Beitrag zur Methodik des Rechnens,
hauptsächlich in Mädchenschulen.

Die Methodik im Rechnen hat seit Pestalozzi bedeutende Fortschritte gemacht, und das Rechnen mit Erkenntniß der Regeln — Kopfrechnen oder Denkrechnen gewöhnlich genannt im Gegensatz gegen das rein mechanische oder Tafelrechnen — ist von Einzelnen so weit getrieben worden, daß sie wieder vernachlässigten, die gewonnene Erkenntniß durch Uebung zur Fertigkeit und Gewandtheit erst nutzbar zu machen. Auf diese Weise fiel man aus einem Extrem in's andere, aus dem gedankenlosen, mechanischen Nachrechnen in bloße begriffliche Erörterungen, gleichsam in bloße Uebungen des Denkvermögens und man vergaß ganz, daß das Rechnen eine Kunst genannt wird, und also wie jede andere Kunst vielfältig geübt werden müsse, wenn man es zu einiger Virtuosität darin bringen will. Jede Uebung schließt aber ein stufenweises Fortschreiten vom Leichteren zum Schwereren in sich, sowie ein Verweilen bei einer und derselben Uebung so lange, bis dieselbe in einer gewissen Vollkommenheit vollbracht wird. Auch wird es von Zeit zu Zeit nothwendig, die früheren Uebungen mit der erlangten Fertigkeit zu wiederholen, eben so durch zusammengesetztere und schwierigere Uebungen Einsicht und Fertigkeit zu erhöhen und zu erweitern. Dadurch wird es erst möglich, das Handwerksmäßige einer niederen Stufe zur Kunstfertigkeit zu erheben, wo mit Leichtigkeit und Freiheit das vollbracht wird, was mit Hülfe des Griffels und der Ziffern anfangs schwerfällig und bloß nach dem gegebenen Musterbeispiele geschah.

Die Fertigkeit kann aber nicht allein an den sogenannten praktischen Beispielen erlangt werden, ebenso wenig wie z. B. beim Klavierunterricht etwas Erkleckliches geleistet wird, wenn man mit kleinen Stückchen, Liedchen, Tänzen u. dgl. beginnt, sondern wenn man die Finger durch allerhand mannigfaltige Uebungen beweglich, kräftig und geschmeidig macht. Wie aber jede höhere Stufe gleichsam das Ideal der früheren und es eben keine höchste oder letzte Stufe der Vollkommenheit giebt, die der Mensch schon erreicht hätte, und über die er nicht mehr hinausgehen könnte, so kann und muß bei jeder Fertigkeit, bei jeder Erkenntniß, jede neue Stufe das Ideal, das zu erstrebende Ziel, und jede frühere, der Unterbau, das Fundament der späteren werden. Elementar=, Mittel= und höhere Schulen würden also nur verschiedene Phasen der Entwickelung oder besser, verschiedene Manifestationen desselben Ideals sein, deren jede ein für sich abgeschlossenes Ganzes und doch zugleich auch die Grundlage zur nächsten höheren Stufe bildete, so daß auf der untern und mittlern Stufe die ganze Anwendung der Zahl auch vorhanden wäre, nur verschieden nach dem Grade der Erkenntniß.

Doch diese Ansicht weiter darzulegen, würde mich von dem Zwecke dieses Aufsatzes abführen. Man findet sie mit größerer oder geringerer Anschaulichkeit und Ausführlichkeit entwickelt in den Rechenbüchern von Tillich, Diesterweg, Krancke, Scholz, Hentschel, Unger u. A. Ich wollte im Folgenden bloß einen Jahreskursus im Rechnen darlegen, wie er von mir in einer der mittleren Klassen der mit der höhern Bürgerschule zu Görlitz verbundenen Mädchenschule seit Jahren ertheilt wird, um den meisten meiner Amtsgenossen die Anschauung zu ersetzen, die aus Mangel an Zeit und Gelegenheit uns so selten zu Theil wird, und die, wie hierin so in allen andern Stücken, uns oft nur allein weiter fördert und zwar schneller, als das Studium bändereicher Werke. Ich habe dabei auf das Maß des Stoffes, das nicht selten überschritten wird, und auf die tüchtige Verarbeitung desselben in stufenweiser Anordnung ganz besonders Rücksicht genommen und bin von dem Grundsatze ausgegangen: non multa sed multum. Eine mehr als 20jährige Erfahrung als Lehrer in den verschiedensten Verhältnissen, im Einzel- und Klassenunterricht, mit Kindern und Erwachsenen, hat mir dabei zur Seite gestanden, wenn ich auch eines tüchtigen Unterrichts während meiner Schulzeit, und also des einflußreichsten Vorbilds für die spätere eigene Lehrthätigkeit entbehrt habe. Die Zweckmäßigkeit meines Verfahrens hat nicht bloß in dem beifälligen Urtheil einsichtsvoller Behörden, bei den überraschenden Leistungen der Schülerinnen ihre Bestätigung gefunden, sondern es ist mir hauptsächlich dadurch die Ueberzeugung von seiner Zweckmäßigkeit und Richtigkeit geworden, daß meine Rechenschüler mit großer Lust und Liebe arbeiten, und daß durch dasselbe gleichzeitig alle in Anspruch genommen und in Thätigkeit gesetzt werden, was, wie jeder Rechenlehrer weiß, seine großen Schwierigkeiten hat, zumal wenn man zwei oder gar noch mehr Abtheilungen zu machen gezwungen ist. Wie unmethodisch und erfolglos jedoch noch immer dieser Unterricht ertheilt werden mag, geht aus dem größtentheils ungünstigen Resultate hervor, das die Prüfung einer bedeutenden Schülerinnenzahl aus den verschiedensten Orten, die sich zur Aufnahme in die hiesige Mädchenschule meldeten, darbot; da sie entweder ganz mechanisch darin unterrichtet waren oder gar keine Fertigkeit, selbst in den einfachsten Aufgaben darlegten und die daher selten oder niemals mit den übrigen Schülerinnen der Klasse im Rechnen gleichen Schritt halten konnten.

