

## Aesthetisches aus der Mathematik und der Physik.

Der Titel der Arbeit dürfte vielleicht zu Bedenken Anlaß geben. Deshalb wird der Verfasser zunächst gut tun, sein Unternehmen zu rechtfertigen. Die Gegenstände, mit denen sich die Ästhetik beschäftigt, gehören zum großen Teile dem Reiche des sinnlich Wahrnehmbaren an. Es werden die Ursachen unseres Gefallens oder Mißfallens erforscht und die Bedingungen aufgestellt, unter welchen das sinnlich Wahrnehmbare in uns den Eindruck des Schönen hervorbringen kann. Die Ursachen der Schönheit der Naturgegenstände, deren Nachahmung eine der Aufgaben der bildenden Künste ist, sind mannigfach. Was die Gestalt jener Gegenstände betrifft, so können wir beobachten, daß ihnen allen, wie kompliziert sie auch aussehen mögen, einfache geometrische Formen zugrunde liegen, und diese sind es, welche in die Mannigfaltigkeit Einheit bringen (Fechners Prinzip von der Einheit in der Mannigfaltigkeit). Wie den Naturgegenständen eine geometrische Form, so liegen den Naturerscheinungen Zahlenverhältnisse zugrunde, welche die Beziehungen zwischen den in Betracht kommenden Größen ausdrücken. Auch auf dem Gebiete der Kunst sehen wir Zahlenverhältnisse eine Rolle spielen, so beispielsweise auf dem Gebiete des Rythmus in Poesie und Musik, auf dem der musikalischen Harmonie u. s. w. Die mathematischen Formen und Beziehungen haben also Anteil an der Welt des Schönen. Hiemit steht aber wohl umgekehrt im Zusammenhange, daß wir bei jenen Völkern, deren Kunstwerke wir bewundern, eine Reihe von bedeutenden Entdeckungen auf mathematischem und physikalischem Gebiete vorfinden, und Männer, wie Leonardo da Vinci zeigen neben ihren vortrefflichen künstlerischen Gaben Anlage und Interesse für Mathematik. Es handelt sich hier eben nicht um einander ausschließende Gebiete, sondern es ist, da die mathematischen Beziehungen das allem Wahrnehmbaren zugrunde Liegende sind, die Empfänglichkeit für die Schönheit der geometrischen Formen und arithmetischen Beziehungen eine erklärliche Begleiterscheinung bedeutender künstlerischer Begabung. Abweichungen hievon können vielleicht durch mangelhafte und schlechte Pflege der Anlagen erklärt werden. Es wäre sehr interessant, zu untersuchen, wieweit künstlerisches Formtalent mit mathematischer Begabung gepaart ist.

Wenn die Mathematik die Schüler mit den geometrischen Formen und den Verbindungen der Zahlen bekannt macht, die Physik sie aber nicht nur in das Qualitative, sondern auch in das Quantitative der Erscheinungen einführt, so liefern diese Disziplinen die Kenntnisse von dem allen Dingen und Erscheinungen zu Grunde liegenden Gemeinsamen. Da wäre es denn doch zu verwundern, wenn jene Gegenstände nicht selbst ästhetisch auf die Schüler einzuwirken vermöchten. Von derartigem Ästhetischen soll nun die Rede sein. Daran möge sich allerdings der eine oder der andere Leser nicht stoßen, wenn er vielleicht manches von dem, was in den Bereich des Schönen, speziell des gedanklich Schönen, gezogen wird, überhaupt nicht als zum Schönen gehörig findet. Die Absicht des Verfassers wird wohl überall erkennbar sein, mag nun der eine oder der andere Leser den Begriff des Schönen vielleicht enger fassen, als es hier geschehen ist.

Und nun zu den einzelnen Schönheiten, welche im Unterrichte behandelt werden.

