# Jahresbericht

über das

# Gymnasium zu Mühlhausen,

womit

zu den Prüfungen am 13. April 1848

ehrerbietigst und ergebenst einladet

der Director

**Dr. Christian Wilhelm Haun,**

Ritter des rothen Adlerordens vierter Klasse.

Angefügt ist eine Abhandlung:

**Aphorismen aus der Differential- und Integralrechnung mit Rücksicht auf die Lehre von den Kurven**

von

**Dr. Carl Albert August Dilling,**

Subconrector.

**Mühlhausen.**

Druck von W. Rode.

# Schulnachrichten
# über das Gymnasium zu Mühlhausen
## von Ostern 1847 bis 1848.

## I. Chronik des Gymnasiums.

In dem verflossenen Schuljahre erfreute sich das Gymnasium wieder einer gründlichen Kenntnißnahme der vorgesetzten höhern Behörde, indem der Provinzial-Schulrath Herr Dr. Schaub am 11. Juni zu einer Revision hier eintraf, und in den nächsten Tagen nicht nur den Lectionen aller Classen, sondern auch der gewöhnlichen Sonnabends-Conferenz beiwohnte, da bereits einige Schüler zu derselben bestellt waren, um so auch von dem Gange der Untersuchung und der Art der Behandlung der Sache, so wie der Belehrung, Ermahnung oder Bestrafung genauere Kenntniß zu nehmen. Nach Beendigung der vorliegenden Gegenstände wurden dann von ihm mit dem Kollegio noch allgemeine die Doctrin und Disciplin betreffende Angelegenheiten besprochen. War die Anwesenheit des umsichtigen und wohlwollenden Vorgesetzten schon in dieser Beziehung für Lehrer und Schüler erfreuend und anregend gewesen, so wurde die Freude später noch erhöht durch das von E. Königl. Provinzial-Schul-Kollegio unter dem 26. Juni 1847 ausgefertigte huldreiche Rescript über jene Revision. In Bezug auf die angelegentliche Anempfehlung der Erhöhung der Lehrerbesoldungen bleibt die hierin liegende Anerkennung für uns erfreuend, wenn auch nach der Lage der Umstände die nöthige Hülfe hierdurch allein nicht in naher Aussicht zu denken sein dürfte.

Die **Schulfeierlichkeiten** in diesem Jahre waren die herkömmlichen, nämlich:

1) Das Stiftungsfest am 17. Mai 1847, dessen öffentlicher Rede-Actus folgender war:

a) Hymnus: Der Mächtige, den wir erheben ꝛc., comp. von Mozart.
b) Frühlingstrost, Ode von dem Primaner und Seminaristen Gustav Göhring von hier.
c) Lateinische Rede: De exercitationum gymnasticarum dignitate atque utilitate, von dem Primaner Rudolf Haun aus Merseburg.
d) Deutsche Rede: „Wie in den Grußformen sich der Charakter der Völker ausspricht,“ von dem Primaner Rudolph Klauer von hier.
e) Französische Rede: La forêt de Thuringe, von dem Primaner August Lorentz von hier.
f) Vortrag des Subconrector Recke: Ueber Erziehung und Unterricht der Jugend bei den alten Römern.
g) Vertheilung der von der Familie Lutteroth für Schüler des Gymnasiums gestifteten Legate.
h) Schlußchor aus dem Oratorium: die Schöpfung von Haydn.

Zwischen diesen von den Primanern selbst gearbeiteten Vorträgen traten folgende Schüler mit Declamationen auf: Eduard Sorhagen, Secundaner: Des Odysseus Theilnahme an den Kampfspielen, aus Homer's Odyssee, deutsch und griechisch. — Otto v. Rhein und Carl Hasenbein, Tertianer: Französisches Gespräch. — Ernst Bockerodt und Theodor Röbling, Quartaner: Colloquium de conjugationum latinarum paradigmatis. — Wilhelm Monecke, Quintaner: Wie Alles lernet. — Karl Burghardt, aus Classe 1 der Bürgerschule: Bitte um Gottes Erndtesegen. — Gottfried Demme, aus Classe 2 der Bürgerschule: Das Lied vom Samenkorn. — Johannes Fleischer, aus Classe 2 der Bürgerschule: „Sehet die Vögel unter dem Himmel.“ — Karl Haun, aus Classe 4 der Bürgerschule: Die Knödel. — Theodor Schollmeyer, aus Classe 5 der Bürgerschule: Das Vöglein und der Knabe. — Christian Bregazzi, aus Classe 6 der Bürgerschule: Das Böcklein.

2) Das **Popperoder Schüler-Brunnenfest** am 21. Juni 1847, bei welchem religiösen Schul- und Volksfeste der Gymnasial-Director Dr. Haun mit Beziehung auf die hier noch größer als anderwärts gewesene, aber mit Gottes Hülfe glücklich überstandene Nothzeit der Theuerung in der zu dem versammelten zahlreichen Zuhörerkreis gehaltenen Rede als Text Evangelium Matthäi Cap. 5, v. 6 zum Grunde legte, und daher „über die unversiegbaren Quellen der Seligkeiten beider, der Reichen und der Armen, die da hungert und dürstet nach der Gerechtigkeit“ sprach, insofern die Noth der Zeit durch die weisen und wohlthätigen Einrichtungen der Stadtbehörden und mehrerer freiwilliger Vereine eben so sehr gemildert, als von den Bedrängten in würdiger Weise getragen worden war.

In dem hiesigen gemeinnützigen Unterhaltungsblatte von 1847 ist die Rede in Nr. 26 abgedruckt enthalten.

3) Die Feier des Geburtstages **Sr. Majestät des Königs** am 15. October 1847, deren öffentlicher Rede-Actus folgender war:

a) Hymnus: Preis dir, Gottheit! &c., von Mozart.
b) Gebet für den König, deutsch und ins Hebräische übersetzt: Primaner Otto Fleck aus Dörna.
c) Scene aus Voltaire's Tragödie „Mahomet“: Dialogue entre Zopire, Schérif de la Mecque, et Omar, Lieutenant de Mahomet: Primaner Albert Erff aus Körner und Karl Lutteroth von hier.
d) Fürsprache des Cicero bei Cäsar für den König Dejotarus aus Cicero orat. pro rege Dejotaro Cap. XIV., deutsch und lateinisch: Primaner Adolph Becherer von hier.
e) Dialog zwischen dem König Menelaus und dem Bogenschützen Teukros aus der Tragödie „Ajax“ von Sophokles, deutsch, und der letzte Wortwechsel auch griechisch: Primaner Wilhelm Schreiber aus Thamsbrück und August Lorentz von hier.
f) Borussia, Preußischer Volksgesang von Spontini.

Zwischen diesen Vorträgen declamirten noch: Rudolph Gerlach, Secundaner: Tibull. eleg. II. 2. auf des Königs Geburtstag angewendet, lateinisch und deutsch. — August Busch, Secundaner: Größe der Macht des Zeus, aus Homer's Ilias VIII. 1—29., deutsch und griechisch. — Karl Eyßel, Tertianer: Des Königs Goldschatz. — Heinrich v. Rhein und Herrmann Leineweber, Quartaner: Französisches Gespräch. — Theodor Fürer und Leopold Neumann, Quintaner: Lateinisches Gespräch über die Schulfeier des Geburtstags des Königs. — Friedrich Walter, aus Classe 1 der Bürgerschule: Die Leipziger Schlacht. —

Gottfried Kahlert, aus Classe 2 der Bürgerschule: Die drei Gesellen. — Gottfried Weymar, aus Classe 3 der Bürgerschule: Der kleine Hydriot. — Benjamin Rowolt, aus Classe 4 der Bürgerschule: Friedrich Barbarossa. — Theodor Becker, aus Classe 5 der Bürgerschule: Das Hütchen. — Georg Döring, aus Classe 6a der Bürgerschule: Das Büblein auf dem Eis. — Louis Hefter, aus Classe 6b der Bürgerschule: Wunsch des Knäbchens.

4) Bei den Abiturienten-Entlassungsfeierlichkeiten am Schlusse der Schulprüfungen zu Ostern und Michaelis 1847 hielten sowohl die 3 zu Ostern und die 2 zu Michaelis abgehenden, als der Erste der dableibenden Schüler Vorträge in griechischer, lateinischer, französischer und deutscher Sprache in Prosa und Poesie, nach denen der Director noch über die besondern Verhältnisse der Scheidenden sprach und ihnen dann die Zeugnisse der Reife mit geeigneter Hinweisung auf die in denselben geäußerten Hoffnungen und Wünsche durch den Commissarius des Patronats, Herrn Bürgermeister Gier, aushändigen ließ, welcher ebenfalls noch belebende Worte an die Empfänger der Zeugnisse sowohl, als an die Schüler überhaupt richtete.

5) Zu der zweimaligen kirchlichen Feier des heiligen Abendmahls wurden die Schüler am Tage vorher in einer der kirchlichen Beichthandlung unmittelbar vorhergehenden religiösen Schulfeier durch einen Vortrag des Directors vorbereitet.

## II. Lehrverfassung.

Wegen des dem Collaborator Bierwirth für das Sommerhalbjahr 1847 zu einer Studienreise nach Berlin bewilligten Urlaubs mußten seine Lectionen unter die übrigen Kollegen vertheilt werden, welches in der nachher bei den Lehrpensen angegebenen Weise geschah.

An die Stelle des zu Michael 1847 abgegangenen Zeichenlehrers, Herrn John, trat inzwischen provisorisch der Lehrer an der zweiten Volks- und Armenschule, Herr Dreiheller, ein, der jedoch durch das Winterhalbjahr hindurch nur 4 Stunden wöchentlich ertheilen konnte, so daß jede Classe, da Prima und Secunda für diesen Gegenstand combinirt sind, wöchentlich nur Eine Stunde Zeichenunterricht genoß und in den übrigen Stunden anderweit beschäftigt wurde.

In der Mitte Februar 1848 machte es der leidende Zustand des Conrector Dr. Mühlberg nöthig, ihn von sieben Lectionen, die er in Secunda zu ertheilen hatte, auf unbestimmte Zeit zu entbinden. Von diesen übernahm der Director die 2 der lateinischen Dichterlectüre, und der Collaborator Bierwirth die 2 für griechische Grammatik und Stil, so wie die 3 für deutschen Stil, Lectüre, Vortrag und Poetik.

### A) Vollendete Lehrpensa.

**Prima.** Classen-Ordinarius: Director Dr. Haun.

1) Sprachen: a) Hebräisch: 2 Stunden Formenlehre und Syntax, nach Gesenius und Ewald, schriftliche Uebungen im Uebersetzen ins Hebräische, nach Uhlemann's Anleitung, 2. Cursus. Analyse in lateinischer Sprache. Lectüre, statarisch: auserlesene Psalmen, cursorisch: Stellen aus dem 2ten Buche der Könige, das Buch Ruth und die Klagelieder des Jeremias.

Ueberdieß monatlich eine extemporane Uebersetzungsübung ohne Präparation aus dem 1. Buche Mosis: Conrector Dr. Mühlberg. — b) Griechisch: 2 Stunden statarisch Sophoclis Oedip. Colon. et Antigona: Director Dr. Haun. — 1 Stunde Grammatik, nach Rost; Extemporalien, Exercitien in Uebersetzungen aus Livius und in Argumenten Sophokleischer Tragödien bestehend, Versübungen. 3 Stunden Lectüre, theils öffentlich statarisch und cursorisch, theils Controle der Privatlectüre: Thucydid. II, 47 — IV. Euripid. Tragoed. (12 Stücke), Aeschyl. Pers.: Professor Dr. Ameis. — c) Lateinisch: 2 Stunden Cicero de finibus bonorum et malorum. Taciti Annal. I. — 2 St. Horat. Od. II. und Epistola ad Pisones. — 2 Stunden Stilübungen in freien Aufsätzen: Director Dr. Haun. — 2 Stunden Exercitien, nach Nägelsbach, Extemporalien, metrische Versuche und Disputationsübungen, größtentheils über zusammenhängende Stellen aus den griech. Tragikern. Lateinische Sprechübungen über 6 Bücher aus Livius: Professor Dr. Ameis. — d) Deutsch: 2 Stunden Stilübungen in freien Aufsätzen und in freiem Vortrage, Erläuterung deutscher Classiker: Director Dr. Haun. — e) Französisch: 2 Stunden Ideler und Nolte, 3. Theil. Lemontey. Ch. Lacretelle. Mde. Staël-Holstein. Daru. Fourier. Cuvier. In französischer Sprache wurde das Leben der Schriftsteller und der Inhalt der Stellen besprochen, sowie auch Uebungen im Disputiren über freie Arbeiten und Thesen angestellt. Ferner Stilübungen in Exercitien und Extemporalien: Dr. Weigand.

2) Wissenschaften: a) Religionslehre: 2 Stunden (combinirt mit Secunda): Beleuchtung des apostolischen Symbolums aus den Stellen des Grundtextes des A. und N. T., auf denen seine Sätze beruhen, und Würdigung der Entwickelungen, die sie in den verschiedenen Confessionen der christlichen Kirche erfahren haben: Director Dr. Haun. — b) Mathematik: 2 Stunden Arithmetik: Zusammengesetztere Gleichungen des 1. und 2. Grades mit einer und mehreren Unbekannten; Proportionen, Progressionen; Combinationslehre. 2 Stunden Geometrie: Ebene Trigonometrie; Repetition der ganzen Planimetrie, nebst Uebungen im Auflösen planimetrischer Aufgaben. Monatlich zwei schriftliche Arbeiten: Subrector Hartrodt. — c) Physik: 2 Stunden Allgemeine Naturlehre, Mechanik, Optik: Subrector Hartrodt. — d) Geschichte und Geographie: 2 Stunden neuere Geschichte von 1660 bis 1789, nach Schmidt's Grundriß, 3. Abtheilung, und Wiederholung einzelner Partien der alten Geschichte und Geographie: Professor Dr. Ameis. — e) Geschichte der National-Literatur: 1 Stunde Vom Anfang bis zum Zeitalter der Reformation, nach Pischon's Leitfaden §. 1 — 66: Director Dr. Haun. — f) Philosophische Propädeutik: 1 Stunde Empirische Psychologie und Logik, nach Beck's Grundriß: Director Dr. Haun.

3) Fertigkeiten: Zeichnen: 2 Stunden combinirt mit Secunda, Köpfe, Landschaften, Figuren- und Thierzeichnungen, in genauer Ausführung mit Bleistift, Kreide, Tusche, im Sommer: Zeichenlehrer John; im Winter 1 Stunde: Lehrer Dreiheller.

