

18531.

Zu der
öffentlichen Prüfung
sämtlicher Klassen der
Realschule erster Ordnung
zu Nordhausen,

welche
Mittwoch, den 20. März, Donnerstag, den 21. März
und
Sonnabend, den 23. März

veranstaltet werden soll,
sowie zu der
hiermit verbundenen Ausstellung der künstlerischen Leistungen der Schüler

ladet
die Hohen Behörden sowie alle Gönner und Freunde der Anstalt und des Schulwesens
hierdurch ehrenbittigst und ganz ergebenst ein

Dr. Burghardt,
Director der Realschule.

Inhalt:

1. Transformation der Figuren durch reciproke Radivectoren. Vom ordentlichen Lehrer Dr. Clafen.
2. Schulnachrichten von Ostern 1871 bis Ostern 1872.

Nordhausen, 1872.
Druck von C. Kirchner.



gmo
4 (1872)



Öffentliches Programm

der

Rechtschule erster Ordnung in Düsseldorf

Eröffnung am 20. März, Donnerstag den 21. März

Sonderabteilung am 23. März

Eröffnung am 24. März

Eröffnung am 25. März

am 26. März

Eröffnung am 27. März

Eröffnung am 28. März

am 29. März

Eröffnung am 30. März

am 31. März

Eröffnung am 1. April

am 2. April

Eröffnung am 3. April

am 4. April

Eröffnung am 5. April

Die Transformation der Figuren durch reciproke Radiivectoren.

Unser Thema betrifft eine jener Transformationsarten, deren sich seit Monge die namhaftesten Geometer mit einer gewissen Vorliebe zur Auffindung geometrischer Wahrheiten bedient haben. Obgleich die von uns zu behandelnde Methode mit überraschender Leichtigkeit vermittelt allgemeiner Principien aus Eigenschaften einfacher Figuren wichtige Lehrsätze über complicirtere herleitet, ist sie unseres Wissens nicht hinreichend bekannt. —

Die erste Anregung zur Behandlung des in Rede stehenden Verfahrens gab Thomson in einer Abhandlung über die Vertheilung der Electricität auf zwei Kugeloberflächen. (Liouville'sches Journal Vb. 10). Er nannte zwei auf dem Radius einer Kugel und dessen Verlängerung derart gelegene Punkte Q und Q' , daß das Product ihrer Entfernungen vom Mittelpunkte der Kugel gleich dem Quadrate des Radius ist, reciproke Punkte oder Bildpunkte in Bezug auf die Kugel und den Ort der Bildpunkte einer Figur das Bild derselben. Weitere Aufmerksamkeit widmete diesem Gegenstande Liouville (Liouville'sches Journal Vb. 12.) bei Gelegenheit der Untersuchung der algebraischen Eigenschaften dreier Functionen ξ , η und ζ von der Beschaffenheit daß:

$$\xi = \frac{nx}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\eta = \frac{ny}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\zeta = \frac{nz}{x^2 + y^2 + z^2}$$

Der Wechselbeziehung, in welcher die Größen ξ , η , ζ einerseits und x , y , z andererseits stehen, daß nämlich die ersten drei sich aus den zweiten gerade wie die zweiten sich aus den ersten bilden, indem auch

$$x = \frac{n\xi}{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$$

$$y = \frac{n\eta}{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$$

$$z = \frac{n\zeta}{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$$

gab er eine geometrische Deutung. Er zeigte, daß, wenn x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten eines Punktes P bedeuten in einem System, dessen Anfangspunkt O ist, dann ξ, η, ζ die Coordinaten eines zweiten auf OP gelegenen Punktes bedeuten, so daß

$$OP \cdot OP' = n = \text{const. ist.}$$

Er nannte im Anschluß an Thomson die Punkte P und P' reciproke Punkte und die Art, eine Figur so umzuformen, daß jedem Punkte in der einen Figur ein reciproker in der zweiten entspricht die Transformation der Figuren durch reciproke Radiivectoren. Sein Memoire sowie eine sich auf diese Transformation beziehende Abhandlung Serret's (*Méthodes en géométrie*) liegt unserer folgenden Untersuchung zu Grunde. —

Ein Punkt P' (Fig. I.) heißt der reciproke Punkt eines Punktes P in Bezug auf den Punkt O , wenn beide in gerader Linie liegen und

$$OP \cdot OP' = m^2 \text{ ist.}$$

Der Punkt O heißt der Anfangspunkt und m^2 die Potenz der Reciprocität.*) Eine Figur (in der Ebene oder im Raum) heißt die reciproke Figur einer zweiten, wenn jedem Punkte der erstern ein reciproker Punkt der zweiten entspricht. Es ergibt sich demgemäß, daß man durch die in Rede stehende Transformation aus einer Figur eine unendliche Anzahl reciproker Figuren ableiten kann, indem man entweder den Anfangspunkt oder die Potenz variiren läßt.

Sind nun (Fig. I.) P und Q zwei Punkte der einen Figur, P', Q' die entsprechenden der reciproken Figur, so ist

$$OP \cdot OP' = OQ \cdot OQ' = m^2.$$

Daher:

$$\frac{OP}{OQ} = \frac{OQ'}{OP'}$$

Die Dreiecke OPQ und $OP'Q'$ sind also ähnlich und es ist folglich

$$\frac{PQ}{P'Q'} = \frac{OP}{OQ'}$$

$$\text{oder da } OP = \frac{m^2}{OP'}$$

$$PQ = \frac{P'Q'}{OQ' \cdot OP'} \cdot m^2 \dots \dots (I.)$$

Die Entfernung zweier Punkte der einen Figur ist also gleich der Entfernung der entsprechenden Punkte der reciproken Figur dividirt durch das Product der Radiivectoren derselben und multiplicirt mit der Potenz.

Nehmen wir an daß die Punkte P und Q unendlich nah gelegen sind und bezeichnen wir ihre Entfernung mit ds , die der entsprechenden Punkte mit $d\sigma$, so ist nach obigem Satze:

*) Die reciproke Curve einer Curve in unserm Sinne ist nicht zu verwechseln mit der reciproken Polare derselben. Letztere steht in solcher Reciprocität zu der gegebenen Curve, daß der Abstand eines Punktes der Polare von einem festen Punkte multiplicirt mit dem Abstände einer Tangente der ursprünglichen Curve von dem festen Punkte eine constante Größe giebt.

$d\sigma = \frac{ds}{OP \cdot OQ} \cdot m^2$ oder, da OP und OQ in diesem Falle keinen merklichen Unterschied haben

$$d\sigma = \frac{ds}{OP^2} \cdot m^2^*)$$

Ist R ein dritter unendlich nah gelegener Punkt und bezeichnen wir mit ds' und ds'' seine Entfernungen von P und Q mit $d\sigma'$ und $d\sigma''$ die Entfernungen der entsprechenden Punkte in der reciproken Figur, so ist

$$d\sigma' = \frac{ds'}{OP^2} \cdot m^2$$

$$d\sigma'' = \frac{ds''}{OP^2} \cdot m^2$$

$$\text{daher } d\sigma : d\sigma' : d\sigma'' = ds : ds' : ds''$$

Die entsprechenden unendlich kleinen Dreiecke sind folglich ähnlich, woraus sich der wichtige Satz ergibt:

Der Winkel, unter welchem sich zwei Linien in der einen Figur schneiden, ist gleich dem Winkel, unter welchem sich die entsprechenden Linien in der reciproken Figur schneiden. (II.)

Unter Beachtung, daß man den Winkel, unter welchem sich zwei Oberflächen in einem Punkte m schneiden, mißt, durch Linien, welche im Punkte m die Durchschnittscurve der beiden Oberflächen rechtwinklig durchschneiden, ergiebt sich unmittelbar aus (II.), daß der Winkel zweier Oberflächen in einem Punkte ihrer Durchschnittscurve gleich ist dem Winkel der reciproken Oberflächen in dem entsprechenden Punkte.

Da (Fig. 1.) $OP \cdot OP' = OQ \cdot OQ'$, so ist $PQP'Q'$ ein Sehnenviereck, folglich: $\angle PP'Q' + \angle PQQ' = 2R$.

Diese Relation besteht, wie nah die Punkte P und Q zusammenfallen mögen. Je näher aber OQQ' dem Radiusvector OPP' rückt, desto mehr nähert sich die Sehne PQ der Tangente PT und Sehne $P'Q'$ der Tangente $P'T'$, ferner $\angle PP'Q'$ dem $\angle PP'T'$ und $\angle PQQ'$ dem Scheitelwinkel des Winkel OPT . Läßt man daher OQQ' mit OPP' zusammenfallen, so erhält man $OPT + OP'T' = 2R$. d. h.

Der Radiusvector schneidet zwei reciproke Figuren in den entsprechenden Linien unter supplementären Winkeln. (III.)

Hieraus folgt unmittelbar, daß die unendliche Anzahl Curven, welche durch Variation der Potenz als reciproke Curven ein und derselben Curve betrachtet werden können, von einem

*) Dasselbe können wir unabhängig von (I.) folgendermaßen ableiten: Bezeichnen wir die entsprechenden Bogenelemente in beiden Fig. mit ds und $d\sigma$, die zugehörigen Radiusvectoren mit r und r' , den Polarwinkel mit φ , so ist $r' = \frac{m^2}{r}$; $dr' = -\frac{m^2}{r^2} \cdot dr$. Nun ist aber $d\sigma = \sqrt{r'^2 d\varphi^2 + dr'^2}$; daher $d\sigma =$

$$\sqrt{\frac{m^4}{r^2} d\varphi^2 + \frac{m^4}{r^4} dr^2} = \frac{m^2}{r^2} \sqrt{r^2 d\varphi^2 + dr^2} = \frac{m^2}{r^2} \cdot ds.$$

in beliebiger Richtung vom gemeinsamen Anfangspunkte aus gezogenen Radiusvector unter demselben Winkel geschnitten werden, da alle Durchschnittswinkel die Supplemente zu dem Winkel sind, unter welchem er die ursprüngliche Linie durchschneidet.

Die reciprofen Figuren der geraden Linie, des Kreises, der Ebene und der Kugel.

- 1) Die reciprofe Linie der geraden Linie in Bezug auf einen in ihr gelegenen Punkt ist dieselbe gerade Linie, auf welcher indeß die Punkte ihre gegenseitige Lage vertauscht haben; die dem Anfangspunkt fern gelegenen sind nah gerückt und umgekehrt.
- 2) Die reciprofe Curve der geraden Linie (Fig. II.) in Bezug auf einen außer ihr gelegenen Punkt o nach der Potenz m^2 ist ein Kreis, dessen Mittelpunkt in dem von o auf die gerade Linie gefällten Perpendikel og liegt und dessen Durchmesser oe sich bestimmt aus der Beziehung $og \cdot oe = m^2$

Der Beweis, daß $og \cdot oe = oa' \cdot oa$ folgt unmittelbar aus der Aehnlichkeit der Dreiecke oag und $oa'e$.

- 3) Umgekehrt ist die reciprofe Figur eines Kreises in Bezug auf einen in seiner Peripherie gelegenen Punkt eine zu dem Anfangsradius senkrechte gerade Linie.
- 4) Um die reciprofe Curve eines Kreises in Bezug auf einen beliebigen Punkt seiner Ebene zu bestimmen, erinnern wir uns, daß das Product der Entfernungen zweier potenzhaltenden Punkte zweier Kreise von dem Aehnlichkeitspunkte constant ist. Hieraus folgt, daß die potenzhaltenden Punkte als reciprofe Punkte in Bezug auf den Aehnlichkeitspunkt als Anfangspunkt betrachtet werden können und daß daher die reciprofe Linie eines Kreises in Bezug auf einen beliebigen in seiner Ebene gelegenen Punkt ein Kreis ist, dessen Mittelpunkt auf der Verbindungslinie des gegebenen Punktes mit dem Mittelpunkt des Kreises liegt.

Bezeichnen wir den Anfangspunkt mit O , die Durchschnittspunkte der zu ihm gehörigen Centrale mit dem ursprünglichen Kreise mit P und Q und mit dem reciprofen Kreise mit Q' und P' , so daß P und P' , Q und Q' nicht homogen gelegen sind, die Potenz mit m^2 so bestimmt sich die Lage von P' und Q' und damit die Lage des reciprofen Kreises aus den Relationen: $OP \cdot OP' = m^2$; $OQ \cdot OQ' = m^2$.

- 5) Auf der Oberfläche einer Kugel S sei ein Punkt O gegeben. Denkt man sich einen zu diesem Punkte gehörigen Großkreis K construirt, so wird demselben als reciprofe Linie eine Gerade L entsprechen. Ein beliebiger, durch O gelegter Kleinkreis K' wird K in einem zweiten Punkte P schneiden. Daher wird die dem K' entsprechende Gerade L' die Gerade L in dem entsprechenden Punkte P' schneiden. L und L' liegen daher in einer Ebene. Da man nun durch jeden Punkt der Kugeloberfläche sich einen Kleinkreis gezogen denken kann, welcher K schneidet, so werden alle entsprechenden Geraden L schneiden und folglich mit ihr in einer Ebene liegen. Es ergibt sich daher der Satz:

Die reciproke Figur einer Kugel in Bezug auf einen Punkt ihrer Oberfläche ist eine Ebene, welche zu dem Anfangsradius der Kugel senkrechte Lage hat.

- 6) Die reciproke Linie eines Kreises K in Bezug auf einen beliebigen Punkt seiner Ebene O ist nach 4) ein Kreis K' , dessen Mittelpunkt auf der Centrale OK liegt. Denkt man sich die Hälften der Kreise K und K' gemeinsam um OK gedreht, so wird in jeder Lage dem Halbkreise K der Halbkreis K' als reciproke Linie entsprechen. Beide Halbkreise aber beschreiben bei dieser Drehung Kugeln. Daraus folgt:

Die reciproke Figur einer Kugel in Bezug auf einen beliebigen Punkt des Raumes ist eine Kugel, deren Mittelpunkt auf der zum gegebenen Punkte gehörigen Centrale liegt.

- 7) Vermitteltst des letzten Satzes bestimmen wir schließlich die reciproke Linie eines Kreises K in Bezug auf einen beliebigen Punkt des Raumes O . Betrachten wir den Kreis K als den Durchschnitt zweier Kugeln S und S_1 , so entsprechen beim Uebergang zur transformirten Figur nach 6) den Kugeln S und S_1 zwei neue S_2 und S_3 . Der Durchschnitt beider, also ein Kreis, ist demnach die reciproke Figur von K .

Anwendung der entwickelten Sätze auf Planimetrie und Stereometrie.

A. Planimetrie.

1. Eine Gerade.

Als metrische Grundeigenschaft der Geraden kann gelten, daß unter den Entfernungen dreier Punkte derselben a , b und c (Fig. II.) die Beziehung besteht, daß $ab + bc = ac$.

Beim Uebergang zur reciproken Figur in Bezug auf einen außer ihr gelegenen Punkt o erhalten wir einen Kreis, welcher durch o geht und auf dessen Peripherie die entsprechenden Punkte $a'b'e'$ liegen.

