

A.

# I. Der Universal-Winkelmessapparat.

D. R. G. M. 183791.

(Dörffel & Faerber, Berlin, Friedrich-Str. 105 a,  
Fabrik und mech. Werkstatt für wissenschaftliche Instrumente).

Die Lehrpläne für die höheren Schulen Preussens vom Jahre 1901 bestimmen, dass beim Unterricht in der Mathematik eine propädeutische Behandlungsweise der Geometrie und Trigonometrie inne zu halten ist. Dabei sollen Modelle, Apparate und sonstige Hilfsmittel, die für die Anschaulichkeit und Vertiefung des Unterrichts geeignet erscheinen, herangezogen werden.

Den zuletzt angeführten Zwecken soll auch der von mir konstruierte Universal-Winkelmessapparat dienen, ein anschaulicher und leicht zu verstehender Messapparat, der für die praktischen Aufgaben der Mathematik, insbesondere für solche aus dem Gebiet der ebenen und sphärischen Trigonometrie, die vielseitigste Verwendung finden kann.

Seine Einrichtung und leichte Handhabung gestatten, neben anderweitigen Verwendungen, bei der Berechnung von Längendimensionen u. s. w. eine rasche und sichere Auffindung von beliebigen Horizontal- und Vertikalwinkeln, ähnlich wie bei einem Theodolit. Die Vertikalwinkel aber können am Winkelmessapparat nach zwei von einander völlig verschiedenen Methoden ermittelt werden, so dass die eine Messmethode als willkommene Ergänzung und Kontrolle der anderen angesehen werden kann. Die dabei in Betracht kommenden Messvorgänge werden die Anschaulichkeit des Unterrichts, das Interesse und das Verständnis der Schüler für trigonometrische Vermessungsaufgaben wesentlich erhöhen. Ausser diesem Vorteil, den die Benutzung des Apparats gewährt, ist noch ein anderer, von noch grösserer Bedeutung zu erwähnen. Durch Einführung einer verschiebbaren Millimeterskala, einer Halbkreiswinkelteilung in Verbindung mit einem Fadenpendel an der Messplatte des Apparats, ist man jederzeit in der Lage bei Vermessungsaufgaben Berechnungen von Längendimensionen u. s. w. sowohl mit allen Hilfsmitteln der Trigonometrie wie auch ohne diese, also auf zwei ganz von einander verschiedene Arten, ausführen zu können. Im letzteren Falle erfolgt die Lösung der Aufgabe mit Hilfe einfacher Proportionen aus den Seitenverhältnissen ähnlicher Dreiecke, welche bei den Vorgängen der Messoperationen durch den Apparat zustande kommen und für rechnerische Zwecke weiter verwertet werden. Die mit dem Apparat erzielten Messresultate entsprechen durchaus der Genauigkeit, wie sie der Schüler für seine Berechnungen in den trigonometrischen Uebungsbeispielen mit vier- und fünfstelligen Logarithmentafeln nötig hat.

Der Universal-Winkelmessapparat soll an Schulen ähnlichen Zwecken dienen, wie der aus der Präzisions- und Feinmechanik hervorgegangene allbekannte Theodolit, der, mit Fernrohr-Diopter, Lupe und sonstigen komplizierteren Vorrichtungen ausgerüstet, bei den grossen Gelände- und Landesvermessungen von den Berufsgeometern und Geodäten benutzt wird. Letztere sind, bei den mehr oder minder hohen Wertobjekten

zu ausserordentlich genauen Vermessungen und Berechnungen gezwungen und legen diesen daher, neben anderen sehr genauen Hilfsmitteln, die auf viele Dezimalstellen sicheren siebenstelligen Logarithmentafeln zu Grunde. Ebenso verfahren die Astronomen bei ihren ungemein sorgfältigen, feinen Messungen und Berechnungen im Gebiete der sphärischen Trigonometrie zur Ermittlung von irgend welchen Grössenbestimmungen auf der Erde und im Weltraum, da bei den ungeheuer grossen Weltraum-Entfernungen selbst die allerkleinsten Ungenauigkeiten im Messen schwer ins Gewicht fallen. Solche genaue und feine Winkelbestimmungen am Theodolit, die auf Grade, Minuten und Sekunden sich erstrecken, erfordern Uebung, sind zeitraubend und schwierig. Für den Schüler, der nur ein anschauliches Uebungsbeispiel bei seinen Vermessungen auf dem Schulhofe, auf freien Plätzen oder im Gelände haben soll, sind sie aber geradezu ungeeignet. Der Schüler soll nicht gleich an einem verwickelten und schwierigen Apparat der Feinmechanik, wie es der Präzisions-Theodolit ist, sondern an einem einfachen und leicht verständlichen Apparat Winkelgrössen und sonstige Messvorgänge in natürlichster Weise entstehen sehen. Es genügt durchaus, wenn er Horizontal- und Vertikal-Winkelbestimmungen auf ganze Grade, höchstens Zehntelgrade genau vornehmen kann. Er soll überhaupt nur einen klaren Begriff bekommen von den wichtigsten Messmethoden. Bei mathematischen Uebungsbeispielen verdienen kleinere Zahlen, die übersichtlich bleiben und wenig Zeit beanspruchen, den Vorzug. So wird der Schüler durch den Universal-Winkelmessapparat auch eine deutliche Vorstellung und ein klares Bild davon gewinnen, wie in der Berufstechnik Grössenbestimmungen aus Messungen und Berechnungen vorgenommen werden, denn alle Messoperationen im kleinen sind ein getreues Abbild von den Messvorgängen bei den grossen Vermessungen der Ingenieure, der Geodäten und Astronomen von Beruf.

Bei den Ausrechnungen von trigonometrischen Vermessungs-Aufgaben, welche die Schüler als Uebungsbeispiele zu bearbeiten haben, braucht man auf sehr feine Winkelbestimmungen und auf äusserst genaue Zahlenresultate kein Gewicht zu legen, da materielle Wertobjekte wie bei den Berufsgeometern hier nicht in Betracht kommen. An den höheren Lehranstalten rechnet man schon seit längerer Zeit nicht mehr mit den umständlichen und zeitraubenden siebenstelligen Logarithmen, da anerkanntermassen fünf- und vierstellige Logarithmentafeln für mathematische Schulübungsbeispiele bedeutend übersichtlicher sind und für Berechnungszwecke vollkommen ausreichen. Beim vorliegenden Universal-Winkelmessapparat geht die Genauigkeit soweit, dass für kleinere Geländeflächen Landwirte, Forstleute u. s. w. von dem Apparat Gebrauch machen können, besonders wenn es sich um eine rasche Ermittlung gegebener Grössenverhältnisse handelt. Zur Bestätigung dafür, dass der Winkelmessapparat solchen einfachen, praktischen Bedürfnissen durchaus Genüge leistet, darf ich wohl hervorheben, dass auf den Grundstückflächen der Königlichen Gärtner-Lehranstalt zu Dahlem, Berlin-Steglitz (früher Wildpark), seitens des Abteilungsvorstandes dieser Lehranstalt, zahlreiche Vermessungen mit dem Universal-Winkelmessapparat vorgenommen und deren Ergebnisse der Reihe nach mit einem Theodolit und Nivellierinstrument verglichen sind. Das Nähere darüber ist in einem Nachtrag auf Seite 12 der Abhandlung zu ersehen.

