

## Ueber den Begriff „Grösze.“

Diejenigen Lehrbücher der Mathematik, welche mit der Frage: Was ist Mathematik? beginnen, antworten darauf insgesamt: Mathematik ist Gröszenlehre. Man geht also zunächst von dem griechischen Wort Mathematik ( $\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\eta}$ ,  $\tau\alpha\ \mu\alpha\theta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\alpha}$ ,  $\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\eta}$ ,  $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta\eta\ \mu\alpha\theta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\omega}\nu$ ) ganz ab, und das mit Recht, denn wenn auch die Kulturvölker früherer Zeiten mit dem Sammelbegriff: „Wissenschaft des Lernenswürdigen“ eine bestimmte Vorstellung verbinden konnten und verbanden, so doch nicht wir, denn was ist heutigen Tages nicht lernenswürdig? Und dennoch sollte man das Wort Mathematik nicht so ganz unberücksichtigt lassen, denn es zeigt von vorne herein dem Jünger der Wissenschaft, wie sehr der Grieche die mathematische Disciplin schätzte, und diejenigen Philologen, die eine gewisse Grösze des Geistes dadurch zu zeigen vermeinen, dasz sie geringschätzend von der Mathematik denken und sprechen, sollten sich wenigstens sagen, dasz sie darin gewis nicht ihren klassischen Vorbildern ähnlich sind. Wir wollen damit nicht etwa andeuten, dasz die Mathematik das bildungsreichste Unterrichtsmittel sei, sie ist vielmehr nur die erste Leiter, auf der das Bewusstsein zur höhern Entwicklung emporzusteigen hat. Sie knüpft an das Sinnliche an und führt das Bewusstsein, das zunächst nur sinnliches ist und sich zuerst mit seiner Anschauung ganz und gar in dem Reiche des Sinnlichen befindet, in das Reich des Gedanken hinüber. Von der Geometrie wird dies ohne Bedenken zugestanden werden. Aber auch die Zahl hat eine Seite der Sinnlichkeit, sie ist nemlich gesetzte und angeschaute Vielheit, aber nicht angeschaut mit den Sinnen, sondern mit dem Geiste, sie ist Gedanke. Während alle sinnlichen Dinge eine vielfache, räumlich und zeitlich auseinander gehende Existenz haben, kann von der Zahl dies nicht gleichermaßen behauptet werden. Daher setzt sie Plato richtig mitten in die Kluft zwischen den sinnlichen Dingen und der Idee; er faszt sie auf als Dauerndes, und das Dauernde steht in der Mitte zwischen dem Vergänglichen und Ewigen. Freilich hat auch die Idee eine Seite der Vielheit, aber diese Vielheit ist nicht äusserlich gesetzt, sondern vielmehr innerlich verschlossen. Die Idee des Schönen zeigt z. B. das Schöne dem darüber Nachdenkenden auch als eine Vielheit, aber auch nur dem darüber Nachdenkenden, sie ist im Gegentheil das als eine Einheit gesetzte,

aus seiner Vielheit in eine Einheit zusammengeschlossene Schöne. Die Mathematik führt daher nur in das Reich des Gedanken ein, sie ist das passendste Bildungsmittel für den in den ersten Stadien seiner Entwicklung sich befindenden jugendlichen Geist, und es ist nicht nothwendig, dasz tüchtige Mathematiker zugleich tüchtige Denker, tüchtige Philosophen seien. Aber das erscheint mir als allgemein zuzugestehendes, dasz, wenn irgend einem Menschen die Fähigkeit abgehen sollte Mathematisches zu erfassen (was ich bezweifle), derselbe auch unfähig ist anderswo im Reich des Gedanken etwas zu leisten. Ein nach einem kräftigen, geistigen Inhalt verlangender Mensch kann Abneigung gegen die Beschäftigung mit der Mathematik besitzen, aber nicht Unfähigkeit. Diese Abneigung schon beim Schüler zu stärken ist aber jedenfalls vom Standpunkte der Pädagogik aus verfehlt, und der leider von vielen Schulmännern als berechtigt und zu Recht bestehend anerkannte Dualismus auf der Schule zwischen Sprachen und Mathematik ist um so beklagenswerther, je schwieriger es der Schule gemacht wird erziehlich auf den Willen einzuwirken.

Um also den Inhalt der Mathematik anzugeben, hat man an die Stelle dieses Wortes das Wort „Größenlehre“ gesetzt. Es fragt sich, ist es geschickt gewählt, bezeichnet dies Wort das, was wir seit langer Zeit gewohnt sind durch das Wort Mathematik zu umfassen, zu begreifen? Zur Mathematik, oder schärfer gesagt, zur reinen Mathematik pflegt man die Lehre von der Zahl (Arithmetik, Algebra, Analysis) und die Lehre vom Raume (Geometrie) zu rechnen, indem man die Mechanik — freilich, wie sich zeigen wird, inkonsequenter Weise — schon der angewandten Mathematik zuzählt; die Frage gestaltet sich also zu folgender: Ist Größenlehre kongruent Lehre der Zahl und des Raumes? Man wird also getrieben zu der Frage: Was ist Größe? Der Begriff Größe gehört nun zu den Begriffen, die sich mit der Menschheit allmählich gebildet haben, die der jetzige Mensch vorfindet und die er sich durch eine mehr oder weniger vollständige Induktion allmählich aneignet. Die Frage: Was ist Größe? ist wesentlich unterschieden von der Frage etwa: Was ist Perpendikel? Dort haben wir es mit einem Begriff zu thun, der sich vor aller Wissenschaft gebildet hat, hier mit einem Begriff, der innerhalb der Wissenschaft durch Uebereinkunft festgestellt ist. Der Begriff Größe ist also vor der Hand ein undefinirbarer, jeder Mensch weisz, was Größe ist, und der Mathematiker hat nicht nöthig den Begriff Größe durch einen andern allgemeineren mit dem Artsunterschiede versehenen Begriff zum Bewusstsein zu bringen, er sieht sich eben so wenig dazu gezwungen, wie der Naturhistoriker sich veranlaszt fühlt etwa den Begriff Holz zu definiren. Die Antwort des Mathematikers auf die Frage: Was ist Größe? lautet: Größe ist Größe. Und diese Antwort wird auch, wenn auch versteckter, in denjenigen mathematischen Lehrbüchern, welche in der Einleitung sich mit dieser Frage beschäftigen, in der Erklärung gegeben: Größe ist alles dasjenige, was man vergrößern und verkleinern kann; denn in diesem Satze wird offenbar vorausgesetzt, dasz man wisse, was Größe sei, und es wird hier dem Schüler eine Eigenschaft, die aus dem Begriffe der Größe folgt, zur Erinnerung, zum Festhalten des bekannten Begriffes Größe gegeben. Und jedenfalls ist es ganz gut, wenn man dem Knaben eine faßbarere Eigenschaft der Größe giebt, damit er jeden Augenblick den ihm

bekannten, aber für ihn nicht definirbaren Begriff Grösze zur Hand habe. Da aber die Mathematik die Materie von ihrer Betrachtung ausschlieszt, so musz auch dafür gesorgt werden, dasz der Knabe bei dem Worte Grösze nicht die materielle Grösze denke. Hier kommt nun dem Lehrer der Sprachgebrauch glücklich zu Hülfe: Materie kann natürlich nur durch Materielles vergrößert oder verkleinert werden, dem ganzen materiellen Dinge gegenüber, für das in seiner Ganzheit und besondern Geförmtheit und seinem Verhältnis zu dem, auf das es bezogen ist, ein selbstständiger Begriff existirt (z. B. Mauer), pflegt man das hinzukommende Materielle, für das auch in Bezug auf seine Ganzheit und besondere Gesamtheit und sein Verhältnis zu jenem und dem übrigen, auf das es bezogen ist, wiederum ein besonderer Begriff existirt (z. B. Stein), nicht Theil, sondern „Stück“ zu nennen, wogegen niemand diesen Ausdruck bei den durch gewaltsame Abstraktion gewonnenen Begriffen der Zahl, des Raumes, der Zeit und der Kraft gebraucht: Raum wird um einen Raum vergrößert (Linie um eine Linie, Fläche um eine Fläche, Körper um einen Körper), Zahl um eine Zahl u. s. w., dagegen die Mauer um ein Stück, um einen Mauerstein. Um also beim Knaben den Begriff der [mathematischen] Grösze dem des [materiellen] Groszen gegenüber zu fixiren wird ihm gesagt, die Grösze, mit der es die Mathematik zu thun habe, vergrößere oder verkleinere sich durch Theile, der Theil aber sei mit dem Ganzen gleichartig, gleichnamig. Sollte also etwa der Baum eine Grösze sein, die Wissenschaft von ihm zur Gröszenlehre gehören, so müszte er, wenn er vergrößert oder verkleinert wird, sich um einen Baum vergrößern oder verkleinern, ebenso ein Buch um ein Buch — und da dies nicht der Fall ist, so ist Baum, Buch keine Grösze, die Betrachtung des Baumes, Buches, überhaupt der Dinge nicht der Mathematik oder Gröszenlehre angehörig. Auf diesem Wege kann also und wird auch beim Schüler der aus der Ausenwelt mitgebrachte, durch das Leben anerzogene und gewonnene Begriff „Grösze“ geläutert und von verwandten Begriffen gereinigt und ein minder verworrener gewonnen. Es könnte hier nun freilich die Frage aufgeworfen werden: Ist denn das richtig, dasz „Grösze“ alles das sei und nur alles das, was durch dem Ganzen gleichartige Theile vergrößert oder verkleinert werden kann? Die Beantwortung dieser Frage kann an dieser Stelle der Abhandlung noch nicht gegeben werden; der Umstand, dasz dieser Satz bis jetzt unangefochten von den Mathematikern zu Anfang des mathematischen Systems gestellt ist, wird vielleicht uns ihn mit einem gewissen Vertrauen aufnehmen lassen; auch scheint sich aus dem Vorhergehenden ergeben zu haben, dasz mit dieser Umschreibung des Begriffes Grösze nicht gegen den Sprachgebrauch verstoszen wird. Aber das sei hier noch einmal hervorgehoben, eine Definition der Grösze ist jener Satz nicht, schon um deswillen nicht, da das zu definirende Wort in dem fraglichen Erklärungssatze in etwas anderer Form gebraucht wird. Auch können wir denselben darum nicht als eine Uebereinkunft der Mathematiker hinstellen; — er ist nur eine Umschreibung eines im Allgemeinen bekannten Begriffes, der durch dieselbe dem Bewusstsein näher gerückt werden soll. Dies kann noch mehr geschehen, wenn man über das Verhältnis der Theile zu einander und zum Ganzen reflektirt. Diesz Verhältnis kann nur ein äusseres sein, kann sich nur in der Anordnung der Theile zeigen, denn die Grösze wird vergrößert

vergrößert sich nicht von innen heraus, durch innere Nothwendigkeit, es ist der Größe die Vergrößerung oder Verkleinerung äußerlich, in ihr liegt kein Grund zu derselben. Also wie sind die Theile der Größe zu einander angeordnet? Um diese Frage beantworten zu können, wird es am besten sein, wir betrachten in dieser Beziehung verschiedene Größen der Mathematik, also z. B. die Zahl 8 und einen Winkel von  $45^\circ$ . Die Zahl 8 ist offenbar ein Kontinuum von der Null bis zu dem letzten unendlich kleinen Theilchen, das die 8 voll macht; denke ich mir als Theile der Zahl 8 die Zahlen 6 und 2, so fängt ersichtlich der zweite Theil 2 unmittelbar da an, wo der erste Theil 6 aufgehört hat, so dass beide Theile eben als Theile die in sich zusammenhängende Größe 8 ausmachen; zwischen 6 und 2 als Theilen der Zahl 8 kann offenbar nichts dazwischen liegen, so dass sie etwa von einander abgesondert wären, — und wo sollte das Trennende herkommen, und was wäre das? Für sich allein, d. h. so fern man sie nicht als Theile einer andern Zahl betrachtet, sind freilich die Zahlen 6 und 2 selbstständig, von einander abgesondert, diskret. Zertheile ich ebenso den Winkel von  $45^\circ$  in einen Winkel von  $30^\circ$  und einen Winkel von  $15^\circ$ , so fängt in gleicher Weise, so lange ich sie als Theile betrachte, da wo der Winkel von  $30^\circ$  aufhört, der Winkel von  $15^\circ$  unmittelbar an (und umgekehrt), gleichgültig, ob sie im Raume stetig neben einander liegen, oder ob sie nicht neben einander liegen, vielmehr allein dadurch, dass ich sie als Theile eines und desselben Winkels betrachte. Aber so bald ich die Winkel von  $30^\circ$  und  $15^\circ$  als selbstständige Größen betrachte, alsdann sind sie eben so gut von einander abgesondert, wie die Zahlen 6 und 2. \*)