Nach (I.) ist nun wenn m^2 die Potenz bez.:

$$ab = \frac{a'b'}{oa' \cdot ob'} m^2$$

$$bc = \frac{b'c'}{ob' \cdot oc'} m^2$$

$$ac = \frac{a'c'}{oa' \cdot oc'} m^2$$

$$\text{daher: } \frac{a'b'}{oa' \cdot ob'} + \frac{b'c'}{ob' \cdot oc'} = \frac{a'c'}{oa' \cdot oc'}$$

$$\text{oder: } a'b' \cdot oc' + b'c' \cdot oa' = a'c' \cdot ob',$$

d. h. auf die Lagenverhältnisse in der (Fig. II.) übertragen:

Im Sehnenviereck ist die Summe der Rechtecke aus je 2 gegenüberliegenden Seiten gleich dem Rechteck aus den Diagonalen.

Alle Sätze, welche, wie im vorigen Falle sich auf Punkte beziehen, die auf einer Geraden liegen, werden, wenn man die reciproke Figur bildet, Eigenschaften der in den Kreis eingeschriebenen Vielecke offenbaren.

So wird folgendem Satz:

„Ist eine ungerade Anzahl $(2n + 1)$ von Punkten $a . b . c . . .$ auf einer Geraden und ein Punkt o außerhalb derselben gegeben, so findet die Beziehung statt:

$$\frac{ao^{2n}}{ab . ac . ad . . .} + \frac{bo^{2n}}{bc . bd . be . . . ba} + \dots = 1."$$

ein Satz entsprechen über ein dem Kreise eingeschriebenes Vieleck von gerader Seitenzahl.

Beschränken wir uns z. B. auf 3 Punkte $a . b$ und c , so geht die obige Gleichung über in die Stewart'sche Gleichung:

$$oa^2 . bc + oc^2 . ab = ob^2 . ac + ab . bc . ac.$$

Durch Transformation erhalten wir (Fig. II.):

$$\frac{b'c'}{oa'^2 . ob' . oc'} + \frac{a'b'}{oc'^2 . oa' . ob'} = \frac{a'c'}{ob'^2 . oa' . oc'} + \frac{a'b' . b'c' . a'c'}{oa' . ob' . ob' . oc' . oa' . oc'}$$

oder $b'c' . ob' . oc' + a'b' . oa' . ob' = a'c' . oa' . oc' + a'b' . b'c' . a'c'$
 oder $ob' (b'c' . oc' + a'b' . oa') = a'c' (oa' . oc' + a'b' . b'c')$

also den Satz:

In jedem Kreisviereck verhalten sich die Diagonalen wie die Summen der Rechtecke aus denjenigen Seiten, die in ihren Endpunkten zusammen stoßen.

2. Zwei Gerade werden von einer dritten durchschnitten.

a) Die Durchschnittenen sind parallel.

Parallelen Geraden entsprechen als reciproke Linien Kreise, welche sich im Anfangspunkte von Innen berühren. Einer die Parallelen durchschneidenden Geraden wird ein Kreis entsprechen, welcher durch den Anfangspunkt geht und das System sich berührender Kreise durchschneidet. Der Satz von der Gleichheit der Wechselwinkel liefert daher folgenden ohnehin einleuchtenden Satz:

Legt man durch den gemeinschaftlichen Berührungspunkt mehrerer Kreise einen beliebigen Kreis, so schneidet dieser alle jene Kreise unter demselben Winkel.

b) Das Dreieck und Vieleck.

Die reciproke Figur eines geradlinigen Polygons $a . b . c . . .$ in Bezug auf einen beliebigen Punkt seiner Ebene ist ein krummliniges Polygon $a'b'c' . . .$, welches von Kreisbogen gebildet wird, die sich im Punkt o schneiden. Hieraus ergeben sich sofort folgende Sätze:

- 1) Die Summe der innern Winkel eines solchen krummlinigen Polygons ist, wenn die Anzahl der Seiten n ist $= 2n R . - 4 R$.
- 2) Legt man in einem so gebildeten krummlinigen Dreieck durch den Punkt o und durch

jede Spitze des Dreiecks Kreisbogen, welche die Winkel halbiren, so schneiden sich diese Kreise in denselben beiden Punkten.

3) Gleiche Eigenschaft besitzen die 3 Kreise, welche durch den Punkt o durch eine Spitze gehen und den gegenüberliegenden Bogen rechtwinklig durchschneiden.

3. Vier Gerade gehen durch einen Punkt und werden von einer 5. durchschnitten.

Legt man durch die 4 Strahlen eines anharmonischen Strahlenbüschels eine Gerade, welche die Strahlen in den Punkten $a . b . c . d$ schneidet, so ist bekanntlich das Doppelverhältniß

$$\frac{ab}{bc} : \frac{ad}{cd} \text{ für jede Lage der Geraden constant.}$$

Bilden wir die reciproke Figur in Bezug auf den Mittelpunkt des anharmonischen Büschels, so entspricht der durchschneidenden Geraden ein durch den Mittelpunkt gehender Kreis, welcher die Strahlen in den Punkten $a'b'c'd'$ schneidet. Die Verbindungslinien dieser 4 Punkte bilden ein Sehnenviereck. Wir erhalten in demselben:

$$\left(\frac{a'b'}{oa' . ob'} : \frac{c'b'}{ob' . oc'} \right) : \left(\frac{a'd'}{oa' . od'} : \frac{c'd'}{oc' . od'} \right) = \text{const.}$$

für alle durch den Punkt o gehenden Kreise:

$$\text{Daher: } \frac{a'b' . oc'}{oa' . c'b'} : \frac{a'd' . oc'}{oa' . c'd'} = \text{const.}$$

$$\text{oder } \frac{a'b' . c'd'}{c'b' . ad'} = \text{const.}$$

Dies giebt den Satz:

In allen Sehnenvierecken, deren Endpunkte auf 4 anharmonischen Strahlen liegen und deren umschriebene Kreise durch den Mittelpunkt des Büschels gehen, ist das Verhältniß der Rechtecke aus zwei Gegenseiten constant und als unmittelbare Folge:

In allen Sehnenvierecken, deren Ecken auf 4 Harmonikalen liegen und deren umschriebene Kreise durch den Mittelpunkt gehen, ist das Rechteck aus zwei gegenüberliegenden Seiten gleich dem Rechteck aus den andern beiden Seiten.

4. Kreis.

Bezeichnen wir den Mittelpunkt eines Kreises mit c , irgend einen außerhalb desselben gelegenen Punkt mit o , die Durchschnittspunkte der Centrale oc mit dem Kreise mit a und b , so besteht die einfache Beziehung $ab = ac$.

Ziehen wir nun die verschiedenen Radien des Kreises c , welche alle die Peripherie rechtwinklig durchschneiden, und bilden die reciproke Figur in Bezug auf den Punkt o , so erhalten wir einen neuen Kreis, welcher von allen den den Radien entsprechenden Kreisen rechtwinklig durchschnitten wird. Alle diese Kreise gehen durch o und durch den dem Punkte c entsprechenden Punkte c' . Sind nun $a'b'$ reciproc zu a und b , so geht obige Relation über in

$$\frac{a'e'}{oa' \cdot oc'} = \frac{b'e'}{ob' \cdot oc'}$$

oder $\frac{a'e'}{oa'} = \frac{b'e'}{ob'}$

b. h. die Punkte c' und o sind conjugirte Pole in Bezug auf die Punkte a' und b' .

Es entsteht daher folgender Satz:

- 1) Die Kreise, welche durch einen Punkt o gehen und einen gegebenen Kreis rechtwinklig durchschneiden, schneiden sich alle in denselben beiden Punkten o und c' , welche conjugirte Pole sind in Bezug auf den durch die Gerade oc' bestimmten Durchmesser des gegebenen Kreises.
- 2) Drückt man den Satz, daß in einem Kreise alle Peripheriewinkel über demselben Bogen gleich sind, folgendermaßen aus:

Schneiden sich von mehreren Geraden, von denen die einen durch den Punkt A , die andern durch B gehen, je zwei unter demselben Winkel, so ist der geometrische Ort der Durchschnittspunkte ein Kreis;

so erhellt beim Uebergang zur transformirten Figur leicht die Richtigkeit folgender Behauptung:

Der geometrische Ort der zweiten Durchschnittspunkte zweier Kreise, welche bezüglich durch die Punkte o und A' , o und B' gehen und sich unter constantem Winkel schneiden, ist ein Kreis.

- 3) Ebenso führt der Satz:

Ein Winkel am Kreise, welcher von einer Sehne und einer Tangente gebildet wird, ist gleich dem Peripheriewinkel auf dem Bogen zwischen seinen Schenkeln

durch Umformung in Bezug auf einen beliebigen Punkt der Ebene zu dem folgenden:

Wenn sich zwei Kreise durchschneiden, und man zwei andere Kreise zieht, von denen jeder durch einen Durchschnittspunkt der beiden ersten und beide durch zwei andere auf den Kreisen beziehlich angenommene Punkte gehen, so schneiden sich diese letzten beiden Kreise unter demselben Winkel, wie die ersten beiden. —

Nicht ohne Vortheil ist die Anwendung der in Rede stehenden Transformationsmethode bei der Lösung von Aufgaben, welche sich auf die Berührung von Kreisen mit Kreisen und geraden Linien beziehen. Es zeigt sich, daß mittelst derselben Probleme, welche die Berührung von Kreisen mit Kreisen behandeln, sich zurückführen lassen auf die Berührung von Kreisen mit geraden Linien. Der Gedanke, welcher bei dieser Reduction zu Grunde liegt, ist der, daß der in Bezug auf einen passend gewählten Anfangspunkt construirte reciproke Kreis eines Kreises, welcher durch einen Punkt geht und einen Kreis berührt, durch den diesem Punkte entsprechenden Punkt gehen und die diesem Kreise entsprechende Gerade berühren muß. So läßt sich die Aufgabe „einen Kreis zu construiren, welcher durch 2 Punkte P und P' geht und einen Kreis K berührt“, zurückführen auf die Construction eines Kreises, welcher durch 2 Punkte geht und eine Gerade berührt. Zu dem Zwecke construirt man in Bezug auf einen beliebigen Punkt der Peripherie von K nach beliebiger Potenz die K entsprechende Gerade L ,

(was auf das Ziehen einer beliebigen Geraden herauskommt) und nach denselben Bestimmungen die den Punkten P und P' entsprechenden Punkte P_1 und P_1' ; ferner den Kreis, welcher durch P_1, P_1' geht und L berührt. Der reciproke Kreis K' dieses Kreises ist der gesuchte. Derselbe läßt sich leicht durch folgende Betrachtungen construiren. Der Punkt X , in welchem $K' L$ berührt, ist der reciproke Punkt des Punktes, in welchem der gesuchte Kreis K berührt. Zieht man also von X nach dem Anfangspunkt eine Gerade, so ist der Durchschnittspunkt derselben mit K der Punkt, in welchem der gesuchte Kreis K berührt. Auf ähnliche Weise kommt die Construction eines 3 gegebenen Kreise berührenden Kreises zurück auf die Construction eines Kreises, welcher 2 Gerade und einen Kreis berührt.

B. Stereometrie.

Von Wichtigkeit ist die Anwendung des betrachteten Principis auf Lagenverhältnisse dreier Dimensionen, da dasselbe planimetrische Sätze in Sätze über Figuren auf der Kugeloberfläche mit großer Leichtigkeit übertragen lehrt.

Nach dem Früheren leuchtet unmittelbar ein, daß einem Kreise in der Ebene ein Kreis auf der Kugeloberfläche und einer Geraden in der Ebene ein Kreis auf derselben entspricht, welcher durch den Anfangspunkt geht.

Dies vorausgeschickt ist die Uebertragung folgender Sätze selbstverständlich:

1) planimetrischer Satz:

Die Winkel im Dreieck sind gleich $2 R$.

stereometrischer Satz:

Die Winkel in einem Dreieck auf der Kugeloberfläche, dessen Seiten durch einen Punkt gehen, sind gleich $2 R$.

2) planimetrischer Satz:

Der von einer Sehne und einer Tangente gebildete Winkel am Kreise ist gleich dem Peripheriewinkel auf dem zwischen den Schenkeln liegenden Bogen;

stereometrischer Satz:

Legt man durch die Punkte A und B , und A und C einer Kugeloberfläche zwei Systeme von Kleinkreisen, so daß sich die Kreise beider Systeme auf einem durch B und C gehenden Kleinkreis K schneiden, so ist der Winkel, unter welchem sich dieselben schneiden, gleich dem Winkel, welchen K mit dem durch A, B und C bestimmten Kreis bildet.

3) planimetrischer Satz:

In jedem dem Kreise eingeschriebenen Sechseck liegen die Durchschnittspunkte der Gegenseiten in einer Geraden.

Satz auf der Kugeloberfläche:

Liegen auf der Kugeloberfläche die Ecken eines Sechsecks, dessen Seiten durch einen Punkt P gehen, auf ein und demselben Kreise, so liegen die Durchschnittspunkte der Gegenseiten (d. h. der 1. und 4., 2. und 5., 3. und 6.) auf einem Kreise, welcher durch P geht.

Umgekehrt kann man aus Sätzen über die sphärischen Dreiecke Sätze über drei in einer Ebene gelegene Kreise ableiten, von denen sich je zwei durchschneiden. So transformirt sich der Satz, daß die Höhenbogen, (d. h. die Kreise, die durch die Ecken eines sphärischen Dreiecks gehen und die Gegenseiten rechtwinklig durchschneiden) sich in denselben beiden Punkten schneiden in den folgenden:

Legt man durch die Durchschnittspunkte je zweier von drei in einer Ebene gelegenen Kreisen, Kreise, welche den dritten rechtwinklig durchschneiden, so treffen sich die drei neuen auf diese Weise entstandenen Kreise in denselben beiden Punkten.

In gleicher Weise, wie in der Planimetrie die Apollonius'sche Verührungsaufgabe durch unsere Transformation lösbar war, läßt sich in der Stereometrie das Problem „Eine Kugel zu construiren, welche 4 gegebene Kugeln berührt“ zurückführen auf die Construction einer Kugel, welche 3 Ebenen und eine Kugel berührt. Denn nimmt man den einen der Durchschnittspunkte dreier Kugeln zum Anfangspunkt, so transformiren sich diese 3 Kugeln in Ebenen, welche sich in einem Punkte schneiden und die 4. Kugel in eine Kugel. Durchschneiden sich die Kugeln nicht, so müssen zuvor ihre Radien um gleiche Stücke verlängert werden, bis sich die Kugeln schneiden, wodurch die Lage des Mittelpunktes der gesuchten Kugel nicht verändert wird.

Reciproke Curven der Parabel, Ellipse und Hyperbel.

Bei der Untersuchung der reciproken Curven der Parabel, Ellipse und Hyperbel bietet sich von selbst die Frage zunächst dar, in welche Curven sich im Allgemeinen die Tangenten und Krümmungskreise der Curven transformiren. —

Da die an einen Punkt m construirte Tangente außer diesem Punkt den ihm unendlich nah gelegenen Punkt mit der Curve gemein hat, so wird der ihr entsprechende Kreis mit der reciproken Curve die entsprechenden beiden unendlich nah gelegenen Punkte gemein haben. Derselbe wird also ein Kreis sein, welcher durch den Anfangspunkt geht und die reciproke Curve im ersten Grade berührt. Eine an diesen Kreis im Berührungspunkte gezogene Tangente wird daher auch Tangente an die Curve sein in demselben Punkte.

