§ 1. Rechnen mit Logarithmen.

1. $$x = \frac{84{,}358 \cdot 205{,}64 \cdot 3{,}1580 \cdot 70{,}786}{5429{,}3 \cdot 31{,}276 \cdot 2{,}5402 \cdot 0{,}83127}$$

2. $$x = \frac{0{,}578^5 \cdot 0{,}03975^6}{0{,}08349^4 \cdot 0{,}00298^3}$$

3. $$x = \frac{8{,}3475^5 \cdot 3{,}2946^3}{4{,}2782^2 \cdot 0{,}05318^6}$$

4. $$x = \frac{\sqrt[3]{768} \cdot \sqrt[4]{0{,}0276}}{\sqrt[6]{0{,}04593} \cdot \sqrt[2]{243{,}7}}$$

5. $$x = \frac{3{,}279^5 \cdot \sqrt{0{,}4583}}{\sqrt[4]{0{,}0925}}$$

6. $$x = \frac{6{,}279^5 \cdot \sqrt[4]{8{,}5302}}{\sqrt[5]{0{,}9278} \cdot 4{,}6259^3}$$

7. $$x = \frac{\sqrt{482} \cdot \sqrt[4]{3270} \cdot \sqrt[5]{18\,912}}{\sqrt[3]{2866} \cdot \sqrt[7]{1025} \cdot \sqrt[6]{25\,177}}$$

8. $$x = \sqrt[7]{0{,}28 + {}^1/_5 \sqrt[6]{0{,}3205 + 8 \sqrt[5]{0{,}47}}}$$

9. $$x = \sqrt[8]{0{,}24 + {}^1/_6 \sqrt[3]{125 + \frac{1}{\sqrt{0{,}497}}}}$$

10. $8{,}534^x = 16\,275$ 11. $2^{3x+1} = 5^{4x-7}$

12. Ein Kreis hat den Radius $r = 0{,}89176$ m. Gesucht: a) der zu dem $\sphericalangle$ $125{,}29^0$ gehörige Kreisabschnitt. b) der Umfang des ein- und umbeschriebenen 25 Ecks. (Zweites Beispiel $r = 26$ cm).

13. Zu berechnen sind Inhalt und Umfang der Figur, wenn gegeben ist:
 a) von einem rechtwinkligen Dreieck: $a = 53{,}25$ cm, $b = 41{,}75$ cm,
 b) von einem gleichschenkligen Dreieck: $a = 25{,}9$ cm, $c = 15{,}6$ cm,
 c) von einem Rechteck die Eckenlinie $d = 58{,}7$ cm, eine Seite $= 34{,}5$ cm,
 d) von einem Rhombus die beiden Eckenlinien $e = 268{,}28$ cm und $f = 308{,}04$ cm.

14. In einem Kreise mit dem Radus 54,36 cm wird im Abstande 32,29 cm vom Mittelpunkt eine Sehne gezogen und in den Endpunkten der Sehne Tangenten gelegt. Die Sehne, der Bogen, der Abschnitt, die Tangenten, der Raum zwischen den Tangenten ist zu finden.
15. Kann man in Marienwerder von der Loge [73 m Höhe] die Dirschauer Brücke sehen [30 m Höhe], wenn die durchschnittliche Höhe der Niederung 9 m? (Marienwerder—Dirschauer Brücke = 42 km).

§ 2. Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten.

1. $c^2 x^2 - 2acx + a^2 - b^2 = 0$
2. $(6x + 2a - b)^2 + (5a + 5b - 7x)^2 = (5b - 2a)^2 + (5a - b + 3x)^2$
3. $(9a + 5b - x)^2 + (2a - x)^2 = (6a + 3b - 2x)^2 + (7a + 4b)^2$
4. $(3a + b - x)^2 + (3x - a - 5b)^2 = (7a - b + x)^2 + (7a + 3b - 5x)^2$
5. $\frac{5x + 3b}{8a + 3b - 3x} = \frac{7x - 2b}{5a - 2b + 2x}$
6. $\frac{2x + 3a + b}{x - a + 2b} = \frac{3x + a - 2b}{3b - 2x + 2a}$
7. $\frac{5a + 2b - 2x}{3a + b - x} = \frac{5a + 4b + x}{3a + 2b + x}$
8. $\frac{2x - 2a - 5b}{2a + 3x} = \frac{4x - 4a - b}{4a - 3x}$
9. $\frac{x + 7a - 6b}{4x + 5a + 6b} = \frac{5a + 5b - 3x}{x - 2a + 8b}$
10. $\sqrt{5x + 9 - 5\sqrt{3x - 2}} = 3$
11. $\sqrt{\frac{a - x}{b + x}} - \sqrt{\frac{b + x}{a - x}} = \frac{a - b}{\sqrt{ab}}$
12. $\sqrt{5a + 3b - 4x} - 2\sqrt{2a - 2x} = \sqrt{a - b}$
13. $\frac{\sqrt{x^2 - b^2} + \sqrt{x^2 + (b - c)x - bc}}{\sqrt{x^2 - b^2} - \sqrt{x^2 + (b - c)x - bc}} = \frac{\sqrt{a - b} + \sqrt{a - c}}{\sqrt{a - b} - \sqrt{a - c}}$
14. $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$
15. $x^4 - 24x^3 + 142x^2 - 24x + 1 = 0$
16. $3x^4 - 28x^3 + 66x^2 - 28x + 3 = 0$
17. $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$
18. $20x^4 - 109x^3 + 142x^2 - 109x + 20 = 0$

19. $5x^4 - 14x^3 + {}^{98}/_5\, x^2 - 14x + 5 = 0$

20. $x^4 - {}^{27}/_4\, x^3 + {}^{101}/_8\, x^2 - {}^{27}/_4\, x + 1 = 0$

21. $x^4 - 15{,}3\,x^3 + 54{,}52\,x^2 - 15{,}3\,x + 1 = 0$

22. $x^4 - 7{,}7\,x^3 + 15\,x^2 - 7{,}7\,x + 1 = 0$

23. $x^4 - 4\,{}^{59}/_{60}\, x^3 + 8\,{}^1/_{24}\, x^2 - 4\,{}^{59}/_{60}\, x + 1 = 0$

24. $\dfrac{x^4 \quad 3x^3 + x^2 - 3x + 1}{x^3 + x} = -\dfrac{9}{10}$

25. $\dfrac{x^4 + 4x^2 + 1}{2x^3 + 5x^2 + 2x} = \dfrac{66}{36}$

26. $x^5 + 25x^4 + 154x^3 + 154x^2 + 25x + 1 = 0$

27. $x^5 + 23x^4 + 144x^3 + 144x^2 + 23x + 1 = 0$

28. $x^5 - 11x^4 + 36x^3 - 36x^2 + 11x - 1 = 0$

---

§ 3. Gleichungen zweiten und höheren Grades mit 2 Unbekannten.

