Der erste Rechenunterricht als Anschauungsunterricht.

Wenn Verfasser dieses, welcher niemals in die Lage gekommen ist, Elementarschüler zu unterrichten, es unternimmt, eine Abhandlung über den ersten Rechenunterricht zu schreiben, so ist er sich bewußt, daß er damit ein Wagnis unternimmt. Wird denn nicht der Elementarlehrer, welcher ja allein diese Bemerkungen zu verwerten Gelegenheit hat, mit einem nicht ganz ungegründeten Argwohn herabsehen auf den Lehrer des oberen Gymnasiums, der sich da auf einen von dem Kreise seiner nächsten Berufsthätigkeit ziemlich weit abliegenden Boden begiebt? — Wenn aber einem Baumeister, welcher auf einem Grunde, den ein anderer gelegt hat, einen in die Höhe strebenden Bau ausführen soll, das Recht und die Pflicht nicht abgesprochen werden kann, erst den Grund, auf welchem er weiter bauen soll, zu untersuchen, so ziemt es sich wohl auch einmal für einen Mathematiklehrer des oberen Gymnasiums, zumal wenn er sich durch Lücken und Mängel im Unterbau oft genug in der empfindlichsten Weise aufgehalten sieht, bis in das unterste Fundament seines Baues hinunterzusteigen und zu sehen, ob da alles in Ordnung ist, und dies um so mehr, als für die Ausbildung der mathematischen Anschauung sowie für Gewöhnung an scharfe Auffassung — und diese beiden sind ja doch die conditio sine qua non für den Erfolg alles mathematischen Unterrichts — gerade der erste Rechenunterricht von der größten Bedeutung ist.

Eine eingehende Beschäftigung mit einer Reihe der neuesten Erscheinungen auf dem Gebiete des Rechenunterrichts hat den Verfasser zu der Überzeugung geführt, daß eben gegenwärtig der erste Rechenunterricht in einer Periode der Neubildung begriffen ist, und daß auf allen Seiten das Bestreben sich bemerkbar macht, diesen Unterricht in viel weitergehender Weise, als bisher geschah, auf die Anschauung zu gründen. Da drängt es ihn nun, über dieses Streben seine Freude auszusprechen, zur Festhaltung desselben zu ermuntern und zu einem günstigen Erfolg desselben auch von sich aus ein Scherflein beizutragen. Der Umstand aber, daß ein von ihm im Jahre 1869 über den Rechenunterricht geschriebenes Programm sowie die von ihm in erster Auflage im Jahre 1877, in dritter Auflage im Jahre 1882 im Verlag von A. Scheurlen in Heilbronn erschienenen Aufgaben für den Rechenunterricht sich einer guten Aufnahme erfreut haben, giebt ihm die Hoffnung, daß auch sein gegenwärtiger Versuch, zur Hebung des Rechenunterrichts weiteres beizutragen, von den Kollegen werde freundlich aufgenommen werden.

Wenn das Zählen, wie Hertter es in der zweiten Auflage von Otto Fischers Rechengrammatik ganz richtig definiert, „ein mit Bewußtsein geschehendes Wiederholen derselben Vorstellung ist, wobei es wesentlich ist, daß dieses Bewußtsein durch bestimmte Wörter, die Grund- oder Kardinalzahlen oder die dafür gebrauchten Zeichen, die Ziffern, seinen sinnlichen Ausdruck findet“: so ergiebt sich daraus als erste Aufgabe des Rechenunterrichts, das Kind instand zu setzen, überhaupt eine Vorstellung mit Bewußtsein zu wiederholen. Die Fähigkeit, eine Vorstellung mit Bewußtsein und zwar mit klarem Bewußtsein zu wiederholen, kann aber ein Kind nur erlangen durch die Anschauung. Erst dadurch, daß es wiederholt in den Fall kommt, daß seinen Sinnen ein und derselbe Gegenstand das einemal als einfach vorhandener, das anderemal als mehrfach vorhandener sich darstellt und daß es infolge dessen wiederholt veranlaßt oder genötigt wird, sich eine Vorstellung von dem Gegenstand im ersten Fall nur einmal, im zweiten wiederholt zu bilden, lernt es die beiden inneren Vorgänge, einfache Vorstellung und wiederholte Vorstellung unterscheiden und erlangt damit den ersten Begriff von dem zwischen Einheit und Vielheit bestehenden Unterschied.

Lernt es aber weiterhin durch die Anschauung erkennen, daß die Vielheit in sich selbst wieder vielgestaltig und nicht bloß überhaupt vielgestaltig, sondern in ganz bestimmter Weise gegliedert ist, daß also ein Unterschied ist, ob zu der ersten Vorstellung, die es sich von einem Gegenstande bildet, nur noch eine weitere oder ob zu der ersten Vorstellung eine weitere und dann noch eine weitere u. s. w. hinzukommt, so kommen ihm damit die ersten Begriffe von Einheit, Zweiheit, Dreiheit u. s. f. oder von den Zahlen 1, 2, 3 ꝛc. zum Bewußtsein.

Nun genügt es aber nicht, daß ein Kind sich gelegentlich einmal eine klare Vorstellung von den Zahlen 1, 2, 3 ꝛc. gemacht hat, oder daß es im stande ist, sich eine solche Vorstellung, wo Veranlassung dazu vorliegt, an der Hand der äußeren Anschauung aufs neue zu bilden. Eine sichere Grundlage für allen weiteren Unterricht hat das Kind erst dann, wenn für dasselbe durch die richtige Behandlung desjenigen Zahlenkreises, mit welchem es sich zuerst zu beschäftigen hat, äußere Anschauung und innere Vorstellung von den Zahlen mit einander vollständig verwachsen sind, d. h. wenn in ihm durch die längere Zeit hindurch fortgesetzte Anschauung der äußeren Bilder, an welche sich die richtige Vorstellung von den Zahlen zuerst geknüpft hat, feste, ich möchte sagen unauslöschliche innere Bilder entstanden sind, welche für gewöhnlich wohl zurücktreten, aber durch jede in der Außenwelt oder in inneren Vorgängen zur Erscheinung kommende Einheit, Zweiheit, Dreiheit ꝛc. alsbald wieder hervorgerufen und als dieselben, welche früher schon dagewesen sind, wieder erkannt werden. Haben sich einmal der Seele des Kindes für eine wenn auch kleine Reihe von Zahlen solche feste innere Bilder eingeprägt, so hat es nicht nur an diesen innern Bildern eine sichere materielle Grundlage, auf welcher weiterhin Steinchen um Steinchen aufgetragen werden kann, sondern, was noch weit wichtiger ist, es ist ihm in der Art, in welcher jene Bilder eines um das andere erzeugt worden sind, ohne daß ihm das zum Bewußtsein gekommen ist, ein Vorgang für alles weitere mathematische Lernen gegeben. Neben den besprochenen inneren Bildern der Zahlen ist nämlich in seiner Seele ein ihm zunächst noch unbewußtes Bild von der Art der Erzeugung dieser Bilder und damit von der Schärfe und eisernen Consequenz des mathematischen Denkens entstanden, und dieses Bild hat sich ihm so tief eingeprägt, daß es bei allem weiteren mathematischen Lernen zu derselben Klarheit hindurchzudringen sich bestreben und mit dem ihm gebotenen mathematischen Unterricht nur dann zufrieden sein wird, wenn ihm in demselben der gleiche Grad von Klarheit und Durchsichtigkeit entgegentritt.

Da nun — was ja eine bekannte Thatsache ist — jeder Mensch, auch ein Kind eine Vielheit von nicht mehr als 5 Einheiten als diejenige Vielheit, welche sie ist, anschauen d. h. auf einen Blick und ohne daß ein Durchzählen notwendig ist, erkennen kann, so müssen wir schließen, daß innere Bilder, wie die eben angeführten, sich in jedem Kinde für die Zahlen 1—5 erzeugen lassen, woraus unmittelbar folgt, daß sie auch erzeugt werden müssen. Sicherlich hat es in der richtigen Würdigung eben dieser Verhältnisse seinen Grund, daß im ersten Rechenunterricht jetzt allenthalben als erster Zahlenraum, der für sich zu behandeln ist, der Zahlenraum 1—5 angesehen und daß innerhalb dieses Zahlenraums vorwiegend nicht mit Ziffern, sondern mit Zahlbildern gerechnet wird. Daß aber das Rechnen mit Zahlbildern im Zahlenraum 1—5 noch einer weiteren Ausdehnung fähig und bedürftig ist, und wie solches Rechnen nach seiner Ansicht sich gestalten sollte, will Verfasser im nachfolgenden an der Zahl 1 und an der Zahl 5 zeigen.

Daß das Rechnen mit Zahlbildern und damit die äußere Anschauung beim Übergang zu höheren Zahlen mehr und mehr zurückzutreten hat, ist natürlich, daß aber die äußere Anschauung auch weiterhinauf von großem Werte ist, will Verfasser am Zehner und an der Behandlung der Division zeigen.

Daß als Anschauungsmittel beim ersten Rechenunterricht außer verschiedenen im Gesichtskreis oder

im
da
au
St
da
in
ebe
erſ
vo
Re
Zu
Bl
hal
Ce

St
dar
ein
etw
ſon
bie
Dr
bil

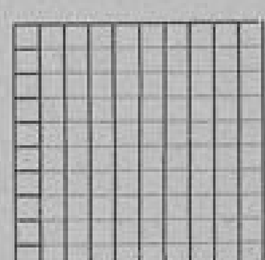
zim
4
1
1
Gr

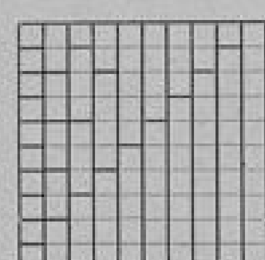
ſich
der
bed
paſ

im Ideenkreis des Schülers liegenden Gegenständen oder Personen, vor allem die russische Rechenmaschine, daneben aber auch Punkte, Striche, Kreise 2c. dienen, welche der Lehrer an die Wandtafel, der Schüler auf die Schiefertafel zeichnet, braucht nicht erst gesagt zu werden. Weil aber zur Anwendung von Punkten, Strichen, Kreisen u. dgl. besonders viele Gelegenheit vorhanden, dabei aber von entschiedenem Werte ist, daß Punkte, Striche, Kreise u. s. w. sowohl vom Lehrer als vom Schüler in der richtigen Ordnung d. h. in geraden senkrechten oder in geraden wagrechten Linien und in gleichen Abständen geschrieben werden, ebenso aber auch von Werte ist, daß dem Schüler schon bei Betrachtung und ebenso bei Fertigung der ersten Zahlbilder die jetzt gebräuchlichen Maße und damit zugleich auch Einer, Zehner, Hunderter überall vor Augen treten: so halte ich es für in hohem Grade zweckentsprechend, wenn schon beim Beginn des Rechenunterrichts die Wandtafel sowohl als auch die Rechenhefte und Schiefertafeln der Schüler eine diesen Zwecken entsprechende Lineatur haben. Ein Muster solcher Lineatur gibt das angeheftete lithographierte Blatt. Die bei derselben verwendeten Längen sind an der Wandtafel der Meter, der Dezimeter und der halbe Dezimeter, auf der Schiefertafel und im Heft der Dezimeter, der Centimeter und der halbe Centimeter.