Wenn nun die Mathematiker darin Recht haben sollten, dass Größe alles das sei, was durch dem Ganzen gleichartige Theile vergrößert oder verkleinert werden kann, d. i. Größe schlechthin, in Ausschluss der Materie, was muss dann Inhalt der Größenlehre, der Mathematik sein, wie viele Arten der Größe finden wir in unserm Vorstellungsvermögen? Zunächst offenbar die Zahl, denn die Theile der Zahl sind wiederum Zahlen, eine Zahl wird durch eine Zahl vergrößert; sodann die räumliche Größe, denn die Theile der Raumgröße (Körper, Fläche, Linie) sind wiederum Raumgrößen (Körper, Flächen, Linien), ein Körper wird durch das Hinzukommen eines Körpers größer, ebenso Fläche und Linie. Dasselbe, was vom Raum zu sagen ist, ist aber auch von der Schwester des Raumes, der Zeit, zu behaupten. Die Zeit ist ebenso wie der Raum ein durch gewaltsame Abstraktion von der Materie ge-

\*) In den mathematischen Lehrbüchern findet man durchgehends die Behauptung, je nach der Anordnung der Theile sondern sich die Größen in Raum- und Zahlgrößen, und demgemäß sondere sich die Mathematik in eine Wissenschaft von den Raumgrößen — Geometrie — und in eine Wissenschaft von den Zahlgrößen — Arithmetik; die Raumgrößen seien solche, deren Theile so angeordnet seien, dass da, wo der eine Theil aufhört, der andere unmittelbar anfangt, während die Zahlgrößen solche seien, deren Theile alle von einander abgesondert seien. Diese Behauptung, der ich oben in den angeführten Beispielen entgegengetrete, liegt eine Unklarheit der Begriffe Größe und Theile zu Grunde. Größe ist ein Kontinuum, dadurch dass ich mir eine bestimmte Größe als aus mehreren Theilen bestehend denke, hört die Größe nicht auf ein Kontinuum zu sein; erst dann ist sie kein Kontinuum mehr — existirt aber dann überhaupt nicht mehr — wenn ich jeden Theil für sich als Größe und nur als Größe betrachte.

wonnener Begriff; ein Zeitabschnitt wird um einen Zeitabschnitt vergrößert oder verkleinert. Mit demselben Rechte, mit welchem die Wissenschaft des Raumes (Geometrie) ein Theil der Mathematik ist, ist auch die Wissenschaft der Zeit (Chronometrie) der Mathematik zuzuzählen. Die Materie nimmt aber nicht nur einen Raum ein (hat räumliche Existenz) und hat einen Verlauf (zeitliche Existenz), sondern wir bemerken an ihr auch einen räumlichen Verlauf, d. h. Bewegung. Bewegung ist die Einheit von Zeit und Raum, Bewegung ist räumliches Nacheinander; wenn daher die räumliche und zeitliche Grösze Gegenstand der Mathematik ist, so ist es auch die räumlich-zeitliche Grösze, die Bewegung, oder wenn man lieber will, die Ursache derselben, die Kraft, eine Bewegung wird um eine Bewegung, eine Kraft um eine Kraft grösser oder kleiner. Mathematik oder Gröszenlehre ist also die Wissenschaft von der Zahl, von dem Raume, von der Zeit und von der Kraft; ist Arithmetik, Geometrie, Chronometrie und Mechometrie oder Mechanik. Wir sehen also, der Ausdruck Gröszenlehre ist, wenn man unter Mathematik nur Arithmetik und Geometrie verstehen will, und wenn der Begriff Grösze in der angegebenen Weise richtig gefasst ist, zu weit, ist also als Stellvertreter des Wortes Mathematik ungeeignet.

Wir haben wiederholentlich hervorgehoben: wenn der Begriff Grösze in der angegebenen Umschreibung richtig erläutert ist — dasz er es ist, möchte aber doch noch fraglich sein. Wenn Grösze alles das ist, was durch dem Ganzen gleichartige Theile vergrößert oder verkleinert werden kann, so scheint doch auch die Materie, die doch die Mathematik von ihrer Betrachtung ausschlieszt, ebenfalls unter diesen Begriff zu fallen, denn Materielles wird und kann durch Materielles vergrößert und verkleinert werden: Holz wird um Holz, Eisen um Eisen vergrößert oder verkleinert. Man wird dem Sprachgeist aber nicht Gewalt anthun, vielmehr ihm gemäsz handeln, wenn man irgend ein begrenztes Materielles als ein materielles Groszes bezeichnet, ein Stück Holz ist nicht sowohl eine Grösze, als ein Groszes, aber ebenso ist ein mathematischer Körper, eine Fläche, eine Linie ein räumliches Groszes, ferner ein Zeitabschnitt ein zeitliches Groszes, eine Bewegung ein räumlich-zeitliches Groszes; die reine Zahl — die unbenannte Zahl — wird man dagegen, da ihr die Existenzweise der sinnlichen Vorstellung fehlt, schwerlich als ein Groszes denken können, sondern für sie wird der abstrakte Begriff Grösze verbleiben müssen. Bei näherer Betrachtung steigen also nicht geringe Zweifel gegen den oben umschriebenen Begriff Grösze auf. Freilich ist die Sprache nicht so wenig biegsam, dasz sie sofort ohne weitere Untersuchung die Menschen das Richtige erkennen liesze, vielmehr stellen wir diese unter der Voraussetzung an, dasz die einfachen Begriffe den Menschen durch Erziehung, Leben, Sprache oder was sonst gemeinsam und ihnen erkennbar seien. Es fragt sich, was haben wir unter Grösze zu denken, wenn wir nicht mit uns selbst, mit dem allgemeinen Inhalt unsers Denkens in Widerspruch treten wollen? Sofern der einzelne Mensch sein konkretes Ich im Denken aufgibt und sich so zu verhalten strebt, wie er als Glied der Menschheit zu denken sich gezwungen sieht, sofern er der Denknöthwendigkeit (d. h. der Nothwendigkeit, in der sich der Mensch vermöge der Einrichtung seines Geistes befindet, so und nicht anders denken zu können, wenn er vernünftig denken will,) gehorcht

und seine Denkkür schweigen lässt, verhält er sich als Philosoph. Ich will also auf philosophischem Wege den Begriff der Größe zu erörtern suchen. Freilich wird jedes philosophische System, so lange die Menschen Menschen, d. h. dem Irrthum unterworfenen Sterbliche bleiben, Unwahrheiten enthalten, nicht die volle Wahrheit geben, und trotzdem dass der Philosoph dies auch von seinem eigenen Systeme zugestehen muss und zugesteht, wird er doch sein System für das richtige halten, glauben, dass er die nach dem Entwicklungsstandpunkte der Menschheit mögliche Wahrheit vollständig biete. Der Zweifel an sein eignes System kommt in ihm nicht zum Leben, ist nicht lebensfähig, da er, der Zweifel, sich nicht auf bestimmte Wahrheiten resp. Unwahrheiten bezieht, sondern nur aus dem Bewusstsein und der Erfahrung der vorangegangenen Jahrtausende von der menschlichen Kurzsichtigkeit geboren ist. Und trotz des Eingeständnisses, dass in jeglichem Systeme jedenfalls Unwahrheiten enthalten seien, wird niemand läugnen können, dass durch die Bemühungen der Philosophen ein grosser Bestand an Wahrheit zu Tage gefördert ist, dass dieselbe, wenn sie auf dem Erfahrungsgebiete schon gefunden war, durch die Philosophen schärfer, geläuteter gefasst und von den Schlacken oder wenigstens von der begleitenden Bergart des vulgären Daseins gereinigt worden ist. Wir können also immer mit einem gewissen Zutrauen an die Philosophie die Frage richten: was ist Größe? Das Wissen der Erfahrung — hier der mathematischen Erfahrung — und das Wissen der Philosophie werden sich gegenseitig zum Prüfstein dienen. Ein philosophisches System muss nun nicht allein alle Denkbestimmtheiten, deren der menschliche Geist fähig ist, enthalten, sondern in ihnen muss auch Widerspruchslosigkeit und Einheit herrschen, sonst ist natürlich dasselbe alles Zutrauens verlustig. Wir werden also mit den einfachsten Denkbestimmtheiten anzufangen haben, bis wir durch das Denken selbst in widerspruchsloser Einheit zum Begriffe der Größe geführt werden. Um nun auch voraussetzungslos zu sein, was man mit Recht von der Philosophie verlangt, weil sonst es in den Willen des Menschen gestellt ist die Voraussetzung und mit ihr das System anzunehmen oder umzuwerfen, beginnt die Hegel'sche Philosophie, deren Principien ich der folgenden Untersuchung zu Grunde lege, wenn ich auch in Gemässheit der Eigenthümlichkeit des eigenen Denkens, die doch bei allem Fleisse nur bis zu einem gewissen Grade abgestreift werden kann, nicht im Folgenden mit Hegel verboten übereinstimme, mit der Forderung und Handlung desjenigen Denkens, das von allem Inhalt sich losgemacht hat; — was bleibt? das reine Aussagen ohne etwas auszusagen, die Form des Aussagens, ein Sein, das von keinem Unterschiede in sich weisz, also auch keinen Inhalt hat. Wenn gesagt wird, dies Sein sei nicht zu fassen, so ist das ganz richtig, es ist eine gewaltsame Abstraktion, die, eben weil sie nur Abstraktion ist, nichts Bleibendes hat, im Geiste nur momentanes Dasein gewinnen kann; indem man dieselbe genauer betrachten will, ist sie schon verschwunden. Ganz dieselbe Bewandnis hat es in der Naturphilosophie mit dem Begriffe „Räumlichkeit“; Raum ist Vernunft in der Existenzweise der reinen Aeusserlichkeit, er ist das allgemeine Nebeneinander (der Seienden), Räumlichkeit ist mithin reine Aeusserlichkeit. Was sagt das? entsetzlich wenig, aber jedenfalls nicht weniger, als wenn ich sage: Raum ist Raum. Raum ist eine ebenso gewaltsame