1. $$\begin{aligned}(x-y)(9x+2y) &= -13\\ (x-y)(4x-5y) &= 6\end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 14 &= 10(x+y)\\ xy + 25 &= 5(x+y)\end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned}(3x-y)^2 &= 30(3x-y) - 221\\ x^2 - 2xy + y^2 &= 3x - 3y + 180\end{aligned}$$

4. $\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2;\quad x^2 - y^2 = 2304$

5. $\dfrac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} = \dfrac{13(x^2+y^2)}{70} = \dfrac{13xy}{21}$

6. $\dfrac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} = \dfrac{7(x^2+y^2)}{60} = \dfrac{7xy}{24}$

7. $$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 11(x-y) &= 30\\ \frac{7}{x-y} + \frac{5}{2} &= 3(x-y)\end{aligned}$$

8. $$\begin{aligned}x - xy + y &= 1\\ x^2 + x^2y^2 + y^2 &= 33\end{aligned}$$

9. $$\begin{aligned}x + xy + y &= 24\\ x^2 + x^2y^2 + y^2 &= 376\end{aligned}$$

10. $$\begin{aligned}5xy - 3(x^2 + y^2) &= -89\\ 4xy + x^2 + y^2 &= 109\end{aligned}$$

11. $$\begin{aligned}5x^2 + 9xy + 4y^2 + 3x &= 12\\ 10x^2 + 18xy + 8y^2 - 4y &= 16\end{aligned}$$

12. $$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 4x - 4y &= 77\\ 3xy &= 28(x-y)\end{aligned}$$

13. $$\begin{aligned}x^3 - y^3 &= 485\\ x - y &= 5\end{aligned}$$

14. $$\begin{aligned}x^3 - y^3 &= 335\\ x - y &= 5\end{aligned}$$

15. $$\begin{aligned}x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3 &= 549\\ x + y &= 9\end{aligned}$$

16. $$\begin{aligned}x^3 + y^3 &= 855(x-y)^2\\ x^2 - xy + y^2 &= 57(x-y)\end{aligned}$$

17. $$\begin{aligned}\frac{y^3 + y^3}{1 - xy} &= \frac{63}{2}\\ \frac{x + y}{1 - xy} &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

18. $$\begin{aligned}\frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} &= 10\\ xy &= 16\end{aligned}$$

19. $\sqrt[3]{3\,x + 5} + \sqrt[3]{2\,y - 1} = 9$ $\quad 3\,x + 2\,y = 185$

20. $\sqrt[3]{x + 19} + \sqrt[3]{y - 6} = 5$ $\quad x + y = 22$

21. $x^3 + y^3 = a\,(x^2 - y^3)$ $\quad x\,y\,(x + y) = b\,(x^2 - y^2)$

22. $x^4 + y^4 = 626$ $\quad x - y = 4$

23. $x^4 + y^4 = 2402$ $\quad x - y = \pm 6$

24. $\sqrt[4]{x - 2} + \sqrt[4]{y + 14} = 3$ $\quad x + y = 5$

25. $x^4 + y^4 = 68\,(x - y)^2$ $\quad x\,y = 4\,(x - y)$

26. $x^4 - x^3\,y + x^2\,y^2 - x\,y^3 + y^4 = 61$ $\quad x - y = 2$

27. $72\,x^4 - 102\,x^3\,y - 109\,x^2\,y^2 + 102\,x\,y^3 + 72\,y^4 = 0;\ x - y = 1$

28. $x^4 - 2\,x^3\,y + {}^3/_4\,x^2\,y^2 - 2\,x\,y^3 + y^4 = 0;\ y^2 - x^2 = 3$

29. $6\,x^4 - 13\,x^3\,y + 13\,x\,y^3 - 6\,y^4 = 0;\ x^2 - x\,y + y^2 = 175$

30. $6\,x^4 + 5\,x^3\,y - 38\,x^2\,y^2 + 5\,x\,y^3 + 6\,y^4 = 0;\ x^2 + y^2 = 20$

31. $\dfrac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2 - 3} = 16;\ \dfrac{x^2 + y^2}{x\,y} = \dfrac{5}{2}$

32. $x^2 + y^2 - {}^1/_3\,x\,y = 9;\ \dfrac{x^4 + y^4}{x^2\,y^2} = \dfrac{82}{9}$

33. $\dfrac{x^2 + x\,y + y^2}{x^2 - x\,y + y^2} = \dfrac{21}{13};\ x^4 - y^4 = 225$

34. $\dfrac{x^4 + y^4}{x\,y} = \dfrac{353}{255}\,(x^2 + y^2);\ \sqrt{x^2 - y^2} = x + y - 4$

35. $\dfrac{x^3 + y^3}{(x + y)^3} = \dfrac{a^2 + 3\,b^2}{4\,a^2};\ x^4 + y^4 = 2\,a^4 + 12\,a^2\,b^2 + 2\,b^4$

36. $\dfrac{x^3 + y^3}{(x + y)^3} = \dfrac{a^3 + b^3}{(a + b)^3};\ x^4 + y^4 = a^4 + b^4$

37. $x^4 + x^3\,y + x^2\,y^2 + x\,y^3 + y^4 = 31;\ x^4 - x^3\,y + x^2\,y^2 - x\,y^3 + y^4 = 11$

38. $x^4 + y^4 = {}^{17}/_9\,(x + y)^2;\ x^5 + y^5 = {}^{11}/_9\,(x + y)^3$

39. $x^6 + y^6 = 793;\ x\,y = 6$

40. $x^6 + y^6 = 793;\ x^2 + y^2 = 13$

---

§ 4. Arithmetische Reihen.

1. In einer A-Reihe ist die Differenz = 3 (6), das letzte Glied = 33 (70), die Summe = 189 (444). Wie heißt die Reihe?
2. Wieviel Zahlen muß man zwischen 102 und 298 einschalten, um eine A-Reihe mit der Summe 10000 zu erhalten?
3. Wie sehen die A-Reihen aus, wenn in ihnen folgende Beziehungen bestehen:

Von vier aufeinanderfolgenden Gliedern ist das Produkt der äußeren Glieder = 216, das Produkt der inneren Glieder = 224.

a) Von den ersten 8 Gliedern ist die Summe der 3 letzten Glieder um 10 größer als die Summe der 5 ersten Glieder. Das VIII. Glied ist = 28.
b) Die Summe des VII., XI. und XIII. Gliedes ist = 267. Die Summe des VIII., XII., XIV. und XVIII. Gliedes = 452.
c) Die Summe des VIII. und XII. Gliedes ist = —17, das Produkt des III. und V. Gliedes = —2.
d) Die Summe der Quadrate des I. und IV. Gliedes ist = 353, die Summe des II. und III. Gliedes = 25.
e) Die Summe des III. und VII. Gliedes ist um 1 größer als das XII. Glied. Das Produkt des II. und IV. um 100 größer als das VI. Glied.
f) Das Produkt der 4 ersten Glieder ist = 225280, die Differenz der Reihe = 12.
g) Addiert man das II., IV. und VI. Glied, so erhält man 48. Das dreifache Produkt des III. und V. Gliedes übertrifft die Summe der Quadrate des I. und VII. Gliedes um 67.
h) Die Summe der ersten 4 Glieder ist 58. Die Summe der Quadrate des I. und IV. Gliedes ist um 329 größer als das Produkt des II. und III. Gliedes.
i) das V. Glied ist um 9 kleiner als die Summe der vorhergehenden Glieder, sein Quadrat um 3 größer als die Summe der Quadrate der vorhergehenden Glieder.