Fassen wir analog den Krümmungskreis als einen Kreis auf, welcher drei unendlich nah gelegene Punkte mit der Curve gemein hat, so folgt, daß der entsprechende Kreis mit der reciproken Curve die drei entsprechenden unendlich nah gelegenen Punkte gemein haben muß und folglich der an den correspondirenden Punkt construirte Krümmungskreis ist.

Um nun die reciproken Curven der Kegelschnitte zu bestimmen, haben wir als allgemeine Polargleichung derselben in Bezug auf den Brennpunkt nach der gewöhnlichen Bezeichnung:

$$r = \frac{\frac{1}{2} p}{1 + \varepsilon \cos. \varphi}$$

Bezeichnen wir daher die Potenz mit m^2 , so ist die allgemeine Polargleichung der reciproken Curven, wenn der Brennpunkt zum Anfangspunkte der Transformation genommen wird:

$$r' = \frac{2m^2}{p} (1 + \varepsilon \cos. \varphi)$$

$$= \frac{2m^2}{p} + \frac{2m^2}{p} \cdot \varepsilon \cos. \varphi$$

ober, wenn wir $\frac{2m^2}{p} = a$; $\frac{2m^2}{p} \cdot \varepsilon = b$ setzen, $r' = a + b \cos. \varphi$.

Dieselbe giebt die reciproke Curve der Hyperbel, Ellipse oder Parabel, je nachdem

$$b > a$$

$$b < a$$

$$b = a$$

ist.

Alle 3 Curven lassen sich auf folgende Art leicht construiren:

Man beschreibe mit b als Durchmesser einen Kreis, welcher durch den Anfangspunkt o geht und dessen Mittelpunkt auf der positiven Anfangsrichtung des Radiusvectors liegt. Zieht man von o aus eine Sehne in diesem Kreise, welche mit der Anfangsrichtung den Winkel φ bildet, so ist dieselbe $= b \cdot \cos. \varphi$, und man erhält daher sämtliche Punkte der gesuchten Curven, wenn man in dem Kreise von o aus alle möglichen Sehnen zieht und von ihrem Durchschnittspunkte mit der Peripherie Längen $= a$ sowohl rückwärts als vorwärts abträgt. Führt man diese Construction aus, so erhält man in allen 3 Fällen herzförmige Linien. Mit Hilfe der sub. I. II. III. angegebenen Principien können wichtige Eigenschaften dieser Curven unabhängig von ihren Gleichungen aus den Eigenschaften der Parabel, Ellipse und Hyperbel abgeleitet werden.

Wir beschränken uns auf die Transformirte der Parabel, welche eine bekannte Curve ist.

Setzen wir zu dem Zweck in der obigen allgemeinen Gleichung der Reciproken der Kegelschnitte $\varepsilon = 1$, so erhalten wir als Gleichung der reciproken Curve der Parabel in Bezug auf den Brennpunkt als Anfangspunkt:

$$r' = \frac{2m^2}{p} (1 + \cos. \varphi)$$

d. i. die Gleichung der Cardioide.

Letztere entsteht bekanntlich, wenn ein Kreis auf der Peripherie eines ihm gleichen (der Basis) rollt. Ein Punkt in der Peripherie des rollenden Kreises beschreibt die Cardioide. Derselben entspricht die obige Polargleichung unter der Voraussetzung, daß wir den Anfangspunkt des Polar-Coordinatensystems in den Punkt verlegen, in welchem der beschreibende Punkt auf der Peripherie des ruhenden Kreises liegt und die positive Anfangsrichtung mit dem Durchmesser der Basis zusammen fällt.

Die diesen Bedingungen entsprechende Lage der Cardioide in Bezug auf die Parabel ist durch Fig. IV veranschaulicht. Der Umstand, daß die Radiivectoren der Parabel unendlich werden für wachsende φ steht nicht im Widerspruch mit unserer Behauptung, daß das Rechteck aus dem Radiusvector der Parabel und dem entsprechenden der Cardioide constant ist, da in

demselben Maße, wie die Brennstrahlen der erstern unendlich werden, die der letztern sich dem Nullwerthe nähern.

Aus der abgeleiteten Reciprocität der beiden Curven lassen sich für die Cardioide folgende Eigenschaften entwickeln:

- 1) Da alle Cardioiden, welche den Scheitel (b. ist den Rückkehrpunkt) o und die Aze x gemein haben, als transformirte Curven ein und derselben Parabel betrachtet werden können, so schneidet nach früheren Gesetzen eine in beliebiger Richtung von o ausgehende Gerade alle auf obige Art construirten Cardioiden unter demselben Winkel.
- 2) Bekanntlich sind sämtliche Parabeln, welche eine gemeinschaftliche Aze und denselben Brennpunkt haben die rechtwinkligen Trajectorien aller der Parabeln, welche dieselbe Aze und denselben Brennpunkt haben, deren Scheitel aber auf der entgegengesetzten Seite des Brennpunktes liegen. Daraus folgt für die Cardioide, daß die Cardioiden von derselben Aze und demselben Scheitel alle die Cardioiden rechtwinklig durchschneiden, welche auf der entgegengesetzten Seite des Scheitelpunktes liegen.
- 3) Da jeder Radiusvector die entsprechenden Curven unter Supplementwinkeln durchschneidet, so halbirt er den in dem Durchschnittspunkte zweier Curven gebildeten Winkel. Ist daher m Fig. III. der Durchschnittspunkt einer Parabel und Cardioide, my und mx die im Punkte m gezogenen Tangenten, so ist $\angle xmo = \angle ymo$. Zugleich ist aber bei der Parabel, wenn tz eine durch m zur Aze gezogene Parallele ist,

$$\begin{aligned} \angle tmx &= \angle xmo, \\ \text{daher} \quad \angle omy &= \frac{1}{2} \angle tmo. \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich eine leichte Construction der Tangente an denjenigen Punkt der Cardioide, in welchem sie von der Parabel durchschnitten wird. Nun lassen sich aber alle Punkte der Cardioide als Durchschnittspunkte derselben mit einer reciproken Parabel betrachten. Das Quadrat des zu jedem Punkte der Cardioide gehörigen Radiusvector's ist die Potenz, in Bezug auf welche man die Parabel construirt denken muß.

Deshalb haben wir allgemein für jeden Punkt m der Cardioide folgende Construction der Tangente:

Man ziehe den Radiusvector om und durch m eine Parallele tz zu X , halbire $\angle tmo$ und mache $\angle omy = \frac{1}{2} \angle tmo$, so ist my Tangente an m .

- 4) Untersuchen wir, in welcher Beziehung die Leitlinie der Parabel zur Cardioide steht. Die Entfernung der Leitlinie L' vom Brennpunkte ist $\frac{p}{2}$; ihr entsprechender Kreis ist daher ein durch den Brennpunkt gehender Kreis, dessen Mittelpunkt auf $O X'$ liegt und mit einem Durchmesser d , welcher bestimmt ist durch die Gleichung

$$\begin{aligned} d' \cdot \frac{p}{2} &= m^2 \\ d' &= \frac{2 m^2}{p} \end{aligned}$$

Der reciproke Kreis der Leitlinie der Parabel ist also die Basis der Cardioide.

Ist nun (Fig. III.) LL' die Leitlinie der Parabel, opq ihr reciproker Kreis, n ein beliebiger Punkt der Parabel, nl seine Entfernung von der Leitlinie, n' , l' die entsprechenden Punkte von n und l in der Cardioide, welche nach der Potenz P construirt sein mag, so findet die Relation statt:

$$\begin{aligned} & ln = on \\ \text{Aber} \quad & ln = \frac{l'n' \cdot P}{ol' \cdot on'} \\ & on = \frac{P}{on'} \\ \text{daher} \quad & \frac{l'n' \cdot P}{ol' \cdot on'} = \frac{P}{on'} \\ \text{ober} \quad & ol' = l'n'. \end{aligned}$$

Die Punkte l' und n' liegen aber, da $ln \parallel XX'$ auf der Peripherie eines Kreises, welcher die Aye im Punkt o berührt.

Demgemäß erhalten wir folgende Construction der Cardioide:

Beschreibt man einen Kreis K' , welcher einen gegebenen Kreis K in den Punkten o und l' rechtwinkelig durchschneidet und nimmt auf der Peripherie von K' einen Punkt n' an, so daß $ol' = nl'$, so ist n' ein Punkt der Cardioide, deren Scheitelpunkt o und deren Basis K ist. —

Wir haben im Obigen an der Parabel und Cardioide gezeigt, wie unsere Transformation von Eigenschaften eines Kegelschnitts zu Eigenschaften der Reciproken führt. Dies Verfahren ist leicht auf die allgemeinen Eigenschaften der Kegelschnitte, welche sich auf die Brennpunkte beziehen, auszudehnen und es leuchtet ein, daß Sätze über Kegelschnitte Sätze über die herzförmigen Linien von der allgemeinen Gleichung

$$r = a + b \cos \varphi$$

entsprechen.

Einige Sätze werden genügen, um dies zu verdeutlichen.

Satz über Kegelschnitte:

Bewegt sich der Scheitel eines rechten Winkels auf einem Kreise (die gerade Linie als Kreis mit unendlich großem Halbmesser mit einbegriffen) und läuft der eine Schenkel desselben durch einen festen Punkt, so umhüllt der andere Schenkel einen Kegelschnitt.

Satz über die Transformirten:

Die Kreise, deren Mittelpunkt auf den von einem Punkte o nach den Punkten einer Kreisperipherie gezogenen Geraden liegen und deren Durchmesser diese Geraden sind, umhüllen eine der drei durch die Gleichung

$$r = a + b \cos \varphi$$

repräsentirten Linien, wobei $a > b$ ist, je nachdem der Punkt innerhalb, außerhalb oder auf der Peripherie des gegebenen Kreises liegt.

Die im Vorigen sub. 4 der Transformation zu Grunde gelegte Eigenschaft der Parabel ist ein specieller Fall des folgenden allgemeinen Satzes:

Der Ort aller derjenigen Punkte in der Ebene, deren Abstände von einem festen Punkte und einer festen Geraden in einem gegebenen unveränderlichen Verhältniß zu einander stehen, ist ein Kegelschnitt und zwar Hyperbel, Parabel oder Ellipse, je nachdem der Werth der gegebenen Verhältnisse > 1 , $= 1$, oder < 1 ist.

Aus diesem leiten wir folgenden allgemeinen, unsere herzförmigen Linien betreffenden Satz ab: Bestimmt man auf der Peripherie der Kreise, welche einen festen Kreis im Pte O rechtwinkelig durchschneiden, Punkte, deren Abstände vom Punkte O und von dem zweiten Durchschnittspunkte der Kreise in einem gegebenen unveränderlichen Verhältniß zu einander stehen, so ist der Ort dieser Punkte eine der Curven, deren Gleichung

$$r = a + b \cos \varphi$$

und zwar ist in dieser $a \begin{matrix} > \\ < \\ = \end{matrix} b$, je nachdem der Werth jenes Verhältnisses < 1 , > 1 oder $= 1$ ist.

Reciproke Curve der Parabel in Bezug auf den Scheitel.

Wie die Transformation der Parabel in Bezug auf den Brennpunkt, so ist auch die Reciproke derselben in Bezug auf den Scheitel derselben eine definite Curve, nämlich die Cissoide. Dies könnten wir aus der Polargleichung der Parabel ableiten. Wir wollen indeß, um die Transformation bei rechtwinkligen Coordinaten zu zeigen, die zu Anfang unserer Untersuchung aufgestellten Gleichungen benutzen, nach welchen, wenn x, y die Coordinaten eines Punktes in der Ebene bezeichnen, die Coordinaten des reciproken Punktes (α, β) in Bezug auf die Potenz m^2 bestimmt sind durch

$$\alpha = \frac{m^2 x}{x^2 + y^2}; \quad \beta = \frac{m^2 y}{x^2 + y^2}$$

Auf die Scheitelgleichung der Parabel angewandt ist

$$y^2 = p x; \text{ daher}$$

$$\alpha = \frac{m^2 x}{x^2 + px}; \quad \dots (1) \quad \beta = \frac{m^2 \sqrt{px}}{x^2 + px} \dots (2)$$

Quadriren wir (1) und (2) und addiren, so kommt

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{m^4 (x^2 + px)}{(x^2 + px)^2} = \frac{m^4}{x^2 + px} \dots (3)$$

Quadriren wir (2) und dividiren dieses Quadrat durch die mit p multiplicirte Gleichung (1), so erhalten wir

$$\frac{\beta^2}{\alpha p} = \frac{m^4 \cdot px}{(x^2 + px)^2} : \frac{m^2 px}{x^2 + px} = \frac{m^2}{x^2 + px} \dots (4)$$

(4) mit m^2 multiplicirt giebt $\frac{m^2 \beta^2}{\alpha p} = \frac{m^4}{x^2 + px}$

Wir erhalten daher als Gleichung der Transformirten:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{m^2}{p} \cdot \frac{\beta^2}{\alpha}$$

d. i. die Gleichung der Cissoide.*) Analoge Betrachtungen, wie wir sie bei der Cardioide anstellten, führen zur Ableitung von Eigenschaften der Cissoide aus denen der Parabel.

Wir wollen dies an zwei Entwicklungen zeigen.

Die Parabel kann man sich bekanntlich auf folgende Weise entstanden denken: Im Abstände $AC = p$ vom Scheitel (Fig. IV.) errichte man die feste Gerade CD senkrecht zur Aze. Wird dann durch den Scheitel A die Gerade AP in beliebiger Richtung gelegt, hierauf das Perpendikel AN gefällt und zuletzt NP parallel zur Aze AX gezogen, so liegt der Punkt P auf der Parabel.

Beim Uebergang zur Transformirten geht über CD in einen Kreis mit dem Durchmesser $\frac{m^2}{p}$, dessen Mittelpunkt auf AC liegt, NP in einen CX im Punkte A berührenden Kreis. Die Geraden AN und AP , welche beide durch den Anfangspunkt gehen, bleiben bei der Transformation. Es folgt hieraus folgende Construction der Cissoide, deren Gleichung ist $x^2 + y^2 = f \cdot \frac{y^2}{x}$.

Durch den Anfangspunkt des Coordinatensystems A beschreibe man einen Kreis AQM , dessen Mittelpunkt auf der negativen Abscissenrichtung in einer Entfernung vom Pte $A = \frac{f}{2}$ liegt. Hierauf construire man einen die Abscissenaxe in A berührenden Kreis APQ , welcher AMQ in Q schneidet. Errichtet man jetzt auf AQ in A eine Senkrechte, so ist ihr Durchschnittspunkt mit APQ , P ein Punkt der Cissoide.

Beachten wir ferner wieder, daß jeder Punkt der Cissoide als ein Durchschnittspunkt derselben mit einer Parabel, welche mit ihr gleiche Aze und den Punkt A gemein hat, betrachtet werden kann und daß der an einen solchen Durchschnittspunkt gezogene Radiusvector den Winkel beider Curven halbirt, so geht aus der Eigenschaft der Parabel, daß die Subtangente jedes Punktes gleich der doppelten Abscisse desselben ist, folgende Tangentenconstruction für die Cissoide hervor für einen Punkt P , dessen Coordinaten x, y , sind. Man mache $AR = AS = x$, ziehe den Radiusvector AP , ferner die Gerade RP und trage an AP in P einen Winkel $= RPA$ an, so ist der freie Schenkel desselben PT Tangente in P .