**Secunda.** Classen-Ordinarius: Prorector Professor Dr. Ameis.

1) Sprachen: a) Hebräisch: 2 Stunden Formenlehre, nach Gesenius, mit schriftlichen Flexions- und Analysirübungen (die 2te Abtheilung außerdem in einer besondern Stunde Unterricht in den Anfangsgründen). Lectüre in Gesenius Lesebuche. Uebungen im Uebersetzen ins Hebräische aus dem 1. Cursus von Uhlemann's Anleitung: Conrector Dr. Mühlberg. —

b) Griechisch: 4 Stunden Lectüre: Aus Herodot die Freiheitskriege und acht Biographien des Plutarch, Homeri Ilias.: Professor Dr. Ameis. — 2 Stunden Grammatik, nach Rost; Extemporalien und Exercitien theils aus Rost und Wüstemann, 3 — 4. Cursus, theils nach lateinischen Dictaten: Conrector Dr. Mühlberg. — c) Lateinisch: 3 Stunden Grammatik, Exercitien, Extemporalien und metrische Uebungen. 5 Stunden Lectüre, theils öffentlich, theils als Revision der Privatlectüre: Cicero oratt. de imperio Pompeji, pro Murena, pro Milone. Livii histor. V — X und XXI. Vier Stücke des Terenz und Einzelnes aus Virgil. Georgic.: Professor Dr. Ameis. — 2 Stunden Virgil. Aen. V und VI cursorisch, Virgil. Georg. I. statarisch: Conrector Dr. Mühlberg. — d) Deutsch: 3 Stunden Rhetorik und Poetik (nach Eschenburg, von Pinder). Declamationen, Recitationen und Relationen zur Uebung im freien Vortrage; Stilübung in freien Aufsätzen: Conrector Dr. Mühlberg. — e) Französisch: 2 Stunden Ideler und Nolte, 1. Theil: Fléchier. Fénélon. Bayle. Vertot. Saint-Réal. D'Aguesseau. Der Inhalt in französischer Sprache besprochen. Grammatik, nach Hirzel. Cap. 13 — 18., mit schriftlichen Uebungen; Extemporalien und Reinschrift derselben. Memoriren der Gallicismen, Uebungen im Erzählen in französischer Sprache: Dr. Weigand.

2) Wissenschaften: a) Religionslehre: 2 Stunden combinirt mit Prima. (siehe Prima 2. a.) — b) Mathematik: 2 Stunden. Arithmetik: Logarithmen und ihre Anwendung; Leichtere Gleichungen des 1. und 2. Grades mit einer und mehreren Unbekannten. 2 Stunden Geometrie: Kreislehre, Aehnlichkeit und Gleichheit der Figuren. Wöchentlich eine häusliche Arbeit: Subrector Hartrodt. — c) Physik: 1 Stunde Allgemeine Naturlehre, Mechanik, Optik: Subrector Hartrodt. — d) Geschichte und Geographie: 2 Stunden. Die ältesten Reiche; Griechische Geschichte bis auf Philipp von Macedonien, nebst den darauf bezüglichen Abschnitten aus der alten Geographie, nach Schmidt's Grundriß, 1. Abtheilung: Professor Dr. Ameis.

3) Fertigkeiten: Zeichnen: 2 Stunden mit Prima combinirt.

**Tertia.** Classen-Ordinarius: Subconrector Recke.

1) Sprachen: a) Griechisch: Im Sommerhalbjahre: 2 Stunden. Xenoph. Anab. I. 1 Stunde Homer Odyss. I. 2 Stunden Grammatik, nach Rost. Exercitien und Extemporalien, nach Rost und Wüstemann. Metrische Uebungen im Hexameter: Dr. Weigand. — Im Winterhalbjahre: 2 St. Xenoph. Anab. II — III. 2 St. Hom. Odyss. II—III statarisch, XII—XX stellenweis und cursorisch. 2 St. Repetition der Formenlehre und Hauptregeln der Syntaxis. Stil- und metrische Uebungen: Collaborator Bierwirth. — b) Lateinisch: 2 St. Caesar bell. gallic. I—III statarisch. 1 St. Justin. I—XIII stellenweis und cursorisch. 2 St. Ovid. Metam. I und XI statarisch, VII—X stellenweis und cursorisch. 2 Stunden Grammatik nach Zumpt (besonders die Lehre über die Casus, Tempora und Modi). 3 Stunden Exercitien und Extemporalien: Subconrector Recke. — c) Deutsch: 2 Stunden Correctur der freien Aufsätze, der Disponir- und Versübungen; Erläuterung von Gedichten; Declamation und Uebung im mündlichen Referiren über historisch wichtige Ereignisse und Personen: Subconrector Recke. — d) Französisch: 2 Stunden Pierre le Grand, par Voltaire, Chap. X — XIX. Grammatik, nach Hirzel Chap. X — XII. mit wöchentlichen

schriftlichen Pensen, Extemporalien, Memoriren von Vokabeln, Sprechübungen: Dr. Weigand.

2) Wissenschaften: a) Religionslehre: Erklärung evangelischer Abschnitte und alttestamentlicher Hauptstellen, Erläuterung der Glaubens- und Sittenlehre: Pastor extraordinarius Sauerbrey. — b) Mathematik. Arithmetik: Wiederholung der Buchstabenrechnung, Bildung der Quadrat- und Cubikzahlen, Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel aus besondern und allgemeinen Zahlengrößen, Wurzelrechnung, Lehre von den allgemeinen Proportionen, Gleichungen des 1. Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Geometrie: Wiederholung der Elemente des 1. Buches des Euclid, Anwendung der Sätze zur Beweisführung vieler andern geometrischen Sätze und zur Lösung mannigfacher Aufgaben vom Dreieck und Viereck; das 2. Buch des Euclid und Anwendung desselben auf die Berechnung der einzelnen Stücke des Dreiecks und Vierecks oder die sogenannte rechnende Geometrie mit wöchentlichen häuslichen Arbeiten (3 Stunden auf beide Gegenstände vertheilt): Subconrector Dr. Dilling. — c) Naturbeschreibung: 2 Stunden Botanik und Mineralogie: Subconrector Dr. Dilling. — d) Geschichte und Geographie. Im Sommerhalbjahr: 3 Stunden Begebenheiten des Mittelalters bis auf die Hohenstaufen, nach Schmidt's Grundriß. 2. Abtheilung; Geographie, nach Volger's vergleichender Erdbeschreibung: Conrector Dr. Mühlberg. — Im Winterhalbjahre: 3 Stunden Geschichte der neuern Zeit von der Entdeckung Amerika's an bis zur französischen Revolution 1789 nebst Geographie der Schauplätze, nach Schmidt's Grundriß. 3. Abtheil.: Collaborator Bierwirth.

3) Fertigkeiten: a) Zeichnen: 2 Stunden Körperglieder, Landschaften, Figuren- und Thierzeichnungen, meist auf dem Reißbrete mit Bleistift, Kreide und Tusche skizzirt und ausgeführt: Lehrer wie in Prima. b) Gesang: 1 Stunde zwei- und dreistimmige Choräle, Arien und Lieder: Musikdirector Thierfelder.

**Quarta.** Classen-Ordinarius: Subrector Hartrodt.

1) Sprachen: a) Griechisch: 2 Stunden Grammatik, nach Rost. 3 Stunden Lectüre in Jacob's Elementarbuch 1 — 2. Cursus. 1 Stunde Exercitien und Extemporalien: Subconrector Recke. — b) Lateinisch: 3 Stunden Cornel. Nepos. 2 Stunden Phaedri fabulae. 2 Stunden Exercitien und Extemporalien. 2 Stunden Grammatik, nach Putsche: Subrector Hartrodt. — c) Deutsch: 2 Stunden Correctur der schriftlichen Aufsätze, Uebungen im Declamiren, Orthographische Uebungen, Grammatik, nach Götzinger: Subrector Hartrodt. — d) Französisch: 2 Stunden Lectüre in Liesen's Lesebuche. Formenlehre nach Orell mit Einschluß der wichtigsten unregelmäßigen Verba, schriftliche wöchentliche Uebungen der Conjugationen und Reinschriften der Extemporalien, Memoriren von Vocabeln und Phrasen für die Conversation, Anfänge im Sprechen über den Inhalt des Gelesenen: Dr. Weigand.

2) Wissenschaften: a) Religionslehre: 2 Stunden Biblische Geschichte und Erklärung des Lutherischen Katechismus, verbunden mit Memoriren der bezüglichen Bibelstellen und Kernlieder: Subconrector Recke. — b) Mathematik: 2 Stunden Arithmetik: Die 4 Grundoperationen der Buchstabenrechnung, Wiederholung der Lehre von den Decimalbrüchen, Bildung der Quadratzahlen, Ausziehung der Quadratwurzel, Lehre von den allgemeinen arithmetischen und geometrischen Proportionen, Elemente der Gleichung, die zusammengesetzteren

Rechnungen des bürgerlichen Lebens. 1 Stunde Geometrie: Von den Linien, Winkeln und Parallelen, Congruenz und Gleichheit des Dreiecks, vom Vierecke und Parallelogramme, leichtere geometrische Aufgaben, wöchentliche häusliche Arbeiten: Subconrector Dr. Dilling. — c) Naturbeschreibung: 2 Stunden allgemeine Uebersicht und Eintheilung der ganzen Thierwelt, spezielle Beschreibung der Vögel und übersichtliche der kaltblütigen Rückgratsthiere: Subconrector Dr. Dilling. — d) Geschichte und Geographie: 2 Stunden Geschichte Deutschlands und brandenburgisch-preußische Geschichte, Geographie von Europa: Subconrector Dr. Dilling.

3) Fertigkeiten: a) Zeichnen: 2 Stunden Körperzeichnen, schattirtes und ausgeführtes Zeichnen nach Vorlegeblättern: Lehrer wie in Prima. — b) Gesang: 1 Stunde Zweistimmige Choräle, mehrstimmige Lieder aus Erk's Liederkranz: Musikdirector Thierfelder. — Schönschreiben: 2 Stunden nach Vorschriften von Weiß ꝛc., im Sommerhalbjahre: Schulamtscandidat Busse; im Winterhalbjahre: Subconrector Recke.

**Quinta.** Classen-Ordinarius: Subconrector Dr. Dilling.

1) Sprachen: a) Lateinisch: 3 Stunden Grammatik, nach Putsche, Formenlehre und die nothwendigsten Regeln der Syntax mit Memoriren der Grundregeln und einfacher Sätze als Normalbeispiele für die Regeln. 4 Stunden Lectüre in Jacobs und Dörings Elementarbuche. 3 St. mündliche und schriftliche Uebersetzungsübungen ins Lateinische, aus August's practischen Vorübungen: Subconr. Dr. Dilling. — b) Deutsch: 4 St. Lehre von den Redetheilen und ihrer Flexion, Zergliederung des einfachen Satzes, orthographische Uebungen; schriftliche Aufsätze, mündliches Erzählen und Declamiren, im Sommerhalbjahre: Subconrector Recke; im Winterhalbjahre: Collaborator Bierwirth. — c) Französisch: 2 Stunden Orell's Formenlehre bis zur 1. Conjugation, Leseübungen, schriftliche Uebungen nach Orell, Lectüre der Erzählungen in der Grammatik, grammatische Analyse in französischer Sprache: Dr. Weigand.

Wissenschaften: a) Religionslehre: 2 Stunden Bibelkunde, Biblische Geschichte des A. T. und Geburt und Jugendgeschichte Jesu, Einübung der Hauptstücke des Katechismus mit Bibelsprüchen und Kernliedern, im Sommerhalbjahre: Pastor extraordin. Sauerbrey; im Winterhalbjahre: Collaborator Bierwirth. — b) Rechnen: 4 Stunden Rechnen mit ungleichbenannten Zahlen, gemeine Brüche, Decimalbrüche, Proportionsrechnung, Reesische Regel, Ketten- und Repartitionsrechnung, Vermischungsrechnung: Subconrector Dr. Dilling. — c) Naturbeschreibung: 2 Stunden Naturlehre und Naturbeschreibung, nach Nicolai, mit Benutzung von Helmuths Naturlehre, Gabriels Zoologie und Goldfuß naturhistorischem Atlas: Conrector Dr. Mühlberg. — d) Geschichte, 3 St. nach Volger's Grundriß, in biographischem Charakter. Geographie nach Selten, das Allgemeinste aus der mathematischen und physischen Geographie, allgemeine Umrisse, insbesondere Europa, Deutschland, Preußen, Provinz Sachsen, mit Uebungen im Kartenzeichnen und Entwerfen von Tabellen: Conrector Dr. Mühlberg.

Fertigkeiten: a) Zeichnen: 2 Stunden Körperzeichnen, nach Peter Schmidt, in Umrissen und schattirt, Zeichnen nach Vorlegeblättern: Lehrer wie in Prima. — b) Gesang: 2 Stunden: Erklärung der musikalischen Wandtafeln von Haitzinger und Gaßner, zweistimmige

Choräle und Arien aus Erk's Liederkranz: Musikdirector Thierfelder. — c) Schönschreiben: 2 Stunden nach Vorschriften von Weiß ꝛc., im Sommerhalbjahr: Schulamtscandidat Busse; im Winterhalbjahr: Subconrector Recke.

**B)** Die in den **freien Aufsätzen** bearbeiteten Themata waren folgende:

I. Themata für die lateinischen Arbeiten: Prima: 1) Cur Athenienses a Paulo Apostolo (Act. Apostolor. XVII, 22) recte dici potuerint omnino religiosiores. 2) Quod Hirtio teste (bell. Alexandr. cap. XXVI) Alexandrini viderunt, Romanos et rebus secundis confirmari, et adversis incitari solere, id quibus potissimum jam rei publicae temporibus factum sit, inquiratur. 3) De exercitationum gymnasticarum dignitate atque utilitate. 4) Examinetur judicium de L. Cornelia Sulla a Cicerone (de offic. II, 3) his verbis factum: „In illo secuta est honestam causam non honesta victoria.“ 5) Quam aptis argumentis Antigone (in Sophocl. Oedip. Colon. v. 1176—1197) usa sit ad persuadendum patri, ut Polynicem filium supplicem admitteret. 6) Carmina Horatii I, 36 ad Plotium Numidam et II, 7 ad Pompejum ita inter se comparentur, ut similia et disparia bene discernantur. 7) Eadem comparatio instituatur inter carmina Horatii II, 3 ad Dellium et II, 14 ad Postumum scripta. 8) Cur (quod apud Ciceronem de oratore II, 25 §. 106 relatum legimus) Cajus Carbo, qui tribunus plebis aegre tulerat, quod P. Cornelius Africanus ipsi interroganti responderat, Tib. Gracchum sibi jure caesum videri, tamen postea consul factus censuerit, jure et pro salute patriae factum esse, ut Caj. Gracchus occisus sit. 9) Disputatio trium discipulorum de summo scholarum bono, quod primus in doctrinarum puerilium et bonorum morum laude atque honore, alter in utilitate, tertius in profectibus ponendum esse censet. 10) De varia indole ac consilio auctorum vitam Niciae, Niceratis filii, describentium 11) Exponatur, quatenus, quae apud Ovidium in Heroid, IX, 23 Herculi objiciuntur his verbis:

„Coepisti melius, quam desinis. Ultima primis Cedunt“

eadem in Hannibalem contra Romanos bellum gerentem cadere videantur.

Secunda: Quae sint maxime memorabilia in Vejorum obsidione, Livio duce exponitur. 2) Vita Themistoclis duce Plutarcho ita enarretur, ut simul appareat, in quibus rebus Plutarchus discedat a Cornelio Nepote. 3) Nexus eorum, quae libro III Georgicon Virgilii continentur, declarandus. 4) Argumentum fabulae Terentianae, quae Heautontimorumenos inscripta est. 5) Quomodo singula Homeri Iliadis carmina se excipiant.