In unterrichtlicher Beziehung unterliegt es keinem Zweifel, dass bei Lösung von praktischen Aufgaben der Geometrie die Verwendung von Apparaten leicht verständlicher und einfacher Art von grossem Nutzen ist. Alle mathematischen Begriffe, die Lehrsätze der Geometrie u. s. w., können noch so gründlich behandelt werden, eine so lebendige Vorstellung und Auffassung werden sie erst durch Lösung von praktischen Aufgaben der Geometrie und Trigonometrie, unter Verwendung geeigneter einfacher Messapparate erfahren. Dabei werden die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften veranschaulicht, somit gründlich verarbeitet und im innersten Kern verstanden. Auf der Schule sollen und können keine Berufstechniker ausgebildet werden, wohl aber sollen die Schüler im Prinzip mit den wesentlichsten Messmethoden, ohne grossen Zeitaufwand, vertraut gemacht werden. Es ist wohl selbstverständlich dass man nur in ganz bescheidenem Umfange, Vermessungsaufgaben unter Benutzung des Apparats für den Unterricht heranzieht. Es

genügt vollkommen, dass nur einige der wichtigsten Aufgaben aus der Feldmesspraxis als Beispiele für die Schüler gewählt werden um daran den Gebrauch des Winkelmessapparats beim Vermessen im Freien anschaulich kennen zu lernen. Andere Aufgaben ähnlicher Art werden dann, mit Hinweisung auf den Apparat, von den Schülern verstanden werden, da diesen Aufgaben die Anschauung bereits vorausgegangen ist.

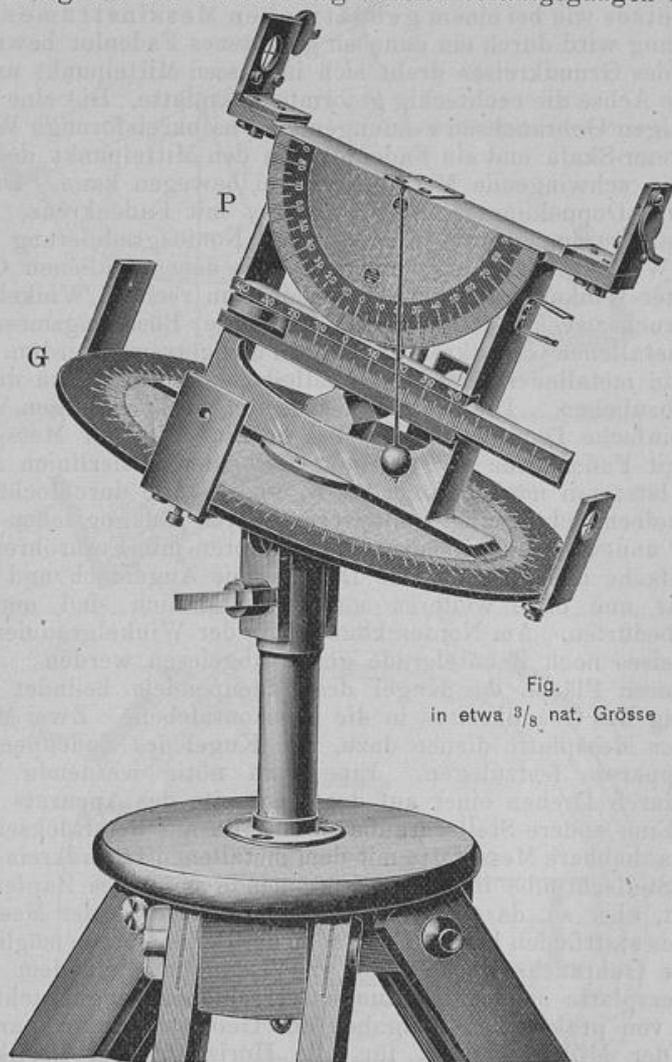


Fig.  
in etwa  $\frac{3}{8}$  nat. Grösse

**Dimensionen :**

- Durchmesser des Grundkreises G =  $17\frac{1}{2}$  cm;
- Höhe der Messplatte P =  $9\frac{1}{2}$  cm.
- Diopterweite der Messplatte = 14 cm;
- Abstand des Mittelpunkts des Kugelgelenks vom Stativ, veränderlich = 10 bis 12 cm.

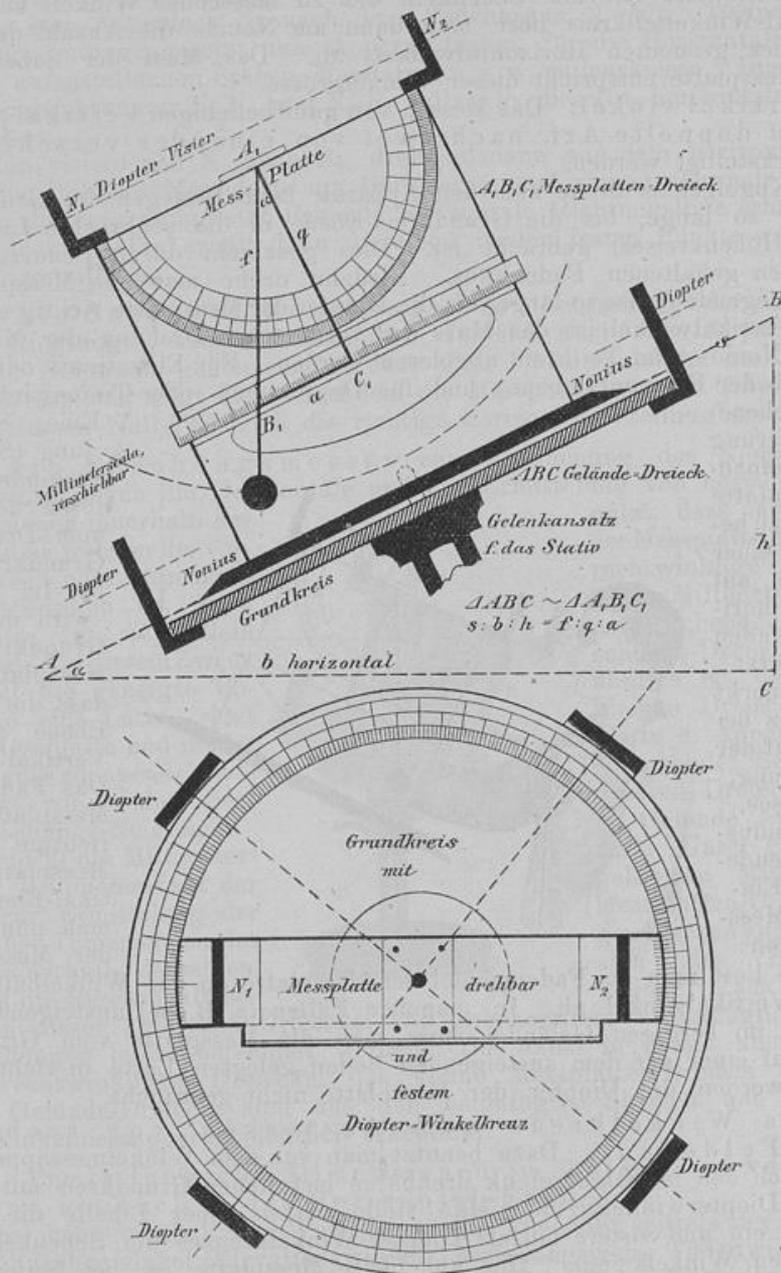
**Beschreibung des Messapparats.** Der Universal-Winkelmessapparat, der auf einem dreibeinigen Stativ stabil und in sicherer Stellung nach allen möglichen Richtungen hin drehbar, etwa in Manneshöhe, beim Messgebrauch aufgestellt wird und dessen sämtliche Teile aus Metall dauerhaft hergestellt und gut vernickelt sind, kann neben einer Reihe anderer Gebrauchsanwendungen auch wie ein Theodolit zur Bestimmung von beliebigen Horizontal- und Vertikalwinkeln benutzt werden. In einem Kugel-