Abstraktion von der Materie als das reine Sein vom Begriff des Werdens und des Etwas. Wenn man also anfängt, das farblose, unterschiedslose Sein zu betrachten, so sieht man, dasz man absolute Inhaltslosigkeit oder das Nichtsein hat, aber dieses, die absolute Inhaltslosigkeit, in Gedanken festgehalten und zum Gegenstand des Denkens gemacht, war ja eben das reine Sein, die bloße Form des Denkens; das eine ist so wenig zu fassen, wie das andere, das eine geht in das andere unmittelbar über. Aber, fragen wir uns, welchem Begriffe haben wir eigentlich nachgedacht, welchen Begriff haben wir durch unser Denken verwirklicht, wenn wir das Sein ausdenkend zum Gedanken des Nichtseins kommen und dieses ausdenkend zum Gedanken des Seins zurückkommen? Wir vollziehen den Gedanken des „Werdens“, wir werden also durch unser Denken selbst dahingetrieben das Werden zu denken, das Werden ist also die Einheit von Sein und Nichtsein, das Werden ist ein Sein, das sich als Nichtsein erweist, und ein Nichtsein, das sich als Sein erweist. Das „Werden“ haben wir daher überall da, wo etwas ist, das zugleich noch nicht ist, das „wird.“ Das Werden ist schon ein konkreterer Begriff, der ist schon zu fassen, Sein und Nichtsein sind gewaltsame Abstraktionen des Werdens, wie Raum und Zeit gewaltsame Abstraktionen der Materie. Das Werden ausgedacht verlangt den Gedanken des Gewordenen oder „Etwas“, das aber als Gewordenes die Negation des Etwas „Anderes“ in sich trägt oder vielmehr zu seiner Voraussetzung hat. Etwas ist schliesslich nicht ohne „Anderes“ zu denken, Anderes (d. i. das ausserhalb des Etwas Seiende) ist offenbar das Nichtsein des Etwas, es ist die Grenze des Etwas, ebenso ist Etwas die Grenze des Andern, jedes von beiden hat also ausser seinem Sein für sich oder an sich noch ein Sein (negatives) für Anderes oder für das Andere (d. i. für das ausserhalb seiner selbst Seiende); man ist also genöthigt für das Etwas den Unterschied von „An sich sein“ und „Für Anderes sein“ zu denken. Das Etwas hat ein Sein an sich und ein Sein für das Andere, und es ist am Ende nur eine Tautologie, wenn man sagt, Etwas ist nicht für Anderes das, was es an sich ist, denn sein Sein für Anderes ist nur das Negative seines an sich Seins. Aber sein Sein für Anderes ist doch nur durch sein an sich Sein bestimmt, nur erst durch die Bestimmtheit seines an sich Seins wird sein Sein für Anderes bestimmt, änderte das Etwas etwa sein an sich Sein, so würde damit auch zugleich sein Sein für Anderes geändert. Wir können also das Sein des Etwas für Anderes nur denken als ein durch sein an sich Sein bestimmtes Sein; ebenso wird das Etwas in seinem an sich Sein geändert, sobald sich das Andere (d. h. das ausserhalb des Etwas Seiende) ändert, oder was Folge davon ist, sobald sich sein Sein für Anderes ändert, mithin ist auch umgekehrt das an sich Sein des Etwas bestimmt durch sein Sein für Anderes. Indem Kant die beiden Seiten des Etwas, das an sich Sein und das für Anderes Sein als Gegensatz auffasste und bei demselben stehen blieb, behauptend, dasz wir die Dinge nicht, wie sie an sich sind, sondern nur ihre Erscheinungen erkennen könnten, legte er eigentlich den Dingen selbst nur ein an sich Sein bei, wogegen die Erscheinungen der Dinge ihm wesentlich die Dinge sind, wie sie ein Sein für Anderes, nämlich für unser Bewusstsein, haben; und wenn es zweierlei Dinge geben sollte, von denen die einen nur ein an sich Sein, die andern nur ein Sein für Anderes

haben, so wäre es ganz richtig, dasz wir nicht erkennen könnten, wie die Dinge an sich sind; was ein Ring an sich sei, ist also nach Kant nicht zu wissen, sondern nur, was derselbe für uns ist, nämlich eben ein Ring, oder ein Andenken oder dergleichen. Aber schon Fichte erkannte, dasz das Etwas in seinem an sich Sein durch sein Sein für Anderes bestimmt sei, daher sind die Dinge nach ihm an sich das, was sie sein sollen, wozu sie (durch unser Thun) bestimmt sind. Will man also den Begriff „Etwas“ richtig denken, so musz man Etwas fassen als ein durch das Andere (d. h. durch das auszer ihm Seiende) bestimmtes Sein oder Bestimmtes, Begrenztes. Auch als „Bestimmtes“ ist Etwas nicht zu denken ohne sein Anderes, das es bestimmt. Etwas ist folglich das von auszen her durch die auszer ihm seiende Bestimmtheit bestimmte Sein, Etwas ist also in Wahrheit seine Grenze, oder in seiner Grenze gegen das Andere; ebenso ist das Andere (das andere Etwas) durch die auszer ihm seiende Bestimmtheit — durch das Etwas — bestimmt, also ebenfalls seine Grenze oder in seiner Grenze gegen das Etwas. Somit ist etwas eigentlich sein eignes Anderes. An diesem innerlichen Widerspruch krankt alles das, was nur ein „Etwas“ ist, alle endlichen Dinge. Dieser aufgedeckte innere Widerspruch in dem Begriffe des Etwas treibt aber über diesen Begriff selbst hinaus, — er wird vermieden, wenn wir das Bestimmende in das Etwas selbst setzen, wenn wir durch sich selbst Bestimmtes oder „für sich Seiendes“ denken. Etwas und für sich Seiendes haben beide ein bestimmtes Sein, aber während das Etwas seine Bestimmtheit von Auszen erhält und auf dieses, das Andere, hinweist, ist die Bestimmtheit des für sich Seienden eine in sich und aus sich seiende und auf sich selbst bezogene. Jedes Bestimmte ist aber nur als ein Bestimmtes zu denken, indem es sich auch nach auszen hin als solches zeigt oder bethätigt; ohne dies wäre es mit dem abstrakten und inhaltslosen Sein identisch. Die Bethätigung des für sich Seienden als solches nach auszen hin kann nur eine rein negative sein, jede positive Bethätigung würde das für sich Seiende seine Bestimmtheit von auszen her empfangen und somit aufhören laszen für sich Seiendes zu sein. Wogegen soll sich aber das für sich Seiende so negativ bethätigen? gegen das Andere als das bestimmte Etwas ist nicht möglich, da dieses ja aus sich hinausweist und seine Bestimmtheit von dem Fremden verlangt, gegen dieses könnte es sich also nur positiv bethätigen, ihm gegenüber kann es also nicht für sich Seiendes sein; es kann sich also das für sich Seiende nur negativ bethätigen gegen anderes für sich Seiendes, für sich Seiendes ist also nicht zu denken ohne anderes für sich Seiendes; das Ich, das Selbstbewusstsein, die höchste Sphäre des für sich Seienden, bildet sich lediglich im Konflikt mit einem andern Ich, ein Kind unter Bären aufwachsend kommt nicht zum Selbstbewusstsein, kommt nicht zum Ich. Für sich Seiendes ist also als für sich Seiendes nothwendig ausschlieszend gegen anderes für sich Seiendes, ebenso verhält sich diesz andere für sich Seiende ausschlieszend, das ausschlieszende für sich Seiende musz sich also gegen das Ausgeschlossene nicht nur ausschlieszend verhalten, sich im Ausschlieszen die Richtung auf dieses hin geben, sondern sogar sich mit diesem im Akte des Ausschlieszens berühren; nur das auf einander Bezogene kann sich ausschlieszen, das vollständig Getrennte ist gleichgültig gegen einander, verhält sich also nicht negativ zu einander.

In dem gegenseitigen Ausschlieszen der für sich Seienden ist also zugleich Beziehung der für sich Seienden gesetzt [ganz äusserlich: Ausschlieszen — Negation — des Ausschlieszenden — der Negation — giebt Beziehung — Position]. Wenn man also den Begriff des für sich Seienden genau betrachtet und ausdenkt, so sieht man, dasz derselbe eigentlich an einem Widerspruch laborirt: Man soll denken sich auszschlieszende Bezogene, sich auf einander beziehende Ausschlieszende. Wohin treibt dieser Widerspruch, wie kann er allein gelöst werden? Das Denken selbst treibt uns an einen höhern Begriff zu denken, in welchem das, was sich jetzt widerspricht, als Momente zur Einheit gebracht ist. Da die Ausschlieszende auf einander bezogene sein sollen (alle für sich Seiende sein sollen), so haben sie offenbar den Charakter der Dieselbigkeit, und da die für sich Seienden sich ausschlieszen sollen, so müssen sie sich unterscheiden; man hat also eine Bestimmtheit zu denken, die unbeschadet ihrer Natur — der Qualität — geändert werden kann, zum sich Unterscheiden gebracht werden kann. Eine solche Bestimmtheit ist Quantität oder Groszsein. Was ist also Groszsein oder Quantität? Die Einheit von Beziehung und Einschlieszung, oder schon entwickelter und daher konkreter: ein Sein, das unbeschadet seiner Natur sich ändern kann. Diese Definition steht in Einklang mit dem gewöhnlichen Bewusstsein: die Veränderung in dem Groszsein ändert nicht die Qualität eines Gegenstandes — ein Wald, eine Wiese kann grösser oder kleiner werden ohne aufzuhören Wald, Wiese zu sein. Das quantitative Sein verhält sich also gegen seine Grenze vollkommen gleichgültig. Das Groszsein ist aber nicht ohne Groszes zu denken; Groszes ist, wie schon vorwegnehmend gezeigt wurde, sich unterscheidende Dieselbige; es finden sich also in dem Groszen zwei Bestimmungen: 1) die Bestimmungen des sich Unterscheidens oder das Moment der Diskretion — das Grosze ist nach dieser Seite hin „Vieles“, das Grosze wird durch eine Vielheit gebildet, und 2) die Bestimmung der Dieselbigkeit oder das Moment der Homogenität (Kontinuität), das Grosze ist nach dieser Seite hin ein Kontinuum (Stetiges). Das Grosze ist also beides: Vieles und Stetiges, es ist Einheit von Diskretion und Kontinuität, d. h. da Diskretion und Kontinuität sich eigentlich ausschlieszen, jedes an dem andern seine Grenze hat, ein Seiendes, das vermöge seiner Diskretion stetig und vermöge seiner Stetigkeit diskret ist. Vermöge seiner Diskretion war das Grosze ein Vieles, vermöge seiner Kontinuität eine Einheit (Kontinuum), also haben wir ein Seiendes zu denken, das vermöge des „Vieles“, das es ist, vermöge seiner Vielheit eine Einheit ist und welches vermöge seiner Einheit, die es ist, (vermöge seines stetigen Verlaufs) ein Vieles ist. Ein solches Grosze, das durch die Vielheit, die es ist und ausdrückt, eine Einheit ist, und umgekehrt, ist offenbar die Zahl, sie ist das durch sich bestimmte (in seiner Einheit durch seine Vielheit bestimmte, in seiner Vielheit durch seine Einheit bestimmte) Grosze, das man passend Grösze genannt hat. Denn Grösze nennt, wie oben gezeigt, das gewöhnliche Bewusstsein dasjenige, was sich vergrössern oder verkleinern lässt, was also absolut variabel ist; diese Bestimmtheit kommt aber dem deducirten Begriff Grösze zu, denn das Groszsein ist, wie nachgewiesen, die Bestimmtheit dessen, das sich unbeschadet seiner Natur ändern kann, und das Groszsein ist die allgemeinste Bestimmtheit der Grösze. Keinem andern

verwandten Begriff kommt aber die besondere Bestimmtheit der Grösze oder der Zahl zu, nemlich ein Einheit zu sein vermöge der Vielheit, die es ist, und umgekehrt. Die Zahl 8 z. B. ist ein Vieles, aber in dem Vielen und nur durch diese bestimmte Vielheit diese Einheit Acht, und umgekehrt, sie ist eine Einheit, aber zugleich ist durch diese Einheit eine Vielheit ausgedrückt. Die Zahl oder die Grösze enthält also als Einheit von Diskretion und Kontinuität erstens das Moment des Vielen in sich, doch so, dasz durch die Vielen ein Kontinuum, eine Einheit gebildet wird — diesz wird passend durch den Ausdruck „Anzahl“ (oder Vielheit) bezeichnet; — zweitens enthält sie das Moment des Stetigen in sich, doch so, dasz durch das Einheitsein ein Vieles gebildet wird, d. h. wir haben es in der Grösze mit Einheiten zu thun. Grösze ist also eine Anzahl von Einheiten, d. i. Zahl. \*) Ich sage, keinem andern verwandten Begriffe kommt diese Bestimmtheit zu, z. B. nicht der Raumgrösze; in jeder Linie, Fläche und in jedem Körper ist die Vielheit nicht gleich berechtigt mit der Einheit, die Vielheit ist versteckt und musz erst durch den theilenden Verstand zum Bewusstsein gebracht werden, die Vielheit, das Moment der Diskretion, tritt gegen die Einheit, das Moment der Kontinuität, gar sehr zurück, verschwindet fast. Man müszte also, wenn man einmal der Zahl das Prädikat Grösze beilegt, den Raumeinheiten eine andere Bezeichnung geben, ich habe daher oben gesagt, die Figur, die Linie, der Körper sei ein Raumgröszes. Der Ausdruck „Groszes“ oder „das Grosze“ scheint mir eine passende Bezeichnung zu sein für die kontinuierliche quantitative Bestimmtheit, d. h. für diejenige Einheit, welche nur die Fähigkeit des Getheiltwerdens enthält, an der die Diskretion zurücktritt. Der allgemeine [d. i. der leere, nicht von Raumeinheiten erfüllte und ausgefüllte] Raum ist die allgemeine Form des Nebeneinanders, in der keine wirklichen Einschnitte gesetzt sind, die vielmehr nur ein ununterbrochenes Kontinuum ist, die aber die Möglichkeit und Anlage enthält, dasz in ihr diesen ununterbrochenen Verlauf unterbrechende Einschnitte gesetzt werden. Ebenso ist jedes Raumgrösze (Linie, Fläche, Körper) ein solcher bis an seine Grenzen ununterbrochener Verlauf mit der Möglichkeit und Anlage, dasz in ihm unterbrechende Einschnitte ge-

\*) Da die Anzahl eine wesentliche Seite der Zahl ist, so sind Null und Eins nicht wirkliche Zahlen. Die Lehrsätze der Arithmetik, an einer allgemeinen Zahl bewiesen, gelten deshalb wegen dieses Beweises noch nicht für die Null und die Eins; sind sie für dieselben auch gültig, so musz dies besonders nachgewiesen werden. Abgesehen von den unbestimmten Ausdrücken der Analysis finden sich auch sonst in der Zahllehre Sätze, die für die Eins und die Null nicht gültig sind, z. B. die Sätze:

Das unbenannte Produkt ist ein Mehrfaches eines beliebigen seiner Faktoren, und Wenn eine Zahl nicht ein Mehrfaches einer andern ist, so kann sie diese auch nicht zum Faktor haben. (Scheiberts Lehrbuch der Arithmetik und ebenen Geometrie I. §. 31, 1 u. 2.)

