# Geschichte der Theorien des Regenbogens.

Von

Dr. Friedrich Just.

Bei wiederholter Beobachtung des schönen, farbigen Bogens am Himmel, welcher den Noachiden ein göttliches Friedenszeichen war und den alten Griechen den Weg einer von Zeus gesendeten Botin bezeichnete, drängt sich Jedem, von Kindheit an, das Gefühl auf, daß außer der leuchtenden Sonne für die Entstehung dieses Bogens die regnende Wolke eine nothwendige Bedingung sei; und dieses Gefühl hat sich auch in der Kindheit des Menschengeschlechtes, von deren Vorstellungen die Bibel uns Kunde bringt, geäußert in den von Gott zu Noah gesprochenen Worten (1. Mos. C. 9, V. 14): „Und wenn es kommt, daß ich Wolken über die Erde führe, so soll man meinen Bogen sehen in den Wolken."

Die Vorstellung, daß die Wolke, und zwar die Wolke als Ganzes, nicht die einzelnen Tropfen, Ursach und Bedingung für die Entstehung des Regenbogens sei, ist die im Alterthum herrschende. Jedoch bei **Aristoteles**, in dessen Schrift über die Meteore[1]) wir die erste, förm- 350 v. C.
liche Theorie des Regenbogens finden, wirkt die Wolke als Ganzes zusammen mit den eben entstehenden einzelnen Tropfen. Denn er sagt: „Vom Wasser wird der Strahl am meisten reflectirt und von solchem, welches anfängt sich niederzuschlagen, mehr als von Luft. Denn jedes der Theilchen, durch deren Vereinigung ein Wenig Flüssigkeit gebildet wird, ist nothwendig mehr Spiegel als Nebel." In diesen Spiegeln erscheint, wegen ihrer Kleinheit, die Farbe allein, dagegen keine begrenzte Gestalt; jeder von ihnen allein würde unsichtbar sein; durch ihr Zusammenwirken bilden sie die farbespiegelnde Wolke. So entsteht nach Aristoteles der Regenbogen durch eine Reflexion (*ἀνάκλασις*) des „Augenstrahles"[2]) an einer sich eben zu Wasser verdichtenden

---

[1]) Meteorologica. Lib. III. cap. 2—5.

[2]) Ich übersetze ὄψις mit Augenstrahl; es ist der vom Auge ausgehende, sich gleichsam wie ein Fühlhorn nach den zu sehenden Gegenständen streckende Strahl. **Wilde** hat in seiner Geschichte der Optik auf diese dem Alterthum eigenthümliche Vorstellung keine Rücksicht genommen. Unter ἀνάκλασις scheint Aristoteles Spiegelung und Brechung zugleich verstanden zu haben.

Dunst-Wolke. Der rothe Kreis im ersten Regenbogen ist der größte; ihn berühren die meisten Augenstrahlen und bringen so im Auge die Empfindung der lebhaftesten Farbe, des Rothen (*φοινικοῦν*), hervor; den nächst kleinern Kreis berühren weniger Augenstrahlen, sie bringen daher die Empfindung der weniger lebhaften Farbe, des Grünen (*πράσινον*), hervor; der dritte Kreis, welcher der kleinste ist und von den wenigsten Augenstrahlen berührt wird, erscheint violet (*ἁλουργός*)[1]. Das Gelb zwischen dem Rothen und Grünen ist nur eine secundäre (physiologische) Farbe[2]. Aehnlich soll es sich mit dem zweiten Regenbogen verhalten, dessen innerster Kreis roth erscheint, weil er dem rothen Kreise des ersten Regenbogens am nächsten liegt, so daß für ihn nahezu dieselben Umstände wirken als für jenen. Die anderen Kreise des zweiten Regenbogens erscheinen in minder lebhaften Farben, weil die Augenstrahlen zu ihnen einen größern Weg zu durchlaufen haben. Im 5. Capitel sagt Aristoteles: „Daß weder ein (ganzer) Kreis vom Regenbogen sich bilden kann, noch ein Bogen größer als ein Halbkreis, wird aus der Zeichnung denen, welche sie anschauen, klar werden." Diese Zeichnung ist aber keiner der mir zu Gesicht gekommenen Ausgaben der Meteorologica beigegeben, so daß mir des Aristoteles Beweisführung bisjetzt unverständlich geblieben. Wilde (G. d. O.) und Ideler (Meteorologia vet. Graecorum et Roman.) behandeln dieses Capitel der Met. gar nicht; Priestley (Gesch. d. Opt., herausg. v. Klügel) giebt nur den Beweis für die Kreisform des Regenbogens an und zwar folgendermaßen: „Um den Punkt, welcher der Sonne entgegengesetzt ist, sind ihre Strahlen so durchdringend, daß die Luft oder die Dünste sie nicht aufhalten können. In einer beträchtlichen Entfernung werden sie zu schwach, um gehörig zurückgeworfen zu werden; so daß genau in einer gewissen Entfernung von jenem Punkte, und also in einem Kreise, die Erscheinung sich zeigt."

Im Anschluß an Aristoteles müssen wir den Verfasser des Buches *περὶ κόσμου* erwähnen, obgleich die betreffende Stelle (cap. IV.) wieder ein Beweis gegen die Autorschaft des Aristoteles ist. Nach jenem Verfasser ist nämlich der Regenbogen die Spiegelung eines Stückes der Sonne (des Mondes) in einer feuchten, ausgehöhlten (concaven) und dichten Wolke[3]. Ganz dieselbe
95 v. C. Ansicht hatten, wie Seneca (Nat. Quaest. I. 4.) berichtet, Parianus Artemidorus und Posidonius, nur daß sie noch die concave Fläche der Wolke als sphärisch annahmen. Vor Seneca tauchten hin und wieder schon einzelne Ansichten auf, daß die wesentliche Ursach des Regenbogens
50 n. C. wohl eine Spiegelung in den einzelnen Tropfen sein könnte; aber Seneca selbst weiset diese Ansichten zurück, „weil die Tropfen zu schnell fallen, als daß sie das Bild der Sonne auffangen könnten." Er schließt sich fast wörtlich an die Auffassung des Verf. des Buches *περὶ κόσμου*

---

[1]) Wilde (Gesch. der Optik, I., S. 9), übersetzt *φοινικοῦς* mit Blauroth; es kann dies nicht richtig sein, da Aristoteles den äußersten Ring des ersten Regenbogens *φοινικοῦς* nennt; ebensowenig kann *ἁλουργός* Gelb sein, wie Wilde übersetzt.

[2]) *Τὸ δὲ ξανθὸν φαίνεται διὰ τὸ παράλληλα φαίνεσθαι, τὸ φοινικοῦν γὰρ παρὰ τὸ πράσινον λευκὸν φαίνεται.* L. 3., c. 4.

[3]) *Ἶρις μὲν οὖν ἐστιν ἔμφασις ἡλίου τμήματος ἢ σελήνης ἐν νέφει νοτερῷ καὶ κοίλῳ καὶ συνεχεῖ πρὸς φαντασίαν ὡς ἐν κατόπτρῳ θεωρουμένη κατὰ κύκλου περιφέρειαν.*

an: „arcus imago solis est roscida et cava nube concepta.“ (N. Q. I. 3.) Die Farben erklärt Seneca durch die Mischung des Sonnenlichtes mit der Dunkelheit der Wolken, obgleich ihm die Zerstreuung des weißen Lichtes durch ein geschliffenes Glas-Prisma bekannt ist. (N. Q. I. 6. 7.)

