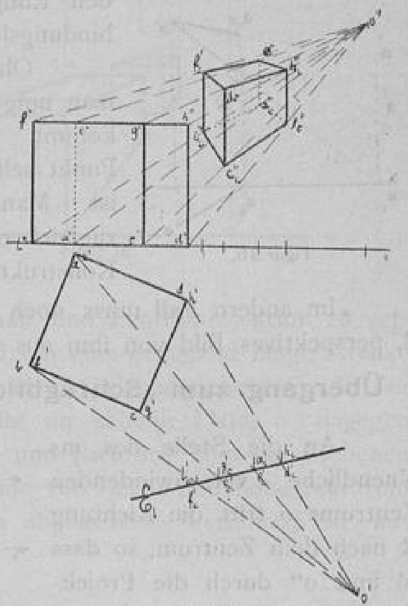
Perspektive nach der Durchschnittsmethode.

Fährt man den Umriss eines Kreises (eines Hauses u. a.), den man mit **einem** Auge betrachtet, auf einer Glastafel mit der Feder nach, so erhält man ein „perspektives" Bild des Kreises auf der Tafel. Man kann es auffassen als Verbindungslinie der Punkte, in denen die Sehstrahlen oder die vom Zentrum (Auge) ausgehenden Projektionsstrahlen die Tafel „durchschneiden".

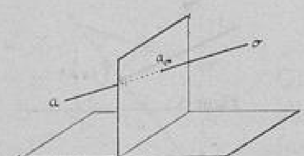
Das perspektive Bild oder die „Perspektive" eines Gegenstandes ist also seine Zentralprojektion auf eine Ebene, die „Bildebene". Diese Auffassung führt im Anschluss an die Orthogonalprojektion zunächst zur Konstruktion eines perspektiven Bildes nach der „Durchschnittsmethode".

Ein Würfel sei in Orthogonalprojektion gegeben, ebenso das Projektionszentrum o. Der Anschaulichkeit halber stellt man zunächst die Bildebene $E \perp P_1$ und schief gegen P_2. Die Konstruktion ist aus der nebenstehenden Figur ersichtlich. Diese Anordnung hat den Nachteil, dass man die Perspektive des Würfels nicht unmittelbar erhält, sondern erst nach Umlegung oder Drehung der Bildebene.



Figur 1.

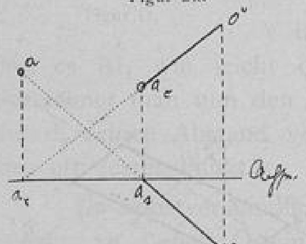
Um das Bild direkt zu erhalten, stellt man die Bildebene $\parallel P_2$, oder noch einfacher, man macht P_2 selbst zur Bildebene, wobei allerdings der Gegenstand hinter die Vertikalebene kommt, eine Sachlage, an die man sich aber bald gewöhnt. Die obere Bildebene denkt man sich dann nach hinten in die hintere Horizontalebene oder „Grundebene" um den Grundschnitt oder die Achse X hinuntergeklappt.



Figur 2a.

Perspektive des Punkts.

Das perspektive Bild eines Punkts a ist nun nichts anderes als die V-Spur seines projizierenden Strahls ao.



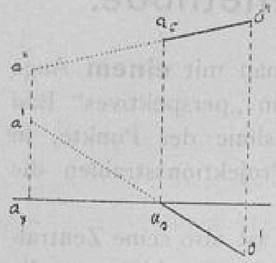
Figur 2b.

a) Punkt in der Grundebene. Konstruktionsregel nach der nebenstehenden „perspektiven Grundfigur": Fälle von a das Grundlot $a a_x$, verbinde a mit o′, a_x mit o″, durch a_s, wo ao′ die Achse trifft, ziehe das Grundlot, dieses schneidet $a_x o''$ in dem Bild a_c von a.