Noch eine Bemerkung erlaube ich mir vorher, ehe ich zur Darlegung des Lehrkursus schreite, über die vielfältig gebrauchte Bezeichnung „Rechnen mit unbenannten und Rechnen mit benannten Zahlen", wenn dadurch nehmlich zugleich verschiedene Stufen in der Entwickelung, eine niedere und eine höhere, angedeutet werden sollen. Vom concreten Beispiele muß hier, wie überall, der anschauliche Unterricht ausgehen, also von der benannten Zahl. Die mannigfaltigen Beispiele, mit denen die Zahlen verbunden werden, führen endlich zum Begriff der bloßen Zahl oder zum abstracten Begriff der Zahl; also wäre das Rechnen mit benannten Zahlen die niedere Stufe und das mit unbenannten die höhere. Aber eine solche Trennung ist überhaupt unpraktisch. Auf eine größere Uebung im Gebrauch der Zahlen innerhalb eines bestimmten Zahlenraumes (am füglichsten zwischen 1 und 100) muß allerdings erst hingearbeitet werden, wie schon aus der Eintheilung unserer Maße und Gewichte, sowie des Geldes hervorgeht, die sämmtlich in diesem Zahlenraume liegen, so daß daher auch einige Zahlen (wie 12, 30, 32, 60 ꝛc.) besondere Berücksichtigung erfahren müssen, wenn mit Fertigkeit und Sicherheit gerechnet werden soll, ehe man die Größen durch eine bestimmte Benennung als Geld, als Maße oder Gewichte individualisirt, — wenn man so sagen darf. Denn 9 Einer + 9 Einer, 9 Zehner + 9 Zehner, oder 9 Tausend + 9 Tausend geben überall 18 Einheiten der benannten Größen von Einern, Zehnern und Tausenden und so fort durch alle Species. Ganz besonders gilt dies vom Multipliziren und Dividiren, wobei noch überraschendere Resultate sich ergeben und wobei unser

Decimalsystem in seinem Glanze erscheint. Außerdem wird bei den letztern beiden Rechenarten das Zerlegen in mehrere Größen, mit denen sich leichter rechnen läßt und die oft durch Addition oder Subtraction in bequemere Zahlen verwandelt worden sind, zur Lösung der Aufgaben in Anwendung zu bringen sein, um wo möglich immer mit den kleinsten und bequemsten Zahlen zu arbeiten, was zu einem erfolgreichen Rechnen durchaus nothwendig ist.

Ich gehe nun zur Darlegung des Lehrkursus über, indem ich an den betreffenden Stellen zum leichtern Verständniß einige Erläuterungen hinzufüge. Auf die Uebung in der Addition lasse ich unmittelbar die der Subtraction derselben Zahl folgen, da sie gegenseitig einander aushelfen, wie die Uebungen zeigen werden.

A. Uebungen im Addiren und Subtrahiren.

1. Stufe. Uebungen mit einfachen Zahlen.

1. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 1. 10. 100. 1000.

Anmerkung. Ich gebe hier blos immer die Hauptübungen, ohne sie besonders zu specificiren, wie etwa addire oder subtrahire

den Zehner, das Hundert, das Tausend a. zu reinen Zehnern, Hunderten und Tausenden,
den Zehner b. zu Zehnern und Einern,
das Hundert c. zu Hunderten und Zehnern,
das Hundert d. zu Hunderten, Zehnern und Einern,
das Tausend e. zu Tausenden und Hunderten,
= = f. zu = = und Zehnern,
= = g. zu = = = und Einern.

2. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 9. 90. 900. 9000.

Anmerk. Hier ist $9 = 10 - 1$ ꝛc. anzusehen, so daß diese Uebung auf die erste zurückgeführt wird und daher in der Reihenfolge die 2. Stelle einnehmen muß. Daß beim Subtrahiren so viel wieder hinzuaddirt werden muß, als zu viel weggenommen worden ist, ergiebt sich von selbst.

3. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 2. 20. 200. 2000.

4. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 8. 80. 800. 8000.

Anmerk. $8 = 10 - 2$ u. s. w.

5. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 3. 30. 300. 3000.

6. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 7. 70. 700. 7000.

Anmerk. $7 = 10 - 3$ u. s. w.

7. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 4. 40. 400. 4000.

8. $\left\{\begin{array}{l}\text{Addire}\\ \text{Subtrahire}\end{array}\right\}$ 6. 60. 600. 6000.

9. { Addire / Subtrahire } 5. 50. 500. 5000.

Anmerk. Bei 6 und 5 Beziehung auf 10 zu nehmen, giebt wenig Erleichterung.

Es folgen hier 2 ausgerechnete Exempel aus der Addition und Subtraction, wie sie nach vorhergegangener mündlicher Einübung schriftlich auszuführen sind.

1. Addire

	10.	8.	7.	6.	9.	3.	2.	4.	5.	1.
zu										
17	27	35	42	48	57	60	62	66	71	72
22	32	40	47	53	62	65	67	71	76	77
34	44	52	59	65	74	77	79	81	86	87
51	61	69	76	82	91	94	96	100	105	106
80	90	98	105	111	120	123	125	129	134	135
65	75	83	90	96	105	108	110	114	119	120
43	53	61	68	74	83	86	88	92	97	98
58	68	76	83	89	98	101	103	107	112	113
89	99	107	114	120	129	132	134	138	143	144
96	106	114	121	127	136	139	141	145	150	151

2. Subtrahire

	5.	7.	8.	3.	9.	4.	10.	6.	2.	1.
von										
97	92	85	77	74	65	61	51	45	43	42
88	83	76	68	65	56	52	42	36	34	33
94	89	82	74	71	62	58	48	42	40	39
76	71	64	56	53	44	40	30	24	22	21
69	64	57	49	46	37	33	23	17	15	14
100	95	88	80	77	68	64	54	48	46	45
111	106	99	91	88	79	75	65	59	57	56
105	100	93	85	82	73	69	59	53	51	50
63	58	51	43	40	31	27	17	11	9	8
82	77	70	62	59	50	46	36	30	28	27

In gleicher Weise geschieht dasselbe mit den Zehnern, Hunderten und Tausenden, bis zuletzt aus allen zusammengesetzte Uebungen vorgenommen werden.

2. Stufe. Uebungen mit zusammengesetzten Zahlen.

I. Zehner und Einer.

II. Hunderte und Zehner.

III. Tausende und Hunderte.

I. Zehner und Einer.

1. { Addire / Subtrahire } 11. 21. 31. 41. 51. 61. 71. 81. 91. / 19. 29. 39. 49. 59. 69. 79. 89. 99.

Anmerk. $11 = 10 + 1$ u. s. f.
$19 = 20 - 1$ u. s. f.

Da bereits früher die reinen Zehner im Addiren und Subtrahiren zur Fertigkeit eingeübt sind, so werden diese Aufgaben und die folgenden, da sie auf die reinen Zehner zurückgeführt werden, nur eine Wiederholung der frühern und nicht so vieler zur Einübung nöthig sein.

2. Addire 12. 22. 32. 42. 52. 62. 72. 82. 92.
Subtrahire 18. 28. 38. 48. 58. 68. 78. 88. 98.
12 = 10 + 2 u. s. f.; 18 = 20 — 2 u. s. f.

3. Addire 13. 23. 33. 43. 53. 63. 73. 83. 93.
Subtrahire 17. 27. 37. 47. 57. 67. 77. 87. 97.
13 = 10 + 3 u. s. f.; 17 = 20 — 3 u. s. f.

4. Addire 14. 24. 34. 44. 54. 64. 74. 84. 94.
Subtrahire 16. 26. 36. 46. 56. 66. 76. 86. 96.
14 = 10 + 4 u. s. f.; 16 = 20 — 4 u. s. f.

5. Addire, Subtrahire 15. 25. 35. 45. 55. 65. 75. 85. 95.
15 = 10 + 5 oder 20 — 5.

Das Eine dürfte so leicht sein wie das Andere, und die Schülerinnen wählen sich hier das Bequemste und das Geläufigste. Man läßt ihnen auch gern die Wahl des Weges, sobald sie mehrere Wege kennen, die zu demselben Ziele führen.

Die Uebungen sub II. und III. lassen sich in ähnlicher Weise behandeln, wie die sub I. und sind daher hier nicht besonders durchgeführt worden.

