

Der Vorbereitungsunterricht in der Geometrie in Quinta.

In den Lehrplänen für die höheren Schulen nebst der darauf bezüglichen Cirkularverfügung vom März 1882 finden sich folgende Worte:

„Die für Quinta eingetretene Erhöhung der Anzahl der Lehrstunden ermöglicht es, eine wöchentliche Lehrstunde dem Zeichnen von Figuren mit Zirkel und Lineal zu widmen, und durch diese methodische Ausbildung der Anschauung den davon ausdrücklich zu unterscheidenden geometrischen Unterricht vorzubereiten.“

Durch diese Verfügung der preussischen Unterrichtsbehörde ist nicht nur einem lange von Lehrern der Mathematik gehegten und oft ausgesprochenen Wunsche nach einem Vorbereitungsunterricht in der Geometrie Rechnung getragen — das war schon geschehen durch die Einführung der geometrischen Anschauungslehre in Quarta,¹⁾ — sondern auch die Anzahl der darauf zu verwendenden Lehrstunden bestimmt und der Stoff in gewisser Weise begrenzt worden. Jedoch wird auf die frühere Anschauungslehre oder — wie man sie auch wohl sonst nannte — Raum- und Formenlehre durch die Verfügung nicht zurückgegriffen. Es würde daher übereilt sein, anzunehmen, dass in dem einstündigen Vorbereitungsunterricht in Quinta das zu lehren sei, was man früher unter Raum- und Formenlehre verstand.²⁾ Wenn die Verfügung das hätte verlangen wollen, ist nicht einzusehen, warum sie sich statt der gebräuchlichen kurzen technischen Ausdrücke einer ausführlichen Umschreibung derselben bedient hat. Im Gegenteil müssen wir schliessen, dass wir es hier mit einer ganz speciellen Art von geometrischem Anschauungsunterricht zu thun haben. Seit dem Erlass der Verfügung sind nunmehr sechs Jahre verflossen und in dieser Zeit eine Reihe von Vorschlägen veröffentlicht worden über die Einrichtung des in Frage stehenden Unterrichtes, die in nicht unwesentlichen Punkten von einander abweichen.

Die Absicht, die Litteratur, welche vor 1882 über den propädeutischen Unterricht in der Geometrie erschienen ist, übersichtlich darzustellen, musste bald aufgegeben werden, weil eine Ordnung nach allgemeinen Gesichtspunkten auf die grössten Schwierigkeiten stiess. Stoff und Methode sind vornehmlich bedingt durch das Ziel, welches der Schüler erreichen soll, und durch das Alter desselben.

1) Cirkularverfügung vom 7. Januar 1856. Wiese, Verordnungen und Gesetze. Berlin. 1875, pag. 36.

2) Schmeckebeier, Die preussischen Ministerialverordn. Progr. 116. Demmin 1883.

Es stellte sich heraus, dass der geometrische Anschauungsunterricht als eine Vorbereitung nicht nur für den geometrischen, sondern auch für den naturwissenschaftlichen, geographischen etc. betrachtet wurde, dass der eine schrieb für die Mutterschule, der andere für die Quarta, ein dritter für die Tertia eines Gymnasiums, wieder ein anderer für die entsprechenden Klassen einer Real- oder Volksschule. Es leuchtet ein, dass bei so verschiedenen Voraussetzungen über Ziel und Alter der Schüler von einer Übereinstimmung der gemachten Vorschläge nicht die Rede sein kann, höchstens sich einzelne Berührungspunkte auffinden lassen. Ausserdem wäre der Verfasser doch nicht imstande gewesen, eine vollständige Litteraturangabe zu machen wegen der Schwierigkeit, sich die gesamte Litteratur zu verschaffen, um aus eigener Anschauung berichten zu können. Die hauptsächlichsten Quellen für dieselbe sind folgende:

- Mohr, Darlegung der hauptsächlichsten Richtungen, welche in der geometrischen Formenlehre eingeschlagen worden sind. Progr. Rudolstadt 1873.
 Strack, Die Propädeutik der Geometrie. Progr. 548. Karlsruhe 1883.
 Schiller, Handbuch der praktischen Pädagogik. Leipzig 1886.
 Schmidts Encyclopädie des gesamten Erziehungs- und Unterrichtswesens. Erste und zweite Auflage. Gotha 1859 ff. die Artikel: Anschauungsunterricht, Formenlehre, Geometrie, Zeichnen.

Eine genaue Angabe der Litteratur ist auch hier nicht unumgänglich notwendig, wenn wir uns erinnern, dass es sich nicht mehr um den früheren geometrischen Anschauungsunterricht, sondern um eine specielle Art desselben handelt. Seit dem Jahre 1882 sind dem Verfasser folgende Schriften über den in Frage stehenden Unterricht zu Gesicht gekommen:

- Strack, Die Propädeutik der Geometrie. Progr. 548. Karlsruhe 1883. (Allerdings für Quarta.)
 zur Nieden, Methodisch geordnete Aufgabensammlung für den geometrisch-propädeutischen Unterricht in der Quinta höherer Lehranstalten. Bonn 1884.
 Weingärtner, Über den geometrischen Anschauungsunterricht in Quinta. Progr. Nr. 359. Marburg 1884.
 von Močnik, Geometrische Anschauungslehre für Untergymnasien. Erste Abteilung. Wien 1885 21ste Auflage.
 Breitsprecher, Der erste Unterricht in der Geometrie. Für Quinten aller höherer Lehranstalten bearbeitet. 2 Hefte. Breslau 1885.
 Meyer, O., Der geometrische Zeichenunterricht in Quinta. Progr. 38. Schwetz 1885.
 Diekmann, Übungen und Aufgaben für den propädeutischen Unterricht in der Geometrie. Teil I. Vorübungen zur Euklidischen Geometrie. Breslau 1886.
 Reidt, Anleitung zum mathematischen Unterricht in höheren Schulen. § 40 und 41. Berlin 1886.
 Schiller, Handbuch der praktischen Pädagogik, pag. 558 bis 560. Leipzig 1886.
 Rattke, Leitfaden für den geometrisch-propädeutischen Unterricht. Hannover 1886.
 Der Normallehrplan des Gymnasiums. Luckau 1886.
 Schulze, Vorschule für den geometrischen Unterricht. Bielefeld und Leipzig 1887, I. Teil. Konstruktionen, welche mit Zirkel und Lineal ausführbar sind. II. Teil. Konstruktionen, welche die Anwendung des rechten Winkels oder des Transporteurs erfordern.

Rattke, Übungsaufgaben für den propädeutischen Unterricht in der Geometrie. (Ergänzung zum Leitfaden). Hannover 1887.

Börner, Geometrischer Anschauungs- und Zeichenunterricht für die Quinta höherer Lehranstalten. Programm 446. Elberfeld 1887.

Ausser diesen gedruckten Schriften standen dem Verfasser zur Verfügung im Manuscript: Der Lehrplan des kneiphöfischen Gymnasiums zu Königsberg in Pr. 1883.

Rumler, Vorbereitender Unterricht in der Geometrie in Quinta. Gumbinnen 1886.

Peters, Mathematisches Zeichnen in Quinta. Königsberg in Pr. 1887.

Sadowski, Über den geometrisch-propädeutischen Unterricht in Quinta. Königsb. in Pr. 1887.

Es lag auch nahe zum Vergleich mit der preussischen Verfügung die Instruktionen für österreichische Gymnasien, nach denen die methodische Bildung der mathematischen Phantasie durch Übungen geschehen soll, in welchen sich Anschauung und Begriff, Zeichnen und Rechnen eng mit einander verbinden und gegenseitig unterstützen, und den Lehrplan für die königlichen sächsischen Gymnasien vom Jahre 1882, nach dem — allerdings für Quarta — die Einführung in die Geometrie bewirkt werden soll auf Grund von Anschauungen (z. B. von Modellen) verbunden mit Mess-, Zeichen- und Rechenübungen, heranzuziehen und dadurch auf die schon ohnehin in die Augen fallenden Unterschiede noch besonders aufmerksam zu machen. Dieser Vergleich und die Durchsicht der ihm zu Gebote stehenden Litteratur befestigten in dem Verfasser die Überzeugung, dass eine strikte Befolgung der preussischen Verfügung notwendig sei und eine Verteidigung seiner nunmehr auf fünfjähriger Erfahrung beruhenden Unterrichtsmethode am besten dadurch bewerkstelligt werden könne, dass er dem Wortlaute dieser Verfügung folgend ihren Inhalt ausführlich auseinandersetzt selbst auf die Gefahr hin, der Pedanterie und Wortspalterei beschuldigt zu werden.

Allen voranzuschicken ist, dass durch den hier in Betracht kommenden Unterricht der geometrische, sowohl der planimetrische als der stereometrische, wie er späterhin auf der Schule betrieben wird, vorbereitet werden soll. Dadurch erhalten die Worte der Verfügung eine bestimmte specielle Färbung, und wir werden uns weniger um ihre allgemeine Bedeutung als um ihre Bedeutung in der Geometrie zu bemühen haben.

1. Eine wöchentliche Lehrstunde in Quinta ist dem Zeichnen mit Zirkel und Lineal zu widmen.

Als Sätze, denen wohl allgemeine Anerkennung gezollt werden wird, können wir aus dem Zeichenunterricht herübernehmen, dass der Schüler nur zeichnen darf, was er verstanden hat, dass der Unterricht synthetisch, aufbauend zu verfahren und beim Einfachen einsetzend zum Zusammengesetzten zu führen hat und ein Massenunterricht ist. Es wird daher mit dem Punkte und der Geraden zu beginnen und das Zeichnen der Gebilde der Ebene als vorbereitende Übung für das Zeichnen nach Körpern zu erachten sein. Alle werden gleichmässig das Zeichnen beginnen, der Lehrer an der Schultafel, die Schüler in ihren Heften. Während anfangs die Figuren an der Tafel vom Lehrer ganz gezeichnet werden müssen, kann vornehmlich im konstruktiven Zeichnen späterhin dem Schüler zugemutet werden, eine Figur nach dem Diktate des Lehrers zu zeichnen, ohne sie vorher gesehen zu haben.¹⁾ Es braucht nämlich die

1) Vergl. Butz, Über Wert, Ziel und Methode des Zeichenunterrichtes an höheren Lehranstalten, Progr. 276. Lauenburg a. d. E. 1887, pag. 14. 15. 16. 17. 21.