Im Mittelalter scheint sich von den arabischen Mathematikern Niemand mit dem Problem des Regenbogens beschäftigt zu haben, obwohl eine Arbeit des Alhazen (1100) über Strahlenbrechung existirt. In Deutschland schrieb Albertus Magnus (Albert von Bollstädt) ein Werk 1250.
über Meteore, in welchem die Farben des Regenbogens durch die Schwächung der Lichtstrahlen in
den Dünsten erklärt werden[1]). Der Pole Vitellio, dessen Werke[2]) erst im 16. Jahrhundert 1270.
herausgegeben wurden, behauptete zuerst, daß der Regenbogen nicht anders als durch Spiegelung und Brechung zugleich entstehen könne; allerdings läßt er diese nicht an Wassertropfen vor sich gehen, sondern an einem vapor roridus, obwohl er den Versuch, mit einer Glaskugel voll Wasser Regenbogen-Farben zu erzeugen, kannte. Er bestreitet, daß der Regenbogen einen constanten Halbmesser habe, da die Dichtigkeit der Atmosphäre nicht immer dieselbe sei. Von den Farben des Regenbogens unterscheidet er nur drei: Roth (puniceus), Gelb (xanthus), Violet (alurgus); während schon Seneca auf die unendliche Zahl der Farben aufmerksam machte.

Die Ansicht, daß der Regenbogen durch Brechung und einmalige oder zweimalige 1310.
Spiegelung in den einzelnen Tropfen erzeugt werde, wird zuerst von Theodoricus de Saxonia[3]), einem Dominikaner aus Freiberg i. S., im Anfang des 14. Jahrhunderts aufgestellt. Von dem Werke des Th. „de radialibus impressionibus et de iride“ giebt es nur zwei Manuscripte, das eine in der Bibliothek zu Basel, das andere auf der Universitäts-Bibliothek zu Leipzig. Venturi hat zuerst auf Th. aufmerksam gemacht, und Muncke, der das Leipziger Exemplar untersucht hat, bestätigt, daß Th. „die wahre Theorie des Regenbogens“ gefunden habe[4]). Weshalb gerade an gewissen Stellen des Tropfens die Strahlen dichter und zahlreicher austreten, vermag Th. allerdings, im Geiste seiner Zeit, nur einer „Willkür der Natur“ zuzuschreiben. Dessen ungeachtet, und obgleich das Werk des Th. lange Zeit gänzlich unbekannt geblieben ist, gebührt ihm unzweifelhaft der Ruhm, die erste richtige Erklärung des Vorganges im Regentropfen, welcher die Ursach des Regenbogens ist, gegeben zu haben.

Aus dem 15. Jahrhundert ist uns keine Arbeit über den Regenbogen überliefert. Erst im Anfange des 16. Jahrhunderts, als sich auf allen Gebieten der Wissenschaft wieder Leben und Streben zeigt, tauchen neue Erklärungs-Versuche auf. Josse Clictove (Jodocus Clichtovaeus), 1500.
ein Aristoteliker, erklärt in seiner „Philosophiae naturalis paraphrasis.“ (Paris 1501) den

---

[1]) Göthe, Geschichte der Farbenlehre.

[2]) Vitellionis math. doctiss. περὶ ὀπτικῆς libri X. Norimb. 1535; Vitellionis opticae thesaurus. Basil 1572. Vergl. Gehler, phys. Lex.; Wilde, G. d. O.; Grailich, Theorie der gemischten Farben. Wien. Akad. Ber. 1854.

[3]) Wilde, G. d. O., I., 132, 174.

[4]) Gehler, phys. Lex., neue Ausg., „Regenbogen.“

1550. äußern Regenbogen für eine Spiegelung des innern in den Wolken[1]). Mehr der Wahrheit nähert sich Maurolycus aus Messina, Abt zu Castronuovo, indem er den Grund der Entstehung des „siebenfarbigen" Regenbogens in der mehrfachen Reflexion der Strahlen im Innern eines Tropfens sucht[2]). Porta unterscheidet die Regenbogen-Farben als „apparente" von den „wahren" Farben und schreibt sie einer Brechung der Sonnenstrahlen in der regnenden Wolke zu[3]). Von Neuem nähert sich der Wahrheit Johann Fleischer[3]), Rector zu Goldberg in Schl.; er läßt die Strahlen, welche den Regenbogen bilden, in jedem Tropfen zwei Mal sich brechen und dann von einem dahinterliegenden Tropfen zurückgeworfen werden. (Den äußeren Regenbogen erklärt er nicht; als Halbmesser des innern giebt er $42 - 42\frac{1}{2}^0$ an). Harriot dagegen (1606) setzt in einem Briefe an Kepler[1]) den Ort der Reflexion der Strahlen richtig auf die hohle, innere Fläche des Tropfens.

1610. Endlich, nach diesem Schwanken zwischen dem Wahren und den so lange festgehaltenen Aristotelischen Ansichten, erhalten wir wieder eine völlig richtige Erklärung des ersten Regenbogens durch Marcus Antonius de Dominis, Bischof zu Spalatro, „einer der klarsten Köpfe ihres Jahrhunderts, ein Mann, in dessen Arbeiten überall der inductive Geist sich regt, der mit dem Auftreten Galileis gewaltig zu wehen beginnt"[5]). Er suchte die Stellen auf, welche das Auge gegen eine Glaskugel einnehmen muß, um den Haupt- und Neben-Regenbogen wahrzunehmen. Während er aber den Haupt-Regenbogen richtig durch eine Brechung, eine Spiegelung auf der innern Fläche des Tropfens und wieder eine Brechung erklärt, so dehnt er diese Erklärung fälschlicher Weise auch auf den zweiten Regenbogen aus. Dominis soll seine Erklärung des Regenbogens schon 1590 aufgestellt haben, während sein Werk: „De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et Iride tractatus" erst 1611 von J. Bartolus zu Venedig herausgegeben wurde. Lange Zeit ist sein Verdienst verkannt worden, obgleich Newton (Optice, Lib. I.) ihm ausdrücklich das Zeugniß gab, „daß er in der Neuzeit am vollständigsten den Vorgang im Regentropfen erklärt habe." Goethe und Wilde haben namentlich das Verdienst de Dominis' wieder an das Licht gezogen.

1630. Für beide Regenbogen lieferte René Des-Cartes, der berühmte Philosoph, eine Theorie, welche in ihrem mathematischen Theile so vollkommen ist, als sie bei der damaligen Entwickelungsstufe der Mathematik sein konnte; und er stützte diese Theorie auf methodische und messende Beobachtungen. Es ist sehr fraglich, ob er de Dominis' Werk und dessen Erklärung des ersten

---

[1]) Gehler, Priestley a. a. O.

[2]) De lumine et umbra. Venet. 1575. Vgl. Wilde, Priestley u. s. w.

[3]) De refractione lib. IX. Neap. 1593. Grailich a. a. O.

[4]) De iridibus doctrina Aristotelis et Vitellionis certa methodo comprehensa. Vgl. Grailich, Priestley a. a. O.

[5]) Grailich a. a. O.

[6]) Grailich, a. a. O.; vgl. ferner: Wilde, G. d. O., I., 172; Gehler, phys. Lex.; Priestley, G. d. O.; Goethe, G. d. F.

Regenbogens gekannt hat, da er sich durchaus nicht darauf bezieht, und da ihm eine wissentliche Verleugnung derselben nicht so ohne Weiteres zugeschoben werden darf, wie es Goethe in seiner Geschichte der Farbenlehre thut. Ich gehe auf die Cartesische Theorie und ihre Geschichte näher ein.

