Pytheas von Massilien und die mathematische Geographie.

Von Georg Mair.

I. Teil.

(Mit einer Tafel den Text erläuternder Figuren.)

Einleitung.

Zur Zeit des Pytheas, des bekannten Astronomen und Entdeckungsreisenden aus Massilien (Marseille), eines jüngeren Zeitgenossen des Aristoteles,[1]) war die von den Pythagoreern gewonnene Erkenntnis der Kugelgestalt der Erde schon ein alter und gemeinsamer Besitz der Astronomen und Geographen.[2])

Eine Folge dieser Erkenntnis und der schon von den jonischen Physikern [3]) beobachteten Tatsache, daß sich die Sonne im Verlaufe eines Jahres zwischen zwei Linien, die ihre Bahn gegen Norden und Süden abgrenzen, hin und her

[1]) Geschichte der wissenschaftlichen Erdkunde der Griechen von Hugo Berger, Professor der Geschichte der Erdkunde an der Universität Leipzig. Zweite verbesserte und ergänzte Auflage. Mit Figuren im Text. Leipzig. Verlag von Veit & Comp. 1903. S. 337. Vergleiche damit: Entdeckungsgeschichte von England im Altertum. Vortrag, gehalten auf dem VII. internationalen Geographen-Kongreß in Berlin im Jahre 1899 von W. Sieglin, Professor der historischen Geographie an der Universität Berlin. (Sonderabdruck aus den Verhandlungen des VII. internationalen Geographen-Kongresses in Berlin 1899.) Berlin 1900. S. 860.

[2]) Berger, l. c. S. 173 ff., 186 ff., 205 ff.

[3]) Anaximander von Milet, der um das Jahr 550 v. Chr. eine Erdkarte entworfen hat und mit dem Eratosthenes deshalb die wissenschaftliche Erdkunde beginnen läßt, stellte sich die Erde vor als einen Zylinderabschnitt, dessen Höhe sich zum Durchmesser seiner Oberfläche etwa wie 1 : 3 verhielt und welcher ursprünglich in gleicher Ebene mit dem Äquator der Weltkugel in paralleler Sphärenstellung gelegen hatte, durch eine Senkung nach Süden aber in die für die Entfaltung des Lebens auf seiner Oberfläche maßgebende schiefe Sphärenstellung gekommen war. Auf der bewohnbaren Oberfläche war eine kreisrund vorgestellte Erdinsel, die Ökumene, aus dem nach und nach unter der Einwirkung der Sonne durch Verdunstung zurücktretenden Meeresspiegel emporgetaucht. Sie war rings umgeben von dem äußeren Meere, dem salzigen Überreste der verminderten Wassermasse. Berger, l. c. Überblick S. 1; vergl. damit: Erster Teil. Die Geographie der Jonier. Erster Abschnitt. Die äußere Begrenzung der jonischen Erdkarte. S. 25.

Diese Vorstellung Anaximanders war schon ein großer Fortschritt im wissenschaftlichen Sinne gegenüber der älteren mythologischen Vorstellung, nach welcher die Erdscheibe bis an das Himmelsgewölbe reichte, weshalb der persönlich gedachte Helios in der Nacht im äußeren Meere um die Landveste herumfahren mußte, um zum Sonnenaufgaug zu gelangen. Berger, l. c. S. 33.

bewegt, war die vermeintliche Erkenntnis der Jahresbahn der Sonne (Ekliptik) und der dadurch hervorgerufenen Beleuchtungs- und Erwärmungsverhältnisse und die infolge dessen von den Pythagoreern, von Parmenides und den Eleaten ausgebildete Lehre von den fünf Zonen, in welche die Erde rücksichtlich ihrer Bewohnbarkeit eingeteilt wurde.[4a]) Drei von diesen Zonen, die verbrannte und die beiden kalten, galten als unbewohnbar.[4b])

Eine weitere Folge der Kenntnis der Kugelgestalt der Erde war der schon im fünften Jahrhundert v. Chr. unternommene Versuch, die Größe und den Umfang der Erde zu berechnen.

Die Möglichkeit der Lösung dieser Aufgabe war geknüpft an die Erkenntnis, daß jedem größten Kreise am Himmel ein größter Kreis der Erde entsprechen müsse, daß ferner diese beiden Kreise einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt haben und sich in einer Ebene befinden müssen, daß weiters zwischen zwei aus dem Mittelpunkte der Erde nach dem Himmel gezogenen Scheitellinien, welche beide Kreise scheiden, entsprechende Bogen derselben liegen, daß also die Bogen zwischen zwei Standpunkten auf Erden und zwischen den Scheitelpunkten dieser Standpunkte am Himmel sich genau entsprechen müssen, und daß man endlich den ganzen Kreis einteilen und somit das Verhältnis des Bogens zum ganzen Kreise bestimmen könne.

Die Aufgabe muß also gelautet haben: Man solle am Himmel die Scheitelpunkte zweier Standpunkte auf Erden, die in süd-nördlicher Richtung von einander abstehen, suchen, das Verhältnis des zwischen diesen Scheitelpunkten liegenden Bogens zum ganzen Kreise bestimmen, die terrestrische Entfernung der beiden Standpunkte auf Erden vermessen, und man wird durch Multiplikation dieser terrestrischen Entfernung mit der Zahl, welche angibt, wie vielmal jener Bogen im ganzen Kreise enthalten ist, den Umfang des größten Kreises der Erde erhalten.[5])

Die praktische Lösung dieser Aufgabe ersieht man aus folgendem Beispiel: Man bestimmte, daß im Zenith von Lysimachia am Hellespont der Kopf des Drachen, im Zenith von Syene in Oberägypten der Krebs stehe. (Figur 1.) Die Linie, auf welcher beide Städte liegen, ist der älteste und bleibende Hauptmeridian der griechischen Geographie. Der Bogen zwischen den beiden Scheitelpunkten wurde für den fünfzehnten Teil des Kreises angenommen und die Entfernung der beiden Städte auf 20.000 Stadien geschätzt; darnach gab man der Erde einen Umfang von 15×20.000 = 300.000 Stadien.[6])

Soweit war man um das Jahr 300 v. Chr. gekommen; jedoch die ersten Versuche reichen schon ins fünfte Jahrhundert v. Chr. zurück.[7])

Daß diese Methode sehr unvollkommen war und einerseits wegen der sehr ungenauen Zenithbestimmungen, andererseits wegen der Mangelhaftigkeit der Messungen der terrestrischen Entfernungen sehr ungenaue Resultate ergeben mußte, liegt auf der Hand.

[4a]) Berger, l. c. S. 197 ff., 206, 207 ff., Strabo II. 94.
[4b]) Berger, l. c. S. 208 ff.
[5]) Berger, l. c. S. 218, 219.
[6]) Berger, l. c. S. 219, 220.
[7]) Berger, l. c. S. 220.

Der Ruhm, eine genaue und exakte Methode der Erdmessung gefunden zu haben, gebührt dem Eratosthenes.

Eratosthenes bediente sich zu seinem Zwecke des in Alexandria gebräuchlichen Stundenmessers, der σκαφή, einer ausgehöhlten, nach oben offenen Halbkugel, in deren Mitte ein Gnomon (γνώμων, Sonnenzeiger, Zeiger an der Sonnenuhr) in senkrechter Richtung sich erhob und deren Erfindung dem Aristarch von Samos oder auch dem Babylonier Berosus zugeschrieben wird. (Figur 2.)

Mit Hilfe dieses Instrumentes war er imstande, die Ausdehnung des Mittagsschattens an einem gewissen Tage in ihrem Verhältnis zu einem in der Skaphe angebrachten halben Meridian, der in umgekehrter Lage den sichtbaren Teil des Meridians am Himmel wiedergab, zu bestimmen.

Er fand, daß der Mittagsschatten am Tage der Sommersonnenwende den fünfzigsten Teil des Meridians einnehme und gründete nun auf dieses mit Hilfe der Skaphe gefundene Verhältnis sein geometrisches Verfahren.

Unter der Voraussetzung, daß wegen der ungeheuren Größe der Sonne im Verhältnis zur Größe der Erde alle Sonnenstrahlen in paralleler Richtung zur Erde kommen, denkt sich Eratosthenes einen Gnomon in Syene unter dem nördlichen Wendekreise und einen anderen in Alexandria. Beide Städte verlegt er unter denselben Meridian. (Figur 3.) Am Mittag der Sommersonnenwende trifft ein Sonnenstrahl den Gnomon in Syene so, daß er, als gerade Linie mit der Achse des Gnomons zusammenfallend, bis in den Mittelpunkt der Erde verlängert werden kann. Ein anderer Sonnenstrahl trifft um dieselbe Zeit in Alexandria nur die Spitze des Gnomons und bildet mit der Achse desselben einen Winkel, durch welchen die oben gefundene Schattenlänge des Gnomons bedingt ist. Verlängert man die Achse des Gnomons von Alexandria auch bis zum Mittelpunkte der Erde, so schneidet diese Linie die Parallelen der beiden Sonnenstrahlen und bildet mit denselben Wechselwinkel. Die Spitze eines dieser Wechselwinkel liegt im Mittelpunkte der Erde, die Spitze des anderen zugehörigen aber liegt in dem Punkte, in welchem der nördlichere Sonnenstrahl die Spitze des Gnomons von Alexandria trifft. Da nun die Wechselwinkel gleich sind und da über gleichen Winkeln entsprechende Bogen liegen müssen: so entspricht der Bogen des Schattens in Alexandria dem Bogen des Erdmeridians, der zwischen den Fußpunkten der beiden Gnomonen in Syene und Alexandria liegt. Beide Bogen bilden also den fünfzigsten Teil des Meridians und, da nun die Entfernung zwischen Syene und Alexandria auf 5000 Stadien geschätzt ist, so muß der ganze Meridian der Erde 250.000 Stadien enthalten.[8]) Jedoch diese wahrhaft geniale Idee ist nicht plötzlich und unvermittelt im Geiste des Eratosthenes entstanden, sondern Eratosthenes wurde zweifellos durch die Methode, deren sich Pytheas zur Bestimmung des Zenithabstandes oder der Mittagshöhe der Sonne im Sommersolstitium zu Massilia bedient hatte, auf die Benützung des Gnomons hingewiesen.[9])

[8]) Berger, l. c. S. 407—409.

[9]) Berger, l. c. S. 407.

Welchen Zwecken dienten die astronomischen Beobachtungen, die Pytheas in Massilia und in der Nähe des Polarkreises anstellte?

Pytheas hatte das Verhältnis des Mittagsschattens zum Gnomon in seiner Vaterstadt Massilia zur Zeit der Sommersonnenwende gemessen und für dasselbe die Zahl $120 : 41^4/_5$ gefunden.[10a] Die Forscher, die sich mit der astronomischen Tätigkeit des Massalioten beschäftigt haben, neigen sich der Anschauung zu, daß Pytheas auf diese Weise die geographische Breite von Massilia habe ermitteln wollen. Vermutungsweise wird der Gedanke ausgesprochen, daß es sich dabei um die Bestimmung der Schiefe der Ekliptik gehandelt habe.[10b]

Es ist nun nirgends ausdrücklich überliefert, daß Pytheas durch diese Messung die Breite von Massilia habe bestimmen wollen; es kommt jedoch scheinbar auf dasselbe hinaus, wenn Hipparch überliefert, daß Pytheas die Stelle des Pols genauer ermittelt und den Zenithabstand der Sonne im Sommersolstitium zu Massilia beobachtet und durch den Winkel des Gnomonschattens genauer bestimmt habe.[11] Denn einerseits entspricht der Winkel des Gnomonschattens, wie wir oben gesehen haben, dem Meridianbogen zwischen dem Wendekreise und Massilia, andererseits hat ein Astronom, der die Stelle des Pols genauer ermittelt hatte, sicher auch Polhöhen gemessen; denn Polhöhe und Zenithabstand der Sonne haben eben die Kugelgestalt der Erde zu ihrer Voraussetzung und beide geben die Entfernung eines Ortes vom Äquator, erstere unmittelbar, letztere mittelbar, mit mathematischer Genauigkeit an.

Allerdings hat Pytheas durch Messung des Winkels des Gnomonschattens am Mittag des 21. Juni zu Massilia oder durch Messung des Zenithabstandes der Sonne die geographische Breite von Massilia nicht auf den Äquator, sondern auf den nördlichen Wendekreis bezogen; jedoch die Erwägung, daß er ganz bestimmt Polhöhen gemessen[12] und sich daher darüber klar gewesen sein muß, daß der Nordpol am Äquator sich 0^0 über den Horizont erhebt, zwingt uns geradezu zur Annahme, daß er auch imstande gewesen sein muß, die geographische Breite auch auf den Äquator zu beziehen.

[10a]) Strabo II. c. 134; Berger, l. c. S. 338.

[10b]) Berger, l. c. S. 338.

[11]) Strabo, p. 63, 71, 115; vergl. Karl Müllerhoff, deutsche Altertumskunde, I. Bd. Berlin 1870. S. 307—311; Georg Mair, auf alten Handelswegen, Pola 1903 (Programm des k. k. Staatsgymnasiums), S. 28.

[12]) Vergl. Wilhelm Sieglin, l. c. S. 861. Welchem Zwecke hätte denn sonst die Bestimmung des Pols dienen sollen? Etwa der Nautik? Die griechische Nautik war diesbezüglich so genügsam, daß sie sich mit der Leitung des großen Bären begnügte. Vergl. G. Mair, der karthag. Admiral Himilko ein Vorläufer und Wegweiser des Pytheas von Massilien. (Gymnasialprogramm). Pola 1899, S. 22, Anm. 49.

Pytheas war sich sowohl bei Bestimmung des Nordpols als auch bei der Ermittelung des Zenithabstandes der Sonne des Zweckes seines Tuns wohl bewußt und war sich vollkommen darüber klar, welchen Dienst er durch seine Methoden der mathematischen Geographie erweisen konnte.

Nun ist aber, wie sich bald ergeben wird, die Bestimmung der geographischen Breite durch Messung der Polhöhe ein viel einfacheres, leichteres und bequemeres Verfahren, das in jeder sternhellen Nacht Anwendung finden kann, als die eben beschriebene Methode.[13a])

Wenn nun Pytheas durch Messung der Polhöhe von Massilia die geographische Breite dieser Stadt auf eine viel einfachere, leichtere, bequemere und — so können wir sagen — genauere Art ermitteln konnte als durch Messung der Zenithdistanz der Sonne, so folgt daraus, daß die Ermittelung der geographischen Breite von Massilia durch Bestimmung des Zenithabstandes der Sonne nicht das Ziel gewesen sein kann, das Pytheas im Auge hatte.

Dieses Ziel können wir erkennen, wenn wir die Frage erörtern, auf welchen Voraussetzungen das Verfahren des Pytheas beruht.

Pytheas' Verfahren ruht auf der Voraussetzung, daß der Winkel des Gnomonschattens genau der Entfernung eines Ortes vom Wendekreis nach Norden hin entspricht. Der Schattenwinkel entspricht nämlich dem Zenithabstande der Sonne von Massilia oder, was dasselbe ist, dem Meridianbogen zwischen dem Wendekreise und dem Zenith von Massilia. Die in Bogengraden ausgedrückte Erhebung der Sonne über den Horizont um 12 Uhr mittags heißt man die Mittagshöhe der Sonne.