4. Zwei A-Reihen haben dieselbe Summe 1764 (168) und dieselbe Differenz 6 (2). Das Anfangsglied der II. (I.) ist um 63 (4) größer als das der I. (II.). Die Gliederzahl der II. (I.) ist um 7 (2) kleiner als die der I. (II.). Wie heißen die Reihen?
5. A und B gehen sich von 2 um 39 km von einander entfernten Orten entgegen. A legt in der ersten Stunde 4 km und in jeder folgenden $^1/_4$ km mehr zurück. B, der 2 Stunden später ausgeht, macht in der I. Stunde 5 km, dann stündlich $^1/_2$ km mehr. Wann und wo treffen sie sich?
6. Von einem Orte geht A aus und legt in der ersten Minute 60 m und in jeder folgenden Minute immer 1 m mehr zurück. Ihm folgt 5 Minuten später von demselben Orte B, der in der ersten Minute 71 m und in jeder folgenden Minute 2 m mehr zurücklegt. Wann und wo treffen sie sich?
7. Jemand reist von einem Orte A nach B und macht täglich 10 Meilen. 2 Tage später wird ihm von dem 7 Meilen rückwärts gelegenen Orte C ein Bote nachgesandt, der am ersten Tage 9 Meilen und an jedem folgenden immer $1^1/_4$ Meilen mehr zurücklegt. Gesucht wird Zeit und Ort des Zusammentreffens beider Personen.
8. Ein Ruderboot fährt von Thorn die Weichsel abwärts. Es legt in der ersten Stunde 15 km und in jeder folgenden 1 km weniger

zurück. In Culm wird eine 10stündige Rast gemacht und am anderen Morgen von dort mit einer anfänglichen Geschwindigkeit von 12 km, die sich nach jeder Stunde um $^1/_2$ km verringert, abgefahren. $16^1/_3$ Stunde nach Abfahrt des Bootes fährt ein Dampfer von Thorn mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 18 km in der Stunde ab. Als der Dampfer das Boot traf, fuhr es gerade 2 Stunden länger als am vorhergehenden Tage. Wieviel Stunden waren seit Abgang des Bootes von Thorn verflossen?

9. Auf einer geneigten Ebene geht ein Mann mit der konstanten Geschwindigkeit von 125 cm in der Sekunde. 20 Sekunden später rollt von demselben Orte auf der Ebene eine Kugel herab, die in der ersten Sekunde 5 cm und in jeder folgenden 10 cm mehr zurücklegt. Wann und wo holt die Kugel den Mann ein?
10. A liegt 36 m senkrecht über B. Von A wird eine Kugel mit der Anfangsgeschwindigkeit von 50 m in die Höhe geworfen. $2^1/_2$ Sekunden später folgt ihr von B eine zweite und trifft sie in ihrem höchsten Punkte. Welche Anfangsgeschwindigkeit hatte die zweite?

§ 5. Geometrische Reihen.

1. Drei Zahlen, deren Summe = 25 ist, bilden eine A-Reihe, wenn man die mittlere um 5, und eine G-Reihe, wenn man die mittlere um 3 vermehrt. Wie heißen die Zahlen?
2. Wenn man von 4 Gliedern einer G-Reihe 1, 1, 4, 13 abzieht, so erhält man eine A-Reihe. Wie heißen die Glieder?
3. Die Zahl 6560 soll so in 8 Teile zerlegt werden, daß jeder Teil das dreifache des vorhergehenden ist. Wie heißen die Teile?
4. Eine G-Reihe von 3 Gliedern hat die Summe 105 (399). Zwischen je 2 Gliedern wird eins eingeschaltet, dann erhält man a) eine G-Reihe mit der Summe 115, b) eine G-Reihe, deren Summe um 666 größer ist als die der ersten. Wie heißen die Zahlen?
5. Zwischen a^{10} und b^{10} sind 4 Glieder so einzuschalten, daß eine G-Reihe entsteht. Wie groß ist die Summe der Glieder?
6. Zwischen x und y sind 6 Glieder so einzuschalten, daß eine G-Reihe entsteht. Wie groß ist die Summe der Glieder?
7. Welches ist der mittlere Barometerstand von Marienwerder? (86 m über NN.)
8. Die Homöopathen machen ihre Mischung nach folgendem Verfahren: 1 cm^3 der Urflüssigkeit wird mit 10 cm^3 Wasser, 1 cm^3 der neuen Flüssigkeit mit 10 cm^3 Wasser usw. fort gemischt. Welchen Gehalt hat die 10te Flüssigkeit?
9. Wie heißen die G-Reihen, wenn folgende Beziehungen gelten:
   a) Die Summe dreier aufeinanderfolgender Glieder ist = 35 die 3te um 10 größer als die zweite.
   b) Die Summe der beiden ersten Glieder = 15, ihr Produkt = 54, die Summe aller Glieder = $79^1/_8$.

c) Die Summe von 5 Gliedern ist 155. Die Summe des 1., 3. und 5. Gliedes verhält sich zu der Differenz des 2. und 4. Gliedes wie 7 : 2.

d) Die Summe des 4 und 6ten Gliedes ist $2^1/_2$ mal so groß als das 5. Glied. Das Quadrat des 3ten um 120 größer als das 4te Glied.

10. Eine Luftpumpe schafft bei jedem Kolbenzuge $^1/_4$ ($^1/_6$) der Luft aus dem Recipienten. Wie groß ist die Dichtigkeit nach dem 25. (50.) Kolbenzuge?

11. Der Inhalt des Recipienten einer Luftpumpe ist 12 (15) mal so groß als derjenige des Stiefels. a) Wie groß ist die Luftdichtigkeit nach 50 Kolbenzügen? b) Nach wieviel Kolbenzügen ist der Barometerstand in dem Recipienten so groß wie der mittlere Druck auf der Spitze des Montblank?

12. Der Recipient einer Luftpumpe ist eine Halbkugel mit dem Radius 12 cm, das Zuleitungsrohr hat 4 mm inneren Durchmesser und 75 cm Länge, der Stiefel hat 50 cm Länge und 6 cm inneren Durchmesser. Der Kolben hat 5 cm Länge. a) Wie groß ist die Luftdichtigkeit in dem Recipienten nach 20 Zügen. b) Wieviel Züge sind nötig für eine Verdünnung auf 2 mm (Geißlerröhren)?

13. In ein gleichseitiges Dreieck (Quadrat) [regelmäßiges Sechseck] wird ein anderes gelegt, dessen Ecken die Seiten nach dem Verhältnis m : n teilen. Nach demselben Gesetz legt man in das 2. ein 3tes usw. fort. Die Summe der Inhalte aller Dreiecke (Quadrate) [Sechsecke] ist zu finden.

14. In ein gleichseitiges Dreieck ist der einbeschriebene Kreis gelegt, in jede Ecke wieder der einbeschriebene Kreis usw. fort. Die Summe der Inhalte aller Kreise ist zu finden.

15. In einen Kreis werden drei gleich große Kreise gelegt, die sich untereinander und den großen Kreis von innen berühren. In den inneren Raum legt man wieder einen Kreis, der die 3 Kreise von außen berührt, und verfährt mit diesem, wie mit dem ersten. Die Summe der Inhalte der Berührungskreise ist zu suchen.

16. In ein reguläres Tetraeder wird ein 2tes mit der Spitze nach unten gelegt, in dieses ein 3tes, mit der Spitze nach oben usw. fort. Die Summe der Inhalte der Tetraeder ist zu finden.