Hand des Schülers nicht so wie im Freihandzeichnen vom aufmerksamen Auge geführt zu werden, und es kann daher die Aufmerksamkeit auch mehr anderweitig in Anspruch genommen werden. Nach der Verfügung haben wir es hier mit einer Art Zeichenunterricht zu thun, und wir werden daher verlangen dürfen, dass er sich nach den Grundgesetzen eines solchen Unterrichtes im allgemeinen auch richtet, was jedoch nicht immer zu geschehen scheint. Wenn z. B. im § 7 einer der erwähnten Schriften¹⁾ die Aufgabe steht: „Zeichne das Netz eines Würfels“ und § 25 die Aufgabe: „Zeichne ein beliebiges ungleichseitiges Dreieck,“ so ist gegen den Grundsatz verstossen: Vom Einfachen zum Komplizierten. Schon derjenige scheint sich dem Verfasser über dieses Grundgesetz hinwegzusetzen, der das Quadrat vor dem rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck zeichnen lässt. Es ist ebensowenig innerlich begründet, ein Quadrat als zusammengesetzt aus zwei kongruenten rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecken wie ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck als Hälfte eines Quadrates zu denken. Man braucht also das Quadrat nicht vor dem Dreieck, und das Dreieck ist fürs Zeichnen die einfachere Figur.

Da sowohl der planimetrische als auch der stereometrische Unterricht vorbereitet werden soll, sind nach der Verfügung unzweifelhaft perspectivische Figuren von mathematischen Körpern gestattet. Aber der Willkür in ihrer Auswahl sind Schranken gesetzt, einmal dadurch, dass Quintaner zeichnen sollen, und da das Zeichnen nicht Endzweck, sondern nur Mittel zum Zweck ist, alle Quintaner ohne Ausnahme dieselben Figuren zu gleicher Zeit zeichnen sollen, ferner dadurch, dass wegen des nur einstündigen Unterrichtes komplizierten oder schwer zeichenbaren Figuren eine sehr kurze Zeit gewidmet werden kann, ausserdem aber dadurch, dass nur Figuren mit Zirkel und Lineal gezeichnet werden sollen. Unter dem Zeichnen mit Zirkel und Lineal kann man dem allgemeinen Sprachgebrauch nach zweierlei²⁾ verstehen, in wörtlicher Bedeutung, dass beim Zeichnen die einzig zu gebrauchenden Instrumente Zirkel und Lineal sind, in bildlicher Bedeutung ein im Gegensatz zum Freihandzeichnen genaues, vom Augenmass unabhängiges Zeichnen. Bei der wörtlichen Auffassung würde — wenn man nicht Konstruktionen vornehmen will, deren Beweis die Kenntnis mathematischer Lehrsätze voraussetzt — die Anzahl der Figuren eine beschränkte sein und manche wertvolle Figur fehlen müssen, bei der bildlichen dürften das rechtwinklige Dreieck,³⁾ das Parallelenlineal und vielleicht auch Kurvenlineale, bei deren Anwendung es auf das Augenmass nicht ankommt, a priori nicht aus dem Unterricht zu verweisen sein. Der Verfasser glaubt die zweite Auffassung der ersteren vorziehen zu müssen und sich darin auch mit der Majorität in Übereinstimmung zu befinden.

Dieses ist jedoch nicht mehr der Fall in dem Folgenden. Der Verfasser glaubt der Verfügung gemäss betonen zu müssen, dass der Unterricht durch Zeichnen geschehen soll, und wird daher noch ausdrücklich zu erörtern haben, was nicht Zeichnen ist.

Der Anschauungsunterricht besteht im allgemeinen darin, dass Körper oder Bilder den Schülern vorgelegt und dann besprochen werden. Davon ist aber in unserer Verfügung gar nicht die Rede. Es soll gezeichnet werden. Der Schüler soll nicht den Weg im Bilde auf-

1) Börner a. a. O.

2) Schulze hat wahrscheinlich aus diesem Grunde seine „Vorschule“ in zwei Teilen bearbeitet.

3) Das rechtwinklige Dreieck ist benutzt von Meyer a. a. O., pag. V. Rattke, Leitfaden, pag. 13. Übungsaufgaben, pag. 5. Schulze a. a. O. Teil II. Börner a. a. O., pag. 6 und pag. 16. Erler, Verhandl. d. 23. Versamml. deutsch. Philologen in Gera. Leipzig 1879, pag. 155.

suchen, sondern ihn selber gehen.¹⁾ Wenn nun auch nirgends in der vorhandenen Litteratur auf das wirksame Hilfsmittel des Zeichnens verzichtet wird, so tritt doch häufig die Betrachtung und Besprechung von Körpern (Modellen) so in den Vordergrund, dass das Zeichnen selber nur als etwas ganz Nebensächliches, Unwesentliches aufgefasst zu werden scheint, dass nur der Einprägung der durch die mündlichen Erörterungen gewonnenen Kenntnisse zu dienen hat. Die Idee ist nicht neu und hat gewichtige Vertreter; bis auf Pestalozzi habe ich sie zurückverfolgt. Als „Typus“ für die Behandlung des Anschauungsunterrichtes stellt er für die Mutterschule neben mehreren andern auch diesen hin:²⁾ An einem „eckigten Tische“ macht man „die gleichlaufenden Linien, die Arten der Winkel ..., die Quadrate ... anschaulich.“ An „mathematische Körper ... kann ... die weitere Kenntnis aller Formen leicht ... angeknüpft werden. An der regelmässig dreiseitigen Pyramide würde es (das Kind) die gleichseitigen Dreiecke ... finden. Auch das Wohnzimmer ist ein ... Raum, an den sich die weitere Auffassung der Formen anknüpfen lässt.“ Auch Würfel, Stäbe und Reifen verwertet Pestalozzi. Allerdings hat er selber in der „Form und Grössenlehre“³⁾ für den Schulunterricht diesen Typus nicht weiter berücksichtigt. Wir sehen aber, dass in dem oben Citirten im Principe das enthalten ist, was Börner⁴⁾ in ein vollständiges, bis ins kleinste ausgearbeitetes System gebracht hat. Von der Kugel kommt er zum Kreise, vom Würfel aufs Quadrat, von der Oblongsäule aufs Rechteck, vom Rhomboeder auf den Rhombus u. s. w. Würde in der Verfügung etwa folgendes⁵⁾ stehen: „Durch Anschauung von Körpern und körperlichen Modellen sind die Schüler mit den hauptsächlichsten in der Geometrie vorkommenden Begriffen bekannt zu machen, und ist die Vorstellung durch saubere Zeichnungen zu fixieren,“ so würde man ohne weiteres den erwähnten Entwurf gelten lassen. Aber davon ist in der für uns massgebenden Verfügung nichts zu lesen.

Wenn auch nicht in dem Masse principiell wie Börner, so lassen doch auch andere gewiegte Pädagogen durchblicken, dass sie keinen geringen Wert darauf legen, dass der vorbereitende Unterricht in der Geometrie von der Betrachtung stereometrischer Gebilde fortwährend seinen Ausgang nehme. Meint doch auch Reidt,⁶⁾ dass es am besten sein würde, „wenn der Unterricht mit der Anschauung von Körpern begonnen würde, welche in Modellen von hinreichender Grösse vorgeführt und auf das genaueste beschrieben werden müssten. An die Beschreibung ... würden sich die ersten Zeichenversuche ... von Umrissfiguren ... zuerst etwa durch Umfahren des auf ein Papierblatt gestellten Modells mit dem Bleistift, dann mittels Lineals, Winkelhakens und Zirkels“ anschliessen. Während er dazu einen Jahreskursus auf Sexta oder den Vorschulen wünscht, will er, dass sich daran speciell planimetrische Vorübungen auf Quinta anschliessen. Dieses sein Ideal lässt sich aber nach dem allgemeinen Lehrplan nicht verwirklichen, und er will daher in Quinta in den ersten Stunden an den einfachsten Formen diese Übungen vorgenommen wissen und sich dann „auf ebene Zeichnungen

1) Reidt, a. a. O, pag. 168 ff.

2) Vergl. Flashar in Schmidts Encyclopädie. II. Aufl. Gotha 1876. Bd. 1, pag. 140.

3) Pestalozzi, Sämmtl. Werke. Stuttgart und Tübingen 1826. Bd. 14, pag. 39. 42. 43. 50. 52. 54.

4) Pestalozzi a. a. O. Bd. 15.

5) Börner a. a. O. In ähnlicher Weise ist das geschehen in dem „Lehrplan des Kneiphöfischen Gymnasiums“ und von Rumler a. a. O.