Um Fertigkeit in diesen Uebungen zu erzielen, hat sich folgendes Verfahren als zweckmäßig bewährt, ohne dadurch über andere Verfahrungsarten den Stab zu brechen.

a. Man beginnt mit einer Zahl und läßt zu derselben, bei den ersten Aufgaben langsamer, damit auch die schwächern Schülerinnen fortkommen, bei den spätern schneller, die Zahlen 1 bis 9 in und außer der Reihe zu zählen und diejenigen Schülerinnen, welche die Endsumme gefunden, aufstehen; dann fragt man drei oder mehr Schülerinnen nach der Summe (solche zuerst, die nicht als sichere Rechner bekannt sind), und da der Lehrer selbst mitgerechnet, so giebt er bei Verschiedenheiten der Summe der gefragten Schülerinnen die richtige Zahl an. Jede Schülerin, welche die richtige Summe gefunden, macht sich einen Strich auf die Tafel. Am Schlusse der Stunde oder der Uebung fragt der Lehrer, welche Schülerin sämmtliche Summen richtig gefunden und welche blos 1 bis 3 etwa falsch gehabt, und bemerkt sich die besten namentlich. Oder:

b. Der Lehrer läßt die Summen mehrerer schnell nach einander genannter Zahlen aufschreiben (die Schülerinnen, welche sie nicht gefunden haben, machen einen horizontalen Strich), und nach etwa 10 Aufgaben läßt er diejenigen aufstehen, die 10 Zahlen als die Summen der Aufgaben aufgeschrieben haben; die Zahlen werden von einzelnen vorgelesen, die falschen von jeder Schülerin selbst durchstrichen und dann ebenso wie vorher verfahren. Oder:

c. Man läßt die Summe nach jeder gegebenen Zahl, die im Kopfe zugerechnet ist, auf die Tafel schreiben, fragt nach der letzten und läßt nun diejenigen, welche falsch gerechnet, sich setzen und von den übrigen eine die Reihe vorlesen. Oder:

d. Man giebt den Schülerinnen 10 Zahlen, mit denen sie beim Zuzählen beginnen, gleichsam 10 Exempel, und läßt zu jeder 10 andere Zahlen hinzurechnen. (Man sehe die voranstehenden Proben.) Um den Eifer anzuspornen, werden nach der Reihenfolge, in der sie fertig sind, Nummern gegeben, oder man läßt sie in dieser Reihenfolge vortreten. Nur ist Letzteres bei gefüllten Klassen wegen unvermeidlichen Geräusches und bei Mangel an Raum nicht ausführbar. Oder:

e. Um sich von der Fertigkeit zu überzeugen, wenn ja die eine oder andere Schülerin nicht immer der Wahrheit die Ehre gegeben, oder bei der schneller rechnenden Nachbarin abgesehen, fragt man Abtheilungs- und Bankweise, oder läßt eine Anzahl der Reihe nach vortreten, von denen die fertigste jedesmal auf ihren Platz sich begiebt und durch die nächstfolgende ersetzt wird. Bei dieser Uebung ist keine Täuschung mehr möglich. Oder:

f. Man läßt die Schülerinnen einer Bank je nach ihrer bewiesenen Fertigkeit den Platz einnehmen, so daß die Ersten jeder Bank die schnellsten Rechner; zuletzt läßt man die Ersten aller Bänke certiren, dann die Zweiten, die Dritten u. s. f. Dadurch wird der Lehrer ganz ins Klare kommen, welche Stelle jede Schülerin bei dieser oder jener Rechnungsart einnimmt. Selten hat dieselbe Schülerin in allen Species dieselbe Fertigkeit. Oder:

g. Es werden eine Menge Zahlen an die Schultafel geschrieben und zu irgend einer Zahl zugerechnet. Hierbei macht es den Schülerinnen besonders Vergnügen, wenn sie dabei selbst die Zahlen mit einem Stäbchen bezeichnen und die zu fragende Schülerin aufrufen können.

h. Im Allgemeinen zu bemerken ist: jede Uebung muß so lange durchgenommen werden, bis über die Hälfte der Schülerinnen die Aufgaben schnell und richtig löst. Es lassen sich auch viele Uebungen im Chor machen; nur habe man Acht, daß sämmtliche Schülerinnen mitsprechen. Man lasse daher nur halblaut sprechen. Dieses Chorsprechen regt auch die Trägen und Langsamen an und reißt sie gleichsam mit fort. Auch lasse man die gefundenen Zahlen oft, erst nach gegebenem Zeichen mit der Hand, sprechen, um alle oder doch die Mehrzahl zu betheiligen, weil nirgends so als beim Rechnen ein Vordrängen der Schnellrechner stattfindet.

B. Uebungen im Multipliziren.

1. Stufe. Uebungen mit einfachen Zahlen.

1. Multiplizire die Einer mit Einern. (Das Einmaleins.)
   1 bis 9 $\times$ 1 bis 9.

Hierbei hat man auf völlige Sicherheit und Fertigkeit hinzuarbeiten, weil darauf alle übrigen Uebungen basirt sind.