17. Es ist zu summieren:

a) $^3/_4 + {^1/_{4^2}} + {^5/_{4^3}} + {^3/_{4^4}} + {^1/_{4^5}} + {^5/_{4^6}} + \dots\dots$

b) $^2/_3 + {^4/_{3^2}} + {^2/_{3^3}} + {^4/_{3^4}} + {^2/_{3^5}} + \dots\dots$

c) $x - 2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} - \dots\dots\dots$

d) $\frac{8}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{4}{x^3} + \frac{8}{x^4} + \frac{2}{x^5} + \frac{4}{x^6} + \dots\dots$

$- \frac{2}{(x+1)} + \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{5}{(x+1)^3} - \frac{2}{(x+1)^4} + \dots$

e) $-\frac{15}{x}+\frac{9}{x^2}+\frac{2}{x^3}-\frac{15}{x^4}+\frac{9}{x^5}+\frac{2}{x^6}-\ldots.$

$+\frac{3}{(x+1)}+\frac{4}{(x+1)^2}+\frac{5}{(x+1)^3}+\frac{3}{(x+1)^4}+\ldots$

§ 6. Zinseszinsaufgaben.

1. Welches ist der augenblickliche Wert von 5200 M., die nach 12 Jahren zahlbar sind? ($p = 4\%$).
2. Zu welcher Summe wachsen 4500 M. bei 4,5 % Verzinsung in 8 Jahren an?
3. Wie groß war das Kapital, das bei einem Zinsfuß von 3,5 % in 12 Jahren zu 25000 M. angewachsen ist?
4. Zu welcher Summe wachsen 25540 M. bei halbjährlichem Zinsenzuschlag in 24 Jahren an?
5. Wie groß ist die Kugel, die aus dem Golde hergestellt ist, das 1 Pfennig, der seit Christi Geburt auf Zinseszins steht, heute wert ist? 1 kg Gold = 2790 M.)
6. Wie viel Zinsen bringen 4900 M. bei 3,5 %, wenn 24 Jahre keine Zinsen abgehoben worden sind?
7. Eine Summe von 1500 M. ist in 8 Jahren zu 2000 M. angewachsen. Zu wie viel % stand es auf Zinseszins?
8. Jemand besitzt ein Kapital von 15000 M. In welcher Zeit ist dasselbe zu 30000 M. angewachsen? ($p = 4\%$).
9. Wie lange müssen 15200 M. zu 4 % anwachsen, um eben dieselben Zinsen zu geben wie 12500 M. in 15 Jahren zu $4\frac{1}{2}$ %?
10. Wie viel Jahre muß das Kapital k M. auf Zinseszins stehen, bis es bei 4 % Verzinsung z M. Zinsen bringt?

    a) $k = 20000$ $z = 1800$
    b) $k = 8000$ $z = 2400$
    c) $k = 12000$ $z = 1500$

11. In wie viel Jahren wachsen 10000 M. zu 4 % so hoch an, daß sie bei 5 % 800 M. Zinsen bringen können?
12. Nachdem 1500 M. zu 4 % gestanden haben, wird der Zinsfuß auf $4\frac{1}{2}$ % erhöht, und nun steht das Kapital noch 5 Jahre auf Zinseszins. Wie groß ist das Kapital geworden?
13. 7500 M. stehen 6 Jahre zu 5 %, darauf 4 Jahre zu $4\frac{1}{2}$ %, darauf 5 Jahre zu 4 %. Wie groß ist das Kapital geworden?
14. Jemand will eine Geldsumme anlegen, von der am Ende jedes 5ten Jahres 1200 M. Zinsen bei 4 % Zinsfuß gezahlt werden können. Wie groß ist das Kapital?
15. Jemand hat 9000 M. nach 8 Jahren, 2000 M. nach 5 Jahren, 3000 M. nach 4 Jahren zu zahlen. Wann kann er dafür 14400 M. aufeinmal zahlen? ($p = 4\%$).

16. Jemand soll 500 M. nach 4 Jahren, 700 M. nach 5 Jahren, 800 M. nach 9 Jahren zahlen. Statt dessen will er 2000 M. aufeinmal zahlen. Wann kann das geschehen, wenn $4^1/_2$ % Diskonto gerechnet werden?
17. 7000 M. sind nach 3 Jahren, 5000 M. nach 4 Jahren und 3000 M. nach 6 Jahren zu zahlen. Statt dessen sollen 15000 M. auf einmal gezahlt werden. Wann ist die Zahlung zu leisten?

---

§ 7. Rentenrechnung.

1. Jemand legt aus seinen Ersparnissen jedes Jahr k M. auf Zinseszins. Wie viel Kapital hat er nach n Jahren bei p % Verzinsung?

	k	n	p
a)	175	25	$3^1/_3$
b)	550	25	4
c)	550	10	$3^1/_3$

2. Jemand legt 15000 M. in die Sparkasse und zahlt jährlich 300 M. zu. Wie viel Kapital hat er nach 12 Jahren bei 4 % Verzinsung?
3. Jemand besitzt ein Vermögen von 15000 M. und erspart von seinem Gehalt jährlich 300 M. Wie viel Kapital hat er nach 12 Jahren bei 4 % Verzinsung und halbjährlicher Abrechnung?
4. Jemand hat k M. geerbt, legt das Geld zu p % an und verbraucht jährlich k_1 M. Wie viel Kapital hatte er noch nach n Jahren?

	k	k_1	p	n
a)	20000	1200	4	12
b)	30000	2000	4	10
c)	35000	1400	$3^1/_2$	12
d)	18500	950	4	16

5. Wie viel von den k in Aufgabe 4 kann jährlich verbraucht werden, wenn k
   a) in 10 Jahren, b) in 8 Jahren, c) in 20 Jahren, d) in 16 Jahren aufgebraucht sein soll?
6. Jemand will im Alter von 45 Jahren sein Leben mit 5000 M. versichern. Die Lebensdauer wird zu 58 Jahren angenommen. Welche jährliche Prämie ist zu zahlen ($p = 4$ %)?
7. Jemand will sich in eine Sterbekasse einkaufen, welche für den Todesfall 300 Mk. zahlt. Das gegenwärtige Alter beträgt 35 Jahre, als Lebensalter werden 60 Jahre angenommen Wieviel Beitrag ist vierteljährlich zu entrichten? (4 %).
8. Jemand will durch 21 Jahre immer zu Beginn des Jahres eine bestimmte Summe einzahlen, damit nach Ablauf dieser Zeit er selbst oder seine Erben 8 Jahre hindurch eine jährliche, am Ende jedes Jahres fällige Rente von 600 M. genießen können. Wie groß muß die Einzahlung sein, wenn 4 % gerechnet werden und der erste Rentenbezug am Ende des 22ten Jahres stattfindet?