Die einfache Definition der Primzahlen:

Primzahlen nennt man diejenigen Zahlen, die sich nicht in Faktoren zerlegen laszen, musz darum, dasz man sich gewöhnt hat die Eins auch als Zahl anzusehen, lauten:

Primzahlen nennt man diejenigen Zahlen, die auszer sich und der Eins keinen Faktor haben.

setzt werden. Das Entsprechende lässt sich von dem Zeitgrößen und der Bewegung aussagen. Die Zeit ist die allgemeine Form, in welcher die Dinge sich verändern, sie ist also, wenn man nur sie betrachtet und von den Dingen, die sich in ihr verändern, absieht, die allgemeine Form des Nacheinanders. Freilich ist diese Abstraktion eine gewaltsame, denn die Zeit existirt nicht ohne die Dinge, sie ist nichts Anderes als ihr Entstehen, Verändern und Vergehen, sie ist Vorübergehen des Zeitlichen, d. i. der Dinge, die Dinge vergehen nicht in der Zeit, sondern ihr Entstehen und Vergehen ist die Zeit, aber es liegt diese Abstraktion von den Dingen ganz allgemein in unserem Bewusstsein. Schon bei Plato fällt die Messung der Zeit mit der Zeit selbst zusammen; die Gottheit, lehrt er, gab der Welt alles, was sie selbst hatte, in so weit die Welt dafür empfänglich war, daher gab die Gottheit der Welt ein Analogon der Ewigkeit, die Zeit, eben deswegen aber muszten Himmelskörper sein, denn ohne diese giebt es keine Zeit. Die Zeit ist der ununterbrochene Zusammenhang, die ununterbrochene Aufeinanderfolge der einzelnen Augenblicke mit der Möglichkeit, dass durch Einschnitte dieser ununterbrochene Verlauf gestört werde. Durch diese Einschnitte werden verschiedene Zeiteinheiten gebildet, jedes Zeitgrößen ist selbst wiederum eine bis an seine Grenzen ununterbrochene Aufeinanderfolge mit der Möglichkeit durch neue Einschnitte unendlich getheilt zu werden. Endlich ist jede Bewegung ein bis an ihre Grenzen ununterbrochener Verlauf, mit der Möglichkeit durch Einschnitte als eine Summe von Bewegungen zu erscheinen. Zeit, Raum und Bewegung sind Verwirklichungen des allgemeinen Quantitätsbegriffes, denn sie sind Bestimmtheiten, die wie die Zahl gegen ihre eigenen Grenzen gleichgültig sind; daher liegt es, zunächst für Zeit und Raum, bei einigem Nachdenken aber auch für Bewegung, in unserm Bewusstsein, dass sie gleich der Zahlreihe unbegrenzt seien. Wollten wir Zeit und Raum uns als begrenzt vorstellen, so würden wir auf die Frage, was jenseits dieser Grenze sei, die Antwort schuldig bleiben \*) Dass die Bewegung ebenso

\*) Kant. Transcendentale Aesthetik I. §. 2: Der Raum ist eine nothwendige Vorstellung *a priori*, die allen äuszern Anschauungen zum Grunde liegt. Man kann sich niemals eine Vorstellung davon machen, dass kein Raum sei, ob man sich gleich ganz wohl denken kann, dass keine Gegenstände darin angetroffen werden. Er wird also als die Bedingung der Möglichkeit der Erscheinungen, und nicht als eine von ihnen abhängige Bestimmung angesehen, und ist eine Vorstellung *a priori*, die nothwendiger Weise äuszern Erscheinungen zum Grunde liegt. — — — Der Raum wird als eine unendliche gegebene Größe vorgestellt. Nun musz man zwar einen jeden Begriff als eine Vorstellung denken, die in einer unendlichen Menge von verschiedenen möglichen Vorstellungen (als ihr gemeinschaftliches Merkmal) enthalten ist, mithin diese unter sich enthält, aber kein Begriff, als ein solcher, kann so gedacht werden, als ob er eine unendliche Menge von Vorstellungen in sich enthielte. Gleichwohl wird der Raum so gedacht (denn alle Theile des Raumes ins unendliche sind zugleich). Also ist die ursprüngliche Vorstellung vom Raume Anschauung und nicht Begriff. *ibid* § 4: Die Unendlichkeit der Zeit bedeutet nichts weiter, als dass alle bestimmte Größe der Zeit nur durch Einschränkungen einer einigen zum Grunde liegenden Zeit möglich sei. Daher musz die ursprüngliche Vorstellung Zeit als uneingeschränkt gegeben sein. Wovon aber die Theile selbst und jede Größe eines Gegenstandes nur durch Einschränkung bestimmt vorgestellt werden können, da musz die ganze Vorstellung nicht durch Begriffe gegeben sein (denn die enthalten nur Theilvorstellungen), sondern es musz ihnen unmittelbare Anschauung zum Grunde liegen.

gleichgültig gegen ihre eigene Grenze sei, finden wir ausgesprochen in dem allgemeinen Trägheitsgesetz der Physiker: ein in Bewegung sich befindender Körper setzt seine Bewegung mit unveränderter Geschwindigkeit, in unveränderter Richtung fort (bis sie durch äussere Hindernisse aufgehalten wird); Ruhe ist aber nur die Negation der Bewegung, findet nur Statt, wenn zwei Kräfte (Bewegungen) sich das Gleichgewicht halten. Der hervortretende ununterbrochene Verlauf eines Raum-, Zeit- und Bewegungsgroszen mit dem Zurücktretenden des Begriffes der Anzahl hat offenbar zu der irrthümlichen Behauptung veranlaszt, in dem Raumgroszen seien die Theile so angeordnet, dass da, wo der eine Theil aufhöre, der andere unmittelbar anfangen, während in der Zahl die Anordnung eine solche sei, dass die Theile alle von einander abgesondert seien. Die Zahl hat sich aber als Grösze als ein Kontinuum, als Einheit ergeben, also kann zwischen ihren Theilen nichts dazwischen liegen, sie ist der stetige Verlauf zwischen ihren Grenzen, also muss da, wo der eine Theil aufhört, der andere unmittelbar anfangen. Wenn man sagt, die Theile der Zahl seien von einander abgesondert, so begeht man dadurch einen logischen Fehler ähnlich dem, der die Alten in einigen Beweisen (z. B. *calvus, acervus*) zu Ungereimtheiten trieb. Es ist die Frage, ob 1, 2, 3, . . . . 10 Sandkörner einen Haufen ausmachen; entscheidet man sich verneinend, so fragt man in der Zahlreihe weiter, ob 11, 12, . . . . 99 Sandkörner einen Haufen bilden, verneint man dies noch bei 99 Sandkörnern, nicht aber mehr bei hundert Sandkörnern, so bildet also, — fährt der Beweis fort — ein Sandkorn (nämlich das hundertste, aber jedes Korn ist das hundertste) den Haufen. Nicht das hundertste Korn, sondern hundert Körner zusammen bilden einen Haufen. Der Begriff Haufen verlangt die Zahl als Kontinuum aufzufassen, spricht man aber von dem Korn, das das Hundert voll macht, so hebt man beim Wachsen der Grösze nur das Moment der Gesondertheit (Diskretion) hervor. Nebenbei sei bemerkt, dass ich für meinen Theil mich schon bei zwei Körnern entscheiden würde, dass dieselben einen Haufen, nämlich ein Zusammen, bilden. Versteht man aber unter Haufen die unbestimmte und nicht abgegrenzte Vielheit materieller Dinge, in der jedes Einzelding den übrigen Einzeldingen gleich ist und mit diesen ein unbestimmtes Zusammen ausmacht, so ist es offenbar wunderbarlich hier nach einer bestimmten Zahl zu fragen, man möchte denn darauf Antwort verlangen, wie viel Körner zusammen liegen müssen, damit der Mensch die Uebersicht über die Anzahl verliere; — alsdann aber ist die Antwort durch die Uebung des betrachtenden Subjekts und die Möglichkeit bedingt, bis zu welcher Anzahl hin man noch die Anzahl der Körper durch den blossen Ueberblick angeben könne. Wie bei dem Sorites wird ebenso bei dem Nachweis, dass ein fehlendes Haar einen Kahlkopf bilde, plötzlich von der Bestimmung der Einzelheit auf die des Zusammens überggesprungen. Kein Wunder also, wenn man bei solcher Gewalt, die man dem Begriffen der Zahl anthut, auf Behauptungen kommt, die der gesunde Menschenverstand für Unsinn erklärt.

Es ist also nachgewiesen, dass unter dem Begriff Grösze nicht gleichermaßen die Zahl und die räumlichen Figurationen verstanden werden können. Zahl ist diejenige Vielheit die in der Vielheit, die sie ausdrückt, zugleich Einheit ist, und eben so sehr diejenige Einheit,

welche vermöge der Einheit, die sie ist, zugleich eine Vielheit ausdrückt. Die Zahl ein Seiendes, ein Groszes zu nennen widerstrebt, da sie bloz durch die Abstraktion einer Synthesis existirt, dem gewöhnlichen Bewusstsein, und wir haben ihr den Begriff Grösze als geeignetes Abstraktum vindicirt. Die räumlichen Figurationen sind zwar, da sie ohne materiellen Inhalt vorgestellt werden müssen, auch noch Abstraktionen,\*) aber einmal einfache Abstraktionen, und dann existiren für sie in der sinnlichen Welt entsprechende Bilder, welche der Zahl vollkommen fehlen, so dasz der Zahl-Grösze gegenüber die Raum-Grösze dem gemeinen Bewusstsein als ein Raum-Groszes erscheint. Wir haben nachgewiesen, dasz das Raum-Grosze das Moment der Vielheit nur der Möglichkeit nach enthalte, die Zahl aber das Moment der Kontinuität eben so sehr enthalte als das der Vielheit, dasz daher beide Begriffe nicht als koordinirte Artsbegriffe angesehen werden können, dasz der eine Begriff der Logik angehöre, der andere eine Verwirklichung des Quantitätsbegriffes in dem sich seiner nicht bewussten Geiste, in der Natur, sei, demgemäsz die Zahl der übergeordnete, allgemeinere Begriff sei — womit auch der Gebrauch und die Anschauungen der höheren Analysis übereinstimmen. Zu einem ganz entgegengesetzten Resultat kommt indessen unter den Philosophen, die unter dem Einflusz Hegels sich mit der Logik beschäftigt haben, Dr. Hermann Ulrici, das zu berücksichtigen wir einmal schon um deswillen gezwungen sind, weil er, obgleich dem Hegelschen Geiste nicht fremd, eben zu den unsrigen grade entgegengesetzten Resultaten gelangt ist, sodann aber auch, weil seine Untersuchungen zu der vorliegenden Abhandlung mehr als einen Sporn gegeben haben, und dieselbe theilweise nur durch den Widerspruch, in welchem jene Untersuchungen mit den eigenen Ansichten standen und stehen, hervorgerufen wurde. Freilich hat sich Ulrici Jahre lang ausschliesslich mit logischen Untersuchungen beschäftigt und Dr. Martin Katzenberger, Professor der Philosophie in Bamberg, der allerdings so sehr der spekulativen Philosophie abhold ist, dasz er sich so vernehmen lassen durfte: „Wie sehr man auch von Seiten der sogenannten spekulativen Logik das grosze Wort führte und eine wirkliche Umgestaltung verhiesz: hat dennoch, wenn nicht Alles täuscht, die spekulative Logik zur Lösung des eigentlichen logischen Problems auch in dieser Hinsicht wenig beigetragen“ — sagt anerkennend von Ulrici bei Gelegenheit seiner Untersuchungen über das sogenannte Princip des zureichenden Grundes in seinen „Grundfragen der Logik“ (Leipzig 1858) Seite 261:

Jeder, der sich ernstlich mit Logik beschäftigt, wird es nicht einmal, sondern dreimal überlegen, ehe er es unternimmt, sich mit einem Manne in Opposition zu stellen, welcher seit Decennien über diesen schwierigen Gegenstand nicht bloz die ernstesten Studien machte,

---

\*) Kant. Transcendentale Aesthetik I. §. 1. Wenn ich von der Vorstellung eines Körpers das, was der Verstand davon denkt, als Substanz, Kraft, Theilbarkeit u. s. w., imgleichen, was davon zur Empfindung gehört, als Undurchdringlichkeit, Härte, Farbe u. s. w., absondere, so bleibt mir aus dieser empirischen Anschauung noch etwas übrig, nämlich Ausdehnung und Gestalt. Diese gehören zur reinen Anschauung, die *a priori*, auch ohne einen wirklichen Gegenstand der Sinne oder Empfindung, als eine bloze Form der Sinnlichkeit im Gemüthe stattfindet.

sondern sich auch eine selbstständige Ueberzeugung schuf, ja überhaupt zu den bedeutendsten Forschern der Gegenwart zählt.

Es möchte indessen leicht sein, andere philosophische Gröszen zu nennen, die sich eben so lange mit logischen Fragen beschäftigt haben und zu anderen Resultaten als Ulrici gelangt sind, ausserdem kann jener Umstand nur zur grössern Kritik gegen sich selbst, nicht aber zum Schweigen Veranlassung geben. In seinem System der Logik (Leipzig, T. O. Weigel 1851) versteht Ulrici unter den Kategorien die allgemeinen Beziehungen, in denen unserer Erfahrung gemäss die Dinge unterschieden und resp. gleich erscheinen, die allgemeinen Gesichts- und Vergleichungspunkte, unter die wir die Dinge nach ihren mannigfaltigen Bestimmtheiten subsumiren, um sie vergleichen, bestimmen und uns bewusst werden zu können, worin sie unterschieden und resp. gleich seien. Als Urkategorien stellt er sodann auf das Sein, die Einheit und Unterschiedenheit, das Thun und die That, das an und für sich Sein, das Anderssein und das Sein für Andres, das Werden und Dasein, den Raum, die Zeit. Die beiden zunächst abgeleiteten Kategorien sind die Qualität und die Quantität. Wird hier der Begriff des Raumes [und ebenso der der Zeit] für eine logische Kategorie erklärt, so musz dieselbe auch auf die Sphäre des Geistes nicht blosz anwendbar sein, sondern sie musz auch auf dieselbe angewendet werden. Es heiszt darüber pag. 260. „Hegel faszt den Raum richtig als das allgemeine Nebeneinander der Seienden. Aber er beschränkt den Begriff fälschlich auf die Sphäre der Natur, auf das materielle Sein. Hiergegen hat Kant Recht, wenn er behauptet, dasz wir schlechthin nichts zu denken vermögen, ohne es im Raume zu denken, d. h. dasz auch alles Gedachte, alle unsere Gedanken wie unser Denken selbst im Raume seien und nur als im Raume seiend gedacht werden können.\*) Denn indem wir die Seienden als

\*) Mit Unrecht beruft sich Ulrici an dieser Stelle Hegel gegenüber auf Kant. Wenn wir bei irgend einem Gedanken fragen, wo befindet sich derselbe, so fühlt schon das gemeine Bewusstsein die Ungereintheit dieser Frage, soll aber eine Antwort auf dieselbe gegeben werden, so kann diese freilich nicht anders lauten, als: irgendwo im Raume. Diese Antwort enthält offenbar zweierlei: einmal, dasz es eine ungehörige Frage sei, also auch die Antwort ungehörig sein müsse, und zweitens, dasz wir allerdings, wenn wir einmal darauf eingehen, auch ihn als im Raume seiend denken müssen. Die Kant'sche Anschauungsweise ist aber eine ganz andere, und nimmermehr folgt nach Kant, dasz der Raum eine logische Kategorie sei. Es ist uns nämlich nach ihm durch die *Sinne* ein erkenntnisreicher Stoff zugeführt; soll Ordnung in das Synthesiren der durch den Stoff der Seele gewirkten Perceptionen und Ordnung in den zu synthetisirenden Stoff kommen, so musz es gewisse allgemeine Verknüpfungsformen geben, so musz unser Erkenntnisvermögen gewisse allgemeine Verknüpfungsformen von vornherein haben, mit denen und nach denen es nothwendigerweise operirt. Solcher Formen giebt es nur nach Kant zwei Arten, nämlich 1) die Formen der reinen Anschauung, Raum und Zeit, sie sind dem menschlichen Geiste immanent vor aller Erfahrung. Alle Anschauungen werden durch das Erkenntnisvermögen in diese beiden Formen untergebracht,

unterschieden fassen, fassen wir sie nothwendig als neben einander seiend, und mithin jedes als Moment oder Glied des allgemeinen Nebeneinander, d. h. jedes als im Raum seiend, Seiendes ist aber nicht nur jedes Ding, sondern auch jeder Gedanke und unser Denken selbst, sofern es ein von Andern Unterschiedenes ist. Mithin müssen wir auch unser Denken und unsere Gedanken wie alles Gedachte, indem wir es denken (unterscheiden), als im Raum seiend denken. Sofern wir dann aber unser Denken und unsere Gedanken wiederum von den reellen Dingen unterscheiden, unterscheiden wir allerdings zugleich das Nebeneinander der Dinge von dem Nebeneinander unserer Gedanken und unseres Denkens, und somit einen reellen und einen ideellen oder intelligibeln Raum. Aber dieser Unterschied trifft gar nicht den formal allgemeinen Begriff des Raumes. Der reelle wie der ideelle Raum ist vielmehr nur Raum, sofern jener wie dieser das allgemeine Nebeneinander der Seienden ist, d. h.

indem wir die Dinge neben oder nach einander seiend denken und dadurch eine gewisse Ordnung herstellen. 2) Die Formen des Verstandes, d. s. die Kantschen Kategorien, sie sind die dem Verstande immanenten Begriffe, die in den verschiedenen Urtheilen immanent wirksamen Begriffe, nach denen und mit denen er den ihm (durch die Anschauung, Erfahrung) dargebotenen Stoff kombinirt, innerhalb des Raumes und der Zeit innerlich mit einander verbindet. Es handelt sich hier also nur um den uns durch die Sinne zugeführten Stoff. Sodann muss ich bestreiten, dass Kant gesagt habe, alles Gedachte, alle unsere Gedanken wie unser Denken selbst sei im Raume, vielmehr behauptet er nur, dass alle Erscheinungen der Dinge von uns im Raume angeschaut werden müssen. Als Belag für diese meine Behauptung folgende Stellen aus Kant's Transcendentaler Aesthetik: §. 2. „Vermittelst des äusern Sinnes stellen wir uns Gegenstände als ausser uns, und diese insgesamt im Raume vor. Darinnen ist ihre Gestalt, Grösze und Verhältnis gegen einander bestimmt oder bestimmbar.“ §. 3. „Der Raum ist nichts Anders als nur die Form aller Erscheinungen äusserer Sinne, d. i. die subjektive Bedingung der Sinnlichkeit, unter der allein uns äusere Anschauung möglich ist. — — — Weil wir die besonderen Bedingungen der Sinnlichkeit nicht zu Bedingungen der Möglichkeit der Sachen, sondern nur ihrer Erscheinungen machen können, so können wir wohl sagen, dass der Raum alle Dinge befasze, die uns äusserlich erscheinen mögen, aber nicht alle Dinge an sich selbst, sie mögen nun angeschaut werden oder nicht — — — Der Satz: Alle Dinge sind neben einander im Raum, gilt unter der Einschränkung, wenn diese Dinge als Gegenstände unserer sinnlichen Anschauung genommen werden.“ — — §. 6. „Die Zeit ist die formale Bedingung *a priori* aller Erscheinungen. Der Raum, als die reine Form aller äusern Anschauung, ist als Bedingung *a priori* blosz auf äusere Erscheinung eingeschränkt.“ Aber noch viel weniger darf sich Ulrici bei der Frage, ob auch der Zahlbegriff, in dessen Interesse wir diese logischen Untersuchungen Ulrici's verfolgen, der Bestimmtheit des Raumes unterliege, auf Kant berufen. Nach Kant enthält die Mathematik nichts Anderes, als was die Räumlichkeit und Zeitlichkeit betrifft; die Geometrie behandelt die Konfigurationen des Raumes, die Arithmetik beruht auf dem Begriff der Zahl,

der Begriff ist beiden derselbe: ob die Seienden reell oder ideell Seiende, Dinge oder Gedanken sind, ist für den Begriff ganz gleichgültig.“ Es ist zwar richtig, dasz zwei Gedanken, also z. B. folgende zwei mathematische Lehrsätze:

Der Logarithmus einer Zahl in dem einen Systeme ist gleich dem Logarithmus derselben Zahl in einem anderen, dividirt durch den Logarithmus der Basis des ersten Systems genommen im zweiten. und

Der Kubus der Summa zweier Zahlen besteht aus der Summe ihrer Kuben und des dreifachen Produktes aus ihrer Summe und ihrem Produkte.

nebeneinander sind, nebeneinander existiren, weil sie sich nicht widersprechen, aber irgend den Begriff des Raumes bei diesem nebeneinander Existiren dieser Sätze zu haben, ist mir bis jetzt nicht möglich gewesen, es ist mir also der Begriff des intelligibeln Raumes bis jetzt

dieser ist aber Kant ein Zeitbegriff, da die Zahl durch Wiederholung der Einzahl, also durch das Nacheinander, entstehe. Darüber als Belag folgende Stellen aus Kants transcendentaler Logik erster Abtheilung (der transcendentalen Analytik): 1) Der transcendentalen Doktrin der Urtheilskraft Erstes Hauptstück: „Das Schema ist an sich selbst jederzeit nur ein Produkt der Einbildungskraft; aber indem die Synthesis der letzteren keine einzelne Anschauung, sondern die Einheit in der Bestimmung der Sinnlichkeit allein zur Absicht hat, so ist das Schema doch vom Bilde zu unterscheiden. So wenn ich fünf Punkte hintereinander setze, . . . . ., ist dieses ein Bild von der Zahl fünf. Dagegen wenn ich eine Zahl überhaupt nur denke, die nun fünf oder hundert sein kann, so ist dieses Denken mehr die Vorstellung einer Methode, einem gewissen Begriffe gemäsz eine Menge (z. E. Tausend) in einem Bilde vorzustellen, als dieses Bild selbst, welches ich im letztern Falle schwerlich würde übersehen und mit dem Begriff vergleichen können.“ (Kritik der reinen Vernunft, zweite Auflage 1787 Seite 179.) 2) *ibid*: „Das reine Bild aller Gröszen (*quantorum*) vor dem äuszern Sinne ist der Raum; aller Gegenstände der Sinne aber überhaupt die Zeit. Das reine Schema der Grösze aber (*quantitatis*), als eines Begriffes des Verstandes, ist die Zahl, welche eine Vorstellung ist, die die successive Addition von Einem zu Einem (gleichartigen) zusammenbefasst. Also ist die Zahl nichts Anderes, als die Einheit der Synthesis des Mannigfaltigen einer gleichartigen Anschauung überhaupt, dadurch, dasz ich die Zeit selbst in der Apprehension der Anschauung erzeuge. (Kritik der reinen Vernunft, zweite Auflage Seite 182.) 3) Der transcendentalen Doktrin der Urtheilskraft drittes Hauptstück: „Der Begriff der Grösze sucht in eben der Wissenschaft (der Mathematik) seine Haltung und Sinn in der Zahl, diese aber an den Fingern, den Korallen des Rechenbretts, oder den Strichen und Punkten, die vor Augen gestellt werden. — — — Den Begriff der Grösze überhaupt kann niemand erklären, als etwa so: dasz sie die Bestimmung eines Dinges sei, dadurch, wie vielmal Eines in ihm gesetzt ist, gedacht werden kann. Allein dieses Wievielmal gründet sich auf successive Wiederholung, mithin auf die Zeit und die Synthesis (des Gleichartigen) in derselben.“ (Kritik der reinen Vernunft, zweite Auflage Seite 299 und 300.)

