ccm Wasser h ist. Wenn die Grundfläche f qcm enthält, so ist die zu leistende Arbeit $\frac{h}{2} \cdot h \cdot f$. Diese Arbeitsmenge können wir, wie früher $\frac{QV}{2}$, das Selbstpotential nennen, da ebenso, wie bei der Ladung eines Körpers mit Elektricität, hier die neu hinzuzuführenden Wasserteilchen den sich stets steigernden Druck der schon im Gefässe befindlichen überwinden müssen, falls wir uns nur die immer neu einzuführenden Teilchen vom Boden her zugeführt denken. Wir dürfen aber dabei nicht übersehen, dass, wie wir in der Praxis immer nur einen Teil der oben angegebenen Grösse $\frac{QV}{2}$, nämlich $\frac{Q(V_1-V_2)}{2}$ vor uns haben, es sich auch hier nur um Niveaudifferenzen handelt, da das Niveau des Bodens durchaus nicht das absolute o-Niveau ist, welch letzteres ja erst im Mittelpunkte der Erde zu finden wäre.

Die Arbeit nun, die wir brauchen, um 1 ccm Wasser auf die Höhe h zu heben, ist dann entsprechend das Potential (genauer ein gewisser Teil desselben) zu nennen, und dies hat also als Masszahl die Masszahl der Höhe. Da das Potential h sowohl wie $\frac{h}{2} \cdot h$, die zur Füllung eines 1 qcm Grundfläche und h cm Höhe haltenden Gefässes nötige Arbeit, und ebenso $f \cdot \frac{h}{2} \cdot h$ Arbeitswerte sind, so haben hier $\frac{h}{2}$ und $\frac{h}{2}f$ nur die Bedeutung von Masszahlen. Wie weiter in $\frac{Q \cdot V}{2}$ Q die Masszahl der angehäuften Elektricitätsmenge ist, so ist analog in $\frac{h}{2} \cdot h \cdot f = \frac{h \cdot f \cdot h}{2}$ hf die Masszahl der gehobenen Wassermenge, was uns aber hier unmittelbar vor Augen steht. Wenn wir das gehobene Wasser wiederum in das alte Niveau, in das der Grundfläche zurücklaufen lassen, so wird die vorher darin aufgespeicherte Arbeit wieder frei, wobei es nicht darauf ankommt, ob wir uns zuvor das ganze System durch Heben oder Senken an einen andern Ort im Raume versetzt denken; der dem Systeme innewohnende Arbeitswert ändert sich dadurch in sich nicht. Es kommt für ihn, wie bei der Elektricität, immer nur auf den Niveauunterschied, nicht auf die sonstige Lage der Niveaus im Raume an, die übrigen Verhältnisse als konstant vorausgesetzt. Bei der Höhe h des angefüllten Raumes fasst das Gefäss die Wassermenge hf und die Arbeitsmenge $\frac{hf \cdot h}{2}$. Beide Grössenarten hängen ausser von der Wasser-Höhe auch noch von der Grösse der Grundfläche ab. Je grösser diese ist, um so mehr kann das Gefäss bei derselben Höhe Wasser fassen, um so grösser ist dann aber auch die angehäufte Arbeitsmenge; f nennen wir daher passend die Kapacität, die Fassungsfähigkeit, deren Masszahl also mit der Masszahl der Fläche zusammenfällt. Ist $h = 1$, so ist die angehäufte Wassermenge f und die Arbeitsmenge $\frac{f}{2}$. Ist die Kapacität gleich 1, so ist bei der Höhe h die Wassermenge gleich h und die angehäufte Arbeitsmenge $\frac{h \cdot h}{2}$. Ganz analog sind die Verhältnisse in der Elektricität. Ist das Potential 1, so fasst ein Körper eine gewisse Elektricitätsmenge C, die von der Gestalt und Grösse des Körpers und von seiner Umgebung abhängig ist. Ist das Potential V, so muss die Dichtigkeit, wie wir oben gesehen haben, V mal und demnach auch die gesamte Menge der angehäuften Elektricität ebenso viel mal so gross werden; es ist dann $Q = CV$, wobei C eben die Kapacität bedeutet. Ist $V = 1$, so ist die angehäufte Elektricitätsmenge C und die angehäufte Arbeit $\frac{C}{2}$. Ist $C = 1$, so ist erstere V und letztere $\frac{V \cdot V}{2}$. $\frac{CV \cdot V}{2} = \frac{QV}{2}$ und $\frac{fh \cdot h}{2}$ sind Arbeitswerte und, wie wir schon früher sagten, V und h diejenigen Arbeitswerte, die für Hebung der bezüglichen Einheiten auf ihre Höhen V und h nötig sind. Dann sind aber die anderen Faktoren CV und fh hier Masszahlen, welche Bedeutung sie sonst auch haben mögen. Sind wir im stande, auf irgend eine Weise die Grösse dieser Masszahlen aufzustellen, so haben wir hier bei unserer Betrachtungsweise nicht nötig, über das eigentliche Wesen der durch sie ausgedrückten Grössen weitere Annahmen zu machen, Hypothesen aufzustellen, was insbesondere von der Elektricität gilt. Wir haben es hier in beiden Fällen eben nur mit Arbeitswerten zu thun.

Das V in $\frac{Q \cdot V}{2}$ giebt uns eine gewisse Auskunft über die Intensität, mit der die Arbeit geleistet worden ist oder auch rückwärts geleistet werden kann, während der Faktor Q oder CV nur die Quantität der Arbeit angiebt, weshalb man ihn auch in der neueren Physik den Quantitätsfaktor und den ersteren den Intensitätsfacktor genannt hat. Noch besser können wir den Unterschied der beiden Faktoren und die Berechtigung für ihre Bezeichnung aus der Formel $\frac{hf \cdot h}{2}$ erkennen. Der zweite Faktor h giebt uns einen gewissen, bereits festgestellten Arbeitswert an; sagt er uns nicht aber auch zugleich etwas über den Druck aus, unter dem die Bodenfläche steht, über die Heftigkeit, mit der das Wasser bei Öffnung derselben ausfliessen und die ihm innewohnende Arbeit abgeben könnte, während fh als Masszahl des vorhandenen Arbeitsträgers wiederum nur auf die Menge der vorhandenen Arbeit Bezug nimmt? Aber nur beide Grössen in ein Produkt vereint geben den ganzen vorhandenen Arbeitswert an.

Wir hatten in der Einleitung für den Arbeitswert der bewegten Masse $\frac{1}{2}m\,v^2$ gefunden, und diesen Ausdruck schreiben wir nun besser $\frac{m\,v\,.\,v}{2}$, das heisst, die ganze Arbeit, die in dem Körper von der Masse m und der Geschwindigkeit v aufgehäuft ist, besteht, abgesehen von dem Faktor $\frac{1}{2}$, aus den Faktoren mv und v. Bei der Geschwindigkeit 1 bekommen wir für die in der Masse m aufgehäufte Arbeit den Wert $\frac{m}{2}$. Die Masszahl der Masse fällt also mit der Masszahl der Kapacität zusammen, und m v giebt uns bis zu einem gewissen Grade wie CV oder hf Auskunft über die Menge der in dem bewegten Körper aufgespeicherten Arbeit, weshalb man es auch mit dem Namen der Bewegungsgrösse benannt hat, während uns der zweite Faktor v nur über die Intensität der Arbeit etwas aussagt. Wir erkennen nun auch ohne weiteres, warum die Arbeit nicht v proportional sein kann, da nämlich die Kapacität mit demselben Faktor behaftet sein muss, der uns numerisch den Intensitätsfaktor giebt. Handelt es sich aber nur um den numerischen Wert der Arbeit, so können wir wieder $\frac{1}{2}m\,v^2$ schreiben und haben dann die Proportionalität mit dem Quadrate der Geschwindigkeit. Ziehen wir ebenso die beiden anderen entsprechenden Gleichungen abkürzend zusammen, so erhalten wir $\frac{1}{2}C\,V^2$ und $\frac{1}{2}f\,h^2$. Handelt es sich um bestimmte Differenzen des Potentials, der Wasserhöhe und der Geschwindigkeit, so erhalten wir endlich $\frac{1}{2}C(V_1^2-V_2^2)$, $\frac{1}{2}f(h_1^2-h_2^2)$ und $\frac{1}{2}\,m(v_1^2-v_2^2)$.