Schon die halbierte Strecke, das gleichseitige Dreieck, das Quadrat, ferner das regelmäßige Vieleck tragen an sich das köstliche Merkmal der Symmetrie, jenes hochwertige Merkmal, welches die in ihren Einzelheiten kompliziertesten Figuren und Gebilde vor Verworrenheit zu retten vermag. Die Symmetrie der Figuren wird wohl am besten verstanden werden, wenn man die Schüler veranlaßt, symmetrische Figuren aus Papier oder Pappe auszuschneiden und um die Symmetrieachse zusammenzubiegen. Aus der umgebenden Welt kann eine große Anzahl von Beispielen gebracht werden, um den Sinn für Symmetrie zu üben; der menschliche Körper selbst darf nicht vergessen werden. In der fünften Klasse des Gymnasiums oder der Realschule, wo der geometrische Unterricht wieder mit den Elementen beginnt, jetzt aber mehr wissenschaftlich, werden die Schüler den Lehrer verstehen, wenn dieser darauf hinweist, daß nicht nur Geometrisches, nicht nur Gezeichnetes, Gemeißeltes, Gebautes u. s. f. symmetrisch sein könne, sondern daß vielmehr Symmetrie, in weiterem Sinne als Gleichmaß der Teile verstanden, eines der wichtigsten Mittel zur Erzeugung künstlerischer Wirkung auf was immer für einem Gebiete ist.

Die Kreislinie, die »symmetrischeste« aller Figuren, da sie unendlich viele Symmetrieachsen hat, zeigt eine Schönheit ganz eigener Art. Alles Eckige fehlt dieser Figur. Bewegt sich ein Punkt auf dem Umfange eines regelmäßigen Vieleckes (also einer symmetrischen Figur), so ist er in der Mitte einer Seite dem Mittelpunkte am nächsten, seine Entfernung von diesem wird bei der Bewegung zum nächstfolgenden Eckpunkt immer größer, an der Ecke selbst ist sie am größten und wird von da ab wieder kleiner, bis sie in der Mitte der nächsten Seite wieder am kleinsten ist u. s. f. Je größer die Seitenzahl wird, desto kleiner werden jene Schwankungen. Der Verlauf der Kreislinie ist ein völlig gleichmäßiger und ruhiger.

Nicht nur symmetrische Figuren wirken auf uns schön, auch das Gegenteil kann gefallen, nicht nur Ruhe, sondern auch Bewegung. Für den Schüler wird das Unsymmetrische dann einen besonderen Reiz bekommen, wenn er die Gesetze kennen lernt, die scheinbar regellosen Gebilden zukommen. Man denke an das Sehnenviereck, das, mag es

noch so unregelmäßig aussehen, die Eigenschaft besitzt, daß die Summe je zweier Gegenwinkel zwei Rechte beträgt, oder daß das Produkt der Diagonalen gleich der Summe der Produkte je zweier Gegenseiten ist (Dieser Lehrsatz wird erst in der Quinta gelernt). Das dem Kreise eingeschriebensein ist es, wodurch die für das Auge unregelmäßige Figur merkwürdige Eigenschaften bekommt. Beim Anblicken des in den Kreis gezeichneten Viereckes fühlen wir gewissermaßen, wie der Kreis das Viereck schützend umgibt. Für jedes rechtwinkelige Dreieck, mag es aussehen wie immer, gilt der wichtige Pythagoräische Lehrsatz. Die Figur selbst aber kann, je nachdem das Dreieck auf der Hypotenuse oder einer der Katheten ruht, verschiedenen ästhetischen Eindruck hervorbringen, im ersten Falle durch sanftes Ansteigen auf der einen Seite, steileres Abfallen auf der anderen oder umgekehrt, im zweiten Falle durch schräges Ansteigen auf der einen, jähen Abfall auf der anderen. Wie für die symmetrischen Figuren, so können wir auch für die unsymmetrischen Analogien in den Künsten finden. Das sanfte Ansteigen eines Dreieckes von der einen Seite und der jähe Abfall nach der anderen könnte eine graphische Darstellung des Verlaufes einer Dichtung oder eines Musikstückes mit lange sich entwickelnder Steigerung und jähem Abbrechen liefern. Die Schüler sollen verhalten werden, recht viele Figuren zu zeichnen. Dadurch wird ihr Formensinn gebildet und die vielen eigene Lust, zu zeichnen, wie sie sich rudimentär schon beim Kinde offenbart, wird gezügelt und in die richtige Bahn gelenkt.