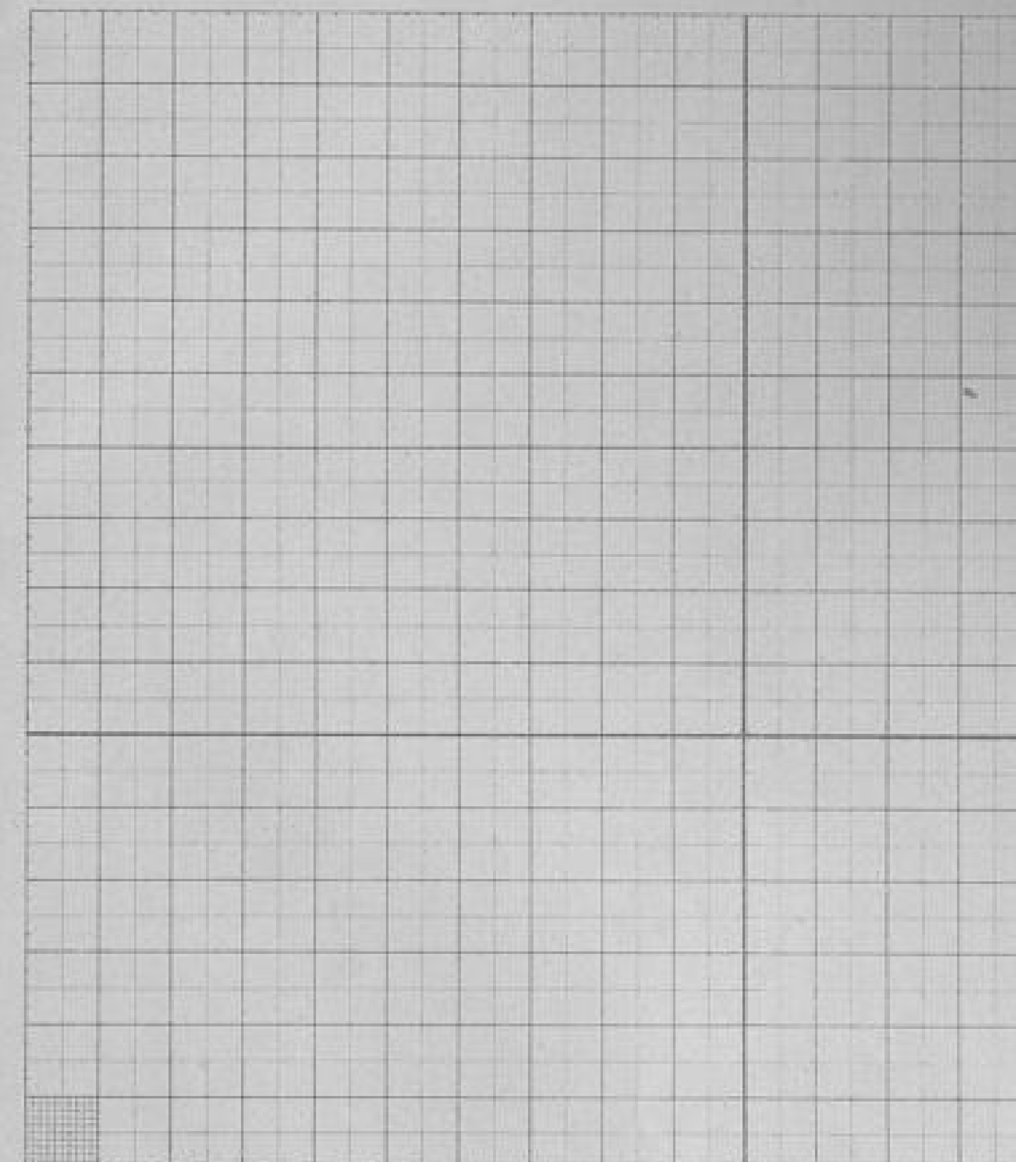
Die Formen, in welchen die Zahlbilder der einzelnen Zahlen im Zahlenraum 1—5 aus Punkten, Strichen, Kreisen u. s. w. zusammengesetzt werden, sollten meiner Ansicht nach möglichst mannigfaltige sein, damit das innere Zahlbild, welches das Kind sich von irgend einer Zahl macht, nicht zu sehr sich bloß an eine einzige bestimmte Form der Zusammenstellung der Einer knüpft. Daß der Lehrer in Folge dessen etwas länger bei der Behandlung der einzelnen Zahlen verweilen muß, ist meines Erachtens kein Fehler, sondern trägt sicher gute Frucht, zumal weil die Behandlung der Zahlbilder 1—5 die beste Gelegenheit bietet, in den Schülern die richtigen Vorstellungen von oben, unten, rechts, links, senkrecht, wagrecht, Dreieck, Viereck, Fünfeck 2c. zu befestigen. Von der Zahl 6 an kommen dagegen nur noch diejenigen Zahlbilder zur Verwendung, welche für die weiterhin auszuführenden Rechnungsarten von Werte sind.

Als ein besonders wertvolles Anschauungsmittel sehe ich außerdem noch Dezimeterwürfel und Dezimeterstangen an, wobei ich unter letzteren rechtwinklige Stangen von 1 qdm Durchschnitt und 2, 3, 4 2c. dm Länge verstehe. Von diesen sollten 1) 10 Einer (cdm) und 9 Zehner (1 qdm Durchschnitt, 1 m Länge), 2) 12 Einer, 7 Zweier, 4 Dreier, 3 Vierer, 2 Fünfer, 1 Sechser, 1 Siebener, 1 Achter, 1 Neuner, 1 Zehner vorhanden sein. Aus jenen und aus diesen läßt sich je ein Körper von 1 qm Grundfläche und 1 dm Höhe zusammenstellen.





Hätte man neben diesen 3) noch einen Körper von 1 qm Grundfläche und 8 dm Höhe, so ließe sich aus diesem in Verbindung mit den beiden ersten ein cbm zusammensetzen, was für die Anschauung der Schüler von großem Wert wäre, während der dritte Körper allein mit einem passenden Tischblatt bedeckt sehr wohl als Tisch dienen könnte. Natürlich müßten die Oberflächen sämtlicher Körper auf passende Weise in qdm geteilt sein.



Vorrathig bei Fr. Höhring, Heilbronn

Für die Schüler ließen sich dieselben Körper statt im Dezimetermaß im Centimetermaß herstellen und würden dann ein passendes Spielzeug für sie bilden.*)

In der Lineatur der Hefte und in diesen Körpern hätten die Schüler nicht nur Einer, Zehner, Hunderter und Tausender, sondern gleichzeitig auch die Einteilung der Längen-, Flächen- und Körpermaße schon von Anfang des Unterrichts an vor Augen. Daneben aber ließen sich die Einer, Zweier, Dreier 2c. bei allen möglichen Rechnungen in überaus nützlicher Weise verwenden. — Zum Aufstellen derselben müßte an der Wandtafel unten ein vorstehendes Brettchen vorhanden sein.

Sehr ersprießliche Dienste würden ferner schon für den ersten Rechenunterricht gedruckte Aufgabenheftchen leisten, in welchen die Schüler die zu behandelnden Zahlbilder, Ziffern, Zahlen und Zahlgleichungen vor sich haben, und aus denen sie dieselben bald ablesen, bald abschreiben könnten. Im folgenden wird das, was in dieses Aufgabenheft zu kommen hätte, durch den Beisatz „A." (Aufgabenheft) bezeichnet werden.

Die Ansicht, daß die 4 Grundrechnungsarten besser nach einander als neben einander behandelt werden, gewinnt mit Recht mehr und mehr die Oberhand. Doch lassen sich Addition und Subtraktion vom ersten Bilden der Zahlen in keiner Weise trennen und kommen daher gleich von Anfang an neben einander vor.

1. Einheit und Vielheit.

Der Lehrer streckt einen Finger aus und frägt: „Was ist das?" Antw.: „Das ist ein Finger". Frage: „Wieviel Finger sinds?" Antw.: „Es ist e i n Finger." — Der Lehrer läßt von verschiedenen Schülern nach einander je einen Finger bald der rechten bald der linken Hand ausstrecken und jedesmal sagen: „Das ist ein Finger". Der Lehrer und sämtliche Schüler der ganzen Klasse strecken jeder alle Finger aus. Frage: „Wieviel Finger sind das?" Antwort: „Das sind viele Finger". Der Lehrer streckt zuerst einen und dann zehn Finger aus und fragt jedesmal: „Wieviel Finger sind das?" Sagt bei der letzteren Frage ein Schüler „zehn", so fragt der Lehrer: „Wenn du aber nicht zählen könntest oder nicht wüßtest, daß das zehn Finger sind, wie würdest du dann sagen?" Antw.: „Viele Finger". — Dieselben Fragen mit 1 F. und 9 F., 1 F. und 8 F. u. s. w.

Der Lehrer wiederholt schließlich unter gleichzeitiger Vorzeigung oder läßt wiederholen: Das (1) ist ein Finger und das (10) sind viele Finger, und das (9) sind auch viele Finger u. s. w., und das (2) sind auch viele Finger, wenigstens würde ein Kind, das noch nicht auf zwei zählen kann, so sagen, und wenn wir alle zusammen jeder einen Finger oder jeder 2 Finger 2c. ausstrecken, so sinds auch viele Finger. — Wir haben also e i n e n Finger und v i e l e Finger. Wenn mehr Finger da sind, als ein Finger und wir können oder wollen dieselben nicht zählen, so sagen wir, es sind v i e l e Finger. — Dieselben Fragen werden mit Beziehung auf andere Gegenstände, Hände, Arme, Bücher, Hefte, Griffel u. s. w. wiederholt. Der Lehrer lasse Gegenstände oder Personen angeben, welche im Zimmer oder im Ort einfach und solche, welche vielfach vorhanden sind. Schließlich lesen zuerst einzelne Schüler, dann alle zusammen die folgenden Bilder**) ab:

(A.) 1 Vogel, viele Vögel u. s. w.

2. Die Zahl Fünf.

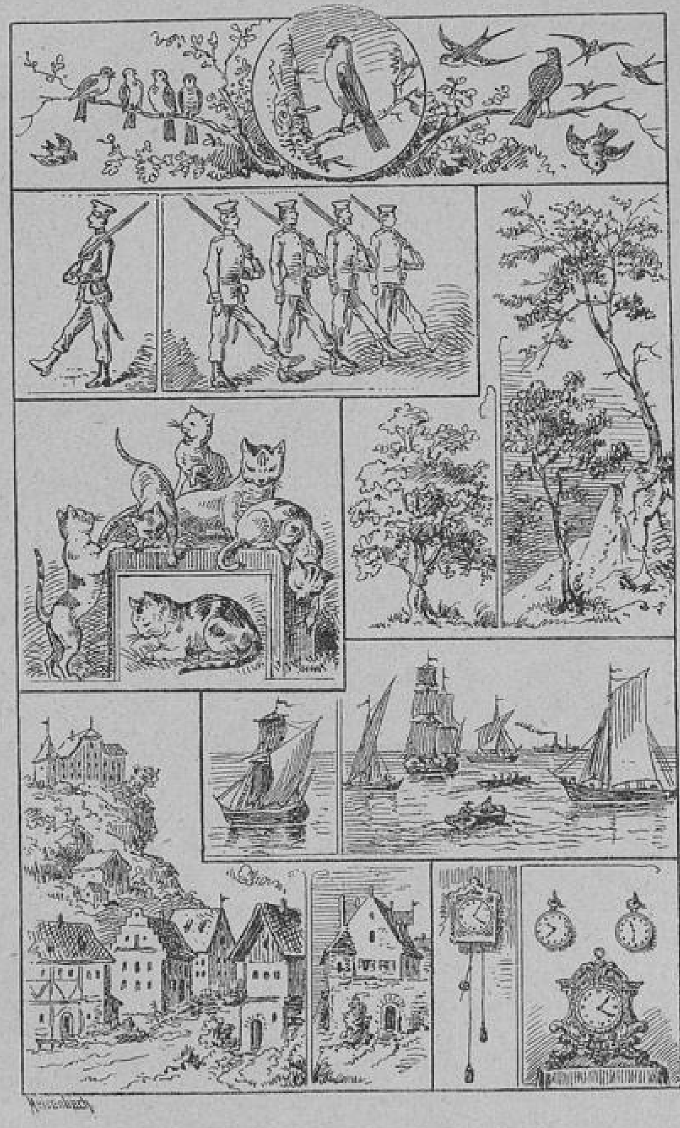
1. Bilden der Zahl Fünf.

a) Lesen.