Ehe wir zu dem Vergleiche des Wasserstromes mit der fliessenden Elektricität und den sich daraus ergebenden Beziehungen übergehen, wollen wir die obigen Betrachtungen auf die Luft ausdehnen. Nach dem Mariotteschen Gesetze gilt für Gase, also auch für Luft: Das Volumen ist umgekehrt proportional dem darauf lastenden Drucke. Denken wir uns nun in einer Röhre von 1 qcm Querschnitt und beliebiger Länge 2 ccm Luft von 1 Atmosphäre Druck abgeschlossen und dann auf 1 ccm zusammengedrückt, so brauchen wir im Durchschnitt eine halbe Atmosphäre Ueberdruck, da derselbe anfangs 0, am Ende 1 Atmosphäre beträgt und von Anfang bis zu Ende, eben nach dem Mariotteschen Gesetze, der Druck proportional der jeweiligen Dichtigkeit wächst. Der Weg, der dabei am Ende zurückgelegt ist, beträgt 1 cm, die Gesamtarbeit also $1\,.\,\frac{1}{2}$ Centimeteratmosphäre, nach welcher sonst ungebräuchlichen Arbeitseinheit wir uns einmal die Arbeit, aber nur vorübergehend, gemessen denken wollen, um hier dadurch den früheren Formeln $\frac{hf\,.\,h}{2}$ und $\frac{CV\,.\,V}{2}$ ganz entsprechende zu erhalten. Wir gehen dabei von dem Niveau einer Atmosphäre als 0-Niveau aus, weil wir bei allen unsern später zu beschreibenden Versuchen allermeist dasselbe zu thun nötig haben. Der ganze Raum, in dem der Apparat, insbesondere die zu verwendenden Manometer sich befinden, steht nämlich von Anfang an und dauernd unter diesem Drucke. Die Arbeit $1\,.\,\frac{1}{2}$ cm-atm. ist es, die wir in der auf 1 ccm zusammengepressten Luft aufgespeichert haben und die uns beim Ablassen derselben in die gewöhnliche Atmosphäre wieder zur Verfügung steht. Pressen wir nun 3 ccm Luft von 1 Atmosphäre auf 1 ccm zusammen, so brauchen wir $2\,.\,\frac{2}{2}$ der obigen Arbeitseinheiten, da wir anfangs wieder den Ueberdruck 0, am Ende den von 2 Atmosphären haben und während des Zusammenpressens einen Weg von 2 cm zurücklegen, bei n ccm demnach entsprechend $n\,.\,\frac{n}{2}$; und hat die Röhre nicht 1 qcm, sondern f qcm Querschnitt, so brauchen wir $n\,.\,\frac{n}{2}\,.\,f$ oder $\frac{nf\,.\,n}{2}$ Centimeteratmosphären, ganz entsprechend den oben angeführten Formeln. Wir können auch hier $\frac{nf\,.\,n}{2}$ das Selbstpotential, n das Potential und f die Kapacität nennen, da $\frac{nf\,.\,n}{2}$ die Gesamtarbeit und n die Arbeit bedeutet, die nötig ist, um 1 ccm auf den Überdruck von n Atmosphären zu erhöhen, zugleich aber auch numerisch mit dem Enddrucke zusammenfällt und f ebenso numerisch mit der Arbeit, die wir brauchen, um f ccm auf den Überdruck 1 zu bringen, ganz wie oben bei dem Wasser. Da wir nun bei unseren später anzuführenden Versuchen durchgehend Wassermanometer benutzen, so haben wir hier nur nötig, den Druck einer Atmosphäre durch 1000 (als runde Zahl) zu geben, was uns zugleich wieder von der obigen Arbeitseinheit befreit, sodass wir dann mit cmg rechnen können. Zwei Bemerkungen sind aber der Versuche wegen hier noch beizufügen. Wir haben nicht nötig, den Querschnitt der Röhre, welche die zusammengepresste Luft und das zusammenpressende Wasser (die dabei gebrauchte Vorrichtung als eine U-förmige Röhre gedacht) enthält, überall von gleichem Querschnitt zu nehmen, weil das Gesetz von der gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten (hier Luft und Wasser) auf gleichgrosse Flächen gilt. Wie gross oder klein wir auch immer den Querschnitt des mit Wasser gefüllten Teiles nehmen, immer wird auf die Einheit der Fläche, da nur Wasser und Luft zusammenstossen, der gleiche Druck ausgeübt, der nur von der Höhe der Wassersäule abhängig ist. Der Teil der Röhre, der die Luft enthält, kann auch aus Stücken von verschiedener Weite zusammengesetzt sein; wir haben nur dann für die verschiedenen Teile die betreffenden Querschnitte als Kapacitätszahlen einzuführen und erhalten so einen Summenausdruck, dessen Glieder sich nur in der Kapacität unterscheiden. Freilich ist dabei stillschweigend vorausgesetzt, dass die Länge der einzelnen Teile, welche die zusammengepresste Luft enthalten, dieselbe, nach der obigen Annahme genauer e 1 cm, sei, was ja aber gewöhnlich nicht der Fall ist, und hierauf bezieht sich unsere zweite Bemerkung. Denken wir uns den Druck durch Wasserdruck (1 Atmosphäre in runder Zahl 1000 cm Wasserhöhe) gegeben, so dürfen wir, streng genommen, nicht 1 ccm in 1 ccm, sondern müssen 1000 ccm in 1000 ccm pressen (alles anfangs von 1 Atmosphäre), damit die Formel $\frac{nf \, . \, n}{2}$ in allen ihren Teilen aufrecht erhalten bleibe; denn sonst würden sich hier für die beiden n verschiedene Werte ergeben. Dann erhalten wir aber, wenn wir denselben Weg einschlagen wie bei den früheren Betrachtungen, zunächst die Formel $\frac{n \, . \, 1000 \, . \, f \, . \, n \, . \, 1000}{2}$, wofür wir nun wieder $\frac{n_1 f n_1}{2}$ setzen können. Wir haben dann als ursprüngliche Länge der Röhre die Zahl 1000, welche Zahl übrigens mit der Druckhöhe der Wassersäule, die einer Atmosphäre gleichkommt, übereinstimmt. Wenn nun aber eine beliebige Länge des Luftbehälters eintritt, so können wir doch immer auf die, sagen wir Einheitslänge zurückkommen und erhalten dann stets die entsprechende Formel. Nehmen wir zum Beispiel an, wir hätten im Anfange, anstatt 1000 ccm in 1000 ccm bei 1 qcm Querschnitt, 2000 ccm in 2000 ccm von 1 Atmosphäre gepresst, so hätten wir 1 Atmosphäre Überdruck und den Weg 2000 und so die Arbeit $2000 \, . \, \frac{1000}{2}$; bei f qcm Querschnitt $2000 \, . \, \frac{1000}{2} \, . \, f$. Ziehen wir aber die 2 des ersten Faktors zu f, so lautet die Formel $1000 \, . \, \frac{1000}{2} \, . \, 2f$ und für n Atmosphären $\frac{1000n \, . \, 2f \, . \, 1000n}{2}$. Wir sagen damit, dass es dasselbe sei, ob wir die Länge doppelt so gross oder den Querschnitt doppelt so gross annehmen, immer erhalten wir denselben Arbeitswert. Wir haben uns nur den Weg halbiert und die beiden Teile nebeneinander gelegt zu denken. Nur daran könnte man Anstoss nehmen, dass jetzt die Kapacität nicht mehr numerisch mit der Querschnittzahl zusammenfällt. Hat nicht aber f bei den früheren Betrachtungen noch ausserdem die Bedeutung der Wassermenge, die sich im Gefäss bei der Einheitshöhe befindet? Die Einheitshöhe wird hier durch die Einheitslänge 1000 vertreten. Haben wir die Länge 2000, so befindet sich in der Einheitslänge die Menge f . 2; wir sind also immer noch berechtigt 2f, allgemeiner nf, als Kapacitätszahl anzusehen. Wie also auch die Röhren und Gefässe beschaffen sein mögen, wir erhalten für das Selbstpotential die Formel $\frac{n_1 \, . \, f_1 \, . \, n_1}{2}$, worin nun n_1 das Potential, aber auch dem numerischen Werte nach die Wasserhöhe bedeutet. Wir können also erst jetzt mit vollem Rechte sagen: Die Höhe der Wassersäule giebt uns unter allen Umständen den numerischen, nicht etwa bloss einen proportionalen Wert des Potentials der zusammengepressten Luft an, und dies zu zeigen war der Zweck dieser Betrachtung.

