

## Vorwort.

Die ministeriellen „Lehrpläne und Lehraufgaben für die höheren Schulen in Preußen. 1901“ schreiben für den Unterricht in Prima einen „wiederholenden Aufbau des arithmetischen Lehrganges (Erweiterung des Zahlbegriffs durch die algebraischen Operationen von der ganzen positiven bis zur komplexen Zahl)“ vor. Die Vorschrift ist, auch im Sinne des an einer andern Stelle (S. 59, Abs. 10) gebrauchten Ausdrucks „zusammenfassende Rückschau“, so zu verstehen, daß nicht der bis dahin behandelte Lehrstoff noch einmal in der auf den mittleren Klassen angebrachten Weise durchgenommen, sondern daß die elementare Arithmetik in ihren Hauptlinien dem reiferen Verständnis der Schüler entsprechend neu aufgebaut werden soll.

Die Fundamente dieses Baues sind die Begriffe der natürlichen Zahl und der Gleichheit. Während nun der obigen Vorschrift zufolge neuere mathematische Schulbücher auf der Oberstufe den Zusammenhang der sieben algebraischen Rechnungsarten und die Erweiterungen des Zahlenbegriffs durch sie eingehend besprechen, fehlt in ihnen fast durchweg eine Ableitung der genannten Begriffe selbst; sie werden entweder als unmittelbar gegebene Grundbegriffe ohne weiteres oder durch Zirkelsätze wie „Das Ergebnis des Zählens heißt Zahl“ und „Zwei Zahlen heißen gleich, wenn eine für die andere gesetzt werden kann“ eingeführt. Das entspricht aber nicht der Schulung im formalen Denken, welche unsere höheren Lehranstalten pflegen wollen, und auch nicht der allgemein so wichtigen Bedeutung der beiden Begriffe. Die natürlichen Zahlen und ihre einfachsten Verknüpfungen durch Gleichungen gehören nun einmal zu denjenigen Begriffen und geistigen Operationen, welche man, auch wenn alle anderen mathematischen Kenntnisse zurücktreten, das ganze Leben hindurch anwendet, und doch dürfte die Frage: Was ist eine Zahl? recht häufig die — wohl weniger be-

dauernde als vorwurfsvolle — Antwort finden: Das habe ich nie gewußt.

Ich meine hier nicht eine endgültige wissenschaftliche Definition des allgemeinen Zahlenbegriffs. Dieser ändert sich notwendig mit der Auffindung und Einführung neuer Zahlenarten, wie der einfachen und allgemeinen komplexen Zahlen durch Argand, Gauß, Hamilton und Hankel, und so hat auch in der Tat die wissenschaftliche Forschung sich den Grundlagen der Arithmetik immer wieder und besonders seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts von neuem zugewendet. Soweit aber die Ergebnisse solcher Studien die Begriffe der auf der Schule behandelten Zahlen und ihrer Verknüpfungen vertiefen, darf an ihnen, wie auf allen Wissensgebieten, das Lehrbuch nicht achtlos vorübergehen; ihm fällt vielmehr die Aufgabe zu, sie ohne Verletzung ihres wissenschaftlichen Charakters in eine möglichst einfache elementare Form zu kleiden. Überläßt man ihre Verwertung dem mündlichen Unterricht, so kann das bei der Subtilität, die ihre Behandlung erfordert, als Erfolg nur eine vorübergehende Anregung der Schüler ergeben; dauernde Aneignung ist für diese nur durch Festhalten des Wortlautes der Hauptsätze zu erhoffen.

Zur Ableitung des Begriffs der natürlichen Zahlen auf der Schule halte ich für am besten geeignet den Weg, den Heinrich Weber in seiner „Encyklopädie der elementaren Algebra und Analysis“ einschlägt,<sup>1)</sup> und auf ihm habe ich in der vorher angedeuteten Weise mit der vorliegenden Arbeit eine Einführung in die elementare Arithmetik zu geben versucht: sie ist zunächst für die Primaner unsrer Anstalt und zur Ergänzung des Lehrbuchs<sup>2)</sup> bestimmt. Es erschien mir dabei als zweckmäßig, auch andere Erörterungen, welche meines Erachtens außer der des Zahlenbegriffs auf dieser Stufe und zum Teil auch schon früher der eigentlichen Buchstabenrechnung vorausgehen müssen oder doch ihrem Gegenstande nach hierher gehören, kurz zusammenzustellen.

---

1) H. Grassmann, dessen klassische Arbeiten die oben angegebene letzte Periode kennzeichnen, gibt in seinem „Lehrbuch der Arithmetik für höhere Lehranstalten“ (Berlin 1861 und Werke 2. Bd. 1. T.) hauptsächlich nur die rein formalen Verknüpfungsgesetze für gleichartige Größen.

2) Mehler, Hauptsätze der Elementar-Mathematik, bearbeitet von Schulte-Tigges.