nicht zugänglich gewesen. Man könnte bei der Frage: Wo sind diese Gedanken? denken an die Frage: Wo befinden sich diese Gedanken im System? — Dann wäre also das System der intelligible Raum. Aber einmal gehören nicht alle Gedanken einem Systeme an, dann aber ist ein System eher ein Nacheinander als ein Nebeneinander, eher ein Zeitbegriff als ein Raumbegriff. Wie mag ferner in Bezug auf die allgemeine logische Kategorie des Raumes das Verhältnis folgender Sätze sein:

Die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks beträgt so viel mal 2 Rechte als die Figur Seiten hat weniger 4 Rechte. und

die Summa der drei Winkel eines Dreiecks beträgt 2 Rechte,  
von denen der zweite in dem ersteren enthalten ist, also in ihm existirt, von denen also eigentlich nicht gesagt werden kann, dasz sie nebeneinander existiren? Man erlaube uns noch folgende Frage: Während sich die logische Kategorie des Raumes in der Sphäre der Natur in den unendlich verschiedenen Figurationen des reellen Raumes (Geometrie) verwirklicht, welche Verwirklichung entspricht denselben in der Sphäre des Geistes, etwa die verschiedenen Satzformen? Ob überhaupt dem Verfasser überall dasselbe bei dem Gedanken des intelligibeln Raumes vorgeschwebt habe, möchte man bezweifeln, wenn man z. B. mit dem Vorhergehenden folgende Stelle pag. 250 vergleicht: „— —, so gewis zwei kongruente Dreiecke nur zwei sind, so lange ich sie im intelligiblen Raum meiner Gedanken auseinander halte, d. h. räumlich unterscheide, dagegen sofort aufhören zwei zu sein und schlechthin in Eins zusammengehen, sobald ich diesen räumlichen Unterschied aufhebe.“ Man hat es hier (bei den zwei Dreiecken) offenbar nicht mit dem intelligibeln, sondern mit dem reellen Raume zu thun. Alles zusammen genommen möchte man fast versucht sein zu behaupten, Ulrici's logische Kategorie des Raumes sei keine andere als die des Unterschiedes. Darin möchte auch folgende Anmerkung auf Seite 264 bestärken: „Indem wir den formal allgemeinen Begriff des Raumes für eine Kategorie erklären, so drängt sich von selbst die Frage auf, ob diese Kategorie auch auf das Absolute anwendbar sei. Wir müssen von unsern Prämissen aus die Frage bejahen. Denn das Absolute kann nur als Absolutes gedacht werden und ist mithin (für uns) nur Absolutes, sofern es von Anderem, das als solches nicht absolut ist, unterschieden ist und wird. Eben damit ist es Seiendes neben anderm Seiendem, also auch zugleich gedacht als Glied des allgemeinen Nebeneinander der Seienden, d. h. als im Raum seiend. Zugleich aber ist es in Beziehung auf den Raum, also nach der Kategorie des Raumes, von allem Anderen (Weltlichen) unterschieden. Denn das Andere ist nur, sofern das Absolute sich von ihm unterscheidet und es damit setzt; es ist nur als vom Absoluten Gedachtes, das die Bestimmtheit hat nicht Absolutes, schlechthin Relatives zu sein....“

Eben so wenig, wie wir uns damit einverstanden erklären können, dasz der Raum eine logische Kategorie sei, können wir zugeben, dasz die Zeit eine solche sei. Seite 277 heiszt es: „Die Bewegung des Uebergehens von Thun in That, also die Thätigkeit ist es, kraft deren sich jenes kontinuierliche Setzen und Aufheben eines Vorher und Nachher vollzieht; sie ist es, die durch den Unterschied beider kontinuierlich hindurchgeht, indem sie ihn beständig setzt und aufhebt. Wird nun davon abgesehen, was die Thätigkeit thut, was vorher

und was nachher gesetzt wird; wird sie nur als Thätigkeit überhaupt, also nur als Bewegung jenes Uebergehens {von Thun in That und That in Thun und damit des Wechsels von Vorher und Nachher gefasst — . . . . so entsteht der Begriff der Zeit.“ Sodann weiter pag. 278: „So gewis die Seienden als unterschiedliche Thätigkeiten in der Bewegung des Uebergehens von Thun in That und damit von Vorher in Nachher begriffen sind, so gewis sind sie nach Vorher und Nachher, also in Beziehung auf die Zeit unterschieden. Denn das Eine ist damit das Prius des Andern, dieses das Posterius von jenem, zugleich aber das Prius eines dritten u. s. w., jedes mithin das Prius und Posterius eines Andern als das Andere. Wie also jedes neben andern Seienden als das andere sich befindet und damit räumlich vom andern unterschieden ist, so musz jedes vor und resp. nach andern Seienden als das andre, jedes das Prius und resp. Posterius von andern Seienden als das andere, und somit zeitlich vom andern unterschieden sein. Durch diese Unterschiedenheit erhält jedes seine zeitliche Bestimmtheit, d. h. es erhält eine bestimmte Stellung zwischen bestimmten andern Seienden, die ihm vorbergehen, und wieder andern, die ihm nachfolgen, also zwischen einem bestimmten Vorher und Nachher, zwischen bestimmter Vergangenheit und Zukunft. Diese Stellung ist seine Gegenwart, seine Stellung in der Zeit“ — — — — „da es dieselben Seienden sind, welche im Raume neben einander, in der Zeit nacheinander sind, so stehen Raum und Zeit in unmittelbarer Beziehung zu einander. Der Raum, in Bewegung als übergehendes Hier in Dort (des einen Orts in den andern) wird unmittelbar zur Zeit; und die Zeit, in Ruhe als Uebergangspunkt, auf welchem Vorher und Nachher in Eins zusammenfallen, d. h. als Gegenwart, wird zum Raume. Die Gegenwart, in welcher kein Vorher und Nachher existirt, weil in ihr der Unterschied beider zur Einheit zusammengeht, ist das bloße Nebeneinander der Seienden; und die räumliche Bewegung, die Ortsveränderung als die Thätigkeit der Seienden, durch die ihr bestimmtes Neben-Andren-Sein ein anderes wird, ist Uebergehen von Thun in That und somit von Vorher in Nachher, also Zeit.“ Die Seienden, und zwar alle, also auch die Gedanken, als unterschiedliche Thätigkeiten ein Posterius hervorbringend, sind aber der Grund zu dem Posterius; von diesem Verhältnis des Grundes und der Folge ist hier zwar abstrahirt, es ist nur die äuszere Existenz des Vorher und Nachher betont, aber dadurch wird die Kategorie des Grundes und der Folge doch nimmermehr zur Kategorie der Zeit. Die Zeit ist das ruhige Nacheinander der Seienden, aber sobald ich die Seienden als Thätigkeiten auffasse, habe ich nicht mehr das ruhige Nacheinander, sondern Thätiges, Wirkendes, also Verwirklichungen entweder der Kategorie des Grundes und der Folge oder der Kategorie der Ursache und der Wirkung. Diesz, dasz wir es hier mit diesen Kategorien zu thun haben, zeigt sich denn auch bei der Anwendung dieses Zeitbegriffs auf das Absolute; pag. 283 heiszt es: „Das Absolute als das absolute Denken unterscheidet sich zunächst nothwendig in sich selbst als Denken von seinen Gedanken. Eben damit unterscheidet es sich in sich nach Thun und That und somit nach Vorher und Nachher: sein absolutes Thun ist das Prius seiner Gedanken, diese das Posterius von jenem, und da sein Thun als solches in seine Thaten übergeht, letztere aber selbst wiederum thätig sind, so geht auch das Vorher in Nachher und

dieses wiederum in Vorher über, d. h. das Absolute als absolute Denkhätigkeit trägt in sich selbst den Process der Zeit. Aber eben als absolute Denkfähigkeit unterscheidet es zugleich sich nicht nur von seinen Thaten, sondern eben damit auch von seinem Thun und dessen Uebergehen in That, mithin sich in sich als ein Nicht-Zeitliches von seiner eigenen ihm immanenten Zeitlichkeit, d. h. das Absolute, eben weil und sofern es den Process der Zeit in sich trägt, ist nicht selbst in der Zeit, sondern vielmehr auszer und über ihr. Allein das Absolute unterscheidet sich zugleich von einem Andern, das es nicht ist, vom Relativen, Weltlichen und eben damit producirt es den Gedanken dieses Andern und setzt dasselbe als ein von ihm Unterschiedenes. So aber setzt es zugleich sich als ein Seiendes einem andern Seienden gegenüber, und zwar sich als das Vorherseiende, das Andere als das Na'chherseiende, mithin **sich** als Glied in dem allgemeinen Vor- und Nacheinander der Seienden. Insofern ist das Absolute allerdings zugleich in der Zeit . . . .“

Die Betrachtung, dasz die Seienden als in ihrem an sich und für sich Sein von einander Unterschiedene vom Bewusstsein gesetzt werden müssen, ergiebt dem Verfasser die Qualität als Kategorie. „Jede Qualität involviret zwar als Bestimmtheit eine Negation, weil das an sich Sein eines Seienden nur ein bestimmtes ist im Unterschiede von anderem an sich Sein, aber als Bestimmtheit des an sich Seins eines Seienden ist sie nothwendig für es selbst positiv, weil es nur an sich ist in seiner Bezogenheit auf sich, also abgesehen von der Negation, die in seiner Unterschiedenheit von Anderem liegt. Die Qualität ist in sofern zugleich das Seiende selbst, als Seiendes mit einer Bestimmtheit Qualität ist: jedes Seiende ist als solches ein Quale. Denn das an sich Sein jedes Seienden ist nur sein an sich Sein kraft der Bestimmtheit (Qualität), durch die es vom an sich Sein Anderer unterschieden ist; und jedes Seiende ist nur Seiendes, sofern ihm bestimmtes an sich Sein zukommt. Die Qualität und das Sein jedes Seienden sind mithin, obgleich begrifflich (kategorisch) unterschieden, realiter untrennbar Eins. Daher nimmt das gemeine Bewusstsein nicht mit Unrecht die Qualitäten eines Dinges ohne Weiteres für das Ding selbst, und nur der Umstand, dasz jedem Seienden eine Vielheit von Qualitäten zukommt, weil es in seinem an sich Sein von einer Vielheit anderer unterschieden ist, veranlaszt das gemeine Bewusstsein zugleich das Ding selbst als Träger der vielen Qualitäten von letzteren zu unterscheiden.“ (pag. 289 und 290). Bei der Betrachtung der Urkategorien hatte sich aber dem Verfasser ergeben, dasz jedes Seiende nur Seiendes sei in seiner Unterschiedenheit von anderem Seienden, jedes Seiende also als Seiendes auf Andres bezogen sei; und zwar wurde es nicht etwa durch eine von ihm verschiedene Thätigkeit auf Anderes bezogen, so dasz die Beziehung nur in diese fiele, sondern indem es als Seiendes gesetzt wird, ist es zugleich als ein auf Andres Bezogenes gesetzt — Kategorie des Andersseins und Seins für Andres —. Indem nun die Seienden als solche von einander unterschieden werden, werden sie nicht nur als an sich und für sich Seiende, sondern zugleich auch als mannigfaltige (unterschiedlich-unterschiedene), als Anders- und für Andres-Seiende gesetzt. „Die so gesetzten Unterschiede sind die Bestimmtheiten, welche die Seienden als mannigfaltige, als Anders- und für Andres-Seiende erhalten, welche aber