gelenk ist ein in Winkelgrade von 2 mal  $180^\circ$  geteilter metallener Grundkreis (Limbus) nach allen Richtungen hin leicht und sicher drehbar und kann dabei in die Horizontalebene mittels einer Libelle und in alle möglichen Vertikalebene beliebig eingestellt werden. Dieser im Kugelgelenk leicht und sicher bewegliche, graduierte Grundkreis kann also sowohl die Lage des Horizontal- oder Alhidadenkreises als auch die Stellung jedes Vertikal- oder Höhenkreises wie bei einem geodätischen Messinstrument einnehmen. Die Vertikalkreiseinstellung wird durch ein daneben gehaltenes Fadenlot bewirkt. Stets rechtwinklig zur Fläche des Grundkreises dreht sich in dessen Mittelpunkt um eine zur Grundkreisebene senkrechte Achse die rechteckig geformte Messplatte. Die eine ihrer Seitenflächen besitzt zu anderweitigen Gebrauchsanwendungen eine halbkreisförmige Winkelteilung, eine verschiebbare Millimeter-Skala und ein Fadenlot, um den Mittelpunkt des Halbkreises pendelnd, wobei sich die schwingende Metallkugel frei bewegen kann. Die obere Seite der Messplatte trägt ein Doppeldiopter  $N_1 N_2, N_2 N_1$ , mit Fadenkreuz, die untere Seite dagegen einen Metallstreifen, dessen Enden eine Noniusgraduierung bilden und sich auf der Grundkreis-Winkelgraduierung bewegen. Mit dem metallenen Grundkreis ist ein rechtwinkliges Diopter-Winkelkreuz zum Abstecken von rechten Winkeln fest verbunden. Zu besonderen Gebrauchszwecken (Setzwage, Kanalwage, Böschungsmesser) kann jederzeit die Messplatte vom metallenen Grundkreis abgehoben und getrennt werden. An der Rückseite der Messplatte ist ein metallener Griff als Handhabe angebracht, um die Messplatte vom Grundkreis sicher abzuheben. Die Diopter des festen, rechtwinkligen Winkelkreuzes des Grundkreises sind einfache Diopter; das an der oberen Seite der Messplatte dagegen ist ein Doppeldiopter mit Fadenkreuz und zusammenfallenden Visierlinien  $N_1 N_2$  und  $N_2 N_1$ . Beim Gebrauch der letzteren müssen zuvor bei  $N_1$  und  $N_2$  die durchlochenden und verschiebbaren Augenblendscheiben richtig eingestellt werden. Aus pädagogischen Gründen, auch um den Apparat nicht unnötig zu verteuern, sind Diopter mit Fernrohren etc. absichtlich vermieden, weil einfache und anschauliche Diopter mit Augenloch und Fadenkreuz allen Schülern unmittelbar und ohne weiteres sofort verständlich sind und daher keinerlei Erklärungen weiter bedürfen. Am Nonius können von der Winkelgraduierung des Horizontal- oder Vertikalkreises noch Zehntelgrade genau abgelesen werden.

An der unteren Fläche der Kugel des Fadenpendels befindet sich eine Metallspitze zur Einstellung des Grundkreises in die Horizontalebene. Zwei Metallfedern an der einen Schmalseite der Messplatte dienen dazu, die Kugel des Fadenpendels während des Tragens des Messapparats festzulegen. Eine etwa nötig werdende Verlängerung des Pendelfadens wird durch Drehen einer auf der Rückseite des Apparats befindlichen Stellschraube bewirkt. Eine andere Stellschraube unterhalb, auf der Rückseite der Messplatte, hat den Zweck, die abhebbare Messplatte mit dem metallenen Grundkreis fest zu verbinden, wobei der Stift der Stellschraube in eine entsprechende Nute des Zapfens am Grundkreis (Drehachse) eingreift, aber so, dass eine zwangsläufige Drehung der Messplatte gegen den metallenen Grundkreis stattfinden kann. Der Faden des Pendels muss möglichst fein und dünn sein. Für besondere Gebrauchszwecke dient in Verbindung mit dem Fadenpendel eine an der drehbaren Messplatte nach 2 Richtungen verschiebbar angebrachte Millimeterskala.

Bei Lösung von praktischen Aufgaben der Geometrie kann nun der Messapparat 1) ohne Benutzung der Millimeterskala für alle Horizontal- u. Vertikalwinkel wie ein Theodolit zu trigonometrischen Vermessungen und Berechnungen 2) mit Benutzung der Millimeterskala unter Bildung und Verwendung ähnlicher Dreiecke und daraus sich ergebender Proportionen ohne Anwendung der Hilfsmittel der Trigonometrie gebraucht werden. Die gelegentliche Anwendung dieser beiden von einander verschiedenen Methoden kann für ein und dieselbe Aufgabe als eine wertvolle Kontrolle der Rechnung angesehen werden. Das mathematische Prinzip, nach dem man bei Verwendung der Millimeterskala auch ohne Anwendung der Trigonometrie auskommt, beruht lediglich darauf, dass man mit Millimeterskala und Fadenpendel an der Messplatte des Apparats ein kleines rechtwinkliges Dreieck (Messplatten-Dreieck) erzeugt, welches mit einem anderen grossen rechtwinkligen Dreieck (Gelände-Dreieck) dieselben Winkel hat. Aus den Seitenverhältnissen dieser ähnlichen Dreiecke ergeben sich Proportionen, aus denen man dann die gesuchte

Zeichnung des Universal-Winkelmessapparats nach Grund- und Aufriss  
in etwa  $\frac{1}{2}$  natürlicher Grösse.



Grösse leicht ermitteln kann. Diese charakteristischen Dreiecke sind in den Figuren deutlich erkennbar.

Der Universal-Winkelmessapparat kann, wie die folgenden Fälle I bis VII zeigen, zu verschiedenen praktischen Messzwecken auf mannigfaltige Weise Verwendung finden:

I. Wie ein Theodolit zur Messung beliebiger Horizontal- und Vertikalwinkel, und zwar:

1) für Horizontalwinkel: Man stelle mittels einer Libelle den drehbaren metallenen, in Winkelgrade geteilten Grundkreis (Limbus) horizontal (Lage des Alhidadenkreises) ein und drehe die Messplatte auf dem Grundkreis so lange, bis die Visierlinien des Messplatten-Diopters mit den Schenkeln des zu messenden Winkels zusammenfallen. Vom Horizontal-Winkelteilkreis liest man dann am Nonius die Anzahl der Grade und Zehntelgrade des gesuchten Horizontalwinkels ab. Das Mass der dabei vollzogenen Drehung der Messplatte entspricht dieser Winkelgrösse.

2) für Vertikalwinkel: Das Messen von ganz beliebigen Vertikalwinkeln kann am Apparat auf doppelte Art, nach zwei von einander verschiedenen Methoden, bewerkstelligt werden.

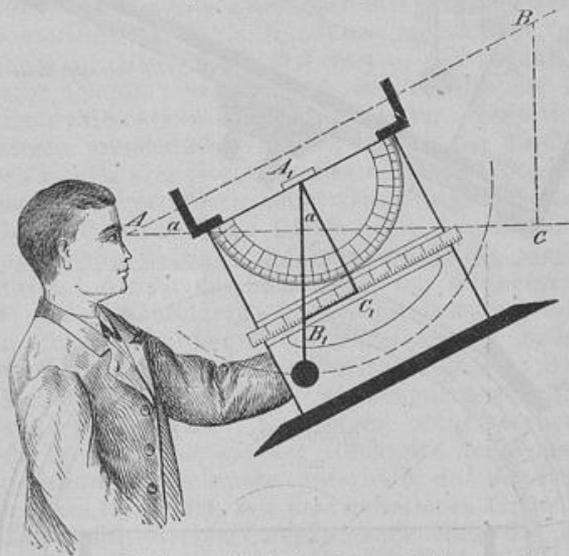
a) Im Kugelgelenk drehe man den Apparat, beim Umlegen des Grundkreises mit der Messplatte, so lange, bis die Grundkreis-Ebene in die senkrechte Lage (Lage des Vertikal- oder Höhenkreises) gebracht ist. Dies geschieht durch Benutzung eines beliebigen, daneben gehaltenen Fadenlotes. Alsdann drehe man die Messplatte um ihre jetzt horizontal liegende Achse so lange, bis die Diopter der Messplatte richtig einvisiert sind. Der gesuchte Vertikalwinkel ist das Mass der vollzogenen Drehung der Messplatte und kann dann am Nonius vom Teilkreis abgelesen werden. Für Elevations- oder Erhebungswinkel (oberhalb der Horizontalebene) und für Depressions- oder Tiefenwinkel (unterhalb der Horizontalebene)

ist die Markierung der horizontal einzustellenden Messplatte erforderlich. Dazu bedient man sich einer Libelle, welche auf die Fläche der horizontal einzustellenden Messplatte gesetzt wird. Alsdann merkt man sich die ganz bestimmte Stelle auf der Winkelgraduierung, des Höhenkreises, an welcher der Nonius-teilstrich nach beendeter Horizontal-Einstellung der Messplattenfläche steht.