Wenn der Schüler die einzelnen Figuren und ihre Eigenschaften kennen gelernt hat, lernt er sie in gegenseitige Beziehung bringen, er beginnt die Kongruenzlehre und kommt zu dem überraschenden Resultate, daß drei geeignet gewählte Stücke genügen, die Kongruenz zweier Dreiecke festzustellen. Von Kongruenz, Flächengleichheit und Ähnlichkeit ist es die Kongruenz, welche dem Schüler am klarsten erscheinen dürfte; er weiß, er braucht das eine Dreieck nur auszuscheiden und als Ganzes auf das andere zu legen, so muß es sich im Falle der Kongruenz mit letzterem vollständig decken. Damit bezüglich Flächengleichheit durch Decken der Beweis geführt werden kann, sind schon geeignete Zerlegungen der Figuren nötig. Hat der Schüler unter Verwertung des Erlernen Konstruktionsaufgaben zu lösen, so kann auch bei diesen auf die Schönheit der entstehenden Formen Rücksicht genommen werden.

Nachdem der Schüler mit den Eigenschaften der geometrischen Gebilde bekannt gemacht ist, lernt er sie rechnerisch »bezingen.« Aus den Sätzen über die Flächengleichheit leitet die Geometrie ihre Sätze über die Berechnungen des Flächeninhaltes ebener Figuren ab. Nur Längenmessungen sind vorzunehmen, alles übrige besorgt die Rechnung. Besonderen Reiz gewährt die Berechnung des Kreises. Die Kenntnis einer »geraden« Strecke (Radius) läßt Krummliniges berechnen. Das berühmte » $\pi$ « spukt noch bei Leuten herum, die schon lange der Schule fern sind. Liegt nicht vielleicht der Reiz dieses » $\pi$ « darin, daß man hier zum erstenmale mit einer für jede Aufgabe unveränderlichen schon zum Gebrauche fertigen Zahl rechnet, der ersten Konstanten?

In »elementarer« Form beherrscht nunmehr der Schüler die »elementaren« Gebilde, man könnte sagen: theoretisch und praktisch. Jetzt gilt es, eine feinere gegenseitige Beziehung der Figuren zu studieren, die Ähnlichkeit. Mit Anwendung der Lehren der Proportionalität können aus der Länge einer Strecke auf einer Landkarte oder aus der Größe einer Fläche auf derselben die entsprechenden Originale berechnet werden. Beim goldenen Schnitte kann der Lehrer auf die vielen Beispiele, die die Natur für denselben bietet, hinweisen. Weitere Beispiele für die Ähnlichkeitslehre liefern Baupläne, andere die Mikroskopvergrößerung u. s. w.

Die Ebene ist schon zu eng. Gebilde werden herangezogen, die nur mehr im dreidimensionalen Raume Platz haben; es beginnt der Unterricht in der Stereometrie. Die alten Elemente Punkt und Gerade treten auf, zu ihnen gesellt sich ein neues, die Ebene, welche bisher nur der Träger der geometrischen Gebilde war. Zwei Gerade können jetzt in eine früher nicht gekannte und in der Ebene auch unmögliche Lage gebracht werden, sie können windschief sein. Alte Begriffe, wie die des Senkrechtstehens, der Projektion u. s. f. werden auf die Ebene erweitert, neue, wie der des Neigungswinkels einer Geraden gegen eine Ebene, werden eingeführt. Der Lehrstoff bekommt immer mehr mit der Wirklichkeit zu tun, bis wir schließlich in den Körpern bei dem im Raume selbständig Existierenden angelangt sind. An den Körpern finden wir wieder die Figuren, von denen in der Planimetrie die Rede war. Die Körper selbst wirken wieder wie die Figuren durch ihre Formschönheiten. Für das Zeichnen bietet die Stereometrie ein reiches Feld, indem Körperliches auf einer Ebene veranschaulicht werden soll. Schon die bloße gegenseitige Lage der oben genannten Elemente gegeneinander kann ein ergiebiges Feld für die verschiedenartigsten Zeichnungen liefern.