Pytheas kannte die Berechnung der Größe eines Winkels durch Bogengrade oder, was dasselbe ist, durch die entsprechende Sehne, weil er ja nach Hipparchs Zeugnisse den Zenithabstand der Sonne durch den Winkel des Gnomonschattens ausdrückte und weil er die Schiefe der Ekliptik durch die Seite eines in den Kreis eingezeichneten Fünfzehnecks bezeichnete und Hipparch nach Pytheas' Messungen die Breite von Massilia richtig mit etwas über 43° n. Br. angesetzt hat.[13b])

Der eine Schenkel des Winkels des Gnomonschattens ist der senkrecht auf einer horizontalen Ebene errichtete Gnomon, der andere der Sonnenstrahl, welcher die Spitze des Gnomons mit dem Schattenende auf der horizontalen Ebene verbindet. Denkt man sich nun auf dem Meridian von Massila unter dem Wendekreise eben einen solchen Gnomon aufgestellt, so würde der Sonnenstrahl, der am 21. Juni um 12 Uhr mittags die Spitze dieses Gnomons trifft, mit der Achse des Gnomons zusammenfallend, bis zum Mittelpunkte der Erde verlängert werden können. (Figur 4.) Denke ich mir nun auch die Achse des Gnomons von Massilia bis zum Mittelpunkte der Erde verlängert, so schneidet die Achse dieses Gnomons wieder die beiden Sonnenstrahlen, welche auf die Spitze beider Gnomonen auffallen und es entstehen Wechselwinkel, von denen einer an der Spitze des Gnomons in Massilia, der andere im Mittelpunkte der Erde liegt.

[13a]) Vergl. Gustav Hergt, die Nordlandfahrt des Pytheas. Inaugural-Dissertation etc. Halle a. S. 1893. S. 58. Nachdem Hergt dortselbst von der Gradeinteilung und Schattenmessung des Pytheas gesprochen, schreibt er also: „Nachdem (Pytheas) aber dann dem Himmelspol sein Interesse widmete, so mußte ihm besonders auf seiner Reise klar werden, daß, jemehr man gegen den Norden vordringt, der Himmelspol desto höher steigt, und daß die Gradmaße in demselben Verhältnisse stehen: kurzum, er mußte finden, daß man nach der Polhöhe weit leichter die Breite eines Ortes bestimmen kann als mit Hilfe des Gnomons."

[13b]) Vergl. Berger, l. c. S. 338.

Dem Winkel im Mittelpunkte der Erde entspricht der Meridianbogen zwischen dem Wendekreise und Massilia. Daher entspricht der Schattenwinkel des Gnomons in Massilia, weil ja Wechselwinkel einander gleich sind, ebenfalls dem Meridianbogen zwischen dem Wendekreis und Massilia.

Wie man sieht, unterscheidet sich das geometrische Verfahren des Eratosthenes von dem des Pytheas nur dadurch, daß man mittlerweile das unter dem Horizont liegende unsichtbare Himmelsgewölbe durch die Hälfte einer mit dem Mittelpunkte ihrer Oberfläche auf einer horizontalen Unterlage aufruhenden, nach oben offenen Hohlkugel zu ersetzen gelernt hatte.

Welche Entsprechungen haben in der Natur der Gnomon und die Horizontalebene, auf welcher der Gnomon senkrecht errichtet ist?

Die Spitze des Gnomons entspricht dem Zenith und die Horizontalebene dem Horizont des Ortes.

Verlängere ich nun den Gnomonschatten auf der Horizontalebene um 12^{h} mittags nach beiden Seiten hin, so erhalte ich den Meridian des Ortes. Dieser Meridian zeichnet sich auf der Unterlage als gerade Linie oder als gestreckter Winkel von 180^{0} ab. Dieser Winkel wird von dem Gnomon in zwei Hälften zu je 90^{0} zerlegt; der gegen Süden hin gelegene rechte Winkel setzt sich aus der Mittagshöhe und dem Zenithabstande der Sonne zusammen.

Bezeichne ich nun den Zenithabstand mit A und die Mittagshöhe mit M, so ist $M + A = 90^{0}$; daraus folgt, daß $M = 90^{0} - A$ ist. Ich erhalte also die Mittagshöhe der Sonne, wenn ich ihre Zenithdistanz von 90^{0} abziehe.

Es kann nach allem kein Zweifel sein, daß die Bestimmung der Mittagshöhe der Sonne am 21. Juni um 12^{h} mittags zu Massilia und nicht die Bestimmung der geographischen Breite von Massilia das Ziel war, welches Pytheas mit der Ermittelung des Zenithabstandes der Sonne erreichen wollte.

Dazu kommt noch eine andere Tatsache, welche die Richtigkeit der Annahme, Pytheas habe durch Messung des Winkels des Gnomonschattens im Sommersolstitium zu Massilia die Mittagshöhe der Sonne bestimmen wollen, beweist.

Pytheas hat nämlich zu Massilia noch eine zweite, beziehungsweise dritte astronomische Beobachtung gemacht, die er an anderen Orten wiederholte. Er bestimmte nämlich nicht nur das Verhältnis zwischen dem Schatten des Gnomons und dem Gnomon, sowie er auch den Zenithabstand der Sonne im Sommersolstitium um 12^{h} mittags zu Massilia gemessen hatte,[14]) sondern er beobachtete

---

[14]) Den ganzen Hergang muß man sich folgendermaßen vorstellen: Um den Fußpunkt des Gnomons als Mittelpunkt waren auf der Horizontalebene mehrere konzentrische Kreise gezogen. Entsprechend dem Vorrücken der Sonne am Himmel machte die Schattenlinie des Gnomons ihren Weg auf der horizontalen Unterlage im entgegengesetzten Sinne, wobei dieselbe, immer kürzer werdend, bis sie endlich um 12^{h} mittags das Maximum der Verkürzung erreichte, mit ihrer Spitze eine Kurve durch die konzentrischen Kreise beschrieb. Nach 12^{h} mittags nahm die Länge dieser Linie im umgekehrten Verhältnisse wieder zu, wie sie vor 12^{h} abgenommen hatte, und beschrieb auch die Kurve durch die konzentrischen Kreise im entgegengesetzten Sinne wie vormittags.

Bezeichnete nun Pytheas von Fall zu Fall den Schnittpunkt dieser Kurve und der einzelnen Kreise, so konnte er genau den Punkt der größten Verkürzung oder den Mittagsebendort auch die Länge des Tages im Sommersolstitium und setzte dieselbe

punkt fixieren. Die Verbindung dieses Punktes mit dem Fußpunkte des Gnomons ist die Mittagslinie.

Die Messung des Winkels wurde also durchgeführt;

Der Gnomon und sein Schatten um 12 h mittags im Sommersolstitium bilden einen rechten Winkel, dessen Hypotenuse durch die Linie bezeichnet wird, welche die Spitze des Gnomonschattens mit der Spitze des Gnomons verbindet. Diesen rechten Winkel kann ich auf die horizontale Fläche übertragen.

Beschreibe ich nämlich mit der Hypotenuse c als Radius einen Kreis (Figur 5) und errichte ich im Fußpunkte des Gnomons O eine Senkrechte auf den Gnomonschatten oder die Mittagslinie b und verlängere ich dieselbe nach beiden Seiten, bis sie den Kreis berührt, so vertritt die Hälfte dieser Sehne s oder $\frac{s}{2}$, die wir a nennen wollen, den Gnomon; b ist, wie gesagt, die Schattenlinie um 12 h mittags, die Hypotenuse c der Sonnenstrahl, welcher das Schattendreiek von der Spitze des Gnomons bis zur Spitze des Gnomonschattens begrenzt.

Nun hat Pytheas nach der Überlieferung das Verhältnis des Gnomonschattens zum Gnomon festgestellt; das Verhältnis des Gnomonschattens zum Gnonom wird mit $\frac{b}{a}$ bezeichnet; nun ist aber $\frac{b}{a}$ nichts anderes als die Tangente des Winkels α, welcher von dem Gnomon und dem das Schattendreieck begrenzenden Sonnenstrahl gebildet wird, oder $\frac{b}{a} = \text{tang. } \alpha$, woraus $b = a \text{ tang. } \alpha$ ist. Berechne ich aus dieser letzten Gleichung a, so ergibt sich $a = \frac{b}{\text{tang. } \alpha}$. Nun ist a, der Gnomon, eine immer sich gleichbleibende Größe und daher gleich 1; infolgedessen bekommt die erste Gleichung folgende Form: $\frac{b}{1} = \text{tang. } \alpha$ oder $b = \text{tang. } \alpha$; b ist also die Tangente des ihr gegenüberliegenden, vom Gnomon und dem Sonnenstrahl gebildeten Winkels α.

Nun kannte Pytheas die trigonometrischen Funktionen, wie sie Euler festgestellt hat, allerdings noch nicht; aber die innigen Beziehungen der Winkel und Seiten eines rechtwinkeligen Dreiecks zu einander waren schon den Chaldäern wohlbekannt.

Wenn wir nun in Pytheas' Sinne $b = \text{tang. } \alpha$ darstellen wollen, so muß b im buchstäblichsten Sinne des Wortes die Tangente eines Winkels α werden, der im Mittelpunkte eines mit dem Radius 1 beschriebenen Kreises liegt; ferner muß diese Tangente begrenzt sein einerseits vom Radius 1, andererseits vom anderen, den Winkel α begrenzenden und die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks bildenden Schenkel.

Dies können wir durch eine Konstruktion erreichen.

Beschreiben wir mit a als den Radius 1 von der Spitze des Gnomons aus als Mittelpunkt einen Kreis, so ist b tatsächlich die Tangente des Winkels α, welche den angegebenen Bedingungen entspricht.

Geometrisch gesprochen heißt jetzt die Gleichung $b = \text{tang. } \alpha$: die Größe des Winkels α im Zentrum des mit dem Radius 1 beschriebenen Kreises wird ausgedrückt durch die einerseits vom Radius, andererseits vom zweiten Schenkel dieses Winkels begrenzten Tangente b; auf unseren Fall angewendet heißt die Gleichung: die Größe des Schattenwinkels an der Spitze des Gnomons wird bezeichnet durch den Schatten des Gnomons.

Pytheas hat aber das Verhältnis des Gnomons zu seinem Schatten, nicht umgekehrt, bestimmt. Er drückt nach der unten entwickelten Formel den Winkel β durch die halbe Sehne des Zentriwinkels aus; damit war auch der komplementäre Winkel α an der Spitze des Gnomons bestimmt.

Aus Figur 5 ersieht man auch, wieso es kam, daß die Chaldäer und, ihnen folgend, die Griechen den Bogen durch die entsprechende Sehne ausdrückten.

In Figur 5 ist $\frac{a}{c} = \sin. \beta$; daraus ist $a = c \sin. \beta$, weshalb die ganze Sehne — $s = 2 c \sin. \beta$ sein muß. Betrachte ich c als den Einheitsradius eines Kreises, an dem das Gesetz der Entsprechungen zwischen Sehne und Bogen der verschiedenen dem Kreise eingezeichneten Vielecke abgeleitet wurde, und setze ich daher $c = 1$, so ist $a = \sin. \beta$ und dem-mit $15^h\ 15'$ ὡρῶν ἰσημερινῶν, d. h. mit 15 Isemerinstunden fest.[15a]) — Was sind ὧραι ἰσημεριναί und durch welches Instrument wurden sie gemessen?

Eine ὥρα ἰσημερινή, eine Isemerin- oder Äquinoktialstunde ist der 24. Teil eines Sterntages, d. h. jenes Zeitraumes, innerhalb dessen der gestirnte Himmel einen einmaligen Umschwung vollzieht. Sie entspricht daher ganz genau unserer modernen Stunde, während die Stunden, in die man im Altertum den Tag im bürgerlichen Leben einteilte, nur zur Zeit der Äquinoktien mit unseren Stunden übereinstimmten. Die Einführung der ὧραι ἰσημεριναί, eines in wissenschaftlicher Hinsicht in jeder Beziehung wohl begründeten Zeitmaßes, in die Wissenschaft der Astronomie rührt von Pytheas her, „dem deshalb der Ruhm gebührt, die ὥρα zuerst als $^1/_{24}$ des Tages für immer zu einem bestimmten Zeitmaße gemacht zu haben".[15b])

Gemessen wurden die Isemerinstunden durch die einfachste aller Sonnenuhren, welche im mathematischen und konstruktiven Sinne die Voraussetzung aller übrigen Sonnenuhren bildete, nämlich durch die Äquinoktial- oder Äquatorialuhr.

Es ist dies eine Scheibe, deren Zifferblatt der Ebene des Himmelsäquators und deren darauf im Mittelpunkte senkrecht errichteter Stift (Gnomon, Zeiger) der Himmelsachse parallel ist. Um den Fußpunkt des Stiftes als Mittelpunkt wird auf der Scheibe ein Kreis beschrieben, der in 24 gleiche Teile zu je 15^0 — so weit rückt die Sonne in einer Stunde vor — eingeteit wird; hierauf werden die Teilungspunkte durch Radien mit dem Fußpunkte des Stiftes verbunden und die Scheibe so gedreht, daß der Radius, welcher den Ausgangspunkt der Teilung mit dem Mittelpunkte verbindet, in die Ebene des bereits vorher mittels des Gnomons ermittelten Meridians fällt. Der Schatten des Stiftes muß dann im wahren Mittag des Ortes genau auf den im Norden stehenden Anfangspunkt der Teilung, zu jeder anderen Stunde auf den entsprechenden Punkt der Teilung fallen.

Die Äquatorialuhr muß auf der oberen und unteren Seite der Scheibe ein Zifferblatt haben, ersteres für die Zeit, wo die Sonne über, letzteres für die Zeit, wo sie unter dem Äquator steht. Auf einer solchen Uhr spiegelt sich der Sonnenumlauf Tag für Tag mit kosmischer Genauigkeit ab. Aber Wolken und Nebel machten eine solche Uhr unbrauchbar. Der Gedanke, sich von der Gnade des Himmels unabhängig zu machen, lag daher nahe und seine Ausführung war leicht.

Man brauchte nur zur Zeit der Tag- und Nachtgleiche eine κλεψύδρα, wie solche seit alter Zeit im Gebrauche waren,[16]) genau nach der Äquatorialuhr zu graduieren und man hatte einen vom Sonnenlaufe unabhängigen Zeitmesser. Einer Klepsydra bedurfte man übrigens auch, um den Nachtbogen der Sonne zu messen oder die Dauer der Nacht nach Isemerinstunden festzustellen.

nach $s = 2 \sin. \beta$, d. h. die halbe Sehne entspricht dem Bogen des ihr gegenüberliegenden Winkels und die ganze Sehne entspricht dem doppelten Bogen jenes Winkels.

[15a]) Strabo c. 134; K. Müllenhoff. D. A. I. S. 308; G. Mair, auf alten Handelswegen, S. 28.

[15b]) Hergt, l. c. S. 55, Anmerkung 1, und Georg Mair, auf alten Handelswegen, S. 28.

[16]) Berger, l. c. S. 269, 270.

Was beabsichtigte Pytheas mit der Beobachtung der Tageslänge im Sommersolstitium?

Die Tagesdauer ist nichts anderes als das Zeitmaß für den Tagesbogen der Sonne; der Tagesbogen der Sonne seinerseits wiederum ist durch den Abstand der Sonne vom Horizonte um 12^h mittags oder die Mittagshöhe der Sonne und ihre Morgen- und Abendweite bedingt und die Sonnenhöhe sowie ihre Morgen- und Abendweite wiederum ihrerseits sind abhängig von der geographischen Breite.