6) Lehrplan für das Kneiph. Gymnasium.

beschränken, die der besonderen Vorbereitung auf die Beschäftigung mit der Planimetrie dienen.“ Sein Vorschlag¹⁾ liesse sich schon eher mit der Verfügung in Einklang bringen. Dem Verfasser will es aber scheinen, als ob auch in dieser Ansicht auf das Ausgehen vom Körperlichen zu grosses Gewicht gelegt werde. Weist doch Reidt selbst an einem anderen Orte²⁾ auf die Mängel der Benutzung von Modellen hin, dass einerseits das Auge der Schüler verwöhnt werde, andererseits aber doch nicht alle Teile des Körpers zugleich übersehen könne. Für unseren Fall haben wir folgende Einwände gegen den fortwährenden Beginn des Unterrichtes mit Körpern und Körpermodellen zu erheben:

Die Modelle müssen vieles enthalten, was die Aufmerksamkeit der Schüler von dem Wesentlichen, der Auffassung der Gestalt, ablenkt. Des Näheren führt das — vielleicht etwas übertrieben — aber doch sehr lehrreich aus Lindner³⁾, dessen Worte daher hier ihren Platz haben mögen: „Die Begierde heftet und leitet den Blick des Naturmenschen bei der Anschauung fast ausschliesslich . . . Von allen Kindern, welche Kirschen mit begehrensvollem Blick ansehen, wird nur selten eines die geometrische Gestalt dieser . . . wahrgenommen haben. Erst wenn man dem Kinde eine Frucht aus Wachs vorlegt, . . . ist die Begierde zurückgedrängt . . . Noch ist es aber die . . . Farbe der schön gemalten Früchte, welche den Blick des Kindes fesselt und ihn nicht zur Anschauung der Gestalt gelangen lässt. Erst wenn man die Form . . . mit Kreide auf die schwarze Tafel hinzeichnet, wird das Kind diese Form gewahr.“ Wahrscheinlich geht es dem Quintaner mit dem vorgezeigten Körpermodell ähnlich; wenn er auch schneller das Hindernis überwindet, wird er doch immer einige Zeit dazu brauchen.

So lange es sich um Freihandzeichnungen handelt, mag das betrachtete Oberflächenstück eines Körpers, z. B. eines regulären Tetraeders oder eines Würfels, für den Schüler ein geeignetes Zeichenvorbild sein. Jedoch auch das ist nicht ganz zweifellos. Erstens ist das Auge beim Betrachten von Körpern ebenso wie von gezeichneten Figuren Sinnestäuschungen⁴⁾ mannigfacher Art unterworfen, und zwar nicht nur das ungeübte Auge, sondern auch das geübte. Nur erwähnen wollen wir, dass man ein Quadrat immer für ein Rechteck zu halten geneigt ist, dessen Höhe grösser als seine Grundlinie ist, dass man von zwei rechten Winkeln, die zugleich Nebenwinkel sind, den in Teile getheilten für grösser hält als den nicht getheilten, auch die Horizontallinie am Scheitel etwas gebrochen erscheint, als wenn die Summe beider Winkel grösser als zwei Rechte wäre. Ausserdem aber kommt es bei der Betrachtung eines Körpers oder einer gezeichneten Vorlage immer auf den Standpunkt des Beobachters an. Namentlich in Klassen mit einer im Verhältnis zur Tiefe sehr langen Front werden nur sehr wenige Schüler an einem Würfel dasselbe Quadrat etc. auf gleiche Weise sehen, und alle Mittel, diesem Übelstande abzuhelpen, erschweren in ziemlich empfindlicher Weise sonst den Unterricht.

1) Es hat derselbe einige Ähnlichkeit mit dem von Fresenius in „Die Raumlehre, eine Grammatik der Natur.“ Frankfurt a. M. I. Aufl. 1854, II. Aufl. 1875, gemachten.

2) Reidt, a. a. O. pag. 237. Vergl. auch Gugler, Schmidts Encykl. II. Aufl. Gotha 1878, pag. 915.

3) Lindner, ABC der Anschauung. Jahrbücher des Vereins für wissenschaftliche Pädagogik. Jahrg. 3. 1871, pag. 69.

4) Wundt, physiol. Psychologie. Leipzig 1880. II, pag. 96 ff.

Ganz gleichgiltig wird jedoch dieses Vorbild, wenn es sich um die Konstruktion einer Figur mit Zirkel und Lineal handelt. Man vergegenwärtige sich z. B. das Verfahren bei der Konstruktion eines gleichseitigen Dreiecks und suche aufzudecken, was für dieses Verfahren aus dem Betrachten eines Oberflächenteiles eines Tetraeders gewonnen wird. Man wird wohl nichts finden, was das gleichseitige Dreieck als solches anginge. Das Tetraeder kann dabei höchstens zerstreut wirken.

Ferner ist zu betonen, dass ein tieferes Verständnis mathematischer Körper eine Anschauungsfähigkeit voraussetzt, die Quintaner im allgemeinen nicht besitzen. Mit dem blossen Betrachten der Oberfläche ist noch wenig geschehen, es müssen die Körper „mannigfaltig mit Linien durchbohrt und durch Ebenen zerfällt“¹⁾ werden, um eine vollständige Anschauung von ihnen zu gewinnen. Dieses komplizierte Geschäft macht dem Primaner nicht geringe Schwierigkeiten, geschweige denn dem Quintaner. Wenn es sich nun um eine ganz oberflächliche Anschauung der Körper handelte, könnte man vielleicht auch ohne Schnitte auskommen, aber in einzelnen der obenerwähnten Schriften hat man gar nicht die Absicht, Schnitte zu vermeiden, sondern will gerade die einzelnen planimetrischen Figuren als Körperschnitte auffassen, z. B. den Kreis als ebenen Schnitt einer Kugel,²⁾ was — nebenbei bemerkt — eine durchaus eines Beweises bedürftige Behauptung enthält.

Nicht unerwähnt lassen wollen wir auch, dass alle einfachen planimetrischen Figuren sich gar nicht an Körpern demonstrieren lassen, z. B. Aussenwinkel, Gegenwinkel etc. und auch nicht Scheitel- und Nebenwinkel, wenn man nicht gar einen Doppelkegel zu Hilfe nehmen will.

Die Gründe, welche es wohl veranlasst haben könnten, ein solches Gewicht auf das dem Zeichnen vorangehende Betrachten und Besprechen von Körpern zu legen, glaubt der Verfasser suchen zu müssen in einer eigenartigen Auffassung über das Verhältnis des Körperlichen zum Flächenhaften, nach welcher das letztere als eine Abstraktion von ersterem und darum als weniger anschaulich gefasst wird. Zur Klarstellung des Verhältnisses müssen wir ein wenig die Psychologie zu Rate ziehen.

„Die Formen,“ sagt Herbart,³⁾ „welche die Natur darstellt, werden anders von dem Auge, anders von der Einbildungskraft aufgefasst. Das Auge sieht sie als flach, die Einbildungskraft bemüht sich, sie so vorzustellen, wie sie im körperlichen Raume wirklich ausgedehnt sind.“ Während die Sehfeldfläche des einzelnen Auges eine Kugeloberfläche oder eine Ebene ist, welche ein Teil einer Kugeloberfläche von sehr grossem Radius ist, ist die des Doppelauges zwar eine unregelmässige Oberfläche, aber doch auch als solche ein Gebilde von zwei Dimensionen, deren Konstruktion allerdings nur mit Hilfe von drei Dimensionen möglich ist.⁴⁾ Wenn wir daher als eines der Elemente, in welche wir unsere Raumschauung analysieren können, die flächenhaften Netzhautempfindungen hinstellen, so ist das kein Akt der Willkür, sondern ein durch psychologische Thatsachen bedingter und begründeter. Ist aber die Flächenanschauung gleichsam ein integrierender Bestandteil der Raumschauung, so wird man auch vom Stand-

1) Herbart, Pädag. Schriften. Herausg. von Willmann. Leipzig 1873. Bd. I, pag. 135. II, pag. 96 ff., zu vergl. auch pag. 143.

2) Börner, a. a. O. pag. 5.

3) Herbart, Päd. Schr. a. a. O. I, pag. 217. Zu vergl. pag. 118 und 142.

4) Wundt, Phys. Psychol. a. a. O. Bd. II, pag. 146.

punkte der Psychologie aus nicht zugeben können, dass etwa das Flächenhafte gegenüber dem Körperlichen eine Abstraktion sei, einen geringeren Grad von Anschaulichkeit besitze und darum dem Schüler weniger geläufig sei. Doch das wird ja wohl allgemein zugegeben werden. Sollte nicht die Oberfläche des Körpers schon durch ihre Farbe dem Auge, durch ihre Struktur dem Auge und Tastsinn mindestens so interessant und darum auch in Bezug auf ihre Gestalt ebenso schnell bekannt werden, als der ganze Körper selbst? Muss der Schüler nicht, um den Körper anschaulich zu bewältigen, vorerst seine ganze Oberfläche mit dem Auge übergleiten und sich einprägen?

Es wird nur noch darauf ankommen nachzuweisen, dass es sich im Quintanerunterrichte um eine andere Fläche als um diese Oberfläche nicht zu handeln braucht. Gewöhnlich versteht man unter Abstraktionen in der Geometrie Vorstellungen, welche man erhält, wenn man die Grenzfläche getrennt von ihren Raumkörpern, die Grenzlinien getrennt von ihren Grenzflächen, die Grenzpunkte getrennt von ihren Grenzlinien vorstellt und dieselben dadurch gewissermassen selbständig macht.¹⁾ Diese Abstraktionen braucht man auf Quinta gar nicht vornehmen zu lassen. Es giebt überhaupt Lehrer, welche die ganze Lehre von den Abstraktionen auf den unteren Klassen weglassen und also doch meinen, ohne diese strengen Begriffe in der Planimetrie ganz gut auskommen zu können. Die Schüler müssen sich mit der Vorstellung begnügen, dass die Linien, welche sie ziehen, nur den Zweck haben, die Oberfläche des Zeichenblattes in einzelne Teile zu zerlegen, welche sie dann einer eingehenden Bearbeitung zu unterziehen haben. Kann man das im planimetrischen Unterrichte überhaupt, um wie viel eher wird man es in dem vorbereitenden Unterrichte können! Es braucht also in ihm von Abstraktionen gar nicht die Rede zu sein.

Aber man kann das Wort Abstraktion auch noch in einem anderen als dem in der Mathematik gewöhnlichen Sinne gebrauchen. Durch die gezeichneten Linien werden Oberflächenteile des Zeichenblattes gegeneinander abgegrenzt. Will man nun einen Teil in nähere Betrachtung ziehen, z. B. den von drei sich in drei Punkten schneidenden Geraden eingeschlossenen Oberflächenteil (Dreieck), so muss man von den übrigen Teilen, welche das Dreieck umgeben, absehen, abstrahieren, und könnte also in dieser Hinsicht das Dreieck eine Abstraktion nennen, allerdings nicht eine Abstraktion einer Fläche von einem Körper, sondern von ihrer Umgebung. Es fragt sich nun, ob diese Art von Abstraktion ein fortwährendes Ausgehen vom Körperlichen notwendig mache.