Des-Cartes war im Jahre 1629 nach Amsterdam und von da nach Friesland gegangen, wo er sich in der Nähe von Franecker niederließ. Der Wunsch, einsam und so ungestört seinen Studien leben zu können, sowie auch Rücksicht auf seine Gesundheit hatten ihn zu diesem ländlichen Aufenthalt bewogen. Hier erfuhr er von seinem Freunde, Pater Mersenne in Paris, daß am 22. März (1629) zu Rom Nebensonnen so schön wie noch nie beobachtet worden seien. Später wurden ihm durch Heinrich Reneri (oder Renier), einem seiner neuen Freunde und Schüler in Holland (er wurde später der „erste Cartesianische Doctor"), Details der Beobachtungen verschafft. Reneri hatte dieselbe von Gassendi empfangen, der sich damals in Holland aufhielt und später mündlich noch Näheres an Des-Cartes darüber mittheilte. Dieser Beobachtung von Nebensonnen, die ich weitläufiger, als es nöthig scheinen möchte, erwähne, verdanken wir Des-Cartes' Werk über die Meteore, welches er einige Jahre später herausgab. Er unterbrach seine metaphysischen Arbeiten, um der Reihe nach alle Meteore zu untersuchen; und er war mit diesem Gegenstande mehrere Tage lang beschäftigt, ohne daß er etwas ihm Genügendes fand. Endlich wurde er durch mehrere sehr genaue Beobachtungen in den Stand gesetzt, Rechenschaft von den meisten Meteoren zu geben und besonders von allen Farben des Regenbogens, die ihm mehr Mühe gemacht hatten, als alles Andere zusammen[1]). Er entschloß sich, aus diesen Arbeiten eine Abhandlung zu bilden, welche mit einer Untersuchung der Nebensonnen endigen sollte. Diese Abhandlung ist die über die Meteore, wie sie auf uns gekommen ist. Sie erschien zuerst im J. 1637 mit drei anderen Abhandlungen zusammen zu Leyden u. d. T. „Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la verité dans les sciences. Plus la Dioptrique, les Météores et la Géometrie, qui sont des essais de cette méthode." 1656 erschien zu Amsterdam eine lateinische Ausgabe, in der aber die Geometrie fehlt.

Des-Cartes handelt vom Regenbogen im 8. Capitel seiner Meteore. Da es immer Interesse gewährt, zu verfolgen, wie sich die ersten richtigen Vorstellungen über die Entstehung häufig beobachteter Natur-Erscheinungen gebildet haben; so will ich den Anfang und einige wichtige Stellen des 8. Capitels wörtlich hersetzen: „Die Natur des Regenbogens ist einerseits so wunderbar und ist so sorgsam von vielen ausgezeichneten Männern untersucht, andererseits doch zu wenig erkannt; ich kann daher keinen passenderen Gegenstand wählen, um zu zeigen, daß man mit Hilfe der von mir angewendeten Methode zur Kenntniß einiger Dinge gelangen kann, welche den früheren Schriftstellern unbekannt waren. Ich hatte zunächst bemerkt, daß der Regenbogen nicht nur am Himmel erscheine, sondern auch in uns nahe gelegenen Luftregionen, sobald diese nur zahlreiche, von der Sonne beleuchtete Wassertropfen enthalten; wie wir dies an solchen Brunnen, welche das Wasser

[1]) Diese Notizen sind entnommen aus: Baillet, la vie de Ms. Des-Cartes. Paris 1693.

aus Röhren hervorsprudeln, beobachten. Es wurde mir daher leicht, das Urtheil aufzustellen, daß der Regenbogen allein herrühre von der Art und Weise, wie die Lichtstrahlen auf die Tropfen fallen und von dort in unser Auge gehen. Da ich ferner wußte, daß diese Tropfen rund sind, und daß der Regenbogen, mögen sie klein oder groß sein, immer auf eine völlig gleiche Weise auf ihnen sich darstellt; so beschloß ich, einen sehr großen Tropfen zu betrachten, damit ich an ihm um so leichter erkennen könnte, was in den einzelnen Tropfen vorgeht. Zu dem Zweck nahm ich eine hinreichend genau sphärische und sehr durchsichtige Glas-Kugel und füllte sie mit Wasser. Stellte ich diese an den Ort B C D [1]), und kamen die Sonnenstrahlen z. B. aus der Gegend des Himmels A F, während das Auge sich im Punkte E befand; so sah ich den Theil D der Kugel ganz roth und bedeutend glänzender als das Uebrige. Mochte ich sie nun näher heranbringen oder weiter entfernen, mochte ich sie nach rechts oder links drehen, oder mochte ich sie selbst um meinen Kopf herumbewegen; immer erschien der Theil D der Kugel in gleicher Weise roth, sobald nur die Linie D E mit der anderen E M (die man sich vom Mittelpunkte des Auges bis zu dem der Sonne verlängert denken muß) einen Winkel von ungefähr 42° bildete; sobald ich aber diesen Winkel um ein Wenig vergrößerte, verschwand die rothe Farbe; und wenn ich ihn verkleinerte, so verschwand sie zwar nicht in ihrer ganzen Ausdehnung zugleich, sondern theilte sich vorher gewissermaßen in zwei weniger glänzende Theile, in denen Gelb und Blau und andere Farben sichtbar waren. Als ich später auch in der Gegend K die erwähnte Kugel betrachtete, bemerkte ich, daß auch dieser Theil K roth erscheine, aber nicht so glänzend wie D; der Winkel K E M war dabei ungefähr 52°; vergrößerte ich diesen Winkel nur wenig, so bemerkte ich ebenda andere mattere Farben; verkleinerte ich ihn ein Wenig oder vergrößerte ich ihn ziemlich bedeutend, so verschwanden sie völlig. In Folge dessen sah ich dies klar ein: Wenn die ganze Luft um M mit solchen Kugeln oder an deren Stelle mit Tropfen angefüllt ist, so muß ein gewisser Punkt an einzelnen unter ihnen in intensiv rother Farbe leuchten, nämlich an denen, deren zum Auge E gezogene Verbindungslinien mit der Linie E M einen Winkel von ungefähr 42° einschließen. Betrachtet man nun diese Punkte gleichzeitig, indem man ihren Ort nur nach dem Winkel, unter dem sie gesehen werden, fixirt, so müssen sie den Anblick eines zusammenhängenden rothen Kreises gewähren; und ähnlich muß es gewisse Punkte an anderen Tropfen geben, deren zum Auge gezogene Verbindungslinien mit E M etwas spitzere Winkel bilden; von diesen werden die matter gefärbten Kreise zusammengesetzt. Hierin besteht der erste oder Haupt-Regenbogen".

Analog erklärt D.-C. den zweiten Regenbogen und fährt dann fort: „Als ich später genauer an der Glas-Kugel B C D untersuchte, woher die an dem Punkte D sichtbare Farbe käme, bemerkte ich, daß sie von den Sonnenstrahlen herrühre, die von A nach B gelangen, bei dem Ein-

---

[1]) Die Figur, auf welche sich Des-Cartes bezieht, wird sich der Leser nach folgenden Andeutungen leicht selbst entwerfen können: A B ist der in die Kugel einfallende Strahl, der dem ersten Regenbogen entspricht; er wird gebrochen in B, gespiegelt in C, wieder gebrochen in D nach E; F G ist der einfallende Strahl, der dem zweiten Regenbogen entspricht; er wird gebrochen in G, gespiegelt in H, wiederum gespiegelt in I und wieder gebrochen in K nach E; M ist der Mittelpunkt des kreisförmigen Regenbogens.

tritt in das Wasser in B gebrochen werden und nach C gehen, von wo sie nach D reflectirt, bei dem Austritt aus dem Wasser ebendaselbst zum zweiten Mal gebrochen werden und nach E gehen. Denn sobald ich irgend einen undurchsichtigen und dunkelen Körper in irgend eine der Linien A B, B C, C D oder D E hineinbrachte, verschwand die röthliche Farbe; und mochte ich die ganze Kugel mit Ausnahme der Punkte B und D bedecken und überall dunkele Körper herumstellen, wenn nur nichts der Wirkung der Strahlen A B C D hinderlich war, so erschien das Roth doch immer in hellem Glanze. Darauf untersuchte ich ebenso die Ursach jenes in K erscheinenden rothen Kreises und fand, daß er herrühre von Sonnenstrahlen, welche von F nach G gelangen, dort nach H gebrochen werden, in H nach I reflectirt, zum zweiten Male von I nach K reflectirt, endlich im Punkte K wieder gebrochen werden und nach E gehen. Und so entsteht der erste Regenbogen durch Strahlen, welche nach zwei Brechungen und einer Reflexion zum Auge kommen; der zweite hingegen durch Strahlen, welche erst nach zwei Brechungen und zwei Reflexionen eben dorthin gelangen. Deswegen ist auch der letztere immer weniger sichtbar als der erste".