Nun hat Pytheas die geographische Breite von Massilia sicherlich durch kein anderes Verfahren als durch Messung der Polhöhe bestimmt; die Mittagshöhe der Sonne war ihm auch bekannt: daher konnte es ihm in unserem Falle nur um die Ermittelung der durch das Zeitmaß ausgedrückten Größe des Tagesbogens der Sonne zu tun sein.

Die Sonne schreitet in einer Stunde 15^0 vor; daher war es, weil das Verhältnis des Tages- und Nachtbogens der Sonne gegeben war, die Mittagshöhe der Sonne durch Rechnung gefunden werden konnte und die geographische Breite durch direkte Messung der Polhöhe bestimmt war, daher war es also nicht schwer, den Tagesbogen der Sonne und seine Neigung gegen den Horizont unter Rücksichtnahme auf die Morgen- und Abendweite zu konstruieren und auf einer künstlichen Sphäre darzustellen.

Sonnenhöhe und Tagesdauer stehen zur Sommerszeit in keinem genau sich entsprechenden Verhältnisse; die Sonnenhöhe nimmt nach Norden hin nicht im gleichen Verhältnisse zu wie der Tagesbogen und die Tagesdauer. Der Grund liegt in der Schiefe der Ekliptik, d. h. in der Neigung der Sonnenbahn zum Himmelsäquator, wie die Astronomen des Altertums, die infolge ihres geozentrischen Standpunktes den Schein für Wirklichkeit hielten, die Sache sich zurecht legten,[17]) in Wirklichkeit aber in der Neigung der Erdachse zur Erdbahn.

Von der Schiefe der Ekliptik hatten bereits die Jonier eine bestimmte Vorstellung und sie war allen folgenden Geographen und Astronomen bekannt, wenn sie auch die Größe des Winkels lange nicht genau ausdrücken konnten.[18])

Die Neigung der Erdachse zur Erdbahn oder die scheinbare Neigung der Sonnenbahn zum Himmelsäquator wird bezeichnet durch die Neigung des Gnomons der Äquatorialuhr zur scheinbaren Jahresbahn der Sonne, in Wahrheit zur Erdbahn.

Bei der Kleinheit des Durchmessers der Erdbahn im Verhältnisse zur unendlichen Größe des Weltenraumes weist der Gnomon immer auf denselben Punkt im Weltenraume, den sogenannten Drehpunkt, πόλος, hin.

Für die Schiffahrt galt als Himmelspol der Polarstern, der aber zur Zeit des Hipparch (250 v. Chr.) 12^0 vom wahren Nordpol entfernt war.[19])

Den wahren Himmelspol trifft die Meridianebene; der Meridian ist aber nichts anderes als die Verlängerung des Gnomonschattens im wahren Mittag des Ortes.

---

[17]) Ausgenommen ist Aristarch von Samos, der das kopernikanische Weltsystem lehrte. Berger, l. c. S. 180 ff, 560 ff.

[18]) Berger, l. c. S. 197 ff.

[19]) G. Mair, auf alten Handelswegen, S. 28.

Stelle ich nun die Äquatorialuhr so auf, daß die Vertikalebene des Sonnenzeigers mit der Meridianebene zusammenfällt und der Sonnenzeiger jenen Winkel mit dem Horizonte des Beobachtungsortes einschließt, wie der Strahl des Polarsterns, und reguliere ich die Stellung der Uhr weiters in dem Sinne, daß an den Tagen der Äquinoktien nur der Rand der Scheibe beleuchtet ist, beide Flächen der Scheibe aber im Streiflichte der Sonne, d. h. im Schatten liegen: so muß die Verlängerung des Sonnenzeigers genau den wahren Himmelspol treffen.

Will man den wahren Himmelspol durch Visieren finden, so muß man den Sonnenzeiger als Dioptra einrichten und die Scheibe in der Richtung der Dioptra durchbrechen.

Noch einfacher und noch viel genauer kann man den wahren Himmelspol finden, wenn man den Sonnenzeiger als Fernrohr benützt oder in genau paralleler Richtung mit dem Sonnenzeiger eine Röhre mit enger Visierspalte anbringt. Spannt man über die als objektiv dienende Lichtung der Röhre ein Fadenkreuz, dessen Schenkel horizontal und vertikal gerichtet sind, so muß der Kreuzungspunkt der beiden Fäden genau den wahren Himmelspol bezeichnen.[20])

Ist die Röhre entsprechend lang, so daß sie das Tageslicht abhält, so kann man die Kreisbewegung der Circumpolarsterne auch untertags beobachten.

Fast will es mir bedünken, daß Pytheas auf die zuletzt geschilderte Weise den Nordpol bestimmt habe; denn er lehrte nach Hipparch,[21]) der eigentliche Pol sei ein sternloser Punkt am Himmel, der mit drei in der Nähe befindlichen Sternen nahezu ein regelmäßiges Viereck bilde. Nach einer Berechnung Försters, die mit einer früher von Lelewel ausgesprochenen Ansicht zusammentraf, wird man mit Müllenhoff annehmen müssen, daß Pytheas unter jenen drei Sternen β des kleinen Bären und α und $\varkappa$ des Drachen gemeint habe.[22])

Dies ist alles ganz einleuchtend; es fragt sich aber, ob die Astronomen des Altertums zur Messung der Isemerinstunden anderer Uhren als der Skaphe sich bedienten.

Es ist ein besonderes Glück, daß unsere Annahme urkundlich bezeugt ist. Athenaeus erwähnt bei der Beschreibung des Schiffes des Hiero auch einen πόλος, der genau nach dem Vorbilde der Sonnenuhr auf der Achradina eingerichtet war.[23]) Dieser πόλος kann aber, wie der Name beweist, nichts anderes gewesen sein, als eine Äquatorial- oder Äquinoktial-Sonnenuhr, deren Sonnenzeiger nach dem Pol wies.[24])

Wenn nun Pytheas die Stelle des Pols genauer, als es bis dahin möglich gewesen war, feststellen und den Tagesbogen der Sonne im Sommersolstitium zu Massilia durch die Dauer des längsten Tages, die er mit $15^h\ 15'$

---

[20]) Vergl. zum Ganzen G. Mair, auf alten Handelswegen, S. 27, 28.

[21]) Hipparch ad Arat. p. 30 ed. Manit. Berger, l. c. S. 338, Anm. 6.

[22]) Müllenhoff, D. A. I. S. 234. Vergl. Berger, l. c. S. 338, 339.

[23]) Athenaeus V., 42: *Τούτου δ' ἐφεξῆς σχολαστήριον ὑπῆρχε — βιβλιοθήκην ἔχον ἐν αὐτῷ, κατὰ δὲ τὴν ὀροφὴν πόλον ἐκ τοῦ κατὰ τὴν Ἀχραδίνην ἀπομεμιμημένον ἡλιοροπίου.*

[24]) Vergl. Gustav Hergt, l. c. S. 49.

ὡρῶν ἰσημερινῶν ermittelt hatte, und durch die Mittagshöhe der Sonne zur Darstellung bringen konnte: so ergibt sich hieraus mit aller Sicherheit, daß Pytheas vor der Erfindung der σκαφή mit einer Äquatorialuhr gearbeitet haben muß; denn die Äquatorialuhr allein zerlegt den Tagesbogen der Sonne in mehr als 12 gleiche Teile, während bei allen übrigen Sonnenuhren das Prinzip der Zwölfteilung strenge durchgeführt war.[25])

Da der nach dem Nordpol gerichtete Sonnenzeiger des Polos oder der Äquatorialuhr die Polhöhe anzeigte, so konnte man in jeder sternhellen Nacht mittels dieses Instrumentes die Polhöhe oder die geographische Breite bestimmen. Zugleich konnte man den Polos als Kompaß benützen, da er ja die Richtung der Mittagslinie genau angab.[26])

Nach den bisherigen Erörterungen war es dem Massalioten bei den in seiner Vaterstadt angestellten astronomischen Beobachtungen darum zu tun, das Verhältnis des Tages- und Nachtbogens der Sonne im Sommersolstitium zu Massilia und seine Neigung zum Horizont genau zu ermitteln.

Da aber die Mittagshöhe der Sonne und ihr Tagesbogen an einem bestimmten Tage abhängig sind von der geographischen Breite, so folgt daraus, daß Pytheas, wenn er das Phänomen von Massilia zur wissenschaftlichen Grundlage seiner weiteren Beobachtungen in nördlicheren Breiten machen wollte, auch die geographische Breite von Massilia bestimmt haben muß.

Die geographische Breite ließ sich nach dem damaligen Stande der Kenntnisse und Hilfsmittel durch eine einmalige Beobachtung der Mittagshöhe der Sonne überhaupt nicht bestimmen; es hätten wenigstens an vier Tagen des Jahres, nämlich an den Solstitien und Äquinoktien, diesbezügliche Beobachtungen gemacht werden müssen;[27]) durch Messung des Tagesbogens der Sonne oder durch Beobachtung der Tageslänge war dies erst recht nicht möglich, weil man erst anfing, die Beziehungen zwischen geographischer Breite und Tagesbogen zu erforschen.

Man ist daher förmlich zur Annahme gezwungen, daß Pytheas die geographische Breite von Massilia durch die einfachste, bequemste und genaueste aller Methoden, durch Messung der Polhöhe, bestimmte, und zwar ist man zu dieser Annahme umsomehr gezwungen, als gerade Pytheas die Stelle des Pols genauer ermittelt hatte. Die genaue Bestimmung des Pols konnte aber nur dem Zwecke der Breitenmessung dienen.

Aus allen diesen Gründen ist die nach Hipparch von Pytheas herrührende Bestimmung der geographischen Breite von Massilia umso sicherer auf Pytheas zurückzuführen, als Hipparch nach dem ausdrücklichen Zeugnisse Strabos vier

[25]) G. Bilfinger, die Zeitmesser der antiken Völker. Stuttgart 1886. S. 6. Vergl. zum Ganzen G. Mair, auf alten Handelswegen, S. 28, 29.

[26]) Hergt, l. c. S. 49. Vergl. jedoch zur Frage, welchen Kompasses die Phönizier und Pytheas bei ihren Nachtfahrten sich bedienten, G. Mair, auf alten Handelswegen, S. 32 ff.

[27]) Die Lösung des Problems ist nämlich abhängig von einer genauen Kenntnis des Abstandes der beiden Wendekreise vom Äquator. Diese Kenntnis hatte man nicht; denn hätte man diese Abstände messen oder berechnen können, so hätte man auch eine klare Vorstellung von dem Winkel haben müssen, den die Jahresbahn der Sonne mit dem Äquator einschließt, was aber vor Pytheas nicht der Fall war.

in nördlicheren Breiten angesetzte und auf Massilia bezogene Parallelkreise aus Pytheas' verloren gegangener Schrift entlehnt hatte.[28])

Nachdem Strabo in der angezogenen Stelle überliefert hat, daß nach dem Zeugnisse Hipparchs am Borysthenes und im Keltenlande zur Zeit der Sommersonnenwende das Licht der Sonne auf seiner Wanderung vom Untergange zum Aufgange einen hellen Schein verbreite, zur Zeit der Wintersonnenwende dagegen die Sonne sich höchstens 9 Ellen über den Horizont erhebe, heißt es dortselbst weiter: „In jenen Gegenden aber, welche von Massilia 6300 Stadien abstehen, sei dies in noch viel höherem Grade der Fall. An den Wintertagen erhebt sich die Sonne 6 Ellen über den Horizont, 4 aber in jenen, welche von Massilia 9100 Stadien entfernt sind, weniger als 3 Ellen in jenen Gegenden, die nach unserer Berechnung viel nördlicher liegen dürften als Irland. Dieser (Hipparch) aber schenkte dem Pytheas Glauben und verlegt diese Ansiedelung in die nördlichsten Gegenden Britanniens und behauptet, daß dortselbst der längste Tag 19 Isemerinstunden währe, 18 aber, wo sich die Sonne 4 Ellen über den Horizont erhebt; diese, so sagt er, seien von Massilia 9100 Stadien entfernt.“ [29])

Den im Vorstehenden nach Hipparch überlieferten, aus Pytheas' Schrift „über den Ozean“ entnommenen Zahlen über die in Stadien ausgedrückten Entfernungen im Norden gelegener Örtlichkeiten von Massilia entsprechen folgende vier Parallelkreise Hipparchs: 48°, 54°, 58° und 61° n. Br.[30])

Da erst Eratosthenes die Größe eines Breitengrades nach Stadien berechnete, so rührt das hier überlieferte Stadienmaß nicht von Pytheas, sondern von Hipparch her; hieraus folgt, daß Pytheas die Entfernung der einzelnen Örtlichkeiten von Massilia in Breitengraden ausgedrückt haben muß.[31])

Für die Genauigkeit der Breitenmessungen des Pytheas und infolge dessen für die Verläßlichkeit der von ihm überlieferten Zahlenangaben gibt es wohl keinen besseren Beweis als den Umstand, daß die von Hipparch überlieferte, aber von Pytheas herrührende Messung der geographischen Breite von Massilia fast ganz genau mit der Wirklichkeit übereinstimmt.[32])

---

[28]) Strabo II. 75. Hugo Berger, die geographischen Fragmente des Hipparch. Leipzig 1869. S. 58; derselbe, wissenschaftliche Erdkunde der Griechen, S. 338 und 341.

[29]) Strabo II. 75, 18: *Φησὶ δὲ ὁ Ἵππαρχος — ἐν(δὲ)τοῖς ἀπέχουσι τῆς Μασσαλίας ἑξακισχιλίοις καὶ τριακοσίοις (σταδίοις) — πολὺ μᾶλλον τοῦτο συμβαίνειν. ἐν δὲ ταῖς χειμεριναῖς ἡμέραις ὁ ἥλιος μετεωρίζεται πήχεις ἕξ, τέτταρας δ' ἐν τοῖς ἀπέχουσι Μασσαλίας ἐνακισχιλίους σταδίους καὶ ἑκατόν, ἐλάττους δὲ τῶν τριῶν ἐν τοῖς ἐπέκεινα, οἳ κατὰ τὸν ἡμέτερον λόγον πολὺ ἂν εἶεν ἀρκτικώτεροι τῆς Ἰέρνης. οὗτος δὲ Πυθέᾳ πιστεύων κατὰ τὰ ἀρκτικώτερα τῆς Βρεττανικῆς τὴν οἴκησιν ταύτην τίθησι, καί φησιν εἶναι τὴν μακροτάτην ἐνταῦθα ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν δέκα ἐννέα, ὀκτωκαίδεκα δὲ ὅπου τέτταρας ὁ ἥλιος μετεωρίζεται πήχεις· οὕς φησιν ἀπέχειν τῆς Μασσαλίας ἐνακισχιλιλίους καὶ ἑκατὸν σταδίους κτλ.*

[30]) Berger, G. d. w. E. d. Gr. S. 338 und 341.

[31]) Vergleiche Strabo II. 94 und Hergt, l. c. S. 57: „Die Grad- und Zoneneinteilung ist beträchtlich älter (als die Umrechnung eines Grades in Stadien), die Art und Weise aber, wie die Breite für einzelne Orte der Erde ermittelt wird, ist unzweifelhaft Pytheas' Erfindung.“ Dies ist ganz richtig, da ja gerade Pytheas die Methode der Bestimmung der geographischen Breite durch Messung der Polhöhe erfunden hat.