Die reciproken Curven der Ellipse und Hyperbel in Bezug auf den Mittelpunkt.

Die Mittelpunktsgleichung der Ellipse und Hyperbel ist in gewöhnlicher Bezeichnung

$$\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Daraus bestimmen sich die Coordinaten eines Punktes der Transformirten α und β durch

*) Obige Gleichung steht noch in anderer merkwürdiger Beziehung zur Parabel. Setzt man in ihr $\alpha = -\alpha$, so drückt sie die Fußpunktcurve der Parabel aus.

$$\alpha = \frac{m^2 x}{x^2 \pm \frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2}} \dots (1)$$

$$\beta = \frac{m^2 \cdot \frac{b}{a} \sqrt{\pm(a^2 - x^2)}}{x^2 \pm \frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2}} \dots (2)$$

1. u. 2. quadriert und addirt giebt

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{m^4 \left(x^2 \pm \frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2} \right)}{\left(x^2 \pm \frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2} \right)^2} = \frac{m^4}{x^2 \pm \frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2}} \dots (3)$$

1. quadriert und mit b^2 multiplicirt, ebenso 2. quadriert und mit a^2 multiplicirt und beides ab-
dirt oder subtrahirt giebt

$$\alpha^2 b^2 \pm \beta^2 a^2 = \frac{m^4 \cdot a^2 b^2}{\left(x^2 \pm \frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2} \right)^2}$$

$$\text{oder } m^4 \cdot \frac{(\alpha^2 b^2 \pm \beta^2 a^2)}{a^2 b^2} = \frac{m^8}{\left(x^2 \pm \frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2} \right)^2} \dots (4)$$

Dasselbe kommt, wenn wir 3 quadriren. Wir erhalten daher als reciproke $\frac{1}{2}$ Mittel-
punktsgleichungen:

$$(\alpha^2 + \beta^2)^2 = \left(\frac{m^2}{ab} \right)^2 \cdot (\alpha^2 b^2 \pm \beta^2 a^2)$$

Für $m^2 = ab$ und junter Einführung der gewöhnlichen Bezeichnung der Coordinaten
durch x und y , geht diese Gleichung über in

$$(x^2 + y^2)^2 = b^2 x^2 \pm a^2 y^2$$

Daraus geht hervor:

Die Fußpunktcurve einer Ellipse und Hyperbel, deren Halbhaxe a und b sind, ist
reciprof zu der concentrischen Ellipse und Hyperbel, deren Halbhaxen resp. b und a sind.

Wie die Eigenschaften der Fußpunktcurven der Ellipse und Hyperbel, aus denen dieser
Curven selbst vermittelt unserer Methode abgeleitet werden können, wollen wir für den be-
sondern Fall der gleichseitigen Hyperbel zeigen. Für diese ist, wenn ihre halbe Axe = a , nach
Obigem die Gleichung der reciproken Curve in Bezug auf den Mittelpunkt und nach beliebiger
Potenz m^2

$$(x^2 + y^2)^2 = \frac{m^2}{a^2} (x^2 - y^2)$$

d. i., wie vorauszusehen war, die Gleichung einer Lemniscate.

Alle gleichseitigen Hyperbeln, welche mit einer Lemniscate den Mittelpunkt und die Axen-

richtung gemein haben, können daher als reciproke Curven derselben betrachtet werden. Den Brennpunkten der Hyperbeln entsprechen Punkte auf der Aze der Lemniscate. Bezeichnen wir die Halbaxe derselben mit a , so ist für eine nach der Potenz P reciproke Hyperbel die Halbaxe $= \frac{P}{a}$; ihre Excentricität daher $\sqrt{2} \cdot \frac{P}{a}$. Der ihrem Brennpunkte auf der Aze der Lemniscate entsprechende Punkt hat daher einen Abstand y vom Mittelpunkte, welcher sich ergibt aus der Relation

$$y \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{P}{a} = P$$

$$y = a\sqrt{\frac{1}{2}}$$

also unabhängig von P . Die reciproken Punkte der Brennpunkte sämtlicher Hyperbeln sind daher dieselben beiden auf der Aze der Lemniscate im Abstände $a\sqrt{\frac{1}{2}}$ vom Mittelpunkte gelegenen Punkte.

Wir wollen diese Punkte Hauptpunkte der Lemniscatenaxe nennen.

Gestützt auf diese Erörterungen leiten wir folgende Eigenschaften der Lemniscate aus der gleichseitigen Hyperbel ab:

- 1) Der Satz, daß die an einen Punkt x der Hyperbel gezogene Tangente (Fig. V.) den von den Brennstrahlen xp und xn gebildeten Winkel halbirt, giebt zur folgenden Betrachtung Veranlassung:

Ist x' der reciproke Punkt zu x , p' der eine und n' der zweite Hauptpunkt der Aze, so entstehen bei der Transformation aus px und xn Kreise K und K' , welche bezüglich durch die Punkte $p'ox'$ und $n'ox'$ gehen, aus der an x gelegten Tangente ferner ein Kreis K'' , welcher durch o und x' geht und die Lemniscate in x' im ersten Grade berührt. Da nun die Tangente in x den Winkel pxn halbirt, so wird ihr reciproker Kreis oder die an ihn in x' gelegte Tangente den von den Kreisen $p'ox'$ und $n'ox'$ gebildeten Winkel halbiren und da diese Tangente zugleich Tangente der Lemniscate ist, so folgt folgende Construction der Tangente an einen beliebigen Punkt x' der Lemniscate: Man beschreibe 2 Kreise, welche sich beide im Punkte x' und im Mittelpunkte der Lemniscate schneiden und von welchen jeder durch einen Hauptpunkt geht und halbire den Winkel, unter welchem sie sich in x' schneiden, so ist die Halbierungslinie Tangente an der Lemniscate.

- 2) Die Grundeigenschaft der Hyperbel liegt ausgedrückt in der Gleichung:

$$xp - xn = \text{Const.} = c.$$

Gehen wir zur Lemniscate über, so erhalten wir

$$\frac{x'p'}{ox' \cdot op'} \cdot m^2 - \frac{x'n'}{ox' \cdot on'} \cdot m^2 = c$$

oder da

$$op' = on'$$

$$m^2 (x'p' - x'n') = c \cdot ox' \cdot on'.$$

$$\frac{(x'p' - x'n')}{ox'} = \frac{c \cdot on'}{m^2} = \text{const.}$$

Die Lemniscate ist also der geometrische Ort der Punkte von der Eigenschaft, daß die Differenz ihrer Entfernungen von 2 gegebenen Punkten zu ihrer Entfernung von dem in der Mitte gelegenen Punkte in constantem Verhältnisse steht.

Da die unter 1) u. 2) abgeleitete Sätze von der Gleichseitigkeit der Hyperbel unabhängig sind, so gelten sie *mutatis mutandis* für alle Fußpunktscurven der Hyperbeln. Ebenso läßt sich leicht zeigen, daß die Fußpunktscurve der Ellipse der Ort der Punkte ist, deren Summe der Entfernungen von 2 gegebenen Punkten zu der Entfernung von dem in der Mitte zwischen beiden gelegenen Punkte in constantem Verhältnisse steht.

3) Bei der gleichseitigen Hyperbel ist der vom Mittelpunkt an einen Punkt derselben gezogene Radiusvector die mittlere Proportionale zwischen den zu diesem Punkt gehörigen Brennstrahlen; also (Fig. VII) $px \cdot nx = ox^2$

Beim Uebergang zur Lemniscate kommt:

$$\frac{p'x'}{op' \cdot ox'} \cdot \frac{n'x'}{on' \cdot ox'} \cdot p^2 = \frac{p^2}{ox'^2}$$

$$\frac{p'x' \cdot n'x'}{op'^2} = 1$$

$$p'x' \cdot n'x' = op'^2 = \text{const.}$$

d. h. das Product der Entfernungen eines beliebigen Punktes der Lemniscate von den Hauptaxenpunkten ist constant.

4) Die Eigenschaft der Lemniscate, vermöge welcher sie der Ort der Fußpunkte der von dem Mittelpunkt auf die Tangenten einer gleichseitigen Hyperbel gefällten Perpendikel ist, läßt sich so ausdrücken:

Bewegt sich der Scheitelpunkt eines rechten Winkels, dessen einer Schenkel durch den Mittelpunkt einer Lemniscate geht, auf der Peripherie derselben, so hüllen die andern Schenkel eine gleichseitige Hyperbel ein.

In dieser Form führt er durch Transformation leicht zu dem entsprechenden:

Alle Kreise, deren Mittelpunkte die Halbierungspunkte der von dem Mittelpunkte nach der Peripherien einer gleichseitigen Hyperbel gezogenen Geraden sind, hüllen die Fußpunktscurve der Hyperbel ein.

Anwendung der Transformation durch reciproke Radiivectoren auf krumme Oberflächen.

Durch Anwendung der in Rede stehenden Transformation auf die Oberflächen zweiter Ordnung werden sich, wie im Obigen für die reciproken Curven der Curven zweiten Grades, für die reciproken Oberflächen der Oberflächen II. D. entsprechende Eigenschaften ergeben. Wir wollen noch kurz im Folgenden den Nutzen berühren, welchen dieses Princip zur Angabe der Krümmung jener Oberflächen bietet.

Die Krümmung der Oberflächen wird bekanntlich bestimmt durch die Krümmungscurven.

Dieselben sind diejenigen Curven, deren Tangenten sämmtlich Tangenten der Hauptschnitte d. h. derjenigen Normalschnitte sind, für welche die Krümmung der Oberfläche in dem betreffenden Punkte ein Maximum oder Minimum ist. Die Krümmungscurven sind zweifacher Art die einen schneiden die andern senkrecht. Da zwei benachbarte Normalen, welche derselben Krümmungscurve angehören, sich nothwendig schneiden, so bilden alle Normalen einer Oberfläche, welche von derselben Krümmungscurve ausgehen, eine developpable Oberfläche. Denkt man sich auf diese Weise die allen möglichen Krümmungscurven angehörenden developpablen Oberflächen construirt, so schneidet das System, der den Curven der einen Krümmung entsprechenden Oberflächen das andere System, sowie beide Systeme sich unter einander rechtwinkelig. In der reciproken Figur werden folglich ebenfalls die den developpablen Oberflächen entsprechenden Oberflächen, die reciproke Oberfläche der ursprünglichen Oberfläche, sowie auch sich unter einander rechtwinkelig durchschneiden. Nach dem Satz von Dupin:

„Wenn drei Systeme Oberflächen so beschaffen sind, daß durch jeden Punkt des Raumes eine Oberfläche aus jedem der drei Systeme hindurchgeht, und wenn sich jene drei durch den beliebigen Punkt des Raumes gelegten Oberflächen immer senkrecht durchschneiden, so schneiden sich die drei Systeme Oberflächen gegenseitig in ihren Krümmungscurven.“

werden sich daher obige Oberflächen in den Krümmungscurven der der ursprünglichen entsprechenden Oberfläche schneiden. Daraus folgt, daß den Krümmungscurven einer Oberfläche auf der reciproken Oberfläche die Krümmungscurven derselben als reciproke Curven entsprechen. Die Anwendung dieses Satzes wollen wir an folgender Aufgabe erläutern:

Ein Kreisbogen drehe sich um die ihm zugehörige Sehne mn . Es sollen die Krümmungscurven der hierdurch erzeugten Rotationsoberfläche bestimmt werden.

Bilden wir die reciproke Figur in Bezug auf einen Endpunkt der Sehne, z. B. n , so entspricht in irgend einer Lage dem Bogen mn eine die Verlängerung von mn in dem Punkte m' , welcher reciprok zu m , durchschneidende Gerade. Bei der Rotation erzeugt diese Gerade einen senkrechten Kegel mit der Ase mn und der Spitze m' , welcher folglich die reciproke Oberfläche der gegebenen ist. Die Krümmungscurven dieses Kegels sind:

- 1) Die erzeugenden Geraden, welche alle durch den Punkt m' gehen; in der gegebenen Oberfläche sind also die Krümmungscurven Kreise, welche durch m und n gehen;
- 2) Kreise, deren Ebenen parallel sind und rechtwinkelig zur Ase des Kegels; aus diesen resultiren als Krümmungscurven der reciproken Oberfläche Kreise, welche die aus den erzeugenden Geraden entstandenen rechtwinkelig durchschneiden.

Tritt an die Stelle des Kreisbogens eine ganze Kreisperipherie und an Stelle der Sehne als Rotationsaxe eine die Peripherie berührende Gerade, so ist die reciproke Figur in Bezug auf den Berührungspunkt ein senkrechter Cylinder, vermittelt dessen die Krümmungscurven der gegebenen Rotationsoberfläche ebenfalls leicht bestimmt werden können.

Schulnachrichten.

A.

Uebersicht

der von Ostern 1871 bis Ostern 1872 in den einzelnen Klassen
behandelten Lehrpensä.

Prima.

Ordinarius: Der Director.

A. Sprachen.

Deutsche Sprache. Uebersicht der deutschen Literaturgeschichte von Lessing ab bis zu Göthe's Tod im Anschluß an die Lectüre, und zwar 1) von Lessing's prosaischen Schriften (nach dem Lesebuche von Hopf und Paulstet) und Emilie Galotti; 2) von Herders Sid; 3) von Göthe's Tasso; 4) von Schillers Maria Stuart. Alle vier Wochen wurde ein Aufsatz geliefert und beim Beginne jedes Vierteljahres ein freier Vortrag gehalten. 3 St. Im Sommerhalbjahr Dr. Bornhaf, im Winterhalbjahr Dr. Otto.

Lateinische Sprache. Repetitionen der lateinischen Syntax zu Anfang jedes Vierteljahres. Lectüre: Cicero pro lege Manilia und Sallust, de coniur. Catil. 3. St. Im Sommer Dr. Bornhaf, im Winter Deichert.

Französische Sprache. Lectüre: Athalie von Racine und Histoire de Charles I. von Guizot nach der Ausgabe von Baedeker in Essen. Grammatik nach Borel, schriftliche und mündliche Uebungen zur Einübung und Befestigung der grammatischen Regeln; alle 4 Wochen ein französischer Aufsatz. 4 St. Heuser.

Englische Sprache. Lectüre: Aus Walter Scott's Quentin Durward, edit. Tauchnitz p. 82—223 gelesen. Grammatik: Die Regeln wurden in englischer Sprache vorgetragen, erläutert, durch mündliche und schriftliche Beispiele eingeübt und durch Extemporalien befestigt. Alle Monate ein freier Aufsatz. 3 St. Oberlehrer Dr. John.

B. Wissenschaften.

Religion. Im Sommerhalbjahr wurde nach Darlegung des paulinischen Lehrbegriffs der Römerbrief gelesen. Im Winterhalbjahr wurde unter Berücksichtigung der wichtigsten Unterscheidungslehren die evangelische Glaubenslehre behandelt. 2 St. Dr. Otto.