2. Multiplizire die reinen Zehner mit Einern.
   10, 20, 30 ff. bis 90 $\times$ 1 bis 9.
3. Multiplizire die reinen Hunderte mit Einern.
   100, 200, 300 ff. bis 900 $\times$ 1 bis 9.
4. Multiplizire die reinen Tausende mit Einern.
   1000, 2000, 3000 ff. bis 9000 $\times$ 1 bis 9.
5. Multiplizire reine Hunderte und reine Zehner gemischt mit Einern.
   10, 50, 700, 80, 300 ff. $\times$ 1 bis 9.
6. Multiplizire reine Tausende, Hunderte und Zehner gemischt mit Einern.
   10, 5000, 300, 80, 7000, 600 ff. $\times$ 1 bis 9.
7. Multiplizire die reinen Zehner mit reinen Zehnern.
   10, 20, 30 ff. bis 90 $\times$ 10 bis 90.
8. Multiplizire die reinen Hunderte mit Zehnern.
   100, 300 ff. bis 900 $\times$ 10 bis 90.

9. Multiplizire die reinen Tausende mit Zehnern.
1000, 2000, 3000 ff. bis 9000 $\times$ 10 bis 90.

10. Multiplizire die reinen Hunderte mit Hunderten.
100, 200, 300 ff. bis 900 $\times$ 100 bis 900.

11. Multiplizire die reinen Tausende mit Hunderten.
1000, 2000 ff. bis 9000 $\times$ 100 bis 900.

12. Multiplizire die reinen Tausende mit Tausenden.
1000, 2000 ff. bis 9000 $\times$ 1000 bis 9000.

2. Stufe. Uebungen mit zusammengesetzten Zahlen.

1. Multiplizire Zehner und Einer mit Einern.
11, 12, 13 ff. bis 99 $\times$ 1 bis 9.

a. 11 $\times$ 1 bis 9 = 10 + 1 $\times$ 1 bis 9 = 10 $\times$ 1 + 1 $\times$ 1 = 10 + 1 = 11
b. 19 $\times$ 1 bis 9 = 20 — 1 $\times$ 1 bis 9
c. 12 $\times$ 1 bis 9 = 10 + 2 $\times$ 1 bis 9
d. 18 $\times$ 1 bis 9 = 20 — 2 $\times$ 1 bis 9
e. 13 $\times$ 1 bis 9 = 10 + 3 $\times$ 1 bis 9
f. 17 $\times$ 1 bis 9 = 20 — 3 $\times$ 1 bis 9
g. 14 $\times$ 1 bis 9 = 10 + 4 $\times$ 1 bis 9
h. 16 $\times$ 1 bis 9 = 20 — 4 $\times$ 1 bis 9
i. 15 $\times$ 1 bis 9 = 10 + 5 $\times$ 1 bis 9.

Bei den übrigen Uebungen mit Zehnern würde man dieselbe Reihenfolge, wie hier, beobachten und dieselben Zerfällungen vornehmen. Man lasse immer die Zehner zuerst und dann die Einer multiplizieren. Um den Schülerinnen das Zerlegen klar zu machen, läßt man Aufgaben auf folgende Art schriftlich lösen:

5 $\times$ 38 = 5. 40 — 5. 2 = 200 — 10 = 190
9 $\times$ 59 = 9. 60 — 9. 1 = 540 — 9 = 531
8 $\times$ 84 = 8. 80 + 8. 4 = 640 + 32 = 672.

Als Beispiel, wie nach mündlich durchgenommenen Uebungen auch schriftlich verfahren werden könne, stehe hier folgendes:

Multiplizire mit	2	3	4	5	6	7	8	9
17	34	51	64	85	102	119	136	153
26	52	78	104	130	156	182	208	234
31	62	93	124	155	186	217	248	279
44	88	132	176	220	264	308	352	396
56	112	168	224	280	336	392	448	504
68	136	204	272	340	408	476	544	612
84	168	252	336	420	504	588	672	756
93	186	279	372	465	558	651	744	837
37	74	111	148	185	222	259	296	306
49	98	147	196	245	294	345	392	441

C. Uebungen im Dividiren.

Da das Theilen der Zahlen von 1 bis 100 in 2 bis 10 Theile am häufigsten vorkommt, so genüge vorerst dieser Zahlenraum; die geübteren kann man allenfalls noch die reinen Hunderte und die reinen Tausende, sowie Hunderte und Zehner, und Tausende und Hunderte in Halbe, Drittel, Viertel und Fünftel theilen lassen; den Meisten bietet es schon zu große Schwierigkeiten. Man halte daher auch hier Maß.

Mit Bezug auf das Einmaleins nimmt man zuvörderst folgende Uebung vor, daß man entweder zuerst den Theil sagen läßt und dann das Ganze, oder erst das Ganze und dann den Theil, z. B. 1 ist die Hälfte von 2, 7 ist die Hälfte von 14; oder von 2 ist die Hälfte 1 ꝛc.