Die Markierung der horizontal einzustellenden Messplatte wird. Alsdann merkt man sich die ganz bestimmte Stelle auf der Winkelgraduierung, des Höhenkreises, an welcher der Nonius-teilstrich nach beendeter Horizontal-Einstellung der Messplattenfläche steht. Man visiert nun die Diopter der Messplatte richtig einvisiert, so liest man am Fadenpendel der Messplatte an der Winkelhalbkreisteilung den gesuchten Vertikalwinkel ab. In manchen Fällen (z. B. bei ansteigenden Strassen, bei Böschungen, im bergigen Gelände) muss man die Messplatte vom Grundkreis abheben und sie auf einer auf dem ansteigenden Boden gelegten Latte in richtige Stellung bringen. Hier werden die Diopter der Messplatte nicht gebraucht.

II. Als Winkelkreuz zum Abstecken von rechten Winkeln in der Feldebene. Dazu benutzt man von dem Winkelmessapparat nur den einen Teil, nämlich den im Kugelgelenk drehbaren metallenen Grundkreis mit dem festen, rechtwinkligen Diopterwinkelkreuz. Man stelle mittels einer Libelle die Grundkreisebene horizontal ein und visiere mittels Diopter-Winkelkreuzes die Schenkel des abzusteckenden rechten Winkels ein. Die abhebbare Messplatte ist bei Seite zu stellen, weil sie hier nicht benutzt wird. Zum Markieren des rechten Winkels werden sogenannte Absteckstäbe benutzt, die senkrecht aufgestellt werden können.

III. Bei Nivellementsbestimmungen. Der Winkelmessapparat wird so eingestellt, dass die Grundkreisebene horizontal gerichtet ist, was wie vorhin mittels einer Libelle erzielt werden kann. Alsdann visiert man am Doppeldiopter an der oberen Kante



Eine Schutzvorrichtung (Stellschraube) verhindert ein Loslösen der Messplatte vom Drehzapfen des Grundkreises.

b) Im Kugelgelenk wird der metallene Grundkreis nebst der Messplatte so gedreht, dass die Messplatten-Ebene stets in der Vertikal-Ebene bleibt. Das Fadenpendel der Messplatte zeigt die richtige Lage der Messplatte in der Vertikal-Ebene an. Hat man nun die Diopter der Messplatte richtig

der Messplatte die für Nivellierungszwecke festzulegenden Punkte horizontal ein. Dabei kann das Doppeldiopter  $N_1 N_2, N_2 N_1$  der Messplatte auf zweifache Art benutzt werden:

1) Man visiere vom Augenloch  $N_1$  nach dem Fadenkreuz  $N_2$  und, nachdem man die Blendscheiben bei  $N_1$  und  $N_2$  entsprechend umgeschaltet hat, in entgegengesetzter Richtung nun vom Augenloch  $N_2$  nach dem Fadenkreuz  $N_1$  hin. Dadurch werden zwei Festpunkte, die entgegengesetzt zum Apparat liegen, für die Horizontallinie gewonnen; diese sind an aufzustellenden Stäben, Messlatten u. s. w. zu markieren. Die entgegengesetzt liegenden Visierrichtungen  $N_1 N_2$  und  $N_2 N_1$  fallen in dieselbe horizontale Grade, decken sich also. Oder:

2) Man visiere von  $N_1$  nach  $N_2$ , drehe alsdann auf dem horizontal eingestellten Grundkreis die drehbare Messplatte um  $180^\circ$  herum und visiere abermals von  $N_1$  nach  $N_2$ , wodurch man die entgegengesetzt liegende horizontale Richtungslinie erhält, die sich mit der vorigen deckt. Man erhält dann dieselben beiden festen Punkte wie vorhin für die gesuchte Horizontallinie.

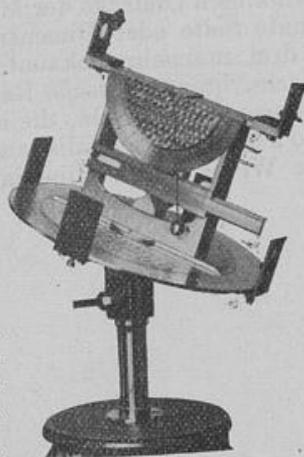
IV. Als Setz- und Kanalwage, zur Beurteilung der Lage horizontaler Flächen und Richtungen, kann die Messplatte, für sich allein vom Apparat am Handgriff abgehoben, in Gebrauch genommen werden. Das Fadenpendel an der Winkelhalbkreis-teilung der Messplatte zeigt dann, nachdem die Messplatte auf die Unterlage gestellt ist, beim Einspielen am Null-Teilstrich die richtige horizontale Stellung an.

V. Als Böschungsmesser zur Bestimmung des Neigungswinkels von Böschungsebenen gegen die Horizontale und zur Ermittlung von horizontalen und verti-kalen Dimensionen innerhalb des Böschungsraums, welcher der vor-handenen Mauer- oder Erdmassen wegen unzugänglich ist, kann die Messplatte für sich allein benutzt werden. Zu diesem Zweck legt man auf die geneigte Bö-schungsfläche eine Latte, setzt darauf die Messplatte und nimmt Ablesungen am Fadenpendel nach zweierlei Art vor. Man liest

1) den Böschungs-Neigungs-winkel ab und 2) die Millimeter-zahl an der Millimeterskala der Messplatte zur Ermittlung der unzugänglichen Dimensionen der Böschung innerhalb derselben. Hierbei wird die Eigenschaft be-Proportionen dieser ähnlichen Dreiecke, die unbekannt, unzugänglichen Dimensionen dieser Böschungen leicht berechnet werden. Die dabei in Frage kommenden einander ähnlichen rechtwinkligen Dreiecke, das kleine Messplatten-Dreieck am Apparat und das grosse Gelände-Dreieck, sind aus den beigefügten Skizzen und Abbildungen des Universal-Winkelmessapparats deutlich erkennbar.