III. Themata für die deutschen Arbeiten. Prima: Vergleichung der Jungfrau von Orleans im Schillerschen Schauspiele mit der Kamilla in Virgil's Aeneide (Buch 11). 2) Ueber die Bedeutsamkeit der Grußformen bei den Hebräern, Griechen, Römern, Deutschen und Franzosen für die Bestimmung des Charakters dieser Völker. 3) Der seinen Lebenslauf beschreibende Schüler schildert hauptsächlich die seine Entwickelung bisher hemmenden und fördernden Umstände. 4) Wie die Klage des Hugo in Müllners Tragödie „die Schuld", in den Worten:

— — — — „Auswendig lernen
Kann der Mensch, was er nur will,
Mosis Bücher, die Propheten,
Und die ganze heilge Schrift.
Aber, was er will vergessen,
Wär's auch eine Silbe nur,
Das steht nicht in seiner Macht"

auf eine natürlichere und richtigere Auffassungsweise des Themistocleischen Wunsches („er würde lieber sehen, wenn man vergessen lernen könnte, was man wolle") hinleite, als die von Cicero (de oratore II, 84) gegebene erscheint. 5) Welche weise Anwendung hat der in die Welt tretende Jüngling von dem Worte Göthe's zu machen:

„Die Menschen fürchtet nur, wer sie nicht kennt,
Und wer sie meidet, wird sie bald verkennen."

6) Lehren und Lernen, jedes ein Säen und zugleich ein Ernten, und daher beides wie verschieden von dem Säen und Ernten des Landmanns! 7) Charakterisirung der Anfechtungen, welche Schiller in der Bürgschaft als zur Bewährung der Treue des Möros zu besiegende aufgestellt hat. 8) Wie dem Oedipus in Kolonos in der Sophokleischen Tragödie bei den Anfechtungen, die er noch auf dem letzten Gange zur Ruhe erfährt, doch um seines größern Gehorsams willen nun größere Hülfe zu Theil wird. 9) Wenn man dem studirenden Jünglinge auch die Kunst zu entbehren anempfiehlt, was meint man wohl damit? 10) Warum muß die gewissenhafte Vorbereitung des Jünglings auf seinen Beruf für die beste Bethätigung seiner Vaterlandsliebe gehalten werden?

Secunda: 1) Die Freuden des Jünglingsalters verglichen mit denen des Greisenalters (nach Cic. de senectute.) 2) Die Hoffnung als Hauptquelle der Freudigkeit eines guten Menschen. 3) Die Lustreise im Mai. 4) Ueber das Siegesfest von Schiller. 5) Streit des Neptun mit dem Aeolus, poetische Nachbildung von Virgil. Aen. V, 125 sqq. 6) Vertheidigungsrede des Psammetich gegen seine Unterthanen. 7) Die Theilnahme des Schülers an der Feier des Erntedankfestes. 8) Die Vaterlandsliebe, eine Pflicht der Dankbarkeit. 9) Beschreibung der Unterwelt, dichterische Nachbildung von Virgil. Aen. IV. 265—295. 10) Ueber die Achtungswürdigkeit derjenigen, welche auf unsere Achtung Anspruch machen.

Tertia: 1) Karls des Großen Leben und Thaten. 2) Die Vortheile des Frühaufstehens. 3) Aufforderung und Bitte an einen wohlhabenden Freund um Unterstützung der Armen in der Zeit der Noth. 4) Briefliche Berichterstattung über die Feier des Mühlhäuser Brunnenfestes. 5) Ueber Kaiser Heinrich I., genannt der Finkler. 6) Wie ehrt man das Andenken an verdienstvolle Männer am besten? 7) Deucalion und Pyrrha, nach Ovid. Metamorph. I., 350—415. 8) Hoher Werth der Arbeitsamkeit. 9) Hannibal's Thaten, nach Cornelius Nepos. 10) Beschreibung einer Winterlandschaft. 11) Die Zunge als das wohlthätigste und verderblichste Glied des Menschen. 12) Der Undankbare, eine Charakterschilderung, nach einem mitgetheilten Probestücke.

**C)** Zu der **Nebenabtheilung für Seminar-Unterricht** gehörten überhaupt 3 Schüler, nämlich 1 in Prima und 2 in Secunda, die im Gymnasio nur an den 16 Stunden Theil nahmen, in denen deutsche und französische Sprache, Religionslehre, Mathematik und Physik, Geschichte und Geographie gelehrt und das Zeichnen geübt wird, außerdem aber von dem Hauptlehrer für den Seminar-Unterricht, Herrn Pastor Barlösius, Unterricht in Religionslehre (nach

Sickel), biblischer Geschichte, Bibelkunde und Erklärung, allgemeiner und besonderer Methodik, und vom Musikdirector Thierfelder im Generalbaß, Gesang und Orgelspiel erhielten.

**D)** Die Theilnahme an den **gymnastischen Uebungen** stimmte sich in dem verflossenen Jahre noch mehr herab. Es ist zu weitläufig, hier auf die Erörterung der vielen Gründe einzugehen, die dazu beigetragen haben mögen, und wenn man auch zugestehen kann, daß die noch nicht streng durchzuführen gewesene nothwendige Anschaffung von Turnkleidung, das Vermissen mancher Turngeräthe, der unbequeme und für Erhaltung guter Beschaffenheit der Utensilien ungünstige Aufbewahrungsort derselben, die Beengung der Zeit bei der Menge der öffentlichen Lehrstunden, die liebere Benutzung günstiger Sommerzeiten zum Baden im Flusse und zum Schwimmenlernen, und der Winterzeiten zum Schlittschuhfahren, und bei den Schülern der obern Classen die Befriedigung mit dem bereits Gelernten, welche die Lust am Weitertreiben leicht verringert, dazu mitgewirkt haben, so lassen sich doch tiefer liegende Gründe der zeitweilig eintretenden größeren Gleichgültigkeit gegen das Turnen entdecken. So weit jedoch eine lebhaftere Theilnahme von der Beseitigung obiger Hindernisse, von einer zweckmäßigeren Riegenabtheilung, angemessenerer Disposition der Uebungsarten und Uebungszeiten und der Weckung eines wirklichen Interesses abhängig zu sein scheint, soll im nächsten Sommer das Nöthige dafür versucht werden, daß die Uebungen von denen, für die sie sich als nöthig und nützlich nachweisen lassen, wenigstens in der wünschenswerthen Ausdehnung mit dem erforderlichen Fleiße angestellt werden.

**E)** Die **Arbeitstage** sind in der festgestellten Regel nebst der **Docirstunde** der Schüler fortgesetzt worden.

---

## III. Verordnungen und Erlasse der vorgesetzten Behörden.

A) Von E. Hochlöblichen Provinzial-Schul-Collegio.

1) Anfrage, ob die in der Benachrichtigung vom 14. Februar 1846 (cf. Programm 1846, pag. 10, Nr. 16) in Aussicht gestellte Zusendung von 20 Exemplaren der von Dr. August dem Druck übergebenen schriftlichen Denkmäler aus dem Zeitalter der Reformation dem Gymnasio zugekommen sei. Magdeburg, den 10. April 1847. (Antwort, daß wir eine Zusendung dieser Art nicht erhalten haben).

2) Circular-Verfügung: In allen denjenigen Fällen, in welchen bei der Maturitäts-Prüfung die Reife nach §. 28 C des Reglements zuerkannt wird, soll die Angabe desjenigen Faches, für welches allein die Reife zuerkannt worden ist, außer in der Schlußbemerkung auch schon bei der Ueberschrift zugesetzt werden. Der spätere Uebergang solcher Studirenden in eine andere Facultät bleibt von dem Nachweise der erworbenen Reife ohne deren bisherige Beschränkung auf ein bestimmtes Fach abhängig. Berlin, den 12. Mai. Magdeburg, den 21. Mai 1848.

3) Circular-Verfügung, daß die Quittungen sowohl über die aus öffentlichen Mitteln gezahlten Stipendien an Studirende, als auch über die den Mitgliedern der academischen Seminarien gewährten Prämien stempelfrei seien. Berlin, den 30. October. Magdeburg, den 9. November 1847.

4) Nachricht über die Ertheilung der für den Professor Dr. Ameis nachgesuchten Erlaubniß zur Annahme der auf ihn gefallenen Wahl eines Mitgliedes der hiesigen Stadtverordneten-Versammlung. Magdeburg, den 12. Januar 1848.

5) Wegen Beitritts der höhern Bürgerschule zu Trier, und der beiden Großherzoglichen Mecklenburgischen Gymnasien zu Neu-Strelitz nnd Neu-Brandenburg zum allgemeinen Programmentausche sind künftig 283 Exemplare des Programms einzusenden. Magdeburg, den 15. November 1847.

6) Empfohlen wurde: a) Heydemann's und Mützel's Zeitschrift für das Gymnasialwesen. Berlin, den 1. März. Magdeburg, den 19. März 1847. b) Die physikalischen und akustischen Apparate von Lange in Berlin. Berlin, den 17. Juni. Magdeburg, den 24. Juni 1847. c) Dr. Vogel's Germania, ein vaterländisches Lesebuch. Magdeburg, den 6. August 1847. d) Die vom geographischen Institute zu Weimar angefertigten Globen von 12 Zoll Durchmesser, zum Aufhängen eingerichtet, à 8 Thlr. Magdeburg, den 4. October 1847.

B) Von E. Wohllöbl. Magistrate, als Patron der Anstalt.

Von den 65 theils zur weiteren Berichterstattung, theils auf eingereichte Eingaben ergangenen Zufertigungen betrafen 5 das Lehrerpersonal, 3 das neue Lehrer-Pensions-Reglement, 12 die Bibliotheks-Einkünfte, 2 die höheren Orts geschehene Anempfehlung der Versicherung der Utensilien, Bibliotheken, Apparate und Sammlungen gegen Feuersgefahr, 2 das Examen, 7 die Stiftungen, 14 das Schulgeld, 1 Schülerunterstützung, 2 die Programm-Druckkosten, 5 die Schulfeierlichkeiten, 8 Baulichkeiten, 2 das Turnwesen, 1 die Revaccination, 1 Mittheilung des Ministerialblattes zum Circuliren unter den Lehrer-Collegien.

## IV. Statistische Uebersicht des Gymnasiums von Ostern 1847 bis Ostern 1848.

### A) Verhältnisse der Schüler.

#### 1) Zahl der Schüler.

Das Gymnasium zählt gegenwärtig 117 Schüler, von denen 8 in Prima, 26 in Secunda, 18 in Tertia, 38 in Quarta, 27 in Quinta sitzen.

#### 2) Aufgenommen wurden 24:

zu Ostern 1847:

Für Tertia 2: Julius Kirchhof, aus Buhla. — Friedrich Wilhelm Schollmeyer, aus Altengottern.

Für Quarta 4: Heinrich Wilhelm Hugo Clauder, aus Volkerode. — Gustav Emil Wilhelm Jäger, aus Großwelsbach. — Johann Carl Georg Gerlach, aus Sollstedt. — Ferdinand Wilhelm Sachse aus Großgrabe.

Für Quinta 13: Wilhelm August Theodor Ernst Dilling, aus Erfurt. — Karl Gottfried Griesbach, von hier. — Albert Theodor Günther, aus Weberstedt. — Richard König, aus Magdeburg. — Ferdinand Kühmstedt, von hier. — Karl Friedrich Ludewig Kurzius, aus Rüdigershagen. — Johann Aloisius Albert Mühlberg, von hier. — Bernhard Julius Möller, aus Plauen. — Theodor Neubauer aus Katharinenberg. — Friedrich Gotthelf Herrmann Sachs, aus Langula. — Karl Wilhelm Stephan, aus Kammerforst. — Karl Otto Struensee, aus Aschersleben. — Franz Karl Albert Mellin, aus Zschepplin.

zu Johannis 1847:

Für Quarta 1: Heinrich Ludwig Ernst v. Marschall aus Altengottern.

Für Quinta 3: Otto Julius Theodor v. Marschall, aus Altengottern. — Friedrich Meyer von hier. — Hugo Leopold Pohlmann, aus Meseritz.

zu Michaelis 1847:

Für Quinta 1: Bodo Burghardt Kraft Mordian Degenhardt v. Bodenhausen, von hier.

### 3) Abgegangen sind 32:

a) Aus Prima nach bestandener Abiturienten-Prüfung mit dem Zeugnisse der Reife auf die Universität 5:

zu Ostern 1847:

| Vor- und Zuname | Alter Jahr | Geburtsort | Stand und Wohnort des Vaters. | Zeit des Schulbesuchs überhaupt Jahr | Zeit des Schulbesuchs in Prima Jahr | Universität | Facultät |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Adolph Wilhelm Sachse | $21\frac{3}{4}$ | Felchta | Pfarrer in Großgrabe | 9 | 3 | Halle | Theologie |
| Theodor Gottfried Bader | $18\frac{3}{4}$ | Mühlhausen | Notar in Mühlhausen. | 10 | 2 | Halle | Philologie |
| Ernst Christoph Demme | 21 | Mühlhausen | Gerbermeister † in Mühlhausen | 10 | 2 | Berlin | Rechtswissenschaft |
| zu Michaelis 1847: | | | | | | | |
| Rudolf Haun | $17\frac{1}{2}$ | Merseburg | Gymnasialdirector in Mühlhausen. | $8\frac{1}{2}$ | 2 | Halle | Philologie u. Theologie |
| Rudolph Klauer | $17\frac{1}{2}$ | Mühlhausen | Apotheker in Mühlhausen | $8\frac{1}{2}$ | 2 | Halle | Rechtswissenschaft |

b) Auf eine andere Schule 5:

Aus Tertia 2: Rudolph August v. Berken, von hier. — Gottlieb Ferdinand Meyer, aus Günzerode.

Aus Quarta 1: Ferdinand Wilhelm Sachse, aus Großgrabe (nach Michaelis 1847).

Aus Quinta 2: Heinrich Friedrich Wilhelm v. Bodungen, von hier. — Richard König, aus Magdeburg (Michael 1847).

c) Zu einem andern Berufe 21:

Aus Prima 2: August Wilhelm Riemann, von hier. — Johann Eduard Feigenspan, von hier.

Aus Secunda 7: Wilhelm Ferdinand Meißner, von hier. — Friedrich Gustav Peter, aus Rüdigershagen. — Christian Lutteroth, von hier. — Alexander Fink, aus Münster. — Herrmann Christoph Eisenhardt, von hier. — Wilhelm Klauer, von hier. — Robert Friedrich Heinrichshofen, von hier.

Aus Tertia 6: Franz Karl Friedrich Fröbe, von hier. — Otto Keferstein, aus Kleinenlengden. — Heinrich Christoph Karl Hasenbein, von hier. — Karl Christoph Heise, von hier. — Philipp Gottlieb Louis Eyßel, vom Ihlefeld. — Gustav Friedrich Alexander Engelhardt, von hier.