[32]) Vergl. Berger, G. d. w. E. d. G. S. 338. Vergl. Berger, die geogr. Fragmente d. Hipparch, S. 58 ff.

Aus dem Umstande, daß Hipparch nach Pytheas' Schattenmessung die geographische Breite von Massilia in Übereinstimmung mit der Wirklichkeit festsetzte,[33a]) läßt sich schließen, daß Pytheas' Methode überhaupt eine exakte war und daß wir daher auch den uns von Hipparch überlieferten Breitenangaben einen hohen Grad von Zuverlässigkeit zuerkennen müssen.

Des Ellen- und Zollmaßes bedienten sich die Chaldäer zur Bestimmung der Mittagshöhe der Sonne und vielleicht zur Messung von Abständen der Sterne von einander.[33b])

Eine Elle beträgt 2^0, 4 Ellen machen daher 8^0 aus. 19 Isemerinstunden dauert der längste Tag am 61^0 n. Br.; 18^h am 58^0 24' n. Br. Dortselbst erhebt sich die Sonne im Wintersolstitium tatsächlich 8^0 über den Horizont.[34]) Aber nicht nur diese, sondern auch die vorher genannten von Hipparch überlieferten, aber von Pytheas ermittelten Zahlen stimmen genau mit der Wirklichkeit überein.

Weniger als 3 Ellen erhebt sich die Sonne im Wintersolstitium über den Horizont zwischen dem 61^0 und 66^0 n. Br.; diese letzteren Angaben jedoch beruhen, wie man aus ihrer Allgemeinheit ersieht, nicht auf Beobachtung, sondern sie sind einfach erschlossen.

Es ist bereits gesagt worden, daß Hipparch das Material für die Ansetzung seiner Breitenkreise aus Pytheas' verloren gegangener Schrift „über

[33a]) Berger, G. d. w. E. d. Gr., S. 338 und Berger, die geograph. Fragmente d. Hipparch, S. 61.

[33b]) Berger, G. d. w. E. d. Gr. S. 176 und 337. Dieses Ellen- und Zollmaßinstrument hatte offenbar die in Figur 6 veranschaulichte Form.

Es war ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen Basis a dem Radius 1 eines Kreises entsprach und dessen wechselnde Höhe b durch die andere Kathete dargestellt wurde. Diese Höhe b war in Ellen und Zolle eingeteilt. Die Hypotenuse c war an der Basis drehbar und an der Höhe verschiebbar, so daß einerseits sowohl die Hypotenuse als auch die Höhe, andererseits die beiden spitzen Winkel α und β fortwährend sich änderten, während die Basis und der rechte Winkel selbstverständlich immer sich gleich blieben.

Dem der Höhe b gegenüberliegenden spitzen Winkel α an der Basis a entsprach in jedem einzelnen Falle gerade ebenso, wie dies beim entsprechenden Kreisbogen der Fall gewesen wäre, die von der Hypotenuse begrenzte Höhe des rechtwinkeligen Dreiecks, oder, wie man es passend nennen könnte, des Winkelmessers.

Die jedesmalige Höhe des Winkelmessers war jedesmal die Tangente des vom Radius 1 und von der Hypotenuse eingeschlossenen, im Zentrum des mit dem Radius 1 beschriebenen Kreises liegenden Winkels α.

Man sieht sofort, daß dieses Instrument, wenn man damit bedeutende Horizontalabstände messen wollte, selbst in reduziertem Maßstabe, ungebührlich hoch und unhandlich sein mußte, weshalb es sich zu diesem Zwecke nicht eignete. Zur Bestimmung von Zenithdistanzen der Sterne eignete sich dieses auf den Horizont des Beobachtungsortes einzustellende Instrument überhaupt nicht; zu diesem Zwecke werden sich daher schon die Chaldäer des Triquetrums bedient haben.

Das Triquetrum (Figur 7) ist ein aus drei Linealen gebildetes gleichschenkliges Dreieck, dessen gleiche Seiten a und b unveränderlich sind, dessen Basis c aber veränderlich ist. Die Seite a steht senkrecht auf dem Horizont, die Seite b ist an der Spitze des Dreiecks drehbar und mit einem Visier ausgestattet, die veränderliche Seite c ist am Winkel, den sie mit a einschließt, drehbar und mit einer Teilung versehen und bezeichnet in jedem Falle die Sehne des dem Winkel α an der Spitze entsprechenden Bogens und, da Sehne, Bogen und Winkel sich gegenseitig entsprechen, auch den Winkel.

[34]) Vergl. Berger, G. d. w. E. d. G. S. 341; Hergt l. c. S. 49–51.

den Ozean“ entnommen hat. Denn aus dem Umstande, daß die Abstände von Massilia aus berechnet sind, ergibt sich, daß die Beobachtungen mit der Sonnenuhr im Sommersolstitium und mit dem Winkelmesser im Wintersolstitium von Pytheas gemacht worden sein müssen, und weiters ergibt sich aus dem Umstande, daß erst Eratosthenes den Bogengrad des Erdmeridians in Stadien umrechnete, daß Pytheas, wie bereits oben gesagt wurde, die Entfernung der betreffenden Örtlichkeiten von Massilia in Graden ausgedrückt haben muß.

Diese Zahlen sind ganz sicher von Pytheas durch Beoachtung ermittelt und nicht etwa erst nachträglich berechnet oder, was auch möglich wäre, an einer Sphäre abgelesen worden.

Denn es wäre widersinnig und gegen alle Denkgesetze, wenn ein in der Astronomie wohlbewanderter Forschungsreisender, der im Sommersolstitium im hohen Norden die Tageslänge durch eine Äquinoktialuhr, mag dieselbe nun eine Sonnenuhr oder eine Klepsydra gewesen sein, ermittelt hatte, im Wintersolstitium in seiner Heimat im fernen Süden sich also ausdrücken möchte: „Jetzt erhebt sich dort, wo der längste Tag 18 Isemerinstunden währte, die Sonne 4 Ellen über den Horizont“ — was er nicht durch Erfahrung wissen konnte, während es unmittelbar einleuchtend wäre, wenn er sagte, im Wintersolstitium dauere dort, wo der längste Sommertag 18^h währte, der Tag nur 6 Isemerinstunden. Auch hätte Pytheas, falls er diese Zahlen nicht durch Beobachtung, sondern durch Rechnung oder durch Ablesen an einer Sphäre gefunden hätte, dieselben ganz entschieden nicht im Ellenmaße, sondern in Bogengraden ausgedrückt,[35]) da ja der Winkelmesser nur ein Notbehelf war, um in Ermanglung eines zweckentsprechenden Instrumentes Bogengrade zu messen, und zwar um so gewisser, als ihm ja, wie wir aus Hipparchs Verfahren schließen müssen, die Einteilung des Kreises in 360° bekannt war, die Elle aber 2° ausmachte. (Vergl. unten Anmerkung 58.)

Dazu kommt noch folgender wichtige Grund: Pytheas hat nach der Überlieferung im Norden die Länge des Sommertages mittels der Äquatorialuhr gemessen, die Länge des Wintertages dagegen hat er nicht gemessen, sondern sich mit der Ermittelung der Mittagshöhe der Sonne begnügt, während er doch in Massilia beide Phänomene beobachtete.

Wie ist dies zu erklären?

Der Augenblick des Auf- und Untergangs der Sonne entzieht sich im Winter im Norden wegen des auf dem Horizonte lagernden Nebels der Beobachtung, während um die Mittagszeit die Sonne in der Regel sichtbar ist.

Die Beobachtung der Mittagshöhe der Sonne im Wintersolstitium am 58° 24' n. Br., um von den übrigen zu schweigen, ist also ganz sicher von Pytheas persönlich gemacht worden.

Daraus ergibt sich die wichtige Schlußfolgerung, daß der Massaliote wenigstens einen Winter im Norden verlebte.

Der 48° n. Br. geht ungefähr über die Bretagne, der 54° n. Br. über die Mitte Britanniens und über den Fuß der cimbrischen Halbinsel, um dann ins Festland einzuschneiden. Der 58° 24' geht über das nördliche Schottland, über das südliche Schweden und die Bai von Riga; der 61° n. Br. führt an

[35]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 270 ff.

den Shettlandsinseln vorbei und geht über die Landschaft Bergen und durch den finnischen Meerbusen.

An der Verläßlichkeit und Genauigkeit der Zahlen ist nicht zu zweifeln;[36]) denn die Tageslänge konnte man mittels einer Äquinoktialuhr genau ermitteln; ebenso verläßlich war, wie wir oben aus einem Beispiel ersehen konnten, die Ermittelung der Sonnenhöhe durch das Ellenmaß.

Da Tageslänge und Sonnenhöhe von der geographischen Breite abhängig sind, so wurde in jedem einzelnen Falle auch die Polhöhe des Ortes mittels des Polos bestimmt.

Noch zwei durch die Zahl der Isemerinstunden ausgedrückte Breitenbestimmugen des Pytheas werden uns überliefert.

Nach Strabo hatte Pytheas Thule die nördlichste der britannischen Inseln genannt und gesagt, daß dort der Wendekreis des Krebses mit dem Bärenkreise zusammenfalle.[37a])

Was soll dies heißen?

Wenn wir den Sinn dieser Worte erfassen wollen, müssen wir zuerst wissen, was Pytheas unter „Bärenkreis" verstand.

Pytheas verstand unter dem Bärenkreise jenen Parallelkreis, innerhalb dessen die Sonne im Hochsommer im Verlaufe von 24^h längere Zeit hindurch nie unter den Horizont sinkt, im Winter dagegen innerhalb eben derselben Zeit nie über dem Horizonte erscheint.

Eudemus von Rhodus, der etwas weniger als ein Menschenalter nach Pytheas lebte, läßt in seiner Geschichte der Astronomie diesen Kreis als Schiefe der Ekliptik um den 15. Teil des Meridians vom Pol entfernt sein; eben derselbe sagt, man habe gefunden, daß der Pol der Ekliptik vom Pol des Äquators, also die Schiefe der Ekliptik, der Seite eines in den Kreis eingezeichneten Fünfzehnecks gleich sei, nach anderem Ausdruck also 24^0 betrage.

24^0, genauer $23^0\,30'$, ist der Polarkreis vom Pole, 24^0, genauer $23^0\,30'$, ist auch der Wendekreis des Krebses vom Äquator entfernt.

Bei der Kleinheit der Erde im Vergleiche mit der Größe der Sonne und bei der ungeheuren Entfernung beider Weltkörper von einander fallen, von der Sonne aus gesehen, diese Kreise zusammen; sie fallen aber auch in der Tat zusammen, weil ja die Sonne am Polarkreise im Hochsommer nicht unter den Horizont sinkt, sondern denselben nur um Mitternacht an einem Punkte berührt, während sie eine Mittagshöhe von 47^0 erreicht.

Wenn aber der Sommerwendekreis am Bärenkreise eine Mittagshöhe von 47^0 erreicht, wie kann man dann sagen, daß er mit dem Bärenkreise zusammenfällt?

Die Poldistanz am Polarkreise war, wie Pytheas mittels des Polos leicht feststellen konnte, $23^0\,30'$ oder nach der damaligen Lage des Polarkreises auf $66^0\,15'$ rund 24^0;[37b]) die Entfernung der Sonne vom Äquator war im Sommersolstitium, wie eine einfache Subtraktion der Poldistanz von der Mittagshöhe der Sonne ergab, ebenfalls 24^0; daher mußten die beiden Kreise bei

[36]) Bergers Bedenken, G. d. w. E d. G. S. 341 sind unbegründet.
[37a]) Strabo II. 114 ff.
[37b]) Hergt, l. c. S. 60.

der Kleinheit der Erde im Verhältnis zur Größe der Sonne gewissermaßen zusammenfallen.

Bei der Übereinstimmung zwischen Pytheas und Eudemus von Rhodus in dieser Frage müssen wir den Schluß ziehen, daß Eudemus von Rhodus hierin von Pytheas abhängig ist und dessen Anschauung sich zu eigen gemacht hat.

Pytheas' Bärenkreise entspricht also genau unser Polarkreis.[38])

Der Wortlaut des Textes bei Strabo II. 114 läßt aber nicht auf eigene Beobachtung, sondern auf Erkundigungen seitens des Massalioten über die Dauer des längsten Tages und über die Entfernung des Ortes, wo man dies Phänomen beobachten könnte, schließen.

Bis zum Polarkreise ist also Pytheas schwerlich vorgedrungen; doch kam er demselben sehr nahe.

Der Astronom Geminus[39]) sagt in einem Fragmente seiner Klimentafel, nördlich von der Propontis währe der Tag 16, noch weiter nördlich 17 und 18 Stunden. Dann fährt er also fort: „In diese Gegenden scheint auch Pytheas gekommen zu sein; er sagt wenigstens in seiner Abhandlung „über den Ozean": „ἐδείκνυον ἡμῖν οἱ βάρβαροι, ὅπου ὁ ἥλιος κοιμᾶται", d. h. „es zeigten uns die Barbaren (Eingeborenen) die Stelle, wo die Sonne schläft". Dann fährt er also fort: „Es ereignete sich nämlich in diesen Gegenden, daß die Nacht ganz kurz ward, in den einen von zwei, in den anderen von drei Stunden, so daß die Sonne kurze Zeit nach dem Untergange sofort wieder aufging. Der Grammatiker Krates sagt aber, daß dieser Gegenden auch Homer in der Odyssee[40]) Erwähnung tue. Περὶ γὰρ τοὺς τόπους τούτους γινομένης μεγίστης ἡμέρας ὡρῶν κα' (21), ἰσημερινῶν ἡ νὺξ μικρὰ παντάπασιν εἶναι ἀπολείπεται ὡρῶν γ (3), ὥστε πλησιάζειν τὴυ δύσιν τῇ ἀνοτολῇ κτλ.

Mag nun Geminus das Zitat aus Pytheas' verloren gegangener Schrift περὶ τοῦ ὠκεανοῦ nach Krates von Mallos überliefern oder nicht: sicher ist, daß Krates die zitierte Stelle des Pytheas kannte und sich ihrer zur Erklärung der angezogenen Stelle der Odyssee bediente, weil sonst, wie Müllenhoff richtig bemerkt, die Annahme gerade eines 21stündigen Tages oder einer dreistündigen Nacht für die Laistrygonenstadt ganz willkürlich und unverständlich wäre.[41a])

Diese Erklärung des Krates bildet aber eine sehr wichtige Ergänzung zum Zitate des Geminus. Sie besagt nämlich, daß die Nächte in Thule — zweifellos ist das fernste Land, das Pytheas erreicht hatte, gemeint[41b]) — wenn der längste Tag 21 ὥρας ἰσημερινάς = horas aequinoctiales = modernen Stunden, dauere, die Nacht 3 Stunden — selbstverständlich ebenfalls ὥρας ἰσημερινάς — währe.

---

[38]) Vergl. Berger, G. d. w. E. d. G. S. 268 und 306.

[39]) Geminus, εἰσαγωγή c. 5.

[40]) Odyssee κ, 82 ff.

[41a]) Müllenhoff, D. A. I. p. 324, 325.

[41b]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 342.

Diese ὥραι ἰσημεριναί sind aber sicherlich keine Erfindung des Grammatikers Krates,[42]) sondern rühren zweifellos von Pytheas her, der sie ja in die Wissenschaft eingeführt hatte.