Nehmen wir an, die Geraden wären gezeichnet. Zweifellos wird man dann den Quintaner noch ausdrücklich darauf hinweisen müssen, dass er nicht nur auf die gezeichneten Linien, sondern auch auf die von ihnen begrenzten Flächen seine Aufmerksamkeit zu richten hat, und auch mehrmals der Anschauung dadurch zu Hilfe kommen, dass man die aus ihrer Umgebung hervorzuhobenden Flächenstücke mit nahe nebeneinanderlaufenden parallelen Linien ausziehen lässt.²⁾ Auch wesentlich darin unterstützt wird der Schüler durch die weissen Kreidelinien auf dem schwarzen Grunde der Tafel,³⁾ welche die Fläche deutlicher hervortreten

1) Wernicke, Die Grundlehren der Euklidischen Geometrie des Masses. Progr. 638. Braunschweig 1887, pag. 15.

2) Es liefert das einen sehr guten Ersatz für die von Pestalozzi, Sämtl. Werke, Bd. 14, pag. 46, geratene Farbgebung.

3) Zu vergl. die Figuren in Diesterweg, Elementare Geometrie. Frankfurt a. M. 1875.

lassen, als die schwarzen Linien auf weissem Grunde in den Heften der Schüler. Ist aber der Schüler erst auf die Flächen mehrmals aufmerksam gemacht worden, wird er in weiteren Fällen auch unaufgefordert die Abstraktion von der Umgebung ausführen. Es scheint daher dem Verfasser nicht notwendig, zur Erleichterung dieser Abstraktionsthätigkeit fortwährend aus Pappe ausgeschnittene Flächenstücke oder Körper zu benutzen, zumal ja auch bei diesen eine ähnliche Abstraktion von der Umgebung oder den anstossenden Flächen dem Schüler nicht erspart bleibt.

Von einigen Autoren wird ferner verlangt, dass die Schüler nicht nur Flächen aus Pappe ausschneiden (Weingärtner a. a. O.) und Netze von Körpermodellen zeichnen, sondern auch Modelle kleben (z. B. Strack, Rattke, Börner a. a. O.). Der Verfasser glaubt, dass diese Thätigkeit ein Handgeschick voraussetzt, wie es die Quintaner noch nicht besitzen. Wird es doch manchem Primaner schwer, sich für die Stereometrie einen Körper zurechtzukleben! Durch Übung wird ja wohl die Mehrzahl der Quintaner eine gewisse Fertigkeit darin erlangen, aber nach des Verfassers Ansicht steht die dazu aufgewendete Zeit in keinem richtigen Verhältnis zu den dadurch erworbenen Kenntnissen. Auch wird man zum Gebiet des Zeichnens das Körperkleben wohl nicht rechnen können.

Ebensowenig zum Gebiet des Zeichnens gehört das Messen, das aus zweierlei Gründen in den Vorbereitungsunterricht eingeführt ist.¹⁾ Erstens wird es benutzt, um geometrische Wahrheiten zu beweisen, z. B. die Gleichheit der Diagonalen eines Rechtecks. In den sogenannten populären Geometrien, die den Zweck haben, den Mangel eines systematischen Unterrichtes zu ersetzen, mag dieser Weg zur Erkenntnis wohl seine Berechtigung haben. Für das Gymnasium ist er aber nach des Verfassers Ansicht mit grossen Gefahren verbunden. Denn erstens ist es gar nicht so leicht, den Schüler von der wissenschaftlichen Wertlosigkeit dieses Beweises zu überzeugen, zweitens aber behält der Schüler diese Methode auch auf späteren Klassen bei, weil sie bequemer ist als die streng wissenschaftliche, und statt gleich — besonders bei Konstruktionsaufgaben — durch anschaulich logische Thätigkeit seine Erkenntnis zu bewerkstelligen und dadurch seine geistigen Kräfte zu üben, nimmt er ein mechanisches, den Geist wenig förderndes Geschäft vor, das ihn viel Zeit kostet und noch dazu häufig irre führt. Diesen Nachteil kann nicht der kleine Vorteil aufwiegen, dass der Schüler ein oder einige Jahre früher dergleichen geometrische Wahrheiten kennen lernt. Wenn Strack²⁾ meint, dass die Messungsergebnisse sogar „Beweiskraft“ erhalten können für einen mathematischen Satz — wie es etwa bei Sätzen der Physik der Fall ist —, so können wir ihm das nun und nimmer zugeben. Entweder raubt er dadurch der Mathematik die wissenschaftliche Methode, wegen welcher sie vornehmlich ihre Bedeutung für die Schule hat, oder er muss, wofern er diese Beweiskraft nur für den propädeutischen Unterricht gelten lassen will, dem Lehrer zumuten, dem Beweise bei derselben geometrischen Thatsache auf Quarta die Kraft gänzlich zu nehmen, welche er ihm auf Quinta gab, und damit seine eigene Methode aufzuheben. Der Verfasser hält es in der Mathematik gerade für überaus wertvoll, dass der Schüler sieht, wie er immer mit derselben Erkenntnismethode weiter kommt. Wie soll auch der Schüler Achtung vor der Methode seines Lehrers und Vertrauen zu derselben haben, wenn dieser in der nächsten Klasse verwirft, was er in der vorhergehenden empfohlen und verlangt hat.

1) Zu vergl. Meyer a. a. O. pag. IV. Rattke a. a. O. pag. V. und 13. Breitsprecher a. a. O. Heft II.

2) Strack a. a. O. pag. 27.

Wenn auch nicht zur Entdeckung und zum Beweis geometrischer Wahrheiten, so ist doch zu einem anderen Zweck das Messen in unseren Vorbereitungsunterricht eingeführt worden. Der Schüler soll mit Messinstrumenten, dem Metermass und dem Transporteur umgehen und zeichnen lernen.¹⁾ Der wissenschaftlichen Mathematik sind die Fertigkeiten im Gebrauch dieser Instrumente nicht gerade Bedingungen, ohne welche sie nicht gelehrt werden könnte. Im Gegenteil spielen diese Instrumente in ihr, wenn überhaupt eine jedenfalls eine sehr untergeordnete Rolle. Es kommt ihr nur auf die Form an, und für diese sind z. B. „alle Dreiecke, welche nur Vergrößerungen oder Verkleinerungen von einander wären . . . nur ein einziges.“²⁾ Für die Vorbereitung auf den geometrischen Unterricht würden mithin Übungen mit Messinstrumenten oder das Schätzen nach denselben nicht unumgänglich notwendig sein. Der Verfasser braucht die eine Lehrstunde zu Dingen, die mehr auf den späteren Unterricht in der Geometrie Bezug haben. Damit will er aber durchaus nicht diese Messübungen und die Erklärungen der erwähnten Messinstrumente aus dem Gymnasialunterrichte verbannt wissen. Ihm bietet der Rechenunterricht bei der systematischen Besprechung des Mass- und Gewichtssystems eine sehr geeignete Gelegenheit, auch wohl einzelne Messungen und Augenmassübungen vornehmen zu lassen. Mit Reidt³⁾ ist er der Ansicht, dass das der Quintaner zum Teil schon kann oder es mit leichter Mühe gelegentlich lernt. Es sei gestattet, hier wieder hinzuweisen auf die Abweichung der Verfügungen für die preussischen und sächsischen Gymnasien. Während in letzterer Mess- und Rechenübungen verlangt werden, ist davon in ersterer keine Rede.

Dass Rechenübungen an Strecken und Winkeln, Flächen und Körpern, die auch zuweilen für den Vorbereitungsunterricht herbeigezogen werden,⁴⁾ in den Rechenunterricht gehören, bedarf wohl keiner weiteren Erörterung.

Zeichnen von Figuren mit Zirkel und Lineal ist jedoch nicht das Ziel unseres Unterrichtes. Die Schüler sollen hier zwar sauber und genau zeichnen lernen und sich im Gebrauch der Zeicheninstrumente üben, aber sie sollen nicht allein zeichnen lernen, es soll

2. durch Zeichnen von Figuren mit Zirkel und Lineal eine methodische Ausbildung der Anschauung

erstrebt werden.

Es ist das Bestreben des Verfassers, eine deutliche Anzeige des Inhaltes der Verfügung zu geben, und daher für ihn notwendig, darzulegen, was man unter Anschauung und ihrer Ausbildung zu verstehen hat. Mit Recht wird nicht selten auf eine gewisse Unklarheit und Schwierigkeit dieses in der Pädagogik so ausserordentlich wichtigen Begriffes hingewiesen.⁵⁾ Es wird sich hier natürlich nur um einen Bericht über die Bedeutung und Entwicklung dieses Terminus in der Pädagogik handeln, und wir werden uns daher vornehmlich

1) Zu vergl. E. zur Nieden a. a. O. Kiessling, Zeitschr. f. math. u. nat. Unterricht, Jahrgang I. Leipzig 1870. pag. 49 ff.

2) Herbart, Päd. Schriften, a. a. O. T. I. pag. 148.

3) Reidt, Anleitung a. a. O. pag. 169.

4) z. B. Börner a. a. O.