Wenn der Druck durch die Höhe der Wassersäule gegeben ist, so erhalten wir die ganze Arbeit, welche sich in der in einem gewissen Volumen zusammengepressten Luft befindet, in cmg dadurch, dass wir die Quadratzahl der Wassersäulenhöhe mit der Hälfte der Kapacitätszahl, das ist mit der Hälfte der Zahl multiplicieren, die wir für den Querschnitt durch Reduktion der Länge auf die Einheitslänge von 1000 cm erhalten. Ist der Druck in Atmosphären gegeben, so haben wir die Quadratzahl der Atmosphären mit der Hälfte der Kapacitätszahl, d. i. der Zahl, die wir für den Querschnitt durch Reduktion der Länge auf die Einheitslänge von 1 cm erhalten, zu multiplicieren. Diese Arbeit ist dann in Centimeteratmosphären ausgedrückt und kann durch Multiplikation mit 1032 sehr leicht in cmg umgewandelt werden. Um diese wieder in Meterkilogramme zu verwandeln, haben wir durch 100 . 1000 zu dividieren oder, wollen wir sie in absoluten Einheiten erhalten, mit 981 zu multiplicieren. Bei allen diesen Betrachtungen sind wir von dem Niveau einer Atmosphäre als 0-Niveau ausgegangen, aber selbstverständlich hätten wir auch irgend ein anderes als solches wählen können.

Wenn wir nun gehobenes Wasser oder zusammengepresste Luft abfliessen lassen, so sinkt das Niveau auf das der Umgebung, sagen wir der Kürze wegen auf das Niveau 0. Die vorher darin aufgespeicherten Arbeitsmengen werden dann wieder frei und können anderweitig verwendet werden. Erhalten wir aber das Wasser oder die Luft während des Abflusses der bestimmten Menge auf dem ursprünglichen Niveau, so bekommen wir einen konstant fliessenden Strom, wenn sich sonst alle Verhältnisse gleich bleiben. Die Stärke desselben hängt aber, wie wir schon bei dem elektrischen Strome gesehen haben, nicht bloss von dem Potentialunterschiede, sondern auch von der Beschaffenheit der zu durchfliessenden Strombahn ab. Die Arbeitsmenge, die sich in dem gehobenen Wasser und in der zusammengepressten Luft befindet, steht uns am Ende nicht mehr in vollem Umfange zur Verfügung, sondern verändert sich mehr oder weniger, je nachdem der fliessende Strom auf seiner Bahn den sogenannten Widerstand findet. Das Mass der Arbeitsverminderung ist auch hier wieder das Potential, genauer der Unterschied desselben an den verschiedenen Stellen, und dieses kann, wie wir eben gezeigt haben, sowohl für die das Wasser, wie die die Luft angehenden Betrachtungen durch die Höhen der betreffenden Wassersäulen gemessen werden. Die Höhen der Wassersäulen lassen sich füglich auch mit dem Worte Spannung belegen, weshalb wir dann sagen können, dass der Widerstand durch die Verminderung der Spannung gemessen wird. Die ganze Arbeit, die der Wasser-, wie der Luftstrom in der Zeiteinheit leisten kann, ist h . q, wenn wir unter h die Spannung und unter q die Masszahl des in 1 Sekunde durch den Querschnitt fliessenden Stromes verstehen, alles analog den Betrachtungen bei dem elektrischen Strome.

---

b) Wahl des Energieträgers.

Bisher hat man bei den die elektrischen Erscheinungen und Gesetze veranschaulichenden Vergleichsobjekten unseres Wissens nur an das Wasser gedacht. Es muss zugegeben werden: das Wasser eignet sich sehr gut dazu, die bei der statischen Elektricität eintretenden Begriffe und Gesetze (natürlich immer nur bis zu einem gewissen Grade) zur Anschauung zu bringen; dies geht ja auch aus dem früher Gesagten hervor.

Anders verhält es sich mit der Veranschaulichung der fliessenden Elektricität, also des elektrischen Stromes, durch den Wasserstrom. Es sind verschiedene Gründe gewesen, sowohl äussere wie innere, die uns nötigten, letzteren aufzugeben und dafür den Luftstrom aufzunehmen.

Die Erzeugung des Widerstandes war mit mannigfachen Schwierigkeiten verknüpft, und als einfachstes, bestes Mittel dazu stellten sich schliesslich mit einer durchlässigen Masse, nämlich mit ausgeglühtem Sande gefüllte Röhren heraus. Das Wasser hat aber die Eigenschaft, Mineralien aufzulösen und Staub oder Schlamm fortzuschwemmen und den Sand in der nach Art eines Filters hergestellten Widerstandsäule zu verkitten, so dass dessen Widerstandsfaktor sich sehr verändert. Ausserdem bedingt die Verwendung von Wasser manche Verunreinigung, zum Beispiel die Veränderung der Durchsichtigkeit der Glasgefässe infolge von Ausscheidung fester Stoffe am Glase. Aus diesen Gründen schon mussten wir den Luftstrom wählen, das Wasser notgedrungen nur verwendend erstens im sogenannten Strommesser als wandernde Marke, zweitens im sogenannten Arbeitsmesser als zu hebendes Gewicht und drittens als Abschluss der im Elemente eingeschlossenen Luft nach aussen hin. Nun die inneren Gründe.

Bei der Verwendung von Luft ist es dem Anfänger von vornherein verständlich, dass eine sorgfältige Isolierung des Apparates gegen die Atmosphäre erforderlich ist. Die äussere Luft leitet selbstverständlich einen austretenden Luftstrom, und es wird daher der Vorgang der Strömung gestört, wenn durch Öffnung zweier Hähne, eines mit Über- und eines mit Unterdruck (eines positiven und eines negativen Poles) ein Kontakt mit der äusseren Atmosphäre hergestellt wird. Es entsteht dann durch Nebenschluss ein Nebenstrom, welcher sich durch die äussere Luft bewegt, indem diese einen Luftstrom ebenso gut oder vielmehr besser leitet als die in engen Röhren eingeschlossene Luft. Hingegen wird bei Herstellung nur eines Kontaktes, hier der Öffnung nur eines Hahnes, bloss eine Verbindung mit der Atmosphäre erreicht. Eine Strömung entsteht dann nur für einen Augenblick und zwar nur insofern, als das Potential der inneren Luft am Orte des Kontaktes höher oder niedriger ist, als dasjenige der äusseren Luft. Darnach, nämlich wenn sich am Orte des Kontaktes ein gleiches Potential hergestellt hat, hört die Strömung nach aussen hin auf. Es hat sich dann nur das Potential (der Druck) im ganzen Stromkreise geändert und den äusseren Verhältnissen angepasst. Die im Apparate vorhandenen Druckunterschiede bleiben dabei unverändert und ebenso auch der Strom. Die Verwendung von Wasser würde nicht so klare und einfache Beziehungen herbeiführen. Der Anfänger würde nicht ohne weiteres begreifen, warum die äussere Atmosphäre einen Wasserstrom zu leiten vermag, dessen stofflicher Träger im Apparat aus Wasser besteht, während aussen doch Luft ist. Ist innen und aussen Luft, so gestaltet sich die Auffassung von selbst richtig.

Endlich ist gegen den Wasserstrom noch ein Bedenken geltend zu machen. Im Wasser ändert sich der Druck mit den Höhenlagen der Leitung, da das Wasser verhältnissmässig schwer ist. Die anzubringenden Manometer würden auch dann, wenn keine Strömung vorhanden wäre, ganz verschiedenen Druck zeigen, je nachdem dieselben hoch oder niedrig angebracht wären. Man hätte mit der Lage der Leitungen nicht freie Hand, jedenfalls müsste man den Standort der Druckmesser jedesmal in genau gleicher Höhe anordnen, was einerseits umständlich wäre und andererseits auch verwirrende Vorstellungen erwecken würde. Verwendet man in den Leitungen als Träger des Stromes die atmosphärische Luft, so fällt dieser bedeutende Übelstand ganz fort, welcher dem Wasser als Stromträger anhaftet. So ist denn die atmosphärische Luft das einzig brauchbare und zwar ein sehr gutes Mittel, in unserem Apparate als Stromträger zu dienen.

c) Beschreibung des Apparates.

1. Der Spannungserzeuger, Fig. I.

Der Spannungserzeuger ist der Apparat, der uns den Potentialunterschied, kurz das Potential verschaffen soll. Da er in Bezug auf den Arbeitswert Analoges leistet wie das elektrische Element, so werden wir ihn fernerhin auch kurz Element nennen.