zugleich Bestimmtheiten der Seienden selbst sind, sofern sie Anders- und für Anderes-Seiende sind. Aber als Bestimmtheiten ihres Anders- und für Andres-Seins sind sie zugleich von den Bestimmtheiten ihres an sich und für sich Seins unterschieden: letztere sind, wie gezeigt, die qualitativen, jene die quantitativen Bestimmtheiten der Seienden.“ (pag. 292.) Auf diese Weise gewinnt Ulrici den Begriff der Quantität. Es wird nun weiter gezeigt, dasz damit zugleich der Begriff der Grenze, die als Negation [die an einander Grenzenden] sondert, aber als [ihnen] gemeinsam zugleich [dieselben] verknüpft, gesetzt ist. Da nun in seinem Anderssein jedes Seiende zugleich für die Andern ist [das Anderssein involvirt offenbar das Bezogensein der Seienden aufeinander], so ist vermöge des Begriffs der Grenze die Bestimmtheit des Andersseins zugleich Bestimmtheit des für einander Seins. Es heiszt dann weiter pag. 295. „Sofern sonach alle Seienden, ihre Qualität möge sein, welche sie wolle, kraft der Unterschiedenheit (Bestimmtheit) ihres anders- und für einander-Seins begrenzte sind, und zwar jedes anders begrenzt als das andere, so sind sie damit in Beziehung auf ihre Begrenztheit unterschieden. Aber sie nach ihrer Begrenztheit rein als solcher unterscheiden, heiszt sie nach Grösze oder Quantität unterscheiden. Als Hauptmoment im Begriffe der Grösze wird gewöhnlich ihre reine Aeuszerlichkeit bezeichnet, d. h. die Gleichgültigkeit des Seienden (Dinges) gegen seine eigene quantitative Bestimmtheit, kraft deren seine Grösze verändert werden kann, ohne dasz das Seiende selbst ein andres zu werden braucht. Diesz ist allerdings ein wesentliches Kriterium des Begriffs der Grösze rein als solcher. Aber es kommt ihm nur zu, sofern die Grösze als reine Begrenztheit eines Seienden gefaszt wird, d. h. sofern sie die Bestimmtheit seines Andersseins und Seins für Andre ist. Denn in sofern betrifft sie nicht das Seiende selbst in seinem an sich und für sich Sein, sondern nur sein Bezogensein auf Andres. Ist der Raum aber eine voraufgehende logische Kategorie, so ist es nicht zu verwundern, dasz sich die Grösze jedes Seienden dem Verfasser zunächst a) als seine räumliche Begrenztheit erweist; „die räumliche Grösze ist die quantitative Bestimmtheit des Raumes, den ein Ding einnimmt, also des als leer gedachten Raumes, der vom Dinge ausgefüllt wird. Somit aber ist sie nur die Begrenztheit des Dinges rein als solche, d. h. abgesehen von seiner Qualität und damit vom Dinge selbst, also als leere Begrenztheit gefaszt und nur in Beziehung gesetzt zu den Dimensionen des Raumes, zu denen alle Begrenztheit, sofern sie das Nebeneinander der Dinge involvirt, in unmittelbarer Beziehung steht. Die räumliche Grösze ist mithin unmittelbar dasselbe, was die Begrenztheit rein als solche oder die Grösze überhaupt.“ (pag. 296.) Wenn aber der Raum eine selbstständige logische Kategorie ist, so ist hiergegen hervorzuheben, dasz die räumliche Grösze (die zu den Dimensionen des Raumes — offenbar des reellen sowohl als ideellen — in Beziehung gesetzte Grösze) nicht die Grösze an sich sein kann, sondern vielmehr die Grösze eines Raumes ist. Nimmt aber jedes Seiende, sowohl das Ding als auch der Gedanke, einen Raum ein, d. h. vielleicht, ist es gegen jedes Andere ein Begrenztes, so ist allerdings räumliche Grösze oder räumliche Begrenztheit nichts anderes als Grösze und der Zusatz räumlich ein überflüssiger Beisatz. Es hat indessen der Verfasser nicht so sehr den allgemeinen Raum,

als den reellen Raum, den Raum des gemeinen Bewusstseins, in der Vorstellung, daher spricht er von den Dimensionen des Raumes, von dem Dinge, das den Raum ausfüllt. Daher heisst es zwei Reihen weiter: „Diese Unmittelbarkeit und Ursprünglichkeit [der Raumgrösze] zeigt sich darin, dass wir jede andere Grösze, die Zeitgrösze wie die extensive und intensive Grösze, die Grösze der Geschwindigkeit, der Schwere, der sogenannten Kräfte u. s. w. nur nach und mittels der Raumgrösze zu messen vermögen, dass also nur von der Bestimmtheit der räumlichen Grösze aus klare, sichere Bestimmungen der andern von ihr zu unterscheidenden Gröszen sich gewinnen lassen.“ Der Verfasser zeigt weiter, dass, da jedes Seiende eine Einheit ist, so auch nothwendig seine Begrenztheit eine Einheit, ein ununterbrochener Zusammenhang der mannigfaltigen Grenzen sei, so gefasst ist die Grösze kontinuierliche Grösze. „Aber jede kontinuierliche Grösze, weil jedes Seiende überhaupt, ist quantitativ von andern unterschieden, und somit ein Quantum, eine bestimmte, von andern unterschiedene Grösze.“ „Jedes Seiende bloss als quantitative Einheit gefasst ist dasselbe, was alle andern: sein Unterschied von den andern, weil nur ein quantitativer, ist ihm äusserlich, gleichgültig. Folglich ist ihm auch seine Sonderung von den andern gleichgültig: es kann unbeschadet seiner quantitativen Bestimmtheit mit andern zusammengefasst werden. So als das in allen Quantis Identische, Allgemeine, welches jedes Quantum ist und als welches jedes unbeschadet seiner Bestimmtheit mit allen übrigen verbunden werden kann, ist die quantitative Einheit die Zahl. Die Zahl ist an sich die Eins: alle andern Zahlen entstehen aus der Eins und sind nur Zahlen durch die Eins.“ Es ist also nach Ulrici die Zahl nichts selbstständiges, die unbenannte Zahl kennt er nicht, die Zahl ist ihm in der allgemeinsten Form Anzahl Seiender. Hiermit will freilich nicht ganz das Folgende stimmen: Ist also jedes Quantum eine quantitative Einheit, mithin Zahl und zählbar, so können alle Quanta zu einer Einheit verknüpft gedacht werden, in der sie eben so sehr zusammengefasst als wegen ihrer Unterschiedenheit gesondert sind, und die Zahl umfasst alle Quanta, weil sie eben ~~.....~~ diese ihre Einheit oder Einbarkeit trotz und unbeschadet ihrer Unterschiedenheit, (Sonderung) ausdrückt. Als eine solche Einheit aber ist die Grösze diskrete Grösze; die Zahl also bezeichnet die Quantität in ihrer Diskretion, d. h. die begriffliche Eigenthümlichkeit der Quantität, in Quanta unterschieden und doch zugleich die alle Quanta unbeschadet ihrer Unterschiedenheit umfassende Einheit zu sein.“ (pag. 298.)

b) Da jede unterschiedene, bestimmte Thätigkeit ihre Grenzen hat [die Kategorie des Thuns und der That gehört zu den vorher abgehandelten Urkategorien], „so folgt von selbst, dass sie als Uebergehen von Thun in That, von Sein in Anderssein, als Bewegung, zwischen diesen Grenzen verläuft; ihre Grenzen sind zugleich die Grenzen dieses Verlaufs. Nun sind aber die Seienden, wie gezeigt, als Thätigkeiten, als werdend und sich verändernd zugleich nothwendig nach einander seiend, jedes nothwendig in der Zeit und selbst ein Zeitliches. Die Begrenztheit jenes Verlaufs ist mithin zugleich ihre zeitliche Begrenztheit, jedes Thätige, Werdende und sich Aendernde ein zeitlich Begrenztes. Die Seienden nach ihrer zeitlichen Begrenztheit rein als solcher unterscheiden heisst aber wiederum nur

sie nach ihrer zeitlichen Grösze unterscheiden. Damit erhält jedes eine bestimmte Zeitgrösze, d. h. eine Dauer: es dauert so lange, als jener Verlauf seiner Thätigkeit zwischen ihren Grenzen Zeit erfordert, und er erfordert Zeit, weil er selbst ein zeitlicher, ein Nacheinander von Thun und That, Sein und Anderssein ist.“ (pag. 299). „Die Zeitgrösze ist kontinuierliche Grösze, sofern sie Begrenztheit der kontinuierlichen Bewegung von Thun in That, von Sein in Anderssein, also diese zwischen ihren Grenzen verlaufende kontinuierliche Bewegung selbst ist. Sie ist diskrete Grösze, in demselben Sinne, wie jedes Raumquantum eine quantitative Einheit, als solche aber nicht nur dasselbe, was jedes andere, sondern auch gegen seinen Unterschied und damit gegen seine Sonderung von den andern gleichgültig ist, also unbeschadet seiner quantitativen Bestimmtheit mit andern zusammengefasst, — d. h. gezählt werden kann. Die Zahl *dient* daher auch zur Bezeichnung der Zeitgrösze in ihrer Diskretion. Wir rechnen daher nach Tagen, Monaten, Jahren, nach Sommern und Wintern, nach Menschenaltern u. s. w.“ (pag. 300.)

c) „Die räumliche Grösze als bloße Begrenztheit des Raumes abgesehen von dem Seienden, das ihn erfüllt, also als Begrenztheit eines leeren Raumes gefasst, ist zugleich die Begrenztheit der Bewegung, welche diesen Raum durchläuft und resp. erfüllt. So als die Begrenztheit einer räumlichen Bewegung, oder als Begrenztheit eines Seienden, das sich in sich bewegend seine Raumgrenzen durch (innere) Bewegung ausfüllt, ist sie die extensive Grösze, die Grösze der Ausdehnung eines Seienden.“ „Eben dasselbe gilt von einem Seienden, welches thätig und damit sich bewegend, zugleich aber als räumlich begrenzt und somit von bestimmten Grenzen umschlossen gedacht wird: eben damit erfüllt es seine räumliche Umgrenzung mit seiner Bewegung, und diese Raumerfüllung ist seine Ausdehnung. Es fragt sich nur, wie ein Seiendes als Thätigkeit ausser der ihm zukommenden Zeitgrösze, die ihm bisher allein zu- und nachgewiesen ist, auch eine räumliche Begrenzung, eine bestimmte Raumgrösze haben könne? Wir antworten: wird das an sich und für sich Sein der Seienden als Thätigkeit gedacht — und so musz es gedacht werden, so gewis jedes Seiende selbst ein Thätiges ist — so kann diese Thätigkeit nur gefasst werden als thätige Beziehung des Seienden auf sich selbst..... Sonach aber ist das an sich und für sich Sein des Seienden als Thätigkeit dasselbe, was die s. g. Contraktionskraft. Wird dagegen das Anders- und für einander-Sein der Seienden als Thätigkeit und somit als thätige Beziehung eines jeden auf die Andern, mithin als Selbstbewegung des Seienden, welche von ihm selbst und seinem positiven Selbstsein zu den Andern und damit zu seinem eigenen Anderssein, also zu seiner Begrenztheit hingehet, gefasst, so ist damit der Begriff der Expansionskraft gegeben. Und ist das Seiende zufolge seines unterschiedenen Anders- und für Andre-Seins bestimmt und damit begrenzt, so folgt von selbst, dasz auch jene expandirende Selbstbewegung, die es in sich vollzieht und selbst ist, eine begrenzte sei. Die Begrenztheit derselben aber ist seine Ausdehnung, und rein als Begrenztheit gefasst, abgesehen von seiner Qualität u. s. w., seine extensive Grösze.“ „Die Begrenztheit der Ausdehnung, die extensive Grösze eines Seienden, ist demnach nothwendig abhängig von der Grösze seiner Expansionskraft.