9. Ein Vater will für seinen Sohn ein Kapital anlegen, von welchem vierteljährlich 350 M. 6 Jahre lang gezahlt werden. Wie hoch muß das Kapital bei 4 % Verzinsung sein?
10. Ein Kaufmann betreibt sein Geschäft mit 60000 M., so daß es $17\frac{1}{2}$ % trägt. Für die Haushaltung werden jährlich 4900 M. von der Einnahme fortgenommen. Wie viel hat er nach 12 Jahren erspart?
11. Jemand will im Alter von 30 Jahren sein Leben mit 10000 M. versichern. Die vermutliche Lebensdauer wird zu 56 Jahren angenommen. Welche jährliche Prämie ist bei 4 % Verzinsung zu zahlen?
12. Jemand will 5 Jahre lang eine Rente von 1000 M. beziehen und zwar zum ersten Mal am Ende des 10ten Jahres von der Einlage an gerechnet. (4 %). Wie groß ist das einzuzahlende Kapital?
13. Es soll für ein Kind von der Geburt an jährlich soviel in eine Sparkasse gezahlt werden, daß ihm nach Ablauf von 20 Jahren 2000 M. ausgezahlt werden können. Wie groß ist bei $3\frac{1}{2}$ % Verzinsung die jährliche Einlage?
14. Jemand legt ein Kapital von 5000 M. bei einer Rentenbank mit $3\frac{1}{2}$ % Verzinsung an und will dafür 15 Jahre lang eine Rente beziehen. Wie hoch kann dieselbe sein?
15. Jemand will 15 Jahre lang eine Rente von 3600 M. genießen. Welches Kapital muß er anlegen bei einem Zinsfuß von 4 %? Wie lange konnte er statt dessen eine Rente von 3000 M. beziehen?
16. Jemand will sich eine Rente kaufen, die in Raten von 900 M. vierteljährlich postnumerando mit dem Beginne des 20. Jahres nach der Einzahlung 15 Jahre lang gezahlt wird. Wie hoch ist das gezahlte Kapital ($p = 4$ %)?
17. Jemand zahlt jährlich 450 M. in eine Sparkasse und will nach 10 Jahren vierteljährlich 3 Jahre lang eine Rente gezahlt erhalten. Wie hoch kann dieselbe sein ($p = 4$ %)?
18. Jemand will seinem Sohn für die Zeit vom Beginne des 19ten bis zum Beginne des 22ten Lebensjahres eine Summe von jährlich 900 M. zum Unterhalt auf der Universität sichern. Welche jährliche Zahlung muß er pränumerando leisten, wenn er die Versicherung abschließt, als der Sohn 5 Jahre alt ist ($p = 4$ %)?
19. Eine Gemeinde hat jedes Jahr an die Kirche 1800 M. zu zahlen. Die Verpflichtung will sie durch 4 gleiche Teilzahlungen ablösen, die in Jahresfrist aufeinander folgen. Wie hoch sind die Teilzahlungen?
20. Wieviel hat jemand 5 Jahre lang am Ende jedes Jahres zu zahlen, wenn er eine in 7 Jahren fällige Schuld von 20000 M bei 4 % tilgen will?
21. Jemand hat die Verpflichtung 15 Jahre am Ende jedes Jahres 750 M. zu zahlen. Wie hoch ist der augenblickliche Wert bei $3\frac{1}{2}$ % Verzinsung?
22. Jemand war seit 4 Jahren 2500 M. nebst Zinsen zu 4 % schuldig und sollte nach 4 Jahren 3600 M. zahlen. Welche Summe brauchte er, um seine ganze Schuld zu tilgen?

23. Jemand kauft ein Grundstück, auf dem die Verpflichtung lastet, noch 15 Jahre eine Rente von 600 M. zu zahlen. Welche Summe mußte er sofort entrichten, um diese Verpflichtung abzulösen? (4 %)
24. Jemand hat 20 Jahre lang am Anfang jedes Jahres eine Summe von 500 M. zu zahlen. Welche Summe mußte er bei 4 % Verzinsung sofort zahlen, um diese Verpflichtung abzulösen?
25. Eine Brücke, welche noch 15 Jahre dienen kann, kostet bei dem in je 80 Jahren erfolgenden Neubau 2000 M. Wie groß ist der Barwert bei einer Verzinsung von 4 % und 2 % Zinseszinsen?
26. Ein Wald gibt jetzt und dann nach je 25 Jahren 10 000 M. Ertrag. Wie groß ist der Barwert, wenn 3 % Zinsen und 2 % Zinseszinsen gerechnet werden?
27 Zur Unterhaltung eines Gebäudes, dessen Dauer auf 150 Jahre geschätzt wird, ist alle 2 Jahre eine Summe von 120 M. von einer Gemeinde aufzubringen. Wieviel ist bei einer Ablösung dieser Verpflichtung und 4 % Zinsen zu zahlen?
28. Eine Holzlieferung von 25 m^3 soll abgelöst werden. Welche Summe ist 4 Jahre hindurch zu zahlen bei Verzinsung von 4 % und einem Durchschnittspreis von 4,24 M. für m^3?
29. Eine Brücke kostet 10 200 M. Die jährlichen Unterhaltungskosten betragen 250 M. und alle 40 Jahre muß die Brücke neu gebaut werden. Welches Kapital ist erforderlich, um sie für immer zu erhalten? (4 %)
30. Eine Gemeinde will ihre Verpflichtung, die in der Lieferung von 56 Scheffeln Roggen (Durchschnittspreis = 5,20 M.), 37 Scheffel Hafer (3 M.) und 45 Scheffel Gerste (4,50 M.), dadurch ablösen, daß sie 10 Jahre lang am Anfange jedes Jahres die gleiche Kapitalsumme zahlt. Wie hoch ist diese zu bemessen? (4 %)
31. Eine Gemeinde will zur Ablösung einer Schullast von jährlich 300 M. eine Zeitlang den Ertrag einer Gemeindewiese, der auf 600 M. jährlich angenommen wird, überlassen. In wieviel Jahren ist die Ablösung erfolgt? (4 %)
32. Jemand hat einen Waldbestand von 450 000 m^3, der sich jährlich um 3 % vermehrt. Es werden jährlich 15 000 m^3 herausgeschlagen. Wie lange dauert es, bis der Waldbestand auf die Hälfte verringert ist?
33. Ein Wald, dessen jährlicher Zuwachs 2 % beträgt und dessen gegenwärtiger Bestand 450 000 m^3 ist, soll so lange anwachsen, bis jährlich 12 000 m^3 geschlagen werden können. Wie lange dauert es?
34. A und B haben 30 000 bezw. 28 000 M. auf Zinseszins gelegt und vergrößern die Kapitalien durch 500 bezw. 800 M. Nach welcher Zeit werden beide gleich viel haben? (4 %)
35. Bei einer Erbschaft wird an A augenblicklich eine einmalige Summe von 1500 M. gezahlt. B erhält 20 Jahre lang am Ende jedes Jahres 105 M. Welche von den beiden Personen ist bei 3,5 % Verzinsung günstiger gestellt?

36. Jemand hat 2 Renten, eine 4 prozentige zu 500 M., die noch 12 Jahre, und eine 3prozentige zu 900 M., die noch 9 Jahre läuft. Er will dieselben in eine Rente von 1400 M. zu $3\frac{1}{2}$ % Verzinsung umwandeln. Wie lange kann er diese genießen?
37. Jemand besitzt eine Rente von 1500 M., die noch 16 Jahre läuft, und eine andere von 2400 M., die noch 10 Jahre gezahlt wird. Welches Kapital kann er dafür augenblicklich erhalten? (4 %)

§ 8. Algebraische Analysis.