Pytheas hat also die Dauer der Nacht auf Thule mittels einer Uhr gemessen, welche dieselbe Zeiteinteilung hatte, wie die modernen, d. h. mittels einer Äquinoktialuhr, mag dieselbe nun eine Klepsydra oder eine transportable Sonnenuhr gewesen sein.[43])

Das von Pytheas geschilderte Phänomen ereignete sich für den 22stündigen Tag auf der Breite von 65° 30' 54" n. Br., für den 21stündigen Tag auf der Breite von 64° 32' 21" n. Br.,[44]) also ungefähr gleich weit nördlich und südlich vom 65° n. Br. entfernt.

Der 65° n. Br. geht über die Mitte von Island, über Norwegen, Schweden und den nördlichsten Teil des bottnischen Meerbusens.

Die Annahme, daß der 65° n. Br. über Pytheas' Thule gehen muß, findet eine glänzende Bestätigung bei Erastothenes, der in der Bearbeitung des Westens und Nordens ganz dem Pytheas folgte.[45])

Erastothenes hatte nämlich gelehrt, daß der Parallelkreis von Thule 11.500 Stadien von der Borysthenesmündung entfernt sei.[46]) Nun sind 11.500 = $19^{1}/_{6}$ Breitengraden;[47]) da nun die Borysthenesmündung unter 46° 30' n. Br. liegt, so führt uns jener durch Thule gehende Parallelkreis zum 65° 40' n. Br. Da aber in der angeführten Strabostelle bei der Zahl 11.500 das Wörtlein „ungefähr" steht, so ist die Übereinstimmung mit den Angaben des Geminus und unserer Annahme eine vollständige.[48])

Das von Geminus überlieferte Zitat aus Pytheas' verloren gegangener Schrift bringt auch ein christlicher Mönch des sechsten Jahrhunderts nach Christus, Kosmas, genannt Indikopleustes, der die wissenschaftliche Erdkunde der Griechen in vielen Stücken bekämpft und viele Vertreter derselben wohl kennt und namhaft macht.[49]) Kosmas bringt aber das Zitat aus Pytheas in einer anderen Gedankenverknüpfung vor; er sagt nämlich: „Pytheas aus Massilien spricht in seiner Schrift „über den Ozean" also: daß ihm nämlich, als er die nördlichsten Gegenden erreicht hatte, die dortigen Barbaren die Schlafstätte der Sonne zeigten, als ob dort bei ihnen die immerwährenden Nächte anfingen (= die Nächte immerwährende würden)".[50])

[42]) G. Mair, ultima Thule (Gymnasialprogramm) Villach 1894. Anmerkung 96; Müllenhoff. D. A. I. p. 247 und 324.

[43]) G. Mair, ultima Thule, p. XVII—XX.

[44]) Müllenhoff D. A. I. p. 401.

[45]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 333, 345, besonders aber 353, 395 und die Karte S. 400.

[46]) Strabo 63; Berger, G. d. w. E. d. G. S. 405, 416.

[47]) Vergl. Cuno, Forschungen im Gebiete der alten Völkerkunde. I. Teil. Die Skythen. Berlin 1871. S. 100—102. Gemeint sind attische Stadien zu je 185 m. Vergl. G. Mair, *Ἑλληνικά*. Villach 1896 (Gymnasialprogramm), S. V.

[48]) Vergl. zum Ganzen G. Mair, auf alten Handelswegen, S. 29, 30.

[49]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 342, 243.

[50]) *Πυθέας δέ ὁ Μασσαλιώτης ἐν τῷ περὶ ὠκεανοῦ οὕτως φησιν, ὡς ὅτι παραγενομένῳ αὐτῷ ἐν τοῖς βορειοτάτοις τόποις ἐδείκνυον οἱ αὐτόθι βάρβαροι τὴν ἡλίου κοίτην, ὡς ἐκεῖ τῶν νυκτῶν ἀεὶ γινομένων παρ' αὐτοῖς.*

Es erhebt sich nun die Frage, ob Kosmas das Zitat unmittelbar aus Pytheas' verloren gegangener Schrift entlehnt hat, oder ob er die Stelle etwa gar nach Geminus, und zwar nur nach der Erinnerung zitiert.

Ich bin überzeugt, daß man letzteres annehmen muß.

Denn erstens einmal ist es mehr als fraglich, ob Kosmas Pytheas' verloren gegangene Schrift „über den Ozean", die Strabo nachweisbar nie in Händen gehabt haben kann,[51]) je zu Gesichte bekommen habe; es ist im Gegenteile mehr als wahrscheinlich, daß diese von Polybius und Strabo in Acht und Bann erklärte Schrift im sechsten Jahrhundert n. Chr. vielleicht in der einen oder anderen Bibliothek noch ein unbeachtetes Dasein fristete, aber vom Büchermarkte vollständig verschwunden war.

Weiters ergibt sich, glaube ich, bei aller Nachlässigkeit der Diktion aus dem sprachlichen Ausdruck, daß Kosmas die Stelle aus Pytheas nach Geminus zitiert.

Bei Geminus heißt es: „φησί γ'οῦν (Πυθέας) ἐν τοῖς περὶ τοῦ ὠκεανοῦ πεπραγμένοις αὐτῷ, ὅτι ἐδείκνυον ἡμῖν οἱ βάρβαροι, ὅπου ὁ ἥλιος κοιμᾶται."

Wie überliefert aber Kosmas die Stelle? Er sagt: „Πυθέας ὁ Μασσαλιώτης ἐν τοῖς περὶ ὠκεανοῦ οὕτως φησιν· ὡς ὅτι παραγενομένῳ αὐτῷ ἐν τοῖς βορειοτάτοις τόποις ἐδείκνυον οἱ αὐτύθι βάρβαροι τὴν ἡλίου κοίτην κτλ."

Bekannt ist, daß die Partikel ὅτι vor der unverändert wiedergegebenen Rede einer Person die Stelle eines Anführungszeichens vertritt.

Das von Geminus überlieferte Zitat aus Pytheas' Schrift lautete dortselbst mit Weglassung von ὅτι wörtlich so, wie Geminus es überliefert. Kosmas aber überliefert die Stelle nicht in unabhängiger und unverändeter Aussage, sondern in abhängiger und daher veränderter Rede, leitet aber diese abhängige Aussage mit zwei Konjunktionen ein, welche in der späteren Sprache die gleiche Funktion haben, nämlich mit ὡς und ὅτι. Eine von diesen Konjunktionen ist vollständig überflüssig und daher wahrscheinlich fremden Ursprungs; überflüssig und störend ist die Konjunktion ὅτι; dieses ὅτι verdankt aber sein Dasein einem psychologischen Grunde, nämlich der Erinnerung.

Angesichts der fundamentalen Verschiedenheit der Textierung seitens beider Gewährsmänner bei übrigens vollständiger Gleichheit des Inhaltes ergibt sich klar und deutlich, daß Kosmas die angezogene Stelle nicht nach Pytheas, sondern nach Geminus zitiert, daß ihm aber, als er die Stelle niederschrieb, Geminus' Schrift nicht vorlag, sondern daß er aus dem Gedächtnisse zitierte.

Es entfallen demnach die Bedenken bei Berger, daß sich der Gedankengang, in welchem Pytheas das Zitat gebraucht hatte, nicht mehr wieder herstellen lasse.[52])

Aber selbst angenommen, aber nicht zugegeben, daß meine Erklärung falsch wäre, läge hier doch kein weiteres Bedenken vor.

Welche Frage stellte Pytheas an die Landeseingeborenen?

---

[51]) Hergt, l. c. S. 65.

[52]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 343.

Dies können wir aus ihrer Antwort erschließen. Nach Geminus zeigten ihm die Eingeborenen den Ort, wo die Sonne schläft, nach Kosmas aber die Lagerstätte der Sonne.

Beides sagt genau dasselbe nur mit dem Unterschiede, daß derselbe Begriff einmal verbal, das anderemal substantivisch ausgedrückt ist. Die Lagerstätte der Sonne wird aber begrenzt durch den Punkt des Sonnenunterganges und ihres Aufganges; dies ist aber der Nachtbogen der Sonne.

Pytheas muß also die Landeseingeborenen um die Stelle des Sonnenunterganges und ihres Aufganges gefragt haben, um, wie ich vermute, annähernd genau durch Halbierung des Nachtbogens den Nordpunkt zu finden und darnach den Polos richtig einstellen und richtig beobachten zu können, um welche Stunde die Sonne untergeht und um welche sie sich wiederum über den Horizont erhebt, mit anderen Worten, um die Dauer der Nacht beobachten zu können.

Was ist nun natürlicher, als daß die Eingeborenen im Anschlusse an die an sie gestellte Frage zu Pytheas sagten, jetzt dauere die Nacht allerdings nur kurze Zeit; im Winter dagegen sei die Nacht von ewiger Länge und nicht weit von ihnen in der Richtung der Lagerstätte der Sonne, gehe dieselbe zur Winterszeit gar nicht mehr auf.

Mochte dies nun Pytheas in jenem Zusammenhange ausdrücklich überliefert haben oder nicht: es ist selbstverständlich und mußte auch dem Mönche Kosmas wohl bekannt sein, daß dort, wo die Sonne im Sommer durch Monate nicht untergeht, auch die Nacht im Winter gerade so lange dauern muß.

Das von Pytheas geschilderte Phänomen ereignete sich für den 21stündigen Tag ungefähr am 64° 30' n. Br. und für den 22stündigen Tag ungefähr am 65° 30' n. Br., wo die Polhöhe nach Eratosthenes 65°, nach Isidor von Charax 65° 3' beträgt.[53]) Er befand sich also in unmittelbarer Nähe des Polarkreises — damals 66° 15' — wo am längsten Tage die Sonne nicht untergeht, sondern nur um Mitternacht den Horizont berührt, und wo ihr scheinbarer Lauf einen vollständigen Kreis bildet[54]) oder wo, wie Pytheas sich ausdrückte, der Sommerwendekreis zum Bärenkreise wird.

Der 65° n. Br. geht, wie oben erwähnt, durch die Mitte von Island, durch Norrland und durch den nördlichen Teil des bottnischen Meerbusens.

Am 65° n. Br. muß also das nördlichste Land liegen, das Pytheas erreicht hatte.

Wir können dieses Land mit Namen bezeichnen: das nördlichste Land, das Pytheas erreicht hatte, war Thule.

Bevor wir aber zur Identifizierung jener Örtlichkeiten, deren geographische Breite nach Pytheas' Angaben bestimmt ist, übergehen, müssen wir die Frage erörtern, ob Pytheas bei seinen Beobachtungen der Tageslänge im Sommersolstitium und durch seine Messungen der Sonnenhöhe im Wintersolstitium nur die Bestimmung der geographischen Breite im Auge hatte, oder ob er

[53]) Hergt, l. c. S. 59; Plinius II. 58. 112. Zum Ganzen vergl. Mair, a. a. H. S. 30.
[54]) Hergt, l. c. S. 60.

nicht vielmehr einen anderen Zweck, der ihm noch ungleich wichtiger erscheinen mußte, dabei verfolgte.

Pytheas hat den Nordpol genauer bestimmt. Dies tat er sicherlich nicht im Interesse der Seefahrer, am allerwenigsten im Interesse seiner Landsleute, welche in dieser Beziehung so anspruchslos waren, daß sie sich bei ihren Nachtfahrten mit der Führung des großen Bären begnügten;[55]) Pytheas hat diese Beobachtung sicherlich im Interesse der Astronomie oder vielmehr der mathematischen Geographie gemacht. Machte er aber diese Entdeckungen im Interesse der mathematischen Geographie, so konnte er dabei nur die Bestimmuug der geographischen Breite eines Ortes durch Messung der Polhöhe im Auge haben; war dies der Fall, so war Pytheas auch darüber mit sich vollständig im klaren, daß man mittels des Polos die geographische Breite eines Ortes bei weitem leichter und einfacher finden kann, als mittels des Gnomons, von dem er in den nördlichen Gegenden überhaupt keinen Gebrauch mehr gemacht zu haben scheint; wenigstens hat er nach der Überlieferung im Sommersolstitium nur die Tageslänge beobachtet, im Wintersolstitium nur die Mittagshöhe der Sonne mittels seines Winkelinstrumentes gemessen.

Doch der Beweis dafür, daß Pytheas die geographische Breite durch Messung der Polhöhe und nicht durch Beobachtung der Tageslänge und Messung der Sonnenhöhe ermittelte, ist nicht schwer zu erbringen.

Wenn in Massilia der Pol sich etwas über 43^0 über den Horizont erhebt,[56]) so ist es klar, daß er am Äquator 0^0, am Nordpol 90^0 über den Horizont emporsteigen muß.

Nun ist es einleuchtend und durch die Beobachtung leicht festzustellen, daß genau um denselben Betrag, um den beim Vordringen nach Norden der Horizont sich gegen den Äquator senkt und der Pol über den Horizont emporsteigt, auch die Sonne an einem und demselben Tage um 12^h mittags dem Äquator näher stehen muß.

Wollte daher Pytheas z. B. die Mittagshöhe der Sonne im Sommersolstitium an einem im Norden gelegenen Orte bestimmen, so konnte er dies, vorausgesetzt, daß ihm die Polhöhe des Ortes bekannt war, auch bei bewölktem Himmel ohneweiters ausführen; er brauchte nur die Differenz der Polhöhe zwischen Massilia und seinem Standpunkte im Norden von der Mittagshöhe der Sonne im Sommersolstitium zu Massilia abzuziehen, um die Mittagshöhe der Sonne im Sommersolstitium auf seinem neuen Standpunkte zu finden; denn Mittagshöhe der Sonne, Polhöhe und geographische Breite bedingen sich gegenseitig und sind von einander abhängig.

Nun sagt die Überlieferung ausdrücklich, daß Pytheas die geographische Breite bestimmte durch die in Graden ausgedrückte Differenz der Polhöhe zwischen Massilia und seinem Standpunkte im Norden; denn es kann keinen anderen Sinn haben, wenn Hipparch die geographische Breite durch die in Stadien ausgedrückte Entfernung der einzelnen im Norden gelegenen Örtlichkeiten von Massilia bezeichnet. Eratosthenes hat nämlich, wie wir wissen,

[55]) Dr. F. Movers, das phönizische Altertum. III. Teil. I Hälfte. Handel und Schiffahrt. Berlin 1856. S. 184.

[56]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 338.

zuerst die Größe des Erdmeridians berechnet; ebenderselbe hat auch den Westen und Norden seiner Karte nach Pytheas' Angaben gezeichnet und z. B. Thule 11.500 Stadien nördlich von der Borysthenesmündung angesetzt.[57]) Das Verfahren des Eratosthenes, die geographische Breite durch das Stadienmaß auszudrücken, übernahm auch Hipparch. Nun hat Hipparch die Breitenangaben des Pytheas in Stadien umgerechnet und dieselben auf Massilia bezogen. Daraus folgt, daß auch Pytheas seine Breitenangaben von Massilien aus gerechnet hat, aber nicht in Stadien, sondern in Graden, weil wir ja wissen, daß Pytheas die Breite von Massilia in Graden bestimmt haben muß und daher die Einteilung des Meridians in 360° und des Erdmeridianquadranten in 90° kannte.[58]) Den Unterschied der geographischen Breite zwischen den einzelnen Ortschaften konnte er aber nur durch Bestimmung der Poldistanzen herausfinden; denn die Breitenbestimmung durch Beobachtung der Sonnenhöhe und des Tagesbogens der Sonne oder der Tageslänge war in jener Zeit, wo man erst anfing diese Dinge zu erforschen, nur nach einem sorgfältigen Vergleich der Resultate der an demselben Orte an vier verschiedenen Tagen des Jahres, nämlich an den Solstitien und Äquinoktien, angestellten Beobachtungen möglich, während die Bestimmung der Polhöhe mittels des Polos in jeder sternhellen Nacht sofort und leicht durchgeführt werden konnte.[59])

Die Zu- und Abnahme des Winkels zwischen dem Horizonte und dem Gnomon des Polos oder mit anderen Worten: die Zu- und Abnahme der Polhöhe ließ sich mittels des Winkelmaßinstrumentes genau kontrollieren.