5) Herbart, S. W. V § 204 pag. 143. Flashar, Schmidts Encykl. 2. Aufl. I pag. 130. Raumer ebendas. pag. 140. Cohen, Das Princip der Infinitesimalmethode 1883. pag. 18. Kroman, Unsere Naturerkenntnis. Übersetzt von v. Fischer-Benzon. Kopenhagen 1883.

im Sprachgebrauche pädagogischer Schriften umsehen müssen, gleichwohl aber auch philosophische Litteratur heranziehen, soweit sie für unseren Zweck uns zu belehren vermag. Man kann danach zweierlei unter dem Wort Anschauung verstehen: Erstens den psychischen Vorgang, durch welchen ein Etwas Inhalt der Einheit des Bewusstseins wird als Erkenntnismittel, das Anschauen, zweitens das durch diesen Vorgang in der Einheit des Bewusstseins Gegebene (Vorstellung) als Erkenntnisobjekt, die Anschauung im engeren Sinne.¹⁾

Man ist gewohnt, den durch Anschauen bezeichneten psychischen Vorgang als eine geistige Thätigkeit oder eine psychische Arbeit²⁾ aufzufassen, welche die durch Gegenstände hervorgerufenen Sinnenreize verarbeitet zu Vorstellungen in der Einheit des Bewusstseins. Auf das Vorgehen dieser psychischen Verarbeitung der Sinnesreize wird geschlossen daraus, dass nicht alle Sinnesreize ins Bewusstsein treten.³⁾ Wie diese Verarbeitung vor sich geht, hängt von der zeitweiligen Disposition des Individuums ab, und es wird daher von einer Ausbildung dieser psychischen Arbeit als solcher nicht die Rede sein können,⁴⁾ sondern vielmehr nur von der Ausbildung der Disposition des Individuums für dieselbe. Insofern man kausalitätsgemäss zurückschliesst von der psychischen Arbeit auf dieselbe verursachende Kräfte, welche nicht wirken müssen, wohl aber wirken können,⁵⁾ kurz auf ein Anschauungsvermögen, wird es sich handeln können um eine Ausbildung des Anschauungsvermögens, welche sich in einer gewissen Elasticität,⁶⁾ in der Leichtigkeit, Schnelligkeit und Sicherheit⁷⁾ der Auffassung äussert. Wie etwa durch eine immer erneute Übung des Armmuskels seine Muskelkraft erhöht wird, wird, so kann man analogieweise schliessen, durch jede erneute anschauende Thätigkeit das Anschauungsvermögen ausgebildet werden in einem Progressus, der allerdings ebensowenig wie beim Armmuskel infinit ist, sondern in der natürlichen Beanlagung des Individuums seine Grenzen findet.

Die durch den psychischen Vorgang des Anschauens hervorgegangene Gegebenheit in der Einheit des Bewusstseins⁸⁾ ist nun dasjenige, was man gewöhnlich unter Anschauung versteht. Dieselbe ist, wenn wir uns der üblichen Darstellungsweise bedienen, eine Gegebenheit im Bewusstsein entweder dadurch, dass wir das durch einen wirklichen oder gedachten Gegenstand erzeugte Bild in unser Bewusstsein aufnehmen oder durch unser Gedächtnis ein Erinnerungsbild in demselben hervorrufen oder durch die Phantasie eine Variation desselben hervorbringen.⁹⁾ Solche Gegebenheiten im Bewusstsein nennt Kant als einzelne Vorstellungen¹⁰⁾

1) Damit zu vergleichen: Cohen, Princip der Infinitesimalmethode, pag. 18 und 20.

2) Kerry, Vierteljahrsschrift f. wissenschaftl. Phil. Jahrg. 9. Leipzig 1885, pag. 437.

3) Ulrici, Compendium der Logik. Leipzig 1860, pag. 13. Raumer in Schmidts Encykl. II. Aufl., Bd. I, pag. 145.

4) Zu vergleichen Herbart, Psychologie § 204.

5) Zu vergleichen Wundt, Phys. Psych. I pag. 9 und auch die Litteraturangabe dazu, pag. 17.

6) Diekmann, a. a. O., pag. 5.

7) Waitz, Allgemeine Pädagogik. Braunschweig 1852, pag. 93 und 101. Überhaupt ist der ganze Abschnitt über „die Bildung d. Anschauung“ hier heranzuziehen.

8) Cohen, Das Princip d. Infinitesimalmeth., pag. 20.

9) Kroman, Unsere Naturerkenntnis, pag. 9.

10) Kant scheut sich, den Begriff „Vorstellung“ zu definieren, „denn man müsste, was Vorstellung sei, doch immer wiederum durch eine andere Vorstellung definieren.“ A. a. O., pag. 189.

im Gegensatz zum Begriff (allgemeine Vorstellung) Anschauungen.¹⁾ Der Verfasser glaubt hieran festhalten zu dürfen²⁾ und das Verhältnis des Begriffs zur Anschauung noch klarer zu machen durch Zuhilfenahme der Wundtschen Definition von Begriff „als . . . die Verschmelzung einer herrschenden Einzelvorstellung mit einer Reihe zusammengehöriger Vorstellungen.“³⁾ Des näheren auf den psychischen Vorgang beim Entstehen von Anschauungen einzugehen, hält der Verfasser nicht für nötig, da es ihm weniger um das Entstehen als um die Ausbildung derselben zu thun ist. Für diesen Zweck ist es notwendig, auf einen Unterschied zwischen den fertigen Anschauungen aufmerksam zu machen.

Einen solchen finden wir zwischen einer undeutlichen (Kant)⁴⁾ oder rohen (Herbart)⁵⁾ Anschauung und einer deutlichen oder reifen. Unter der ersteren haben wir eine Anschauung zu verstehen, in der wir uns „des Mannigfaltigen, das in ihr enthalten ist, nicht ganz bewusst sind“, die ein „schwankendes, zerfliessendes Bild hinterlässt, das sich von Bildern ähnlicher Gegenstände nicht mehr unterscheidet.“ Der Gegensatz dazu wäre die deutliche oder reife Anschauung. Der Gegensatz zur deutlichen Anschauung ist aber nicht, wie schon Kant gegenüber der Wolffschen Schule betonte,⁶⁾ die verworrene Anschauung, die Waitz⁷⁾ wohl meint, wenn er sagt, „alle sinnlichen Vorstellungen sind ursprünglich verworren . . .“, da im Gegenteil jede Anschauung in ihrer Art vollkommen ist,⁸⁾ der Prozess des Anschauens „auf jeder Stufe der Auffassung einen relativen Abschluss“⁹⁾ giebt und alles, wenn „es Inhalt unseres Bewusstseins wird, irgend eine Bestimmtheit erhalten“ muss, die nur „je nach der beim Betrachten verwendeten Sorgfalt variieren“ kann.¹⁰⁾

Sache der Ausbildung der Anschauung ist es nun, die rohe in eine reife zu verwandeln. Nicht selten erfahren wir, wie wenig wir durch ein oberflächliches Anschauen von dem Wesen der Objekte erkennen, wie wir schon durch wiederholtes oder von grösserer Aufmerksamkeit begleitetes Anschauen unsere Erkenntnis der Objekte erweitern, wie wir durch Bewaffnung unserer Sinne durch Instrumente an ihnen ungeahnte Eigenschaften entdecken. Durch einen allmählichen Prozess werden wir unsere rohe Anschauung einer vollkommenen Anschauung annähern können. An einem Beispiel aus dem geographischen Unterricht führt Herbart¹¹⁾ aus, wie man sich diesen Prozess zu denken hat. „Man sehe . . . eine Landkarte an . . ., wende den Blick wieder ab und versuche, sich das Gesehene vorzustellen. Man schaue wieder hin und man wird empfinden, wie das schon verzogene Bild der Imagination von der erneuten Anschauung korrigiert wird. Wiederholt man dieses einige Mal, so hört endlich die Anschauung auf, das Bild zu berichtigen; nun ist sie reif.“

1) Kant, Logik. Sämmtl. Werke (Rosenkranz u. Schubert) III, Leipzig 1838, pag. 269.

2) Dagegen zu vergl. Kerry, Vierteljahrsschrift für wissensch. Phil. 9. Jahrgang, pag. 433 ff.

3) Wundt, Logik I, Stuttgart 1880, pag. 46.

4) Kant, Logik. Sämmtl. Werke, III, pag. 198 u. 199.

5) Herbart, Päd. Schriften. I, pag. 115.

6) Kant, Logik, a. a. O., pag. 199.

7) Waitz, Allgem. Pädagogik, pag. 93.

8) Herbart, Päd. Schriften, a. a. O., pag. 115.

9) Flashar, in Schmidts Encykl., II. Aufl. Bd. I, pag. 135.

10) Ulrici, Comp. d. Logik, a. a. O., pag. 22.

11) Herbart, Päd. Schriften, a. a. O., pag. 116.

Bei der Ausbildung der Anschauung kommt es vornehmlich darauf an, ein klares Bild von der Gestalt dem Bewusstsein einzuprägen, und es nimmt daher die Ausbildung gerade auf diese die meiste Rücksicht. So kommt es in der Geographie vornehmlich darauf an, von den Grenzen eine deutliche Anschauung zu gewinnen. Man hat da gefunden, dass die wiederholte anschauende Thätigkeit auch dadurch ersetzt werden kann, dass man die Grenzen zeichnet, entweder der Lehrer die Gestalt der Grenze vor den Augen der Schüler entstehen lässt, oder der Schüler dieselbe von der Karte oder Tafel abzeichnet, oder dieser endlich vorgezeichnete Umrisse nachzieht.

In der Geometrie kommt es nun fast ausschliesslich auf die Form an, und diese ist viel einfacher, wie die Grenze in der Geographie, dennoch aber nicht so einfach, dass ihre Ausbildung ohne Hilfe des Lehrers dem Schüler allein überlassen werden könnte. Auch hier soll man sich zu einer methodischen Ausbildung der Anschauung des Zeichnens von Figuren mit Zirkel und Lineal bedienen, und zwar ist es hier zu ermöglichen, dass der Schüler selber die Form entstehen lässt, indem er, wenn auch nicht vorgezeichnete Umrisse nachzieht, doch in ähnlicher Weise zum Teil durch das Lineal und den Zirkel den richtigen Weg geführt wird. In noch erhöhtem Masse ist das der Fall, wenn man, wie Schulze und Breitsprecher es unternommen haben, den Schülern Zeichenhefte mit angefangenen Figuren vorlegt, in die sie nur fehlende Linien einzutragen haben.