Das Element besteht aus zwei auf einander passenden cylinderförmigen Glasglocken (einer unteren a und einer oberen b), deren Ränder gut abgeschliffen sind und mittelst Klammern c luftdicht aufeinander gepresst werden können. Die Glocke a sitzt auf einem Holzgestell d auf und hat eine durch einen Gummistopfen e verschliessbare Öffnung, durch den zwei Glasröhren luftdicht hindurchgeführt sind, von denen die eine f unmittelbar über dem Stopfen endigt, während die andere g bis etwa zur Mitte des durch Aufeinandersetzen der beiden Glasglocken gebildeten Hohlraumes hinaufreicht. Die Glocke b hat ebenfalls eine durch einen zweifach durchbohrten Gummistopfen h verschliessbare Öffnung. Die eine dieser Durchbohrungen führt eine unmittelbar unter dem Stopfen endigende Glasröhre i, die andere einen massiven Glasstab k, der an seinem unteren Ende rechtwinklig umgebogen ist und den Zweck hat, einen im Innern der Glasglocken befindlichen, sonst aber frei beweglichen, oben geschlossenen und daselbst mit einer Öse versehenen Zinkcylinder l in beliebiger Höhe einstellen und nach Belieben wieder sich selbst überlassen zu können.

Will man ihn z. B. feststellen, so dreht man den Stab k so weit, bis sein umgebogenes Ende die Öse m erfasst. Seine Höhe ist etwa gleich dem in die untere Glocke hineinragenden Ende der Röhre g. Die Abmessungen des Elementes sind: 30 cm Höhe und 15 cm Durchmesser.

2. Der Strommesser, Fig. II.

Auf einem mit einer Centimeterskala a versehenen Brette ist eine horizontal liegende Glasröhre b von 120 cm Länge und etwa 6 mm innerem Durchmesser angebracht, deren Enden mit Hohlkugeln c versehen sind. Durch diese Hohlkugeln soll der Übertritt des für den Luftstrom als wandernde Marke dienenden Flüssigkeitsfadens vermieden werden. Ein solcher Übertritt würde zu Unzuträglichkeiten führen.

3. Die Widerstände, Fig. III.

Sie sind durch Einfüllung ausgeglühten, gleichkörnigen Sandes in eine U-förmige Röhre gewonnen. Ihre Abmessungen sind: Länge 45 cm, Durchmesser 1,5 cm. Sechs Stück davon dürften für alle anzustellenden Versuche ausreichen. Sollten sich einmal noch mehr nötig machen, so bietet ihre Herstellung durchaus keine Schwierigkeiten.

Wir haben nun zwar die Dimensionen gleich gewählt und damit die Widerstände selbst möglichst gleich gemacht, doch ist dies ja an und für sich nicht nötig. Zudem verändert sich solch ein Widerstand mit der Temperatur und der Dichtigkeit der Lagerung des Sandes, er nimmt mit beiden zu, was aber an sich keinen Mangel bedeutet, da gerade diese Eigenschaft auf einen Vergleich mit dem elektrischen Widerstande der Drähte hinweist, der ja nach derselben Richtung hin variiert. Versuche haben ergeben, dass eine Temperaturerhöhung von 15 auf 100° C den Widerstand einer solchen Sandröhre um 25% erhöht und ein Aufschütteln zu lockerer Lagerung ihn um 30% vermindert. Die Sandwiderstände sind also sehr empfindlich, was wohl zu beachten ist, doch halten sie sich bei gleichbleibender Temperatur und Lagerung konstant.

Um das Ganze fasslicher zu machen, haben wir Elemente gewählt, die keinen Widerstand bieten; denn gerade der innere oder wesentliche Widerstand ist es, der die Betrachtung komplicierter macht und so das Verständnis erschwert. Übrigens können wir leicht Elemente mit Widerstand herstellen, indem wir am Ein- und Ausgange kleine Sandwiderstände, bez. Kapillarröhren anbringen.

4. Das Manometer, Fig. IV.

Wir brauchen drei oder mehr gewöhnliche, offene und mit einer Skala versehene Manometer, deren Füllung wie die des Strommessers aus gefärbtem Wasser oder sonst einer farbigen Flüssigkeit besteht. Damit ein solches Manometer bei Einschaltung in den Stromkreis für den Strom selbst möglichst wenig Widerstand erzeugt, hat das eine Ende eine T-förmige Gestalt (a_1 a_2 a_3) erhalten; das Stück a_2 a_3 wird dann bei Einschaltung ein Stück der Strombahn. Soll ein Manometer den Druck bei Ruhe zeigen, so wird nur eines der Enden a_2 oder a_3 an die Leitung angeschlossen, während das andere durch Gummischlauch und Quetschhahn abgeschlossen wird. Übrigens genügen auch die einfachsten Manometer, bestehend aus einer U-förmigen Röhre, wenn man nur im Besitze einer Skala ist, die ein Ablesen der Höhendifferenzen ermöglicht.

5. Die Leitung.

Die Leitung besteht teils aus Glasröhren, teils aus Gummischläuchen.

6. Der Niveauerzeuger, Fig. V.

Um nachweisen zu können, dass die für die Ruhe und den Strom sich ergebenden Verhältnisse nicht von der Höhe des Ausgangs- (bez. End-) Niveaus, sondern nur von der Differenz des Ausgangs- und Endniveaus abhängen, musste das Niveau des ganzen Systems beliebig gehoben und gesenkt werden können. Dazu dient der Niveauerzeuger. Er ist an Gestalt sehr ähnlich einer Gaswaschflasche nach Drechsel. Das Rohr a wird mit der Leitung verbunden, während durch das Rohr b dem Innern der Flasche beliebig viel Luft zugeführt, d. h. der Druck in dem durch die Leitung angeschlossenen Systeme beliebig erhöht werden kann, wie man ebenso im stande ist, durch Absaugen von Wasser den Druck beliebig zu erniedrigen. Der Wasserstand in dem in der Flasche befindlichen Ende von b giebt uns dann den

Über- bez. Unterdruck an, welch ersterer freilich nur bei Anwendung einer Füllung von reinem, ungefärbtem Wasser sichtbar wird.

7. Der Arbeitsmesser, Fig. VI.

Er besteht aus einer in Länge und Durchmesser dem Strommesser gleichen Glasröhre a, die in der Mitte zweimal rechtwinklig gebogen ist, sodass die Entfernung der beiden Kniee von einander circa 4 cm beträgt, und ist auf einem mit einer Centimeter-Skala b versehenen Brette so angebracht, dass die Strecke zwischen den beiden Knieen senkrecht steht, wodurch von selbst die längeren Enden horizontal zu liegen kommen. Als zu hebendes Gewicht wird Wasser eingebracht.

8. Ein Chronoskop.

Dasselbe dient dazu, die Geschwindigkeit des Stromes bequem messen zu können.

d) Statische Versuche.

1. Versuch. Nachdem wir die Ausgangsrohre f, g und i des Elementes durch Gummischläuche fortgesetzt, f durch einen Quetschhahn verschlossen und den Röhren g und i je ein Manometer in Nebenleitung angeschlossen haben, füllen wir nach Entfernung der Glocke b die Glocke a bis etwa zum oberen Ende der Röhre g mit Wasser, setzen den nach unten offenen Zinkcylinder ein und pressen vermittelst der Klammern die beiden Glocken mit den abgeschliffenen Rändern aufeinander. Der Zinkcylinder drückt dann, indem er zugleich in das Wasser einsinkt, durch sein Gewicht zunächst die in ihm befindliche Luft durch das Rohr g aus sich heraus, wofür ebensoviel Luft durch i in den oberen Raum eintritt. Wenn dies bis zum Ruhestand des Cylinders geschehen ist, das heisst wenn er sich mit seiner unteren Kante der Glocke a aufgesetzt hat, so führen wir, am einfachsten mit Hilfe unsrer Lunge, durch das Rohr wieder Luft ein und schliessen es darauf hinter seinem Manometer durch einen Quetschhahn ab, indem wir i noch offen lassen. Während der Füllung bemerken wir, dass sie nur unter einem gewissen Gegendruck vor sich geht, dass wir dabei Arbeit leisten müssen, dass wir also dabei einen gewissen Arbeitsvorrat in das Element einbringen. Wie derselbe aus dem Potentiale, hier aus der Höhe der Wassersäule in dem mit dem Rohre g in Verbindung stehenden Manometer und der in dem Zinkcylinder enthaltenen Luftmenge, berechnet werden kann, haben wir oben auseinandergesetzt. Da wir hier ein Wassermanometer benutzen, so wird die Arbeit, wenn wir als Längeneinheit das cm annehmen, in cmg gegeben. Das an g angeschlossene Manometer zeigt bei dem von uns benutzten Elemente 3,8 cm Überdruck, während das an i angeschlossene sein Gleichgewichtsniveau nicht verändert, also weder Unter- noch Überdruck angiebt.