Pytheas hat demnach die geographische Breite durch die in Bogengraden ausgedrückte Differenz der Polhöhe von Massilia und seinem jeweiligen Standpunkte bestimmt.

Es ist daher zweifellos, daß die Beobachtnng der Tageslänge im Sommersolstitium und der Mittagshöhe der Sonne im Wintersolstitium an denselben Orten einem ganz anderen Zwecke dienen mußten, wenn es auch dem Massalioten nicht unbekannt war, daß zwischen Polhöhe, Tageslänge und Sonnenhöhe ein unlösbarer Kausalnexus besteht, und er offenbar auch bestrebt war, die gegenseitigen Beziehungen dieser drei Phänomene zu einander zu ergründen, und insbesondere die Absicht gehabt haben muß, die Beleuchtungs- und Erwärmungsverhältnisse der nördlichen Gegenden mit Rücksicht auf die Bewohnbarkeit der letzteren durch eigene Anschauung kennen zu lernen.[60])

---

[57]) Strabo, I. 63.

[58]) Auch die sicher auf Pytheas zurückgehende Angabe des Eudemus von Rhodus, man habe gefunden, daß die Schiefe der Ekliptik der Seite eines in den Kreis eingezeichneten Fünfzehnecks gleich sei, nach anderem Ausdrucke 24° betrage, beweist, daß Pytheas den Kreis in 360° einteilte. Eudemi Rhodi. peripat. fragment. coll. L. Spengel, Berlin 1870. fr. XCIV aus Theo Smyrn. p. 199 ed. Hill. Berger, G. d. w. E. d. G. S. 268; vergl. S. 338. Genau dasselbe beweist die auf Pytheas zurückzuführende Angabe desselben Eudemus, daß der arktische Kreis als Schiefe der Ekliptik um den 15. Teil des Meridians vom Pole entfernt sei. Berger. l. c. S. 306.

[59]) Vergl. Hergt, l. c. S. 49.

[60]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 306, insbesondere S. 334, 335.

Da die Erdachse mit der Erdbahn einen Winkel von 66° 30' einschließt oder, was dasselbe ist, um 23° 30' aus der normalen Stellung zur Erdbahn geneigt ist, so mußte für die Alten, welche die Erde unbeweglich im Mittelpunkte des Weltalls ruhend sich dachten, der Schein entstehen, daß die Sonne im Verlaufe eines Jahres 365 parallele Kreise um diesen Mittelpunkt zwischen zwei äußersten Grenzkreisen, den Wendekreisen, beschreibe und schraubenförmig zwischen ihnen sich auf und nieder bewege.

Denkt man sich die Ebene der Erdbahn bis an den Fixsternhimmel erweitert, so trifft dieselbe 12 Sternbilder, durch welche die Sonne infolge der Revolution der Erde zu wandern scheint.

Daher glaubten die Alten die Beobachtung gemacht zu haben, daß die Sonne während ihrer oben geschilderten Bewegung um die Erde diese Sternbilder, den sogenanuten Tierkreis — Zodiakus — durchwandere. Dies war also eine zweite Bahn, welche die Sonne im Verlaufe eines Jahres zurücklegte, die Jahresbahn der Sonne.

Verband man nun auf einer künstlichen Sphäre diese 12 Sternbilder miteinander, so bekam man einen größten Kreis, dessen Ebene nach antiker Vorstellung durch den Mittelpunkt des Weltalls, nämlich durch die Erde gelegt war und mit dem Himmelsäquator einen Winkel einschloß. Dieser Kreis ist die Ekliptik und der Winkel, welchen dieser Kreis mit dem Himmelsäquator einschließt, ist die Schiefe der Ekliptik.

Es war für die Alten nicht leicht, die Größe dieses Winkels zu bestimmen.

Wenn aber in der Tat die Sonne im Verlaufe eines Jahres durch die zwölf Sternbilder des Tierkreises wandert, so mußte sich am Polarkreise oder wenigstens in der Nähe desselben durch parallaktische Beobachtungen, die im Zwischenraume eines halben Jahres, nämlich im Sommer- und Wintersolstitium angestellt wurden, die Neigung der Erdbahn oder, wie die Alten die Sache auffaßten, die Neigung der Jahresbahn der Sonne gegen den Äquator genau beobachten lassen. Denn der Punkt, wo die Sonne im Sommersolstitium um Mitternacht den oberen Rand des Horizonts berührt, beziehungsweise auf kurze Zeit unter den Horizont sinkt, bezeichnet den einen Pol, ihre Mittagshöhe im Wintersolstitium, beziehungsweise die Stelle, wo die Sonne den unteren Rand des Horizontes berührt und als Lichtschein sichtbar wird, bezeichnet den anderen Pol ihrer Jahresbahn oder der Ekliptik.

Legt man nun durch diese beiden Pole einen größten Kreis im Weltenraume — an einer das Weltall darstellenden Sphäre läßt sich dies durchführen — so stellt dieser Kreis die Ekliptik, zugleich aber auch den Horizont des Beobachters dar. Will ich nun diesen Kreis in die der Wirklichkeit entsprechende Lage zum Äquator bringen, so muß ich den Äquator zu meinen Horizont machen, d. h. ich muß meine Polhöhe auf 90° ergänzen und eben jenen Betrag von der Mittagshöhe der Sonne auf meinem Standorte abziehen und der Mitternachtshöhe derselben zulegen oder mit anderen Worten: ich muß mich im Geiste auf den Nordpol versetzen und das Phänomen von dort aus beobachten. Auch dies ließ sich an einer künstlichen Sphäre durchführen.

Am Polarkreise erhebt sich nun die Sonne im Sommersolstitium rund 47° über den Horizont.

Mittels des Polos konnte Pytheas in den kurzen Nächten vor Erreichung des Bärenkreises die Entfernung seines Standpunktes vom Nordpol messen; an jenem Orte, wo der Tag 22 Stunden währte, war er ungefähr einen Grad vom Bärenkreise entfernt; dortselbst erhob sich die Sonne mittags 48° über den Horizont.

Wenn es ihm früher nicht klar gewesen wäre, mußte er durch den Augenschein belehrt werden, daß sich beim Vordringen nach Norden der Horizont gegen den Äquator senkt, bis er endlich am Nordpol mit demselben zusammenfallen mußte.

Er war nun vom Pol 24° 30′ entfernt; er konnte sich aber mit Leichtigkeit im Geiste auf den Pol versetzen und von dort aus die Sonnenhöhe im Sommersolstitium finden, wenn er diese 24° 30′ von der Sonnenhöhe seines Standpunktes auf 65° 30′, nämlich von rund 48° in Abzug brachte. Tat er es, so ergab sich, daß die Sonne am Nordpol im Sommersolstitium sich 23° 30′ oder, weil damals der Polarkreis über den 66° 15′ führte,[61]) rund 24° über den Horizont erhebt; ebensoweit mußte sie im Wintersolstitium unter den Horizont sinken. Der Horizont des Pols ist aber der Äquator.

Dachte er sich nun diese beiden Pole der Ekliptik an den entgegengesetzten Enden des Kosmos, die Mitternachtshöhe der Sonne im Sommersolstitium und ihre Mittagshöhe im Wintersolstitium, durch einen größten, durch den Mittelpunkt des Weltalls, durch die Erde, gehenden Kreis verbunden, so mußte dieser größte Kreis mit dem Äquator einen Winkel von rund 24° einschließen oder, da die Alten die Bogengrade durch die entsprechende Sehne maßen, die Entfernung des Pols der Ekliptik vom Pole des Äquators mußte gleich sein der Seite eines Fünfzehnecks, das einem Kreise, welcher durch diese beiden Punkte und durch beide Pole der Erde ging, eingeschrieben war.

Doch bevor wir die Frage erörtern, ob sich durch die Überlieferung ein solches Verfahren seitens des Pytheas begründen läßt, müssen wir einige andere wichtige Punkte der mathematischen Geographie uns in Erinnerung rufen.

Stände die Erdachse normal zur Erdbahn, so würde die Sonne immer im Äquator auf- und untergehen; wir hätten immer 12^h Tag und 12^h Nacht und ewigen Frühling auf Erden und die Grenzlinie zwischen Tag und Nacht würde bezeichnet durch einen größten Kreis, den eine von Pol zu Pol durch den Mittelpunkt der Erde gelegte Ebene mit der Oberfläche der Erdkugel bildet.

Nun ist aber die Erdachse um ungefähr 23° 30′ gegen die Erdbahn geneigt; daher fällt die Grenzlinie zwischen Tag und Nacht nur an den Äquinoktien mit der oben angegebenen zusammen.

Zur Zeit der Solstitien verbindet die durch den Mittelpunkt der Erde gelegte Kreisebene die an beiden Polarkreisen wohnenden Antipoden.

Nun sieht man sofort ein, daß durch diese Grenzlinie zwischen Tag und Nacht die Parallelkreise so geschnitten werden, daß, je weiter nach Norden

[61]) Vergl. Hergt l. c. S. 60.

ein Parallelkreis gelegen ist, im Sommersolstitium der von der Sonne beleuchtete Teil um so größer, der in der Nacht liegende um so kleiner sein muß. Zugleich sieht man auch ein, daß, je weiter nach Norden man vordringt, die Sonne im Sommersolstitium einen umso größeren Tagesbogen beschreiben, daß aber dieser Tagesbogen umsomehr gegen den Horizont geneigt sein muß, mit anderen Worten: je weiter nach Norden man kommt, umso größer wird im Sommersolstitium der Tagesbogen der Sonne, umso kleiner aber ihre Mittagshöhe.

Ganz genau dieselben Erscheinungen müßten eintreten, wenn die Erde in ihrer gegenwärtigen Lage unbeweglich im Mittelpunkte unseres Sonnensystems ruhte und die Sonne in der Ebene der Erdbahn im Verlaufe eines Jahres neben dem täglichen, mit dem ganzen Himmelsgewölbe ausgeführten Umschwunge um die Erde auch noch ihre Jahresbahn beschriebe oder durch die zwölf Bilder des Tierkreises wanderte und so die Ekliptik am Himmelsgewölbe abzeichnete.

Beide Phänomene, die Zunahme des Tagesbogens der Sonne gegen Norden hin und die Abnahme der Mittagshöhe der Sonne sind eine Folge der Schiefe der Ekliptik; ich kann daher auch umgekehrt aus ihnen auf die Lage der Ekliptik zum Äquator Schlüsse ziehen.

Die Mittagshöhe kann ich entweder durch direkte Messung oder durch Abzug der Differenz der Polhöhe zwischen einer Basis und dem Beobachtungsorte von der Mittagshöhe der Basis ermitteln.

Den Tagesbogen der Sonne kann ich, da die Sonne regelmäßig am Himmel vorschreitet — 15^0 in der Stunde — durch das Zeitmaß ausdrücken; umgekehrt kann ich, wenn mir die Tagesdauer und die Mittagshöhe bekannt sind, den Tagesbogen der Sonne konstruieren.

Mit all den hier geschilderten Tätigkeiten sehen wir Pytheas sich befassen:

Um sich eine wissenschaftliche Basis für seine weiteren im Norden vorzunehmenden Beobachtungen zu schaffen, mißt er in Massilia im Sommersolstitium die Mittagshöhe der Sonne und die Tageslänge; aus eben demselben Grunde bestimmt er die Polhöhe von Massilia.

Im Norden finden wir ihn damit beschäftigt, an Orten derselben geographischen Breite im Sommersolstitium die Tagesdauer und den Nachtbogen der Sonne zu beobachten, im Wintersolstitium dagegen die Mittagshöhe der Sonne zu ermitteln; aus dem Umstande, daß Hipparch die geographische Breite dieser Örtlichkeiten nach Pytheas' Angaben berechnete, ersehen wir, daß Pytheas auch die Polhöhe derselben bestimmt hatte.

Die Beobachtung des Nachtbogens der Sonne im Sommersolstitium und der Mittagshöhe der Sonne im Wintersolstitium in der Nähe des Polarkreises hat aber nur dann einen vernünftigen Sinn, wenn man annimmt, Pytheas wollte ausfindig machen, an welchem Breitengrade im Sommersolstitium sich das Phänomen der den Horizont berührenden Mitternachtssonne und im Wintersolstitium das Phänomen der um 12^h mittags für wenige Augenblicke am Rande des Horizonts erscheinenden Wintersonne sich beobachten lasse. Dieser Breitenkreis war im Wintersolstitium sehr leicht zu ermitteln: Pytheas brauchte bloß die Bogengrade, um welche sich die Sonne über den Horizont erhob, seiner Polhöhe zuzulegen, und der Bärenkreis, an dem sich dies Phänomen beobachten läßt, war bestimmt. Im Sommersolstitium ließ sich dieser Kreis durch einen kombinierten Vergleich der in den letzten Tagen während der Reise angestellten Beobachtungen über den Tages- und Nachtbogen der Sonne oder über die Dauer von Tag und Nacht, über die Mittagshöhe der Sonne, sowie über die Polhöhe der Beobachtungsorte annähernd ermitteln.

Am Bärenkreise also oder, wie wir sagen, am Polarkreise ließen sich beide Pole der Ekliptik, die Mitternachtshöhe der Sonne im Sommersolstitium und ihre Mittagshöhe im Wintersolstitium beobachten.

Wollte Pytheas nun wissen, welchen Winkel der Äquator und die Ekliptik mit einander einschließen oder, was dasselbe ist, wie viel Bogengrade zwischen den Polen beider Kreise liegen oder, zu welchem — dem durch beide Pole und die Himmelspole gehenden Kreise — eingeschriebenen Vielecke die den Pol der Ekliptik mit dem des Äquators verbindende Sehne gehört, so mußte er den Äquator zu seinem Horizonte machen, d. h. sich auf den Nordpol versetzen, indem er die Differenz der Polhöhe zwischen dem Bärenkreise und dem Nordpol, nämlich 24°, der Polhöhe des Bärenkreises zulegte, die Polhöhe desselben also auf 90° ergänzte und eben dieselben 24° von der Mittagshöhe der Sonne am Polarkreise, damals rund 48°, in Abzug brachte. (Vergl. S. 26.) Tat er es, so ergab sich, daß im Sommersolstitium die Sonne am Nordpole 24° über den Horizont sich erhebt; da sie im Wintersolstitium ebenso tief unter den Horizont sinken muß, so ist der Winkel, den die Ebene der Ekliptik mit der des Äquators einschließt, oder der Kreisbogen, der zwischen den Polen beider Kreise liegt, 24°, was der Sehne eines in den oben bezeichneten Kreis eingeschriebenen Fünfzehnecks gleichkommt.

Wir sind nun in der glücklichen Lage, unsere Vermutung, daß Pytheas durch seine in Massilia und in der Nähe des Polarkreises angestellten astronomischen Beobachtungen keineswegs die geographische Breite habe bestimmen wollen, sondern daß er dadurch die Lage der Ekliptik zur Erdachse oder zum Äquator ermitteln wollte, durch die Überlieferung bestätigt zu sehen.