Hatte bezüglich der Messung in der Planimetrie die Rektifikation der Kreislinie ihren besonderen Reiz, so haben ihn hier die Komplanation und die Kubatur der krummflächigen Körper. Von den im mathematischen Sinne krummflächigen Körpern wird allerdings nur die Kugel behandelt, die selbst wieder der speziellen Gattung der Rotationskörper angehört, während Zylinder und Kegel abwickelbare Flächen sind. Aber die Komplanation von Zylinder und Kegel hat vor der Rektifikation der Kreislinie den Vorzug, daß man da des »Krummen« ganz ohne Anwendung eines Grenzprozesses Herr wird, indem man sich höchst einfach die längs einer Seitenlinie aufgeschnittenen Mäntel in eine Ebene ausgebreitet denkt.

Soviel über die Geometrie bis zu jener Stufe, die ein Quartaner erreicht; auf der Oberstufe werden die Kenntnisse bis zum zweiten Semester der Sexta hin wieder von den Elementen aus systematisch aufgebaut und erweitert. Die Geometrie wurde in dieser Arbeit der Arithmetik vorangestellt, weil sie von der Anschauung ausgeht und so auf den Schüler unmittelbar ästhetisch zu wirken vermag. Die Arithmetik schmeckt den Schülern viel weniger als die Geometrie. Aber selbst in der Arithmetik der besonderen Zahlen gibt es des Reizvollen gar manches. Natürlich kann in der Arithmetik nur von der Schönheit des Inhaltes die Rede sein.

Ein den Schülern ganz neues Gebiet wird in der dritten Klasse mit der allgemeinen Arithmetik betreten. Angeknüpft wird an die Formeln für die Zinsrechnung. Haben aber solche Formeln wie:

$$Z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

nur den Zweck, in knapper Form den Zusammenhang

zwischen den Größen: Zinsen, Kapital, Prozent und Zeit auszudrücken, wobei eben  $Z$ ,  $k$ ,  $p$ ,  $t$  die Anfangsbuchstaben der betreffenden Worte sind, so sind die Buchstaben der Algebra Symbole für Zahlen schlechthin, ohne Rücksicht darauf, welcher Größenart die Zahlen vielleicht angehören könnten. Die Zahlen der Algebra treten auch durchaus nicht nur in so stereotypen Verbindungen auf, wie  $Z$ ,  $k$ ,  $p$ ,  $t$ , sondern mit ihnen wird gerechnet, wie mit besonderen Zahlen. Das Ableiten der Regeln des Quadrierens, Kubierens und Wurzelziehens gibt ein Beispiel dafür, wie aus allgemeinen Resultaten Regeln für besondere Zahlen abgelesen werden können. Gekrönt wird das Rechnen mit allgemeinen Zahlen auf der Unterstufe mit der Gleichungslehre. An der Lösung sogenannter Textgleichungen haben vielfach Leute, die schon längst aus der Schule fort sind, noch ihre Freude. Alle früher gelösten Aufgaben erscheinen als Spezialfälle der Aufgaben der Gleichungslehre.

Auf der Oberstufe wird auch die Arithmetik aus den Elementen in streng logischer Weise neu aufgebaut und die schon bekannten Lehren werden erweitert. Der arithmetische Unterricht kann bedeutend vertieft werden durch Einführung des Funktionsbegriffes (zunächst algebraische Funktion), wozu wohl der einfachste funktionale Zusammenhang, die Proportionalität, Anlaß gibt. Eine neue Erweiterung des Zahlensystems fordern die geraden Wurzeln aus negativen Zahlen, die imaginären Zahlen treten auf. Die Anwendung der elementaren Operationen auf diese Zahlen führt zu ganz eigenartigen Resultaten, indem z. B. zwei imaginäre Zahlen, mit einander multipliziert, wieder eine reelle Zahl geben. Hiedurch erwacht aber der Gedanke, ob denn nicht vielleicht die reellen und imaginären Zahlen nur Spezialarten eines allgemeineren Zahlensystems sind. Dieses Zahlensystem ist aber das der komplexen Zahlen, die Zahlenlinie ist zur Zahlenebene erweitert.