VI. Ermittlung von Dimensionen im Gelände sowohl in der Ver-tikal-Ebene, als auch in der Horizontal-Ebene.

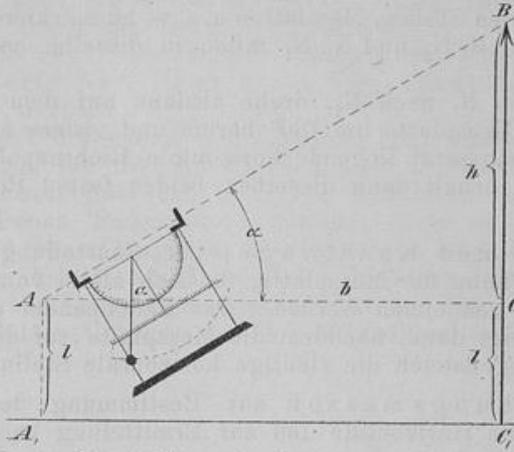
Dabei kann in ähnlicher Weise wie beim Theodolit mittels der Diopter der Mess-platte 1) der Höhenwinkel (Elevationswinkel), beziehungsweise Tiefenwinkel (Depressions-winkel  $\alpha$ ) oder 2) der gleich grosse Winkel  $\alpha$  am Pendel der Winkelhalbkreis-teilung der Messplatte oder 3) die durch das Fadenpendel abgegrenzte, bestimmte Anzahl von Milli-metereinheiten an der Millimeterskala der Messplatte des Apparats benutzt werden. In den beiden ersten Fällen, wo für Berechnungen die durch Messung ermittelte Winkel-grösse  $\alpha$ , benutzt wird, sind logarithmisch-trigonometrische Hilfsmittel erforderlich; im



nutzt, dass das am Fadenpendel der Messplatte entstehende kleine rechtwinklige Messplatten-Dreieck (Millimeter-Dreieck) dem entsprechenden grossen Bö-schungs-Dreieck des Geländes ähnlich ist, da zwei Seiten des kleinen Dreiecks an der Mess-platte d. Apparats zu zwei ent-sprechenden Seiten des anderen grossen Dreiecks der Böschung im Gelände senkrecht gerichtet sind. Unter Benutzung der ab-gelesenen Millimeterzahlen am Messplatten-Dreieck und einer gemessenen zugänglichen Dimen-sion des Böschungsgeländes können aus entsprechenden

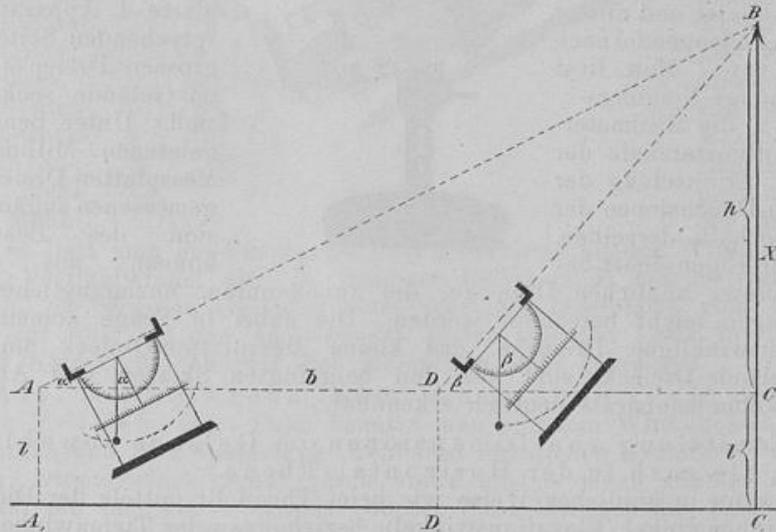
Fälle 3 sind solche nicht nötig, da hier die gesuchte Dimension in einfacher Weise aus einer Proportion aus einander ähnlichen Dreiecken gewonnen werden kann. In letzterem Falle ist nach erfolgter Einstellung der Messplatte des Apparats in die richtige Lage, das durch die Diopter-Visierichtung bedingte, entstandene kleine rechtwinklige Messplatten-Dreieck, dessen Hypotenuse mit der Fadenrichtung des Pendels und dessen eine Kathete

mit der Kante der Millimeterskala der Messplatte zusammenfällt, einem anderen grossen rechtwinkligen Dreieck, dem sogenannten Gelände-Dreieck ähnlich, da zwei Seiten des einen kleinen Messplatten-Dreiecks zu zwei entsprechenden Seiten des grossen Gelände-Dreiecks senkrecht gerichtet sind. Aus diesem Grunde ist auch der visierte Höhenbe-



ziehungsweise Tiefenwinkel des Gelände-Dreiecks dem entsprechenden Winkel am Pendel des kleinen Messplatten-Dreiecks gleich. Ist von dem grossen Gelände-Dreieck eine der Seiten durch eine Längsmessung bekannt und von dem entsprechenden anderen kleinen Messplatten-Dreieck durch Ablesen der Millimeterzahl die eine Kathete, so kann man,

weil die andere Kathete des rechtwinkligen Dreiecks der Messplatte (Apparatkonstante) auch bekannt ist, die gesuchte, unbekannte Seite oder Dimension des grossen Gelände-Dreiecks als vierte Proportionale zu den drei nunmehr bekannten Strecken aus einer einfachen Proportion ermitteln. Logarithmisch-trigonometrische Rechenoperationen scheiden also im Falle 3 aus. Sind Gelände-Dimensionen zu ermitteln, die nicht der Vertikal-Ebene, sondern der Horizontal-Ebene angehören, so kann man ebenfalls, auch ohne logarithmisch-trigonometrische Rechnungen, in ähnlicher Weise wie vorhin im Falle 3, mit einer einfachen



Proportion auskommen. Die besondere Einrichtung und Konstruktion des Universalwinkelmeßapparats gewährt daher den wesentlichen Vorzug, dass man Höhenwinkel und Tiefenwinkel (Elevationswinkel und Depressionswinkel) nach doppelter Methode ermitteln und mit Hilfe der eingeführten verschiebbaren Millimeterskala Dreiecksberechnungen sowohl mit allen Hilfsmitteln der Trigonometrie, als auch ohne diese unter Benutzung

einfacher Proportionen, vornehmen kann. Hierin liegt ein nicht zu unterschätzender Wert für den propädeutischen Unterricht in der Mathematik, da ein und dieselbe Aufgabe nach ganz verschiedenen Methoden leicht behandelt werden kann.

Näheres darüber und eingehend behandelte Beispiele finden sich in der Broschüre im Verlage von Ferdinand Hirt, Breslau „Der Universal-Winkelmessapparat im Dienste der Schule und Praxis“ von Professor Dr. Kreuschmer, Barmen. Preis Mk. 0.40.

VII. Ablesen und praktische Bestimmung der Werte der Winkelfunktionen  $\tan \alpha$  und  $\cot \alpha$  für gegebene Winkelgrade.

Da die Millimeterskala der Messplatte nach 2 Richtungen verschiebbar gemacht ist, ganz herausgenommen und im Bedarfsfalle durch eine längere Skala ersetzt werden kann, da ferner durch eine Stellschraube auch die Länge des Pendelfadens beliebig länger und kürzer gemacht werden kann, so lassen sich auf leichteste Weise beim Drehen und Einstellen der Messplatte im Kugelgelenk, veränderliche, rechtwinklige Messplatten-Dreiecke erzeugen, die sich in der Vertikalebene des Fadenpendels drehen. Für jeden beliebigen Winkelgrad zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  auf der Halbkreisgraduierung der Messplatte kann man die entsprechenden Millimeterzahlen-Quotienten für  $\tan \alpha$  und  $\cot \alpha$  sofort ablesen. Beim Drehen der Messplatte kann man auch in sehr anschaulicher Weise die Veränderlichkeit der Funktionen  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$  und  $\cot \alpha$  mit dem Winkel  $\alpha$ , an der Hand der sich langsam ändernden rechtwinkligen Millimeter-Dreiecke vorführen.