Aus Quarta 6: Gottfried Wilhelm Führ, von hier. — Berthold Christian Meybrink, von hier. — Johann Karl August Friedrich Franke, von hier. — Emanuel Arthur Arman v. Bentivegni, aus Berlin. — Richard Adolph Seyfert, aus Langensalza. — Moritz Magnus Bon, von hier.

d) Gestorben 1:

Aus Tertia 1: Johann Adolph Sander aus Bielefeld erlag ungeachtet der aufmerksamsten Pflege seiner Verwandten dennoch der Macht eines nervösen Fiebers am 19. August 1847 in dem Alter von 14¼ Jahr. Das Lehrercollegium und die zwei Classen, denen er angehört hatte, geleiteten ihn zu seiner letzten Ruhestätte, wo zwischen den Trauergesängen der Geistliche, der in Tertia den Religionsunterricht ertheilt, Herr Pastor extraordinarius Sauerbrey, Worte religiöser Betrachtung zu der Trauerversammlung sprach.

## B) Vermehrung des Lehr-Apparats.

Als Geschenke für die Schulbibliothek und den Festsaal, für welche wir hiermit unsern Dank abstatten, sind eingegangen:

1) Von E. Königl. Hohen Ministerium der geistlichen ꝛc. Angelegenheiten: a) Firmenich's Völkerstimmen Germaniens. 8. und 9. Lieferung. b) v. Spruner's historisch-geographischer Atlas. 11. Lieferung, oder Atlas der alten Welt. 1. Lieferung.

3) Von Herrn Major v. Bentivegni allhier: Gußeiserne goldbronzirte Büste Friedrich Wilhelm III. (für den Festsaal).

4) Von Herrn Justizrath Steinbach allhier: Ein Band alter Mühlhäuser Programme.

5) Von Demoiselle Bernigau allhier: a) Stein's chronologisches Taschenbuch der neuesten Geschichte von 1789 — 1812. b) Ehrhardt's Ueberlieferungen zur vaterländischen Geschichte. 3 Hefte. Magdeburg, 1825.

6) Von dem Herrn Buchhändler Ernst Lambeck in Thorn: Luke's geometrische Aufgaben nach der Methode der Alten. 1. Theil. Planimetrische Aufgaben mit Lithographien. Thorn, 1845.

7) Von dem Lehrer-Collegium des Gymnasiums: Jahn's Jahrbücher für Philologie. 1846. b) Jahn's Archiv für Philologie. 1846. c) Protocoll über die Sitzung des Gustav-Adolph-Vereins in Berlin.

---

Die **Schul-Bibliothek** hat sich bei einer Einnahme von 109 Thlr. 5 Sgr., von welcher Summe aber ein Drittheil schon im Jahre 1846 verausgabt war, um 86 Bände vermehrt, die folgende Werke enthalten: Wannowski antiquitates Romanae e graecis fontibus explicatae. Lobeckii Ῥηματικόν, s. verbor. gr. et nomin. verbal. technologia. Plutarchi vitae, gr. et lat. ed. Döhner, Paris. 1846. Vol. I. Dionis Chrysostomi Opera, ex rec. Emperii. Bibliotheca scriptor. classic. gr. et lat., ed. Engelmann. Lips. 1847. Waitz Grundlegung der Psychologie. Stephan's neue Stofflieferungen. Viehhoff's Archiv für den Unterricht im Deutschen, 1. und 2. Jahrgang. Weishaupt griech. und röm. Verzierungen nach antiken Mustern. Allgemeine Welthistorie der englischen Gelehrten. Halle, 1744—70. (40 Bände in 4.) Neue Bibliothek der schönen Wissenschaften und freien Künste, in 23 Bänden. Dr. Alt, Theater und Kirche. Sämmtliche Tragödien des Sophokles, metrisch übers. von Franz Fritze. K. O. Müllers kleine Schriften über Religion, Kunst, Sprache, Literatur und Geschichte des Alterthums. Beckers röm. Alterthümer. 2. Bandes 2. Abtheil. Winers bibl. Realwörterbuch, 1. Band. Eckermanns Lehrbuch der Religionsgeschichte, 3. Band. Otto Reventlow Leitfaden der Mnemotechnik. Prutz Vorlesungen über die neue deutsche Literatur. Hermes Geschichte der letzten 25 Jahre, 3. Band. Klemms allgemeine Kulturgeschichte der Menschheit, 6. Band. Buff's Experimentalphysik, 1—3. Lieferung. Jahns Jahrbücher für Philologie 1847. Jahns Archiv für Philologie, 12 Band. Programmen-Revue, 2. Band.

An Programmen erhielt die Bibliothek durch den Programmentausch 252 Stück als Gesammtzahl der 5 Sendungen.

Die Schüler-Lesebibliothek hatte von den Beiträgen der Schüler eine Einnahme von 46 Thlr., und von dem Gymnasial-Antheile am Beidergewandgelde wieder die Summe von 17 Thlr. 25 Sgr., und ist dadurch um 114 Bände vermehrt worden. Diese enthalten folgende Schriften: Hoffmann's Erzählungen, 5 Bändchen. Held und Corvins illustrirte Weltgeschichte, 2. Band. Ramler's Werke, 2 Bände. Gleim's Werke, 6 Bände. Zachariä poetische Schriften, 8 Theile. v. Chronegk's Schriften, 2 Th. Gellert's sämmtliche Schriften, 10 Bände. Gfrörer Geschichte Gustav Adolphs. Nachträge zu Sulzer's Theorie der schönen Künste und Wissenschaften, oder Charactere der vornehmsten Dichter, 8 Bände. Die 114 Wunder der Welt. Dichtungen von Louise Brachmann, 2 Theile. Faust, eine Tragödie von B. v. B. Glatz Unterhaltungen der kleinen Familie Grünthal, 2 Thle. Voß Gedichte, 4 Theile. Amalie Schoppe Jugendleben. Caroline Stille moralische Erzählungen. Die Abenteuer des Odysseus, von Atzerodt. Lehrreiche Unterhaltungen, 3 Bände. Alexander v. Humboldt's Reisen in Amerika. Pfahler's historische Skizzen. Erstes Lesebuch, von Hiecke. Fritze Geschichte Roms. Theuerle, das Wissenswürdigste vom Menschen. Weerth's Haushalt der Natur. Bojesen Handbuch der griechischen und römischen Antiquitäten. Nieritz Jugendbibliothek, 8. Jahrgang, 6 Thle. Schink's Johann Faust, 2 Thle. H. Müller, Elisabeth von England, Trauerspiel. Greiling's biblische

Frauen, 2 Thle. Anderson's Mährchen. Der kleine Physiker, von Höpfner, 6 Thle. Salzmann's Himmel auf Erden. Matthisson's Gedichte. Geschichtschreiber der deutschen Vorzeit. Richter's Bibliothek der Unterrichts-Lectüre, 4 Thle. Pouqueville Griechenland. Werner's Theater, 3 Thle. Philipp, der Tod Gustav Adolphs, Königs von Schweden. Buthmann's Erzählungen. Cook's letzte Reise. Tittmann über Bestimmung des Gelehrten. Das Trefflichste aus Sturz Schriften. Die Kinder in der Fremde. Förster, Preußens Helden. Eylert Charakterzüge Friedrich Wilhelm III., 2. und 3. Band. Sagen und Geschichten des Harzes. Flathe, Gustav Adolph, König von Schweden.

Der historische Leseverein für das Gymnasium hatte von 32 Mitgliedern eine Einnahme von 32 Thlr., und schaffte davon folgende Werke an: Die Völker des südlichen Rußlands in ihrer geschichtlichen Entwickelung, von C. J. Neumann. Ranke's Fürsten und Völker von Europa im 16. und 17. Jahrhundert, 4 Theile. Droysen Vorlesungen über die Freiheitskriege, 2 Theile. Geschichte der letzten zehn Jahre, von L. Blanc. Vorlesungen über die alte Geschichte, von Raumer, 2 Theile. Die Politik, von Dahlmann. Neun Bücher preußischer Geschichte, von Leopold Ranke. Thiers Consulat und Kaiserreich, 5. und 6. Band. Schlesiers Erinnerungen an Wilhelm v. Humboldt, 2. Bandes 2. Abtheilung. Deutsche Briefe über den Orient, von Quitzmann. — Diese Werke zeugen von dem Bemühen, dem Vereine es an den neuesten Erscheinungen von wirklichem historischen Interesse nicht fehlen zu lassen. Der Conrector Dr. Mühlberg, welcher den Verein leitet, wünscht auch ferner von den verehrlichen Mitgliedern durch Vorschläge gediegener Werke sich hierin unterstützt zu sehen.

## C) Legate, Stiftungen, Geschenke.

Die gewöhnlichen für Lehrer und Schüler sind in den früheren Jahresberichten öfter genannt. Von den 20 Thlrn. zu Prämienbüchern wurden im Oster-Examen 1847 an diejenigen Schüler aus allen fünf Classen, deren Fleiß und gutes Betragen sie vor den andern Mitschülern dieser Auszeichnung vorzüglich werth machte, folgende Werke vertheilt: Eschenburg's Handbuch der classischen Literatur. Nägelsbach's lateinische Stilistik. Biblia hebraica Hal. Thucydides, ed. Krüger. Schmalfeld's lateinische Synonymik. Eschenburg's Redekünste. Mundt's Götterwelt. Gradus ad Parnassum. Crusius homerisches Wörterbuch. Schmidt's preußische Vaterlandskunde. Petiskus Olymp. Biblische Handconcordanz.

Der Schulgeld-Ueberschuß ist wieder zu Remunerationen für die Abhandlung zum Osterprogramm 1847 und für andere Mehrarbeiten, so wie für Gratificationen an sämmtliche Lehrer verwendet worden. Auch erhielt der Collaborator Bierwirth, da sein Besoldungsantheil während der halbjährlichen Urlaubszeit den seine Stelle vertretenden Lehrern zugewiesen worden war, vom Magistrate die Summe von 25 Thaler als einen außerordentlichen Beitrag zu seiner Studienreise.

Mit Dank erkennt das Lehrer-Collegium die ihm vom Patrone gewährte Wohlthat an, daß den Lehrern die ihnen bereits bei der Anstellung zugesicherte Pensionirungsweise, wie sie nach der Städteordnung den andern städtischen Beamten ohne Beiträge zu einem Pensionsfonds zu Theil wird, auch fernerhin belassen worden ist.

## V. Ueber die Schulprüfungen.

Zu Michael 1847 fand die gewöhnliche Prüfung aller Classen nebst Censuren-Vertheilung nur vor dem Schul-Curatorium und Lehrer-Collegium Statt. Die Gegenstände derselben waren folgende: Prima: Horatii Odae: Director Dr. Haun. — Französisch: Dr. Weigand. — Secunda: Griechisch: Professor Dr. Ameis. — Mathematik: Subrector Hartrodt. — Hebräisch (mit Prima combinirt): Conrector Dr. Mühlberg. — Tertia: Religionslehre: Pastor Sauerbrey. — Jul. Caesar: Subconrector Recke. — Gesang: Musikdirector Thierfelder. — Quarta: Griechisch: Subconrector Recke. — Französisch: Dr. Weigand. — Quinta: Lateinisch: Subconrector Dr. Dilling. — Geschichte: Conrector Dr. Mühlberg. — Gesang: Musikdirector Thierfelder.

---

In der öffentlichen Prüfung zu Ostern d. J. werden die Ausarbeitungen und Scripta in den verschiedenen Sprachen und Wissenschaften, so wie die Zeichnungen, Schreibebücher u. s. w. von allen Classen vorliegen. Die Prüfung wird in folgender Weise gehalten:

1) Im Gymnasium Donnerstags den 13. April, Vormittags von 8—11 Uhr Prima und Secunda, von 11 — 12 Uhr Tertia, Nachmittags von 2 — 4 Uhr Quarta und Quinta.

Prima: Sophoclis Antigone: Director Dr. Haun. — Französisch: Dr. Weigand. — Hebräisch: Conrector Dr. Mühlberg.

Secunda: Cicer. oratt.: Professor Dr. Ameis. — Mathematik: Subrector Hartrodt. — Hebräisch: Conrector Dr. Mühlberg.

Tertia: Jul. Caesar: Subconrector Recke. — Homeri Odyssea: Collaborator Bierwirth. — Gesang: Musikdirector Thierfelder.

Quarta: Griechisch: Subconrector Recke. — Mathematik: Subconrector Dr. Dilling. — Gesang: Musikdirector Thierfelder.

Quinta: Religionslehre: Collaborator Bierwirth. — Französisch: Dr. Weigand. — Gesang: Musikdirector Thierfelder.

2) Im Nebenseminar Donnerstags den 13. April, Nachmittags von 4 Uhr an: Alt- und Neu-Testamentliche Exegese, Kirchengeschichte, Geographie: Hauptlehrer Pastor Barlösius. — Generalbaß und Orgelspiel: Musikdirector Thierfelder.

Zu diesen beiden Prüfungen den 13. April werden hiermit ganz ergebenst eingeladen: Der verehrliche Patron, die Stadt-Schul-Commission, die Königlichen Militär- und Civil-, so wie die städtischen Behörden, die Herren Stadtverordneten, die Herren Geistlichen und Lehrer der Stadt und der Vorstädte, die Eltern unserer Zöglinge, und alle Gönner und Freunde des Schulwesens.

Die Vertheilung der Prämienbücher, der Censuren, so wie die Versetzung der Schüler und die feierliche Entlassung der Abiturienten findet Sonnabends den 15. April, Vormittags 10 Uhr, nur vor dem Schul-Curatorium und Lehrer-Collegium Statt.

Der Sommercursus beginnt Donnerstags den 27. April.

Mühlhausen, den 10. April 1848.

**Dr. Haun, Director.**

# Uebersicht

der statistischen Verhältnisse des Gymnasiums zu Mühlhausen im Schuljahre Ostern 1847 bis 1848.

## I. Lehrer.

Director Dr. Haun.
Pror. Profess. Dr. Ameis, erster Oberlehrer.
Conr. Dr. Mühlberg, zweiter Oberlehrer.
Subrector Hartrodt, dritter Oberlehrer.
Subconr. I Recke.
Subc. II Dr. Dilling.
Dr. Weigand, Lehrer der franz. Sprache.
Collabor. Bierwirth.
Musikdir. Thierfelder.
Pastor Sauerbrey, interim. Religions-Lehrer.
Zeichenlehrer Dreiheller.
Turnlehrer Rindfleisch.

---

Pastor Barlösius, Hauptlehrer am Neben-Seminar.