1. Stufe. Einfache Theile von 1 bis 100.

1. Dividire 1 bis 100 durch 2 oder die Hälfte von 1 bis 100.
   - a. Zahlenraum 1 bis 20 : 2
   - b. „ 20 bis 40 : 2
   - c. „ 40 bis 60 : 2
   - d. „ 60 bis 80 : 2
   - e. „ 80 bis 100 : 2.

Anmerk. Man lasse zuerst die Zahlen zwischen 20 und 40 in 20 und das Mehr über 20 zerlegen, und da 20 zur Hälfte 10 giebt, wie den Schülern bekannt, blos das Mehr durch 2 theilen und die Hälfte zu 10 zurechnen, als z. B. $35 : 2 = (20 + 15) : 2 = 10 + 7\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2}$. Bei jeden folgenden 20, also bei 60, 80 und 100 verfährt man eben so. Den Schülerinnen wird es dadurch außerordentlich erleichtert.

2. Dividire 1 bis 100 durch 3 oder das Drittel von 1 bis 100.
   - a. 1 bis 30 : 3
   - b. 30 bis 60 : 3
   - c. 60 bis 90 : 3
   - d. 90 bis 100 : 3.

Anmerk. Dasselbe Verfahren wie oben.

3. Dividire 1 bis 100 durch 4 oder das Viertel von 1 bis 100.
   - a. 1 bis 40 : 4
   - b. 40 bis 80 : 4
   - c. 80 bis 100 : 5.
4. Dividire 1 bis 100 durch 5 oder das Fünftel von 1 bis 100.
   - a. 1 bis 50 : 5
   - b. 50 bis 100 : 5.

Anmerk. Hierbei mache man den Schüler darauf aufmerksam, daß 5 die Hälfte von zehn oder ein halber Zehner ist, also in jeder Zehnerzahl noch einmal so viel Fünfen sein müssen.

5. Dividire 1 bis 100 durch 6 oder das Sechstel von 1 bis 100.
   - a. 1 bis 60 : 6
   - b. 60 bis 100 : 6.
6. Dividire 1 bis 100 durch 7 oder das Siebentel von 1 bis 100.
   - a. 1 bis 70 : 7
   - b. 70 bis 100 : 7.

7. Dividire 1 bis 100 durch 8 oder das Achtel von 1 bis 100.
   a. 1 bis 80 : 8
   b. 80 bis 100 : 8.
8. Dividire 1 bis 100 durch 9 oder das Neuntel von 1 bis 100.
9. Dividire 1 bis 100 durch 10 oder das Zehntel von 1 bis 100.

Anmerk. Reicht die Zeit zu, kann man auch das Elftel und Zwölftel angeben lassen.

2. Stufe. Mehrfache Theile von 1 bis 100.

1. $\frac{2}{3}$ von 1 bis 100 oder das Drittel zweimal.
2. $\frac{2}{4}$. $\frac{3}{4}$ von 1 bis 100 oder das Viertel zweimal oder dreimal.
3. $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{5}$ von 1 bis 100 oder das Fünftel 2, 3, 4mal.
4. $\frac{2}{6}$ bis $\frac{5}{6}$ von 1 bis 100 oder das Sechstel 2 bis 5mal.
5. $\frac{2}{7}$ bis $\frac{6}{7}$ von 1 bis 100 oder das Siebentel 2 bis 6mal.
6. $\frac{2}{8}$ bis $\frac{7}{8}$ von 1 bis 100 oder das Achtel 2 bis 7mal.
7. $\frac{2}{9}$ bis $\frac{8}{9}$ von 1 bis 100 oder das Neuntel 2 bis 8mal.
8. $\frac{2}{10}$ bis $\frac{9}{10}$ von 1 bis 100 oder das Zehntel 2 bis 9mal.

Beispiele zu vorstehenden Uebungen:

I. Von	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
11	5,1	3,2	2,3	2,1	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1
28	14	9,1	7	5,3	4,4	4	3,4	3,1	2,8
31	15,1	10,1	7,3	6,1	5,1	4,3	3,7	3,4	3,1
47	23,1	15,2	11,3	9,2	7,5	6,5	5,7	5,2	4,7
58	29	19,1	14,2	11,3	9,4	6,2	7,2	6,4	5,8
63	31,1	21	15,3	12,3	10,3	9	7,7	7	6,3
79	39,1	26,1	19,3	15,4	13,1	11,2	9,7	8,7	7,9
84	42	28	21	16,4	14	12	10,4	9,3	8,4
95	47,1	31,2	23,3	19	15,5	13,4	11,7	10,5	9,5
100	50	33,1	25	20	16,4	14,2	12,4	11,1	10.

II. Von	2/3	3/4	4/5	5/6	3/7	5/8	7/9	9/10
12	8	9	9,3	10	5,1	7,4	9,3	10,8
23	15,1	17,1	18,2	19,1	9,6	14,3	17,8	20,7
34	22,2	25,2	27,1	28,2	14,4	21,2	26,4	30,6
45	30	33,3	36	44,3	19,2	28,1	35	40,5
57	38	42,3	45,3	47,3	24,3	35,5	44,3	51,3
60	40	45	48	50	25,5	37,4	46,6	54
72	48	54	57,3	60	30,6	45	56	64,8
91	60,2	68,1	72,4	75,5	39	56,7	70,7	81,9
88	58,2	66	70,2	73,2	37,5	55	67,4	79,2
100	33,1	75	80	83,2	42,6	62,4	77,7	90.