1) Der Lehrer hält 4 Finger der linken Hand empor und fragt: „Wieviel Finger sind das?"

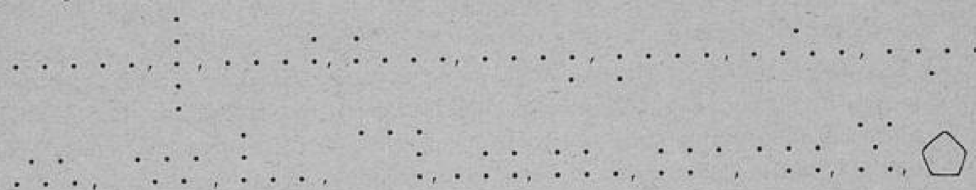
*) Die Herstellungskosten eines in dieser Weise zusammengesetzten Kubikmeters — sämtliche Körper hohl in Nut und Feder — würden sich auf ca. 50 ℳ, die eines Kubikdezimeters auf 4—5 ℳ belaufen.

**) Leider sind die Holzschnitte nicht mehr zur rechten Zeit fertig geworden.



Dann einen Finger der rechten Hand: „Wieviel Finger sind dies?“ Nun stellt er den einen Finger der rechten Hand zu den 4 Fingern der linken Hand und sagt: „4 Finger und noch ein Finger sind 5 Finger“. Das gleiche mit 4 Fingern und dem fünften einer und derselben Hand. Die Schüler wiederholen das gleiche mit ihren Fingern, sodann mit Kugeln der Rechenmaschine, mit Kreisen, wagrechten und senkrechten Dezimeterstrichen, Dezimeterfächern oder mit Dezimeterwürfeln und Dezimeterstangen, welche an der Wandtafel gezeichnet oder aufgestellt werden.

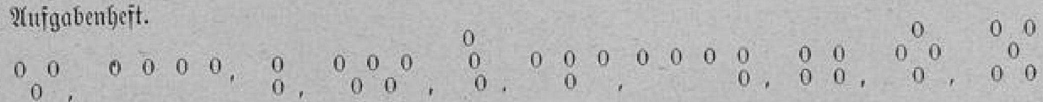
2) Der Lehrer zeichnet verschiedene der folgenden Zahlbilder an die Wandtafel, die Schüler suchen jedesmal das gleiche Zahlbild in ihrem Heft, zeichnen etwa auch dasselbe auf ihre Schiefertafel.

(A.) 

Erstes Zahlbild. Der Lehrer verdeckt den letzten Punkt rechts mit der Hand, das gleiche thun die Schüler in ihrem Aufgabenheft. Lehrer: „Wieviel Punkte in wagrechter Richtung stehen links von meiner Hand?“ Antwort: „4 Punkte.“ Lehrer: „4 Punkte und noch ein Punkt (die den Punkt verdeckende Hand wird weggenommen) sind wieviel Punkte?“ Antwort zuerst von einem Schüler, dann von allen zusammen: „4 Punkte links und noch ein Punkt rechts sind 5 Punkte“. — Das gleiche mit Verdeckung des ersten Punktes links. — Zweites Zahlbild. Entsprechende Behandlung. — Drittes Zahlbild. Vier Punkte in wagrechter Richtung und noch ein Punkt rechts oben u. s. w. — oder: drei einzelne Punkte in wagrechter Richtung links und zwei Punkte in senkrechter Richtung rechts, „3 Punkte und noch 2 Punkte sind . .“ — oder: 2 Punkte in senkrechter Richtung rechts und noch 3 einzelne Punkte in wagrechter Richtung links unten ꝛc. — oder: 1 Punkt rechts oben und noch 4 Punkte unten ꝛc. — Ähnliche Behandlung bei den folgenden Zahlbildern. — Dreizehntes Zahlbild: 3 Punkte in wagrechter Richtung unten, 2 rechts oben ꝛc., oder: 4 Punkte im Viereck, einer links unten. — Siebzehntes Zahlbild: 4 Punkte im Viereck, einer in der Mitte ꝛc. — Achtzehntes Zahlbild: eine wagrechte Seite unten, eine nach rechts aufsteigende Seite rechts unten, eine nach links aufsteigende Seite rechts oben, eine nach links absteigende Seite links oben, eine nach rechts absteigende Seite links unten; „eine Seite und noch eine Seite und noch ꝛc. (immer deutend) sind 5 Seiten.“ — Dasselbe Zahlbild: eine wagrechte Seite unten, zwei von dieser aus aufsteigende Seiten, eine links, eine rechts, zwei weitere aufsteigende Seiten oben, eine links, eine rechts, eine Seite und zwei Seiten und zwei Seiten sind . . — Dasselbe Zahlbild: Ein Eckpunkt links unten, ein Eckpunkt rechts unten, ein Eckpunkt rechts in der Mitte, einer oben, einer links in der Mitte; ein Eckpunkt und noch ein Eckpunkt und ꝛc. — Dasselbe Zahlbild: Zwei Eckpunkte unten, zwei in der Mitte, einer oben; zwei Eckpunkte und ꝛc. — Die Figur ist ein Fünfeck.

3) Der Lehrer deutet auf irgend eines der 18 Zahlbilder. Der Schüler sucht dasselbe Zahlbild in seinem Aufgabenheft und wiederholt das bei diesem gesagte.

4) Der Lehrer zeichnet bald das eine, bald das andere der folgenden Zahlbilder an die Wandtafel. Der Schüler giebt rasch die durch dasselbe vorgestellte Zahl an und sucht das gleiche Zahlbild in seinem Aufgabenheft.

(A.) 

b) Schreiben.

1) Der Lehrer schreibt mit Kreide an die Wandtafel:

(A.) IIII + I = .., III + I + I = .., II + I + I + I = .., I + I + I + I + I = ..,
III + II = .., II + III = .., II + II + I = .., II + I + II = .., I + IIII = ..,
I + III + I = .., I + II + II = .., I + I + III = ..

Der Lehrer sagt unter Deuten: „4 Striche und noch ein Strich sind ..“. Ein Schüler wiederholt und ergänzt die Gleichung, worauf der Lehrer rechts vom Gleichheitszeichen 5 Striche einsetzt.

2) Die Schüler schreiben dieselben Gleichungen eine nach der andern aus dem Aufgabenheft ab, lesen jede noch einmal und ergänzen sie durch Einsetzen des betreffenden Zahlzeichens.

3) Der Lehrer diktiert: „Vier wagrechte Centimeterstriche (sämtliche Schüler zeichnen dieselben auf ihre Schiefertafeln, während ein Schüler an der Wandtafel das entsprechende mit Dezimeterstrichen vorzeichnet) und noch (Pluszeichen!) ein wagrechter Centimeterstrich (wird gezeichnet!) sind“ (Gleichheitszeichen!) Sämtliche Schüler ergänzen nun den Satz gemeinschaftlich, indem sie sagen und gleichzeitig durch Einsetzen des betreffenden Zahlbildes schreiben: Vier wagrechte Dezimeterstriche und noch ein wagrechter Dezimeterstrich sind 5 wagrechte Dezimeterstriche.

Ähnliche Behandlung der übrigen Gleichungen von 1.

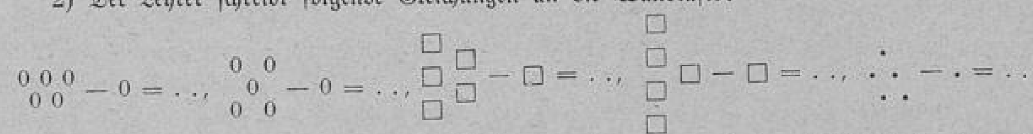
2. Abziehen von der Zahl 5.

a) Lesen.

1) Der Lehrer streckt 5 Finger der linken Hand aus. „Wieviel Finger sind dies?“ Antwort: „5 Finger“. Frage: „Wenn ich aber einen Finger wegnehme (der Lehrer zieht einen Finger ein oder verdeckt ihn mit der rechten Hand), wieviel Finger bleiben noch?“ Antwort: „Wenn ich von 5 Fingern einen wegnehme, so bleiben 4 Finger“. Nachher kürzer: „Fünf Finger, einen weg, bleiben 4 Finger!“ oder „fünf Finger weniger 1 Finger sind vier Finger“. Die gleiche Übung mit Punkten, Linien, Kreisen 2c., insbesondere mit Dezimeterwürfeln und Dezimeterstangen (die Fünferstange ist die erste. Nimmt man 1 Dezimeterwürfel weg, so bleibt die Viererstange. Diese wird neben die erste gestellt 2c.).

2) Der Lehrer schreibt folgende Gleichungen an die Wandtafel:

(A.)



Je ein Schüler liest und ergänzt eine Gleichung und zwar zuerst in ausführlicher Form: „Nimmt man von 5 Kreisen einen weg (der Schüler verdeckt mit der linken Hand denjenigen, den er wegnehmen will, oder streicht ihn durch), so bleiben (er deutet mit der rechten Hand auf die übrig bleibenden und sagt:) 4 Kreise; sodann in den beiden kürzeren Formen, zuerst mit, dann ohne Deuten: „Fünf Kreise, einen weg, bleiben vier Kreise“ oder „fünf Kreise weniger ein Kreis bleiben 4 Kreise“. Schließlich vervollständigt der Lehrer die Gleichung durch Anschreiben der betreffenden Kreise.

3) Die Schüler nehmen dieselben Gleichungen im Aufgabenheft vor sich und lesen und ergänzen diese in derselben Weise gemeinschaftlich, jedoch ohne zu schreiben.

4) Der Lehrer zeigt 5 Finger. „Einen weg!“ (er zieht ihn ein oder verdeckt ihn). Bleiben ..? Antwort: „Nimmt man von 5 Fingern einen weg, so bleiben 4 Finger“. Lehrer: „Noch einen weg, bleiben ..?“ Antwort: „Nimmt man von 4 Fingern einen weg, so bleiben 3 Finger 2c.“ Schließlich: „Nimmt man von 1 Finger einen weg, so bleibt kein Finger (nichts) übrig“. — Oder kürzer: „5 Finger,

einen weg, bleiben . . ?" „4 Finger, einen weg, bleiben . . ?" Die Antworten sind einfach: „4 Finger, 3 Finger ꝛc. Dieselbe Übung mit Kugeln der Rechenmaschine.

b) Schreiben.