## II. Allgemeiner Lehrplan.

| Unterrichts-Gegenstände. | Stundenzahl. I | II | III | IV | V | S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) Sprachen: | | | | | | |
| Hebräisch . . . | 2 | 2 | — | — | — | 4 |
| Griechisch . . . | 6 | 6 | 6 | 6 | — | 24 |
| Lateinisch . . . | 8 | 10 | 10 | 9 | 10 | 47 |
| Deutsch . . . | 2 | 3 | 2 | 2 | 4 | 13 |
| Französisch . . | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 10 |
| b) Wissenschaften: | | | | | | |
| Religionslehre . | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 10 |
| Mathematik . . | 4 | 4 | 3 | 3 | — | 14 |
| Rechnen . . . | — | — | — | — | 4 | 4 |
| Physik . . . | 2 | 1 | — | — | — | 3 |
| Naturbeschreibung | — | — | 2 | 2 | 2 | 6 |
| Gesch. u. Geograph. | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 12 |
| National-Literatur | 1 | — | — | — | — | 1 |
| Philos. Propädeutik | 1 | — | — | — | — | 1 |
| c) Fertigkeiten: | | | | | | |
| Zeichnen . . . | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 8 |
| Singen . . . | — | — | 1 | 1 | 2 | 4 |
| Schönschreiben . | — | — | — | 2 | 2 | 4 |
| | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 165 |
| d) Gymnastische Uebungen. | — | — | — | — | — | 4 |
| | | | | | | 169 |

## III. a) Verhältnisse der Schüler.

| In Classe | waren zu Ostern 1847 | entlassen durch Abgang | entlassen durch Versetzung | Summa | aufgenommen durch Reception | aufgenommen durch Versetzung | Summa | sind jetzt zu Ostern 1848 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 12 | 7 | — | 7 | — | 3 | 3 | 8 |
| II | 22 | 7 | 3 | 10 | — | 14 | 14 | 26 |
| III | 24 | 9 | 14 | 23 | 2 | 15 | 17 | 18 |
| IV | 34 | 7 | 15 | 22 | 5 | 21 | 26 | 38 |
| V | 33 | 2 | 21 | 23 | 17 | — | 17 | 27 |
| Sma. | 125 | 32 | | | 24 | | | 117 |

## III. b) Verhältnisse der Abiturienten.

| sind entlassen | Zahl | studiren wo? | Zahl | studiren was? | Zahl |
|---|---|---|---|---|---|
| zu Ostern 1846 | 3 | in Berlin | 1 | Theologie | 1 |
| zu Michael 1847 | 2 | in Halle | 4 | Rechtswissenschaft | 3 |
| | | | | Philologie und Theologie | 1 |
| Summa | 5 | | 5 | | 5 |

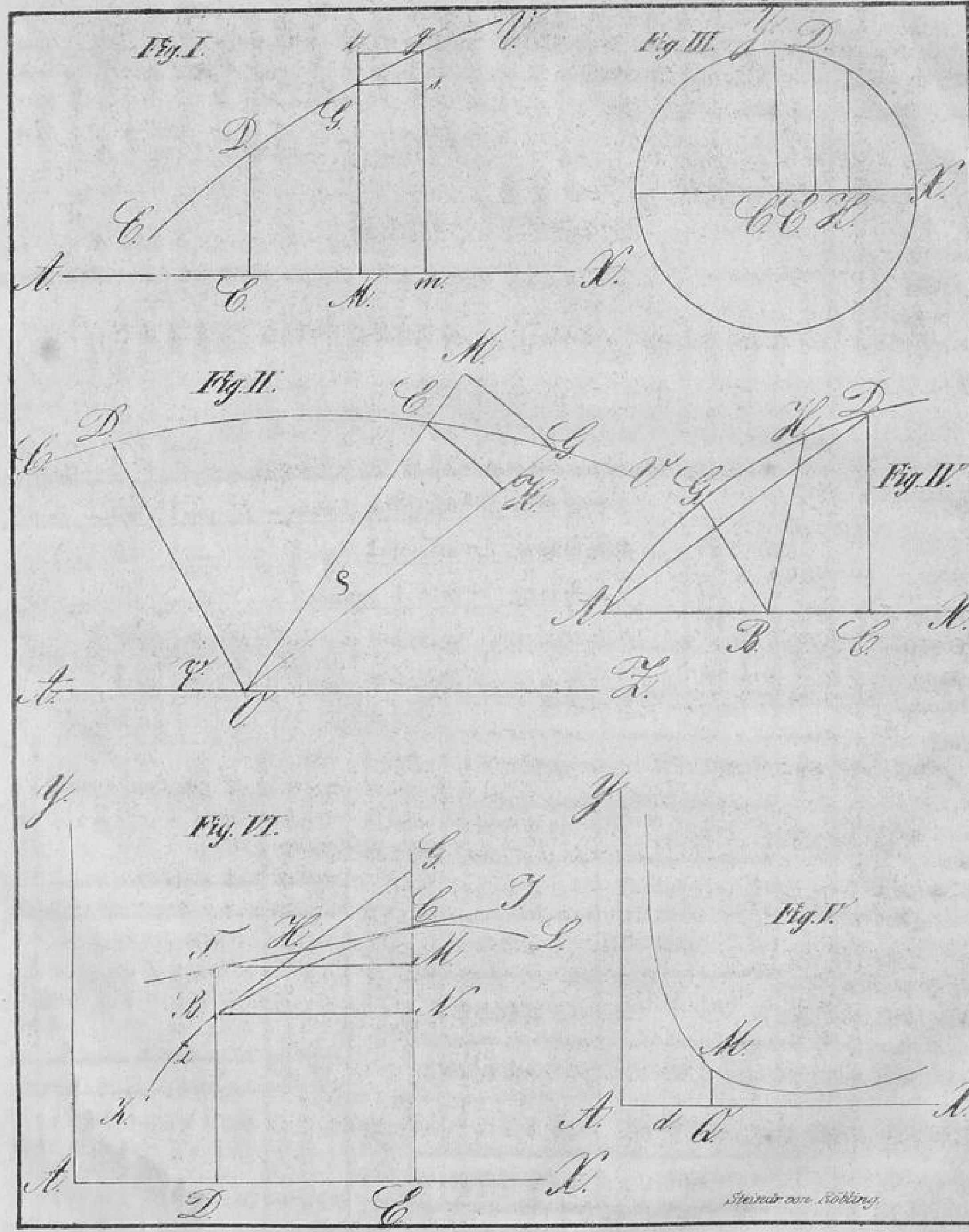
Fig. I.
Fig. III.
Fig. II.
Fig. IV.
Fig. VI.
Fig. V.
Steindr. von Rölling.

# Aphorismen
aus der
# Differential- und Integralrechnung,
mit Rücksicht
auf
## die Lehre von den Kurven,
vom
Subconrector Dr. Dilling.

Es kann nicht meine Absicht sein, die zahlreichen Anwendungen der Differential- und Integralrechnung auf die höhere Geometrie einzeln anzuführen, auch würde der für die Abhandlung gestattete Raum dieses nicht möglich werden lassen. Ich begnüge mich daher damit, die Anwendung beider auf die Quadratur und Rektifikation der Kurven hier durchzuführen.

Man theilt bekanntlich die Kurven ein in Kurven einfacher und in Kurven doppelter Krümmung. Erstere werden durch zwei, letztere durch drei Koordinaten bestimmt. Unter der Quadratur einer Kurve einfacher Krümmung versteht man im Allgemeinen die Bestimmung der Arealgröße derjenigen ebenen Fläche, welche auf der einen Seite durch die Kurve selbst, und auf der andern Seite durch die Koordinaten oder Theile derselben begrenzt ist. Bedient man sich dabei des rechtwinkeligen Koordinatensystems und bezeichnet CV (Fig. 1.) irgend eine Kurve, AX die Abscissenaxe, DE und GM zwei rechtwinkelige Ordinaten, so ist hier die Aufgabe, den Inhalt der Fläche DEMG zu bestimmen. Wendet man dagegen die Winkelkoordinaten an, d. h. gibt man die Lage der verschiedenen Punkte der Kurve durch ihre Entfernung von einem gegebenen Punkte O (Fig. 2) und durch den Winkel, welchen diese Linie mit einer festen Linie AZ macht, an, so ist alsdann die Aufgabe, den Inhalt der Fläche DEO zu bestimmen.

Es sei (Fig. 1.) CV irgend eine Kurve gegeben durch die Gleichung $y = \varphi(x)$, wo x die Abscisse, y die senkrechte Ordinate bezeichnet, AX sei die Abscissenaxe, A der Anfangspunkt der Koordinatenaxen, DE und GM zwei beliebige normale Ordinaten dergestalt, daß die in Frage stehende Fläche DEMG entsteht. Es leuchtet ein, daß diese Fläche DEMG eine andere Größe erhalten wird, jenachdem die beiden sie begrenzenden Ordinaten an anderen und anderen Punkten gezogen werden. Denkt man sich daher die eine Ordinate DE als fest und völlig bestimmt, was stattfinden wird, wenn die entsprechende dazu gehörige Abscisse AE gegeben ist, so wird die Fläche sich nur noch ändern mit der Abscisse AM, der zweiten Ordinate GM entsprechend. Nennt man daher $AM = x$, so wird die zu bestimmende Arealgröße der Fläche DEMG eine Funktion von x sein und es soll diese Funktion bezeichnet werden mit $f(x)$, deren Werth also gesucht wird.

Soll für diese Größe $f(x)$ eine Differentialgleichung erhalten werden, so denke man sich das x um die Größe $Mm = h$ vergrößert; die Ordinate GM wird alsdann in die Ordinate gm und die Fläche EDGM in die Fläche EDgm übergehen. Die Zunahme von x um eine Größe h wird somit eine entsprechende Veränderung zur Folge haben, es wird die neue Ordinate gm aus $\varphi(x)$ abgeleitet, indem man $x + h$ statt x setzt, also $gm = \varphi(x + h)$. Eben so wird der Werth von $EDGM = f(x)$ für die neue Fläche EDgm, indem man in $f(x)$ den Werth $x + h$ statt x substituirt, also $EDgm = f(x + h)$. Daraus erhält man durch einfache Subtraktion:

$$EDgm - EDGM = MGgm = f(x + h) - f(x).$$

Zieht man nun Gs parallel AX, bis sie gm oder deren Verlängerung in s schneidet, so ist $MGsm < MGgm$ für wachsende Ordinaten und $MGsm > MGgm$ für abnehmende Ordinaten. Da nun $MGsm = GM \times Mm = y \cdot h = h \cdot \varphi(x)$, so hat man, indem man für MGgm seinen Werth $f(x + h) - f(x)$ substituirt,

$$f(x + h) - f(x) > h \cdot \varphi(x) \text{ für wachsende Ordinaten}$$
$$\text{und } f(x + h) - f(x) < h \cdot \varphi(x) \text{ für abnehmende Ordinaten.}$$

Zieht man dagegen von g eine Linie gt parallel mit AX, bis sie MG oder deren Verlängerung in t schneidet, so ist $Mtgm < MGgm$ für wachsende Ordinaten und $Mtgm > MGgm$ für abnehmende Ordinaten. Da nun $Mtgm = Mm \cdot gm = h \cdot \varphi(x + h)$ und $MGgm = f(x + h) - f(x)$, so hat man $f(x + h) - f(x) < h \cdot \varphi(x + h)$ für wachsende Ordinaten und $f(x + h) - f(x) > h \cdot \varphi(x + h)$ für abnehmende Ordinaten.

Bringt man diese Bedingungen mit den vorigen in Verbindung und stellt diejenigen zusammen, welche sich auf einen gleichen Fall beziehen, so erhält man

$$\left.\begin{array}{l} f(x + h) - f(x) > h \cdot \varphi(x) \\ f(x + h) - f(x) < h \cdot \varphi(x + h) \end{array}\right\} \text{ für wachsende Ordinaten,}$$

$$\text{dagegen } \left.\begin{array}{l} f(x + h) - f(x) < h \cdot \varphi(x) \\ f(x + h) - f(x) > h \cdot \varphi(x + h) \end{array}\right\} \text{ für abnehmende Ordinaten,}$$

Aus diesen Bedingungen geht unzweideutig hervor, daß die Größe $f(x + h) - f(x)$ stets enthalten ist zwischen den beiden Grenzen $h \cdot \varphi(x)$ und $h \cdot \varphi(x + h)$, sei es nun, daß die Ordinaten beständig zunehmen, oder daß sie beständig abnehmen. Dabei ist die Bemerkung nicht ohne große Wichtigkeit, daß diese Bedingungen stattfinden, wie klein oder wie groß auch h gedacht werde, wofern nur die Ordinaten entweder beständig zunehmend oder beständig abnehmend gedacht werden und zwar von $x = x$ bis $x = x + h$.

Um nun für den Differentialcoefficienten von $f(x)$ eine Gleichung zu finden, entwickele man nach dem Taylorschen Satze:

$$f(x + h) = f(x) + \frac{d\, f(x)}{d\, x} h + \frac{d^2\, f(x)}{d\, x^2} \frac{h^2}{2!} + \ldots\ldots$$

und daher

$$f(x+h)-f(x)=\frac{d\,f(x)}{dx}\cdot h+\frac{d^2\,f(x)}{dx^2}\cdot\frac{h}{2!}+\frac{d^3\,f(x)}{dx^3}\cdot\frac{h}{3!}+\ldots\ldots$$

Ferner ist nach demselben Satze

$$h.\varphi(x+h)=h\left\{\varphi(x)+\frac{d\varphi(x)}{dx}\cdot h+\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}\cdot\frac{h^2}{2!}+\frac{d^3\varphi(x)}{dx^3}\cdot\frac{h^3}{3!}+\ldots\right\}$$

Substituirt man diese Werthe in die obigen Bedingungsgleichungen und zwar für den Fall, daß die Ordinaten wachsen, so hat man:

$$\frac{d\,f(x)}{dx}\cdot h+\frac{d^2f(x)}{dx^2}\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots\ldots\ldots>h.\varphi(x)\text{ und}$$

$$<h.\left(\varphi(x)+\frac{d\varphi(x)}{dx}\cdot h+\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}\cdot\frac{h^2}{2!}\right\}$$

und zwar unabhängig von h, wie klein auch h gedacht werde. Da nun die Größe nach der linken Seite des Ungleichheitszeichens zwischen den bezeichneten Grenzen eingeschlossen ist, so wird die Differenz zwischen eben dieser Größe und einer der Grenzen kleiner sein, als die Differenz zwischen eben jener Grenze und der andern Grenze, und beide Differenzen werden nothwendigerweise dasselbe algebraische Zeichen haben. Zieht man nun die erste Grenze von der Größe auf der linken Seite und von der zweiten Grenze ab, so entsteht:

$$\left\{\frac{d\,f(x)}{dx}-\varphi(x)\right\}h+\frac{d^2f(x)}{dx^2}\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots\ldots<\frac{d\,\varphi(x)}{dx}\cdot h^2+\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}\cdot\frac{h^3}{2!}+\ldots\ldots,$$

wo nun beide Glieder dieselben Zeichen haben und zwar das positive Zeichen. Wird nun durch h dividirt, so hat man:

$$\frac{d\,f(x)}{dx}-\varphi(x)+\frac{d^2f(x)}{dx^2}\cdot\frac{h}{2!}+\ldots<\frac{d\,\varphi(x)}{dx}\cdot h+\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots,$$

mithin um so mehr

$$\frac{d\,f(x)}{dx}-\varphi(x)<\left(\frac{d\,\varphi(x)}{dx}-\frac{d^2f(x)}{dx^2}\cdot\frac{1}{2!}\right)h+\left(\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2}\cdot\frac{1}{2!}-\frac{d^3f(x)}{dx^3}\cdot\frac{1}{3!}\right)h^2+\ldots\ldots\ldots$$

wie klein auch h gedacht werde.