Ich übergehe einige Paragraphen der Cartesischen Abhandlung, die nur für die Geschichte der Farbenlehre von Wichtigkeit sind, und in denen Cartesius die Verschiedenheit der Farben erklärt durch verschieden schnell rotirende Bewegungen der Molecule seiner „materia valde subtilis". Diese Verschiedenheit der Rotations-Geschwindigkeiten wird erst durch Brechung des Sonnenlichtes und durch begränzenden Schatten hervorgerufen[1]). Zurückkehrend zum Regenbogen behauptet Des-Cartes, daß wir nur deshalb die rothe Farbe unter bestimmten Winkeln am Tropfen sehen, weil unter diesen Winkeln die rothen Strahlen besonders zahlreich austreten. Er beweist dies durch Rechnung vermittelst zweier Tabellen, in denen er, unter Anwendung des Brechungsgesetzes und unter Benutzung des Brechungs-Quotienten $\frac{250}{187}$, für ein System einfallender aequidistanter Strahlen den sog. Deviations-Winkel $\delta$ berechnet, den sie nach ihrem Austritt mit der Axe, welche durch Sonne und Tropfen geht, bilden. Aus diesen Tafeln ergiebt sich, daß nach einer Reflexion besonders solche Strahlen zahlreich austreten, deren $\delta = 41^\circ\,30'$, nach zwei Reflexionen solche, deren $\delta = 51^\circ\,54'$. „Addirt resp. subtrahirt man 17′ mit Rücksicht auf den Halbmesser der Sonne, so findet man $41^\circ\,47'$ für den größten Halbmesser des inneren Regenbogens und $51^\circ\,37'$ für den kleinsten Halbmesser des äußeren".

Aus dem übrigen Theil der Cartesischen Abhandlung, in dem er auch der durch Reflexion im Wasser umgekehrten Regenbogen, sowie der farbigen Bogen an Springbrunnen gedenkt, ist folgende Stelle noch erwähnenswerth: „Es haben mir Einige erzählt, sie hätten einen dritten Regenbogen die beiden gewöhnlichen umgeben sehn, aber weit blasser und ungefähr soweit von dem zweiten entfernt, als der erste vom zweiten. Meiner Meinung nach kann dies kaum auf That-

---

[1]) Das Urtheil Arago's (Biographie Des-Cartes'), auch die Farben des Regenbogens wären schon von Des-Cartes vollständig und genügend erklärt, finde ich bei sorgsamer Durchsicht der Cartesischen Abhandlung in keiner Weise bestätigt.

sachen beruhen, es müßten denn gerade einige sehr runde und durchsichtige Hagelkörner unter den Regentropfen sich befunden haben".

In der That ist ein derartiger Regen-Bogen nicht möglich. Die einzigen Beobachtungen eines dritten Regenbogens soll in neuerer Zeit Bergmann gemacht haben. (s. Radicke, Handb. der Optik.) Dieser Bogen, welcher drei inneren Reflexionen entspricht, würde nicht, wie der erste und zweite, der Sonne gegenüberliegen, sondern auf derselben Seite als die Sonne, ungefähr in einem Abstand von 42°; sein rother Kreis ist der äußere. Die Intensitäten der drei ersten Regenbogen verhalten sich zu einander wie 91: 39: 21, wie sich unter Anwendung der Fresnel-Neumann'schen Gesetze über die Intensität reflectirter und gebrochener Strahlen ergiebt. Es würde somit der dritte Regenbogen nur ungefähr halb so intensiv sein als der zweite, der auch schon wegen seiner Schwäche nicht immer wahrgenommen wird. Berücksichtigt man ferner, daß der Beobachter diesen dritten Regenbogen als einen die Sonne umgebenden Hof sehen, also der Blendung durch Sonnenstrahlen ausgesetzt sein würde; so erklärt sich die äußerst selten oder vielleicht nie gemachte Beobachtung dieses Bogens. Babinet (Pogg. Ann. Bd. 11. 1837) erzählt ausdrücklich, daß er unter sehr günstigen Umständen, auf dem Mont d'Or und dem Canigou, nichts von dem dritten Regenbogen bemerkt habe. Erst der fünf inneren Reflexionen entsprechende Bogen liegt wieder der Sonne gegenüber und hat einen Halbmesser von c. 53°; er würde also mit dem zweiten Regenbogen beinahe zusammenfallen und kann deshalb nicht der bei Cartesius erwähnte „dritte" Regenbogen sein.

1650. Die Möglichkeit eines dritten Regenbogens behauptet auch Marcus Marci, Professor zu Prag. Er erörtert diese Behauptung in seinem Werke, „Thaumantias, liber de arcu coelesti deque colorum apparentium natura",[1]) das sich durch seine Unklarheit auszeichnen soll. Auch seine Erklärung der Farben („diversae lucis refractiones causant diversos colores") ist nicht recht klar und kann wohl kaum als identisch mit der Newton'schen angesehen werden.

1663. Franz M. Grimaldi, bekannt dadurch, daß er zuerst die Beugungs-Erscheinungen des Lichtes als eigenthümliche beobachtet hat, giebt in seinem Werke „Physico-Mathesis de lumine, coloribus et iride" (Bononiae 1665) eine sehr vollständige Abhandlung über den Regenbogen. Er widerlegt darin die Ansicht aus dem Alterthume, daß bei der Bildung des Regenbogens die Wolke als zusammenhängender Spiegel wirke; darauf erklärt er beide Regenbogen in der Dominis-Cartesischen Weise. Seine Erklärung der Farben kommt der Aristotelischen nahe, indem er behauptet: „Die violette Farbe wird dort gesehen, wo die Strahlen spärlicher sind, die rothe Farbe, wo sie dichter an einander liegen". (Propos. 49). G. berechnet auch durch ähnliche Tabellen, wie sie Des-Cartes entwarf, das Maximum resp. Minimum der Ablenkung der aus dem Tropfen austretenden Strahlen von den einfallenden, er legt aber dabei einen falschen von Vitellio entlehnten Brechungs-Quotienten zu Grunde, so daß seine Rechnungen gar nicht mit den beobachteten Halbmessern des ersten und zweiten Regenbogens übereinstimmen. Es ist sehr auffallend, daß

---

[1]) Wilde, Goethe a. a. O.

G. nirgends die Cartesische Theorie des Regenbogens erwähnt, die doch mit der Beobachtung in leidlichem Einklang bleibt. Hätte er sie gekannt, so würde er wohl nicht den falschen Brechungs-Quotienten angewendet haben; auch stimmt eine geflissentliche Negirung derselben von seiner Seite nicht mit dem Elogium, das Pater Riccioli der Ausgabe des Grimaldischen Werkes anhängt. Als eine der hervorleuchtendsten Eigenschaften G.s nennt R. nämlich „sinceritas in agendo usque ad horrorem simulationis". Man könnte somit zu dem Schluße geneigt sein, daß auch Grimaldi selbstständig auf die richtige Erklärung der beiden Regenbogen gekommen ist.