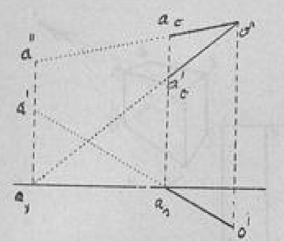
Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

b) Punkt nicht in der Grundebene. Für diesen Fall lässt sich eine ähnliche Konstruktionsregel aufstellen.

Eine andere, für viele Fälle praktischere, erhält man durch folgende Betrachtung:



Figur 3a.



Figur 3b.

Zieht man $a_x o''$, so schneiden sich $a_x o''$ und $a_s a_0$ in dem Bild a'_c des Punkts a', d. h. des orthogonalen Grundrisses des Punkts a; daher nennt man a'_c den „perspektiven Grundriss" des Punkts a. Das Bild eines Punkts im Raum liegt also senkrecht über (oder unter) seinem perspektiven Grundriss.

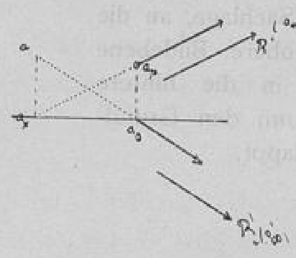
Kennt man nun den perspektiven Grundriss a'_c eines Punkts a und ausserdem dessen Abstand ε von der Grundebene, so geht man in der Linie $o'' a'_c$ bis zur Achse, errichtet hier das Grundlot und trägt auf ihm von der Achse aus ε nach oben (oder unten) ab, den Endpunkt verbindet man mit o'' und durchschneidet die Verbindungslinie mit dem Grundlot aus a'_c in a_c.

Ohne Schwierigkeit lässt sich auch der Weg angeben, auf dem man umgekehrt vom Bild eines Punkts zu seiner Orthogonalprojektion kommt. Liegt der Punkt in der Grundebene, so ist klar, dass der Punkt selbst die Zentralprojektion seines Bildes auf die Grundebene ist. Man vertauscht nun einfach Grundebene und Bildebene und zugleich o' mit o'' und erhält dann genau dieselbe Konstruktion und Konstruktionsregel wie oben.

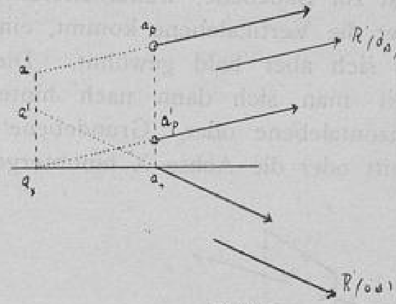
Im andern Fall muss noch der Abstand des Punkts von der Grundebene oder ein 2. perspektives Bild von ihm aus einem andern Zentrum gegeben sein.

Übergang zum „Schrägbild" a_p des Punkts a (schiefe Parallelprojektion).

An die Stelle des ins Unendliche verschwindenden Zentrums o tritt die Richtung R nach dem Zentrum, so dass o' und o'' durch die Projektionen R' und R'' von R vertreten werden. Die Figuren 4 und 5 erläutern von selbst die Konstruktion.

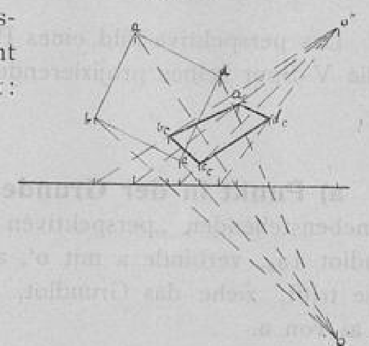


Figur 4.

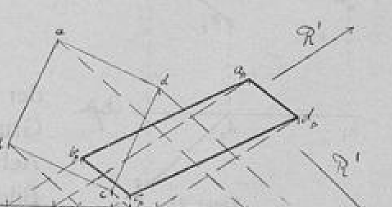


Figur 5.