Anwendung der vorstehenden Uebungen auf benannte Zahlen.

A. Das Resolviren und Reduciren.

1. Uebung. 1 bis 12 Sgr., wie viel Pfennige?
Die Pfennig- und Groschentabelle wird auswendig gelernt.
2. Uebung. Man giebt Silbergroschen und Pfennige und läßt die Summe der Pfennige angeben.
3. Uebung. Man giebt Pfennige und läßt die Zahl der Silbergroschen und Pfennige angeben.
4. Uebung. 1 bis 12 Thlr. wie viel Silbergroschen?
5. Uebung. Man giebt Thaler und Silbergroschen, wie viel Silbergroschen?
6. Uebung. Man giebt Silbergroschen, wie viel Thaler und Silbergroschen?

Hierbei lassen sich Uebungen mit 100, 200, 300 bis 1000 Pf. wie viel Sgr.; sowie 100, 200, 300 ff. bis 1000 Sgr. wie viel Thlr. und Sgr.; desgleichen 100, 200, 300 ff. bis 1000 Sgr. wie viel Pf.; und 100, 200, 300 ff. bis 1000 Thlr. wie viel Sgr., anbringen. Nur überschreite man das Maß nicht, da das Gewöhnliche genug Uebung erfordert.

B. Addition.

Bloße Pfennige zu Pfennigen, oder Groschen zu Groschen, oder Thaler zu Thaler zu addiren, erledigen sich durch die frühern Uebungen und werden hier nicht erst besonders aufgeführt.

Addire Silbergroschen und Pfennige zu Silbergroschen und Pfennigen,
Addire Thaler und Silbergroschen zu Thalern und Silbergroschen.

Die Schüler werden angehalten, von jedem besonders die Summen nieder zu schreiben und beim Ueberhören die Reduction im Kopfe vorzunehmen, ohne erst schriftlich dieselbe vorgenommen zu haben, z. B. 17 Sgr. 9 Pf. + 22 Sgr. 7 Pf. = 39 Sgr. 16 Pf. = 40 Sgr. 4 Pf.

Dieselben Uebungen lassen sich auch auf Duzend und Stück, auf Pfund und Loth, auf Centner und Pfund rc. anwenden.

C. Subtraction.

1. Uebung. Subtrahire von 1 Thlr. 1 bis 29 Sgr.
2. " " " 1 Thlr. bis 29 Sgr. 11 Pf.
3. " " " 20 Sgr. bis 19 Sgr. 11 Pf.
4. " " " 15 " " 14 " 11 "
5. " " " 10 " " 9 " 11 "
6. " " " 2 Thlr. bis 1 Thlr. 29 Sgr.
7. " " " 3 bis 10 Thlr. 2 bis 9 Thlr. 29 Sgr.
8. " " " 10 Thlr. bis 9 Thlr. 29 Sgr. 11 Pf.

D. Multiplication.

1. Uebung. Das Doppelte von 1 bis 29 Sgr. 1 — 11 Pf.
2. " Das Doppelte von 1 bis 50 Thlr. 1 — 29 Sgr.
3. " Das Dreifache von 1 bis 29 Sgr. 1 — 11 Pf.
4. " Das Dreifache von 1 bis 30 Thlr. 1 — 29 Sgr.

5. Uebung. Das Vierfache von 1 bis 29 Sgr. 1 — 11 Pf.
6. „ Das Vierfache von 1 bis 25 Thlr. 1 — 29 Sgr.
7. „ Das Fünffache von 1 bis 29 Sgr. 1 — 11 Pf.
8. „ Das Fünffache von 1 bis 20 Thlr. 1 — 29 Sgr.
9. „ Das Sechsfache von 1 bis 29 Sgr. 1 — 11 Pf.
10. „ Das Sechsfache von 1 bis 15 Thlr. 1 — 29 Sgr.
11. „ Das Siebenfache von 1 bis 13 Sgr. 1 — 11 Pf.
12. „ Das Siebenfache von 1 bis 11 Thlr. 1 — 13 Sgr.
13. „ Das Achtfache von 1 bis 12 Sgr. 1 — 11 Pf.
14. „ Das Achtfache von 1 bis 12 Thlr. 12 Sgr.
15. „ Das Neunfache von 1 bis 11 Sgr. 1 — 11 Pf.
16. „ Das Neunfache von 1 bis 11 Thlr. 1 — 11 Sgr.
17. „ Das Stück (Pfd., Elle, Loth) 1 bis 11 Pf. Wie viel 1—100 Stück.