1) Der Lehrer diktiert: „Fünf wagrechte Centimeterstriche in senkrechter Reihe!" (Ein Schüler macht an der Wandtafel, die andern machen in ihrem Heft oder auf ihrer Schiefertafel 5 wagrechte Dezimeter-, (Centimeter-)striche unter einander.) „Einen weg!" (Der Schüler verdeckt ihn oder löscht ihn aus oder streicht ihn durch.) „Bleiben . . ?" „Noch einen weg, bleiben . . ?" ꝛc.

2) Der Lehrer diktiert: „Fünf Punkte!" (Der Schüler macht sie). „Zwei weg! bleiben . . ?" „Noch einen weg, bleiben . . ?" „Noch einen weg, bleibt . . ?" — Ebenso: „Drei weg und zwei weg!" „Vier weg und einen weg!" „Fünf weg!"

3) Der Lehrer diktiert: „Fünf Punkte!" (Der Schüler macht sie). „Vier sollen bleiben, wieviel müssen weg?" Antw.: „Einer" (dieser wird verdeckt oder ausgelöscht oder durchgestrichen). Vier sind noch da, drei sollen bleiben" ꝛc.

4) Der Lehrer diktiert: „Fünf Punkte!" „Drei sollen bleiben, wieviel müssen weg?" „Drei sind noch da, einer soll bleiben" ꝛc.

5) Der Lehrer diktiert: „Fünf Punkte!" „Zwei sollen bleiben, wieviel müssen weg?" ꝛc. — Ebenso: „Einer soll bleiben!" „Keiner soll bleiben!"

6) Der Lehrer schreibt eine der folgenden Gleichungen nach der andern, die Schüler nehmen die entsprechenden Gleichungen im Aufgabenheft vor sich und lesen dort nach, was der Lehrer schreibt:

(A.) |||| + | = . . ., ||||| — | = . . ., |||| + . . = |||||, ||||| — . . = ||||,
. . + | = |||||, . . — | = ||||, ||| + || = . . ., ||||| — || = . . .,
||| + . . = |||||, ||||| — . . = |||, . . + || = |||||, . . — || = |||,
|| + ||| = . . ., ||||| — ||| = . . ., || + . . = |||||, ||||| — . . = ||,
. . + ||| = |||||, . . — ||| = ||, | + |||| = . . ., ||||| — | = . . .,
| + . . = |||||, ||||| — . . = |, . . + |||| = |||||, . . — |||| = |.

Der Lehrer deutet auf die erste Gleichung an der Wandtafel, die Schüler auf dieselbe Gleichung im Aufgabenheft. Der Lehrer fragt: „Was kommt heraus, wenn ich zu vier Strichen einen hinzufüge?" Der Schüler sagt, indem er auf die betreffenden Zahlzeichen deutet: „Wenn ich zu ꝛc." Der Lehrer wiederholt den Satz und ergänzt die Gleichung durch Einsetzen der betreffenden Striche. Hierauf schreiben die Schüler die Gleichung, wie sie im Buch steht, ab und setzen die betreffenden Striche ein. Die Wiederholung des Satzes geschieht zuerst von einem einzelnen Schüler, dann von allen gemeinschaftlich. Schließlich fragt der Lehrer: „Was ist also um einen Strich mehr als 4 Striche?"

Entsprechend werden die andern Gleichungen behandelt.

3. Zählen. Die Ziffer 5.

1) Der Lehrer zeichnet eines der folgenden Zahlbilder nach dem andern an die Wandtafel oder stellt dieselben mittelst der Dezimeterwürfel oder anderer Gegenstände her. Die Schüler suchen das gleiche Zahlbild in ihrem Aufgabenheft

	.	—	0 0 0 0 0	□ □ □ □ □
	. .	— —	0 0 0 0	□ □ □ □
(A.)	. . .	— — —	0 0 0	□ □ □
	. . . .	— — — —	0 0	□ □
	. . . . .	— — — — —	0	□

Je ein Schüler liest, während er mit dem Finger deutet und die übrigen in ihrem Aufgabenheft nachlesen und ebenfalls deuten, die 5 wagrechten Reihen des ersten Zahlbildes:

a) von oben nach unten: 1 Punkt, 2 Punkte ꝛc.;

b) von unten nach oben: 5 Punkte, 4 Punkte ꝛc.;

ebenso die 5 senkrechten Reihen des ersten Zahlbildes:

a) von links nach rechts: 5 Punkte, 4 Punkte ꝛc.;

b) von rechts nach links: 1 Punkt, 2 Punkte ꝛc.; das gleiche mit den übrigen Zahlbildern.

2) Die Schüler lesen alle zusammen bald dieses, bald jenes dieser Zahlbilder noch einmal ab, und zwar zuerst ganz in der gleichen Weise, dann so, daß sie die Namen der Zeichen oder Gegenstände, aus welchen das Zahlbild besteht, weglassen und bloß die Zahlwörter, also „ein“ (oder, wie man in diesem Fall gewöhnlich sagt, „eins“), „zwei“, „drei“, „vier“, „fünf“ angeben.

Zur schriftlichen Darstellung des Zahlworts „fünf“ dient das Zahlzeichen oder die Ziffer 5.

3) Der Lehrer deute bald auf die eine, bald auf die andere wagrechte oder senkrechte Reihe der obigen Zahlbilder, lasse das betreffende Zahlwort angeben und setze die entsprechende Ziffer neben oder über oder unter die Reihe. — Der Lehrer schreibe eine der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 an die Wandtafel, lasse dieselbe lesen und durch einen Schüler die entsprechende Zahl von Punkten, Strichen, Kreisen ꝛc. zeichnen, oder unter den obigen Zahlbildern die entsprechende Reihe aufsuchen.

4) Um eine durch ein Zahlbild oder durch eine Ziffer dargestellte Zahl zu bezeichnen, benützt man statt der Zahlwörter „eins“, „zwei“, „drei“, „vier“, „fünf“ häufig die entsprechenden Hauptwörter und sagt z. B. im Blick auf das erste der obigen Zahlbilder, die oberste Reihe desselben stelle „einen Einer“, die nächste „einen Zweier“ ꝛc. vor, wobei zugleich erhellt, daß jeder Zweier 2 Einer, jeder Dreier 3 Einer ꝛc. enthält.

Der Lehrer frage, indem er bald auf dieses, bald auf jenes der obigen Zahlbilder deutet, oder eine der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 an die Wandtafel schreibt: „Was bedeutet dieses Zahlbild, diese Ziffer?“ Die Antwort lautet beispielsweise: „Die Zahl vier oder einen Vierer“.

Ebenso unter Deuten auf irgend ein Zahlbild die Frage: „Wieviel Einer stehen hier?“ Antwort: „Vier“. Frage: „Und was machen diese 4 Einer zusammen aus?“ Antwort: „Einen Vierer“.

5) Die Zahlwörter müssen sowohl in der Ordnung 1, 2, 3, 4, 5, als in der Ordnung 5, 4, 3, 2, 1 dem Schüler vollständig geläufig sein. Von einem Schüler, welcher die Zahlwörter in der ersten Ordnung aufsagt, sagt man, er zähle auf 5, von einem, der sie in der letzten Ordnung aufsagt, sagt man, er zähle von 5 abwärts. Der Lehrer läßt wiederholt einzelne Schüler, dann alle zusammen auf 5 und von 5 ab zählen und fragt schließlich: „Was kommt nach 2, was vor 4, was zwischen 2 und 4 ꝛc.“ — „Welche Zahlen liegen zwischen 1 und 5 aufwärts, zwischen 5 und 2 abwärts, wieviele kommen vor 5, wieviele vor 3?“

6) Das Zählen mehrerer Zeichen oder Gegenstände, überhaupt verschiedener Einer, geschieht in der Art, daß der Zählende auf einen derselben nach dem andern deutend oder seinen Finger setzend die Zahlwörter in der angegebenen Reihenfolge ausspricht. Das beim letzten Einer ausgesprochene Zahlwort giebt die Zahl der vorhandenen Einer an. Gut ists, wenn der Schüler, nachdem er das letzte Zahlwort ausgesprochen hat, die von ihm gezählten Einer zwischen 2 Finger nehmend oder mit dem Finger einen dieselben überspannenden Bogen zeichnend das zuletzt ausgesprochene Zahlwort unter Benennung der gezählten Einer (Punkte, Kreise ꝛc.) wiederholt, also deutend sagt: „eins, ein Punkt“, „eins, zwei, zwei Kreise“ ꝛc., „eins, zwei, drei, drei senkrechte Striche“ ꝛc.

Der Lehrer lasse in dieser Weise sämtliche oben gegebene Zahlbilder noch einmal ablesen und zwar in den verschiedenen möglichen Richtungen. Dasselbe in der Art, daß der Schüler die vorhandenen

Zeichen oder Gegenstände nicht benennt, sondern ohne Unterschied als Einer bezeichnet. Deutet also der Lehrer auf eine Viererreihe, so sagt der Schüler, indem er gleichzeitig deutet: „eins, zwei, drei, vier, vier Einer oder ein Vierer oder vier".

7) Stehen mehrere Zeichen oder Gegenstände, überhaupt Einer irgend welcher Art in einer Reihe, so wird die Stelle, welche jeder Einer in der Reihe einnimmt, durch ein Eigenschaftswort bezeichnet, welches aus demjenigen Zahlwort gebildet ist, das ihn beim Abzählen der Reihe trifft. Man hat also einen ersten, zweiten, dritten ꝛc. Einer. Der Lehrer deutet auf irgend eines der obigen Zahlbilder, etwa 5 Punkte. Der Schüler giebt nach einfachem Überschauen die durch das Zahlbild dargestellte Zahl „Fünf" an, und zählt nun bald in der einen, bald in der andern Richtung: erster Punkt, zweiter Punkt ꝛc. und ebenso rückwärts: fünfter Punkt, vierter Punkt (immer auf den betreffenden Punkt deutend). Der Lehrer deutet auf irgend einen Punkt, Strich ꝛc. einer Reihe und frägt: „Der wievielte Punkt ist dies in der wagrechten Reihe von links nach rechts, von rechts nach links, in der senkrechten Reihe von oben nach unten, von unten nach oben? welcher Punkt kommt nach dem ersten, welcher vor dem dritten, welcher vor dem zweiten, welcher nach dem zweiten, welcher steht in der Mitte, wieviel Punkte stehen vor dem dritten, zwischen dem zweiten und fünften?" Zähle beim Daumen anfangend die Finger deiner Hand. Wie nennt man den zweiten Finger? (Zeigefinger), den dritten? (Mittelfinger), den vierten? (Ringfinger), den fünften? (kleinen Finger). — Der wievielte Finger vom kleinen Finger an gerechnet ist der Zeigefinger, der Ringfinger, der Daumen, der Mittelfinger?