Während so schon beide Regenbogen auf ihre wahren Ursachen zurückgeführt waren, der Vorgang in den Tropfen richtig erkannt, und von Des-Cartes (und Grimaldi) so gar schon eine Art theoretischer Erklärung dafür gegeben war, daß die Strahlen gerade an gewissen zwei Stellen des Tropfens „besonders zahlreich" austreten; so fehlte doch zu einer vollständigen Theorie dieser beiden Bogen noch zweierlei: Einmal eine einwurfsfreie Erklärung der Farben, dann eine wirklich theoretische und genaue Bestimmung der Stellen, an denen die Ablenkung der ausgetretenen Strahlen von den einfallenden ein Maximum resp. Minimum erleidet, m. a. W. eine theoretische Bestimmung der Regenbogen-Halbmesser. Der Mangel des ersten Punktes sprach sich darin aus, daß jeder Schriftsteller jener Zeit, der über den Regenbogen schrieb, stets eine neue, den früheren widersprechende Ansicht über die Entstehung der Farben aufstellte; den Mangel des zweiten Punktes mußten Des-Cartes und Grimaldi lebhaft bei dem nicht mühelosen Entwurf ihrer Interpolations-Tabellen gewahren. In der Geschichte der Wissenschaften sehen wir oft gerade bei einer so dringenden Verlegenheit die Abhülfe nahen. Es ist, als ob die Individuen nicht sich selbst das Gebiet und die Richtung ihrer Forschungen wählen; die Zeit leitet sie auf bestimmten Wegen zu Wahrheiten, die reif sind zur Enthüllung.

Isaac Newton hatte sich gegen Ende des 17. Jahrhunderts mit optischen Versuchen behufs 1700.
einer neuen Theorie der Farben beschäftigt; er stellte den Satz auf, daß in dem weißen Sonnenlichte verschiedenfarbige Strahlen vereinigt seien, und daß diese sich durch ihren Grad der Brechbarkeit unterscheiden. Newton hatte schon 1665 seine Method of fluxions entdeckt, vermöge der alle Fragen nach einem Maximum oder Minimum entschieden werden konnten. Es war somit Newton's Genie zur rechten Zeit in die Welt getreten, um dem erwähnten Mangel abzuhelfen. Uns interessirt hier vorzugsweise Newton's theoretische Bestimmung der Halbmesser der Regenbogen; auf N.'s Erklärung der Farben und ihrer verschiedenen Aufeinanderfolge in dem ersten und zweiten Regenbogen gehe ich nicht näher ein, da die Verfolgung dieses Gegenstandes mehr in die Geschichte der Farbenlehre gehört, und andererseits in jedem Lehrbuch im Wesentlichen die Newton'sche Erklärung wiedergegeben wird.

Newton spricht vom Regenbogen in seinen beiden optischen Werken Optice (1704; lat. 1706) und Lectiones opticae (1728; lat. 1729). In dem erst genannten, allgemeiner verständlichen Buche giebt er hinsichtlich der Bestimmung der Halbmesser, in unserer jetzt gebräuchlichen mathematischen Bezeichnung ausgedrückt, Folgendes als Resultat des Calculs an:

Die Cosinus der Winkel $\Phi$, unter denen die Strahlen auf den Tropfen fallen müssen, damit nach der 1., 2., 3. .... inneren Reflexion die ihnen entsprechenden austretenden Strahlen ein Maximum oder Minimum der Ablenkung (von der Richtung der einfallenden) erfahren, befolgen dieses Gesetz:

$$\text{Es ist für 1 innere Reflexion } \cos\Phi = \sqrt{\frac{\mu^2-1}{3}}$$

$$\text{„ 2 „ Reflexionen „ } = \sqrt{\frac{\mu^2-1}{8}}$$

$$\text{„ 3 „ „ „ } = \sqrt{\frac{\mu^2-1}{15}}$$

u. s. w.

(Opt. Lib. I. Pars II. Prop. IX.)

$\mu$ bezeichnet hier den Brechungs-Quotienten, dessen Werth N. angiebt für rothes Licht $\mu = \frac{108}{81}$, für violetes $\mu = \frac{109}{81}$. (In den Lect. opt. $\frac{183}{138}$ u. $\frac{185}{138}$.) Die Strahlen, welche den Winkeln $\Phi$ entsprechen, sind die wirksamen bei der Bildung der Regenbogen. Für die Halbmesser dieser Bogen ergeben sich durch die Rechnung folgende Werthe:

Für den ersten Regenbogen:

für rothes Licht: $42^0\ 2'$;
„ violetes „ : $40^0\ 17'$.

für den zweiten Regenbogen:

für rothes Licht: $50^0\ 57'$;
„ violetes „ : $54^0\ 7'$.

Mit Rücksicht auf den Durchmesser der Sonne (c. $\frac{1}{2}^0$) findet er als Breite des inneren Regenbogens $2^0\ 15'$; als die des äußeren $3^0\ 40'$; den Raum zwischen beiden Bogen $8^0\ 25'$; den größten Halbmesser des inneren $= 42^0\ 17'$; den kleinsten des äußeren $= 50^0\ 42'$. Dies stimmt mit seinen Beobachtungen ungefähr überein.

In seinen Lec. opt. giebt N. eine geometrische, auf das Unendlichkleine sich stützende Methode an, um die oben genannten Einfalls-Winkel $\Phi$ theoretisch zu bestimmen (Lect. opt. Pars I. Sectio IV.); die Bestimmung dieser Winkel unter Anwendung der Differential-Rechnung befindet sich jedoch in keinem der beiden optischen Werke.

Ich halte diese Gelegenheit für geeignet, eine elementare Methode für die Bestimmung der Winkel $\Phi$ denen meiner Herren Collegen mitzutheilen, welche auf Gymnasien oder Real-Schulen den Unterricht in der Physik leiten. Es stützt sich diese Methode auf das schöne von Schellbach für die Untersuchung von Maximis und Minimis aufgestellte Princip; gefunden ist sie von Herrn Professor Dr. Erler in Züllichau, der sie mir bereits im Mai v. J. mitgetheilt und ihre Veröffentlichung in diesen Blättern freundlichst gestattet hat.

Betrachten wir zwei Strahlen, welche bez. die Einfalls-Winkel $\varphi$ und p, die Brechungs-Winkel $\varphi'$ und p' haben und nach einer inneren Reflexion parallel aus dem Tropfen treten. Es ist dann der sog. Ablenkungs-Winkel (der für die im ersten Regenbogen wirksamen Strahlen ein Maximum ist) für beide Strahlen derselbe, somit

(1.) $$2 \cdot \varphi' - \varphi = 2 \cdot p' - p.$$

Mit Rücksicht auf das Brechungs-Gesetz ergiebt sich, wenn $\mu$ den Brechungs-Quotienten bezeichnet:

$$\sin \varphi - \sin p = \mu \cdot \{\sin \varphi' - \sin p'\};$$

somit:

$$\sin \frac{1}{2} (\varphi - p) \cdot \cos \frac{1}{2} (\varphi + p) = \mu \cdot \sin \frac{1}{2} (\varphi' - p') \cdot \cos \frac{1}{2} (\varphi' + p');$$

und mit Rücksicht auf (1.):

(2.) $$2 \cdot \cos \frac{1}{2} (\varphi' - p') \cdot \cos \frac{1}{2} (\varphi + p) = \mu \cdot \cos \frac{1}{2} (\varphi' + p').$$

Für das Maximum der Ablenkung ist $\varphi = p$. Setzen wir nun in (2.) $\varphi = \Phi = p$ ein; so ergiebt sich die Relation, die schon Newton (Lect. opt. a. a. O.) zwischen dem Einfalls-Winkel $\Phi$ und dem zugehörigen Brechungs-Winkel $\Phi'$ fand:

$$\frac{\cos \Phi}{\cos \Phi'} = \frac{\mu}{2}.$$

Ganz ähnlich ergiebt sich für den zweiten Regenbogen:

$$\frac{\cos \Phi}{\cos \Phi'} = \frac{\mu}{3}.$$

Wie aus diesen Relationen die Halbmesser der ersten beiden Regenbogen gefunden werden, ist bekannt. Recht nützlich bei der Berechnung dieser Halbmesser, die wir mit $\Delta_1$ und $\Delta_2$ bezeichnen wollen, sind die Babinet'schen Formeln (Compt. rend. 1837. I.):

$$\sin \frac{^2\Delta_1}{2} = \frac{(4 - \mu^2)^3}{27 \cdot \mu^4}; \cos \frac{^2\Delta_2}{2} = \frac{(\mu^2 - 1) \cdot (9 - \mu^2)^3}{64 \cdot \mu^6}.$$

Durch Newton ist die Theorie der gewöhnlichen Regenbogen, soweit sie auf den Fundamenten der geometrischen Optik errichtet werden konnte, vollendet. Wir sehen, daß an ihrem Ausbau fast alle gebildeten Nationen Europas mitgewirkt haben: die Deutschen durch Theodorich von Sachsen, die Italiener durch de Dominis, die Franzosen durch Des-Cartes und die Engländer durch Newton.