Da nun die Größe auf der rechten Seite des Ungleichheitszeichens, weil sie den Faktor h enthält, für den Werth $h=o$ verschwindet, so kann h so klein gedacht oder angenommen werden, daß jene Größe sich von o weniger unterscheide, als jede angebbare, woraus dann folgt, daß $\frac{d\,f(x)}{dx}-\varphi(x)$ kleiner als jede angebbare Größe ist; folglich ist

$$\frac{d\,f(x)}{dx}-\varphi(x)=o.$$

Denn wäre dieses nicht der Fall, wäre z. B. $\frac{d\,f(x)}{dx}-\varphi(x)=n$, so würde man, wie klein auch n angenommen werde, h doch stets so klein denken können, daß die in der obigen Bedingung auf der rechten Seite des Ungleichheitszeichens mit h verschwindenden Größe noch kleiner als n ausfiele, was mit der Bedingung selbst in Widerstreit käme.

Man hat also

$$\frac{d\,f(x)}{dx} = \varphi(x) \text{ oder } d\,f(x) = \varphi(x)\,d\,x$$

mithin, wenn man integrirt, $f(x) = C + \int\varphi(x)\,dx$, und da $y = \varphi(x)$ ist, $f(x) = C + \int y dx$, wo $\varphi(x)$ eine durch die Kurve gegebene Gleichung und bekannte Funktion von x und C eine Konstante bezeichnet, welche dergestalt bestimmt werden muß, daß das Integral, für den Werth von $x = 0$, Null werde, dem die Ordinate entspricht, von der an die Abscisse gerechnet wird.

Es bleibt nun noch übrig, den Werth der Arealgröße der Fläche $f(\psi)$ für Winkelkoordinaten zu ermitteln.

Es sei (Fig. 2.) OD der Radius vector $= r$ der Winkel, welchen derselbe mit der Abscissenaxe nach der Seite des Anfangspunktes zu beschreibt, $= \psi$, so ist der Radius vector r eine Funktion des Winkels $\psi$, indem sich jener ändert, wenn sich der Winkel $\psi$ ändert. Es ist also $r = \varphi(\psi)$ und es handelt sich also darum, den Inhalt der von den radii vectores OD und OE und dem Theile DE der Kurve CV eingeschlossenen Fläche $DOE = f(\psi)$ zu bestimmen. Man denke sich den Winkel $\psi$ um den Winkel $\varrho = EOG$ wachsend, so wird die Fläche $DOG = f(\varphi + \varrho)$ und die Fläche $EOG = DOG - DOE = f(\psi + \varrho) - f(\psi)$. Nun denke man sich die radii vectores wachsend und mit EO als Radius den Radius GO in H geschnitten, so daß $OH = OE$, und mit OG den Radius OE in M geschnitten, so daß $OM = OG$ wird. Es ist nun $OEG > OEH$, und da $OEH = \frac{OE^2 \cdot \varrho}{2} = \varphi(\psi)^2 \cdot \frac{\varrho}{2}$, so ist

$f(\psi + \varrho) - f(\psi) > \frac{\varrho}{2} \cdot \varphi(\psi)^2$, dagegen $f(\psi + \varrho) - f(\psi) < \frac{\varrho}{2} \cdot (\varphi(\psi + \varrho))^2$;

mithin ist auch

$$f(\psi + \varrho) - f(\psi) - \frac{\varrho}{2}\,\varphi(\psi)^2 < (\varphi(\psi + \varrho)^2 - \varphi(\psi)^2)\,\frac{\varrho}{2},$$

mithin auch mit Anwendung des Taylor'schen Satzes:

$$\frac{d\,f(\psi)}{d\psi} \cdot \varrho + \frac{d^2\,f(\psi)}{d\psi^2} \cdot \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots\ldots - \varphi(\psi)^2 \cdot \frac{\varrho}{2} < \frac{d\;\varphi(\psi)^2}{d\psi} \cdot \varrho$$
$$+ \frac{d^2\;\varphi(\psi)^2}{d\psi^2} \cdot \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots\ldots$$

oder

$$\left(\frac{d\;\varphi(\psi)^2}{d\psi} - \tfrac{1}{2}\,\varphi(\psi)^2\right)\varrho + \frac{d^2\,f(\psi)}{d\psi^2} \cdot \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots\ldots < \frac{d\;\varphi(\psi)^2}{d\psi} \cdot \varrho$$
$$+ \frac{d^2\;\varphi(\psi)^2}{d\psi^2} \cdot \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots\ldots$$

und wenn man $\varrho = 0$ annimmt, so wird

$$\frac{d\;f(\psi)}{d\psi} - \tfrac{1}{2}\,\varphi(\psi)^2 = 0, \text{ oder } \frac{d\,f(\psi)}{d\psi} = \tfrac{1}{2}\,\varphi(\psi)^2$$

Integrirt man den letzten Ausdruck, so erhält man

$f(\psi) = \tfrac{1}{2}\int\varphi(\psi)^2 d\psi + C$, und da $r = \varphi(\psi)$, so ist $f(\psi) = \tfrac{1}{2}\int r^2 \cdot d\psi + C$

Ganz dasselbe Resultat findet man, wenn man in der oben entwickelten Gleichung

$$f(x) = \int y dx + C = \int dx \, . \int_0^y dy$$

die rechtwinkeligen Koordinaten x und y auf die Polar- oder Winkelkoordinaten zurückführt. Es ist nämlich $x = - r \, . \cos \psi$ und $y = r \, . \sin \psi$; dabei ist die Integration von y unabhängig von x. Da $x = - r. \cos. \psi$, so ist $\cos \psi = - \frac{x}{r}$ und $\sin \psi = \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$,

weshalb $y = r \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$, folglich $dy = dr \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} + r \, d \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$

$$\text{oder } dy = \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} \cdot dr + \frac{r. \, d\left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)}{2\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}}$$

$dy = dr. \left( \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} + \frac{\frac{x^2}{r^2}}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}} \right) = \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}}$; also auch, weil

$$f(x) = \int dx \cdot \int_0^y dy, \quad f(x) = \int dx \cdot \int \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}} \text{ und daher}$$

$$\frac{d f(x)}{dr} = \int dx \cdot \int \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}} = \int \frac{d x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}} \text{ und weil}$$

$\sin \psi = \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$, so ist $\frac{d f(x)}{dr} = \int \frac{dx}{\sin \psi}$. Da aber $dx = r. \sin \psi \, . \, d\psi$,

so ist $\frac{d f(x)}{dr} = \int r d\psi$ und $\frac{d^2 fx}{dr^2 d\psi} = r$, mithin $\frac{d f(x)}{d\psi} = \int r dr = \frac{r^2}{2}$, also wenn man integrirt, $f(x) = \frac{1}{2} \int r^2 d\psi + C$

Dieses ist ganz dasselbe Resultat, was schon oben gefunden worden ist.

Wir wollen nun im Folgenden die gefundenen Resultate auf einige der bekannten Kurven anwenden, und zwar:

## 1) Auf den Kreis.

Bei demselben sehe man das Centrum desselben als Anfangspunkt der Koordinaten an und bezeichne den Radius mit m, so ist die Gleichung für den Kreis bekanntlich

$$y = \sqrt{m^2 - x^2} = m \sqrt{1 - \frac{x^2}{m^2}}$$

Die allgemeine Formel für den Inhalt einer Fläche in Bezug auf rechtwinkelige Koordinaten war nun: $f(x) = \int y dx + C$; also, wenn man die Konstante einstweilen unberücksichtigt läßt, $f(x) = \int y dx$, daher $f(x) = \int m dx \sqrt{1 - \frac{x^2}{m^2}}$

Setzt man nun $\frac{x}{m} = \sin\varphi$, also $x = m \cdot \sin\varphi$ und $dx = m \cos\varphi \cdot d\varphi$, so erhält man: $f(x) = \int m \cdot \cos\varphi \cdot dx = \int m^2 \cdot \cos^2\varphi \cdot d\varphi$, und da $\cos\varphi = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\varphi}{2}}$, $f(x) = m^2 \int d\varphi \cdot \left(\frac{1 + \cos 2\varphi}{2}\right) = m^2 \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\sin 2\varphi}{4}\right) + C$

Da nun $\frac{x}{m} = \sin\varphi$, so ist $\varphi = \cdot \operatorname{arc}\left(\sin = \frac{x}{m}\right)$ und $\sin 2\varphi =$

$$2 \sin\varphi \cdot \cos\varphi = 2 \frac{x}{m} \sqrt{1 - \frac{x^2}{m^2}} = 2 \cdot \frac{x}{m^2} \sqrt{m^2 - x^2}$$

Substituirt man diese Werthe für $\varphi$ und $\sin 2\varphi$ in die erhaltene Gleichung für $f(x)$, so kommt:

$$f(x) = \frac{m^2}{2} \cdot \operatorname{arc}\left(\sin = \frac{x}{m}\right) + \frac{x}{2} \sqrt{m^2 - x^2} + C$$

Um nun die Konstante C zu bestimmen, muß die Abscisse gegeben sein, von welcher aus die Fläche gerechnet werden soll. Bezeichnet man diese mit b, für welche die Fläche $= o$ ist, so hat man:

$$o = \frac{m^2}{2} \cdot \operatorname{arc.}\left(\sin = \frac{b}{m}\right) + \frac{b}{2} \sqrt{m^2 - b^2} + C$$

Eliminirt man zwischen und mittelst beider Gleichungen die Konstante C, so entsteht:

$$f(x) = \frac{m^2}{2} \left( \operatorname{arc.}\left(\sin = \frac{x}{m}\right) - \operatorname{arc.}\left(\sin = \frac{b}{m}\right)\right) + \frac{x}{2} \sqrt{m^2 - x^2} - \frac{b}{2} \sqrt{m^2 - b^2}$$

Dieses ist der allgemeine Ausdruck für die Fläche beim Kreise von einem Punkte, dessen Abscisse $= b$ ist, an gerechnet bis zu einem Punkte, dessen Abscisse $= x$ selbst ist, z. B. (Fig. 3.) von der Fläche DEGH, wenn $CE = b$ und $CH = x$ bezeichnet.

Rechnet man die Fläche vom Mittelpunkte an, für welchen die Abscisse $b = o$ ist, so wird die Gleichung folgende:

$$f(x) = \frac{m^2}{2} \left\{ \operatorname{arc.}\left(\sin = \frac{x}{m}\right) + \frac{x}{2} \sqrt{m^2 - x^2} \right\}$$

z. B. von der Fläche CHGY, wenn $CH = x$ ist.

Setzt man $x = m$, so erhält man $f(x) = \frac{m^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{4} m^2\pi$ als Werth für den Flächeninhalt eines Quadranten und nimmt man diese 4mal, so erhält man $f(x) = m^2\pi$ als den aus der Elementargeometrie bekannten Werth für den Flächeninhalt eines Kreises.

Wendet man statt der rechtwinkeligen Koordinaten die Polarkoordinaten an, so ist

$$f(x) = \int \frac{r^2 d\psi}{2}$$

Da hier beim Kreise der Radius $r = m$ konstant und deshalb von $\psi$ unabhängig ist, so ist für den Kreis

$$f(x) = \frac{m^2}{2} \int d\,\psi = \frac{m^2 \varphi}{2}$$

eine bekannte Gleichung für den Sektor des Kreises, dessen Centriwinkel $= \psi$ ist. Ist $\psi = 0$, so ist $f(x) = 0$; ist dagegen $\psi = 2\pi$, so ist $f(x) = m^2\pi$ der Werth für den Inhalt der Kreisfläche.

## 2) Auf die Parabel.

Parabel wird im Allgemeinen jede Kurve und Linie genannt, für welche irgend eine positive, es sei ganze oder gebrochene, Potenz der Ordinate gleich ist dem Produkte der Abscisse in irgend eine gegebene konstante Zahl (Parameter genannt); oder in Zeichen: — jede Kurve, deren Gleichung die Form hat $y^n = px$, wo $x$ die Abscisse, $y$ die Ordinate und $p$ den Parameter bezeichnet, wofern nur $n$ positiv ist. Wenn $n = 2$ ist, so ist $x^2 = px$, und die quadratische Parabel ist alsdann diejenige, welche zu den Kegelschnitten bekanntlich gehört und auch den Namen der Apollonischen Parabel führt. Ist $n = 3$, so heißt die Parabel eine kubische, und ist $n = 4$, eine biquadratische u. s. w. Was nun die Quadratur der Parabel im Allgemeinen betrifft, so hat man, da in Folge der allgemeinen Gleichung $y^n = px$, $y = p^{1/n} \cdot x^{1/n}$ ist,

$$f(x) = \int y dx = p^{1/n} \int x^{1/n} dx$$

$$f(x) = p^{1/n} \cdot \frac{x^{1/n+1}}{1/n+1} + C = \frac{np^{1/n}}{n+1} \cdot x^{1/n+1} + C$$

und weil $y = p^{1/n} \cdot x^{1/n}$, so erhält man $f(x) = \frac{n}{n+1} \cdot xy + C$

Bestimmt man nun die Konstante C dergestalt, daß für $x = 0$, auch die Fläche gleich Null sei, so ist die Konstante $C = 0$, mithin ist

$$f(x) = \frac{n}{n+1} \cdot xy$$

z. B. für den Theil der parabolischen Fläche AGDC, wo $AC = x$ und $DC = y$ ist (Fig. 4).

Zieht man von derselben das Dreieck ADC ab, so erhält man, weil $\Delta$ ADC $= \frac{1}{2}$ xy ist, als Werth für den Inhalt des parabolischen Segments

$$AGD = \left(\frac{n}{n+1} - \frac{1}{2}\right) xy = \frac{n-1}{n+1} \cdot xy$$

Es bleibt nun noch übrig, die Größe der parabolischen Fläche zu bestimmen, welche zwischen zwei radii vectores enthalten ist, die aus dem Brennpunkte B der Parabel gezogen gedacht werden. Bezeichnet A den Scheitelpunkt der Parabel (Fig. 4) und B den Anfangspunkt der Koordinatenaxen, so ist, wenn BG und BH radii vectores sind, Fläche BGH $= \int \frac{r^2 d\varphi}{2}$, wenn $\varphi$ den Winkel bezeichnet, den BG mit AB bildet.