8) Der Lehrer lasse die folgenden Gleichungen so ablesen, daß der Schüler das fehlende ergänzt. Wo ein Schüler stockt, wird alsbald auf die entsprechende Zahlbildergleichung [s. oben 2. Abziehen von der Zahl 5. b) Schreiben, 6)] zurückgegangen:

(A.) 1 + 1 = . . , 2 — 1 = . . , 1 + . . = 2, . . + 1 = 2, 2 + 1 = . . , 3 — 1 = . . ,
3 — 2 = . . , 2 + . . = 3, 1 + . . = 3, . . + 1 = 3, . . + 2 = 3, 3 — . . = 2,
3 — . . = 1, 1 — 1 = . . , 2 — 2 = . . , 3 — 3 = . . , 1 — . . = 0,
2 — . . = 0, 3 — . . = 0, . . — 1 = 0, . . — 2 = 0, . . — 3 = 0,
4 + 1 = . . , 5 — 1 = . . , 4 + . . = 5, 5 — . . = 4, . . + 1 = 5, . . — 1 = 4,
3 + 2 = . . , 5 — 2 = . . , 3 + . . = 5, 5 — . . = 3, . . + 2 = 5, . . — 2 = 3,
2 + 3 = . . , 5 — 3 = . . , 2 + . . = 5, 5 — . . = 2, . . + 3 = 5, . . — 3 = 2,
1 + 4 = . . , 5 — 4 = . . , 1 + . . = 5, 5 — . . = 1, . . + 4 = 5, . . — 4 = 1,
5 — 5 = . . , 5 — . . = 0, . . — 5 = 0,
5 = 4 + . . , 4 = 5 — . . , 5 = 3 + . . , 3 = 5 — . . , 5 = 2 + . . ,
2 = 5 — . . , 5 = 1 + . . , 1 = 5 — . . ?

Die ergänzten Gleichungen sind nachträglich zu schreiben.

9) Der Lehrer lasse die folgenden Summen oder Unterschiede bilden und jedesmal die vollständigen Gleichungen aussprechen und schreiben:

(A.) 2 + 1, 3 — 2, 1 + 3, 5 — 4, 2 + 2, 3 — 3, 1 + 4, 5 — 5, 1 + 1, 2 — 2,
4 + 1, 5 — 3, 2 — 1, 3 + 1, 4 — 2, 2 + 3, 4 — 1, 5 — 2, 1 + 2, 4 — 4,
3 + 2, 1 — 1, 4 — 3, 3 — 1, 4 — 4, 5 — 1.

10) Der Lehrer lasse angeben, was man je zur ersten der folgenden Zahlen hinzufügen muß, wenn die zweite sich ergeben soll (die betreffende Gleichung ist auszusprechen und zu schreiben): 1, 5; 2, 4; 3, 5; 1, 3; 2, 5; 1, 2; 3, 4; 1, 4; 2, 3; 4, 5. Die Antworten lauten: „Zu 1 muß man 4 hinzufügen, wenn man 5 erhalten soll, 1 + 4 = 5" ꝛc.

11) Der Lehrer lasse angeben, was man je von der ersten der folgenden Zahlen abziehen muß, wenn die zweite sich ergeben soll (die betreffende Gleichung ist auszusprechen und zu schreiben): 4, 1;

5, 3; 3, 2; 5, 2; 4, 0. Die Antworten lauten: „Von 4 muß man 3 abziehen, um 1 zu bekommen, 4 — 3 = 1 ꝛc.

12) Der Lehrer lasse angeben, von was man je die erste der folgenden Zahlen abziehen muß, damit man die zweite erhält. Die betreffende Gleichung ist auszusprechen und zu schreiben: 2, 1: 1, 4; 1, 1; 2, 3; 4, 0; 1, 3; 2, 3; 3, 1; 1, 0; 1, 2; 3, 0; 4, 1; 2, 0; 3, 2. Die Antworten lauten: „2 muß man von 3 abziehen, wenn 1 bleiben soll, 3 — 2 = 1 ꝛc.

Angewandte Aufgaben.

1) Otto hat auf seinem Rosenstock 3 Rosen, Emil hat 2. Wieviel Rosen haben sie zusammen.

2) Friedrich hatte auf seinem Rosenstock 5 Rosen. Am nächsten Morgen waren 3 verblüht, die andern pflückte er. Wieviel waren dies? u. s. w. 1—12.

3. Die Zahl Zehn und die Zehner.

1) Schreibet auf eurer Schiefertafel in die 9 ersten Fächer der ersten wagrechten Reihe je einen Kreis und setzet über jedes Fach diejenige Zahl, welche dasselbe beim Abzählen von links nach rechts trifft. „Welche Zahl stellen sämtliche Kreise vor?“ Antwort: „Die Zahl neun“. Nun stellet auch noch in das folgende Fach, also in das letzte vor dem starken senkrechten Strich, einen Kreis. Jetzt habt ihr neun Kreise und noch einen Kreis. Neun Kreise und noch ein Kreis aber sind zehn Kreise. Alle Kreise, die ihr da gezeichnet habt, zusammen stellen also die Zahl zehn oder einen Zehner vor.

Diese Zahl zehn ist nun aber eine sehr wichtige Zahl, die wir uns genau betrachten müssen, obwohl wir zunächst noch nicht im stande sind, sie zu schreiben, da die Zahl neun die letzte Zahl ist, welche eine eigene Ziffer hat. — „An welchen Gliedern unseres Leibes kommt die Zahl zehn vor?“ Antwort: „An den Fingern (und Zehen)“.

N. N. Zähle du einmal deine Finger! Du auch! Du auch! Alle miteinander! N. N. Bring mir deine Tafel heraus! Zähle die Striche, welche ich hier gemacht habe (der Lehrer macht drei Striche auf die Tafel des Schülers), stille für dich! Nun denke dir, die ganze Klasse bestehe aus lauter tauben Schülern, von denen keiner ein Wort hört, aber jeder gute Augen hat, und du sollest ihnen von hier aus, ohne dich von der Stelle zu bewegen, mitteilen, wieviel Striche ich gemacht habe. Kannst du das? Wer kanns? Probiere einmal, ob du es mit deinen Fingern zu stande bringst — N. N. Teile du in gleicher Weise durch Fingersprache den andern mit, wieviel Striche dies sind (der Lehrer macht der Reihe nach 1, 2, 3 u. s. w. bis 10 Striche)! Stellet alle mit einander durch Fingersprache die Zahlen 5, 3, 7, 2, 8, 6, 3, 9, 4, 1 dar! — ebenso die durch die folgenden Kreise ausgedrückten Zahlen (der Lehrer füllt nach und nach die zehn ersten Fächer der obersten Reihe mit Kreisen aus)! Schließlich füllt der Lehrer die zehn ersten Fächer der ersten Reihe und noch ein Fach der zweiten Reihe aus und fragt: „Wer kann mir die durch alle diese Kreise zusammen vorgestellte Zahl durch Fingersprache darstellen?“ Sollte auf die Frage keine Antwort erfolgen, so streckt er rasch hintereinander zuerst alle zehn Finger und dann einen aus. — Der Lehrer füllt hierauf in der zweiten wagrechten Reihe noch ein Fach, dann noch ein Fach ꝛc., aus, etwa bis er im ganzen fünfzehn Kreise hat, und läßt jedesmal von den Schülern durch Fingersprache angeben, wieviel Kreise da sind.

Der Lehrer stelle durch Klopfen auf den Tisch die Zahlen 3, 7, 5, 9, 2, 8, 1, 6, 4, 10, 11, 15, 13. 18, 14, 17, 12, 16, 19 dar. Die Schüler zählen jedesmal an den Fingern nach und geben die Zahl der ausgeführten Schläge durch Ausstrecken der betreffenden Zahl von Fingern und durch Aussprechen des betreffenden Zahlworts an. Kommen sie dabei an die Zahl elf, so werden sie mit dem Zahlwort für dieselbe zuerst in Verlegenheit sein, doch aber ohne Zweifel durch wiederholtes Ausstrecken darauf kommen, daß sie sagen: es sind zehn Finger und noch einer ꝛc. — Nun zeiget zuerst mit den Fingern und schreibet dann mittelst Ringlein, die ihr in die Fächer hineinzeichnet, auf die Tafel (ein Schüler schreibt an die Wandtafel), wie oft ich klopfe. (Jedesmal, wenn der Lehrer klopft, wird ein Ringlein gemacht.) Der Lehrer klopft 7, 5, 2, 1, 4, 8, 2, 9, 6, 10, 16, 14, 18, 11, 19, 15, 12, 17, 13mal, und fragt jedesmal, wie oft habe ich geklopft? Welche Zahl habe ich also durch Klopfen dargestellt? Kommt der Lehrer an die Zahl Sechzehn, so zeigt er, wenn die Schüler nicht selbst darauf kommen, daß man, um diese Zahl mit Ringen darzustellen, am besten ganz ähnlich verfährt wie bei der Darstellung derselben mit den Fingern, nämlich so, daß man, wenn zehn Ringlein in die erste Reihe eingetragen sind, die folgenden in die nächste Reihe setzt. Dann springt nämlich auf einen Blick in die Augen, daß die Antwort auf die obige Frage ist: „zehn und sechs" oder „sechsüberzehn". — Ebenso erhält man weiterhin die Zahlen „zehn und vier" oder „vierüberzehn" u. s. f. bis „zehn und neun", oder „neunüberzehn".

2) Die Zahlwörter „eins über zehn, zwei über zehn, drei über zehn rc." sind nun aber in dieser Form nicht in den Sprachgebrauch übergegangen, sondern haben in doppelter Hinsicht eine veränderte Form angenommen. Zunächst nämlich sind diese Wörter sämtlich dadurch zusammengezogen oder abgekürzt worden, daß das Wörtchen „über" bei allen weggelassen ist, so daß man statt „dreiüberzehn, vierüberzehn rc." einfach sagt „dreizehn, vierzehn rc." Außerdem aber haben die zwei Wörter „einsüberzehn", „zweiüberzehn" in der Hauptsache diejenige Form, welche sie im Altgothischen hatten, mit wenig Abänderungen beibehalten. Im Altgothischen drückte man nämlich das Wort „zehn" durch „lif" aus (s. Jakob Grimms Geschichte der deutschen Sprache 1853 I. S. 171. 172), welches mit dem litthauischen „lika" verwandt und wie dieses auf „dika" und damit auf die griechische und lateinische Bezeichnung für zehn, nämlich deka und decem zurückzuführen ist, so daß man statt „einsüberzehn" und „zweiüberzehn" die Wörter: „ainlif" und „twalif" hatte. Aus „ainlif" und „twalif" aber ist im althochdeutschen „einlif" und „zwelif" und im neuhochdeutschen durch weitere Verkürzung „elf" (vor wenigen Jahren noch „eilf" geschrieben) und „zwölf" geworden.

Der Lehrer schreibe mittelst Punktreihen die Zahlen 1 bis 19 an die Wandtafel und zwar so, daß bei jeder Zahl, welche größer als 10 ist, in das erste Fach 10 Einer, in das zweite die übrigen Einer gestellt, je zwei Zahlen aber durch einen starken wagrechten Strich getrennt werden, und lasse diese Zahlen zuerst der Reihe nach, dann in beliebiger Ordnung ablesen.