Der Vorrang des Zeichnens bei der Ausbildung der Anschauung¹⁾ vor dem Schauen beruht auf der psychologischen Thatsache, dass wir dem sich Bewegenden in erhöhtem Masse unsere Aufmerksamkeit zuwenden. Das hat auch Fresenius,²⁾ der sonst einen grossen Teil seines Anschauungsunterrichtes auf das Schauen gründet, erfahren: „Es ist ein Missverständnis, wenn man meint, das Tote, Starre sei leichter zu fassen, als das Veränderliche. Auf die starre Figur sah ich oft Schüler hinblicken, ohne dass sich der belebende Gedanke regen wollte, bis die Figur vor ihren Augen entstand. . .“ Darum wird in der Verfügung die Ausbildung der Anschauung durch Zeichnen eine methodische genannt.

Allerdings würde man fehl gehen, wenn man die mechanische Thätigkeit des Zeichnens für das halten wollte, was die Ausbildung eigentlich hervorbringt, der Geist ist es, der durch das Zeichnen nur veranlasst werden soll, sich zu regen. Man unterscheidet gewöhnlich zweierlei Verfahren in der Thätigkeit des Geistes, wenn es sich um eine Erkenntnis handelt, das Anschauen und das Denken. „Die objektive Anschauung ist ein Erkennen, welches durch Anschauen und Denken bedingt wird.“³⁾ Beides, das Anschauen sowohl wie das Denken, sind Elemente unserer Erkenntnis, welche sich zum Hervorbringen einer jeden einzelnen objektiven Anschauung verbündet haben müssen.

Häufig werden fälschlich Anschauen und Denken als Gegensätze gedacht, während sie nur durch Reflexion über die Erkenntnis unterschieden werden können.⁴⁾ So sagt z. B.

1) Man vergleiche darüber die von Butz, Über Wert, Ziel und Methode des Zeichenunterrichtes, a. a. O. pag. 6 citierten Aussprüche von Wiese, Schrader, Huxley, W. Stier.

2) Fresenius, Die Raumlehre eine Grammatik d. Natur. Frankfurt a. M. 1875, pag. VII.

3) Cohen, Das Princip der Infinitesimalmethode a. a. O. pag. 18.

4) Zu vergleichen gegen diesen Schopenhauerschen Irrtum: Wundt, Logik. I, pag. 514, Cohen a. a. O.

Fresenius:¹⁾ „Giebt es nicht eine Überlegung, die der diskursiven Betrachtung vorausgeht, dass z. B. Scheitelwinkel gleich, dass die Tangente senkrecht zum Radius, dass das gleichschenklige Dreieck an der Basis gleichwinklig u. s. w.? . . . Die ersten und wichtigsten Sätze sind nicht deduziert worden, . . . sondern die Hauptgrundlagen sind durch die intuitive Kraft genialer Überblicke geliefert worden. Ich bin nun . . . immer noch der Meinung, dass diese bei den genialen Geistern eminente Fähigkeit auch bei dem schwächsten Schülerchen nicht ganz mangelt, und dass es sich der Mühe verlohnt, sie vor und dann auch neben der anderen Fähigkeit anzubauen, welche nur präcis zu schliessen versteht. . . . Einige (Urteile) sind vorschnell und falsch und werden von der Kritik des nachfolgenden Gedankens verworfen. Allmählich sondert sich die Spreu von dem Weizen. Das Raten ist kein blindes mehr. Es äussert sich erst, nachdem das Nachdenken still auch sein Wort gesprochen. Dennoch ist es nicht das Nachdenken, was das Resultat geliefert hat, sondern die Anschauung.“ In ähnlicher Weise, wenn auch nicht in so scharfem Gegensatz, äussert sich Kroman:²⁾ „Die Anschauung ist das produzierende Princip in der Mathematik, ebenso wie der Satz von der Identität das kontrollierende ist.“ „Der Mathematiker . . . sucht die verhältnismässig grossen Schritte der unmittelbaren Anschauung in lauter kleine, aber dafür sichere Schritte zu zerlegen.“

Der Verfasser kann nicht zugeben, dass eine solche Trennung zwischen Anschauen und Denken vorgenommen werden dürfe. Nach seiner Ansicht muss das diskursive Arbeiten des Mathematikers ebenso von dem Anschauen begleitet sein, wie das intuitive vom Denken. Keine Thätigkeit für sich schafft Erkenntnis, sondern nur die eine in Verbindung mit der anderen. Das hat Wundt³⁾ für den Pythagoräischen Lehrsatz über das gleichschenklige rechtwinklige Dreieck an dem von Schopenhauer selbstgewählten Beweise ausgeführt, welcher als Beispiel für einen sogenannten anschaulichen gelten sollte. Er zeigt, wie in demselben versteckt zwei Grundsätze angewendet werden. Wie aber der Mensch geübt ist, richtig zu schliessen, auch ohne immer die einzelnen Schlussformen der Logik, nach denen er schliesst, gegenwärtig zu haben, so wird auch der geübte Mathematiker Wahrheiten erkennen, auch ohne sich immer klar bewusst zu sein, welche kleinen logischen Gedankenoperationen er dabei vorgenommen. Nur der geübte Mathematiker wird „die grossen Schritte“ zu machen befähigt sein, sowie nur der an richtiges Denken gewöhnte Mensch richtige Schlüsse zu ziehen vermag. Sicherlich wird in gewissem Grade diese Fähigkeit ein jeder besitzen und der Unterricht für Ausbildung dieser Fähigkeit zu sorgen haben. Aber bevor der Schüler grosse Schritte machen lernt, muss er kleine machen können. Was Fresenius von der Intuition sagt, gilt nicht von der eines Anfängers, sondern von der eines geübten Mathematikers. Ein solcher wird durch die „intuitive Kraft genialer Überblicke“ seine Entdeckungen machen können, aber nur, weil ihm die kleinen Schritte so geläufig sind, dass er sie ohne grössere Bemühung augenblicklich, scheinbar unbewusst, zu vollbringen vermag.

Hier haben wir es nur mit Anfängern zu thun, und die Intuition dieser bedarf erst der Ausbildung. Wenn wir auch nicht mit Erler⁴⁾ annehmen, dass der geometrische Unterricht vornehmlich den Zweck habe, das Kombinations- und Schlussvermögen auszubilden, sondern

1) Fresenius, Jahrbuch des Vereins für wissensch. Pädagogik. III. Jahrgang 1871, pag. 248—49.

2) Kroman, Unsere Naturerkenntnis, a. a. O. pag. 51 u. 52.

3) Wundt, Logik, a. a. O. pag. 514.

4) Erler in Schmidts Encyklop. II. Aufl. II, pag. 926.

mit v. Fischer-Benzon¹⁾ auf die Ausbildung der räumlichen Anschauung einen grossen Wert legen, so glauben wir doch nicht, zur Erreichung dieses Zieles die Euklidische Beweisführung verlassen und an die Stelle derselben die sogenannte Rechtfertigung durch Anschauung setzen zu dürfen²⁾ jedenfalls nicht in der Unter- und Mittelstufe. Die sogenannte Rechtfertigung durch Anschauung hat immer einen axiomatischen Charakter.

Darauf, dass ein Paar Axiome mehr oder weniger im geometrischen Unterricht vorausgesetzt werden, kommt es, wenn wir nur den bildenden Zweck der Mathematik in der Schule im Auge haben und nicht die Mathematik als Wissenschaft, nicht gerade an, und es ist richtig, dass der pädagogische Wert der Euklidischen Beweisführung durch die Anzahl der verwendeten Axiome nicht beeinflusst wird, wenngleich es die Aufgabe der geometrischen Wissenschaft sein wird, ihre Zahl auf ein Minimum zu reduzieren.³⁾ Um noch viel weniger dürfte es — so könnte man schliessen — auf die Anzahl der Axiome im propädeutischen Unterricht ankommen und daher in ihm mancher Lehrsatz als Axiom behandelt werden können. Das erscheint jedoch dem Verfasser nicht zweckmässig, weil es Verwirrung hervorrufen muss, wenn der Schüler das als Lehrsatz auf der späteren Stufe zu beweisen hat, was er im Vorbereitungsunterrichte als Axiom anzunehmen gewöhnt worden ist. Auch in anderer Beziehung scheint das nicht zweckmässig zu sein.

Wir müssen Ballauf⁴⁾ durchaus recht geben, wenn er sagt: „... für mich ist gerade die hauptsächlichste erziehlige Aufgabe des geometrischen Unterrichtes von seinem ersten Beginne an, die instinktive Auffassung in eine klar bewusste zu verwandeln... Dem Schüler werde etwa ein gleichschenkliges Dreieck vorgelegt. Er wird vielleicht geneigt sein zuzugeben, dass die Basiswinkel gleich sind, er wird meinen, sie seien es: aber welches sind die Gründe, welche ihn zu dieser Meinung bestimmen? Entweder sehen die Basiswinkel so aus, als wenn sie wohl gleich sein könnten... oder er hat ein dunkles Gefühl davon, dass die Annahme der Gleichheit der Seiten einen bestimmenden Einfluss auf die Winkel ausübt; da nun rechts und links hinsichtlich der Seiten alles gleich ist, so wird es wohl auch hinsichtlich der Winkel so sein. Nun begnügt man sich freilich im Leben oft genug mit einer solchen Begründung seiner Meinungen und muss sich entweder damit begnügen, wenn die Verhältnisse zu verwickelt sind, oder wenn das Handeln keine Zeit zur Überlegung und genaueren Untersuchung lässt. Aber oft genug wird man zu seinem Schaden später seinen Irrtum gewahr; oder, wenn auch das nicht, andere meinen anders, und es entsteht eine ganz unnütze Streiterei. Welchen Schaden das Festhalten solcher unbegründeten Meinungen in Wissenschaft und Leben anrichtet, braucht wohl nicht weiter auseinandergesetzt zu werden.“ Alsdann giebt Ballauf Mittel an, diesen

1) v. Fischer-Benzon, Die geom. Konstruktionsaufgabe. Progr. 257. Kiel 1884, pag. 4 u. 5.