Eudemus von Rhodus, Schüler des Aristoteles und Mitschüler des Dikäarch und Theophrastus, der also nicht einmal ein Menschenalter nach Pytheas lebte, berichtet in seiner Geschichte der Astronomie, man habe gefunden, daß der Abstand des Pols der Ekliptik vom Pole des Äquators, also die Schiefe der Ekliptik, der Seite eines in den Kreis eingezeichneten Fünfzehnecks gleich sei, nach anderem Ausdrucke 24° betrage.[62])

Die Übereinstimmung dieser Zahl mit der damaligen Breite des Polarkreises auf 66° 15' ist wahrhaft verblüffend; die Beobachtung

[62]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 268, 414.

muß daher von einem Astronomen gemacht worden sein, der seine Kunst aus dem Grunde verstand.

Nun kennen wir aus der Zeit vor Eudemus von Rhodus keinen Vertreter der Astronomie oder der mathematischen Geographie, der systematische Beobachtungen zur Ermittelung der Schiefe der Ekliptik gemacht und zu diesem Zwecke sogar eine Polarexpedition nicht gescheut hätte, außer Pytheas dem Massalioten.

Es ist daher mehr als wahrscheinlich, daß Eudemus' Angabe auf Pytheas zurückgeführt werden muß.

Ich zweifle daher nicht, daß Pytheas bei seinen Beobachtungen systematisch zu Werke ging und ein bestimmtes Ziel im Auge hatte, dem alle seine Beobachtungen dienen mußten.

Durch Beobachtung der Mittagshöhe der Sonne und der Tageslänge zu Massilia sowie durch die Bestimmung der geographischen Breite dieser Stadt schuf sich Pytheas eine feste wissenschaftliche Basis für seine weiteren im Norden anzustellenden Beobachtungen.

Unabweisbar und mit logischem Zwange drängt sich der Gedanke auf, daß Pytheas mit der Bestimmung des Zenithabstandes der Sonne im Sommersolstitium in Massilia den Abstand des Wendekreises vom Äquator oder die Schiefe der Ekliptik ermittelte, gerade so wie er in der Nähe des Polarkreises durch Abzug der Poldistanz von der Mittagshöhe der Sonne dasselbe Ziel zu erreichen suchte. (Siehe Nachträge!)

Der Umstand ferner, daß Hipparch zu den Beobachtungen über die Mittagshöhe der Sonne im Wintersolstitium und die Tagesdauer im Sommersolstitium an denselben Orten auch immer die geographische Breite angibt, zwingt uns geradezu zu dem Schlusse, daß Pytheas, was übrigens als selbstverständlich erscheint, jedesmal vorher auch die geographische Breite eines Ortes mittels Messung der Polhöhe bestimmt hatte, keineswegs aber zum anderen Schlusse, daß er mit diesen Beobachtungen die geographische Breite habe ermitteln wollen.

Die Polhöhe konnte er nur mittels des Polos oder der Äquatorialuhr bestimmen; die Mitnahme eines solchen Instrumentes war daher unerläßlich; die Tagesdauer konnte er aber auch mittels einer Klepsydra, die nach Isemerinstunden eingeteilt war, ermitteln.

Versuchen wir zum Schlusse das Wirken und die wissenschaftliche Bedeutung dieses genial veranlagten, von einem unwiderstehlichen, vor keiner Gefahr zurückschreckendem Forscherdrange und von glühendster Begeisterung für die Wissenschaft beseelten Mannes, der von einer unstillbaren Sehnsucht nach wissenschaftlicher Erkenntnis erfüllt war, in einem Gesamtbilde festzuhalten, so sind die einzelnen Züge dieses Bildes kurz folgende:

Durch genaue Bestimmung des Pols gab er der Erdachse und dadurch auch der Erde die der Wirklichket entsprechende Stellung und Lage im Weltenraume; damit schuf er aber auch die Voraussetzung für eine wissenschaftlich unanfechtbare Methode der Breitenbestimmung und der Ermittelung der Neigung der Erdachse zur Erdbahn oder, wie Pytheas, den Schein für Wirklichkeit nehmend, die Sache auffaßte, für die

Neigung der Erdachse zur Jahresbahn der Sonne oder zur Ekliptik Durch die Bestimmung der Schiefe der Ekliptik waren auch die Grenzen der heißen und kalten Zone festgesetzt.

Durch seine Schattenmessung, durch die er den Zenithabstand oder die Mittagshöhe der Sonne und die Entfernung des Wendekreises vom Äquator oder die Schiefe der Ekliptik ermittelte, gab er auch den Anstoß zu einer verbesserten Methode der Erdmessung.

Die Tatsache, daß Pytheas genau erkannte, die Ermittelung der Neigung der Erdachse oder des Äquators zur Ekliptik sei abhängig von drei Faktoren: der geographischen Breite und den wechselnden Phänomenen der Mittagshöhe und des Tagesbogens der Sonne oder der Tagesdauer, ist ein im höchsten Grade ehrendes Zeugnis für die Klarheit der Anschauungen unseres Forschers.

Von Pytheas rührt auch die Methode her, den Tagesbogen der Sonne durch Beobachtung der Tagesdauer mittels einer Äquatorialuhr oder mittels einer nach derselben eingeteilten Klepsydra zu bestimmen.

Fragen wir zum Schlusse, welche Stellung dieser wahrhaft große, mit Unrecht von Leuten, die ihn nicht zu würdigen verstanden, als Lügner und Schwindler verlästerte Mann in der Geschichte der Astronomie und der wissenschaftlichen Erdkunde der Griechen einnimmt, so müssen wir sagen, daß er geradezu die wissenschaftlichen Grundlagen und Voraussetzungen schuf, auf welchen die großen Astronomen und mathematisch geschulten Geographen der Folgezeit ihr Gebäude aufführten, was auch die hohe Wertschätzung bezeugt, in der er bei all diesen Forschern stand.[63])

Aber die Wirksamkeit eines Pfadfinders auf dem Gebiete der wissenschaftlichen Erkenntnis ist mit dessen Leben nicht abgeschlossen. Was sein Geist im irdischen Leben erkämpft und errungen, das bleibt erhalten für alle Zeiten und alle folgenden Geschlechter der Menschen.

Unsere Einteilung des Sterntages in 24 Stunden ist auf Pytheas zurückzuführen. Die Einführung der Isemerinstunden eröffnete den Weg zur Herstellung eines vom Sonnenlaufe unabhängigen Zeitmessers und damit auch die Möglichkeit die geographische Länge eines Ortes zu bestimmen, welche die Alten durch Beobachtnng der Zeit, zu welcher auf verschiedenen Längengraden Sonnen- und Mondesfinsternisse sichtbar wurden, nur auf eine sehr unvollkommene Weise ermitteln konnten.

Von Pytheas stammt auch zweifellos der Gedanke, die geographische Breite durch Messung der Polhöhe zu bestimmen und um die Erde Parallelkreise sich gelegt zu denken, und an der von ihm ermittelten Lage und Stellung der Erdachse zum Universum sowie an der von ihm festgesetzten Begrenzung der heißen und kalten Zone hat die moderne Wissenschaft nichts zu ändern gefunden.

So spricht der große Massaliote heute noch in gang und gäbe gewordenen Einrichtungen und Kenntnissen zu uns in einer Sprache, die jedem halbwegs gebildeten Menschen wohl verständlich und geläufig ist, und seine Erfindungen und Entdeckungen werden einen wertvollen Bestandteil des Kulturerbes bilden bis ans Ende der Zeiten.

[63]) Berger, G. d. w. E. d. G. S. 333.

Nachträge und Berichtigungen.

In der Anmerkung 14 auf Seite 11 ist mit den Worten: „Pytheas hat aber das Verhältnis des Gnomons zu seinem Schatten, nicht umgekehrt, bestimmt. — Damit war auch der komplementäre Winkel α an der Spitze des Gnomons bestimmt." — die Geltung der im Vorhergehenden abgeleiteten Formel für den besonderen Fall aufgehoben. Dieser Widerspruch bedarf einer Erklärung.

Bei Berger, Geschichte der wissenschaftlichen Erdkunde der Griechen, steht auf Seite 338 wörtlich Folgendes: „Pytheas hatte das Verhältnis des Mittagsschattens zum Gnomon in seiner Vaterstadt gemessen usw."

Im festen Vertrauen auf die Verläßlichkeit dieser Worte unterließ ich es leider in der Quelle nachzusehen; unmittelbar vor der Drucklegung des ersten Druckbogens schlug ich die betreffende Strabostelle nach und entdeckte zu meinem Entsetzen, daß ich das Opfer eines Irrtumes oder eines Mißverständnisses geworden sei:

Pytheas hatte nach Strabo nicht das Verhältnis des Gnomonschattens zum Gnomon, sondern umgekehrt das Verhältnis des Gnomons zu dessen Schatten gemessen.

Es war an einem Sonntag nachmittags, als ich den Irrtum entdeckte. Manuskript uud Korrektur waren aus der Hand gegeben, die Druckerei geschlossen, am nächsten Morgen sollte mit dem Drucke begonnen werden: es waren qualvolle Stunden, die ich durchlebte. Endlich kam mir der rettende Gedanke. Ich ließ am nächsten Tage in aller Frühe aus dem Druckersatze drei Zeilen entfernen und obigen vier Zeilen umfassenden Absatz, der die Geltung der Formel für den besonderen Fall aufhebt und das Richtige kurz angibt, einrücken.

Damit ist aber die Tangenten-Formel in der Anmerkung 14 und die Figur 5 nichts weniger als entbehrlich oder etwa gar überflüssig geworden; im Gegenteile: sie bildet nach wie vor die mathematische Begründung für die Figur 6.

Die Ableitung der richtigen Formel für Pytheas' Schattenmessung ist folgende:

In Figur 5 bezeichnet a den Gnomon, b den Mittagsschatten des Gnomons am längsten Tage in Massilia, die Hypotenuse c den das Schattendreieck begrenzenden Sonnenstrahl.

Pytheas hat das Verhältnis des Gnomons zu dessen Schatten gemessen. Dieses Verhältnis wird mit $\frac{a}{b}$ bezeichnet; nun ist aber $\frac{a}{b} = \text{tang.}\ \beta$ oder $a = b.\ \text{tang}\ \beta$.

Beschreibe ich nun mit b als Radius 1 einen Kreis, an welchem die Beziehungen zwischen den Seiten der ein- und umgeschriebenen Vielecke und den entsprechenden Kreisbogen abgeleitet werden, so ist $a = \text{tang}\ \beta$.

Die Linie a wird begrenzt vom Radius 1 und dem anderen Schenkel des im Zentrum des mit dem Radius 1 beschriebenen Kreises liegenden

Winkels β; a ist daher tatsächlich im Sinne des Pytheas die Tangente des Winkels β.

Da aber $a = \frac{s}{2}$, s aber die Seite eines dem Kreise umgeschriebenen Vielecks ist, so hat Pytheas in unserem Falle, um die Größe des Schattenwinkels α an der Spitze des Gnomons zu ermitteln, die Größe des komplementären Winkels β durch die halbe Seite des dem Kreise umgeschriebenen Vielecks ausgedrückt; damit war aber auch die Größe des komplementären Winkels α an der Spitze des Gnomons bestimmt.

In Figur 6 ist die Höhe b in wachsender Progression eingeteilt.

Im Vorworte soll es anstatt: „im Dienste der Astronomie" richtiger heißen: im Dienste der mathematischen Geographie", und statt: G. Hergts Nordlandfahrten — Nordlandfahrt des Pytheas.

Auf Seite 8 ff. soll es statt: „Allerdings hat Pytheas durch Messung des Winkels des Gnomonschattens — die geographische Breite auch auf den Äquator zu beziehen." — vielmehr heißen:

Es ist undenkbar, daß ein Astronom, der die Bestimmung der geographischen Breite durch Messung der Polhöhe erfunden hatte, die geographische Breite von Massilia durch ein Verfahren zu ermitteln versucht haben soll, das ihm wohl den Abstand Massiliens vom Wendekreise, nicht aber den vom Äquator angeben konnte, während er durch Messung der Polhöhe die geographische Breite sofort ermitteln mußte.

Wohl aber konnte er durch Abzug der Zenithdistanz der Sonne am 21. Juni um 12^h mittags von der geographischen Breite Massilias den Abstand des nördlichen Wendekreises vom Äquator oder die Schiefe der Ekliptik ermitteln, die vor Pytheas nicht bekannt war. Pytheas' Schattenmessung hatte also unter anderem die Bestimmung der Schiefe der Ekliptik zum Ziele.

Aber nicht immer und überall hat ein Forschungsreisender Zeit und Gelegenheit, in der umständlichen Art des Pytheas den Zenithabstand der Sonne zu ermitteln; man kann ihn aber aus der Gleichung $M + A = 90^0$ (S. 10) berechnen; daraus ist $M = 90^0 - A$ und daher $A = 90^0 - M$.

Die Mittagshöhe der Sonne steht also mit der Bestimmung der Schiefe der Ekliptik in einem ursächlichen Zusammenhange.

Denn da die Sonne am 21. Juni um 12^h mittags am Wendekreise 90^0, am Pol aber $23^0\ 30'$ oder um die Schiefe der Ekliptik sich über den Horizont erhebt, so folgt daraus, daß auf allen zwischen diesen Breiten gelegenen Parallelkreisen die Mittagshöhe der Sonne gleich ist 90^0 weniger der Polhöhe mehr der Schiefe der Ekliptik oder $M = 90^0 - P + E$, wobei P die Polhöhe und E die Schiefe der Ekliptik bedeutet; daher ist $M + P = 90^0 + E$, woraus $E = M + P - 90^0$ sein muß.

Nun konnte M unter Zugrundelegung der Mittagshöhe von Massilia in jedem Augenblicke ermittelt werden; denn in demselben Verhältnisse, in welchem beim Vordringen nach Norden die Polhöhe zunahm, nahm die Mittagshöhe ab.

Die Mittagshöhe der Sonne in Massilia am 21. Juni war also die feste Basis, von der ausgehend Pytheas im Norden die Schiefe der Ekliptik bestimmen konnte.

Pytheas hat demnach die Schiefe der Ekliptik an zwei Orten und nach zwei Methoden bestimmt: in Massilia durch Abzug der Zenithdistanz der Sonne von der Polhöhe des Ortes und in der Nähe des Polarkreises durch Abzug der Poldistanz des Ortes von der Mittagshöhe der Sonne. Denn da die Sonne am Nordpol um jenen Betrag sich über den Horizont erhebt, um welchen sie am Wendekreise über den Äquator emporsteigt, so mußte die Entfernung des Pols vom Polarkreise gleich sein der des Wendekreises vom Äquator.

Da demnach die Schiefe der Ekliptik auf der Erde in der Breite der heißen und kalten Zonne ihren Ausdruck findet, so hat Pytheas durch dieses Verfahren auch diese beiden Zonen nach Norden und Süden für alle Zeiten abgegrenzt.

Pytheas' Schattenmessung diente daher einem doppelten Zwecke: erstens der Ermittelung des Zenithabstandes der Sonne von Massilia, zweitens der Bestimmung der Mittagshöhe derselben.

Wenn demnach Hipparch die geographische Breite von Massilia nach Pytheas' Schattenmessung bestimmte, so folgt daraus, daß diese Breitenbestimmung nicht von Pytheas herrühren kann, sondern von Hipparch selbständig durch Vergleichung mit an anderen Orten vorgenommenen Schattenmessungen durchgeführt wurde.