3) Der Lehrer schreibt an der Wandtafel, die Schüler schreiben in ihren Heften mit Punkten die Zahl 19. Sind die Punkte gemacht, so füllen Lehrer und Schüler auch noch das letzte Fach der zweiten Reihe aus. „Welche Zahl stellen alle diese Punkte vor?" Antw.: „Zwei Zehner." Der Lehrer füllt ebenso 3, 4 rc. bis 9 Zehnerreihen aus und läßt jedesmal die von sämtlichen Punkten vorgestellte Zahl angeben, also „drei Zehner, vier Zehner rc." — Der Lehrer läßt von den Schülern der Reihe nach 3, 4, 5 rc. bis zu 9 Zehnerreihen ausfüllen und jedesmal die durch sämtliche Punkte vorgestellte Zahl angeben, sodann aber läßt er irgend eine Zahl von Zehnerreihen ganz ausfüllen und in die nächste Reihe noch eine beliebige Zahl von Punkten setzen. Die Schüler haben jedesmal die von sämtlichen Punkten vorgestellte Zahl in der Form anzugeben, daß sie sagen: 6 Zehner und 5 Einer, 2 Zehner und 8 Einer rc. Für Zahlen, welche aus mehreren ganzen Zehnern oder aus mehreren ganzen Zehnern und noch einigen Einern bestehen, hat aber die Sprache wieder ihre besonderen Ausdrücke. Wir haben eben gesehen, daß im gothischen für 10 das Wort „lif" gebräuchlich war. Die Gothen hatten aber für 10 auch noch ein weiteres Wort, nämlich tigus oder tigjus (Neutrum tehund), das ebenfalls auf das griechische deka oder auf das lateinische decem zurückzuführen ist und aus diesem wurde im Althochdeutschen die Silbe zuc mit der Femininalform zô. Indem man aber zuc und zô zur Bezeichnung des Zehners gebrauchte, wenn es sich darum handelte, einen oder mehrere ganze Zehner zu bezeichnen, erhielt man zur Bezeichnung von zwei Zehnern, drei Zehnern u. s. f. bis zu neun Zehnern die Wörter zueinzuc, drizuc, fiorzuc,

fimfzuc, sehszuc, sibunzô, ahtozô, niunzô. zô kam später außer Gebrauch und zuc ging im Mittelhochdeutschen in zec, im Neuhochdeutschen in „zig" über, so daß wir jetzt statt „zwei Zehner, drei Zehner ꝛc." sagen „zwanzig (mittelhochdeutsch zweinzec), dreißig ꝛc. Hat man aber eine aus Zehnern und Einern bestehende Zahl, wie „zweiüberzwanzig, fünfüberdreißig", so setzt unsere neuhochdeutsche Sprache in diesem Zusammenhang statt des Wörtchens „über" das Wörtchen „und" ein und sagt: „zweiundzwanzig, fünfunddreißig ꝛc."

Der Lehrer stelle an der Wandtafel mit Punktreihen die Zahlen siebzehn, vierundzwanzig, zweiunddreißig, sechsundfünfzig, dreiundsechzig, fünfundachtzig dar. Die Schüler lesen diese Zahlen und die übrigen im Aufgabenheft aufgeführten ab. (A.)

Der Lehrer diktiere die Zahlen 28, 14, 45, 37, die Schüler schreiben dieselben mit Punktreihen, einer an die Wandtafel, die andern auf ihre Schiefertafeln.

4) Will man Zahlen, welche aus Zehnern oder aus Zehnern und Einern bestehen, mit Ziffern schreiben, so kann man dies zunächst in der Art thun, daß man zwei senkrechte Fächer macht, in deren eines die Zahl der vorhandenen Zehner, in deren anderes die Zahl der vorhandenen Einer mittelst der entsprechenden Ziffer eingetragen wird. Setzt man dabei, wie dies stets geschieht, das Zehnerfach links, das Einerfach rechts, und setzt über das erste den Buchstaben „Z" oder das lateinische Zeichen für zehn, „X", über das zweite den Buchstaben „E" oder das lateinische Zeichen für eins „I", so nimmt die schriftliche Darstellung der obigen Zahlen 17, 24, 32, 56, 63, 85, 28, 14, 45, 37 folgende Form an:

(A.)

Z	E		Z	E		Z	E		X	I		X	I		X	I	
1	7		2	4		3	2	oder	1	7		2	4		3	2	u. s. w.

Der Lehrer diktiert, der Schüler schreibt in eben dieser Form 39, 64, 81, 25, 96, 52, 77, 48, 13.

Der Schüler lese die Zahlen:

(A.)

Z	E		Z	E		Z	E		X	I		X	I		X	I		X	I
7	3		6	9		1	8		5	7		8	1		2	2		3	6

4) Hat man einmal eine Reihe von Zahlen so geschrieben und sich dabei daran gewöhnt, daß bei zweiziffrigen Zahlen, welche gelesen oder geschrieben werden, die äußerste Ziffer rechter Hand stets Einer, die links neben ihr stehende stets Zehner, also auch umgekehrt, wo zwei Ziffern neben einander stehen, die erste linker Hand Zehner, die zweite Einer bedeutet, so kann man leicht jede aus Einern und Zehnern bestehende Zahl ohne Fachwerk schreiben und ebenso jede zweiziffrige, ohne Fachwerk geschriebene Zahl lesen.

Der Lehrer diktiert die Zahlen 15, 12, 28, 23, 37, 39, der Schüler schreibt jede zuerst durch Eintragen von Punkten in die Zehnerreihe, dann durch Eintragen der Zehnerziffer und der Einerziffer in die überschriebenen senkrechten Fächer, endlich ohne Fachwerk mit den beiden Ziffern.

Der Schüler lese direkt ab: (A.) 42, 94, 15, 53, 27, 66, 78, 89, 31. — Der Lehrer diktiere, der Schüler schreibe ohne weitere Hilfsmittel 63, 48, 32, 24, 57, 79, 81. Beim Schreiben hat der Schüler immer den Zehner zuerst zu setzen!

5) Eine eigentümliche Schwierigkeit entsteht, wenn es sich um das Schreiben eines oder mehrerer voller Zehner, also um das Schreiben einer der Zahlen zwanzig, dreißig, vierzig ꝛc. handelt. Will man nämlich 20 schreiben, so muß die Ziffer 2 in die Stelle der Zehner kommen. Die Stelle der Zehner wird aber erst dadurch zur Stelle der Zehner, daß die Stelle der Einer rechts neben ihr steht, und Einer sind doch keine da. Offenbar ist da nur dadurch zu helfen, daß man in die Stelle, in welcher die Einer stehen würden, wenn solche da wären, irgend ein Zeichen stellt, welches eben das anzeigt, daß da die Einer stehen sollten, daß aber keine da sind. Das Zeichen, welches man zu diesem Zweck benützt, ist die früher schon gebrauchte Null. Mit ihrer Hilfe erhält man für die Zahlen zwanzig, dreißig, vierzig ꝛc. die Zahlzeichen 20, 30, 40 ꝛc.

Leset in der folgenden Tabelle 1) die senkrechten, 2) die wagrechten Reihen nach einander ab:

(A.)

60	20	4	57	19	76	68	92	30	79
71	6	14	69	32	58	80	47	5	89
56	61	31	70	10	48	33	59	78	21
9	15	55	49	72	90	77	22	46	87
95	81	62	11	91	23	93	34	64	74
86	16	2	54	63	8	24	45	85	50
67	40	82	27	12	53	88	73	35	65
83	17	96	39	1	26	44	97	51	99
41	7	28	13	43	38	52	25	66	36
18	94	42	3	29	75	84	37	98	28

Der Lehrer diktiert irgend beliebige der in dieser Tafel stehenden Zahlen!

4. Messen und Teilen.

1. Messen.

a) Messen und wiederholtes Abziehen.

1) Schreibe mit Strichen einen Zweier! (zwei Striche!) nimm einen Einer weg! (ein Strich wird durchgestrichen — nicht ausgelöscht!) nimm noch einen weg! (durchstreichen!) Wie oft kannst du einen Einer von einem Zweier, eins von zwei wegnehmen? Merket: 1 kann ich von 2 2mal wegnehmen. Sage diesen Satz nach! Du auch! Du auch! Alle zusammen! Behandle ebenso den Dreier und Einer, den Vierer und Einer u. s. w. bis zum Zehner und Einer.

Schreibe einen Zweier! (zwei Striche!) Mache aus ihm lauter Einer! (Der Schüler trennt den ersten Einer vom zweiten durch einen längern senkrechten Strich.) Wieviel Einer kannst du aus dem Zweier machen? Zähle dieselben. Wieviele Einer sind in einem Zweier enthalten? Abzählen! Wie oft ist 1 in 2 enthalten? — Merket: 1 ist in 2 2mal enthalten. Nachsagen! Du! Du! Alle zusammen! — Schreibe einen Dreier! Nimm einen Einer weg! Nimm noch einen weg! rc. Wie oft kannst du einen Einer von einem Dreier wegnehmen? — Schreibe einen Dreier! Mache aus ihm lauter Einer! rc.

Behandle ebenso den Vierer und Einer, Fünfer und Einer u. s. w. bis zum Zehner und Einer!

2) Schreibe einen Einer! Nimm einen Einer weg! Wie oft kannst du einen Einer von einem Einer wegnehmen? Wie oft ist 1 in 1 enthalten? Saget den Satz nach: 1 ist in 1 1mal enthalten! (zuerst einzelne, dann alle zusammen). — Schreibe einen Zweier! Nimm einen Zweier weg! Wie oft kannst du rc.? Behandle ebenso den Dreier, Vierer, Fünfer u. s. w. bis zum Zehner!

3) Schreibe mit Strichen einen Dreier! Nimm einen Zweier weg! (zwei Striche werden durchgestrichen.) Kannst du noch einen Zweier wegnehmen? Aber etwas bleibt übrig, was? Antwort: Ein Einer. Merket: Von 3 kann man 2 1mal wegnehmen, 1 bleibt übrig. Saget den Satz nach! — Schreibe einen Dreier, mache aus ihm so viele Zweier als du kannst! (Ein Zweier wird durch einen längeren senkrechten Strich abgeschnitten.) Wieviel Zweier kannst du aus dem Dreier machen und was bleibt übrig? Wie oft ist also 2 in 3 enthalten? Merket: 2 ist in 3 1mal enthalten, 1 bleibt übrig.

4) Schreibe einen Vierer! Nimm einen Zweier weg! Nimm noch einen Zweier weg! Wieviele Zweier kannst du von einem Vierer wegnehmen? Merket: rc. — Schreibe einen Vierer! Mache aus demselben soviele Zweier als du kannst! u. s. w. — Verfahre ebenso mit 5 und 2, 6 und 2 rc. bis 10 und 2. — Behandle in gleicher Weise 3 und 3, 4 und 3, 5 und 3 rc. bis 10 und 3. — Desgleichen 4 und 4, 5 und 4 rc.; 5 und 5, 6 und 5 rc. u. s. w. bis zu 10 und 10.

b) Eigentliches Messen.

1) Der Lehrer läßt dieselben Übungen in beliebiger Reihenfolge in der Art wiederholen, daß er Linien von 1, 2, 3 ꝛc. bis 10 dm Länge an die Wandtafel zeichnet und bald die eine, bald die andere dieser Linien durch einen Schüler mit einem Eindezimeterstäbchen oder mit einem Zweidezimeterstäbchen oder mit einem Dreidezimeterstäbchen ꝛc. wirklich messen läßt. Um dies ausführen zu können, muß 1) an der Wandtafel die schon in der Einleitung erwähnte Teilung nach Dezimetern angebracht, 2) müssen außer dem Meterstab noch 9 Stäbe von 1, 2, 3 ꝛc. dm Länge, auf deren jedem die Dezimeterteilung deutlich sichtbar ist, vorhanden sein.