1. Eine Strecke AB = 15 cm ist so harmonisch innen und außen zu teilen, daß der Abstand der zugeordneten Teilungspunkte eine gegegebene Größe $\lambda = 8$ cm ist.
2. In ein gleichseitiges Dreieck ist ein Quadrat zu legen.
3. In ein rechtwinkliges Dreieck ein Quadrat so zu legen, daß eine Ecke auf die Hypotenuse fällt.
4. In einem rechtwinkligen Dreieck sind aus der Hypotenuse und dem Inhalt des einbeschriebenen Quadrats die Katheten zu suchen.
5. In ein gleichschenkliges Dreieck ist ein Rechteck zu legen, das auf dem einen Schenkel steht und einen gegebenen Umfang (Inhalt) hat.
6. In ein gleichschenkliges Dreieck ist ein Rechteck zu legen, das auf der Grundlinie steht und einen gegebenen Umfang (Inhalt) hat.
7. In ein Quadrat ist ein gleichschenkliges Dreieck von gegebenem Umfang (Inhalt) so zu legen, daß die Spitze in eine Quadratecke und die beiden anderen Ecken auf den Quadratseiten liegen.
8. In ein Dreieck ist ein Rechteck zu legen, dessen Inhalt $= \frac{1}{n}$ des Dreiecks ist.
9. In ein gegebenes Quadrat ist ein anderes zu zeichnen, a) dessen Umfang zu dem des gegebenen in einem gegebenen Verhältnis steht, b) dessen Inhalt $= \frac{1}{n}$ des gegebenen ist.
10. In ein Rechteck ist ein anderes zu legen, dessen Seiten von denen des ersten überall gleichen Abstand haben und dessen Umfang (Inhalt) zu dem des gegebenen in dem Verhältnis $m : n$ steht.
11. In ein gleichseitiges Dreieck ist ein anderes zu zeichnen, a) das halb so groß ist, b) dessen Umfang zu dem des gegebenen in dem Verhältnis $m : n$ steht.
12. Ein gegebenes Dreieck ist in ein Rechteck von gleichem Umfange zu verwandeln.
13. Um ein gegebenes Rechteck ist ein Rhombus zu legen, dessen Eckenlinien zusammen eine gegebene Länge l haben.
14. In einen Rhombus, dessen Umfang 300 cm beträgt und dessen Eckenlinien sich wie 24 : 7 verhalten, ist ein Rechteck zu legen, dessen Ecken auf die Rhombusseiten fallen und dessen Umfang = 152 cm ist.

15. Ein Rhombus ist zu zeichnen, von dem die Differenz der beiden Eckenlinien $= 2\,d$ und die Seite $= a$ ist.
16. In einen Quadranten ist ein Rechteck a) von gegebenem Umfang (Inhalt), b) dessen Seiten im Verhältnis $m:n$ stehen, so hineinzulegen, daß 2 Ecken auf den Bogen, 2 auf die Radien fallen.
17. In einen Quadranten ist ein Rechteck, dessen 2 aufeinanderfolgende Seiten die Differenz d haben, so hineinzulegen, daß 2 Ecken auf den Bogen, 2 auf die Radien fallen.
18. In einen Halbkreis ist ein Rechteck zu legen, a) dessen Inhalt (Umfang) gegeben ist, b) dessen anstoßende Seiten einen gegebenen Unterschied haben, c) dessen Inhalt halb so groß als der des dem Halbkreis einbeschriebenen Quadrats ist, d) dessen Umfang $^5/_8$ von dem Umfang des dem Halbkreis unbeschriebenen Quadrates ist, f) dessen Umfang gleich dem Umfange des gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks über dem Durchmesser ist.
19. In einen Halbkreis ist ein Trapez von gegebenem Umfange zu legen, dessen untere Grundlinie eine dem Durchmesser parallele Sehne ist.
20. Der Umfang eines gleichschenkligen Trapezes ist gleich 50 cm, die nicht parallele Seite $= 13$ cm, die Höhe $= 12$ cm. Das Trapez und der umbeschriebene Kreis ist zu zeichnen.
21. In ein regelmäßiges Sechseck ist ein anderes hineinzulegen, das a) einen gegebenen Umfang (Inhalt) hat, b) zu dem gegebenen in einem gegebenem Verhältnisse $m:n$ steht.
22. In einen gegebenen Kreis ist ein gleichschenkliges Dreieck zu legen, dessen Grundlinie zum Schenkel sich wie $m:n$ verhält.
23. Ein gleichschenkliges Dreieck ist zu zeichnen, wenn gegeben ist, a) die Höhe h_c und die Summe von Grundlinie und Schenkel, b) der Schenkel und die Summe von Grundlinie und Höhe, c) der Schenkel und die Differenz von Höhe und halber Basis.
24. Ein rechtwinkliges Dreieck zu zeichnen, wenn gegeben ist:
a) $a + b = s$ und $c + b = d$; b) $a + b - c = m$ und $a - b = n$; c) $a - b = n$ und $c + b = m$; d) b und p; e) wenn die Seiten in stetiger Proportion stehen und der Umfang gegeben ist.
25. Ein Dreieck zu zeichnen aus einer Seite und den Verhältnissen der Abschnitte, welche auf den beiden anderen Seiten durch die Höhenfußpunkte entstehen.
26. Von einem Punkte P der Seite BC eines Dreiecks ABC sind auf die anderen Seiten so Lote zu fällen, daß ihre Summe gleich einer gegebenen Länge l ist.
27. Innerhalb eines Kreissektors BAC ist durch den gegebenen Punkt P so eine Gerade xy zu ziehen, daß a) $Ax \,.\, Ay = p^2$ wird, b) $Ax + Ay$ eine gegebene Länge l hat. c) das abgeschnittene Stück (nach dem Mittelpunkt zu) eine gegebene Größe p^2 hat.
28. Durch einen Punkt P innerhalb eines Dreiecks ABC soll die Gerade xy so gelegt werden, daß Dreieck $Axy = \frac{1}{m}$ des gegebenen ist.

29. Durch P innerhalb eines gegebenen Kreises ist eine Sehne so zu ziehen, daß a) sie stetig geteilt wird, b) die Summe der Quadrate der Abschnitte einen gegebenen Wert p^2 hat.
30. In einem Kreise zu einer gegebenen Sehne ist eine parallele Sehne so zu ziehen, daß der Unterschied beider ihrem Abstand gleich ist.
31. Eine Sehne von gegebener Länge so zu legen, daß die Abschnitte, die durch einen festen Durchmesser entstehen, ein gegebenes Verhältnis haben.
32. In einem gegebenen Kreis eine Sehne zu ziehen, die mit ihrem Abstande von Mittelpunkt zusammen eine gegebene Länge l hat.
33. Von einem Punkte an einen gegebenen Kreis eine Sekante so zu ziehen, daß a) sie nach einem gegebenen Verhältnis geteilt wird, b) die Differenz der Abschnitte eine gegebene Größe hat, c) die Summe der Quadrate der Abschnitte einen gegebenen Wert m^2 hat, d) die Differenz der Quadrate der Abschnitte einen gegebenen Wert m^2 hat, e) der innere Abschnitt die Seite des einbeschriebenen gleichseitigen Dreiecks ist.
34. An einen gegebenen Kreis ist eine Tangente gezogen. Es soll ein Kreis gezeichnet werden, der seinen Mittelpunkt auf der Peripherie des gegebenen Kreises hat, durch den 2ten Endpunkt des Berührungsdurchmessers geht und die Tangente des gegebenen Kreises berührt.
35. In einen Sektor ist ein Kreis gelegt. In dem einen nach dem Bogen zu gelegenen abgeschnittenen Stück ist wieder ein Kreis gelegt, der den Bogen, den ersten Kreis und den Radius berührt. Wie groß ist der Durchmesser des neuen Kreises?
36. An die Bogen eines Sektors ist eine Tangente zu legen, die im Berührungspunkte nach dem Verhältnis $m:n$ geteilt wird.
37. Wo trifft in einem Dreieck die Verbindungslinie zweier Berührungspunkte a) des einbeschriebenen Kreises die dritte Seite, b) des anbeschriebenen Kreises die Verlängerung der dritten Seite, c) des anbeschriebenen und einbeschriebenen eine Seite, d) des einbeschriebenen und des anbeschriebenen die Verlängerung der anderen Seiten.