Denn je größer die letztere, desto mehr wird es die expandirende Thätigkeit (die Widerstandskraft) der andern Seienden neben ihm überwinden, desto weiter also seine Grenzen ausdehnen.“ „Mithin ist auch umgekehrt die Größe der Expansionskraft eines Seienden durch die Größe seiner Ausdehnung bestimmt und bestimmbar.“ Sonach aber ist jedes extensive Quantum zugleich nothwendig ein intensives Quantum, d. h. zugleich Bestimmtheit der Größe der Expansionskraft des Seienden.“ „Die extensive und mithin auch die intensive Größe ist eine kontinuierliche, wenn die Bewegung oder Thätigkeit eine kontinuierliche ist, eine diskrete oder Zahlgröße, wenn die Thätigkeit eine in sich unterschiedene, unterbrochene, diskrete ist, also selbst wiederum Grenzen in sich trägt.“ (pag. 300—303).

Hiermit ist der Begriff Größe nach Ulrici erschöpft. Was ist also Größe? Diese Frage kennt Ulrici nicht, sondern nur: Was ist Größe eines Seienden? Größe eines Seienden ist die Begrenztheit desselben und zwar ist das Seiende in Bezug auf Raum, Zeit und Kraft begrenzt, demgemäsz muß sie als Raumgröße, Zeitgröße, Kraftgröße unterschieden werden. Die Größe ist der stetige Verlauf innerhalb der Begrenzung des Seienden, daher reine Kontinuität. Die Zahl hat gar keinen Platz in der Entwicklung der Quantität und überhaupt nicht in der Logik, es heißt von ihr nur, daß, wenn die (kontinuierliche) Größe irgendwie geteilt ist, man die Theile zählen könne und dadurch die kontinuierliche Größe als eine diskrete erscheine. Damit ist aber freilich nicht gesagt, was die Zahl sei. Diesen Aufschluß giebt der letzte Absatz über die Größe als Kraft, wogegen in dem Abschnitt über die Raumgröße in den Worten:

„Die Zahl also bezeichnet die Quantität in ihrer Diskretion, d. h. die begriffliche Eigenthümlichkeit der Quantität in Quanta unterschieden und doch zugleich die alle Quanta unbeschadet ihrer Unterschiedenheit umfassende Einheit zu sein“

es wenigstens noch unklar geblieben ist, ob die Zahl ein Quantitätsbegriff sei. Aber schon bei der Zeitgröße heißt es: „Die Zahl dient daher auch zur Bezeichnung der Zeitgröße in ihrer Diskretion;“ „auch,“ also ist ihr Dasein bei der Raumgröße auch nur ein Dienen gewesen. Endlich heißt es: „die extensive und mithin auch die intensive Größe ist - - - eine diskrete oder Zahlgröße, wenn die Thätigkeit eine in sich unterschiedene, unterbrochene, diskrete ist, also selbst wiederum Grenzen in sich trägt.“

Wir könnten aber auch in folgender Weise schlieszen:

Ist die Größe eines Seienden die reine Begrenztheit desselben, so ist offenbar Größe die reine Begrenztheit, da aber nachgewiesen ist, daß die allgemeine Form des Daseins der Dinge und des Gedankens, des Denkens und des Gedachten die des Raumes und der Zeit ist, so ist also Größe reine Begrenztheit als Räumliches und Zeitliches, d. h. als allgemein neben einander seiend, und als allgemein nach einander seiend. Reine Begrenztheit als neben einander seiend denken wir aber in der Zahl oder in den Zahlen, diese sind in größter Allgemeinheit, d. h. unbegrenzt neben einander (die Zahlreihe ist eine unbegrenzte) und jede Zahl drückt nichts Anderes aus als eine bestimmte Begrenztheit, sie ist, wie wir oben gesehen haben, eine Einheit, aber auch eine Anzahl von Einheiten. Reine Begrenztheit als allgemein nach einander

seiend ist aber ebenfalls die Zahl, denn die Zahlen drücken in ihrer Reihenfolge ein unbegrenztes Nacheinander aus, von denen jede Punktualität reine Begrenztheit ist.

Zu diesem Raisonement kann aber Ulrici nicht kommen, da ihm die Zahl nur Diskretes, nur eine Dienerin der Diskretion für Seiendes, nicht selbst Seiendes ist, obwohl ihm jeder Gedanke Seiendes ist.

Wir haben an verschiedenen Stellen sich von selbst aufdringende Bedenken gegen die Resultate des Ulricischen Systems geltend gemacht; indessen erachten wir diese nicht als wahrhafte Widerlegung desselben, welche auch innerhalb der Grenzen, die einem Schulprogramme gesteckt sind, nicht füglich gegeben werden konnte. Einem philosophischen System gegenüber kann man sich aber in zwiefacher Weise ankämpfend verhalten: sowohl indem man die Fehlerhaftigkeit des Denkens nachweist, als auch indem man die Resultate der exakten Wissenschaften als Kriterium der Wahrheit benutzt. Es ist allerdings keine Frage, dasz, wenn wir im Besitze der absoluten Philosophie wären, die exakten Wissenschaften sich ihren Ergebnissen unbedingt unterzuordnen, die Mathematik die Bestimmungen der Logik über Gröszenverhältnisse dankbar anzunehmen hätten, aber eben so wenig kann zweifelhaft sein, dasz, so lange dies nicht der Fall ist — und wird es jemals der Fall sein? — die Mathematik die Wahrheit, die sie zu Tage gefördert hat und die keinem Zweifel unterliegt, den Schwankungen der philosophischen Systeme nicht unterzuordnen habe. So wenig, wie derjenige, der den Glauben an einen lebendigen Gott als Eigenthum besitzt, denselben sich durch eine destruktive Philosophie wird nehmen lassen, auch wenn es ihm unmöglich sein sollte die Resultate derselben zu widerlegen — denn der Friede Gottes ist höher als alle Vernunft —, so wenig wird das Gebäude der Mathematik durch die Ergebnisse einer Philosophie eingerissen werden, ich meine vielmehr, dasz, wenn die Ergebnisse eines philosophischen Systems nicht mit denen der Mathematik übereinstimmen, dies Nichtübereinstimmen ein gewichtiger Beweggrund sein musz dem ganzen Systeme zu mistrauen, uns aber ohne Frage bestimmen musz die Bestimmungen des Systems über Gröszenverhältnisse als irrig ansehn. Den ersten Weg, nämlich nachzuweisen, worin die Fehlerhaftigkeit des Denkens bestehe, wo die Denknothwendigkeit in Denkwillkür umgeschlagen sei, zu betreten, liegt abgesehen davon, dasz wir es hier mit der Abhandlung eines Schulprogrammes zu thun haben, auch nicht in dem Zweck einer Arbeit, die im Interesse der Mathematik unternommen; für sie genügt es an den sie interessirenden Stellen Bedenken gegen den Inhalt oder gegen die Schlussweise erhoben zu haben. Auch glaube ich gezeigt zu haben, dasz nicht sowohl das System zu den vorgeführten Behauptungen über die Zahl nöthige, als vielmehr die auszerhalb desselben gewollte konsequente Durchführung der Ansicht, dasz die Zahl diskrete Grösz sei. Eine principielle Untergrabung des Systems würde zudem in vorliegendem Falle eine vergebliche Arbeit sein, denn nachdem ich mich im ersten Theile der Abhandlung offen als einen der Hegelschen Schule Angehörigen bekannt habe, würde eine Widerlegung von meiner Seite keine Beachtung finden, da die Hegelianer einmal in dem Verruf stehen sich sammt und sonders so in das System verrannt zu haben, dasz es ihnen unmöglich sei irgendwie auf den Gedankengang eines andern philosophischen Systems einzugehen. Behauptete doch einmal mir gegenüber ein philo-

sophisch nicht ungebildeter Geistlicher bei einer — übrigens gedruckten — Predigt des Professor Erdmann in Halle, die nur in zwei Haupttheile zerfiel, dasz dann Erdmann auch kein Hegelianer sei, denn bei einem Hegelianer müszte, so gewis als zwei mal zwei vier sei, jede Abhandlung, jede Belehrung über einen Gegenstand dreitheilig sein! Es bleibt also nur übrig zu untersuchen, ob die Ergebnisse der Ulricischen Logik in entschiedenem Widerspruch mit denen der Mathematik stehen. Ulrici kennt, wie hervorgehoben, nicht den Begriff der Zahl als solcher, der unbenannten Zahl; wenn es nun auch richtig ist, dasz die Zahl keine reale Existenz hat, dasz dem unentwickelten Bewusstsein die Zahl immer als eine benannte, immer als eine mit einer Qualität behaftete erscheint, so ist aber auch auf der andern Seite unleugbar, dasz die Mathematik mit der unbenannten Zahl, mit der reinen Zahl operirt, dasz ihr vorzüglichster Theil die Wissenschaft der Zahl ist. Wäre nun der Begriff Zahl eine unsinnige Abstraktion, so hätte die Arithmetik (Algebra, Analysis) als selbstständige Wissenschaft keine Berechtigung, jede der andern mathematischen Wissenschaften hätte nachzuweisen, welcher Operationen die in ihrem Dienste sich befindliche Zahl fähig ist. Diesem Ansinnen steht aber die ganze neuere Entwicklung der Mathematik wie eine undurchdringliche Mauer entgegen. Ferner kann Ulrici nur dahin gelangen die Eins als Zahl zu fassen, — er vermag nicht uns den Zahlbegriff zum Bewusstsein zu bringen — natürlich, ist nur die benannte Zahl denkbar, so ist nur die unmittelbare Einheit, die Eins, eine Besonderheit, die übrigen Zahlen, die doch nun einmal existiren, sind nur Wiederholungen der Einheit und weiter nichts. Dem gegenüber zeigt die Arithmetik, dasz die Eins noch nicht (volle) Zahl sei, und dem Mathematiker kann es nicht entgehen, dasz sich die Eins, wie wir schon oben hervorgehoben haben, vielen sonst allgemeinen Gesetzen entzieht, ohne grade mit ihnen, wie die Null, die auch nur in ganz besonderer Hinsicht Zahl genannt werden kann, in Widerspruch zu treten. (Zählen heiszt mehrere Einheiten in einem solchen Begriff vereinigen, dasz man mit ihm die gedachten Einheiten alle zugleich und zwar als Einheiten denkt; demgemäsz ist die Eins noch nicht (volle) Zahl.) Was soll ferner der Mathematiker, der in der Kurve das geometrische Bild einer Funktion sieht, dazu sagen, dasz Ulrici die Zahl so sehr der Kontinuität entkleidet hat, dasz sie ihm nur dazu dient die Anzahl der Theile, in die ein Continuum zerfällt, anzugeben? Durch Aufgabe der Zahl als selbstständiger Gröszte geben wir die Analysis des Unendlichen auf — Grund genug, dasz der Mathematiker sich mit den Aufstellungen Ulricis nicht befreunden kann.

Es kann hier nicht der Ort sein die verschiedenen philosophischen Systeme in Bezug auf den Begriff der Gröszte die Revue passiren zu laszen, mir würde die Musze, dem Programme das Papier und dem Leser die Geduld fehlen. Die Kenntniznahme des Systems der Logik von Dr. Hermann Ulrici hat uns aber gezeigt, zu welchen Konsequenzen man geführt wird, wenn man der Zahl in Wahrheit und vollständig die Kontinuität streitig macht und in ihr nur Diskretes findet. Man kann dann nicht mehr fragen, was ist Gröszte?, sondern was ist Gröszte eines Seienden?, was ist die Gröszte an einem Seienden? So aber ist das Wort Gröszte nicht in „Größenlehre“ gefaszt, Größenlehre ist die Wissenschaft von der Gröszte. Gröszte an sich