## Nachtrag.

Ausser einer ganzen Reihe höherer humanistischer und realistischer Lehranstalten und Fachschulen benutzt auch die Königliche Gärtner-Lehranstalt zu Dahlem in Steglitz-Berlin (früher Wildpark) den Universal-Winkel-messapparat. Diese hat dessen Leistungsfähigkeit eingehend geprüft und mit anderen Präzisionsmessapparaten (Theodolit und Nivellierinstrument) Vergleichszahlenreihen aufgestellt, die wegen Mangels an Raum hier keinen Platz finden können. Der Abteilungsvorstand der Königlichen Gärtner-Lehranstalt zu Dahlem (F. Zahn) schreibt darüber folgendes:

„Der Universal-Winkel-messapparat von Professor Dr. Kreuschmer, Barmen, ist von der Königlichen Gärtner-Lehranstalt in Dahlem, Steglitz-Berlin auf seine Verwendbarkeit für die Praxis geprüft und hat mit Rücksicht auf seine überaus einfache Konstruktion bei schnellster und bequemster Handhabung gute Resultate gezeitigt, namentlich bei der Messung beliebiger Horizontalwinkel, die auf ihre Genauigkeit mit dem Theodolit geprüft sind und bei der Aufnahme eines Nivellements, bei dem die Kontrolle mit dem Nivellierinstrument vorgenommen wurde. Aus der vielseitigen Verwendbarkeit greife ich als für die Praxis noch besonders wichtig heraus: die Verwendbarkeit der Grundkreisdioptr als Winkelkreuz, die der Messplatte als Böschungsmesser, als Setz- und Kanalwage, sowie die Messung von Vertikalwinkeln zur Höhenbestimmung nach doppelter Methode. Da der Kreuschmer'sche Messapparat, seiner ganzen Konstruktion, seiner Natur und pädagogischen Bestimmung gemäss, kein Präzisions-Messinstrument der Feinmechanik wie der kostspielige Theodolit ist, so ist es wohl ganz selbstverständlich, dass mit dem vorzugsweise für Schulzwecke bestimmten Messapparat der hohe Genauigkeitsgrad einer Theodolit-Aufnahme nicht erreicht werden kann, dass aber die Genauigkeit des Kreuschmer'schen Universal-Winkel-messapparats doch so weit geht, dass Messaufnahmen zur Bestimmung von kleineren Geländeflächen etc. und zu logarithmisch-trigonometrischen Übungsaufgaben für Schüler höherer Lehranstalten ausreichend genau sind und trigonometrische Rechenresultate liefern, die vollauf befriedigen.“

In der Zeitschrift für Gartenkunst und Gartentechnik vom Verein „Deutscher Gartenkünstler“ (Red. E. Clemen) Berlin SO. 33, sind in einer Abhandlung über den Universal-Messapparat einige Vergleichszahlenreihen an der Hand dazugehöriger geometrischer Figuren von F. Zahn (Dahlem) veröffentlicht.

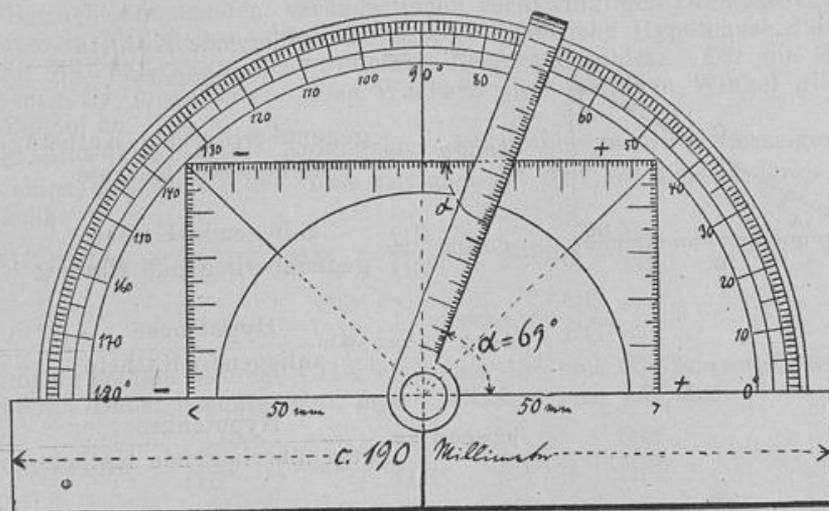
Bemerkungen: In der nächsten Programmabhandlung (Ostern 1906) wird an einer Reihe von praktischen Aufgaben der Trigonometrie und Feldmesskunde die Verwendbarkeit des Apparats als Theodolit, Böschungsmesser u. s. w. eingehend besprochen werden.

Solide und exakte Anfertigung und Lieferung des obigen Universal-Winkel-messapparats übernimmt die Firma Dörffel & Faerber, Fabrik und mechanische Werkstatt für wissenschaftliche Instrumente, Berlin, Friedrich-Strasse 105 a. Der metallene Grundkreis nebst Kugelgelenk, die Messplatte und sonstige Metallteile sind sämtlich gut vernickelt. Der ganze Apparat ist in einer ebenfalls vernickelten metallenen Hülse des dreibeinigen Stativs drehbar befestigt. Diese Firma versendet Druckprospekte des Messapparats, nebst den dazu gehörigen Nebensensilien, wie Absteck- oder Fluchtstäbe (zum Aufstellen, sowie zum Einstecken in das Erdreich), Dosenlibellen u. s. w. und erledigt alle auf den Messapparat bezügliche Anfragen.

## II. Der neue Transporteur für Winkel und Winkelfunktionen.

D. R. G. M. 192516.

(Lehrmittelanstalt J. Ehrhard & Cie, Bensheim, Hessen.)



Neuer Transporteur, Ausgabe Nr. 1.

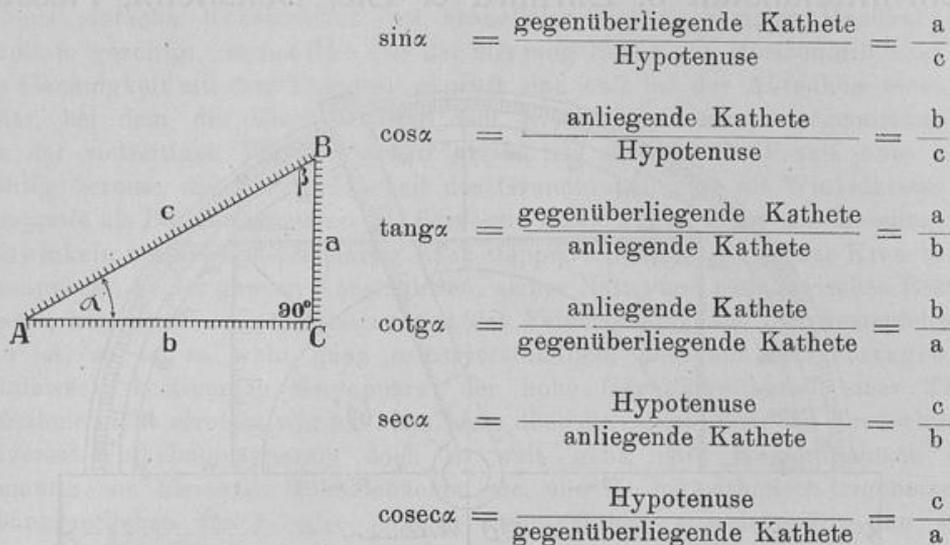
Zeichnung in verkleinertem Massstabe.

Mit diesem neuen Messinstrument kann man, ebenso wie beim alten Winkel-Transporteur, in bekannter Weise das Zeichnen und Bestimmen von Winkeln nach Graden vornehmen. Vom alten Transporteur unterscheidet sich jedoch der neue durch eine besondere Vorrichtung, welche eine wesentliche, wertvolle Gebrauchserweiterung zur Folge hat.