- Geographie.** Geschichte der Geographie, insbesondere der geographischen Entdeckungen von den ältesten Zeiten bis in die Gegenwart. Zuletzt Repetition der gesammten Topographie und Statistik mit Berücksichtigung der Landesproducte und Handelsverhältnisse 2 St. Professor Dr. Ritzing.
- Geschichte.** Deutsche, französische und englische Geschichte vom Jahre 1273 bis zum Jahre 1815 im Anschluß an den Leitfaden von Dietrich. 2 St. Im Sommerhalbjahr Dr. Bornhak, im Winterhalbjahr Schöber.
- Physik. Mechanik.** Die Gesetze der Statik. Repetition der Dynamik. 1 St. Experimentalphysik. Die Erscheinungen und Gesetze der Electricität, die Gesetze der Wellenbewegung und die Akustik. 2. St. Der Director.
- Chemie.** Die ganze organische Chemie und zwar im Sommer: die Kohlenhydrate, Alcohol, Aether, ätherische Oele, Fette, Harze, Farbstoffe und Proteinsubstanzen. Im Winter: die Säuren und Alkaloide. Schriftliche Arbeiten in der Classe. 2 St. Professor Dr. Ritzing.
- Mathematik.** Algebraische Analysis nach dem Lehrbuche von Stern. 2 St. Analytische Geometrie: Die Eigenschaften der geraden Linie, des Kreises, die besonderen und allgemeinen Eigenschaften der Kegelschnitte nach dem Lehrbuche von Fort und Schlömilch, Uebungen in der Behandlung von Aufgaben, zuletzt als Extemporalien. 3 St. Der Director.

C. Fertigkeiten.

- Zeichnen.** Freihandzeichnen nach Gypsmodellen mit Esompe und zwei Kreiden. Architektonisches Zeichnen, Maschinenzeichnen, Planzeichnen. 3 St. Zeichenlehrer Schrader.
- Singen.** Chorgesänge aus der Sammlung von Erk und Greif, eine Anzahl Motetten aus R. Runge's Motetten für Sopran, Alt, Tenor und Baß, op. 109, Heft I, vierstimmige Gesänge von Ed. Grell, sowie für gemischten Chor gesetzte Choräle wurden eingeübt, außerdem auch dem einstimmigen Choralgesange einige Stunden gewidmet. 2 St. Weiber.
- Turnen.** Ordnungsübungen: Aufzüge zum Zwecke der Aufstellung für Freiübungen. Freiübungen: Zusammengesetzte Bewegungen der Arme, Beine und des Rumpfes.
Geräthübungen: Springen in die Weite, Höhe, Tiefe über die Schnur vom Sprung- und Sturmbrette. Sprünge, Geschwünge, Gesprünge und Fuchtsprünge auf und über das Pferd oder Reck. Quer- und Seitensprünge in und über und Knickstützübungen im Barren. Hangarten an festen und beweglichen Geräthen. Drehungen um die Längen-, Breiten- und Tiefenaxen im Hang, Stütz, Sitz und Stand am Reck, Barren, Pferd und den Schaukelringen. Turnspiele. 2 St. Turnlehrer Weidner.

Secunda.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. John.

A. Sprachen.

- Deutsche Sprache.** Im Sommerhalbjahr wurden ausgewählte lyrische Gedichte von Göthe und Schiller im Anschluß an das Lesebuch von Gopp und Paulstel (Th. II.) gelesen und erklärt; im Winterhalbjahr Schillers Wallenstein. Bei der Erklärung zugleich Besprechung der

wichtigsten Punkte aus der Poetik und Rhetorik und Anknüpfung literar-historischer Notizen. Die Schüler wurden veranlaßt, den Inhalt des Gelesenen zu recapitulieren; außerdem wurden freie Vorträge über den Inhalt der Odyssee gehalten. Die monatlich anzufertigenden Aufsätze wurden größtentheils in der Klasse disponirt und besprochen. Im Sommer: Dr. Otto, im Winter: Schöber.

Lateinische Sprache. Genauere Behandlung und Repetition des größten Theils der Syntax, verbunden mit mündlicher Uebersetzung von Uebungsstücken aus Spieß III, sowie vierzehntägigen Exercitien oder Extemporalien. 2 St. Gelesen wurde im S.: *Caesaris de bell. Gall. II* und III, 1—6; im W.: *Ovidii Metamorph. lib. III* und Theile aus lib. IV. (ed. Siebelis) nach Durchnahme der lateinischen Prosodie und des Wichtigsten aus der Metrik. 2. St. Zusammen 4 St. Dr. Dieze.

Französische Sprache. Lectüre: *Considérations sur les causes de la grandeur des Romains et de leur décadence* von Montesquieu Cap. 16 bis zu Ende; dann *Théodose le Grand* von Fléchier p. 1—101. Grammatik: § 55 bis § 124 nach Borel's Grammatik. Alle 14 Tage ein längeres Exercitium. 4 St. Oberlehrer Dr. John.

Englische Sprache. Lectüre: *Tales of a Grandfather (Stories taken from the history of France)* von W. Scott p. 180—200, dann p. 1—53. Grammatik: Die Regeln der Grammatik wurden vorgetragen, erläutert und durch mündliche und schriftliche Uebungen befestigt. Alle 14 Tage ein Exercitium. 3 St. Derselbe.

B. Wissenschaften.

Religion. Im Sommerhalbjahr wurde das Evangelium Matthäi gelesen und erklärt. Im Winterhalbjahr wurde die Einleitung in die Bücher des alten Testaments behandelt, wobei die wichtigsten Abschnitte aus denselben gelesen und erklärt wurden. 2 St. Dr. Otto.

Geographie. Die politische Geographie der europäischen Staaten mit besonderer Rücksicht auf Deutschland. 1 St. Professor Dr. Küzing.

Geschichte. Römische Geschichte von Gründung der Stadt bis zum Jahre 180 p. Chr. Im Sommersemester Deichert, im Winter Schöber.

Physik. Statik der festen, flüssigen und luftförmigen Körper. Bearbeitung physikalischer Aufgaben. 2 St. Oberlehrer Dr. Krenzlin.

Chemie. Die Metalloide und Leichtmetalle und ihre Verbindungen. Stöchiometrische Uebungen. 2 St. Professor Dr. Küzing.

Naturgeschichte. Krystallographie, dann die ganze Dryctognosie. Im Winter Geognosie mit besonderer Rücksicht auf Deutschland, insbesondere auf den Harz. 2 St. Prof. Dr. Küzing.

Mathematik. Repetition und Erweiterung der Lehre von der Proportionalität, ebene Trigonometrie, nach Grunert's Lehrbuche der Mathematik. 3 St. Die Rechnungen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen, Auflösung der Gleichungen des 1. und 2. Grades. 2 St. Der Director.

C. Fertigkeiten.

Zeichnen. Freihandzeichnen nach Gypsmodellen und Vorlegeblättern mit Estompe und zwei Kreiden; architektonisches Zeichnen, Maschinenzeichnen, Planzeichnen. 2 St. Zeichenlehrer Schrader.

Singen. Siehe Prima.
Turnen. Siehe Prima.

Ober-Tertia.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Kreuzlin.

A. Sprachen.

Deutsche Sprache. Prosaische und vorzüglich poetische Lesestücke aus Gopf und Paulsiet II, 1 wurden nach Inhalt und Form erläutert und nebst historischen Themen zu freien Vorträgen, zu Dispositionen oder zur Declamation verwendet. Im letzten Vierteljahr schloß sich daran die Lectüre und Erläuterung von Schiller's Tell, nachdem eine kurze Darlegung der verschiedenen Gattungen und Darstellungsformen in Poesie und Prosa, sowie Einzelnes aus der Metrik und Rhetorik vorausgegangen war. Alle 3 Wochen wurden Aufsätze, bisweilen Uebersetzungen aus Caes. bell. Gall. angefertigt. 3 St. Dr. Diege.

Lateinische Sprache. In drei wöchentlichen Stunden wurde der größte Theil der Syntax durchgenommen und durch Uebersetzen aus Spieß für III eingeübt, in den zwei anderen Stunden Caesaris bell. Gall. com. III und V, 1—24 gelesen. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. 5 St. Dr. Diege.

Französische Sprache. Lectüre: Charles XII. von Voltaire p. 25—103 gelesen; dann einige Fabeln von Lafontaine. Grammatik: Wiederholung der unregelmäßigen Verben; Einübung der Satzlehre nach Schmig' Elementarbuch II, durch mündliche und schriftliche Uebersetzungen. Alle 14 Tage ein Exercitium. 4 St. Oberlehrer Dr. John.

Englische Sprache. Lectüre: Walter Scott's Tales of a Grandfather Cap. III bis Cap. VI. Grammatik nach Wagner (edit. Herrig) § 218 bis § 441. Häufige Wiederholung der Zahlwörter, Pronomina, regelmäßigen und unregelmäßigen Conjugationen. Alle 14 Tage ein Exercitium. 3 St. Derselbe.

B. Wissenschaften.

Religion. Die Heilsgeschichte des neuen Testaments wurde unter fortlaufenden Lectüren der Evangelien und ausgewählter Abschnitte aus der Apostelgeschichte behandelt. Im Anschluß daran wurde ein Ueberblick über die Kirchengeschichte und eine genauere Darlegung der Reformationgeschichte gegeben. Aus dem Luther'schen Katechismus wurde das 4. und 5. Hauptstück erklärt. 2 St. Dr. Otto.

Geographie. Die europäischen Staaten mit besonderer Berücksichtigung Englands, Frankreichs und Rußlands. 2 St. Professor Dr. Kitzing.

Geschichte. Brandenburgisch-preussische Geschichte in Verbindung mit der deutschen Geschichte bis zum Jahre 1815 nach Voigt's Leitfaden. 2 St. Im Sommer Dr. Bornhak; im Winter Schöber.

Naturwissenschaft. Im Sommer: Krystallographie. Dann Vorführung der chemischen Elemente, Erläuterung der chemischen Grundbegriffe und Einübung der chemischen Zeichensprache und

Nomenclatur. Im Winter: Die Metalloide und ihre vorzüglicheren Verbindungen. 3 St.
Im Sommer: Professor Dr. Küzing, im Winter: Dr. Nauhaus.

Mathematik. a. Geometrie: Lehre von der Gleichsichtigkeit und Ähnlichkeit der Figuren nach
Grunert's Lehrbuche, planimetrische Aufgaben aus dem 1. und 2. Theile der Sammlung von
Gandner und Junghans. Alle 3 Wochen eine schriftliche Arbeit. b. Arithmetik: Repetition
des Pensums der Unter-Tertia, Rechnung mit Potenzen und Wurzeln, Auflösung der Glei-
chungen des ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. 4 St. Oberlehrer Dr. Krenzlin.
Praktisches Rechnen. Die schwierigeren Aufgaben aus der Gesellschafts- und Mischungsrechnung
und den anderen für den Geschäftsverkehr wichtigen Rechnungsarten; Repetition der Flächen-
und Körperberechnung. 2 St. Derselbe.

C. Fertigkeiten.

Zeichnen. Im Sommer: Freihandzeichnen nach Gypsmodellen und Vorlegeblättern mit Estompe
und zwei Kreiden; nach Wandtafeln (Köpfe im Profil, en face und $\frac{3}{4}$). Im Winter: Per-
spective mit Anwendung der Distanzpunkte. 2 St. Zeichenlehrer Schrader.

Singen. Siehe Prima.

Turnen. Ordnungsübungen: Aufzüge zum Zwecke der Aufstellung für Freilübungen. Freilübungen:
Zusammengesetzte Bewegungen der Beine, Arme und des Rumpfes (Übungsreihen und Übungs-
folgen). Geräthübungen: Weit- und Hochsprünge vom Sprung- und Sturmbrette über die
Schnur. Sprünge und Geschwänge auf und über das Pferd. Auf-, Ab- und Umschwünge
am Reck. Schwingen im Streck und Unterarmstütz in die Sitze auf dem Barren und zum
Stande neben demselben, sowie Drehungen um die Längen- und Breitenachse im Querstütz und
Querhang. Turnspiele. 2 St. Turnlehrer Weidner.

Unter-Tertia.

Ordinarius: Realschullehrer Dr. Clafen.

A. Sprachen.

Deutsche Sprache. Ausgewählte Gedichte und Prosastücke des Lesebuchs von Hopf und Paul-
sief (II, 1) wurden gelesen, erläutert und zum Theil memorirt. Die Satzlehre wurde mit be-
sonderer Berücksichtigung des zusammengesetzten Satzes und der Periode repetirt. Alle 3
Wochen ein Aufsatz; alle 2 Monate ein freier Vortrag. 3 St. Deichert.

Lateinische Sprache. Die Casuslehre wurde repetirt und erweitert, die Lehre vom Gerundium,
Gerundiv, Infinitiv, den temporalen, causalen, finalen, consecutiven Nebensätzen durchgenommen.
Im Anschluß hieran mündliches und schriftliches Uebersetzen aus Spieß' Leitfaden (IV). Lec-
türe: im Sommer schwerere Stücke aus Ellendt's Materialien, im Winter aus Caesar de
bello gall. I, I. Alle 14 Tage ein Exercitium. 5 St. Deichert.

Französische Sprache. In der Grammatik wurden nach Schmitz II, Abschn. I, die Substan-
tiva, Adjectiva, Pronomina, Zahlwörter, Präpositionen, Conjunctionen, die unregelmäßigen

Verba repetirt, die Gallicismen gelernt und aus Abschnitt II die Cap. 1—5 über Wortstellung, Verbum, Casus und Präpositionen und Artikel durchgenommen und die einschlagenden französischen und deutschen Uebungsstücke mündlich und schriftlich übersezt; ebenso zur Einübung des Fragsatzes die Abschnitte aus Schmitz p. 178 ff. Lectüre: Rollin: Miltiade, Socrate, Pyrrhus. Alle 14 Tage ein Exercitium. 4 St. Heuser.

Englische Sprache. Nach Absolvierung der nöthigsten Leseregeln und Uebungen wurden nach Gesenius Lehrbuch I. Curfus die 24 Capitel des 2. Abschnitts durchgenommen und an den zugehörigen Uebungsstücken schriftlich und mündlich eingeübt. Aus dem 2. Theile wurden nebenher die Erzählungen 1—18 gelesen, die deutschen Beispiele zu Uebersetzungen u. Exercitien benutzt und daran die ersten Versuche zur zusammenhängenden englischen Erzählung geknüpft; zuletzt wurde die Story of Macbeth p. 170 gelesen. Alle 14 Tage ein Exercitium. 3 St. Heuser.

B. Wissenschaften.

Religion. Die Heilsgeschichte des alten Testaments wurde unter fortlaufender Lectüre der Geschichtsbücher des alten Testaments behandelt. Im Sommerhalbjahr wurden die Hauptstücke des Luther'schen Katechismus, im Winterhalbjahr die wichtigsten Kirchenlieder repetirt. 2 St.

Dr. Otto.

Geographie. Europa. Repetition der hydrographischen und orographischen Verhältnisse, dann Staatenkunde mit vorherrschender Rücksicht auf Deutschland. 2 St. Professor Dr. Kitzing.

Geschichte. Deutsche Geschichte bis zum 16. Jahrhundert mit besonderer Berücksichtigung der brandenburgisch-preussischen Geschichte nach Voigts Leitfaden. 2 St. Im Sommer: Deichert, im Winter: Schöber.

Physik. Die Elemente der Physik nach Heussi's Leitfaden. 3 St. Dr. Clafen.