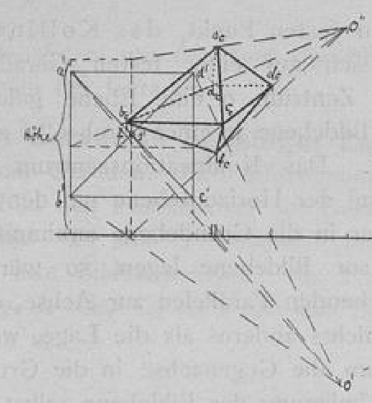
Nach der Durchschnittsmethode sind die folgenden, leicht verständlichen Figuren gezeichnet:



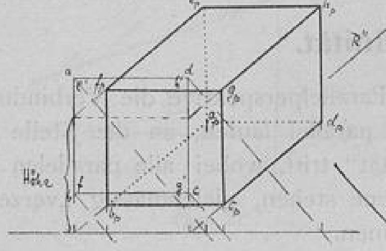
Figur 6. Quadrat in der Grundebene.



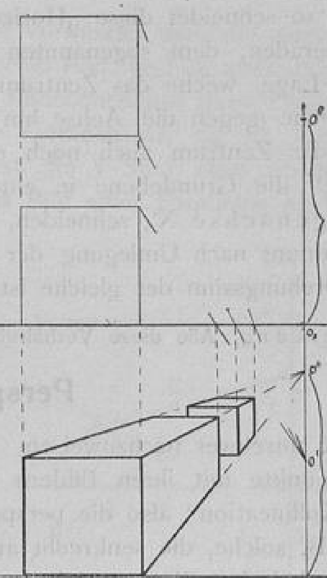
Figur 7. Quadrat in der Grundebene.



Figur 8. Oktaeder auf einer Ecke stehend.



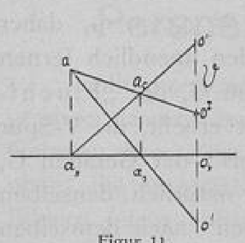
Figur 9. Würfel auf einer Fläche liegend.



Figur 10.

Um das verwirrende Aufeinanderfallen von Orthogonal- und Zentralprojektion zu vermeiden, rückt man die Bildebene mit dem perspektiven Bild um eine genügend lange Strecke nach vorne gegen den Beschauer und legt sie dann erst in die Grundebene um. In der Zeichnung laufen dann die Grundlote in sich selbst, o' bleibt an seinem Platz, o'' dagegen kommt in eine neue Lage, nämlich um $o'' o_x$ nach Grösse und Richtung vom verschobenen Grundschnitt entfernt, wie denn überhaupt sämtliche Abstände von der Grundebene nun vom neuen Grundschnitt aus aufgetragen werden müssen. Das abgeänderte Verfahren ist aus Figur 10 zu ersehen.

Perspektive Kollineation.



Figur 11.

Liegen alle Punkte des abzubildenden Gegenstandes in der Grundebene, so zeigt die perspektive Grundfigur ohne weiteres, dass alle Verbindungslinien von Originalpunkten mit ihren Bildern durch 1 festen Punkt gehen.

Schneidet nämlich $a a_0$ die Gerade $o' o''$, die sogen. Hauptvertikale V in o^I, so hat man eine der Steiner'schen Linealkonstruktionsfiguren, und es ist, wie leicht durch Proportionen zu erweisen, $o'' o^I = o_x o'$ oder $o' o^I = o_x o''$. Bezeichnet man nun den Abstand des Zentrums o von der Bildebene, die sogenannte Distanz, mit d, seinen Abstand von der Grundebene mit e, so ist $o'' o^I = d$ und $o' o^I = e$. o^I ist also ein fester Punkt.