Handelt es sich also etwa um die Messung einer Achtdezimeterlinie mit dem Zweidezimeterstäbchen, so hat sich der Schüler zuerst durch Abzählen davon zu überzeugen, daß er eine Achtdezimeterlinie vor sich und ein Zweidezimeterstäbchen in der Hand hat. Nun legt er von einem Ende der Linie anfangend sein Zweidezimeterstäbchen auf, macht an dessen Endpunkt einen Querstrich durch die Linie, sagt dann, während er das Stäbchen wegnimmt, mit lauter Stimme „Eins!“, legt hierauf von dem gemachten Endpunkt aus das Stäbchen zum zweitenmal auf, bezeichnet den neuen Endpunkt durch einen zweiten Querstrich, sagt, indem er das Stäbchen wegnimmt, mit lauter Stimme „Zwei!“ ꝛc. Hat er das Stäbchen zum viertenmal weggenommen und „Vier“ gesagt, so fragt der Lehrer: Welche Zahl hast du da als letzte ausgesprochen? Diese Zahl nennt man die Maßzahl, sie giebt an, wie oft das Stäbchen in der ganzen Linie enthalten ist. Wir haben also den Satz: Mißt man eine Achtdezimeterlinie mit einer Zweidezimeterlinie, so ergiebt sich als Maßzahl 4, oder: 8 mit 2 gemessen ist 4. — Saget diese beiden Sätze nach! Du! Du! Alle zusammen! — Ist eine Neundezimeterlinie mit dem Zweidezimeterstäbchen zu messen, so ist das Verfahren das gleiche. Die Schlußfragen lauten: Was ergiebt sich als Maßzahl? Was bleibt übrig? — Also der Satz: Wird eine Neundezimeterlinie mit einer Zweidezimeterlinie gemessen, so ergiebt sich als Maßzahl 4, 1 Dezimeter bleibt übrig. — Oder: 9 mit 2 gemessen ist 4, Rest 1.

2) Der Lehrer lasse in gleicher Weise folgende Messungen mittelst der betreffenden Stäbchen ausführen und jedesmal die zugehörige Gleichung schreiben: 1 mit 1, 2 mit 1, 3 mit 1 ꝛc. bis 10 mit 1; 2 mit 2, 3 mit 2, 4 mit 2 ꝛc. bis 10 mit 2; 3 mit 3, 4 mit 3 ꝛc.; 5 mit 3 ꝛc. bis 10 mit 3; 4 mit 4, 5 mit 4 ꝛc. bis 10 mit 4 u. s. f. bis 10 mit 10. — Beim Schreiben der Gleichung wird statt der Worte „gemessen mit“ ein Doppelpunkt gesetzt, ein sich ergebender Rest aber am Schluß der Gleichung in eine Klammer gestellt, so daß die Gleichungen lauten: 1 : 1 = 1, 2 : 1 = 2, 3 : 1 = 3 ꝛc., 2 : 2 = 1, 3 : 2 = 1 (1) ꝛc.

Ergänze die folgenden Gleichungen: 1 : 1 = . ., 2 : 2 = . ., 2 : 1 = . ., 3 : 3 = . ., 3 : 2 = . ., 3 : 1 = . ., 4 : 4 = . ., 4 : 3 = . . ꝛc.

3) Der Schüler schreibe jede der Zahlen von 1 bis 10 mit Punkten zuerst als eine Reihe von Einern, dann als eine Reihe von Zweiern, hierauf als eine Reihe von Dreiern u. s. f., so daß man z. B. für die Zahl 7 erhält:

```
.   . .   . . .   . . . .   . . . . .   . . . . . .
.   . .   . . .   . . .     . .         .
.   . .   .
.   .
.
.
.
```

Der Lehrer frage sodann: Wie oft 1 in 7, 2 in 7, 3 in 7 ꝛc. enthalten. — Die betreffende Gleichung ist jedesmal auszusprechen und zu schreiben, also 7 : 1 = 7, 7 : 2 = 3 (1) ꝛc.

4) Welche der Zahlen 1 bis 10 lassen sich ohne Rest als Einerreihe, welche ohne Rest mit

Zweierreihen, welche ohne Rest mit Dreierreihen u. s. w. u. s. w., welche ohne Rest mit Zehnerreihen schreiben? Schreibe jedesmal die betreffende Gleichung, und zwar zuerst in der Reihenfolge

(A.) 1 : 1 = 1, 2 : 1 = 2, 3 : 1 = 3, 4 : 1 = 4, 5 : 1 = 5 ꝛc.; 2 : 2 = 1, 4 : 2 = 2, 6 : 2 = 3, 8 : 2 = 4, 10 : 2 = 5; 3 : 3 = 1, 6 : 3 = 2, 9 : 3 = 3; 4 : 4 = 1, 8 : 4 = 2; 5 : 5 = 1, 10 : 5 = 2; 6 : 6 = 1 ꝛc.;

dann in der Reihenfolge

(A.) 1 : 1, 2 : 2, 2 : 1; 3 : 3, 3 : 1; 4 : 4, 4 : 2, 4 : 1; 5 : 5, 5 : 1; 6 : 6, 6 : 3, 6 : 2, 6 : 1; 7 : 7, 7 : 1; 8 : 8, 8 : 4, 8 : 2, 8 : 1; 9 : 9, 9 : 3, 9 : 1; 10 : 10, 10 : 5, 10 : 2, 10 : 1.

5) Von allen Zahlen, welche ohne Rest in Zweierreihen geschrieben, also auch ohne Rest durch 2 gemessen werden können, sagt man, sie seien durch 2 teilbar, von allen Zahlen, welche ohne Rest in Dreierreihen geschrieben, also ohne Rest durch 3 gemessen werden können, sagt man, sie seien durch 3 teilbar u. s. w.

Welche Zahlen von 1 bis 10 sind durch 2, welche durch 3, welche durch 4 ꝛc. teilbar? Der Schüler schreibe diese Zahlen und etwa auch die zugehörigen Gleichungen, also z. B.:

(1); 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; 1 : 1 = 1, 2 : 1 = 2 ꝛc.

(2); 2, 4, 6, 8, 10; 2 : 2 = 1, 4 : 2 = 2 ꝛc.

(3); 3, 6, 9; 3 : 3 = 1, 6 : 3 = 2, 9 : 3 = 3 u. s. w.

6) Schreibe in Zweierreihen oder, was dasselbe ist, in Paaren: a) diejenigen Zahlen, welche ohne Rest, b) diejenigen, welche nur mit Rest sich in solchen Reihen schreiben lassen:

2 4 6 8 10 1 3 5 7 9

Alle Zahlen, welche sich ohne Rest in Zweierreihen oder in Paaren schreiben lassen, also alle Zahlen, welche durch 2 teilbar sind, nennt man paarige oder gerade Zahlen, alle Zahlen, welche sich nur mit einem Rest in Zweierreihen schreiben lassen, also alle Zahlen, welche durch 2 nicht teilbar sind, nennt man unpaarige oder ungerade Zahlen.

Sage du mir die geraden Zahlen von 1 bis 10 aufwärts, abwärts; die ungeraden aufwärts, abwärts; die geraden aufwärts, die ungeraden abwärts; die ungeraden aufwärts, die geraden abwärts; die ungeraden abwärts, die geraden aufwärts; die geraden abwärts, die ungeraden aufwärts.

Dasselbe Du! Du! ꝛc. Alle zusammen!

2. Teilen.

(Für die folgende Ausführung müssen dem Lehrer eine größere Zahl von Ruten, welche 1 m lang oder etwas länger sind, zu gebot stehen. Dieselben werden am besten von den Schülern selbst mitgebracht.)

1) Macht man aus einem Meter zwei gleiche Teile, so nennt man einen solchen Teil einen halben Meter, macht man aus einem Meter drei gleiche Teile, so nennt man einen solchen Teil einen Drittelmeter u. s. w. Wir wollen uns nun eine Anzahl halbe Meter und eine Anzahl Drittelmeter ꝛc. machen und sehen, was wir mit denselben anfangen können.

Der Lehrer nimmt der Reihe nach 5 Ruten, schneidet jede vor den Augen der Schüler auf 1 m Länge ab und teilt sie in 2 gleiche Teile, zeigt auch jedesmal durch Nebeneinanderlegen der beiden Teile, daß diese gleich sind, also jeder ein halber Meter ist. Nachdem sämtliche halbe Meter auf einen Haufen gelegt sind, nimmt er zuerst 2 halbe Meter, legt sie der Länge nach so aneinander, daß sie eine Rute zu bilden scheinen, und läßt die ganze Länge durch einen Schüler mit dem Meterstab messen. „Wieviel machen die 2 halben Meter zusammen aus?“ Merket: 2 halbe Meter sind ein ganzer Meter. Nachsagen!

Der Lehrer läßt sich 3 halbe Meter geben, hält 2 derselben so, daß sie zusammen einen ganzen Meter bilden, und stellt den dritten daneben. Was machen 3 halbe Meter zusammen aus? Merket: 3 halbe Meter sind ein und ein halber Meter oder anderthalb (der zweite halb) Meter. Dasselbe mit 4 halben Metern! Der Lehrer stellt zuerst 2 zusammen, dann die beiden andern. Dasselbe mit 5, 6 ꝛc. bis 10 halben Metern!

Der Lehrer läßt sich 4 neue Ruten geben, schneidet jede auf die Länge von 1 m ab und teilt sie dann in 3 gleiche Teile (zu $33^1/_3$ cm oder stark 33 cm). Er läßt hierauf 10 der neuen Teile auf einen Haufen legen und frägt: Wie werde ich jede dieser kleinen Ruten bezeichnen? was ist eine dieser kleinen Ruten? Nun läßt er sich 2 Stücke geben, legt sie der Länge nach aneinander und läßt von einer neuen Rute ein gleich großes Stück abschneiden und frägt: Wie lang ist dieses letztere? Antwort: Zwei Drittelmeter lang.

Ebenso mit 3 Stücken! „Was machen 3 Drittelmeter aus?“ In derselben Weise fährt er fort bis zu 10 Stücken und behandelt dann ganz ähnlich auch noch Viertelmeter und Fünftelmeter.

2) Der Lehrer sorgt zunächst für 5 Stäbe (Teilungsstäbe) von je 1 m Länge, deren erster ungeteilt ist während die andern auf eine in die Augen fallende Weise der Reihe nach in 2, 3, 4, 5 gleiche Teile geteilt sind (vergl. des Verfassers „Aufgaben für den Rechenunterricht“, II. § 1 und 2 nebst Schlüssel, Heilbronn, A. Scheurlen).

Er nimmt nun bald den einen, bald den andern dieser Stäbe in die Hand, bezeichnet irgend ein Stück desselben und läßt dasselbe benennen. Er läßt sodann je durch einen Schüler unter den 5 Stäben denjenigen auswählen, mit welchem die Länge von $^2/_3$, $^3/_5$, $^1/_2$, $^2/_4$, $^1/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^1/_4$ m abgemessen werden können und läßt je das durch den Bruch bezeichnete Stück vorzeigen.