Mathematik. a. Geometrie: Repetition der Lehre von den Dreiecken, dem Parallelogramm, Lehre vom Kreise und der Gleichflächigkeit; Lösung geometrischer Aufgaben; alle 3 Wochen eine schriftliche Arbeit. 2 St. b. Arithmetik: Rechnung mit Producten und Quotienten; Quadrirung zusammengesetzter Ausdrücke; negative Zahlen; vermischte Reductionen. 2 St. Dr. Clafen.

Praktisches Rechnen. Zins-, Rabatt-, Vertheilungs-, Mischungs- und Kettenrechnung; zusammengesetzte Regel de tri; Quadrat- und Kubikwurzelanziehung; Flächen- und Körperberechnung. 2 St. Dr. Clafen.

C. Fertigkeiten.

Zeichnen. Im Sommer: Freihandzeichnen nach Wandtafeln (Köpfe im Profil, en face und $\frac{3}{4}$)

Im Winter: Perspective mit Anwendung der Distanzpunkte. 2 St. Zeichenlehrer Schrader.

Singen. Siehe Prima.

Turnen. Siehe Ober-Tertia.

Quarta A.

Ordinarius: Realschullehrer Schöber.

A. Sprachen.

Deutsche Sprache. Die Lehre vom Satzbau und von der Interpunction ward durchgenommen, profaische und poetische Stücke aus dem Lesebuch von Hopf und Paulsief gelesen, erklärt und der Inhalt derselben von den Schülern wiedererzählt. Einzelne Gedichte wurden auswendig gelernt, zum Theil von der ganzen Klasse, zum Theil von den Einzelnen besondere und recitirt. Alle Monate ward ein Theil des Lesebuchs im Zusammenhange von den Schülern wiedererzählt. Alle 14 Tage ein Aufsatz. Im Sommer: Dr. Bornhaf, im Winter: Schöber.

Lateinische Sprache. Repetition der Formenlehre. Die Congruenz zwischen Substantivum und Adjectivum, Regeln über Präpositionen, Pronomina, Zahlwörter und Städtenamen, über **Acc. c. Inf.** und **Abl. abs.** im Anschluß an Spieß' Regeln der Syntax wurden mit den Schülern durchgenommen und die Beispiele aus Spieß' Leitfaden übersezt. Außerdem regelmäßige Uebersetzung aus Ellendis Lesebuch mit Beziehung auf die grammatischen Regeln. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Wöchentlich 6 St. Im Sommer: Dr. Bornhaf, im Winter: Schöber.

Französische Sprache. Repetition der Hilfsverba und der regelmäßigen Verba, namentlich in Verbindung mit dem persönlichen Fürworte, sowie des besitzanzeigenden und hinweisenden Fürwortes. Einübung der fragenden, bezüglichen und unbestimmten Fürwörter, der Adverbien, Präpositionen und Conjunctionen, sowie auch der unregelmäßigen Verba nach Schmitz I, § 73 bis 102 und II, Cap. 1—17. Lectüre einzelner Lesestücke aus Schmitz II. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. 5 St. Hinze.

B. Wissenschaften.

Religion. Die fünf Hauptstücke des Luther'scher Katechismus wurden erläutert, dazu die wichtigsten Beweisstellen aus der heiligen Schrift gelernt, sowie auch eine Anzahl Kirchenlieder. 2 St. Lehrer Donadt.

Geographie. Die außereuropäischen Erdtheile wurden nach ihren hydrographischen, orographischen und ethnographisch-statistischen Verhältnissen durchgenommen. Im Sommer: Asien und Australien. Im Winter: Afrika und Amerika. Zuletzt Repetitionen. 2 St. Prof. Dr. Kitzing.

Geschichte. Griechische und römische Geschichte mit Zugrundelegung von Jäger's Grundriß. 2 St. Im Sommer: Dr. Bornhaf, im Winter: Schöber.

Naturgeschichte. Im Sommer: Botanik. Die Linné'schen Classen und ihre Repräsentanten aus der Umgebung von Nordhausen. Im Winter: Zoologie, mit besonderer Rücksicht auf die Wirbelthiere. 2 St. Professor Dr. Kitzing.

Mathematik. a. Geometrie: Gerade Linie, Winkel, Congruenz der Dreiecke, Parallelogramm und Elemente der Kreislehre nach Grunert; Uebungssätze aus der Sammlung von Gantner und Jungheans. b. Arithmetik: Buchstabengrößen, Rechnung mit Summen, Differenzen, Pro-

ducten, Quotienten und entgegengesetzten Größen. Alle 3 Wochen eine schriftliche Arbeit. 4 St. Oberlehrer Dr. Krenzlin.

Praktisches Rechnen. Repetition der Regel de tri; hiernach Decimalbrüche, Prozent-, Gewinn- und Verlust- und Zinsrechnung. 2 St. Derselbe.

C. Fertigkeiten.

Zeichnen. Im Sommer: Freihandzeichnen nach Wandtafeln (Gesichtstheile, Köpfe im Profil und en face.) Im Winter: Elemente der Perspective mit Anwendung der Distanzpunkte. 2 St. Zeichenlehrer Schrader.

Schönschreiben. Deutsche und lateinische Currentschrift. 2 St. Lehrer Donadt.

Singen. Siehe Prima.

Turnen. Ordnungsübungen: Reihungen erster Art ohne Kreisen und Ausweichen. Gegen- und Winkelzüge im Reihentörper, Öffnen und Schließen in demselben. Freilübungen: Zusammen- gesetzte Bewegungen der Arme, Beine und des Rumpfes (Übungsfolgen). Geräthübungen: Springen in die Weite und Höhe über die Schnur vom Sprungbrett, in die Tiefe vom Sturmbrett. Klettern mit Beachtung der verschiedenen Beinschlüsse am Stangengerüst. Hinter- und Seitensprünge in die Sitze auf dem Pferde und Sprünge darüber hinweg. Schwingen im Stütz und Hang an festen und beweglichen Geräthen und Drehungen um die Längen-, Breiten- und Tiefenaxen im Stütz, Hang und Stand. 2 St. Weidner.

Quarta B.

Ordinarius: Realschullehrer Geuser.

Lehrpena wie in Quarta A.

Quinta A.

Ordinarius: Realschullehrer Dr. Otto.

A. Sprachen.

Deutsche Sprache. Aus Hops und Paulsief I, 2 wurden poetische und prosaische Stücke gelesen und erläutert, Gedichte memorirt und Uebungen im Wiedererzählen angestellt. Die Lehre von den Wortklassen, vom ausgebildeten einfachen und vom zusammengezogenen Satz wurde repetirt, die Lehre vom zusammengesetzten Satz, sowie von der Interpunction durchgenommen. Alle 14 Tage wurde abwechselnd ein Diktat zur Einübung der Orthographie und Interpunction gegeben oder ein Aufsatz gefertigt. 4 St. Dr. Otto.

Lateinische Sprache. Die regelmäßige Formenlehre wurde repetirt, die Genusregeln, die unregelmäßige Declination und Conjugation wurden durchgenommen und eingeübt, desgleichen einige wichtige Regeln der Syntax (nach Spieß). Bei den mündlichen und schriftlichen Uebungen im Uebersetzen aus dem Lateinischen ins Deutsche und aus dem Deutschen ins Lateinische wurden Spieß I und II benutzt, alle 14 Tage wurde ein Prologo angefertigt. 6 St. Dr. Otto.

Französische Sprache. Im Anschluß an Schmitz' Elementarbuch (Pect. 1—72) wurden durchgenommen und eingeübt die Declination, die Conjugation der Hilfsverba und die regelmäßigen Conjugationen, das Adjectiv, das Zahlwort, das persönliche, besitzanzeigende und hinweisende Fürwort. Alle 14 Tage ein Exercitium. 5 St. Lehrer Hünze.

B. Wissenschaften.

Religion. Biblische Geschichte des Alten- und Neuen-Testaments als weitere Ausführung des Pensums der Sexta im Anschlusse an die Lectüre der Bibel. Aus dem Luther'schen Katechismus wurden gelernt und erläutert die 3 ersten Hauptstücke und darauf bezügliche Bibelsprüche, außerdem eine Anzahl ausgewählter Psalmen und Kirchenlieder. 3 St. Lehrer Donadt.

Geographie. Hydrographie und Orographie von Europa nach Ritzings Elementen. 3 St. Melzer.

Naturgeschichte. Im Sommer: Botanische Terminologie. Im Winter: Naturgeschichte des Menschen. 2 St. Im Sommer: Dr. Clasen, im Winter: Dr. Nauhaus.

Rechnen. Die vier Grundrechnungen mit gemeinen Brüchen, Preisberechnungen, Einübung des neuen Maßes und Gewichts. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. 4 St. Oberlehrer Dr. Krenzlin.

C. Fertigkeiten.

Zeichnen. Grundbegriffe der Perspective. Geometrische Constructionen. Uebungen im Zeichnen symmetrischer Gebilde nach einfachen Ornamenten, architectonischen Gliedern, Vasen, Rosetten, Blattformen. 2 St. Zeichenlehrer Schrader.

Schönschreiben. Deutsche und lateinische Currentschrift. 2 St. Lehrer Donadt.

Singen. Erweiterung der Kenntniß der musikalischen Zeichen, Treßübungen nach Grundlage des Dreiklanges und R. Kunze's „Gesangunterricht nach Noten“; Einübung von Chorälen, patriotischen und anderen Liedern. 1 St. Lehrer Meiber.

Turnen. Ordnungsübungen: Ziehen in verschiedenen Bahnen. Reihungen erster Art ohne Kreisen und Ausweichen. Öffnen und Schließen im Reihenkörper. Freiübungen: Einfache Bewegungen der Arme, Beine und des Rumpfes. Schrittarten. Geräthübungen: Springen in die Weite über die Schnur vom Sprungbrett, in die Tiefe vom Sturmbrett. Klettern mit geringer Beachtung der Beinschlüsse am Stangengerüste. Hintersprünge in die Sitze, Auf- und Abschwünge vom Pferde. Hangarten an festen und beweglichen Geräthen. Sprünge in den Quer- und Seitenstil am Neck und am Barren, Turnspiele. 2 St. Turnlehrer Weidner.

Quinta B.

Ordinarius: Realschullehrer Melzer.

Lehrpenfa wie in Quinta A.

Sexta A.

Ordinarius: Realschullehrer Dr. Dieze.

A. Sprachen.

Deutsche Sprache. Ausgewählte Lesestücke in Poesie und Prosa aus Gopf und Paulstet I, 1 wurden erläutert und zum Theil wiedererzählt oder memorirt. Daran knüpften sich Uebungen in der Orthographie und nach Durchnahme der Lehre von den Redetheilen Erklärung des nackten und erweiterten einfachen Satzes. Im Winterhalbjahr wechselten mit den wöchentlichen orthographischen Uebungen kleine häusliche Aufsätze ab, meist an die Lectüre sich anlehnend. 4 St. Dr. Dieze.

Lateinische Sprache. Außer der regelmäßigen Declination und Conjugation wurden die Capitel von der Comparation, dem Numeralen, Pronomen und der Präposition durchgenommen und eingeübt im Anschluß an Kühner's Grammatik und Spieß's Uebungsbuch zum Uebersetzen aus dem Lateinischen in's Deutsche und umgekehrt I. Die Lesestücke wurden regelmäßig vor der mündlichen Uebersetzung und Erläuterung schriftlich präparirt und darauf größtentheils zu den wöchentlichen Exercitien oder Extemporalien benützt. 8 St. Dr. Dieze.

B. Wissenschaften.

Religion. Ausgewählte biblische Geschichten des Alten und Neuen Testaments aus den Güttersloher „auserlesenen biblischen Historien.“ Die beiden ersten Hauptstücke des Luther'schen Catechismus wurden gelernt und erläutert, außerdem im Anschlusse an das Kirchenjahr eine Anzahl Kirchenlieder. 3 St. Lehrer Donadt.

Geographie. Die Elemente der mathematischen Geographie, das Weltmeer und seine Theile, die außereuropäischen Erdtheile nach Rützing. 3 St. Dr. Clafen.

Rechnen. Die Grundrechnungen mit ganzen unbenannten und mit einfach benannten Zahlen, Einführung in die Münz-, Gewichts-, Maß- u. Eintheilung, das Decimal-Metersystem, Resolution und Reduction, die Grundrechnungen mit mehrfach benannten Zahlen und Wesen der Brüche. 6 St. Meiber.

C. Fertigkeiten.

Zeichnen. Erläuterung der geometrischen Grundbegriffe, Grundbegriffe der Perspective, Zeichnen geometrischer Figuren u. 2 St. Zeichenlehrer Schrader.

Schönschreiben In der ersten Hälfte des Schuljahrs Tactschreiben (Einübung der deutschen und lateinischen Currentschrift); in der zweiten Hälfte Rücksichtnahme auf die Orthographie neben Einübung der richtigen Form. 4 St. Lehrer Donadt.

Singen. Erläuterung der Noten, Treßübungen nach Grundlage des Dreiklänges, Einübung der gebräuchlichen Kirchenmelodien und verschiedener Volks-, Kriegs- und Vaterlandslieder. 1 St. Meiber.

Turnen. Ordnungsübungen: Ziehen in verschiedenen Bahnen; Reihungen erster Art ohne Kreisen

und Ausweichen. Freilübungen: Einfache Bewegungen der Arme und Beine; Nachstellgang seitwärts und Schrittwechselgang vorwärts. Geräthübungen: Springen in die Weite, Stürmen, Gehen auf Schwebegeräthen, Klettern ohne Beachtung der verschiedenen Weinschlüsse am Stangengerüst, Arten des reinen und gemischten Hanges an Rack und Barren. Turnspiele. 2 St. Turnlehrer Weidner.

Sexta B.

Ordinarius: Realschullehrer Deichert.

Lehrpenfa wie in Sexta A.

Verzeichniß

der von den Schülern der drei oberen Klassen in deutschen, französischen und englischen Aufsätzen bearbeiteten Themata.

Deutsch.

Prima: 1) Welche Folgen hatte das Aufgeben der Licinischen Gesetze für den römischen Staat? 2) *Gutta cavat lapidem non vi, sed saepe cadendo.* 3) Welche Folgen hatten die italienisch-französischen Kriege des fünfzehnten und sechzehnten Jahrhunderts? 4) Charakteristik Cids. 5) Ueber den elegischen Charakter des Herbstes. 6) Ist die Behauptung des Sprichworts: „Ehre verloren, Alles verloren“ vollkommen richtig? 7) Welche Hindernisse treten in Göthe's Hermann und Dorothea als Motive der Handlung auf? (Klassenarbeit.) 8) Entwicklung der Handlung in Göthe's Torquato Tasso. 9) Die Tugend ist der höchste Schatz.

Secunda: 1) Der Ackerbau, der Hebel der menschlichen Cultur. 2) Inhalt und Bedeutung von Schillers „Klage der Ceres“. 3) Jeder ist seines Glückes Schmied. 4) Reden ist Silber, aber Schweigen ist Gold. 5) Welche religiösen Vorstellungen hatte Göthe in den Hymnen: „Gany-med“, „Grenzen der Menschheit“ und „das Göttliche“ ausgesprochen? (Klassenarbeit.) 6) Wissen ist Macht (Chrie). 7) Zweck des Wallenstein'schen Lagers und Charakteristik der darin vorkommenden Hauptpersonen. 8) Wodurch hauptsächlich scheiterte das Unternehmen Hannibals gegen Rom. 9) Charakteristik von Max Piccolomini nach Schiller. 10) Führt Pompejus den Beinamen „der Große“ mit Recht oder nicht?