Soll von der Apollonischen Parabel die Rede sein, so ist, weil deren Gleichung $y^2 = px$ ist, $y = p^{1/2} x^{1/2}$. Betrachtet man nun B als Anfangspunkt der Koordinate, so sind seine Koordinaten $x^1 = x - \frac{1}{4} p$ und $y^1 = y$ und da $x^1 = - r \cdot \cos \varphi$ und $y^1 = r \sin \varphi$, so ist $x = \frac{1}{4} p - r \cos \varphi$ und $y = r \sin \varphi$

Da nun $y^2 = px$, so ist $r^2 \cdot \sin^2 \varphi = \frac{1}{4} p^2 - pr \cos \varphi$; daher $r^2 \sin^2 \varphi + pr \cos \varphi = \frac{1}{4} p^2$

Da aber $\sin \varphi = 2 \sin \frac{1}{2} \varphi \cdot \cos \frac{1}{2} \varphi$ und $\cos \varphi = \cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{1}{2} \varphi$

so ist $4r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi + pr \left(\cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{1}{2} \varphi\right) = \frac{1}{4} p^2$

$$\text{oder } r^2 + \frac{p \cdot \left(\cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{1}{2}\varphi\right)}{4 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi} \cdot r = \frac{\frac{1}{16} p^2}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi}$$

Sucht man aus dieser quadratischen Gleichung den Werth von r, so erhält man

$$r = -\frac{p}{8} \cdot \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\varphi - \sin^2 \frac{1}{2}\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi} \pm \frac{1}{4} p \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi} + \frac{1}{4} \frac{(\cos^2 \frac{1}{2}\varphi - \sin^2 \frac{1}{2}\varphi)^2}{\sin^4 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^4 \frac{1}{2}\varphi}}$$

oder

$$r = -\frac{p}{8} \cdot \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\varphi - \sin^2 \frac{1}{2}\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi} \pm \frac{1}{4} p \sqrt{\frac{4 \sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi + (\cos^2 \frac{1}{2}\varphi - \sin^2 \frac{1}{2}\varphi)^2}{4 \sin^4 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^4 \frac{1}{2}\varphi}}$$

$$= -\frac{p}{8}\left(\frac{\cos^2 \frac{1}{2}\varphi - \sin^2 \frac{1}{2}\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi} \mp \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\varphi + \sin^2 \frac{1}{2}\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi}\right)$$

Zieht man den letzteren Ausdruck zusammen, so ist

$$r = -\frac{p}{8} \cdot \frac{-2 \sin^2 \frac{1}{2}\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\varphi} = \frac{p}{4 \cos^2 \frac{1}{2}\varphi}$$

Da nun $\cos \frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \frac{1}{2}\varphi}}$, so ist $r = \frac{1}{4} p \left(1 + tg^2 \frac{1}{2}\varphi\right)$

Da $f(x) = \int \frac{r^2 d\varphi}{2}$, so ist $f(x) = \int \frac{1}{32} p^2 \left(1 + tg^2 \frac{1}{2} \varphi\right)^2 d\varphi$

Setzt man nun der Kürze wegen $tg\,{}^1/_2\varphi = t$, so ist, wenn man differenzirt, $\frac{{}^1/_2 d\varphi}{\cos^2 {}^1/_2\varphi} = dt$.

Da ferner $\cos^2 {}^1/_2\varphi = \frac{1}{1 + tg^2\,{}^1/_2\varphi} = \frac{1}{1 + t^2}$, so ist $d\varphi = \frac{2\,dt}{1 + t^2}$, daher auch $(1 + tg^2\,{}^1/_2\varphi)^2\, d\varphi = 2\,dt\,(1 + t^2)$

mithin $f(x) = {}^1/_{32}\, p^2 \int (1 + tg^2\,{}^1/_2\varphi)^2\, d\varphi = {}^1/_{16}\, p^2 \int (1 + t^2)\, dt$

oder $f(x) = {}^1/_{16}\, p^2 \left(t + \frac{t^3}{3}\right) + C = {}^1/_{16}\, p^2 \left(tg\,{}^1/_2\,\varphi + \frac{tg^3\,{}^1/_2\,\varphi}{3}\right) + C$

Soll nun die Fläche von dem radius vector an gerechnet werden, für welchen $\varphi$ den besondern Werth $\varphi^1$ annimmt, so ergibt sich daraus die Bedingung

$$o = \frac{p^2}{16}\left(tg\,{}^1/_2\,\varphi^1 + \frac{tg^3\,{}^1/_2\,\varphi^1}{3}\right) + C$$

Eliminirt man C zwischen den beiden Gleichungen, so entsteht

$$f(x) = \frac{p^2}{16}\left(tg\,{}^1/_2\,\varphi - tg\,{}^1/_2\,\varphi^1 + {}^1/_3\,(tg^3\,{}^1/_2\,\varphi - tg^3\,{}^1/_2\,\varphi^1)\right)$$

z. B. für den Inhalt der parabolischen Fläche BGH, wo Winkel ABH $= \varphi$ und Winkel ABG $= \varphi^1$ bezeichnet (Fig. 4).

Rechnet man dagegen die Fläche vom Scheitelpunkte der Parabel A an, so ist $\varphi^1 = o$, also auch $tg\,{}^1/_2\varphi^1 = o$; für diesen Fall hat man:

$$f(x) = \frac{p^2}{16}\,(tg\,{}^1/_2\,\varphi + {}^1/_3\, tg^3\,{}^1/_2\,\varphi)$$

z. B. für den Inhalt der Fläche AGHB, wo ABH $= \varphi$ ist.

## 3) Quadratur der Ellipse.

Es soll die Größe eines Theiles der Ellipse bestimmt werden, welcher zwischen der Axe und den Koordinaten enthalten ist. Es sei der Mittelpunkt der Ellipse der Anfangspunkt der Koordinatenaxen, 2a die große und 2b die kleine Axe, so ist bekanntlich die Gleichung der Ellipse alsdann:

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}\,(a^2 - x^2) = b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \text{ und } y = b\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)}$$

Nun ist $f(x) = \int y dx$, also für die Ellipse $fx = b \int \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)} \cdot dx$

Setzt man $\frac{x}{a} = \cos\alpha$, also $dx = -a \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha$, so entsteht $fx = -ab \int \sin^2\alpha \cdot d\alpha$

und da $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$, so ist $f(x) = ab \int \frac{\cos 2\alpha - 1}{2} d\alpha = \frac{ab}{2} \int (\cos 2\alpha - 1)\, d\alpha$
und wenn man integrirt

$$f(x) = \frac{ab}{2}\left(\frac{\sin 2\alpha}{2} - \alpha\right) + C \text{ oder}$$

$$f(x) = \frac{ab}{2}(\sin\alpha \cdot \cos\alpha - \alpha) + C$$

Es war aber $\frac{x}{a} = \cos\alpha$, also $\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ und $\alpha = \text{arc.}\left(\cos = \frac{x}{a}\right)$,
mithin ist $f(x) = \frac{ab}{2}\left(\frac{x}{a}\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)} - \text{arc.}\left(\cos = \frac{x}{a}\right)\right) + C$

Dieses Integral von $x = -a$ bis $x = +a$ gibt die Hälfte der elliptischen Fläche, nämlich:

für $x = -a$ wird $f(x) = -\frac{ab\pi}{2}$ und

für $x = +a$ wird $f(x) = 0$

daher ist die halbe Fläche der Ellipse $= \frac{ab\pi}{2}$ und mithin die ganze Fläche derselben $= ab\pi$.

Soll dagegen der Inhalt eines Theiles der Ellipse, der zwischen den radii vectores eingeschlossen ist, gefunden werden, so geschieht dies, wie folgt.

Die Gleichung der Ellipse aus dem Mittelpunkte derselben ist bekanntlich $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$. Verlegt man den Anfangspunkt der Koordinaten in den Brennpunkt der Ellipse und bezeichnet die Excentricität mit c, so hat man, insofern die neuen Koordinaten durch $x^1$ und $y^1$ dargestellt werden, $x = x^1 - c$ und $y = y^1$. Nun denke man sich einen radius vector mit r bezeichnet und $\beta$ als den Winkel, welchen er mit der Abscissenaxe bildet, so ist $x^1 = -r \cdot \cos\beta$, $y^1 = r \cdot \sin\beta$, also $x = -r \cdot \cos\beta - c$ und $y = r \sin\beta$. Substituirt man diese Werthe in die Gleichung der Ellipse, so erhält man

$$r^2 \sin^2\beta = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - (r\cos\beta + c)^2) = b^2 - (r^2\cos^2\beta + c^2 + 2\, rc\cos\beta)\frac{b^2}{a^2}$$

Wenn man nun setzt $\frac{c}{a} = e$ und $\frac{b^2}{a} = p$, so entsteht durch die Auflösung der Gleichung nach r:

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos\beta}$$

Nun ist ganz allgemein die Größe der Fläche, welche zwischen zwei radii vectores eingeschlossen ist, $f(x) = \int \frac{r^2 d\beta}{2} + C$

Setzt man mithin für r seinen Werth, so ist

$$f(x) = \frac{p^2}{2}\int \frac{d\beta}{(1 + e \cdot \cos\beta)^2}$$

Bringt man zum Behufe der Integrirung dieses Ausdrucks $\frac{1}{2}\beta$ an die Stelle von $\beta$, so ist bekanntlich $\cos\beta = \cos^2 \frac{1}{2}\beta - \sin^2 \frac{1}{2}\beta$, folglich $1 + e \cdot \cos\beta = 1 + e \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\beta - e \cdot \sin^2 \frac{1}{2}\beta = \cos^2 \frac{1}{2}\beta + \sin^2 \frac{1}{2}\beta + e \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\beta - e \cdot \sin^2 \frac{1}{2}\beta = (1+e)\cos^2 \frac{1}{2}\beta + (1-e)\sin^2 \frac{1}{2}\beta = (1+e)\cos^2 \frac{1}{2}\beta \left(1 + \frac{1-e}{1+e} \cdot tg^2 \frac{1}{2}\beta\right)$

Setzt man nun $\sqrt{\frac{1-e}{1+e} \cdot tg^2 \frac{1}{2}\beta} = tg \frac{1}{2}\gamma$

so ist $1 + e \cdot \cos\beta = (1+e) \cos^2 \frac{1}{2}\beta \cdot \sec^2 \frac{1}{2}\gamma = \frac{(1+e) \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\beta}{\cos^2 \frac{1}{2}\gamma}$

Differenzirt man ferner den Ausdruck

$$tg \tfrac{1}{2}\gamma = tg \tfrac{1}{2}\beta \sqrt{\frac{1-e}{1+e}},$$ so entsteht:

$$\frac{\frac{1}{2} d\gamma}{\cos^2 \frac{1}{2}\gamma} = \frac{\frac{1}{2} d\beta}{\cos^2 \frac{1}{2}\beta} \cdot \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$ und daraus

$$d\beta = \frac{d\gamma \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\beta}{\cos^2 \frac{1}{2}\gamma} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}},$$ also

$$\frac{d\beta}{(1+e \cdot \cos\beta)^2} = \frac{d\gamma \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\gamma}{(1+e)^2 \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\beta} \quad (\odot)$$

Da nun $tg \frac{1}{2}\beta = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot tg \frac{1}{2}\gamma$, so ist

$$1 + tg^2 \tfrac{1}{2}\beta = 1 + \frac{1+e}{1-e} \cdot tg^2 \tfrac{1}{2}\gamma$$ oder

$$\frac{1}{\cos^2 \frac{1}{2}\beta} = 1 + \frac{1+e}{1-e} \cdot tg^2 \tfrac{1}{2}\gamma$$

Diesen Werth in die Gleichung ($\odot$) substituirt, gibt

$$\frac{d\beta}{(1+e\cos\beta)^2} = \frac{d\gamma \cdot \cos^2 \frac{\gamma}{2} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}}{(1+e)^2 \cdot (1-e)} (1-e+(1+e)\, tg^2 \tfrac{1}{2}\gamma)$$

$$= \frac{d\gamma \cdot \cos^2 \frac{\gamma}{2}}{(1+e)^{3/2} \cdot (1-e)^{3/2}} (1-e+(1+e)\, tg^2 \tfrac{1}{2}\gamma)$$

$$= \frac{d\gamma \left(\cos^2 \frac{\gamma}{2} - e \cdot \cos^2 \frac{\gamma}{2} + \sin^2 \frac{\gamma}{2} + e \cdot \sin^2 \frac{\gamma}{2}\right)}{(1-e^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{d\gamma \left(1 - e\left[\cos^2 \frac{\gamma}{2} - \sin^2 \frac{\gamma}{2}\right]\right)}{(1-e^2)^{3/2}} = \frac{d\gamma\,(1 - e \cdot \cos\gamma)}{(1-e^2)^{3/2}}$$

Integrirt man diesen Ausdruck, so erhält man:

$$\int \frac{d\,\beta}{(1 + e\,.\,\cos\beta)^2} = \int \frac{d\,\gamma}{(1 - e^2)^{3/2}}\,(1 - e\,.\,\cos\gamma) = \frac{\gamma - e\,.\,\sin\gamma}{(1 - e^2)^{3/2}} + C$$

also auch $\frac{p^2}{2} \int \frac{d\,\beta}{(1 + e\,.\,\cos\beta)^2} = \frac{p^2}{2\,(1 - e^2)^{3/2}}\,(\gamma - e\,.\,\sin\gamma) + C,$

oder $f(x) = \frac{p^2}{2\,(1 - e^2)^{3/2}}\,(\gamma - e\,.\,\sin\gamma) + C,$ wobei $\gamma$ gegeben ist durch

$\mathrm{tg}\ ^1\!/_2\,\gamma = \mathrm{tg}\ ^1\!/_2\,\beta\,.\,\sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}}$ und $\gamma = 2\ \mathrm{arc.}\left(\mathrm{tg} = \mathrm{tg}\ ^1\!/_2\,\beta\,.\,\sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}}\right)$

Rechnet man hierbei die Fläche von der großen Axe der Ellipse und zwar von demjenigen Punkte an, für welchen $\beta = o$, so ist die Fläche $f(x) = o$ für $\beta = o$. Da nun, wenn $\beta = o$, auch $\gamma = o$ ist, so hat man unter dieser Annahme für die Bestimmung der Konstanten die Bedingung, daß für $\gamma = o$ auch die Fläche $f(x) = o$ sein muß, mithin ist auch $C = o$; dadurch geht die Gleichung für die Fläche in diesem Falle über in

$$f(x) = \frac{p^2}{2\,(1 - e^2)^{3/2}}\,(\gamma - e\,.\,\sin\gamma)$$

Ist $\beta = \pi$, so ist $\gamma = \pi$; also $f(x) = \frac{p^2\,\pi}{2\,(1 - e^2)^{3/2}}$ als Werth für die halbe Fläche der Ellipse, also für die ganze Fläche $\frac{p^2\,\pi}{(1 - e^2)^{3/2}}$

## 4) Quadratur der Hyperbel.

Hyperbel im allgemeinsten Sinne wird jede Kurve genannt, welche, wenn sie auf rechtwinkelige Koordinaten bezogen wird, bestimmt wird durch eine Gleichung $x^m y^n = p$, wo m und n positive Größen bezeichnen. Ist $m = n$, folglich die Gleichung $xy = p^{1/m} = v$, so gibt diese die gewöhnliche, gleichseitige oder Apollonische Hyperbel. In allen übrigen Fällen heißt die Hyperbel von einer höheren Ordnung. Da nun ganz allgemein $y = \frac{p^{1/n}}{x^{m/n}}$, so ist für $x = o$, $y = \infty$ und je größer x wird, desto kleiner wird y, so daß für $x = \infty$, $y = o$ wird. Bezeichnet daher AX die Abscissenaxe und AY die Ordinatenaxe und A den Anfangspunkt beider, so hat bekanntlich die Kurve für dieselben eine solche Lage, daß sie sich den beiden Axen immer mehr nähert, ohne dieselben jemals zu erreichen. Diese Linien heißen daher die Asymptoten der Hyperbel und die obige Gleichung für dieselbe ist also auf die Asymptoten bezogen.