Noch fehlt die Kenntnis einer wichtigen Operation. Die Gleichung  $x^n = a$  ist dem Schüler bis jetzt wenigstens prinzipiell lösbar, wenngleich die Lösung praktisch vielfach nicht durchführbar sein

wird. Er weiß, daß  $x = \sqrt[n]{a}$  sein muß; davon übrigens, daß diese Gleichung  $n$  Wurzeln hat, weiß er nichts. Der Gleichung  $b^x = a$  kann er aber in keiner Weise beikommen, Spezialfälle ausgenommen. Während er Gleichungen wie  $a + b = c$ ,  $a \cdot b = c$  nach jeder der in ihnen vorkommenden allgemeinen Größe auflösen kann, gelingt ihm dies bei der Gleichung  $x^n = a$  nicht. Er muß hierin eine gewisse Unvollkommenheit finden. Das Logarithmieren verhilft ihm zur Lösung der Aufgabe. Die Anwendung der Logarithmen vereinfacht in überraschender Weise die umständlichen, numerischen Rechnungen und ermöglicht früher unmögliche. Das Rechnen bekommt außerdem durch die Anwendung der Tabellen einen höheren »Anstrich.«

Mit der elementaren Rechenkunst ausgerüstet, ist der Schüler nunmehr instande, eine Reihe schöner elementar algebraischer Probleme zu behandeln wie die Theorie der allgemeinen Gleichung zweiten

Grades, der binomischen Gleichungen, er löst reziproke, Exponential- und Logarithmengleichungen sowie unbestimmte Gleichungen ersten Grades, er lernt die Elemente der Reihenlehre kennen und löst Aufgaben der Zinseszins- und Rentenrechnung. Den Abschluß des Arithmetikunterrichtes bildet die Kombinationslehre. Das Rechnen tritt hier schon ganz zurück, erst bei der Ermittlung der Anzahl tritt es wieder in seine Rechte.

Im Geometrieunterrichte wird mit der Goniometrie und Trigonometrie ein ganz neues Gebiet betreten. Der Funktionsbegriff spielt eine wichtige Rolle, auf den bekannten sechs Streckenverhältnissen, genommen vom rechtwinkligen Dreieck, basiert die ganze Trigonometrie. Die Einführung der Winkelfunktionen, der Vermittler zwischen den Seiten und Winkeln, läßt den Schüler alle Aufgaben durch bloße Rechnung ausführen, die ihm bisher nur konstruktiv lösbar waren und hernach höchstens ein Nachmessen mit Maßstab und Transporteur und eventuell ein Umrechnen auf einen vergrößerten Maßstab zuließen. Von den mannigfachen Arten von Beispielen möchte ich besonders die der Vermessungskunde und der Astronomie angehörigen hervorheben, da durch solche Aufgaben ein wenig in die Werkstatt jener Wissenschaften geblickt wird, deren Resultate stets das Staunen der Laienwelt hervorrufen. Der Verlauf einer trigonometrischen Rechnung selbst zeigt eine gewisse Schönheit. Diese hat wesentlich ihren Grund in der mannigfachen Umformungsfähigkeit der goniometrischen Ausdrücke.