Ober-Tertia: 1) Der Kohnstein bei Nordhausen. 2) Ein Tag auf dem Lande. 3) Die Berührungen der Römer mit gallischen und germanischen Völkerschaften vor Cäsars gallischen Kriegen. 4) Nordhausen seit fünf Jahren. 5) Die Lüge, ein Schandfleck am Menschen. 6) *Mens sana in corpore sano.* 7) Wollen und Vollbringen. 8) Sinn und Bedeutung des Wortes Schule. 9) Gertrud und Hedwig, Parallele aus Schillers Tell. 10) Was Hände bauten, können Hände stürzen (Tell. I, 3) 11) Uebersetzung von *Caes. bell. Gall. lib. IV, 1–30.*

Französisch.

Prima: 1) Les frontières naturelles. 2) Premier Acte d'Athalie. 3) La tradition de la fondation de Rome. 4) La mort du comte Strafford. 5) Traité de Verdun. 6) Lycurgue. 7) Chute de la maison des Stuarts. 8) François I. et Charles-Quint. 9) Mithridate, roi de Pont.

Englisch.

Prima: 1) Origin of the Hanseatic league and its beneficiat effects on commerce. 2) On History. 3) Origin and progress of the papal power. 4) State of the Duchy of Milan at the commencement of the 16th. ceutury and the right of succession to it. 5) On Reading. 6) Eward IV, king of England. 7) Prussia now-a-days compared to Prussia sixty years ago. 8) The Great Men under the reign of Elizabeth, Queen of England. 9) Henry IV, king of France. 10) Desolate situation of Germany after the 30 years' war. 11) Frederic II, king of Prussia, surnamed the great.



Uebersicht

des Lehrplanes für das Schuljahr 1871—1872.

Lehrgegenstände.	Sexta B	Sexta A	Quinta B	Quinta A	Quarta B	Quarta A	Unter-Tertia.	Ober-Tertia.	Secunda	Prima.	Summa.
	wöchentliche Stunden.										
Religion	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	24
Deutsch	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	34
Lateinisch	8	8	6	6	6	6	5	5	4	3	57
Französisch	5	5	5	5	4	4	4	4	36
Englisch	3	3	3	3	12
Geschichte	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	35
Geographie											
Physik	3	.	2	3	25
Chemie	3	2	2	
Naturgeschichte	2	2	2	2	.	.	2	.	54
Mathematik	4	4	4	4	5	5	
Practisches Rechnen	6	6	4	4	2	2	2	2	.	.	19
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	
Schreiben	4	4	2	2	2	2	16
Singen	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	4
Turnen	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	10

Mit Genehmigung des königlichen Provinzial-Schul-Collegiums wurde während des Wintersemesters Herr Schulamts-Candidat Dr. Nauhaus als Probandus beschäftigt und demselben der naturwissenschaftliche Unterricht in Ober-Tertia und Quinta A übertragen.

II.

Auszug aus den Verordnungen der vorgesetzten Behörden.

Verfügung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 21. April 1871. Der Lectionsplan der Realschule für das Sommersemester 1871 wird zur Ausführung genehmigt.

Verfügung des Königl. Unterrichts-Ministeriums vom 1. April 1871. Die von Prof. Dr. Müller redigirte „Zeitschrift für preussische Geschichte und Landeskunde“ wird zur Anschaffung für die Schulbibliothek empfohlen.

Verfügung des Wohlöbl. Patronats vom 7. Juni 1871. Der Director wird ver-

anlaßt, diejenigen Zöglinge der Anstalt, in deren Familien Pocken-Erkrankungen auftreten, für die Dauer dieser Krankheit vom Schulbesuche abzuhalten.

Verfügung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 8. Juni 1871. In Veranlassung der von des Kaisers und Königs Majestät auf den 18. Juni angeordneten kirchlichen Friedensfeier wird der Director aufgefordert, die Zöglinge der Anstalt durch einen der Bedeutung des Gedenktages entsprechenden Schul-Actus am 17. Juni auf die kirchliche Festfeier vorzubereiten.

Mittheilung des Wohlöbl. Magistrates vom 20. Juni 1871. Das Lehrer-Collegium erhält die Benachrichtigung, daß die Stadt Nordhausen am Sonntage, den 25. Juni, den aus dem Feldzuge heimgekehrten Kriegeren aus der Stadt ein Fest im Gehege geben werde, und die ehrende Aufforderung, in Begleitung der Schüler der beiden oberen Klassen an dem Festzuge des erwähnten Tages Theil zu nehmen.

Durch Verfügung des Königl. Unterrichts-Ministeriums vom 30. Juni 1871 und auf Antrag des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 3. Juni wird die bisherige 1. ordentliche Lehrerstelle der Anstalt zur etatsmäßigen 3. Oberlehrerstelle, die bisherige 1. wissenschaftliche Hilfslehrerstelle zur 6. ordentlichen Lehrerstelle erhoben und demgemäß der bisherige 1. ordentliche Lehrer der Anstalt, Herr Dr. Krenzlin, zum Oberlehrer, der bisherige wissenschaftliche Hilfslehrer, Herr Dr. Clasen, zum ordentlichen Lehrer befördert.

Verfügung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 11. Juli 1871. Die Einführung des Hilfsbuches für den evangelischen Religionsunterricht von Hollenberg, des Hilfsbuches für den Unterricht in der Geschichte von Herbst und des Schulgesangbuches für höhere Lehranstalten von Eissfeldt wird genehmigt.

Verfügung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 5. October 1871. Der Lectionsplan der Realschule für das Wintersemester 1871/72 wird zur Ausführung genehmigt.

Mittheilung des Wohlöbl. Magistrates vom 25. October 1871. Auf den Beschluß der städtischen Behörden, zur Erinnerung an den glücklich beendeten Feldzug eine Friedenseiche pflanzen zu lassen, wird das Lehrer-Collegium der Anstalt aufgefordert, in Begleitung der Schuljugend der Festfeier beizuwohnen.

Verordnung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 19. October 1871. Der Director wird davon in Kenntniß gesetzt, daß die regelmäßigen Berichte der Anstalten von nun an nach dem beigefügten, für sämtliche höhere Unterrichtsanstalten der Provinz entworfenen Terminkalender zu erstatten seien.

Verfügung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 28. September 1871. Die im Verlage von H. Nieter erschienenen naturwissenschaftlichen Beschreibungen und Abbildungen werden zur Berücksichtigung empfohlen.

Verordnung des Königl. Unterrichts-Ministeriums vom 31. October 1871. Der Director wird angewiesen, die Aufnahme neuer Schüler von der Vorbringung eines Attestes über die stattgehabte Impfung resp. Revaccination abhängig zu machen.

Chronik der Realschule für das Schuljahr 1871—1872.

Beim Beginne des Schuljahres am 17. April hatten wir die Freude, zwei Lehrer der Anstalt, Herrn Dr. Clasen und Herrn Meiber, nach langer Trennung in das Lehramt zurückkehren zu sehen. Der Erstere hatte während des deutsch-französischen Krieges in den Schlachten des 10. Corps glücklich mitgefochten, der Andere der Besatzung von Erfurt angehört. Auch Herr Oberlehrer Dr. John konnte nach längerer, gefahrvoller Erkrankung zu Anfang des Schuljahres seine Lehrthätigkeit wieder aufnehmen. Die Anstalt durfte ihr Glück preisen, unter den schweren Verlusten, welche während des verfloffenen Jahres so viele Lebenskreise getroffen hatten, allen drohenden Gefahren entgangen zu sein.

Herr Dr. Knaut verließ Ostern 1871 unsere Anstalt nach einer kurzen, aber in jeder Hinsicht fruchtbringenden Wirksamkeit, um einem Rufe an das Gymnasium zu Dels zu folgen. Die interimistische Verwaltung seiner Stelle wurde dem Schulamts-Candidaten Herrn Dr. Dieze übertragen. Am Schluß des Sommersemesters folgte auch Herr Dr. Vornhak einem Rufe an die königliche Elisabethschule zu Berlin. Die Anstalt verlor in ihm einen Lehrer von bewährter Tüchtigkeit, dessen redlicher Charakter, dessen Gewissenhaftigkeit und Treue in der Amtsführung bei seinen Collegen und Schülern eine dauernde Anerkennung finden wird. Die erledigte Stelle wurde durch Ascension besetzt und in die hierdurch vacant gewordene 5. ordentliche Lehrerstelle der Anstalt Herr Schulamts-Candidat Schöber berufen.

Gleichzeitig wurde auch mit Genehmigung des königlichen Provinzial-Schul-Collegiums Herr Dr. Rauhaus als Probecandidat an unserer Anstalt beschäftigt.

Das Sommersemester führte uns in eine erinnerungsreiche Zeit ein. Es kehrten die Siegestage wieder, die wir in der Unruhe einer erregten Zeit durchlebt hatten, und forderten uns auf, ihrer unvergänglichen geschichtlichen Bedeutung zu gedenken, die ihnen der Friede und die politische Wiedergeburt unseres Volkslebens gegeben hatte. Am 17. Juni wurde in der Anstalt eine Vorfeier des von Seiner Majestät dem Kaiser und Könige für den folgenden Tag angeordneten allgemeinen Friedensfestes abgehalten. Die Feier wurde durch den Gesang des Coetus und das vom Oberlehrer Dr. John gesprochene Gebet eingeleitet. Hierauf folgte ein Choralgesang des Schülerchors und die Festrede des Directors, in welcher derselbe im Anschluß an die Worte (2. Mos. c. 15): „Der Herr ist meine Stärke und Lobgesang, und ist mein Heil. Der Herr ist der rechte Kriegsmann“ ausführte, wie das deutsche Volk auch in dem letzten Kriege mit Gott für König und Vaterland gekämpft und von Gott seinen ehrenvollen Frieden empfangen habe. Den Schluß der Feier bildeten die von Schülern der Anstalt vorgetragenen poetischen Schilderungen einzelner Kriegserlebnisse und ein Hymnus des Schülerchors. Am Nachmittage desselben Tages machten Lehrer und Schüler einen gemeinsamen Ausflug nach der nahe gelegenen Burgruine Hohnstein. An der am 25. Juni von den Wohlwöblichen städtischen Behörden veranstalteten Bewillkommungsfeier der einheimischen Krieger theilte sich im Festzuge der städtischen Corporationen und Gewerke

auch das Collegium der Anstalt und die Schüler ihrer ersten und zweiten Klasse. Auch das Real-
schulgebäude war an dem genannten Tage wie viele andere Privathäuser der Stadt festlich geschmückt.
Herr Kunstgärtner Kaiser hatte die Güte, der Anstalt eine große Anzahl geeigneter Blattpflanzen
zu leihen, welche nach Anordnung des Oberlehrers Herrn Dr. Krenzlin und Zeichenlehrers Herrn
Schrader im Eingange der Anstalt nischenförmig aufgestellt wurden und als trefflicher Hintergrund
die innerhalb der Nische aufgestellte Büste Sr. Majestät des Kaisers und Königs weithin sichtbar
machten. Am 29. October wurde auf Anordnung der Wohlwöblichen städtischen Behörden zur blei-
benden Erinnerung an das große Friedenswerk des verflossenen Jahres an einer geeigneten Stelle
des Geheges eine Friedensseiche gepflanzt. Das Collegium und der Coetus der Anstalt wohnten
auch dieser Feier bei.

Am 30. August fand in der St. Petrikirche die gemeinsame Abendmahlsfeier des Collegiums
und der confirmirten Schüler der Anstalt Statt, nachdem am Abend vorher der Religionslehrer der
Anstalt Herr Dr. Otto die vorbereitende Feier abgehalten hatte.

Der 10. November, Luthers Geburtstag, wurde in gewohnter Weise durch eine auf die Be-
deutung des Tages Bezug nehmende Ansprache des Directors gefeiert. Am darauf folgenden Mon-
tage versammelten sich Lehrer und Schüler der Anstalt in der St. Nicolaikirche, um der Einfüh-
rung des Herrn Superintendenten Wagner beizuwohnen.

Die Ordnung der übrigen Gedenktage der Anstalt, insbesondere für die milden Stiftungen der-
selben, ist auch in diesem Jahre die herkömmliche gewesen.

Durch die Fürsorge der Wohlwöblichen städtischen Behörden und nach Maßgabe der vorhan-
denen Mittel ist der Etat der Anstalt auch in diesem Jahre reichlicher ausgestattet worden, wofür
Ref. seinen ehrerbietigsten Dank ausspricht.

D.

Statistische Uebersicht.

1. Frequenz der Realschule.

Anzahl der Schüler	Prima.	Secunda.	Ober-Tertia.	Unter-Tertia.	Quarta A.	Quarta B.	Quinta A.	Quinta B.	Sexta A.	Sexta B.	Anzahl der Schüler in sämtlichen Klassen.
am Schlusse des vorigen Schuljahres	13	33	29	36	38	33	51	40	44	32	349
während des Sommersemesters 1871	15	31	38	49	39	42	51	32	35	48	380
während des Wintersemesters 1871—1872	15	26	33	46	38	41	45	29	40	47	360
in die Anstalt wurden aufgenommen			2	1	11		5		71		90
während des Schuljahres gingen ab	7	9	10	9	4	7	12	7	3	3	71

2. Frequenz der Vorbereitungsschule

in der ersten Klasse 53 Schüler

" " zweiten " 62 "

3. Veränderungen in dem Bestande der Unterrichtsmittel.

Mit Genehmigung des Königlichen Provinzial-Schul-Collegiums wird von Ostern 1872 an statt des bisher benutzten Lehrbuches von Petri das Hilfsbuch für den evangelischen Religionsunterricht von Hollenberg und an Stelle des Lehrbuches von Dittmar das Hilfsbuch für den Unterricht in der Geschichte von Herbst eingeführt werden.

4. Verzeichniß der durch Ankauf und Schenkung in die wissenschaftlichen Sammlungen aufgenommenen Lehrmittel.

a) für die Schulbibliothek wurden folgende Werke angeschafft: Die Fortsetzungen von Grunert's Archiv, Poggendorff's Annalen, Erdmann's Journal der Chemie, der Monatsberichte

der königlichen Preussischen Akademie der Wissenschaften, Lange's Bibelwerk, Grimm's Wörterbuch, Schmidt's Encyclopädie des gesammten Erziehungs- und Unterrichtswesens, Zarncke's literarischem Centralblatt und Stiehl's Centralblatt; ferner E. Spieß, Logospermaticos, Lecky's Sittengeschichte Europa's, D. Müller's Zeitschrift für preussische Geschichte und Landeskunde, Jahrgang 1871, F. Neber, Kunstgeschichte des Alterthums, W. R. Grove, die Verwandtschaft der Naturkräfte, H. Witt, die biblischen Geschichten alten und neuen Testaments, Kosbach, A., Untersuchungen über die römische Ehe, C. Sallusti Crispi Opera, rec. Kritzius, C. Sallusti Crispi Opera, ed. Fabri, Nagel, S., Französisch-englisches etymologisches Wörterbuch innerhalb des Lateinischen, Abel, König Philipp, der Hohenstaufe, Waitz, G., Jahrbücher des deutschen Reiches unter König Heinrich I., Wustmann, G., Göthe's Götz von Berlichingen, Dünker, H. und Eckardt, L., Erläuterungen zu den deutschen Klassikern, 12 Bände, Fiedler, W., die darstellende Geometrie.

