

EINLEITUNG.

Es liegt in der Natur der Sache, dass die wichtigsten mathematischen Probleme nur für den Fachmann erfassbar sind. Bei zweien aber ist die Fragestellung so einfach, dass jedermann, auch wohl jemand, der garnichts von Mathematik versteht, einsieht, dass man diese Fragen stellen muss oder wenigstens kann. Diese beiden schliessen sich an den Kreis an. Das eine ist die „Quadratur des Zirkels“ (Vergl. das Buch von Rudio „Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre“; Vier Abhandlungen über die Kreismessung, Leipzig, Teubner 1892 und den Vortrag von Schubert „Die Quadratur des Zirkels in berufenen und unberufenen Köpfen“, Hamburg 1889, Verlagsanstalt und Druckerei A.-G. vorm. J. F. Richter). In der Tat, was ein Kreis ist, und was ein Quadrat, weiss schliesslich der einfachste Mensch und sieht ein, dass es sich wohl verlohnen könne, die Aufgabe zu stellen: ein Quadrat zu zeichnen, das dieselbe Fläche wie ein gegebener Kreis umschliesst, oder umgekehrt. Das andere ist das „isoperimetrische Problem“. Die verschiedensten geschlossenen ebenen Figuren können gleichen Umfang haben; aber die Fläche, welche sie umschliessen, wird je nach der Gestalt sehr verschieden gross sein, und es kann unter Umständen in der Technik, ja im praktischen Leben eine nicht unwichtige Frage werden: wie habe ich es einzurichten, um mit einem gegebenen Umfange eine möglichst grosse Fläche einzuschliessen oder um eine Fläche von gewünschter Grösse so zu umschliessen, dass zur Einhegung derselben ein möglichst geringer Umfang — möglichst wenig Material — gebraucht wird. Z. B. Ein Landwirt besitzt 20 Drahtwände von je 2 m Länge, er will damit ein Gehege herstellen, um Vieh einzuschliessen. Wie muss er die Wände anordnen, um eine möglichst grosse Fläche damit einfriedigen zu können? Er muss als Grundfläche ein regelmässiges Zwanzigeck nehmen! (Berechnung s. im 2. Teile.) — Dass schliesslich wiederum der Kreis auftritt als diejenige Figur, welche bei gegebenem Umfange das grösste Areal besitzt, wird auch einem Nicht-Mathematiker plausibel erscheinen; aber der Schüler, dem dieser Gedankengang vorgelegt wird, wird fragen, ob man das denn beweisen könne?

Noch wichtiger fast ist das Problem für den Raum: die Kugel birgt bei gegebener Oberfläche das grösste Volumen, hat bei gegebenem Volumen kleinere Oberfläche nötig als jeder andere gleichgrosse Körper. Das gibt für biologische Betrachtungen über die Gestaltung des Tier- und Pflanzenleibes einen Standpunkt, von welchem auf gewisse Grundprinzipien der Organisation von Lebewesen Licht geworfen werden kann. Vergl. zwei Vorträge „Flächenentwicklung und Volumenbildung bei Tieren und Pflanzen“, die ich im Naturwissenschaftlichen Vereine zu Magdeburg 1896/97 gehalten habe, veröffentlicht in der Zeitschrift „Die Natur“ im Jahrgange 1897 und das kleine Schriftchen „Die Maus. Anregende Betrachtungen über den Einfluss der Körpergrösse auf Bau und Leben der Säugetiere“. Von Josef Pohl, Znaim 1897, Karl Bornemann.

Für die Kugel will ich hier nicht den elementaren Nachweis führen, ich verweise auf das genannte Buch von Sturm, und auf die letzten Seiten von Schellbachs oben angegebenem Buche, für den Kreis habe ich denselben schon mehr als einmal in der im folgenden geschilderten Weise durchgeführt.

Die Gruppe dieser Fragen bezeichnet man als „isoperimetrische“ oder „isoperipherische“ Probleme. Der Bestandteil „iso“ in diesen Worten bedeutet wie überall, wo er vorkommt (z. B. Isomerie, Isogonen, Isohypsen), „gleich“, und „Perimeter“ bedeutet dasselbe wie Peripherie, den Umfang. Es handelt sich also im folgenden um Figuren, die alle denselben Umfang haben; unter ihnen soll diejenige ausgesucht werden, welche eine grössere Fläche als alle anderen umschliesst.

Des öfteren haben Schüler, als ich das Thema zu besprechen begann, auf das klassische Beispiel hingewiesen, die Königin Dido bei der Gründung Karthagos: Welche Form musste sie dem Stück Land geben, das sie mit ihrer Kuhhaut umspannte? Die Mythe hängt wohl zusammen mit dem Namen der Burg des alten Karthago: „Byrsa“ bedeutet als griechische Vokabel eine abgezogene Tierhaut.

Es wird sich verlohnen, die folgenden Untersuchungen anzustellen.