Aber es ist in der Wissenschaft wie in der Natur, „die ihren Fluch gehängt hat an das Stillestehn". In der scheinbar so vollendeten und abgeschlossenen Theorie der Regenbogen tauchte, wenige Jahre vor Newton's Tode, ein neues Problem auf, mit dem sich die Physiker bis in die neueste Zeit zu beschäftigen hatten. Im Jahre 1722 bemerkte nämlich Dr. Langwith (Phil. Transact. 1723) innerhalb des ersten Regenbogens, im oberen Theile desselben, mehrere abwechselnd grüne und purpurne Bogen, die sogenannten überzähligen Regenbogen (Arcs surnuméraires, arcs sécondaires, supernumerary bows, spurious bows); später wurden ähnliche Bogen beobachtet von Bouguer in Peru (1742), von Daval (1748), Muschenbroek (1751, 1755) und von Le Gentil (1756). Jetzt, da man einmal auf das Phänomen aufmerksam geworden ist, wird ein achtsamer Beobachter diese Ringe fast in jedem Regenbogen wahrnehmen,

häufiger innerhalb des ersten Regenbogens, seltener außerhalb des zweiten. Die Newton'sche Theorie giebt von diesen überzähligen Bogen durchaus keine Rechenschaft, und selbst Dr. Pemberton's Versuch, die Newton'sche Hypothese von den „Anwandlungen der leichteren Spiegelung und der leichteren Brechung" auf die Erklärung jenes Phänomens anzuwenden (Phil. Transact. 1723), war nur insoweit richtig als dasselbe in Bezug auf seine Entstehung in eine Klasse mit den Newton'schen Farben-Ringen gestellt wurde. In der That haben wir in den überzähligen Regenbogen, ebenso wie in den Newton'schen Farben-Ringen, eine der schönen Interferenz-Erscheinungen des Lichts, die durch Newton's Emanations-Theorie so ungenügend, durch die Undulations-Theorie so vollständig und im Princip so überraschend einfach erklärt werden. Aber erst im Anfang unseres Jahrhunderts, als die Undulations-Theorie allmälig siegreich wurde über Newton's starrsinnige Anhänger, tauchte eine in der Hauptsache richtige Erklärung jener Bogen auf. Thomas Young, der von so vielen Natur-Erscheinungen die wesentlichen Ursachen erkannte, sprach
1803. es aus (Phil. Transact. 1803), daß die überzähligen Regenbogen entständen durch die Interferenz der aus dem Regentropfen getretenen Strahlen, und zwar, wie er sagte, der parallel austretenden Strahlen. Allerdings sind nicht allein die parallelen Strahlen bei der Erzeugung jener Bogen wirksam, sondern auch die wenig divergirenden, wie Klügel in einer Anmerkung zu Priestley's Geschichte der Optik richtig bemerkt, ohne die Interferenz der Strahlen als die Ursach zu erkennen. Dieses Young'sche Princip der Interferenz blieb mehrere Jahre theils unbeachtet, theils unfruchtbar, indem man es zu beschränkt anwendete. Man gerieth bei der Erklärung jener Bogen auf eine falsche Fährte, indem man dieselben abhängig machen wollte von der nicht genau kugelförmigen Gestalt der Regentropfen, wie es Venturi that (Comm. sopra la Storia e le Teorie dell' Ottica) und nach ihm E. J. Scholtz in Breslau, der die Gestalt des fallenden Tropfens theoretisch untersuchte und denselben als ein Wenig abgeplattet an der unteren Fläche darstellte. (De figura guttae cadentis in aëre resistente. Vratisl. 1826). Die Franzosen, nämlich Arago und Babinet, adoptirten Young's Erklärung als eine, „die Nichts zu wünschen übrig lasse". (Compt. rend. 1837.) Auch der Engländer Potter (1838), der die Gestalt der aus dem Regentropfen austretenden Lichtwelle untersuchte und an ihr die merkwürdigen Rückkehr-Kanten entdeckte, blieb auf dem Young'schen Standpunkte der Interferenz je zweier parallelen oder zusammenfallenden Strahlen stehen, von denen der eine, wie er zeigte, von dem vorderen Wellenzweige, der andere von dem hinteren herrührte. (Transact. of the Cambridge Phil. Soc. Vol. VI).

1841. Erst im Jahre 1841 nahm G. B. Airy, der bekannte Astronom, zu dem Young'schen Princip das Huyghens'sche hinzu, dem gemäß jedes Aether-Molecul nach allen Richtungen Vibrationen sendet, nicht nur in der Richtung der Normale der Wellenfläche, wenn gleich diese perpendiculär gesendeten die intensivsten sind. Airy ging, wie Potter, aus von der Brennlinie der aus dem Tropfen getretenen Strahlen (Transact. of the Cambr. Phil. Soc. Vol. VI.); die Wellen-Curve ist die Evolvente jener Brennlinie. Es handelt sich hier nämlich nur um eine Wellen-Curve, weil es wegen der symmetrischen Gestalt des Tropfens und somit der Lichtwelle genügt, die Strahlen und den Schnitt der Wellenfläche zu betrachten, die in einer durch die Axe des Tropfens gelegten Ebene enthalten sind. Es ist zu verwundern, daß Airy von dieser Curve eine unrichtige Zeichnung entwirft, obwohl Potter in demselben Bande der Cambridge-Transactions die wichtigsten Theile der Curve, nämlich die Rückkehr-Punkte, richtig dargestellt hat. Airy untersucht die Interferenz solcher Strahlen, welche von benachbarten Punkten jener Curve ausgehen und denen er ursprünglich gleiche Intensität verleiht; er findet die resultirende Intensität dem Quadrate folgenden Integrals proportional:

$$\int_0^\infty \cos\,(w^3 - m\,.\,w)\,\frac{\pi}{2}\,.\,d\,w.$$

Den numerischen Werth dieses Integrals berechnete er zunächst vermittelst mechanischer Quadratur für die Parameter $m = 0$; $m = \pm\,0{,}2$; $\pm\,0{,}4$; ... $\pm\,4{,}0$; später (Tr. of the Cambr. P. S. 1848) dehnte er vermittelst einer von Aug. de Morgan gefundenen, nach steigenden Potenzen von m fortschreitenden Reihe diese Berechnung aus auf die Parameter $\pm\,4{,}2$ ... $\pm\,5{,}6$. Die erste Art dieser Berechnung war ohne Zweifel im höchsten Grade umständlich; und selbst bei der zweiten Art fand er die nach Potenzen von m fortschreitende Reihe gar zu wenig convergirend.

Dennoch gelangte er zu zwei nicht unwichtigen Resultaten. Einmal erwies sich durch die physikalische Bedeutung des Parameter m, daß die größte Intensität nicht Statt hat in dem geometrischen oder Newton'schen Regenbogen, für den $m = 0$ ist; dann fand er, daß das Integral verschwindet für $m = 2{,}48$ und $m = 4{,}36$. Es mußte also, seiner Theorie nach, an denjenigen, Stellen des Regenbogens die Intensität $= 0$ sein, für welche m die eben angegebenen Werthe erlangt.