3) Der Lehrer stellt wieder eine Reihe Ruten von je 1 m Länge her und sagt den Schülern, sie sollen sich unter diesen Stäben irgend etwas wertvolles denken, also etwa Silberdraht oder, was ihnen vielleicht näher liegt, Süßholz. — Nun läßt er 2 Schüler vortreten und giebt ihnen eine Rute mit der Weisung, dieselbe unter Anwendung des betreffenden Teilungsstabes unter sich zu teilen (der Lehrer schneidet sie an der Stelle, welche der Schüler bezeichnet, wirklich durch). Wieviel erhält jeder? Was ist die Hälfte von 1 m? Was ist die Hälfte von 1? Was ist 1 geteilt durch 2? Nun kommen 2 andere Schüler und erhalten zusammen 2 Ruten, welche sie unter sich teilen sollen. Was ist die Hälfte von 2 m? Was ist die Hälfte von 2? Was ist 2 geteilt durch 2? — Ebenso 2 Schüler und 3 Ruten. Jeder nimmt eine, die dritte wird halbiert. Was ist ꝛc.? — Ebenso 2 Schüler und 4 Ruten, 2 Schüler und 5 Ruten u. s. w. bis 2 Schüler und 10 Ruten.

3 Schüler und 1 Rute. Jeder erhält eine Drittelrute. Was ist ꝛc. — 3 Schüler und 2 Ruten. Zuerst wird die erste Rute geteilt und dann die zweite, jeder Schüler erhält 2 Stücke, also 2 Drittelmeter. Was ist ꝛc. — Ebenso 3 Schüler und 3 Ruten ꝛc. bis 3 Schüler und 10 Ruten.

Die gleichen Übungen auch noch mit 4 Schülern und 5 Schülern.

4) Soll das, was wir hier von der Teilung gelernt haben, in Form von Gleichungen geschrieben werden, so ist zweierlei zu merken: 1) für das Wort „geteilt durch“ haben wir dasselbe Zeichen wie für die Worte „gemessen mit“, nämlich den Doppelpunkt (:), 2) zum Schreiben der Ausdrücke „ein halb, ein drittel, ein viertel ꝛc.“ benützen wir einen wagrechten Strich (Bruchstrich) und diejenigen zwei Zahlen, welche in jedem dieser Ausdrücke verwendet sind, und zwar so, daß von diesen Zahlen diejenige, welche angiebt, in wieviel Teile das ganze geteilt ist, und welche eben damit den Teilen ihren Namen giebt und deshalb Nenner heißt, unter den Strich, diejenige aber, welche angiebt, wieviele von diesen Teilen man hat,

welche also die vorhandenen Teile zählt und deshalb Zähler heißt, über den Strich gestellt wird. Zur Bezeichnung von „ein halb, ein drittel, zwei drittel, drei viertel" dienen also die Zahlzeichen ½, ⅓, ⅔, ¾. Man nennt diese Zahlzeichen Brüche, weil sie zur Bezeichnung von geteilten oder gebrochenen Größen dienen.

Der Schüler lese die folgenden Brüche: (A.) ¼*), ½, ³/₃, ⅕, ¾, ²/₂, ⅘, ⅔, ⁴/₄, ⅗, ⅖, ²/₄, ⅘, ⁵/₅ und zeige die durch jeden vorgestellte Länge an dem betreffenden Teilungsstab auf.

Der Lehrer zeige verschiedene der durch die obigen Brüche angegebenen Längen an den Teilungsstäben auf und lasse von den Schülern jede derselben durch den entsprechenden Bruch bezeichnen.

5) Der Lehrer läßt einen Teil von Nro. 3 in der Art wiederholen, daß er die Antwort jedesmal in Form einer Gleichung schreibt oder schreiben läßt, also $1 : 2 = \frac{1}{2}$, $2 : 2 = 1$, $3 : 2 = 1\frac{1}{2}$ u. s. w., $1 : 3 = \frac{1}{3}$, $2 : 3 = \frac{2}{3}$ 2c.

Der Schüler lese die folgenden Gleichungen unter Ergänzung des fehlenden oder bilde die entsprechenden Gleichungen und schreibe jede Gleichung, die er gelesen hat, mit Ziffern!

(A.) 3 : 5 = . . , 7 : 4 = . . , 10 : 3 = . . , 8 : 2, 6 : 5, 9 : 4, 5 : 4, 2 : 3, 1 : 4, 10 : 2, 6 : 4, 2 : 5, 9 : 3, 5 : 2, 1 : 5, 7 : 3, 4 : 2, 3 : 2, 8 : 5, 7 : 2.

6) Der Lehrer läßt 2 Schüler vortreten und giebt ihnen 3 Ruten von je 1 m Länge, um sie unter sich zu teilen. Die Teilung machen sie zuerst so, daß sie eine Rute nach der andern unter sich teilen, dann so, daß jeder eine ganze Rute für sich nimmt und nur die dritte geteilt wird. Das erstemal ergiebt sich $3 : 2 = \frac{3}{2}$, das zweitemal $3 : 2 = 1\frac{1}{2}$. Wir haben also $3 : 2 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

Behandle ebenso, anfangs unter Benützung der Stäbe, dann ohne diese: 4 : 2, 9 : 2, 7 : 3, 5 : 4, 8 : 5, 6 : 2, 8 : 3, 9 : 4.

Man merke: Jede Division kann ohne weiteres in Bruchform geschrieben werden, weshalb der Bruchstrich auch als Divisionszeichen benützt und als Divisionszeichen gelesen wird.

Schreibe auf zweierlei Weise 5 dividiert durch 2, 2 dividiert durch 3 und das gleiche für die folgenden Zahlen: 8, 5; 3, 4; 6, 2; 8, 3; 5, 2; 7, 5.

Lies auf zweifache Art: ¾, ⁵/₃, ⁷/₂, ⁹/₃, ⁸/₅, ⁶/₄!

3. Messen und Teilen.

1) Nachdem wir nunmehr das Geschäft des Teilens und die Bruchform kennen gelernt haben, können wir auch das Geschäft des Messens, bei welchem uns oben in den meisten Fällen ein Rest blieb, vollständig ausführen. Der Lehrer zeichnet an die Wandtafel eine Linie von 1 dm Länge und läßt sie mit dem Eindezimeterstäbchen messen. 1 dm mit 1 dm gemessen, also überhaupt 1 mit 1 gemessen, giebt als Maßzahl 1, 1 dm : 1 dm = 1, 1 : 1 = 1. — Der Lehrer läßt eine Dezimeterlinie mit dem Zweidezimeterstäbchen messen. Welchen Teil des Stäbchens kannst du auf der Linie auftragen? Antwort: Die Hälfte. 1 dm mit 2 dm gemessen, also überhaupt 1 mit 2 gemessen, giebt als Maßzahl ½, $1 : 2 = \frac{1}{2}$ (1 gemessen mit 2c.). Nachsagen! Ebenso ergiebt 1 dm : 3 dm = ⅓, $1 : 3 = \frac{1}{3}$, 1 dm : 4 dm = ¼, $1 : 4 = \frac{1}{4}$ u. s. w.

2) Der Lehrer zeichnet eine Zweidezimeterlinie an die Wandtafel und läßt sie der Reihe nach mit dem Eindezimeterstäbchen, dann mit dem Zweidezimeterstäbchen, dann mit dem Dreidezimeterstäbchen 2c. messen. Es zeigt sich, daß sich das 1 dm-stäbchen 2mal, das 2 dm-stäbchen 1mal, von dem 3 dm-stäbchen aber ⅔, vom 4 dm-stäbchen ²/₄ oder ½ 2c. auftragen läßt, daß also 2 gemessen mit 1 als Maßzahl 2,

*) Im Druck sind behufs Raumersparnis schiefe Striche gemacht, beim Schreiben sind wagrechte zu machen.

2 gemessen mit 2 als Maßzahl 1 ꝛc. ergiebt, oder: daß $2 : 1 = 2$, $2 : 2 = 1$, $2 : 3 = \frac{2}{3}$, $2 : 4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $2 : 5 = \frac{2}{5}$ ꝛc ist.

Ebenso findet man, daß

3 dm mit 1 dm gemessen als Maßzahl 3, 3 dm mit 2 dm gemessen als Maßzahl $1\frac{1}{2}$,
3 „ „ 3 „ „ „ „ 1, 3 „ „ 4 „ „ „ „ $\frac{3}{4}$,
4 „ „ 1 „ „ „ „ 4 u. s. w. u. s. w. ergiebt.

3) Läßt man Messen und Teilen neben einander von 2 Schülern ausführen, wobei der eine das Messen, der andere das Teilen in der oben angegebenen Weise praktisch durchzuführen hat, und läßt jeden seine Gleichungen schreiben, so erhält man:

a) Messen:
(der Doppelpunkt heißt „gemessen mit“)
1 dm : 1 dm = 1, 1 : 1 = 1
1 dm : 2 dm = $\frac{1}{2}$, 1 : 2 = $\frac{1}{2}$
1 dm : 3 dm = $\frac{1}{3}$, 1 : 3 = $\frac{1}{3}$ ꝛc.
2 dm : 1 dm = 2, 2 : 1 = 2
2 dm : 2 dm = 1, 2 : 2 = 1

b) Teilen:
(der Doppelpunkt heißt „geteilt durch“)
durch 1 kann man keine Zahl teilen
1 dm : 2 = $\frac{1}{2}$ dm, 1 : 2 = $\frac{1}{2}$
1 dm : 3 = $\frac{1}{3}$ dm, 1 : 3 = $\frac{1}{2}$ ꝛc.
2 dm : 2 = 1 dm, 2 : 2 = 1
u. s. f.

Es ist ersichtlich, daß, wo man unbenannte Zahlen hat, zwischen Messen und Teilen kein Unterschied besteht. Man macht deshalb auch, wo es sich in der Schule oder im praktischen Leben um die wirkliche Ausführung von Rechnungen handelt, zwischen Messen und Teilen keinen Unterschied, bezeichnet vielmehr beides mit dem gemeinschaftlichen Namen „Dividieren“ und liest den Doppelpunkt (:), sehr häufig auch den Bruchstrich, als „dividiert durch“.

Schließlich möchte ich noch einige Worte über die Stellung der Dezimalbrüche sagen. Wie ich mir eine richtige Einsicht in die einfachsten Divisionen nicht denken kann ohne Zuhilfenahme der einfachsten Brüche, die ja dem Kinde, das in die Schule geht, dem Wesen nach zum großen Teile längst bekannt sind, so kann ich mir die richtige Ausführung der Division mit 10 und mit 100 und was damit im engsten Zusammenhang steht, die richtige Einsicht in den Stellenwert der Ziffern nicht denken ohne die einfachsten Dezimalbrüche. Die letzteren sind daher in den Unterricht einzureihen, sobald die Schüler zweiziffrige Zahlen zu lesen und zu schreiben und die einfachsten Rechnungsarten mit denselben auszuführen gelernt haben. Die Dezimalbrüche auf die gemeinen Brüche als ihre Grundlage zu stellen, ist gewiß verfehlt. Ich erlaube mir, da der Raum nicht reicht, um hier weiter auf die Sache einzugehen, in dieser Hinsicht auf meine Aufgaben für den Rechenunterricht I. 3. Aufl., Heilbronn, A. Scheurlen, zu verweisen.

Die Seite 4 erwähnten Bilder sind noch rechtzeitig zu stande gekommen und zwischen Seite 4 und 5 eingeklebt.