Die Krone des geometrischen Unterrichtes an der Mittelschule bilden die Elemente der analytischen Geometrie. Durch dieselben wird auch eine Brücke zur fälschlich sogenannten »höheren« Mathematik geschlagen. Arithmetik und Geometrie treten in der Analytik in die innigste Beziehung zu einander. Funktionen einer Variablen werden durch Kurven abgebildet, das dem Verlaufe einer Kurve innewohnende Gesetz erhält algebraische Formulierung in der Funktion zwischen den Koordinaten der Kurvenpunkte. Geometrische Beziehungen werden auf algebraischem Wege gefunden, algebraische Resultate werden geometrisch gedeutet. Kurve und Gleichung sind gewissermaßen nur verschiedene Formen für eine zwischen zwei Veränderlichen geltende Beziehung. Diese stellt sich einmal als geometrisches, ein andermal als algebraisches Gebilde dar. In der Physik wäre dies analog einem »vollständigen« Umsatz von Energie der einen Art in solche einer anderen Art bei beliebig oftmaliger Verwandlungs- und Rückverwandlungsmöglichkeit. »Geometrische Energie« (man verzeihe diese etwas phantastische Ausdrucksweise! Energie wäre hier eben nicht als Fähigkeit, Arbeit zu leisten, zu verstehen, sondern als Fähigkeit, die Beziehung zwischen zwei veränderlichen Größen zum Ausdrucke zu bringen) läßt sich ohne Verlust in »algebraische« Energie umsetzen und umgekehrt und zwar beliebig oft. Wenn es sich in den Anfängen der Analytik darum handelt, das geometrische Bild einer Gleichung zu entwerfen, so könnten manche Kurven gezeichnet werden, deren tiefere analytische Behandlung allerdings nicht mehr Gegenstand des Mittelschulunterrichtes ist, die aber einen ganz interessanten und schönen Verlauf zeigen.

Die Periodizität der goniometrischen Funktionen kommt im geometrischen Bilde durch die fortwährende Wiederholung eines Kurvenstückes zu schöner Anschaulichkeit, das Bild der Funktion *tang* und *cotg* mit seinen getrennten aus dem Unendlichen und ins Unendliche laufenden Kurvenstücken möchte ich noch besonders erwähnen. Die gezeichneten Kurven, darunter die eingehend zu behandelnden Kegelschnitte, wirken auch durch ihre Formschönheit, besonders die sich ins Unendliche erstreckenden Kurven. Von inhaltlichen Schönheiten nenne ich noch die Asymptotenlehre und die Quadraturaufgaben. Bezüglich der Möglichkeit, das dem Verlaufe einer Linie anhaftende Gesetz durch eine Gleichung darzustellen, könnte man andeuten, daß sich vielleicht die Gesetzmäßigkeit sehr komplizierter Figuren der Natur durch geeignete Wahl eines Koordinatensystems und geeigneter Funktionen in ähnlich einfacher Weise darstellen lassen dürfte. Werden Sätze, die bereits auf elementarem Wege gewonnen wurden, auf analytischem abgeleitet, so hat die Übereinstimmung der auf ganz verschiedenen Wegen abgeleiteten Resultate einen eigenen Reiz.

Wir haben nun gesehen, wie die Mathematik im Kleinen wie im Großen einen wundervoll exakten Aufbau zeigt und mit größter Eleganz die Probleme zu lösen gestattet.

Die gewaltigen Naturerscheinungen, sowohl die verderblichen als auch die segenbringenden, erregten von jeher Furcht und Staunen der Menschen. So entstanden die phantastischsten Weltanschauungen und die erhabensten Mythen. Unbekannte Mächte stellten sich in den Naturkräften dem Menschen gegenüber. Er suchte nach der Ursache des Großartigen und schrieb jene Wirkungen übermenschlichen Wesen zu, deren Übermenschlichkeit sich der damalige Mensch eben nur als potenzierte Menschlichkeit denken konnte; die mythologischen Gestalten wurden geschaffen. Die Phantasie war auf das lebhafteste angeregt und schuf die herrlichsten Weltbilder. Der Mangel der richtigen Erkenntnis führte zur enormen Betätigung der Phantasie.

Da wäre es vielleicht besser, jeglicher Naturerkenntnis aus dem Wege zu gehen?

Sehen wir uns die Sache näher an. Das Schreckliche, aber auch das wundervoll Zweckmäßige machte auf den Menschen den gewaltigen Eindruck. In poetisch phantastischer Weise suchte er sich die Naturerscheinungen zu erklären. Wir denken heute anders vermöge unserer Einsicht in das Wirken der Natur. Aber die Poesie ist aus der Natur nicht geschwunden. Heute können wir unseren Schülern zeigen, wie sich die kompliziertesten Naturerscheinungen aus Einzelercheinungen zusammensetzen und wie sich jede dieser Einzelercheinungen nach einfachsten Gesetzen abspielt. Wir können in den verschiedenen Partien der Physik auf Analogien hinweisen. Die Physik sagt uns, wie es um uns herum zugeht, was außerhalb der Erde vorgeht im großen Weltraume und andererseits wieder in den Gebieten der Welt, die uns nur mit dem Mikroskope zugänglich sind. Der Mensch aber, der dies alles überdenkt, fühlt ebenso wie der antike, daß dies Schöne einen letzten Grund haben muß. Wirkte auf die Alten das Unerklärliche, so wirkt auf uns die Harmonie im Erklärbaren.