2) Gerade an den von v. Fischer-Benzon herangezogenen Beispielen des Euklid (III. Buch, Seite 11 und 12) würde der Verfasser niemals principiell zugeben, dass man ihre Richtigkeit durch Anschauung darthun müsse, und im Gegenteil zu der Behauptung, dass man „denkenden Schülern gegenüber einen harten Stand hat, wenn man ihnen die Notwendigkeit eines Beweises darthun will,“ hat der Verfasser die Erfahrung gemacht, dass die an die Euklidische Strenge gewöhnten Schüler sich nicht recht mit dem Anschauungsverfahren begnügen wollten, sondern durch die Lücke im strengen Verfahren unangenehm berührt wurden.

3) Zu vergleichen die Instruktionen für österreichische Gymnasien, pag. 257.

4) Ballauf, Jahrbücher des Vereins für wissenschaftl. Pädagogik, III, 1871, pag. 225.

Übelstand zu vermeiden (Messen, Beweisen, Glauben der Autorität des Lehrers) und fährt fort: „Alle anderen (Wege) führen zum unbestimmten Nebeln und Schwebeln und zum unerquicklichen Streit der Meinungen. Von allem diesen haben wir noch genug und werden noch lange Zeit davon genug haben; der Schüler soll gerade in der Mathematik lernen, wie es möglich ist, jene Nebel zu verteilen.“

Wenn man auch von einer ausgebildeten Anschauung, z. B. eines gleichschenkligen Dreiecks verlangen könnte, dass sie ausser dem zur Form Gehörigen noch enthielte die Gleichheit der Basiswinkel, so ist aus dem Vorhergehenden klar, dass nach der Ansicht des Verfassers die Ausbildung durch sogenannte Intuition mit keinem grösseren Rechte — wie zuweilen¹⁾ angenommen wird — zu geschehen habe, als durch die Euklidische Beweisführung. Will man also im propädeutischen Unterrichte die Ausbildung der Anschauung so weit treiben, als in dem Beispiel angedeutet ist, so muss man ebenso die intuitiven als die diskursiven Beweise zulassen.

Aber man kann ja in dem vorbereitenden Unterrichte eine Grenze ziehen in der Ausbildung der Anschauung und sich beschränken auf die Einprägung dessen im Bewusstsein, was zur Form gehört. Dann braucht man dem Schüler nur zuzumuten, associative und apperceptive Synthesen zu bilden gemäss den psychologischen Denkgesetzen, wenn wir uns der von Wundt²⁾ festgesetzten Bezeichnungen bedienen. Damit ist einerseits dann ausgeschlossen die Anwendung von den Evidenz und Allgemeingiltigkeit beanspruchenden logischen Denkgesetzen, andererseits aber unser Unterricht von dem Verdacht befreit, dass in ihm, wenn er durch Zeichnen geschieht, nur ein mechanisches, geistloses Geschäft betrieben werde, durch welches natürlich nun und nimmer eine Ausbildung der Anschauung erreicht werden könnte.

Wir haben nun hinzuzufügen, wie man in Bezug auf die Ausbildung der Anschauung durch Zeichnen den Zeichenunterricht einzurichten hat. Falls überhaupt von Methode die Rede sein soll, müssen die Zeichnungen eine solche Anordnung erhalten, dass womöglich jede neue Figur etwas für die Anschauung Neues bietet, so dass in steter Entwicklung von einfachen zu zusammengesetzten Anschauungen geführt wird. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dass auf das Wesen der Zeichnungen hingewiesen und Beschreibungen von ihnen verlangt werden müssen. Nur soll das Besprechen dem Zeichnen nicht voran, sondern mit ihm Hand in Hand gehen. Denn geht man vom Körper, etwa vom schiefwinkligen Parallelepipedon aus und lässt, ohne etwas zu sagen, die Oberfläche zeichnen, so besteht der Unterricht aus Extemporalezeichnen und Extemporalebesprechen. Man wird von den gezeichneten Figuren im allgemeinen nicht erwarten dürfen, dass sie richtig sind, und doch ist es pädagogischer Grundsatz, nur das zum Stoff eines Extemporale zu machen, wovon man die Überzeugung hat, dass es der Schüler vollständig beherrscht. Das geht also nicht. Legt man aber einen Körper vor und bespricht den zu zeichnenden Oberflächenteil und lässt ihn dann wirklich zeichnen, ohne zu diktieren, so erhält man richtige Zeichnungen, aber das ausbildende Moment liegt nicht im Zeichnen, sondern in dem dem Zeichnen vorangehenden Besprechen, und das Zeichnen kann nur gleichsam eine Wiederholung des Besprochenen sein oder dem Lehrer die Überzeugung

1) Diekmann, a. a. O. pag. 5.

2) Wundt, Logik I, Abschnitt 1.

verschaffen, dass er durch das Besprechen eine richtige Anschauung beim Schüler hervorgerufen habe. Kann der Schüler ohne Anleitung eine Figur richtig zeichnen, dann war seine Anschauung eine reife. Dagegen geschieht durch Zeichnen die Ausbildung, wenn man während des Zeichnens die Anleitung giebt, und das ist nach des Verfassers Meinung nicht nur die richtige, sondern auch die von der Verfügung verlangte Methode. Lässt der Lehrer z. B. ein Parallelogramm dadurch zeichnen, dass durch Parallelverschiebung vier paarweise parallele Gerade so gezogen werden, dass sie sich schneiden, so sehen die Schüler, während sie zeichnen, wie diese Linien verlaufen, wie viel Schnittpunkte (Ecken) und wie viele und wie geartete Flächenräume (Winkel, Aussenwinkel, Parallelogrammfläche) entstehen. Sie werden selten eine falsche Antwort geben, wenn man sie das gezeichnete Parallelogramm zu beschreiben auffordert. Dann ist auch die Anschauung eine reife. Will man sich davon überzeugen, so kann man ja die Figur noch einmal zeichnen lassen.

Doch erinnern wir uns, dass die Ausbildung der Anschauung durch Zeichnen nach der Verfügung den Zweck hat

3. den davon ausdrücklich zu unterscheidenden geometrischen Unterricht vorzubereiten.

Dieser Teil der Verfügung lässt durch eine gewisse Unbestimmtheit der Individualität des Lehrers freien Spielraum, seinem Gefühl wird es anheimgestellt zu entscheiden, was vorbereitender und was geometrischer Unterricht ist, und hier werden die Entschliessungen zum Teil rein subjektiver Natur sein. Aber doch nicht ganz. Der Verfasser glaubt in der Verfügung für den durch dieselbe zeitlich vom geometrischen Unterricht getrennten Vorbereitungsunterricht auch Anhalt zu einer Grenze für seinen Inhalt zu finden. Dass der Stoff im allgemeinen derselbe wird sein müssen wie in der Geometrie, ist wohl von vornherein klar, da die Abgrenzung eines Teiles desselben und seine Übernahme in den propädeutischen Unterricht nicht mit dem systematischen Aufbau des geometrischen Systems in Einklang zu bringen wäre. Es wird daher die Grenze zwischen den beiden Unterrichtsfächern nicht durch den Stoff bedingt sein können. Sie durch das Handgeschick der Schüler im Zeichnen oder durch die für den Unterricht verfügbare Zeit zu bestimmen, wäre nur ein Notbehelf. Man wird sie daher in einer speciellen Auffassung und geistigen Verarbeitung des Stoffes suchen müssen, die jedoch nicht auf dem — wie wir oben nachgewiesen zu haben glauben — vermeintlichen Gegensatze zwischen dem sogenannten intuitiven und diskursiven Denken beruhen kann. Wir haben schon oben auf den Unterschied zwischen Anschauung als Einzelvorstellung und Begriff als Allgemeinvorstellung und auf den Unterschied zwischen Vorstellungsverbindungen nach psychologischen und logischen Denkgesetzen hingewiesen. Diese Unterschiede geben uns eine brauchbare Grenze zwischen den beiden Unterrichtsfächern. Dem Verfasser bleibt jedoch nur noch dazu Zeit, soweit es im obigen nicht geschehen, diese Abgrenzung in grossen Umrissen wirklich vorzunehmen. Im geometrischen Unterrichte handelt es sich um Aufstellung von Axiomen, Erklärungen, Lehrsätzen und Beweisen, und um Ausführung von Konstruktionen.

Was nun die Axiome und die damit verbundenen Postulate¹⁾ anlangt, so knüpft man an „an die im Kinde schon vorhandenen von Kindheit auf eingewohnten Anschauungen“ und stösst nicht „jene Grundlagen geflissentlich von sich, als ob sie völlig wertlos und der wahren

1) Wernicke, Die Grundlage etc. a. a. O. pag. 28 bis 32.

Wissenschaft nur hinderlich wären¹⁾ und berücksichtigt die Worte Tyndalls:²⁾ „Es erhielt (noch) niemals jemand einen Begriff von einer ... Linie nach der Definition, die Euklid von ihr gab — Länge ohne Breite. — Der Begriff wird erst durch eine wirkliche, physikalische Linie erhalten, die durch eine Feder oder einen Bleistift gezogen worden ist und daher Breite hat.“ Vorbereitet werden die Axiome dadurch, dass man den Schüler orientiert über den anschaulichen Raum, über den anschaulichen Körper und seine Oberfläche, über die Ebene seines Zeichenblattes, über die Kante seines Lineals. Abstraktionen und Definitionen, welche immer den Charakter der Allgemeinheit tragen, werden vermieden. Auch die sogenannten arithmetischen Axiome wird man vorbereiten. Dem Lehrer schwebt z. B. der Grundsatz „das Ganze ist gleich der Summe seiner Teile vor“. Er lässt eine Strecke oder Fläche in Teilstrecken und Teilflächen zerlegen und weist an der gezeichneten Strecke oder Fläche auf das Verhältnis der Teile zum Ganzen hin, aber die Formulierung des Grundsatzes in seiner Allgemeinheit verbleibt dem geometrischen Unterrichte.