Substituirt man nun in die allgemeine Gleichung $f(x) = \int y dx + C$ für y den Werth $\frac{p^{1/n}}{x^{m/n}}$, so ist $f(x) = p^{1/n} \int x^{-m/n} dx + C$, und wenn man integrirt, $f(x) = \frac{p^{1/n}\, x^{-m/n + 1}}{-m/n + 1} + C$, mit Ausnahme des Falles, wo $m/n = 1$ oder $m = n$ ist. Formt man den gefundenen Ausdruck noch um, so ist

$$f(x) = \frac{np^{1/n} \cdot x^{-m/n + 1}}{n - m} + C$$

Soll nun die Fläche von $x = d$ an gerechnet werden, so hat man die Bedingung

$$o = \frac{np^{1/n} \cdot d^{-m/n + 1}}{n - m} + C$$

Wird aus beiden Gleichungen die Konstante entfernt, so ist

$$f(x) = \frac{np^{1/n}}{n - m} \left(x^{-m/n + 1} - d^{-m/n + 1}\right)$$

Setzt man nun für d den Werth Null, d. h. rechnet man die Fläche von dem Anfangspunkte der Abscissen A an, so erhält man

$$f(x) = \frac{np^{1/n}}{n - m} \left(x^{\frac{n-m}{m}} - o^{\frac{n-m}{m}}\right)$$

Da nun $o^{\frac{n-m}{m}}$ entweder 0 oder $\infty$ ist, je nachdem $n > m$ oder $n < m$ ist, so hat man

$$f(x) = \frac{np^{1/n}}{n - m} \left(x^{\frac{n-m}{m}} - o\right) \text{ für } n > m$$

$$\text{und } f(x) = \frac{np^{1/n}}{n - m} \left(x^{\frac{n-m}{m}} - \infty\right) \text{ für } n < m$$

Ist also $n < m$, so ist die Fläche, wie klein auch x gedacht werde, stets unendlich, indeß sie für $n > m$ endlich wird und zwar mit $x = o$, selbst Null.

Betrachtet man wiederum die allgemeine Gleichung für die Fläche

$$f(x) = \frac{np^{1/n}}{n - m} \left(x^{\frac{n-m}{m}} - d^{\frac{n-m}{m}}\right)$$

welche die Fläche von $x = d$ bis $x = x$ begreift, und setzt darin $x = \infty$ so kommt

$$f(x) = \frac{np^{1/n}}{n - m} \left(\infty^{\frac{n-m}{m}} - d^{\frac{n-m}{m}}\right)$$

Da nun $\infty^{\frac{n-m}{m}}$ entweder $\infty$ oder 0 ist, je nachdem $n > m$ oder $n < m$ ist, so erhält man $f(x) = \infty$ für $n > m$ und

$$fx = -\frac{np^{1/n}}{n - m} \cdot d^{\frac{n-m}{m}} \text{ für } n < m$$

Hieraus folgt also, daß, wofern n und m von einander verschieden sind, von den beiden asymptotischen Räumen AYMQ und MQX (Fig. 5.) stets einer endlich und der andere unendlich sein wird. Ersterer ist endlich und letzterer unendlich, wenn $n > m$, ersterer ist hingegen unendlich und letzterer endlich, wenn $n < m$ ist.

Ist dagegen $n = m$, also die Hyperbel eine gleichseitige oder Apollonische, so ist die allgemeine Gleichung für die Fläche $f(x) = v \int x^{-1}\, dx + C$ oder $(fx) = v \lg x + C$

Soll die Fläche von $x = d$ an gerechnet werden, so ist $o = v \lg d + C$ und schafft man die Konstante weg, so ist $f(x) = v \cdot \lg \frac{x}{d}$

Setzt man $d = o$, d. h. rechnet man die Fläche vom Anfangspunkte der Koordinaten A an, so hat man $f(x) = \infty$, wie klein auch x genommen wird. Gibt man aber d einen endlichen Werth und setzt $x = o$, so ist die Fläche $f(x) = -\infty$, was auch für d angenommen werde. Daher sind in diesem Falle beide asymptotische Räume unendlich.

---

## Von der Rektifikation der Kurven.

Wenn man (Fig. 6.) die beiden Endpunkte B und C eines konkaven Bogens durch eine gerade Linie BC mit einander verbindet und in den Punkten B und C an denselben zwei Tangenten BG und CF legt, die einander im Punkte H schneiden, so ist bekanntlich der Bogen BC > chord. BC und < BH + HC. Bezeichnet nun AX die Abscissenaxe, und BD und CE die Ordinaten der beiden Endpunkte des Bogens BC, und verlängert man ferner die Ordinaten und Tangenten, bis sie einander durchschneiden in den Punkten F und G, so kann nachgewiesen werden, daß, wofern die Ordinaten von B bis C beständig wachsend oder abnehmend fortgehen, die Länge des Bogens BC größer als der zwischen den beiden Ordinaten liegende Theil der einen Tangente und kleiner als der zwischen eben diesen Ordinaten enthaltene andere Theil der Tangente, d. h. daß arc. BC > oder < CF und arc. BC < oder > BG ist. Denn, da vorausgesetzt wird, daß die Ordinaten von B bis C beständig wachsend oder beständig abnehmend fortgehen, so wird der Winkel, welchen die Tangente und Ordinate an jedem Punkte der Kurve mit einander einschließen und der ein veränderlicher ist, sich innerhalb dieses Intervalls niemals um so viel verändern können, daß derselbe an dem einen Endpunkte ein stumpfer sei, wofern er an dem andern Endpunkte ein spitzer ist. Denn um von einem spitzen Winkel zu einem stumpfen überzugehen, muß es innerhalb des Intervalls einen Winkel geben, der gleich R wäre, wo also die Tangente mit der Abscissenaxe parallel ist. Nun ist die trigonometrische Tangente des Winkels, welchen die Ordinate mit der Tangente bildet $\frac{dx}{dy}$. In diesem Falle hat man also $\frac{dx}{dy} = \text{tg } 90^\circ = \infty$, daher $dy = o$ und folglich y gleich einem Maximum oder

Minimum, in so fern die Kurve in diesem Punkte keine Inflexion erleidet. Da nun aber ausdrücklich angenommen wird, daß die Kurve durch das ganze Intervall keine Inflexion erleidet, so wird y in diesem Punkte ein Maximum oder Minimum sein müssen. Da nun ferner vorausgesetzt wird, daß y entweder stets beständig wachsend oder beständig abnehmend fortschreitet, mithin weder den Werth eines Maximum noch den eines Minimum erreicht, so wird auch der Werth jenes Winkels für einen Punkt zwischen B und C niemals 90° und daher der eine jener Winkel nicht stumpf sein können, wenn der andere ein spitzer ist. Nimmt man also an, daß der Winkel FBG = BGC spitz sei, so wird der Winkel GCI = FCE nicht größer als 90° und daher Winkel BFC = FCG nicht kleiner als 90° sein können. Da also unter dieser Annahme Winkel HCG > HGC, eben weil in dem Dreieck HCG nur ein Winkel größer als 90° sein kann, so wird HG > HC, folglich wird HG + BH > HC + BH oder weil HG + BH = BG, BG > HC + BH. Nun ist aber HC + BH > arc. BC, um so mehr ist BG größer als arc BC.

Aus demselben Grunde ist ∟ BGC > ∟ FBC, daher ist chord. BC > FC. Es ist aber arc. BC > chord. BC; also ist auch arc. BC > FC.

Dieses vorausgesetzt, stelle KBCL eine beliebige Kurve, AX die Abscissen- und AY die Ordinatenaxe für rechtwinkelige Koordinaten vor. Die Gleichung für die Kurve sei ganz allgemein $y = \varphi(x)$, wo x die Abscissen, y die Ordinaten bezeichnet, B sei ein bestimmter, jedoch an sich ganz beliebiger Punkt der Kurve, dessen Abscisse AD = x und Ordinate BD = y sei, C sei ein anderer Punkt der Kurve, dessen Abscisse $AE = x + h$ und Ordinate $CE = y^1 = \varphi(x + h)$.

Dabei soll der Bogen KBCL als konkav angenommen und die Ordinaten von B bis C als beständig wachsend betrachtet werden; alsdann ist arc BC > CF und < BG. Die Länge des Bogens werde mit f(x) bezeichnet, so ist $f(x) = \alpha\, B$.

$$f(x + h) = \alpha\, C$$

$$\text{also } BC = f(x + h) - f(x)$$

Es ist aber $CF \sqrt{h^2 + CM^2}$ und da $CM = h \,.\, \mathrm{tg}\, CFM = h \,.\, \frac{d\varphi(x+h)}{dx}$,

so ist $CF = h \left(1 + \left(\frac{d\varphi(x + h)}{dx}\right)^2\right)^{1/2}$ und $BG = \sqrt{h^2 + GN^2}$ und

$GN = h \,.\, \mathrm{tg}\, GBN = h \,.\, \frac{d\varphi(x)}{dx}$ also $BG = h \left(1 + \left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)^2\right)^{1/2}$

Nun ist BC > CF und < BG; substituirt man daher diese Werthe für BC, CF und BG, so erhält man

$$f(x + h) - f(x) > h \left(1 + \left(\frac{d\varphi(x + h)}{dx}\right)^2\right)^{1/2} \text{ und}$$

$$< h \left(1 + \left(\frac{d\,\varphi(x)}{dx}\right)^2\right)^{1/2}$$

Nun ist $\frac{d\,\varphi(x+h)}{d\,x} = \frac{d\,\varphi(x)}{d\,x} + \frac{d^2\,\varphi(x)}{d\,x^2}\cdot h + \frac{d^3\,\varphi(x)}{d\,x^3}\cdot\frac{h^2}{2!}$

$$+\frac{d^4\,\varphi(x)}{d\,x^4}\cdot\frac{h^3}{3!},$$ also

$$\left(\frac{d\,\varphi(x+h)}{d\,x}\right)^2 = \left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2 + \frac{2\,d\,\varphi(x)}{d\,x}\cdot\frac{d^2\,\varphi(x)}{d\,x}\cdot h$$

$$+\frac{2\,d\,\varphi(x)}{d\,x}\cdot\frac{d^3\,\varphi(x)}{d\,x^3}\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots\ldots\left(\frac{d^2\,\varphi(x)}{d\,x^2}\right)^2\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots\ldots$$

$$=\left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2 + A_1\,h + A_2\cdot h^2+\ldots,$$ also

$$\left(1+\left(\frac{d\,\varphi(x+h)}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2} = \left(1+\left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2 + A_1\,h + A_2\,h^2+\ldots\right)^{1/2}$$

$$=\left(1+\left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2} + B_1\,h + B_2\,h^2+\ldots$$

und da $f(x+h)-f(x) = \frac{d\,f(x)}{d\,x}\cdot h + \frac{d^2\,f(x)}{d\,x^2}\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots$

so ist

$$\frac{d\,f(x)}{d\,x}\cdot h + \frac{d^2\,f(x)}{d\,x^2}\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots > h\left(1+\left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2} + B_1\,h+\ldots)$$

und $< h\left(1+\left(\frac{d\,\varphi\,x}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2}$

Zieht man nun die untere Grenze auf beiden Seiten ab, so erhält man

$$\left(\frac{d\,f(x)}{d\,x} - \left(1+\left[\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right]^2\right)^{1/2}\right)h + \frac{d^2\,f(x)}{d\,x^2}\cdot\frac{h^2}{2!}+\ldots$$

$> B_1\,h^2 + B_2\,h^3$ mit Rücksicht auf das algebraische Zeichen, oder

$$\left(\frac{d\,f(x)}{d\,x} - \left(1+\left[\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right]^2\right)^{1/2}\right)h < \left(B_1 - \frac{d^2\,f(x)}{d\,x^2}\cdot\frac{1}{2!}\right)h^2 + B_2\,h^3\ldots,$$

insofern man vom algebraischen Zeichen absieht. Dividirt man nun durch h, so hat man

$$\frac{d\,f(x)}{d\,x} - \left(1+\left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2} < \left(B_1 - \frac{d^2\,f(x)}{d\,x^2}\cdot\frac{1}{2!}\right)h + B_2\,h^2+\ldots.$$

Da nun diese Bedingung stattfindet, wie klein auch h angenommen wird, und h so klein angenommen werden kann, daß das Glied auf der rechten Seite kleiner wird, als jede angebbare Größe, so hat man

$$\frac{d\,f(x)}{d\,x} - \left(1+\left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2} = 0$$ oder

$$\frac{d\,f(x)}{d\,x} = \left(1 + \left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2}$$ und indem man integrirt

$$f(x) = \int\left(1 + \left(\frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2} dx - C$$

Setzt man nun $f(x) = s$, wo $s$ die Länge des Bogens der Kurve bezeichnet, und $y = \varphi(x)$, so ist

$$s = \int\left(1 + \left(\frac{d\,y}{d\,x}\right)^2\right)^{1/2} d\,x + C, \text{ also}$$

$$d\,s = d\,x \,.\, \sqrt{1 + \left(\frac{d\,y}{d\,x}\right)^2}$$

Bezeichnet man für das Polarkoordinatensystem den Radius vector mit $r$ und den Winkel, welchen derselbe mit der Abscissenaxe bildet mit $\beta$, so hat man $x = -r \,.\, \cos\beta$ und $y = r \,.\, \sin\beta$, und $dx = -dr \,.\, \cos\beta + r \,.\, \sin\beta \,.\, d\beta$

und $dy = dr \,.\, \sin\beta + r \,.\, \cos\beta \,.\, d\beta$

Quadrirt man beide Gleichungen und addirt, so erhält man

$$dx^2 + dy^2 = dr^2 + r^2 \,.\, d\beta^2 = dr^2\left(1 + r^2 \,.\, \frac{d\,\beta^2}{d\,r^2}\right) \text{ oder}$$

$$dx^2\left(1 + \frac{d\,y^2}{d\,x^2}\right) = dr^2\left(1 + r^2 \,.\, \frac{d\,\beta^2}{d\,r^2}\right)$$

Radicirt man, so ist

$$dx\sqrt{\left(1 + \frac{d\,y^2}{d\,x^2}\right)} = d\,r\sqrt{1 + r^2 \,.\, \frac{d\,\beta^2}{d\,r^2}} = ds$$

und integrirt man zuletzt, so bekommt man

$$s = \int dr\left(1 + r^2 \,.\, \frac{d\,\beta^2}{d\,r^2}\right)^{1/2} + C$$

$\frac{d\,f(x)}{d\,x} =$ [illegible] man integrirt

$f(x)$ [illegible] $C$

Setzt man nun $f(x$ [illegible] er Kurve bezeichnet, und $y = \varphi(x)$, so ist

$s =$ [illegible] lso

Bezeichnet man für [illegible] s vector mit r und den Winkel, welchen derselbe r [illegible] man $x = -r \cdot \cos\beta$ und $y = r \cdot \sin\beta$, und [illegible] $i\beta$

und [illegible]

Quadrirt man beide [illegible]

$dx^2 + dy^2 =$ [illegible] $\frac{d\beta^2}{d r^2}\Big)$ oder

$dx^2 \Big($ [illegible] $\frac{d\beta^2}{d r^2}\Big)$

Radicirt man, so ist

$dx \sqrt{\big(1}$ [illegible] $\frac{\beta^2}{r^2} = ds$

und integrirt man zuletzt, s [illegible]

$s$ [illegible]