Die Schönheit ist auch hier teils eine solche, die mit den Sinnen aufgenommen wird, teils Schönheit des Inhaltes. Die erste

tritt uns entgegen, wenn wir den Verlauf der Naturerscheinungen beobachten, die zweite beim Studium der Naturgesetze.

In welcher Weise sucht nun der Physikunterricht seine erhabene Aufgabe zu lösen? Die Schüler der Unterstufe sollen durch Experimente mit den wichtigsten Naturerscheinungen bekannt gemacht werden, sie sollen sich vor allem über die Schönheit der Natur freuen. Den strengen wissenschaftlichen Zusammenhang herauszuarbeiten, ist da noch nicht der Platz. Wie groß aber die Freude der Kleinen an den physikalischen Experimenten ist, weiß jeder Lehrer; gehört doch die Physikstunde zu den Lieblingsstunden der Untergymnasiasten. Die Natur in einer Weise wirken zu sehen, wie es früher nicht beobachtet wurde, ist die Ursache dieser Freude. Ein besonderes Interesse erregt die Elektrizitätslehre und es ist bekannt, wie gerade diese Partie der Physik so lebhaft zu Hausexperimenten anregt und nicht selten die Entdeckungslust der Schüler reizt.

Eine viel höhere Aufgabe als der Physikunterricht auf der Unterstufe hat der auf der Oberstufe. Da werden die Naturgesetze eingehender studiert. Aber gerade hier eröffnet sich uns ein großes Gebiet des Ästhetischen durch die Schönheit des Inhaltes. In der Mechanik des Punktes interessieren uns gleich zu Beginn ganz besonders die Begriffe der Geschwindigkeit und der Beschleunigung, welche als Grenzwerte definiert werden, u. zw. jene als Grenzwert des Quotienten aus Weg- und Zeituwachs, diese als ein solcher aus Geschwindigkeits- und Zeituwachs. Die abstrakte Grenzwertlehre findet hier physikalische Anwendung. Gleichungen wie für die gleichförmige Bewegung  $s = et$  oder für die gleichförmig beschleunigte Bewegung  $s = \frac{a}{2} t^2$  oder für die schwin-

gende Bewegung  $s = a \sin \frac{2\pi}{T} t$  zeigen einerseits, wie wunderbar einfach die Bewegungen sich abspielen, andererseits, wie gerade die Mathematik geeignet ist, in knappster Form und doch alles sagend das Gesetz des Verlaufes der Naturerscheinungen zu formulieren. Die drei Prinzipien werden ausgesprochen, welche wunderbar die ganze Mechanik durchziehen: Das Trägheits- und Beharrungsprinzip, das Unabhängigkeitsprinzip und das Prinzip der gleichen Aktion und Reaktion. Das letzte Prinzip setzt uns beispielsweise in den Stand, Kräfte, die wir so nicht messen könnten, durch die entgegenwirkenden Kräfte, die ihnen gleich sind, zu messen. Das zweite Prinzip führt zur wichtigen Konstruktion des Parallelogramms der Bewegungen und Kräfte.