Da selbstverständlich auch jede Gerade der Grundebene ihrem Bild auf der Achse begegnet, so stehen Original und Bild in „perspektiver Kollineation", d. h. die Verbindungs-

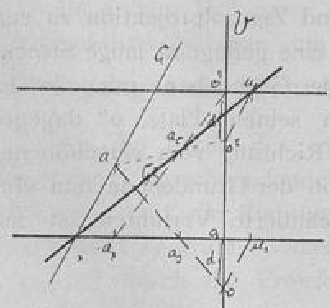
Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

linien entsprechender Punkte gehen alle durch einen festen Punkt, das **Kollineationszentrum**, und entsprechende Gerade schneiden sich auf einer festen Geraden, der **Kollineationsachse**. Denkt man sich durch das Zentrum o eine Ebene gelegt $\parallel$ zur Grundebene, so schneidet diese „Horizontebene" die Bildebene in einer durch o'' $\parallel$ zur Achse gehenden Geraden, dem sogenannten **Horizont** H. Das Kollineationszentrum ist dann offenbar die Lage, weche das Zentrum nach Umlegung der Horizontebene um den Horizont in die Bildebene (gegen die Achse hin) und mit dieser in die Grundebene annimmt. Würde man durch das Zentrum auch noch eine Ebene $\parallel$ zur Bildebene legen, so würde diese „Gegenebene" die Grundebene in einer durch o' gehenden Parallelen zur Achse, der sogenannten **Gegenachse** X', schneiden, und o^{I} wäre nichts anderes als die Lage, welche das Zentrum annimmt nach Umlegung der Gegenebene um die Gegenachse in die Grundebene, wobei der Drehungssinn der gleiche ist wie bei der Umlegung der Bildebene selbst.

Anmerkung: Alle diese Verhältnisse macht man sich natürlich auch an einer stereometrischen Figur klar.

Perspektive Affinität.

Es ist unschwer nachzuweisen, dass bei der Parallelperspektive die Verbindungslinien der Originalpunkte mit ihren Bildern untereinander parallel laufen, an die Stelle der perspektiven „Kollineation" also die perspektive „Affinität" tritt, wobei alle parallelen Originalstrecken, z. B. solche, die senkrecht auf der Bildebene stehen, gleichmässig „verzerrt" und im selben Verhältnis verlängert oder verkürzt erscheinen.



Figur 12.

Perspektive der Geraden.

a) Gerade in der Grundebene. Das Bild einer Geraden ist die Verbindungslinie der Bilder zweier ihrer Punkte. Das Bild ihrer Bildebenenspur g_x (auf X) ist g_x selbst. Das Bild eines anderen Punktes a der Geraden ist a_c, wobei $a\,a_c$ durch o^{I} geht. $g_x a_c$ ist also das Bild G_c der Geraden G. Schneidet G_c den Horizont in u_c, und zieht man $o^{I} u_c$, so ist $g_x a_c : a_c u_c = a_x a_c : a_c o'' = a\,a_c : a_c o^{I}$, folglich $o^{I} u_c \parallel G$. Fällt man noch $u_c u_s \perp X$ und zieht $o' u_s$, so ist $\triangle o'' o^{I} u_c \cong \triangle c_x o' u_s$, daher auch $o' u_s \parallel o^{I} u_c \parallel G$. $o^{I} u_c$ verbindet also den unendlich fernen Punkt von G mit o^{I}, u_c ist somit das Bild des unendlich fernen Punkts von G, der „**Fluchtpunkt**" von G. Als solcher ist er, wie auch ohne weiteres aus der Figur erhellt, die V-Spur einer durch das Zentrum o zu G gezogenen Parallelen, des „Fluchtstrahls" der Geraden G, wobei die Bildebene zugleich V-Ebene. Alle Parallelen zu G liefern natürlich denselben Punkt u_c, m. a. W: die Bilder paralleler Geraden der Grundebene „fliehen" nach demselben Punkt der Bildebene.

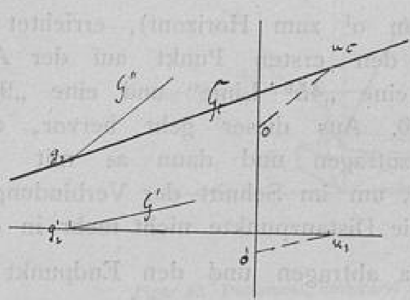
Zur Bestimmung des Bildes einer Geraden wählt man demnach 2 besondere Punkte, nämlich ihre Bildebenenspur und ihren Fluchtpunkt (Fundamentalpunkte). Dieser ist das Bild ihres unendlich fernen Punkts oder ihrer Spur mit der unendlich fernen Geraden der Grundebene und liegt auf dem Horizont, der offenbar nichts anderes ist als das Bild der unendlichfernen Geraden der Grundebene. Umgekehrt ergibt sich auch leicht aus dem Bild einer Geraden die Gerade selbst wieder als Parallele durch die Spur des Bildes auf der Achse zu