---

§ 9. Analytische Geometrie.

1. Wie lautet die Gleichung einer Geraden, die durch die Punkte $P_1 = (x_1 \mid y_1)$ und $P_2 = (x_2 \mid y_2)$ hindurch geht? Wie lautet die Gleichung der Mittelsenkrechten?
   $x_1 = 61\ (65);\ y_1 = 38\ (30);\ x_2 = 68\ (61);\ y_2 = 21\ (38)$.
2. Wo und unter welchem Winkel schneiden sich die Geraden g_1 und g_2?

g_1	g_2
a) $y = 7x + 2$	a) $y = 3x + 6$
b) $y = 18x - 7$	b) $y = -5x + {}^9/_2$
c) $y = 5x + 6$	c) $2y = 3x + 7$

3a. Durch $P_1 = (5 \mid 7)$ geht die Gerade, die die Abscissenachse unter 40^0 schneidet. Die Gleichung der in dem Punkte senkrechten Geraden ist zu finden.

3b. Welche Entfernung hat der Punkt $(10 \mid -2)$ von der Geraden $(y = 3x - 7)$?

3c. Auf die Gerade $(y = 5x - 23)$ wird von dem Punkt $P_1 = (2 \mid 13)$ ein Lot gefällt. Welches sind die Koordinaten des Fußpunktes? Wie lang ist das Lot?

4. Gegeben sind die Punkte $P_1 = (11 \mid 3)$; $P_2 = (10 \mid {}^4/_3)$ und $P_3 = ({}^{15}/_4 \mid -2)$. Von P_1 wird ein Lot auf die Gerade $P_2 P_3$ gefällt. Welches sind die Koordinaten seines Fußpunktes? Wie groß ist seine Länge?

5. Die 3 Punkte $P_1 = (-2 \mid -5)$; $P_2 = ({}^6/_5 \mid {}^{38}/_5)$; $P_3 = (-6 \mid -2)$ werden mit einander verbunden. Wie lang sind die Strecken? Was für ein Dreieck schließen sie ein? Welches sind die Gleichungen der drei Geraden? Welches sind die Abschnitte auf den Achsen?

---

6. Wie heißt die Gleichung des Kreises, der durch die Punkte P_1; P_2; P_3 geht?

P_1	P_2	P_3
a) $(-0{,}8 \mid 15{,}6)$	a) $(2{,}6 \mid 14{,}2)$	a) $(1 \mid 15)$
b) $(55 \mid 43)$	b) $(63 \mid 29)$	b) $(59 \mid 37)$
c) $(65 \mid 35)$	c) $(38 \mid -46)$	c) $(-11 \mid 73)$
d) $(65 \mid 30)$	d) $(61 \mid 38)$	d) $(68 \mid 21)$
e) $(70 \mid 20)$	e) $(-50 \mid 30)$	e) $(-46 \mid 38)$

7. Die Geraden $2x + 2y = 27$, $3x + y = 21$, $4x - 3y = -11$ schneiden sich. Es ist der dem gebildeten Dreieck umbeschriebene Kreis zu finden.

8. Die Gleichung eines Kreises ist zu suchen, der durch die Mittelpunkte der Kreise $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 41 = 0$; $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 6 = 0$ und $x^2 + y^2 - 10x + 6y - 2 = 0$ geht.

9. Welches sind die Schnittpunkte einer Geraden g mit einem Kreise K, für die die Gleichungen gegeben sind? Wie groß ist die entstehende Sehne und deren Abstand von Mittelpunkt?

g	K
a) $31x + 27y = 1065$	a) $x^2 + y^2 + 60x + 40y = 2925$
b) $4x + 3y = 300$	b) $x^2 + y^2 = 4225$
c) $13x + 9y = 375$	c) $x^2 + y^2 = 625$

10. Wie heißen die Tangenten in den Punkten P_1 und P_2 des Kreises K? In welchem Punkte und unter welchem Winkel schneiden sie sich?

P_1	P_2	K
a) $(20 \mid 15)$	$(24 \mid 7)$	$x^2 + y^2 = 625$
b) $(70 \mid -20)$	$(-50 \mid 30)$	$(x-10)^2 + (y-5)^2 = 65$

11. Welcher Kreis geht durch die Punkte $P_1 = (4 \mid 3)$ und $P_2 = (-3 \mid -4)$ und berührt die Gerade $y = {}^3/_4\, x + {}^{25}/_4$?

12. Das Dreieck ist zu zeichnen, indem $h_c - r = 4$, die Lage von $M = (0 \mid 5)$ und eine Gerade $= (y = 3x + 2)$ gegeben ist, auf der die Ecke C liegen soll.

13a. Welches ist der geometrische Ort aller Punkte, für die die Summe der Quadrate der Abstände von zwei festen Punkten $P_1 = (2 \mid 4)$ und $P_2 = (9 \mid 8)$ gleich dem Quadrate des Abstandes vom Koordinatenanfangspunkt ist?

13b. Welches ist der geometrische Ort aller Punkte von der Beschaffenheit, daß die Summe der Quadrate ihrer Abstände von den beiden festen Punkten $A = (-5 \mid 0)$ und $B = (+5 \mid 0)$ gleich dem gegebenen Quadrate $m^2 = 16$ ist?

14. Welches ist der Ort aller Punkte, deren Entfernung von der Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks das geometrische Mittel zwischen ihren Entfernungen von den Schenkeln desselben ist?

15. Welches ist der geometrische Ort der Mittelpunkte aller Sehnen eines Kreises, die von einem festen Punkte aus unter einem rechten Winkel erscheinen?

16. Die Mittelpunkte zweier Kreise mit den Radien r_1 und r_2 haben den Abstand d. Man lege durch einen Schnittpunkt der Kreise Gerade und suche den geometrischen Ort der Mitten aller Strecken zwischen den Kreismittelpunkten und den Mittelpunkten der auf jeder Geraden liegenden Sehne.

17. Welchen Ort beschreibt der Schwerpunkt eines Dreiecks, wenn seine Spitze a) auf einer Geraden, b) auf einem Kreise läuft?

18. Welchen Weg beschreibt der Mittelpunkt von BC eines Dreiecks ABC, während die Spitze C sich a) auf einer Geraden, b) auf einem Kreise bewegt?

---

19. Die Gleichung einer Parabel ist zu suchen, deren Achse der X-achse parallel ist und welche durch die Punkte $P_1 = (14 \mid 22)$, $P_2 = (^{101}/_6 \mid 24)$ und $P_3 = (^{14}/_3 \mid 14)$ geht.

20. Die Parabel $y^2 = 8x$ wird von einer Geraden in den Punkten $P_1 = (2 \mid 4)$ und $P_2 = (8 \mid 8)$ geschnitten. Wie heißt die Gleichung dieser Geraden? Wie heißen die Koordinaten des Berührungspunktes der der Geraden parallelen Tangente und deren Gleichung?