Da die Bestimmung der Schiefe der Ekliptik mittels Abzugs der Zenithdistanz der Sonne am 21. Juni in Massilia von der Polhöhe des Ortes die Breitenbestimmung des Ortes mittels des Polos zur Voraussetzung hat, so hat Pytheas zweifellos auch in den Nordlandsgegenden die geographische Breite mittels des Polos ermittelt. Auf Massilia bezog er diese Breitenbestimmungen deshalb, weil er südlich von Massilia keine Polhöhe gemessen hatte und Massilia die wissenschaftliche Basis seiner Beobachtungen war.

Daraus folgt mit logischer Notwendigkeit, daß Pytheas die geographische Breite dieser Orte nur in Bogengraden angegeben haben kann; denn mittels des Polos kann ich am Himmelsgewölbe wohl sehr leicht Bogengrade, aber keineswegs ebenso leicht Sehnen messen. Daraus folgt, daß Pytheas die Einteilung des Kreises in 360° bekannt gewesen sein muß.

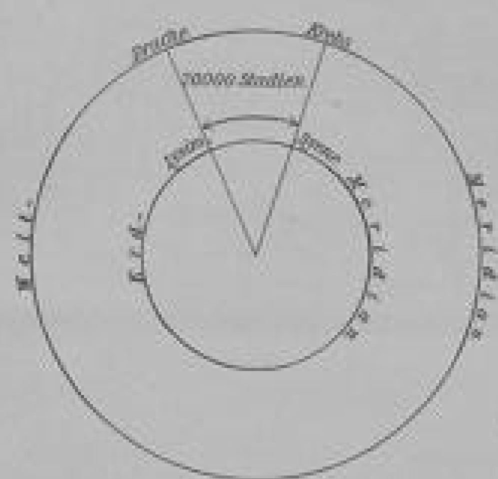
Daß Pytheas die von den Chaldäern erfundene Einteilung des Kreises in 360° kannte, ergibt sich auch daraus, daß er sich des babylonischen Ellen- und Zollmaßes bediente, dem die Einteilung des Kreises in 360° zugrunde lag. Die Angabe der Ellen statt der Bogengrade beweist daher von Pytheas persönlich angestellte Messung. (S. 18.)

Bestätigt wird unsere Annahme durch die auf Pytheas zurückgehende Angabe des Eudemus von Rhodus, die Schiefe der Ekliptik sei gleich der Sehne eines dem Kreise eingeschriebenen Fünfzehnecks oder betrage nach anderem Ausdruck 24°.

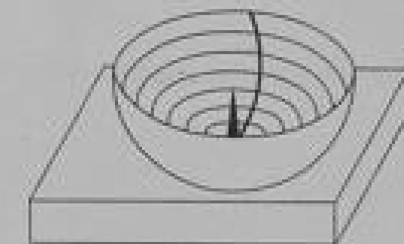
TAFEL MIT DEN TEXT ERLÄUTERNDEN FIGUREN.

Die Figuren I, II. und III. sind mit Erlaubnis des Verfassers und Verlegers genommen aus Hugo Berger, Geschichte der wissenschaftlichen Erdkunde der Griechen, Leipzig, Verlag von Veit & Komp. 1903, Seite [illegible], 407 und 408.

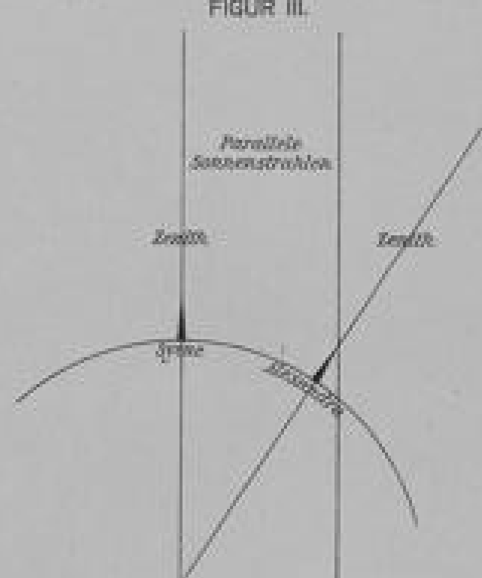
FIGUR I.



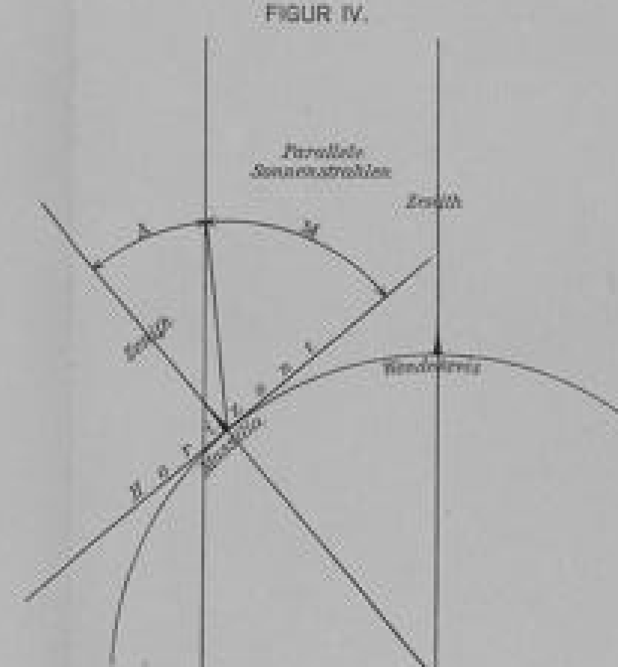
FIGUR II.



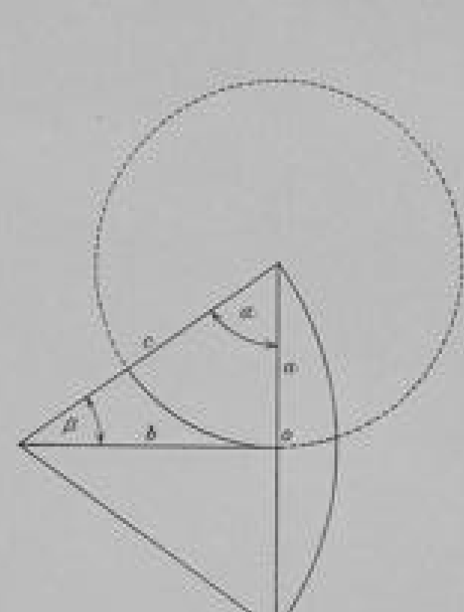
FIGUR III.



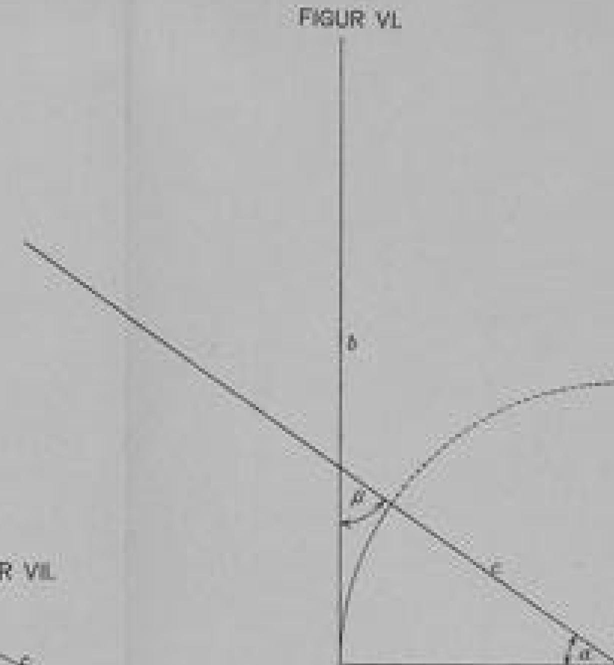
FIGUR IV.



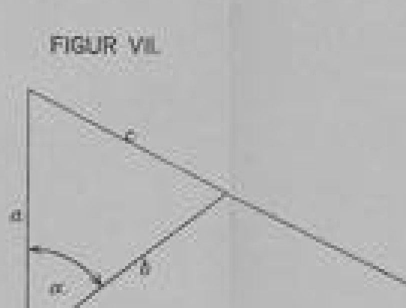
FIGUR V.



FIGUR VI.



FIGUR VII.

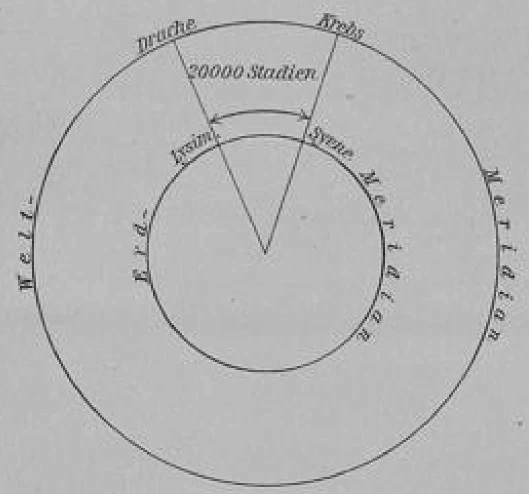


KARTOGR. ANSTALT G. FREYTAG & BERNDT, WIEN.

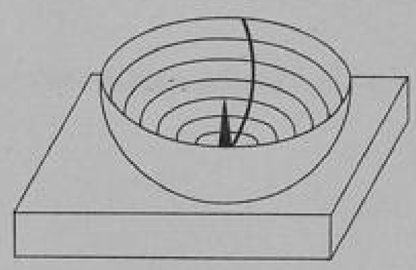
TAFEL MIT DEN TEXT ERLÄUTERNDEN FIGUREN.

Die Figuren I. II. und III. sind mit Erlaubnis des Verfassers und Verlegers genommen aus Hugo Berger, Geschichte der wissenschaftlichen Erdkunde der Griechen, Leipzig, Verlag von Veit & Komp. 1903, Seite 220, 407 und 408.

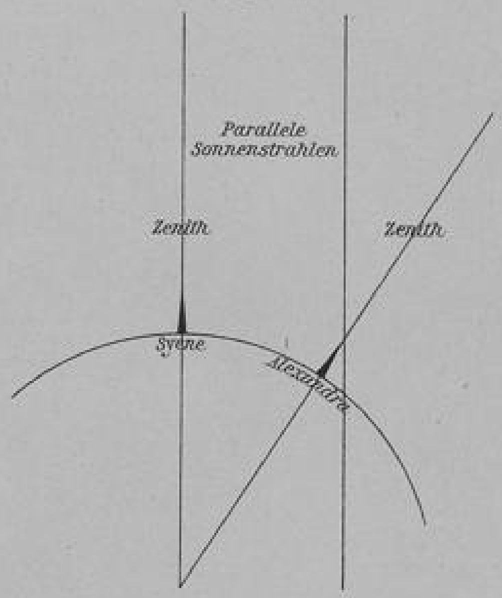
FIGUR I.



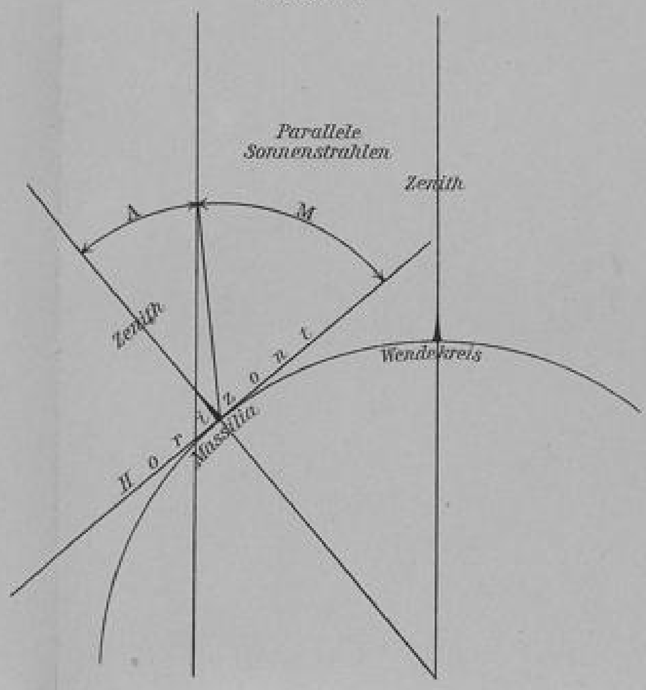
FIGUR II.



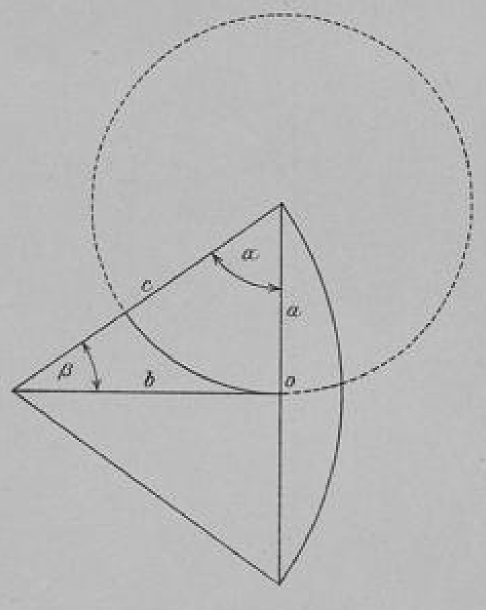
FIGUR III.



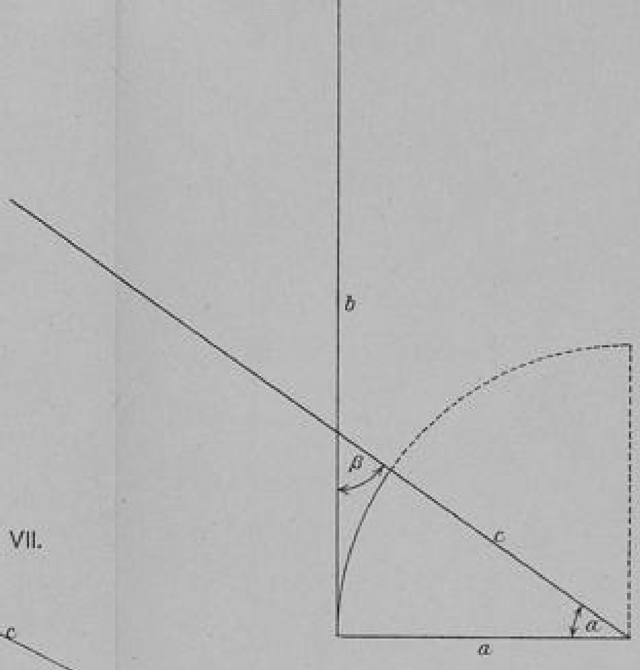
FIGUR IV.



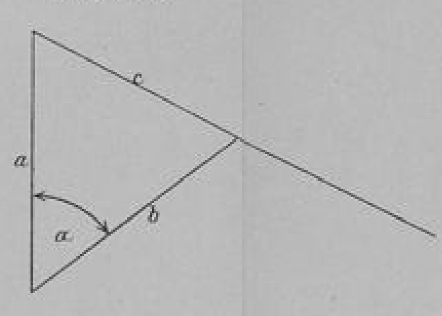
FIGUR V.



FIGUR VI.



FIGUR VII.



KARTOGR. ANSTALT G. FREYTAG & BERNDT, WIEN.