Das Neue an diesem Transporteur resp. die neue, praktische Gebrauchs-Anwendung besteht darin, dass man mittels einer einfachen Vorrichtung für jeden beliebigen spitzen oder stumpfen Winkel  $\alpha$  die natürlichen, angenäherten Werte der Winkelfunktionen  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  $\cot \alpha$ ,  $\sec \alpha$  und  $\csc \alpha$  in Form von Zahlen-Quotienten sofort ablesen kann. Am neuen Transporteur, der in 2 verschiedenen Formen, Ausgabe Nr. 1 und 2 erscheint, ist innerhalb oder ausserhalb des graduierten Halbkreises, ein Rechteck mit Millimeterteilung nebst einem Drehzeiger so verbunden, dass der Drehpunkt des Zeigers und die Mitte der einen Lang-

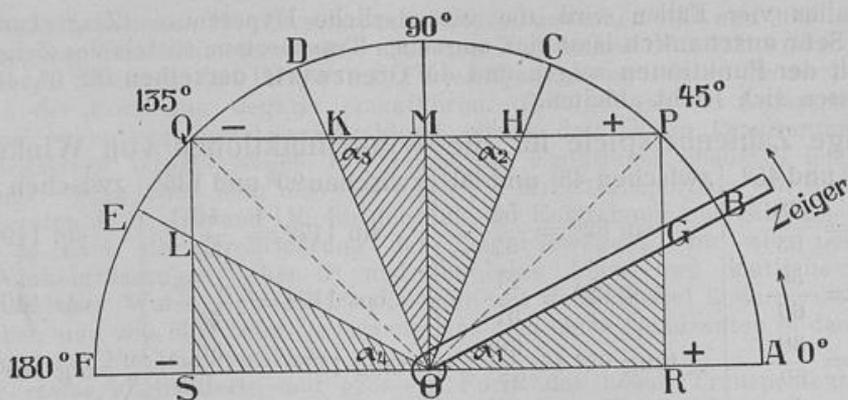
seite des Rechtecks mit dem Mittelpunkt der Halbkreis-Gradeinteilung zusammenfallen. Zu dem Zweck ist der Drehzeiger so gestaltet, dass die eine, mit Millimetererteilung versehene Kante genau durch den Mittelpunkt der Halbkreis-Gradeinteilung hindurch geht. Bei jeder Winkelstellung dieses Millimeter-Drehzeigers wird nun innerhalb des Millimeter-Rechtecks ein rechtwinkliges Dreieck herausgeschnitten, dessen Seitenlängen nach Millimeter-Einheiten ablesbar sind. Je nach der Lage des Drehzeigers ist in diesen rechtwinkligen Dreiecken stets die eine der beiden Katheten konstant, während mit der Bewegung des Drehzeigers die andere Kathete und die Hypotenuse veränderlich sind. So besitzt z. B. für Winkel zwischen  $0^\circ$  und  $45^\circ$ , sowie zwischen  $135^\circ$  und  $180^\circ$  die horizontale, für Winkel zwischen  $45^\circ$  und  $135^\circ$  die vertikale Kathete die feste Länge. Die Werte der obigen sechs Winkelfunktionen können nun sofort als Zahlen-Quotienten je zweier Seiten der vom Zeiger abgeschnittenen rechtwinkligen Dreiecke angegeben werden. Nach den Grundbegriffen für die Winkelfunktionen erhält man die Gleichungen:

### Grundbegriffe der sechs Winkelfunktionen.



Wie man sofort erkennen wird, lassen sich bei der Zeigerbewegung nach der einen oder anderen Drehrichtung hin, die Veränderlichkeit der Funktionen mit dem Winkel, der Vorzeichenwechsel und die Grenzwerte der Funktionen für die Winkel im ersten und zweiten Quadranten sehr anschaulich vorführen. Der für die Funktionen in Betracht kommende Winkel ist leicht zu finden. (Figur auf Seite 15.)

Die bei anderweitigen geometrischen Darstellungen z. B. für Winkel über  $45^\circ$  bis  $90^\circ$  entstehenden und schliesslich sehr gross werdenden rechtwinkligen Dreiecke sind hier dadurch vermieden, dass mit der Zeigerbewegung beim Uebergang über  $45^\circ$ , statt jener sehr gross werdenden Dreiecke, kleinere Dreiecke, welche den grossen Dreiecken aber ähnlich sind, auswechseln und in Funktion treten. Die innerhalb des Millimeter-Rechtecks vorhandenen (schraffiert) veränderlichen rechtwinkligen Dreiecke, an denen die Winkelfunktionswerte abgelesen werden, gehen aber über den Rahmen jenes Rechtecks nicht hinaus, können also niemals unbequem gross werden. Beim Uebergang des Drehzeigers aus dem I ten in den II ten Quadranten (bei OM) und umgekehrt, tritt für die horizontale veränderliche Kathete in M ein Vorzeichenwechsel ein, da bei M für die Werte der veränderlichen Kathete der Durchgang durch Null stattfindet. (Figur auf Seite 15.)



## Gebrauchsanweisung des neuen Transporteurs

zur Bestimmung der natürlichen, angenäherten Funktionswerte  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\tan z$ ,  $\cot z$ ,  $\sec z$  und  $\operatorname{cosec} z$  für die Winkel zwischen  $0^\circ$  und  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$ ,  $90^\circ$  und  $135^\circ$ ,  $135^\circ$  und  $180^\circ$ . Die dabei in Betracht kommenden, veränderlichen rechtwinkligen Dreiecke sind schraffiert und deren Seiten in Millimetern ablesbar. Die veränderliche Hypotenuse dieser Dreiecke wird durch die Millimeterkante des drehbaren Zeigers gebildet. Für die Rechnung ist MK und OS negativ einzuführen. Das Wachsen der positiven Winkel gibt die Pfeilrichtung am Zeiger an.

Für den Punkt A ( $0^\circ$ ) ist AO die Anfangslage des drehbaren Millimeterzeigers.

1. Für einen spitzen Winkel BOA zwischen  $0^\circ$  und  $45^\circ$  kommt Dreieck ROG in Betracht:

$$\sin \alpha_1 = \frac{RG}{OG}, \quad \cos \alpha_1 = \frac{OR}{OG}, \quad \tan \alpha_1 = \frac{RG}{OR}, \quad \cot \alpha_1 = \frac{OR}{RG},$$

$$\sec \alpha_1 = \frac{OG}{OR}, \quad \operatorname{cosec} \alpha_1 = \frac{OG}{RG}.$$

2. Für einen spitzen Winkel COA zwischen  $45^\circ$  und  $90^\circ$  kommt Dreieck OMH in Betracht. Dabei beachte man, dass  $\angle COA = \angle \alpha_2$  ist, also:

$$\sin \alpha_2 = \frac{OM}{OH}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{MH}{OH}, \quad \tan \alpha_2 = \frac{OM}{MH}, \quad \cot \alpha_2 = \frac{MH}{OM},$$

$$\sec \alpha_2 = \frac{OH}{MH}, \quad \operatorname{cosec} \alpha_2 = \frac{OH}{OM}.$$

3. Für einen stumpfen Winkel DOA zwischen  $90^\circ$  und  $135^\circ$  kommt Dreieck OMK in Betracht. Dabei beachte man, dass  $\angle DOA = \angle QKO$  ist und dass man den spitzen Supplementwinkel  $\alpha_3$  zu nehmen hat. MK ist negativ einzuführen.

$$\sin \alpha_3 = \frac{OM}{OK}, \quad \cos \alpha_3 = \frac{-KM}{OK}, \quad \tan \alpha_3 = \frac{OM}{-KM},$$

$$\cot \alpha_3 = \frac{-KM}{OM}, \quad \sec \alpha_3 = \frac{OK}{-KM}, \quad \operatorname{cosec} \alpha_3 = \frac{OK}{OM}.$$

4. Für einen stumpfen Winkel EOA zwischen  $135^\circ$  und  $180^\circ$  kommt das Dreieck OLS in Betracht, in welchem der spitze Supplementwinkel  $\alpha_4$  genommen wird. OS ist negativ einzuführen.

$$\sin \alpha_4 = \frac{SL}{OL}, \quad \cos \alpha_4 = \frac{-OS}{OL}, \quad \tan \alpha_4 = \frac{LS}{-OS},$$

$$\cot \alpha_4 = \frac{-OS}{LS}, \quad \sec \alpha_4 = \frac{OL}{-OS}, \quad \operatorname{cosec} \alpha_4 = \frac{OL}{SL}.$$