Als Geschenke erhielt die Schulbibliothek:

Vom königlichen Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten: Ph. Wackernagel, das deutsche Kirchenlied, 3. Thl., von Herrn Oberlehrer Dr. Krenzlin, H. Pröhle, Harz und Kyffhäuser und Kosmäcker, der Wald, wofür Ref. seinen gehorsamsten Dank ausspricht.

b) Die Lesebibliothek der Schüler erhielt durch Ankauf und Schenkung folgende Bücher:

Prima: Die Hanse von Falke. — Markgraf Gero von Heine mann. — Der dreißigjährige Krieg von Biedermann. — Die Völkerschlacht bei Leipzig von Wuttke. — Cicero und seine Freunde von Boissier — Niederländische Geschichte von Wachsmuth. — Sammlung gemeinverständlicher wissenschaftlicher Vorträge über den Kreislauf des Wassers, über Licht und Wärme, über die elektrische Telegraphie, über die elektrischen Erscheinungen, über Zeitmaße und ihre Verwaltung durch die Astronomie. — Gräbe's sämtliche Werke.

Secunda. Hef, Rom unter Königen. Jäger, die punischen Kriege.

Ober-Tertia. König, der große Krieg gegen Frankreich. 2 Bde. Lipperheide, Lieder für Schutz und Trutz. Schleiden, für Baum und Wald. Berlepsch, die Alpen. Siebel, die nützlichen Vögel. Hauff, Lichtenstein. Eggers, König Wilhelm. Haken, Joachim Nettelbeck. 2 Bde. Hornung, Lesebuch für die Jugend. Schiller, Fiesko, die Räuber und Wallenstein. 2 Bde.

Unter-Tertia. Schmidt, Preussens Geschichte, B. I. Hiltl, Böhmischer Krieg, B. I. III. Wagner, im Grünen. Eine Alpenreise.

Quarta A. Hertzberg, Geschichte der messenischen Kriege. Günther, Geschichte der Perserkriege. Eggers, das Volksbuch von König Wilhelm.

Quarta B. Nettelbeck von Fr. Kühn. Leuthen von Fr. Kühn. Derfflinger von Fr. Kühn. Geschichten aus Livius von Goldschmidt. Die asiatischen Feldzüge Alexander's. des Großen von Hertzberg. 2 Bde. Geschichte des messenischen Krieges von Hertzberg.

Quinta A. Aus Trewendt's Jugendbibliothek: Nettelbeck. — Menschen Rath, Gottes That. — Du sollst nicht stehlen. — Saat und Ernte. — Gerhard Schenk. — König Wilhelm I. von Eggers. — Entdeckungsreisen im Wald und auf der Heide von Wagner.

Quinta B. Entdeckungsreisen in der Heimat. II. — Stadt und Land von H. Wagner.

Sexta A. Schmidt, der deutsche Krieg von 1866. Hoffmann, kleine Versammlungen. Hoffmann, das Wachfeuer, Hoffmann, der böse Geist. Eckenstein, Richard Whittington. Kühn, Seidlitz. Grimm, deutsche Volks- und Kindermärchen.

Sexta B. J. Hoffmann, rufe mich an in der Noth u. Fr. Hoffmann, ein guter Sohn. Schmidt, Oedipus und sein Geschlecht; Götter und Helden; Heroengeschichten aus der griechischen Vorzeit. Horn, von den zwei Savoyardenbüchlein. Gottfried Pollmann, ein Kongoneger. Schupp, das Büchlein vom Vater Arndt. Grimm, Kinder- und Hausmärchen.

Aus dem Nachlasse des verstorbenen Brennereibesizers Herrn H. Förstemann und nach dessen ausdrücklicher Bestimmung erhielt die Anstalt mehrere interessante und mit Dank aufgenommene Exemplare seiner naturhistorischen Sammlung.

E.

Maturitäts-Prüfung.

Ostern 1872 wurden in Gegenwart des königlichen Prüfungs-Commissarius Herrn Provinzial-Schulrathes Dr. Todt geprüft:

- 1) Albert Seidler aus Allstedt, 19½ Jahr alt, evangelischer Confession, Sohn des Lederfabrikanten Herrn Seidler zu Allstedt. Derselbe war 6½ Jahr auf der Schule, 2½ Jahr in der ersten Klasse und erhielt bei seinem Abgange das Zeugniß der Reife mit dem Prädicate „gut bestanden;“ er widmet sich der militärischen Laufbahn.
- 2) Franz Eichentopf aus Bemmungen, 22 Jahre alt, evangelischer Confession, Sohn des Decornomen Herrn Eichentopf zu Bemmungen. Derselbe war 7 Jahre auf der Schule, 2½ Jahr in der ersten Klasse und erhielt bei seinem Abgange das Zeugniß der Reife mit dem Prädicate „gut bestanden;“ er widmet sich dem Baufache.
- 3) Max Fischer aus Prag, 20½ Jahr alt, evangelischer Confession, Sohn des Maschinenbau-meisters Herrn Fischer zu Prag. Derselbe war 1½ Jahr auf der Schule und in der ersten Klasse und erhielt bei seinem Abgange das Zeugniß der Reife mit dem Prädicate „genügend bestanden;“ er widmet sich dem Baufache.
- 4) Richard Klauwell aus Langensalza, 22½ Jahr alt, evangelischer Confession, Sohn des Kaufmanns Herrn Klauwell zu Langensalza. Derselbe war 2 Jahre auf der Schule und in der ersten Klasse und nahm während des ersten Jahres als Feldproviandants-Assistent Theil an dem Feldzuge in Frankreich. Er erhielt bei seiner Entlassung das Zeugniß der Reife mit dem Prädicate „genügend bestanden“ und will sich dem Baufache widmen.

F.**Ordnung der öffentlichen Prüfung.**

Mittwoch, den 20. März.

Vormittags.

- 8 — 8 $\frac{3}{4}$ I. Religion. Herr Dr. Otto.
 8 $\frac{3}{4}$ — 9 $\frac{1}{2}$ I. Mathematik. Der Director.
 9 $\frac{1}{2}$ — 10 I. Geographie. Herr Prof. Dr. Ritzing.
 10 — 10 $\frac{1}{2}$ II. Französisch. Herr Oberlehrer Dr. John.
 10 $\frac{1}{2}$ — 11 II. Geschichte. Herr Schöber.
 11 — 11 $\frac{1}{2}$ Ober-III. Chemie. Herr Dr. Nauhaus.
 11 $\frac{1}{2}$ — 12 Ober-III. Praktisches Rechnen. Herr Oberlehrer Dr. Krenzlin.

Nachmittags.

- 2 — 3 VIA und VIB. Turnen. Herr Turnlehrer Weidner.

Donnerstag, den 21. März.

Vormittags.

- 8 — 8 $\frac{3}{4}$ Unter-III. Mathematik. Herr Dr. Clasen.
 8 $\frac{3}{4}$ — 9 $\frac{1}{2}$ Unter-III. Englisch. Herr Heuser.
 9 $\frac{1}{2}$ — 10 IVA. Mathematik. Herr Oberlehrer Dr. Krenzlin.
 10 — 10 $\frac{1}{2}$ IVA. Geschichte. Herr Schöber.
 10 $\frac{1}{2}$ — 11 IVB. Französisch. Herr Hünze.
 11 — 11 $\frac{1}{2}$ IVB. Deutsch. Herr Heuser.
 11 $\frac{1}{2}$ — 12 VA. Latein. Herr Dr. Otto.

Nachmittags.

- 2 — 2 $\frac{1}{2}$ VA. Religion. Herr Donadt.
 2 $\frac{1}{2}$ — 3 VB. Latein. Herr Melzer.
 3 — 3 $\frac{1}{2}$ VB. Rechnen. Herr Melzer.
 3 $\frac{1}{2}$ — 4 VIA. Latein. Herr Dr. Dieze.
 4 — 5 IVA. Turnen. Herr Turnlehrer Weidner.
 5 — 6 Ober-III. Turnen. Herr Turnlehrer Weidner.

Sonntag, den 23. März.

Vormittags.

- 8 — 8 $\frac{1}{2}$ VIB. Religion. Herr Keiber.
 8 $\frac{1}{2}$ — 9 VIB. Latein. Herr Deichert.

- 9 — 9½ Vorklasse I. Deutsch. Herr Bösel.
9½—10 Vorklasse I. Formenlehre. Herr Bösel.
10 — 10½ Vorklasse II. Rechnen. Herr Naumann.
10½—11 Vorklasse II. Religion. Herr Naumann.

Austheilung der Prämien und Entlassung der Abiturienten durch den Director.

Schlußgefang.

Die Aufnahme neuer Schüler findet am Freitag, den 5. April, und Sonnabend, den 6. April, Vormittags von 8—12 Uhr, im Klassenlocale der Secunda Statt.

Dr. Burghardt.

1871
1872
1873
1874
1875

Dr. August

Fig. 1.

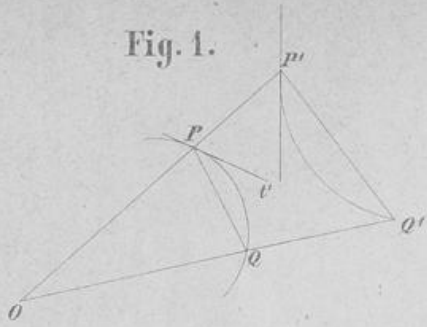


Fig. 2.

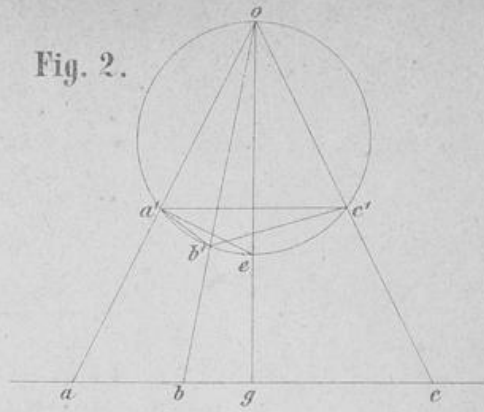


Fig. 3.

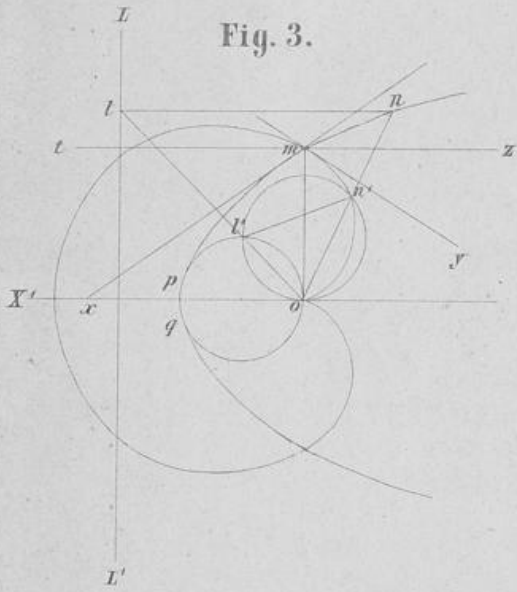


Fig. 4.

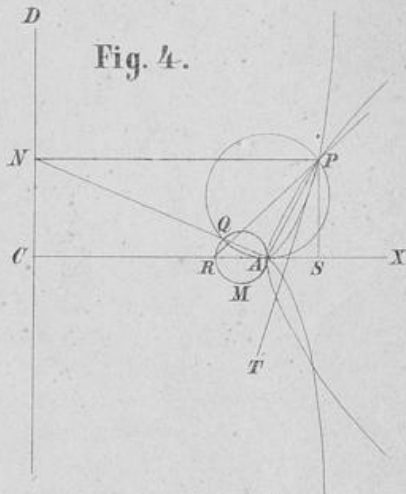


Fig. 5.

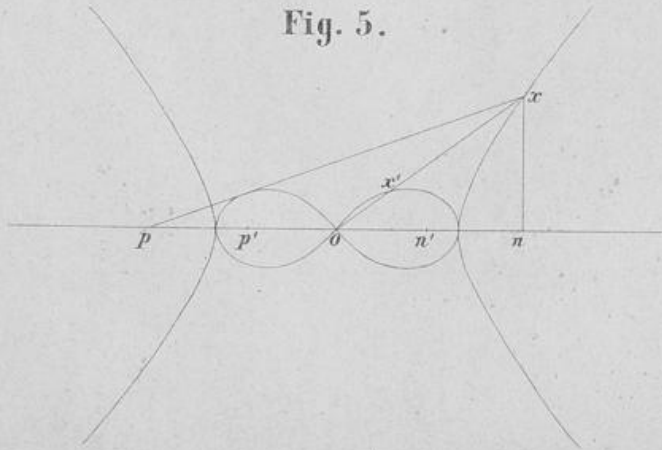


Fig. 1.

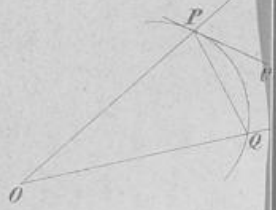


Fig. 3.

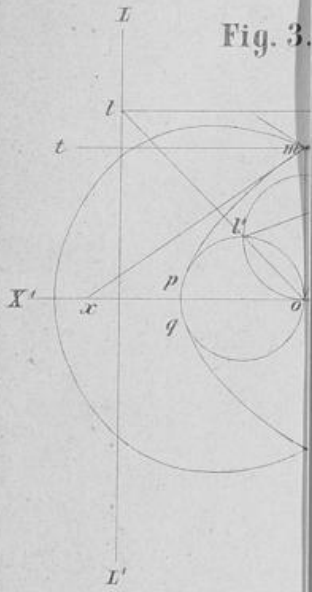
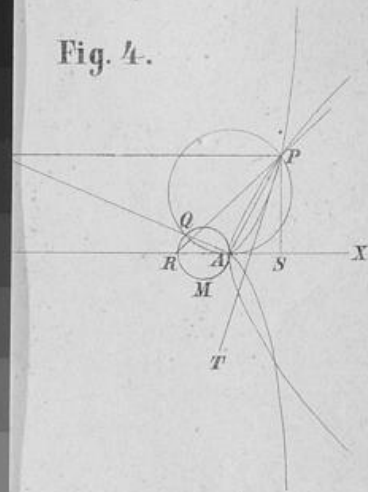
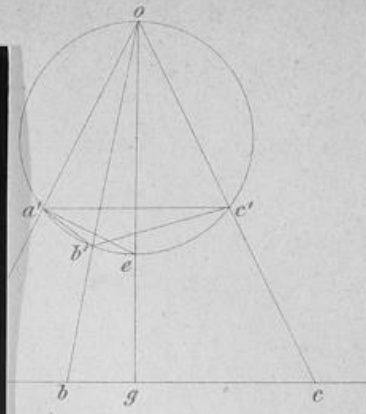


Fig. 4.



© The Tiffen Company, 2007

TIFFEN® Gray Scale

- A 1
- R 2
- G 3
- G 4
- B 5
- M 6
- W 8
- G 9
- K 10
- 11
- 12
- 13
- C 14
- 15
- Y 16
- M 17
- B 18
- 19