2. Versuch. Wir schliessen das Rohr i hinter dem mit ihm verbundenen Manometer und öffnen dafür das Rohr g. Jetzt zeigt g keinen Druck, i aber ebensoviel Unterdruck wie g vorher Überdruck.

Durch diese beiden Versuche veranschaulichen wir das Legen des Poles eines Elementes (Voltasäule) an die Erde, während der andere isoliert ist. Wir brauchen nur g als positiven und i als negativen Pol (Ueber- bez. Unterdruck) zu bezeichnen, um das Bild vollständig zu haben. Wir könnten hier entsprechend sagen: Im ersten Falle liegt i, im zweiten g an der Atmosphäre.

3. Versuch. Es würde aber hier wohl jedermann die Veranschaulichung des gewöhnlich an erster Stelle vorgeführten Falles vermissen, nämlich dass beide Pole isoliert sind und die Potentialdifferenz auf beiden Seiten gleich verteilt ist. Aber auch dies zeigt unser Element. Wir bringen soviel Luft in den Zinkcylinder ein, dass sich in und ausser ihm gleich viel Luftmasse befindet, und stellen ihn vermittelst des an k angebrachten Hakens zunächst so lange fest, bis wir die Ausgänge g und i durch Quetschhähne verschlossen haben. Drehen wir dann k aus der Öse m des Zinkcylinders heraus, sodass er nun frei fallen kann, so sinkt er hinab, bis oben und unten gleich viel Druck und zwar in i Unter-, in g Überdruck erscheint, deren Summe aber wieder die frühere Druckdifferenz ergiebt.

4. Versuch. Bequemer und unter einem weiteren Gesichtspunkte können wir diese Erscheinungen mit Hilfe unseres Niveauerzeugers zur Dar-

stellung bringen. Wir haben nur nötig, ihn bis zu einer beliebigen Höhe mit Wasser zu füllen und an das ganze System an irgend einer Stelle anzuschliessen. Wie dann das Niveau des ganzen Systems erhöht bez. erniedrigt wird, ist schon oben gesagt. Wie wir aber auch erhöhen oder erniedrigen mögen, immer bleibt die Differenz der beiden Manometer konstant. Dies Alles entspricht in der Elektricitätslehre dem gleichmässigen Verschieben der beiden Endniveaus der Voltasäule nach oben und unten durch Aufbringen von positiver bez. negativer Elektricität, ohne dass sich die Spannungsdifferenz der betreffenden Enden ändert; wir brauchen nur eben für die Wegnahme von Druck Hinzufügung von negativem Druck zu setzen, wie ja auch Hinzufügung von negativer Elektricität denselben Erfolg hat, wie die Wegnahme von positiver.

5. Versuch. Die Druckdifferenz bleibt sich gleich, wenn wir mehrere Elemente mit gleichem Potentiale neben einander schalten. Bei solchen mit ungleichen Potentialen ist die erscheinende Druckdifferenz die des stärksten.

6. Versuch. Bei Hintereinanderschaltung erhalten wir die Summe der Druckdifferenzen der einzelnen Elemente.

7. Versuch. Die Einführung von Widerstand ändert die Druckdifferenz nicht, nur erscheint sie bei sehr grossem Widerstande verspätet. Diese Verspätung muss auch bei den entsprechenden elektrischen Versuchen eintreten, doch ist sie gewöhnlich wegen der grossen Geschwindigkeit der sich bewegenden Elektricität und des verhältnismässig kleinen Widerstandes verschwindend klein. Nehmen wir aber als Widerstand zum Beispiel ein sehr langes Kabel (mit grosser Kapacität), so ist sie wohl nachweisbar.

e) Dynamische Versuche.

1. Versuch. Verschieden von dem Obigen gestalten sich die Verhältnisse bei Luftmassen, die sich unter Druck bewegen, bei dem Luftstrome.*) Wie wir schon erwähnten, enthält unser Element so gut wie keinen Widerstand. Wenn wir daher den Strom schliessen, d. h. den Quetschhahn öffnen, so wird die wandernde Marke des Strommessers so schnell vorwärts getrieben, dass wir der Bewegung derselben kaum beobachtend folgen können. Wir haben dann einen Strom von sehr grosser Intensität. Diese Erscheinung würde dem Kurzschluss eines galvanischen Elementes oder einer elektrischen Maschine entsprechen, und wie dabei oft eine Beschädigung letzterer eintritt, so wird hier leicht der Flüssigkeitsfaden in Teile der Leitung hineingeschleudert, wo man ihn nicht haben möchte; es treten Störungen ein, wenn nicht besondere Vorsichtsmassregeln getroffen werden (hier das Anbringen von Hohlkugeln. Siehe Beschreibung zu Figur II).

2. Versuch. Sobald wir aber einen der Widerstände einschalten, geht die Marke langsam und gleichmässig vorwärts, und zwar sind nun die Verhältnisse von uns so gewählt, dass der Strom bei Einschaltung eines Elementes und eines Widerstandes bei einer Fadenlänge von 20 cm circa 1 Minute braucht, um 50 cm, den mittleren Teil der angebrachten Skala, zurückzulegen, sodass also der Strom circa 1 cm Geschwindigkeit hat.

3. Versuch. Ein weiterer Versuch zeigt nun, dass bei Verdoppelung, Verdreifachung der Zahl der Elemente (hintereinander) die Geschwindigkeit des Stromes sich ebenfalls verdoppelt, verdreifacht, womit der eine Teil des Ohmschen Gesetzes, nämlich die Proportionalität der Intensität des Stromes mit der elektromotorischen Kraft, versinnbildlicht ist.

4. Versuch. Aber auch der andere Teil des genannten Gesetzes: «Die Intensität des Stromes verhält sich umgekehrt wie die Summe der Widerstände», lässt sich leicht veranschaulichen, indem wir die Zahl der Elemente konstant halten und den Widerstand verdoppeln, verdreifachen u. s. w. Es zeigt sich dabei, dass die Geschwindigkeit des Stromes proportional der Zunahme des Widerstandes abnimmt.

*) Wir treffen dazu die Anordnung so, dass die Ausgangsrohre g und i eines Elementes mit je einem Ende des mit einem gefärbten Flüssigkeitsfaden versehenen Strommessers durch Schläuche verbunden werden, wobei ein Zugangsrohr durch einen Quetschhahn absperrbar sein muss. Siehe Figur VII, die überhaupt ein Beispiel einer solchen Anordnung sein soll.

5. Versuch. Ebenso können wir durch den Apparat das Gesetz des Widerstandes, seine direkte Proportionalität mit der Länge und seine umgekehrte Proportionalität mit dem Querschnitt zur Darstellung bringen. Bemerkt sei hierzu, dass wie die Elemente, so auch die Leitung, nämlich die Glasröhren und Gummischläuche, fast keinen Widerstand bieten, derselbe daher fast ausschliesslich in der Sandfüllung enthalten ist. Der Widerstand steigt auf das Doppelte, Dreifache, wenn zwei, drei Sandfüllungen hintereinander, er fällt auf die Hälfte, das Drittel, wenn zwei, drei Widerstände nebeneinander geschaltet werden.

6. Versuch. Um das erste Kirchhoffsche Gesetz: «An einem Verzweigungspunkte P, an welchem elektrische Ströme zusammentreffen, ist die Summe der zufliessenden gleich der Summe der abfliessenden Elektricitätsmengen» mit Hilfe unseres Apparates zu veranschaulichen, haben wir nur nötig, die Schaltung so vorzunehmen, dass der Strom zunächst durch den einen Strommesser geht und sich darauf in zwei Zweige teilt, die vor ihrer Wiedervereinigung je einen Strommesser in sich haben. Wie wir auch die Widerstände in den Zweigen nehmen mögen, wir finden immer die Summe dieser beiden Ströme gleich dem im unverzweigten Teile der Strombahn.

Wir wollen nicht unerwähnt lassen, dass die Wahrheit des Gesetzes sich für die Elektricität schon aus dem Satze von der Erhaltung der Energie ergiebt. Ist nämlich der Strom zum gleichmässigen Fliessen gekommen, so besitzt jeder Punkt des Stromnetzes ein gewisses konstantes Potential, also auch der Verzweigungspunkt (genauer die Verzweigungsfläche). Würde nun mehr Strom ab- als zufliessen, so würde dies auch mit der Energie der Fall sein, das heisst, es würde Energie aus nichts, ohne Gegenleistung entstehen, was aber nach dem angeführten Satze unmöglich ist. Würde aber mehr Energie zu- als abströmen, so müsste sich an der Verzweigungsstelle mehr und mehr Elektricität von dem konstanten Potentiale anhäufen, dabei natürlich abgesehen von einer Umsetzung der elektrischen Energie in eine andere Form, etwa in die der Wärme, die wir ja aber auch nachweisen könnten und die daher hier nicht in Betracht kommt. Wir müssten dann, wenn wir den Strom nur lange genug laufen liessen, einen mathematischen Punkt oder genauer eine mathematische Fläche von schliesslich beliebig grosser Kapacität erhalten, was aber gegen die Erfahrung wäre, oder es müsste Energie ohne anderweite Arbeitsleistung verschwinden, was wieder gegen den Satz von der Erhaltung der Energie spräche.

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz: «In jedem durch Zweigleitungen gebildeten geschlossenen Stromkreise ist die Summe der in diesem Kreise liegenden elektromotorischen Kräfte gleich der Summe aller Produkte aus den Stromstärken und Widerständen der einzelnen Teilstrecken», dessen Ableitung auf elementarem Wege sonst einige Schwierigkeiten macht, ist mit Hilfe unsrer Betrachtungsweise leichter einzusehen. Wir bilden zunächst ein sich ganz beliebig verzweigendes Strombahnnetz, das noch nicht mit Strom versehen sein mag, und wählen daraus wieder ein beliebig gestaltetes geschlossenes Stromnetz heraus. Setzen wir darauf an irgend einer Stelle des letzteren einen unserer Potentialerzeuger, ein Element, ein, so ist die Folge davon, dass an den einzelnen Verzweigungspunkten bestimmte konstante Potentialniveaus eintreten, im allgemeinen durch alle Leitungsstücke Strom fliesst und dabei in diesen die bezüglichen Potentialunterschiede verbraucht werden. Es muss nun dabei aber, wie auch der Stromverlauf und der Potentialverbrauch in den einzelnen Teilen sei, das ganze vorhandene Potential, der im Elemente erzeugte Potentialunterschied, verzehrt werden. Denn setzen wir voraus, dass das Potential nicht vollständig verbraucht würde, und dass daher der Strom in den oberen Teil des Elementes mit einem höheren Druck, als nach der durch das Element angezeigten Differenz zu erwarten wäre, zurückkehren würde, so müsste er daselbst das ursprüngliche Niveau erhöhen, wodurch aber im Elemente eine andere, eine geringere Druckdifferenz zwischen der Luftmasse ausserhalb des Zinkcylinders und der innerhalb desselben entstehen müsste. Da wir aber aus einem früheren Experimente wissen, dass die ursprüngliche Druckdifferenz, sobald sich ein Niveau, mag es das obere oder untere sein, verschiebt, sich sofort wieder herstellt, so würde das innere Potential, das der Luft im Zinkcylinder, um ebensoviel steigen müssen, wie das der ausserhalb des Zinkcylinders befindlichen Luftmasse gestiegen ist. Nachdem sich die frühere Potentialdifferenz auf diese Weise wieder hergestellt hätte, würde sich aber die Betrachtung in derselben Weise von neuem wiederholen lassen und wir hätten deshalb bei einem unvollständigen Potential-Verbrauche eine fortwährende Steigerung der Potentialniveaus, schliesslich bis auf jede beliebige Höhe. Im entgegengesetzten Falle würde dafür ein fortwährendes Fallen beider Niveaus eintreten. Die Erfahrung lehrt aber nun, dass sich die Potentialniveaus nach Eintritt des Stromes an allen Stellen konstant halten.

Fügen wir nun an anderen Stellen unseres ausgewählten Stromnetzes noch andere Elemente hinzu, so gilt von jedem das eben Gesagte, im übrigen aber addieren sich die den Endpunkten der Leiterstücke, das heisst die den Verzweigungspunkten zugehörigen Potentialniveaus und deshalb auch die in den einzelnen Leitungsstücken eintretenden Potentialverbrauche, Potentialverluste.

Denken wir uns nun sämtliche oben eingefügten Elemente zunächst wieder beseitigt und durch andere ersetzt, die aber nicht in Teilen des von uns speciell ausgewählten Stromnetzes liegen sollen, so entstehen dadurch an den einzelnen Endpunkten der Leitungsstücke des letzteren nach Eintritt des Stromes wiederum gewisse konstante Potentialniveaus und in den einzelnen Stücken diesen und dem daselbst herrschenden Widerstande entsprechende Potentialverluste. Ist zum Beispiel an dem Anfangspunkte eines Stückes das Potential H_1, am Ende H_2, so ist der Verbrauch selbstverständlich $H_1—H_2$. Fügen wir nun wieder die früheren Elemente an ihren Stellen ein, so addieren sich die an den Endpunkten entstehenden Potentialhöhen zu den schon vorhandenen, und ebenso summieren sich die in den einzelnen Teilen stattfindenden Potentialverluste. Wählen wir nun, um die Betrachtung möglichst einfach zu gestalten, ein Viereck mit den von aussen herrührenden Potentialhöhen H_1, H_2, H_3 und H_4 (in den vier Ecken) aus und fügen noch 2 Elemente mit den Potentialunterschieden e_1 und e_2 an irgend welchen Stellen dieses Viereckes hinzu, so können wir den gesamten in ihm stattfindenden Potentialverbrauch einmal durch die Summe $i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 + i_4 w_4$ ausdrücken, wobei die i und die w zusammengehörende Stromintensitäten und Widerstände der einzelnen Zweige bedeuten, oder auch durch $H_1—H_2 + H_2—H_3 + H_3—H_4 + H_4—H_1 + e_1 + e_2$ was aber gleich $e_1 + e_2$ ist, da die ersten vier Differenzen stets die Summe o ergeben, wie wir auch die Potentialniveaus H wählen mögen. Um die durch die zuletzt eingestellten zwei Elemente an den Eckpunkten erzeugten Potentialhöhen brauchen wir uns nicht zu kümmern, da wir wissen, dass, wie diese Verteilung auch ausfallen möge, die Potentialdifferenzen e_1 und e_2 ganz aufgezehrt werden.

In Bezug auf die experimentelle Ausführung der beiden Versuche, die uns die beiden Kirchhoffschen Gesetze näher bringen sollen, ist zu bemerken, dass dabei grössere Vorsicht angewendet werden muss als bei allen sonst angegebenen. Die grosse Empfindlichkeit der Strommesser erfordert genaue Einstellung letzterer in die Horizontale; denn die geringste Abweichung eines derselben von ihr bringt unerwartete Störungen in den Einzelheiten, obwohl immer noch die abfliessende Luft in Summa der zufliessenden gleich ist, die Richtigkeit des Gesetzes also im Experimente zum Vorschein kommt. Das eben Gesagte gilt insbesondere von dem Versuche, der das zweite der Gesetze veranschaulichen soll, da hier noch die Schwierigkeit mehrerer gleichzeitiger Ablesungen hinzukommt.

Wir haben bei Betrachtung der Kirchhoffschen Gesetze gesehen, dass an einem Verzweigungspunkte nach allen Richtungen hin, soweit kein Widerstand in Betracht kommt, der Druck, das Potential gleich ist. Mit Hilfe dieses Satzes ergiebt sich das Gesetz der Stromverzweigung von selbst. Setzen wir eine beliebige Anzahl von Stromzweigen mit den Widerständen w_1, w_2, w_3 ... zwischen zwei Punkten mit den Potentialhöhen h_1 und h_2 voraus, so ist, da in allen Zweigen die zur Verfügung stehende Potentialdifferenz $h_1—h_2$ verbraucht wird, $h_1—h_2 = i_1 w_1 = i_2 w_2 = i_3 w_3, \ldots$ worin das Gesetz enthalten ist: «Die Stromintensitäten verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände der einzelnen Zweige». Wird der Gesamtwiderstand mit W und die Summe der

Stromstärken der Zweige mit J benannt, so haben wir einmal $J = \frac{h_1 - h_2}{W}$ und zweitens, da

$$J = i_1 + i_2 + i_3 \ldots \text{ ist,}$$

$$J = \frac{h_1 - h_2}{w_1} + \frac{h_1 - h_2}{w_2} \ldots \text{ das heisst } \frac{1}{W} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \ldots$$

7. Versuch. Schalten wir an Stelle des Strommessers den Arbeitsmesser ein, so sehen wir, dass der Luftstrom unter gewissen Bedingungen Wasser heben, also Arbeit leisten kann. Die Intensität der Arbeitsleistung hängt selbstverständlich erstens ab von der Geschwindigkeit, mit der das Wasser gehoben wird, also von der Intensität des Stromes und zweitens von der Höhe, auf welche das Wasser gehoben wird, demnach von dem dabei verbrauchten Potentiale. Zweigen wir nämlich vor und nach der Arbeitstelle Manometer ab, so sehen wir, dass der Überdruck im ersten um die Höhe der gehobenen Wassersäule grösser ist, als im zweiten. Es wird also, wie wir schon sagten, Arbeit verbraucht. Diese ist sowohl der Intensität des Stromes als auch dem verbrauchten Potentiale, damit auch dem Produkte beider proportional, das heisst wenn die Einheiten absolut gewählt sind, wird sie durch das Produkt aus Potential und Intensität direkt gegeben (e.i). So lange sich die wandernde Marke, die hier möglichst lang gewählt werden muss, um dadurch während der Hebung eine genauere Beobachtung zu ermöglichen, in der unteren Horizontalen des Arbeitsmessers bewegt, haben wir Kurzschluss und daher sehr schnelle Bewegung, wenn wir keinen Sandwiderstand in der Leitung haben. Damit der Kurzschluss nicht schädlich wirke, d. h. damit nicht der Faden durch Stoss plötzlich den ganzen Arbeitsmesser hindurch gejagt werde, müssen wir die Vorsicht gebrauchen, die durch das Element gelieferte Pressluft nur allmählich in die Röhre des Arbeitsmessers einzulassen. Sobald aber die Hebung des Fadens beginnt, haben wir diese Vorsicht nicht mehr nötig, da dann die Geschwindigkeit von selbst immer mehr und mehr abnimmt, bis sie mit Austritt des vorderen Fadenendes aus dem oberen Knie eine gewisse Konstanz erlangt, die natürlich nur so lange andauert, bis das hintere Ende des Fadens das untere Knie erreicht hat. Von da an nimmt die Geschwindigkeit wiederum schnell zu bis zu der des Kurzschlusses. So lange also die Hebung des Fadens vor sich geht, so lange Arbeitsleistung vorliegt, haben wir eine weit geringere Intensität des Stromes als beim Kurzschluss. Dieselbe Intensität können wir aber auch dadurch erreichen, dass wir an Stelle der Arbeitsleistung Widerstand einschalten, woraus wir recht deutlich sehen, dass Widerstand und Arbeit gleichbedeutend sind. Ja, wir können, wenn wir wollen, den Widerstand ohne weiteres als Arbeit, eben mit Hilfe unseres Arbeitsmessers, angeben, indem wir ihn mit der Arbeitsleistung beim Heben des Wasserfadens durch die Intensität des Stromes hindurch vergleichen. Daher auch für uns die Berechtigung, den elektrischen Widerstand als eine Arbeitsgrösse aufzufassen.

Wenn wir aber die Arbeit bei Hebung einer Wassermasse mit der durch Widerstand verbrauchten vergleichen und sie beide gleich finden, so ist der Widerstand, obgleich er einen Arbeitswert vertritt, doch nicht mit der nämlichen Zahl anzugeben. Ist die Potentialdifferenz vor und nach dem Widerstande e und die Stromintensität i, so ist die verbrauchte Arbeit $e \cdot i$; andererseits gilt $i = \frac{e}{w}$ oder $w = \frac{e}{i}$; w ist also, wie wir früher schon sagten, das für den Strom 1 verbrauchte Potential. Setzen wir $e.\, i = A$, so ist $w\, i^2 = A$, $w = \frac{A}{i^2}$; wir haben also die Arbeitsintensität noch durch i^2 zu dividieren, um die Masszahl von w zu erhalten. Hier

$$\frac{hi}{i^2} = \frac{A}{i^2} = w, \text{ weil } h = iw.$$

7a. Die Verhältnisse sind nun so gewählt, dass ein Element den Faden wohl in den senkrechten Teil hineinhebt, aber nur bis zu dem Eingange in das obere Knie, nicht hindurch.

7b. Erst wenn wir zwei hintereinandergeschaltete Elemente anwenden, wird der Faden weiter, auch durch das obere Knie hindurchgehoben, sodass nun erst ein Dauerstrom (soweit der Faden reicht) eintreten kann. 7a und 7b veranschaulichen uns den Fall der Bogenlampe, die auch eine bestimmte elektromotorische Gegenkraft, ein Gegenpotential erzeugt (Edlund) und daher zunächst eine bestimmte Anzahl Volt für sich beansprucht, um überhaupt dem Strome Durchgang durch sich zu gewähren.

7c. Bringen wir noch ein drittes zu den beiden

Elementen in Hintereinanderschaltung hinzu, so wird der Verbrauch an Potential nicht grösser, wohl aber selbstverständlich die geleistete Arbeit noch einmal so gross, weil sich die Geschwindigkeit der Hebung, also die Intensität des Stromes verdoppelt, d. h. der Arbeitseffekt steigt auf das Doppelte.

7d. Verdoppeln wir die Anzahl der ursprünglichen zwei Elemente, indem wir zu jedem noch eines in Nebeneinanderschaltung hinzufügen, so ist zwar die Anzahl der Elemente noch einmal so gross wie unter 7b, trotzdem aber der Erfolg der gleiche wie dort. Es geht trotz der doppelten Anzahl der Elemente derselbe Strom mit derselben Geschwindigkeit wie unter 7b hindurch. Wir fügen durch Nebeneinanderschaltung bloss einen neuen Arbeitsvorrat hinzu, der aber dem früheren gleichartig, nämlich von gleichem Potentiale ist; die Arbeitstelle lässt bei einer gewissen Spannung, bei demselben Potentialunterschiede stets nur dieselbe Strommenge durch sich hindurch. Der Arbeitseffekt ist also derselbe wie unter 7b, aber die Dauer des Stromes würde bei der hier angegebenen Schaltung die doppelte von der unter 7b sein, nämlich bis zur vollen Erschöpfung der Elemente in beiden Fällen.

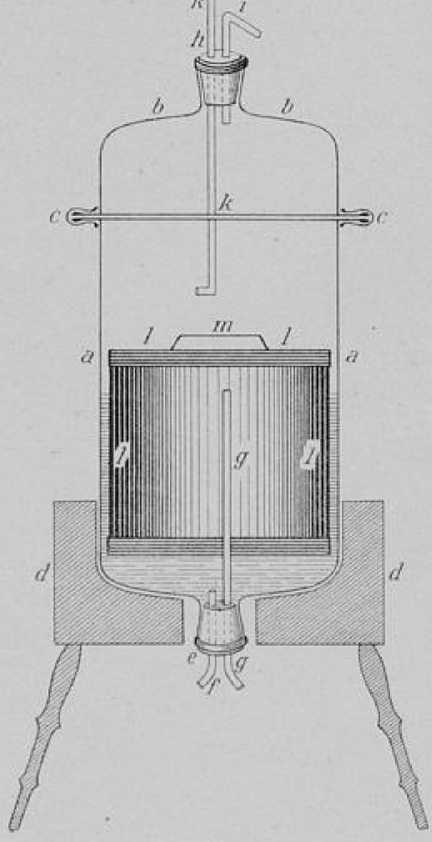
7e. Bei der Schaltung 7d haben wir dieselbe Stromdauer wie unter 7b und die doppelte Arbeits-(Strom-) abgabe, wenn wir der ersten Arbeitstelle noch eine zweite gleich beschaffene parallel schalten u. s. w. Dies ist der Fall der Parallelschaltung der Lampen von gleicher Spannung.

7f. Sollen mehrere Lampen hintereinander brennen, so müssen wir entsprechend das Potential vergrössern. Dies veranschaulichen wir dadurch, dass wir in einem zweiten Arbeitsmesser die Strecke zwischen den beiden Knieen doppelt so gross wie im ersten nehmen.