Die Begriffe Kraft und Masse einerseits, Arbeit und Energie andererseits lassen alle Bewegungserscheinungen in überaus einfacher Weise erklären. Die höchst einfache Gleichung  $f = k \cdot \frac{Mm}{r^2}$  repräsentiert eines der erhabensten Naturgesetze, das berühmte Newtonsche Gravitationsgesetz, ein Gesetz, gültig für das ganze Weltall. Diese Gleichung sagt uns, daß weder die stoffliche Verschiedenheit der Körper noch ihre Angehörigkeit zu irgend einem Weltkörper, noch etwa ihre gegenseitige Geschwindigkeit bezüglich der Größe der gegenseitigen Anziehung in Betracht kommt. Die Gültigkeit des Newtonschen Gravi-

tationsgesetzes in der obigen einfachen Form war schon geleugnet worden und der Exponent von  $r$  sollte nicht 2 sein, sondern 2'00000016 (Hall); die neuesten astronomischen Arbeiten bestätigen aber wiederum die Richtigkeit des alten Ausdruckes. Wir sehen hier wieder, wie herrlich einfach sich die Naturerscheinungen abspielen und wir können fast mit Sicherheit schließen, daß das Resultat einer Forschung nicht richtig sei, wenn die Konsequenzen aus einem solchen zu einer Korrektur an der Einfachheit der fundamentalen Gesetze führen würden. Auch der Laie ist ergriffen von der erhabenen Größe der Welt, und kann das wahrhaft Große in seinem innersten Wesen kompliziert sein? Die Schönheit ist einfach, Kompliziertheit wirkt meist verworren, wenn sie sich nicht in einfache Elemente auflöst, die durch ein gemeinsames Band zusammen gehalten werden.

Von erhabener Größe ist das Energieprinzip: Der in der Welt vorhandene Energiebetrag ist konstant; Energie der einen Art kann umgewandelt werden in Energie einer andern Art. Auf das Energieprinzip können wir die ganze Physik aufbauen. Eine Reihe der interessantesten Beispiele für die Energieumwandlungen können wir unsern Schülern geben. Wir beginnen mit dem vom Dache fallenden Ziegelstein, der während seines Falles ebensoviel an kinetischer Energie gewinnt als er an potentieller verliert, der, auf Körper auffallend, dieselben zu zertrümmern vermag und der die Stelle des Bodens, auf die er auffällt, erwärmt nach ganz bestimmtem Gesetze. Durch die ganze Physik hindurch finden wir Beispiele für obiges Prinzip, am schönsten wohl sind die der Elektrizitätslehre entnommenen. Dort hören unsere Schüler, daß durch mechanische Arbeit (Benützung von Wasserkraft u. s. f.) oder durch Wärme unsere Dynamomaschinen betrieben werden; die mechanische Energie wird in elektrische umgesetzt, der elektrische Strom fließt durch die Leitungsdrähte entweder in einen Motor, wo die elektrische Energie wieder in mechanische umgesetzt wird, oder durch eine elektrische Lampe, in welcher Wärme erzeugt wird, oder durch einen Heizapparat, in welchem dasselbe geschieht, oder wieder durch eine Zersetzungszelle, in welcher chemische Arbeit geleistet wird, u. dgl. mehr. Niemals erhalten wir Arbeit aus nichts. Nur Umwandlungen von Energie finden statt, niemals kann das in der Welt vorhandene Energiequantum vergrößert, aber auch niemals verkleinert werden.

Ein sehr interessantes Kapitel der Mechanik ist das der Maschinen. In den Maschinen lernt der Schüler die einfachsten Bestandteile kennen, aus welchen alle unsere sogenannten Maschinen zusammengesetzt sind; mögen diese noch so kompliziert aussehen, ihre Teile lassen sie doch immer unter die bekannten sechs Maschinen einreihen. Der Schüler lernt da erkennen, wie menschliche Intelligenz, gepaart mit Erfindungskraft, imstande ist, die der Natur abgelauschten Gesetze zu ihren Zwecken in großartigster Weise auszunützen; die Vorteile aber, die sie für sich zieht, sind ihrer Größe nach wieder durch unantastbare Naturgesetze bestimmt. Die Natur zieht uns das in irgend einer Richtung Gewonnene in einer anderen wieder ab. Die goldene Regel der Mechanik: was an Kraft gewonnen wird, geht am Wege verloren, war schon den Alten bekannt; in diesem Satze ist wohl auch ein Stück von der ungeheuren Großartigkeit des Weltgeschehens enthalten.