W. H. Miller, Prof. zu Cambridge, der auch als ausgezeichneter Mineralog bekannt ist unternahm es, die Airy'sche Theorie durch Beobachtungen zu prüfen (Tr. of the Cambr. P. S. Vol. VIII). Er wendete hierbei eine von Babinet (Pogg. Ann. Bd. XLI) angegebene, große Genauigkeit erlaubende Methode an, indem er auf einen verticalen, cylindrischen Wasserfaden, dessen Durchmesser er maß, rothe Lichtstrahlen fallen ließ und die nach dem Austritt dieser Strahlen sich darbietenden Interferenz-Erscheinungen mit einem Fernrohr betrachtete. Ein horizontaler, getheilter Kreis, auf dem das Fernrohr in verschiedenen Richtungen eingestellt werden konnte, gestattete messende Beobachtungen [1]). Allerdings hätte es einiger Rechtfertigung bedurft, daß er diese Methode der Beobachtungen, die nur teleskopische Diffractions-Erscheinungen wahrnehmen läßt, mit Airy's Theorie, welche auf mikroskopische Diffraction berechnet ist, in Beziehung brachte, und in der That würde er keine Uebereinstimmung zwischen seinen Beobachtungen und jener Theorie gefunden haben, wenn er die physikalische Bedeutung des Airy'schen m in Betracht gezogen. Aber durch seine nicht genug zu schätzenden Beobachtungen erwies sich wenigstens Folgen-

---

[1]) Die erwähnten Arbeiten von Airy und Miller sind deutsch erschienen in Poggendorff's Annalen: Ergänz. Bd. I., Bd. 56.

des: Erstens, der Bogen, in dem die Intensität am größten ist, hat in Wirklichkeit nicht den Newton'schen Halbmesser; zweitens, wenn der Halbmesser des Newton'schen Regenbogens ($\Delta$) und der des ersten dunklen Interferenz-Ringes ($\delta_1$) bekannt ist, so kann der Halbmesser ($\delta_2$) des zweiten dunkelen Ringes, in Uebereinstimmung mit der Beobachtung und mit Airy's Theorie, aus folgender Proportion gefunden werden:

$$\frac{\delta_1 - \Delta}{\delta_2 - \Delta} = \frac{2{,}48}{4{,}36}.$$

Die übrigen dunkelen Ringe, deren Miller am ersten wie am zweiten Regenbogen noch eine große Zahl beobachtete, konnten nun noch nicht aus Airy's Theorie erklärt werden, indem die übrigen Werthe des Parameter m, für welche jenes Integral verschwindet, noch unbekannt waren. Aber auch gegen diese Theorie selbst lassen sich, trotz ihrer anscheinend genügenden Uebereinstimmung mit den Beobachtungen, erhebliche Einwendungen machen.

Abgesehen davon, daß Airy nicht die Veränderungen der Intensität berücksichtigt, welche die unter verschiedenen Winkeln in den Tropfen tretenden Strahlen durch die Brechung und Spiegelung erleiden; so war er auch deshalb schon nicht berechtigt, der aus dem Tropfen ausgetretenen Lichtwelle in allen ihren Theilen eine gleiche Intensität zu verleihen, weil ja die Strahlen innerhalb des Tropfens bereits interferiren, so daß jene Lichtwelle Maxima und Minima der Intensität besitzt. Vor Allem aber läßt er bei der Berechnung der Interferenz eine ganze Gruppe von Strahlen unberücksichtigt. Es war allerdings unrichtig, daß Young und Potter jeden Strahl immer nur mit dem ihm parallelen oder mit ihm zusammenfallenden Strahl interferiren ließen; aber ebenso unrichtig ist es, wenn Airy nur die Interferenz von Strahlen berechnet, die von benachbarten Punkten der vorderen Wellenfläche herrühren, während er den hinteren Zweig dieser Welle gänzlich unberücksichtigt läßt. Vielmehr interferirt jeder normal zur Welle stehende Strahl zunächst mit seinen Nachbarstrahlen; da wir aber immer zwei, einander parallele, normale Strahlen haben, von denen der eine dem vorderen, der andere dem hinteren Wellenzweige angehört, so interferiren auch diese normalen Strahlen selbst, und die Nachbarstrahlen des einen mit dem anderen normalen Strahle und dessen Nachbarstrahlen.

---

Im Vorstehenden habe ich die wesentlichen Mängel der Airy'schen Theorie aufgezählt, auf die mich theils Herr Geh. Reg.-Rath Prof. Neumann zu Königsberg in Pr. aufmerksam machte, und die ich zum anderen Theil selbst bei dem Studium der Abhandlung des englischen Astronomen auffand. Herr Prof. Neumann veranlaßte mich, die Untersuchung der Regenbogen, insbesondere die der überzähligen, von Neuem in die Hand zu nehmen, und ich bin mit dieser Untersuchung während meiner letzten Studienjahre beschäftigt gewesen. Es sei mir erlaubt, die Resultate, zu denen ich gelangt bin, kurz anzuführen; ausführlicher habe ich dieselben in meiner Inaugural-Dissertation „De arcubus supernumerariis, qui in iride observantur" (Regim. 1862) dargestellt.

Da einmal die trefflichen Beobachtungen von Miller existirten, so richtete ich meine Untersuchung so ein, daß ich meine theoretischen Resultate unmittelbar mit jenen Beobachtungen vergleichen konnte; ich behandelte also den Fall teleskopischer Diffraction. Den Ursprung der bei der Interferenz wirksamen Strahlen setzte ich nicht in die ausgetretene Lichtwelle, obwohl deren Gleichung und somit ihre Gestalt in ihrer ganzen Ausdehnung leicht gefunden wurde; sondern ich ließ die Strahlen ausgehen von der in den Tropfen oder in den cylindrischen Wasserstrahl einfallenden, ebenen und überall gleich intensiven Licht-Welle. Indem die an der Airy'schen Theorie gerügten Mängel vermieden wurden, ergab sich schließlich folgender Ausdruck für die im Fernrohr beobachtete Intensität J:

$$J = C.\left(\frac{\lambda}{r}\right)^{\frac{2}{3}} . \left\{ f(\varphi) . \int_0^\infty \cos\left(w^3 - m(\varphi).w\right)\frac{\pi}{2} . dw + f(p) . \int_0^\infty \cos\left(w^3 - m(p).w\right)\frac{\pi}{2} . dw \right\}^2 ;$$

wenn folgende Bezeichnungen gelten; es ist:

$\lambda$ die Wellenlänge des angewendeten Lichtes;

r der Radius des kugelförmigen Tropfens oder des cylindrischen Wasserstrahls;

$\varphi$ der Einfalls-Winkel des ersten normalen, dem vorderen Zweige der ausgetretenen Welle angehörigen Strahles;

p der Einfalls-Winkel des zweiten normalen Strahles, der dem ersten parallel ist;

$f(\varphi)$, $f(p)$, $m(\varphi)$, $m(p)$ sind Functionen von $\varphi$ und p von gewisser physikalischer Bedeutung, auf die ich hier nicht eingehe.

Aus dem Ausdruck für J wird zunächst klar, warum in den unteren Theilen des Regenbogens, wo die fallenden Tropfen größer sind, die Intensität der überzähligen Regenbogen geringer ist als in dem oberen Theil.

Um aber eine Vergleichung dieser theoretischen Formel mit den Miller'schen Beobachtungen zu ermöglichen, war es nöthig, eine bequemere Methode, als die von Airy angewendete, zur Berechnung des Integrals

$$\int_0^\infty \cos\,(w^3 - m\,.\,w)\frac{\pi}{2}\,.\,dw$$

aufzusuchen. Ich fand bei diesem Bestreben eine Differential-Gleichung, welcher das Integral genügt, und die sich durch eine nach den fallenden Potenzen von m fortschreitende Reihe integriren ließ. Vermittelst dieser Reihe und der bereits von Airy gefundenen Werthe des Integrals für die Parameter o; + 0,2; .... + 5,6 wurde es möglich die Intensität J für die verschiedenen zusammen gehörigen Werthe des $\varphi$ und p zu berechnen; und es ergab sich hieraus Folgendes: Die beiden Strahlen-Systeme, das eine, dessen normaler Strahl der mit dem Einfalls-Winkel $\varphi$ ist, und das andere, dessen normaler Strahl den Einfalls-Winkel p hat, wirken so zusammen, daß die Haupt-Minima und die Haupt-Maxima an denselben Stellen stattfinden, an denen die Minima und Maxima des Strahlen-Systems $\varphi$ (das Airy allein berücksichtigt hat) statthaben; es ist aber einmal die Intensität durch das Zusammenwirken beider Systeme im Allgemeinen eine verstärkte;

ferner liegen zwischen je zwei Haupt-Minimis oder Minimis erster Ordnung eine Anzahl von Minimis zweiter Ordnung. Dem Beobachter bieten sich daher zwischen je zwei breiteren, in die Augen fallenden dunkelen Streifen eine Anzahl feiner, schwarzer Striche dar.

Die Minima erster Ordnung finden an den Stellen statt, wo das erste, von $\varphi$ abhängige, Integral verschwindet. Hieraus erklärt sich die, nur scheinbare, Uebereinstimmung von Miller's Beobachtungen des ersten und zweiten dunklen Ringes mit Airy's Theorie. Bei der Vergleichung der Miller'schen Beobachtungen mit meiner Theorie ergab sich, daß die berechneten Minima erster Ordnung in der That mit den von Miller beobachteten dunklen Ringen zusammenfallen. Es erwächst aus diesem Umstand der Vortheil, daß wir nun ohne Mühe die Stellen sämmtlicher Minima der ersten Ordnung berechnen können, wenn wir erst den Ort des ersten und den Halbmesser des Newton'schen Regenbogens kennen. Vermittelst der für das obige Integral gefundenen Reihenentwickelung ergiebt sich nämlich, daß dieses Integral verschwindet für alle Werthe des Parameter m, die aus folgender Formel gefunden werden:

$$(1.) \qquad m_n = 3 . \left(\frac{4 . n - 1}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad \text{(n eine ganze Zahl).}$$

Diese Werthe sind:

$$m_1 = 3 . \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} = 2,48;\; m_2 = 3 . \left(\frac{7}{4}\right)^{\frac{2}{3}} = 4,36;\; m_3 = 3 . \left(\frac{11}{4}\right)^{\frac{2}{3}} = 5,89;$$

u. s. w.

$m_n$ bezeichnet das dem nten dunklen Ringe entsprechende m; bezeichnet ferner $\delta_n$ den Halbmesser dieses Ringes, so ist, wie sich liegt ergiebt:

$$(2.) \qquad \frac{m_{n+2} - m_n}{m_{n+1} - m_n} = \frac{\delta_{n+2} - \delta_n}{\delta_{n+1} - \delta_n}$$

Vermittelst dieser Formel lassen sich die Halbmesser sämmtlicher dunkelen Ringe berechnen, so bald $\delta_1$ und $\Delta$, der Halbmesser des Newton'schen Bogens, bekannt ist; dem $\Delta$ entspricht der Werth m = 0. Wie sehr die so berechneten Halbmesser mit den beobachteten übereinstimmen, mag nachstehende Vergleichung zeigen. (Miller's Beob. Reihen C und D.)

Erster Regenbogen: $\Delta = 41^0\ 50'$.

| | Halbmesser. | |
|---|---|---|
| | Nach Miller's Beob. | Nach meiner Theorie. |
| 1. dunkler Ring | 40° 51′ | — |
| 2. „ „ | 40° 4′ | 40° 6′ |
| 3. „ „ | 39° 27′ | 39° 26′ |
| 4. „ „ | 38° 53′ | 38° 54′ |
| 5. „ „ | 38° 23′ | 38° 22′ |
| 6. „ „ | 37° 54′ | 37° 55′ |
| 7. „ „ | 37° 28′ | 37° 27′ |
| 8. „ „ | 37° 3′ | 37° 3′ |
| 9. „ „ | 36° 38′ | 36° 39′ |
| 10. „ „ | 36° 15′ | 36° 14′ |

Zweiter Regenbogen: $\Delta = 51^{\circ}\ 19'$.

| | Halbmesser. Nach Miller's Beob. | Nach meiner Theorie. |
|---|---|---|
| 1. dunkler Ring | $53^{\circ}\ 5'$ | —— |
| 2. „ „ | $54^{\circ}\ 28'$ | $54^{\circ}\ 25'$ |
| 3. „ „ | $55^{\circ}\ 36'$ | $55^{\circ}\ 36'$ |
| 4. „ „ | $56^{\circ}\ 35'$ | $56^{\circ}\ 39'$ |
| 5. „ „ | $57^{\circ}\ 29'$ | $57^{\circ}\ 29'$ |
| 6. „ „ | $58^{\circ}\ 20'$ | $58^{\circ}\ 19'$. |

Ich bemerke noch, daß die hier angegebenen beobachteten Halbmesser die Mittel sind aus fünf bis sieben einzelnen Beobachtungen Miller's, die innerhalb fünf Minuten durchschnittlich schwanken.

Kehren wir noch einmal zu den Formeln (1.) und (2.) zurück und berücksichtigen, daß dem Halbmesser $\Delta$ der Werth $m = 0$ entspricht, so ergiebt sich leicht:

$$(\delta_1 - \Delta)^3 : (\delta_2 - \Delta)^3 : (\delta_3 - \Delta)^3 : \ldots\ldots = 3^2 : 7^2 : 11^2 : \ldots\ldots$$

und wir gelangen zu folgendem Gesetze über die Anordnung der dunkelen Ringe im Regenbogen:

„Die Cuben der Abstände der dunkelen Ringe von dem Newton'schen Bogen verhalten „sich zu einander wie die Quadrate der Zahlen 3, 7, 11, 15, 19 ....“

Was den Halbmesser des Bogens anbetrifft, auf welchen das erste und intensivste Maximum fällt, und der, wie schon bemerkt, nicht den mit $\Delta$ bezeichneten, Newton'schen Werth hat; so stimmt auch der von Miller beobachtete Werth desselben ziemlich überein mit demjenigen, der sich aus meiner Theorie ergiebt; z. B. für den ersten Regenbogen ist er nach Miller's Beobachtung (Beob. Reihe A.) $= 41^{\circ}\ 51'$; nach meiner Theorie $= 41^{\circ}\ 56'$. Daß hier die Differenz zwischen Beobachtung und Theorie eine größere ist als bei den dunkelen Ringen, mag seinen Grund darin haben, daß sich die Maxima der Lichtintensität überhaupt nicht so genau beobachten lassen als die scharf hervortretenden Minima.

Ich schließe mit einer allgemeinen Bemerkung über die Richtung der Polarisation im Regenbogen. Die Anwendung der Fresnel-Neumann'schen Gesetze ergiebt, daß das Licht, welches in der Einfalls-Ebene der Strahlen polarisirt ist, d. h. in einer Ebene, die durch das Auge des Beobachters, den Regentropfen und die Sonne gelegt ist, in beiden Bogen ungefähr die neunfache Intensität besitzt im Vergleich zu dem Lichte, welches senkrecht zu jener Ebene polarisirt ist. Es ist dies in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen, wie ich sie selbst mit einem Turmalin an einem künstlichen, durch einen Glasstab erzeugten Regenbogen, und wie sie Biot und Brewster an natürlichen Regenbogen gemacht haben; alle diese Beobachtungen, wenn sie auch nicht messend waren, ergaben wenigstens, daß fast alles Licht in jener Einfalls-Ebene polarisirt ist.

Marienburg, Januar 1863.