21. Durch die Parabel $y^2 = 24x$ geht die Gerade $y = 2x - 24$. Welches sind die Koordinaten ihrer Schnittpunkte? Wo liegt der Berührungspunkt einer auf der Geraden senkrechten Tangente? Wie lang ist das Stück der Tangente zwischen der Geraden und dem Berührungspunkt? Wo trifft die in der Mitte der auf der Geraden liegenden Sehne errichtete Senkrechte die Parabel? Wie groß ist das aus diesem Schnittpunkt und den Endpunkten gebildete Dreieck und das aus dem Symmetriepunkte zu dem Schnittpunkte und den Endpunkten der Sehne gebildete Dreieck?

22. Von dem Punkte $P = (-2 \mid -5)$ sind 2 Tangenten an die Parabel $y^2 = 48x$ gelegt. Wie heißen die Gleichungen der Tangenten, die Koordinaten der Berührungspunkte, die Gleichung der Berührungssehne, der Winkel zwischen beiden Tangenten? Wie groß ist das aus P und den beiden Berührungspunkten gebildete Dreieck?

23. Auf der Ordinate eines auf der Parabel $y^2 = 24\,x$ beweglichen Punktes P liegt ein Punkt P_0 so, daß seine Entfernung von der X-achse dreimal so groß ist als die Ordinate. Welchen Ort beschreibt P_0?
24. Der Mittelpunkt eines Kreises mit gegebenem Radius r hat von einer gegebenen Geraden g den Abstand a. Gesucht der Ort für die Mittelpunkte aller Kreise die die Gerade und den Kreis berühren. $r = 10$; $g = (y = 2\,x - 24)$; $a = 6$.

---

25. Eine Ellipse ist zu zeichnen aus dem Nebenscheitel B, dem Brennpunkt F und einem Punkt P der Ellipse.
26. Wie groß sind die Achsen und die Mittelpunktskoordinaten der Ellipse $9\,x^2 - 3{,}6\,x + 25\,y^2 - 8\,y = 224$?
27. Wie heißt die Gleichung einer Ellipse, deren Hauptachsen mit den Koordinatenachsen zusammenfallen und die durch die beiden Punkte $P_1 = (4{,}8 \mid 1{,}96)$ und $P_2 = (4 \mid 4{,}2)$ geht?
28. In einem Punkt einer Ellipse mit $a = 35$ und $b = 10\,\sqrt{6}$ bilden die Brennstrahlen einen rechten Winkel. Wie lang sind sie, welche Kordinaten hat der Punkt?

29a. Eine Ellipse mit der Gleichung $225\,x^2 + 400\,y^2 = 90000$ wird von der Geraden $y = 2\,x - 12$ durchschnitten. Wie lang ist die Sehne? Wie heißen die Gleichungen der dieser Sehne parallelen Tangenten?

29b. An die Ellipse $100\,x^2 + 225\,y^2 = 22500$ soll eine Tangente gelegt werden, welche der Geraden $x + 2\,y = 2$ parallel ist. Wie groß sind die Koordinaten der Berührungsstelle? Wie groß ist das von den Schnittpunkten und dem Berührungspunkt gebildete Dreieck? Wie groß ist das Dreieck, das als Grundlinie die Sehne hat und dem Dreieck aus Tangente und Achsen ähnlich ist?

30a. Wo schneidet sich eine Ellipse mit $a = 15$ und $b = 10$ mit einem Kreise, dessen Radius gleich der Wurzel aus dem um 5 verminderten Produkt der Halbachsen der Ellipse ist, und dessen Mittelpunkt mit dem Ellipsenmittelpunkt zusammenfällt? Wie groß ist das Rechteck, das die Schnittpunkte bestimmen? Wie groß ist der Winkel zwischen den Tangenten in einem Schnittpunkte an die Kurven?

b. Der Kreis hat den Radius 25, die Ellipse die Halbachsen $a = 40$ und $b = {}^{35}/_{4}$.

c. Der Kreis hat die Gleichung $(x - 13)^2 + y^2 = 121$, die Ellipse $(x - 5)^2.\ 25 + 9\,y^2 = 225$.

31. Ein Dreieck, in dem die Lage der Grundlinie bekannt ist, ist zu zeichnen, wenn der Mittelpunkt des unbeschriebenen Kreises auf der Geraden $y = 3$ liegt und das Verhältnis $r : h_c = 4 : 5$ bekannt ist.
32. Welches ist der geometrische Ort der Spitzen aller Dreiecke mit derselben Grundseite, in denen der Durchschnittspunkt der Höhen die nach der Grundseite gezogene Höhe im Verhältnis $5 : 4$ teilt?

33. Ein Punkt bewegt sich auf einer Ellipse. Worauf bewegt sich a) der Mittelpunkt des einbeschriebenen Kreises desjenigen Dreiecks, das durch ihn und die beiden Brennpunkte bestimmt wird, b) der Mittelpunkt des umbeschriebenen Kreises, c) der Schwerpunkt, d) der Höhenschnittpunkt, e) der Mittelpunkt des Feuerbachschen Kreises?

---

34. Welches ist der geometrische Ort der Spitzen aller Dreiecke über der Grundseite c, in welchem die Winkel an der Grundseite der Bedingung genügen: $\cotg \alpha = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \beta - 2 \cotg \beta$?
35. Eine unbegrenzte Gerade wird so verschoben, daß sie von einem rechten Winkel ein Dreieck von unverändertem Inhalt $f^2 = 64$ abschneidet. Welchen geometrischen Ort beschreibt ein Punkt P, der die Hypotenuse des Dreiecks nach dem goldenen Schnitte teilt?

---

36. Ein gerader Kegel, dessen Achsenschnitt den Umfang 50 cm und den Winkel 40° an der Spitze hat, wird von einer unter einem Winkel von 30° gegen die Grundfläche geneigten Ebene geschnitten. Wie groß ist der Inhalt des entstehenden Kegelschnitts?
37. Bei einem Kegel, dessen Höhe $h = 40$ cm und dessen Grundflächenradius $r = 9$ cm ist, wird in einem Abstande $s = 2$ cm von der Spitze unter einem Neigungswinkel von $\gamma = 27^0\ 24'\ 22''$ gegen die Seitenkante geschnitten. Wie lautet die Gleichung der entstehenden Kurve?
38. In einen geraden Kegel mit $r = 9$ cm und $h = 40$ cm ist eine Ellipse zu legen, deren Achsen sich wie 5 : 3 verhalten. Unter welchem Winkel schneidet die Ellipsenebene die Kegelgrundfläche?

Schluß des ersten Teils.

33. Ein … Worauf bewegt sich a) der … s desjenigen Dreiecks, das d… stimmt wird, b) der Mittel… Schwerpunkt, d) der Höhen… erbachschen Kreises?

34. Welche … ller Dreiecke über der Grund… Grundseite der Bedingun… tg β?

35. Eine … daß sie von einem rechten … Inhalt $f^2 = 64$ abschneid… bt ein Punkt P, der die Hy… n Schnitte teilt?

36. Ein g… fang 50 cm und den Winkel … unter einem Winkel von 3… ne geschnitten. Wie groß i… tts?

37. Bei ei… dessen Grundflächenradius … $s = 2$ cm von der Spitze … $27^0\ 24'\ 22''$ gegen die S… Gleichung der entstehend…

38. In ein… $h = 40$ cm ist eine Ellipse … 3 verhalten. Unter welchen … Kegelgrundfläche?