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

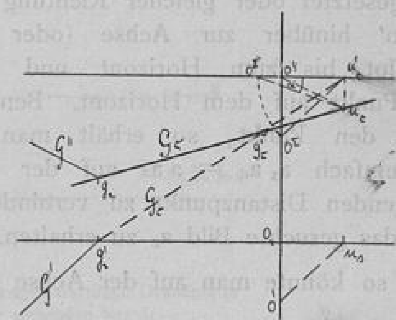
der Linie, die o^I mit der Spur des Bildes auf dem Horizont verbindet, d. h. zum umgelegten Fluchtstrahl der Geraden.

b) Gerade in beliebiger Lage. Auch hier verwendet man die zwei Fundamentalpunkte der Geraden. Ihre Bildebenenspur ist ihr eigenes Bild, und ihr unendlich ferner Punkt hat als Bild den Fluchtpunkt der Geraden, d. h. die Bildebenenspur ihres Fluchtstrahls.

Sind G' und G'' Grund- und Aufriss der Geraden G, so ist ihre V-Spur g_2 zugleich ihre Bildebenenspur. Ihr Fluchtpunkt u_c ist die V-Spur ihres Fluchtstrahls. Die Gerade $g_2 u_c$ oder G_c ist somit das Bild von G. Das Bild einer Parallelen zu G flieht ebenfalls nach u_c.



Figur 13.



Figur 14.

Zweckmässigerweise führt man auch hier den perspektiven Grundriss der Geraden ein, d. h. das Bild G'_c ihres orthogonalen Grundrisses G'. Schneidet das Grundlot $u_3 u_c$ den Horizont in u'_c, so ist u'_c der Fluchtpunkt für die H-Projektion G' der Geraden G. Der Fluchtpunkt einer Geraden liegt also senkrecht über (oder unter) dem ihres orthogonalen Grundrisses. Wie weit, das lässt sich leicht aus einem rechtwinkligen Dreieck bestimmen, das man erhält, wenn man $u'_c o^I$ auf den Horizont herüberschlägt nach $u'_c o^{II}$ und $o^{II} u_c$ zieht. In ihm ist dann der Winkel bei o^{II} gleich der H.-Neigung α des Fluchtstrahls $o u_c$ der Geraden G und damit dieser selbst.

Vorstehende Betrachtungen führen zur

Perspektive nach der Fluchtpunktsmethode.

Alle horizontalen Geraden haben ihre Fluchtpunkte auf dem Horizont. Dieser ist gewissermassen das Bild des Horizonts des Beschauers einer Gegend. Die horizontalen Geraden über dem Auge des Beschauers laufen im Bild nach unten, die unter ihm nach oben, die in gleicher Höhe mit ihm im Horizont. Dieser lässt sich daher auf vielen Bildern leicht auffinden; auch kann man aus seiner Lage zu andern Teilen des Bildes erkennen, ob der Künstler bei seiner Arbeit gesessen oder gestanden ist. Ferner soll ein Bild so aufgehängt werden, dass das Lot vom Auge des Beschauers auf die Fläche des Bildes den Horizont trifft.

Die Fluchtpunkte horizontaler 45^0 Linien sind die beiden „Distanzpunkte", d. h. die Punkte des Horizonts, die von o'' um die Distanz d entfernt sind. Der Fluchtpunkt aller zur Bildebene senkrechten Geraden ist der Hauptpunkt o''.

Gerade, die in Ebenen senkrecht zur Achse liegen, haben ihre Fluchtpunkte auf der Hauptvertikalen, auf der es auch zwei Distanzpunkte gibt.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf