

Handel, Dr., Oberlehrer, Metrische Beziehungen an Tangentenfiguren der Kegelschnitte.

Reichenbach i/Schl. Prog. Ostern 1889.

Tangentenfiguren der Kegelschnitte.

Die von Kreistangenten sich knüpfenden metrischen Beziehungen werden darf, scheinen gewisse bei allen Kegelschnitten wiederkehrende Massverhältnisse, denen sich die Kreissätze als besondere Fälle unterordnen, bisher gänzlich übersehen worden zu sein.

Es sind vorzugsweise zwei Kreiseigenschaften, um deren Verallgemeinerung es sich in der vorliegenden Arbeit handelt: die algebraischen Beziehungen, welche zwischen den Seiten eines Dreiecks und den durch seine vier Berührungskreise gebildeten Seitenabschnitten bestehen, und die schon von Pitot¹⁾ bei beschränkter Auffassung angegebene, erst von Steiner²⁾ genauer untersuchte und vervollständigte Eigenschaft des von vier Kreistangenten begrenzten einfachen (konvexen, konkaven oder überschlagenen) Vierecks.

Naturgemäss ist das Ziel nicht so leicht erreichbar, wie in dem besonderen Falle des Kreises. Indessen wächst die Verwickelung der Verhältnisse keineswegs in dem Masse, wie es auf den ersten Blick scheint. Immerhin überrascht die Einfachheit der Endergebnisse; denn die Vielzahl der Beziehungen vereinigt sich schliesslich bei dem Dreieck, wie bei dem Viereck, in einem relativ einfachen Kriterium, und es ist bemerkenswert, dass das von Baltzer³⁾ für den Kreis und das Viereck aufgestellte Merkmal nur einer geringfügigen Erweiterung bedarf, um für alle Kegelschnitte gültig zu bleiben.⁴⁾

Die allgemeinen Relationen dienen überdies als Quelle für die Herleitung zahlreicher theils neuer, theils bekannter Kegelschnitteigenschaften. Direkte Beweise den durch Specialisierung gewonnenen Sätzen hinzuzufügen, habe ich unterlassen.

Zu dem Zwecke der Sonderung der Tangentenfiguren nach der Lage der Berührungspunkte in Bezug auf die Eckpunkte liessen sich projektivische Gebilde nicht umgehen. Im übrigen ist die Methode der Untersuchung durchgehends elementar-synthetisch. Infolgedessen dürften zahlreiche Einzelheiten auch im Schulunterricht Verwertung finden können. Manche Erwähnung ist direkt dieser Absicht entsprungen, so der Gesamthalt des § 2. Jedoch erforderte die Wahrung der Einheitlichkeit des Ganzen weise Beschränkung.⁵⁾

¹⁾ Memoires de Paris. 1725. p. 45.

²⁾ Crelle, Journal für Mathematik. Band 32, S. 305. Oder: Steiner's Gesammelte Werke. Band 2, S. 381.

³⁾ Elemente der Mathematik. Band 2. (4. Aufl.) S. 44.

⁴⁾ Für das windschiefe Vierseit, dessen Seiten eine Kugel berühren, wird das Baltzer'sche Kriterium nach Vogt illusorisch. Vergl. Journal für die reine und angewandte Mathematik. Band 92, S. 328.

⁵⁾ Verwandte didaktische Fragen beabsichtigt der Verfasser demnächst an anderem Orte zu behandeln.