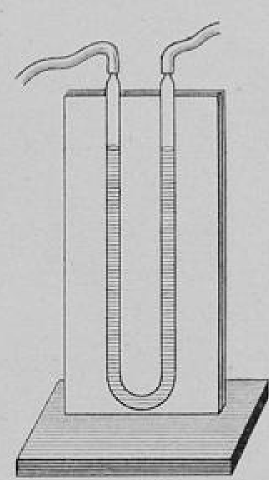
Zwei Elemente heben den Flüssigkeitsfaden bis zu dem oberen Knie, ein drittes treibt ihn erst hindurch und erzeugt dadurch Strom. Noch besser würde dieser Fall durch zwei oder mehrere gleiche, hintereinander geschaltete Arbeitstellen dargestellt. Zweigen wir zwischen je zwei solchen Stellen Manometer ab, so zeigen sie uns, dass die Druckhöhen proportional den durchlaufenen Arbeitsstellen abnehmen, welchen Versuch wir auch mit Hilfe der Sandwiderstände anstellen können. Ganz entsprechend sind die Betrachtungen für die elektrischen Maschinen, wir haben nur nötig für das Wort Element Generator und für Arbeitsstelle Motor zu setzen. Gerade an diesem Beispiele können wir recht deutlich erkennen, dass wir an der Arbeitstelle (in dem Motor) nur die Arbeit als für uns nützliche erhalten, die an dieser haften bleibt, und dass die Arbeit nur abhängt von dem Gegenpotential, das der Motor bei seiner Bewegung erzeugt*), und von der Intensität des Stromes. Je grösser die Gegenkraft e, um so grösser e . i, der Arbeitseffekt.

Und nun zum Schlusse noch eine Bemerkung. Die Masszahl des Stromes allein giebt uns noch keinen genügenden Aufschluss über den Strom selbst. Lassen wir den Luftstrom durch unsere beiden Arbeitstellen je mit gleicher Geschwindigkeit laufen, so sind die Masszahlen dieser Ströme, nicht aber sie selbst ihrem Wesen nach gleich, da im zweiten Falle die Luft mit doppeltem Potentiale vorwärts gleitet, was der durch die beiden Ströme erzielte Effekt zu erkennen giebt.

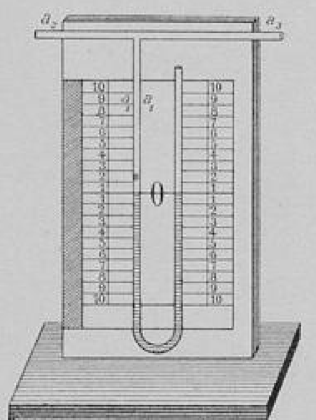
*) Kapp, elektrische Kraftübertragung.



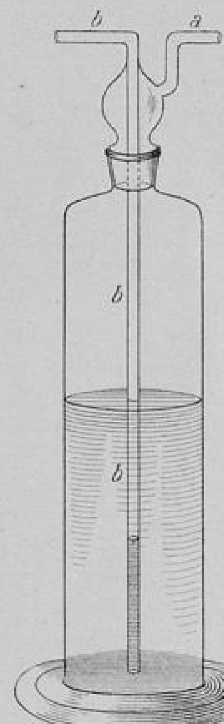
I.



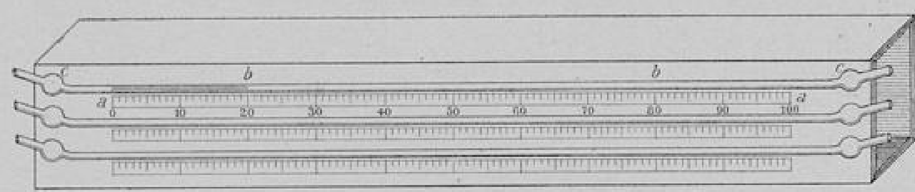
III.



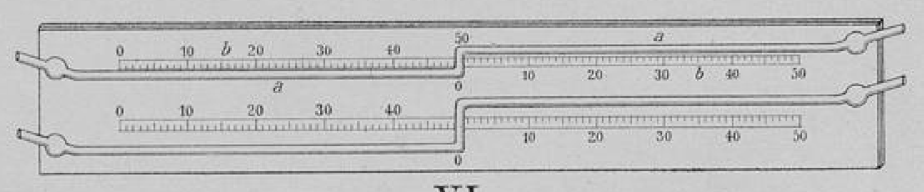
IV.



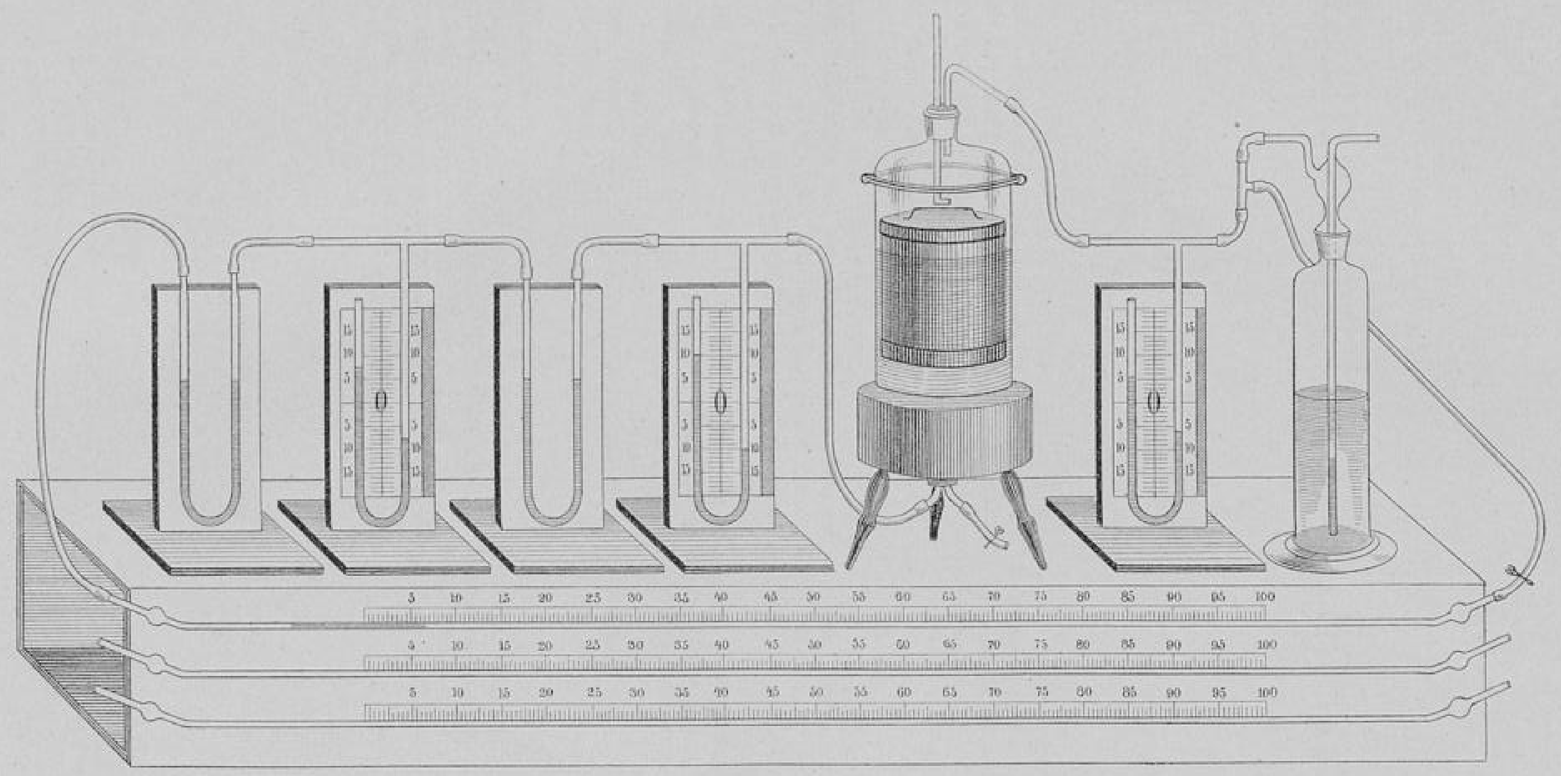
V.



II.



VI.



VII.