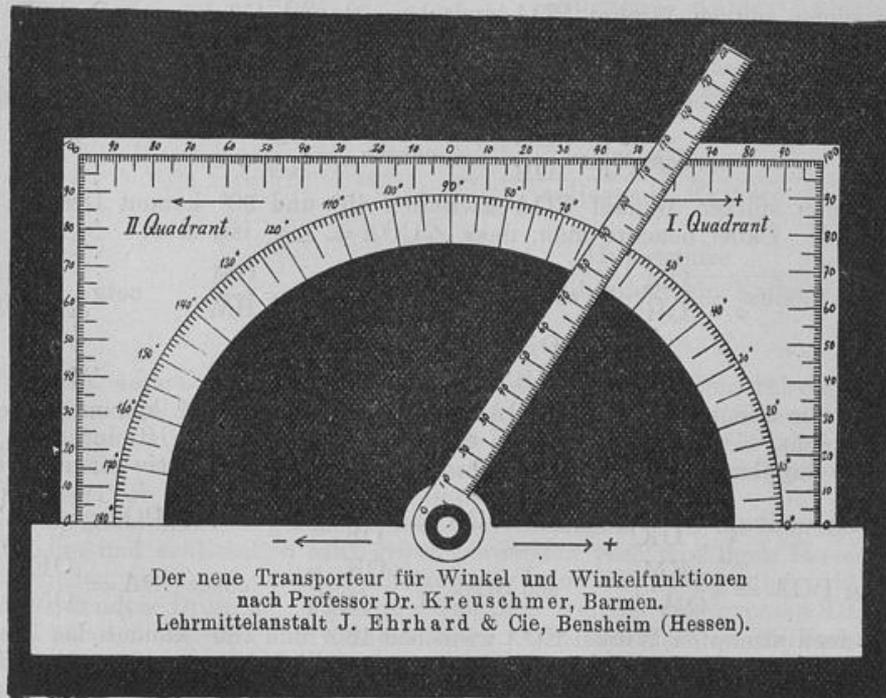
In allen vier Fällen wird die veränderliche Hypotenuse (Zeigerkante) absolut genommen. **Sehr anschaulich** lässt sich am neuen Transporteur mittels des Zeigers die **Veränderlichkeit der Funktionen** zeigen und die **Grenzwerte derselben** für  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  und  $180^\circ$  lassen sich leicht ableiten.

**Einige Zahlenbeispiele für die Winkelfunktionen von Winkeln:**

zwischen $0^\circ$ und $45^\circ$	zwischen $45^\circ$ und $90^\circ$	zwischen $90^\circ$ und $135^\circ$	zwischen $135^\circ$ u. $180^\circ$
$\sin 37^\circ = \frac{38}{63}$	$\sin 62^\circ = \frac{50}{57}$	$\sin 117^\circ = \frac{50}{56}$	$\sin 149^\circ = \frac{30}{58}$
$\cos 37^\circ = \frac{50}{63}$	$\cos 62^\circ = \frac{27}{57}$	$\cos 117^\circ = -\frac{25}{56}$	$\cos 149^\circ = -\frac{50}{58}$
$\text{tang } 37^\circ = \frac{38}{50}$	$\text{tang } 62^\circ = \frac{50}{27}$	$\text{tang } 117^\circ = \frac{50}{-25}$	$\text{tang } 149^\circ = \frac{30}{-50}$
$\text{cotg } 37^\circ = \frac{50}{38}$	$\text{cotg } 62^\circ = \frac{27}{50}$	$\text{cotg } 117^\circ = -\frac{25}{50}$	$\text{cotg } 149^\circ = -\frac{50}{30}$
$\text{sec } 37^\circ = \frac{63}{50}$	$\text{sec } 62^\circ = \frac{57}{27}$	$\text{sec } 117^\circ = \frac{56}{-25}$	$\text{sec } 149^\circ = \frac{58}{-50}$
$\text{cosec } 37^\circ = \frac{63}{38}$	$\text{cosec } 62^\circ = \frac{57}{50}$	$\text{cosec } 117^\circ = \frac{56}{50}$	$\text{cosec } 149^\circ = \frac{58}{30}$

**Neuer Transporteur, Ausgabe Nr. 2.**

Zeichnung in verkleinertem Massstabe,  
in etwa  $\frac{1}{2}$  nat. Grösse.



Vervollständigt man die Figur des Halbkreises zu einem Vollkreise, so kann man alle die Betrachtungen und Beziehungen der Winkelfunktionen für den I ten und II ten Quadranten auch auf den III ten und IV ten Quadranten ausdehnen. Man erhält dann die

Werte der Winkelfunktionen für die erhabenen Winkel zwischen  $180^{\circ}$  und  $360^{\circ}$  entsprechend der Drehbewegung des Millimeterzeigers. Die den Richtungen OM, RP und SQ entgegengesetzt liegenden Strecken des III ten und IV ten Quadranten (siehe die vorletzte Figur) sind dann in der Rechnung negativ einzuführen. Erfolgt aus der Anfangslage OA die Zeigerdrehung in entgegengesetzter Richtung (durch den IV ten Quadranten), so entstehen die negativen Winkelgrößen, für welche die Funktionen ebenfalls leicht ermittelt werden können. Man kann sich also an einem Vollkreistransporteur von den Vorgängen in den Quadranten I, II, III und IV, hinsichtlich der Entstehung und Bildung der Winkelfunktionen, je nach der Drehrichtung der Zeigerbewegung, für alle positiven und negativen Winkelgrößen zwischen  $0^{\circ}$  und  $360^{\circ}$  eine klare und deutliche Vorstellung machen, in welcher Weise sich die Funktionen mit dem Winkel ändern, welche Grenzwerte entstehen und wie sich beim Uebergang aus dem einen Quadranten in den andern der Zeichenwechsel der Funktion vollzieht.

Eine etwas abgeänderte und grössere Form des neuen Transporteurs (Ausgabe Nr. 2) zeigt die letzte Figur. Hierbei ist das Millimeter-Rechteck, weil es ausserhalb des Halbkreises liegt, bedeutend grösser; aus diesem Grunde sind auch die veränderlichen, rechtwinkligen Dreiecke, aus denen die Werte der Winkelfunktionen abgelesen werden, wesentlich grösser geworden. Dies hat eine grössere Genauigkeit der Werte der Winkelfunktionen zur Folge. Dabei ist auch zugleich der halbkreisförmige Hohlraum vorteilhaft grösser geworden, und man kann beim Zeichnen von Winkeln nach Graden etc., die Schenkel der Winkel durch viel längere Strecken wie früher markieren. Ein anderer Vorteil bei dieser zweiten, grösseren Form des neuen Transporteurs ist ferner der, dass statt der früheren Millimeterzahl 50 jetzt die bequemere Zahl 100 auftritt, was bei der Bestimmung der Werte der Winkelfunktionen zu wesentlichen Erleichterungen führt.

Bemerkung: Auch der neue Transporteur kann (wegen Raummangels) erst in der nächsten Programmabhandlung (Ostern 1906) hinsichtlich seiner Bedeutung und Verwendung für den propädeutischen Unterricht in der Mathematik in weiterer Ausführung besprochen werden. — Die in Bensheim (Hessen) von der Lehrmittelanstalt von J. Ehrhard & Cie für die Hand des Schülers angefertigten neuen Transporteure für Winkel und Winkelfunktionen (Ausgabe Nr. 1 und Nr. 2) sind in weissem Kartonpapier mit dauerhaftem Millimeter-Drehzeiger hergestellt. Die Winkelgraduierung und Millimeterteilungen sind sorgfältig und klar im Druck ausgeführt. Druckprospekte versendet die genannte Firma.

Barmen, im Februar 1905.

Kreuschmer.