Der Hauptgegenstand für den propädeutischen Unterricht wird die Vorbereitung der Erklärungen sein. Wenn wir daran denken, dass es sich hier um Anschauungen handelt, nicht um Begriffe, werden wir z. B. ein Parallelogramm zeichnen und von diesem gezeichneten Parallelogramm eine Beschreibung seiner Entstehung geben lassen. Die allgemeine Definition (sowohl die genetische als die deskriptive³⁾, wird im späteren Unterrichte gelernt.⁴⁾ Aber die gezeichnete Figur erhält einen Namen oder die Angabe, was gezeichnet ist. Der eine oder die andere wird passend unter die Figur geschrieben und gelernt. Wenn der Name auch nichts zur Sache hinzuthut, so erleichtert er doch das Auseinanderhalten der einzelnen Zeichnungen, ermöglicht Wiederholungen mit grosser Zeitersparnis, deutet häufig die Entstehungsweise der Figuren an. Damit das sonst schon sehr in Anspruch genommene Gedächtnis der Quintaner nicht allzusehr belastet wird, muss man sich auf das allernotwendigste beschränken und besonders schwere Namen, wenn es irgend möglich ist, ihnen ersparen. Sehr erschwert wird diese Rücksichtnahme, wenn ein stereometrisches System dem Unterrichte zu Grunde gelegt wird. Es müssen dann zuweilen sogar Körper in den Unterricht hineingezogen werden, welche an sich kein sonderliches mathematisches oder anschauliches Interesse haben, nur damit gewisse planimetrische Figuren an ihnen geschaut werden können. Was die Vorbereitung der Stereometrie anbetrifft, so wird ein jeder Lehrer der planimetrischen Übungen vornimmt, auch damit die körperliche Geometrie vorbereiten. Eine spezielle Vorbereitung auf dieselbe wird durch Zeichnen allein nur höchst unvollkommen sich bewerkstelligen lassen; es muss zu dem Zeichnen das Modellieren hinzukommen, das wir jedoch der Verfügung gemäss auszuschliessen gezwungen wurden. Auch wurden oben schon Gründe angegeben, welche das Zurücktreten des Körperlichen in diesem Unterrichte rechtfertigen.

1) Kober, Über Definitionen d. geom. Grundbegriffe in Hoffmanns Zeitschrift. Jahrgang I, Leipzig, 1870, pag. 234.

2) Tyndall, Über die Wärme. Anhang zum 11. Kapitel. Auch citiert von Kiessling. Das geom. Zeichnen als Grundlage für den math. Unterricht. Hoffmanns Zeitschrift. Jahrgang I, Leipzig 1870, pag. 50—51.

3) Wernicke, a. a. O. pag. 22.

4) Derselben Ansicht ist E. zur Nieden, a. a. O. pag. IV, entgegengesetzter Meyer, a. a. O. pag. 4 u. 5, Weingärtner, pag. 5.

Da Lehrsätze den Charakter der begrifflichen Allgemeinheit haben, ihre Beweise aber Axiome oder auch Lehrsätze notwendig, wie wir oben erwähnt haben, enthalten müssen, ist von ihnen im vorbereitenden Unterricht kein Gebrauch zu machen.¹⁾ Man bereitet die Lehrsätze dadurch vor, dass man die in ihnen vorkommenden geometrischen Formen dem Schüler geläufig macht, die Beweise vielleicht dadurch, dass man gewisse im späteren Unterrichte zu benutzende Hilfslinien zeichnen lässt. Ob die Lehrsätze in deductiver oder inductiver Form [Aufgabenform]²⁾ gegeben werden, ist hier von keiner Bedeutung.

Vorbereiten wird man endlich die Ausführung von Konstruktionen, wenn man analysirartig an fertigen Figuren geometrische Örter³⁾ — der Name wird natürlich nicht erwähnt — zeichnen lässt. Denkt man z. B. an die Konstruktion eines Dreiecks aus c, α, β , so lässt man in einem fertigen Dreieck AC und BC als Strahlen zeichnen und sehen, wie C sowohl auf dem einen als auf dem anderen Strahle liegt. Denkt man an die Konstruktion eines Dreiecks aus a, b, c , so lässt man an einem fertigen Dreieck um A und B Kreisbogen ziehen mit den Radien b und a , auf denen dann der Punkt C liegt.

Dass die sogenannten Grundkonstruktionen, z. B. Lote errichten, fällen etc., den Vorschriften der Geometrie gemäss vorgenommen werden, scheint nicht zweckmässig, da sie Beweise erheischen, die nicht gegeben werden dürfen. Allerdings wird man auch diese vorbereiten. Die Aufgabe des Quintaners wird nicht die sein, ein Lot mit Zirkel und Lineal zu errichten, sondern an der einen Kante des rechtwinkligen Dreieck einen Strahl zu ziehen, wenn die andere Kante mit einer Geraden zusammenfällt. Das hölzerne rechtwinklige Dreieck glaubt der Verfasser allerdings nicht entbehren zu können, dasselbe ist auch allgemein in Gebrauch genommen. Will man auf dasselbe verzichten, so muss entweder eine Reihe von für die Ausbildung der Anschauung wichtigen Konstruktionen unterbleiben, oder aber es müssen, da Freihandzeichnen ausgeschlossen ist, Zirkelkonstruktionen vorgenommen werden, deren Beweis auf Lehrsätzen beruht und die dann das Ziehen einer Grenze zwischen dem vorbereitenden und geometrischen Unterricht unmöglich machen. Auf die Konstruktion selbst jedoch lässt sich nur zum Nachteil des geometrischen Unterrichtes verzichten, weil in demselben häufig die Ausführung von Konstruktionen verlangt wird, welche dem ganzen Plane des Unterrichtes gemäss erst später gelernt werden. Zum Beispiel wird die Aufgabe „von einem Punkte ein Lot auf eine Gerade fällen“ erst nach dem Satze von den gleichschenkligen Dreiecken über derselben Grundlinie gelöst, weil sich mit Hilfe dieses Satzes die Konstruktion am einfachsten beweisen lässt; und doch braucht man die Konstruktion schon viel früher, z. B. beim Beweis der einfachsten Sätze über das gleichschenklige Dreieck. Ähnlich verhält es sich mit vielen anderen der elementarsten Konstruktionen. Darum scheint es sehr wichtig, dass dieselben in Quinta wie im „konstruktiven Zeichnen“ ausgeführt und hinreichend geübt werden.⁴⁾

1) Lehrsätze mit strengen Beweisen scheint auch niemand einführen zu wollen, der einen Unterschied zwischen den beiden Unterrichtsfächern zu machen gesonnen ist. Nicht der Fall ist das bei v. Močnik (a. a. O.), der abwechselnd intuitiv und discursiv Lehrsätze beweist gemäss den „Instruktionen für österreichische Gymnasien.“ Intuitive Beweise und vornehmlich Beweise durch Messen sind sehr häufig angewendet worden.]

2) Friedrich, Die Aufgabe als Basis d. geom. Unterr. Programm 17. Tilsit 1883.

3) Direkt in den Unterricht sind die geometrischen Örter aufgenommen in dem „Normallehrplan des Gymnasiums“. Luckau a. a. O. pag. 8 und bedingt von E. zur Nieden a. a. O. (Zu vergl. pag. VI und VII).

4) Gugler in Schmidts Encykl. II. Aufl. Leipzig 1887. Bd. 10, pag. 591.

Zu beweisen braucht man sie nicht; denn so wie man beim Gebrauch des Lineals dem Schüler sagen darf, das Lineal sei vom Tischler so gearbeitet, dass es zum Ziehen gerader Linien gebraucht werden kann, so wird man ihm beim rechtwinkligen Dreieck sagen können, es sei so eingerichtet, dass eine Kante auf der anderen senkrecht steht, und also zum Ziehen von Loten geeignet.

Konstruktionsaufgaben, welche einen Beweis — wenn auch derselbe noch so einfach ist — beanspruchen, müssen unterbleiben. Ausserdem aber, will es dem Verfasser scheinen, dass die Aufgabenform, in welche der Stoff in der Geometrie eingekleidet wird, nicht recht in den vorbereitenden Unterricht gehört. Erstens handelt es sich in der Aufgabe nicht um Anschauungen, sondern um Begriffe, wenn sie auch nicht gerade abstrakte Begriffe zu sein brauchen, zweitens aber setzt die Lösung von Aufgaben immer eine geistige Thätigkeit nach „logischen Denkgesetzen“ am geometrischen Stoff voraus, welche man dem Quintaner nicht zumuten darf, ohne in den propädeutischen Unterricht wieder die Schwierigkeit hineinzubringen, wegen welcher seine Trennung vom geometrischen vornehmlich für notwendig erachtet worden ist.¹⁾ Es findet dann der Fall statt, „dass zu gleicher Zeit der Stoff und die Behandlung desselben dem Schüler völlig neu ist, . . . dass der Schüler leicht verzagen wird, an den Begriffen, die ihm entweder überhaupt noch nicht klar oder wenigstens noch nicht geläufig geworden sind, zugleich die ihm ebenso neue Operation streng logischer Schlussreihen zu üben.“²⁾ Die Aufgabenform einzuführen, um das heuristische Moment in den Unterricht hineinzubringen, ist nach des Verfassers Ansicht nicht nötig, da das Zeichnen an sich schon ein heuristisches Verfahren involviert.

Königsberg in Pr., im März 1888.

Louis Heinze.

1) Zu vergl. Wittstein, Die Methode d. math. Unterr. Hannover 1879 pag. 81 und 82, und Reidt a. a. O. pag. 165.

2) Erlcr in Schmidts Encyclopädie. II. Aufl. II. pag. 926.