Es wird davon ausgegangen, daß, wenn das Stück 1 Pf. kostet, die Zahl der Stücke gleich ist der Zahl der Pfennige, oder, um kleinere Zahlen zu bekommen, in Groschen und Pfennige reducirt, so viel Groschen und Pfennige, die bei einem Preise von 2 bis 11 Pf. das Stück, 2 bis 11mal so viel betragen, z. B. 80 Stück à 7 Pf. kosten 80 $\times$ 7 Pf. oder 6 Sgr. 8 Pf. $\times$ 7 = 42 Sgr. 56 Pf. = 46 Sgr. 8 Pf.

E. Division.

1. Uebung. Das Halbe bis Neuntel von 1 bis 100 Pf. oder von 1 Pf. bis 8 Sgr. 4 Pf.

Die Silbergroschen der Aufgabe werden augenblicklich in Pfennige resolvirt und zu den übrigen Pfennigen addirt; so wird die gemischte Zahl in eine einfache verwandelt und auf frühere Uebungen reducirt.

2. Uebung. Das Halbe bis Neuntel von 1 bis 100 Sgr.
3. Uebung. Das Halbe bis Neuntel von 1 Sgr. bis 100 Sgr. 11 Pf.
4. Uebung. Das Halbe bis Neuntel von 1 Thlr. bis 100 Thlr.
5. Uebung. Das Halbe bis Neuntel von 1 Thlr. bis 100 Thlr. 29 Sgr.

Probe-Aufgaben zur Multiplication und Division:

I. Gieb an

von	das	2fache		3fache		4fache		5fache		6fache		7fache		8fache		9fache	
3 sgr.	11 pf.	6	22	9	33	12	44	15	55	18	66	21	77	24	88	27	99
5 —	7 —	10	14	15	21	20	28	25	35	30	42	35	49	40	56	45	63
9 —	8 —	18	16	27	24	36	32	45	40	54	48	63	56	72	64	81	72
12 —	9 —	24	18	36	27	48	36	60	45	72	54	84	63	96	72	108	81
10 —	5 —	20	10	30	15	40	20	50	25	60	30	70	35	80	40	90	45
11 —	6 —	22	12	33	18	44	24	55	30	66	36	77	42	88	48	99	54
13 —	4 —	26	8	39	12	52	16	65	20	78	24	91	28	104	32	117	36
20 —	3 —	40	6	60	9	80	12	100	15	120	18	140	21	160	24	180	27
7 —	7 —	14	14	21	21	28	28	35	35	42	42	49	49	56	56	63	63
10 —	11 —	20	22	30	33	40	44	50	55	60	66	70	77	80	88	90	90

II. Gieb an

von	das Halbe,	Drittel,	Viertel,	Fünftel,
1 thlr. 17 sgr.	— thlr. $23\frac{1}{2}$ sgr.	— thlr. $15\frac{2}{3}$ sgr.	— thlr. $11\frac{3}{4}$ sgr.	— thlr. $9\frac{2}{5}$ sgr.
2 = 10 =	1 = 5 =	— = $23\frac{1}{3}$ =	— = $17\frac{2}{4}$ =	— = 14 =
3 = 15 =	1 = $22\frac{1}{2}$ =	1 = 5 =	— = $26\frac{3}{4}$ =	— = 21 =
15 = 29 =	7 = $29\frac{1}{2}$ =	5 = $9\frac{2}{3}$ =	3 = $29\frac{3}{4}$ =	3 = $5\frac{4}{5}$ =
26 = 8 =	13 = 8 =	8 = $22\frac{2}{3}$ =	6 = 17 =	5 = $7\frac{3}{5}$ =
41 = 20 =	20 = 25 =	13 = $26\frac{2}{3}$ =	10 = $12\frac{2}{4}$ =	8 = 10 =
70 = 24 =	35 = 12 =	23 = 18 =	17 = 21 =	14 = $4\frac{4}{5}$ =
84 = 2 =	42 = 1 =	26 = —$\frac{2}{3}$ =	21 = —$\frac{2}{4}$ =	16 = $24\frac{2}{5}$ =
100 = 10 =	50 = 5 =	33 = $13\frac{1}{3}$ =	25 = $2\frac{2}{4}$ =	20 = 2 =
7 = 22 =	3 = 26 =	2 = $17\frac{1}{3}$ =	1 = 28 =	1 = $16\frac{2}{5}$ =

von	das Sechstel,	Siebentel,	Achtel,	Neuntel.
1 thlr. 17 sgr.	— thlr. $7\frac{5}{6}$ sgr.	— thlr. $6\frac{5}{7}$ sgr.	— thlr. $5\frac{7}{8}$ sgr.	— thlr. $5\frac{2}{9}$ sgr.
2 = 10 =	— = $11\frac{4}{6}$ =	— = 10 =	— = $7\frac{4}{8}$ =	— = $7\frac{7}{9}$ =
3 = 15 =	— = $17\frac{3}{6}$ =	— = 15 =	— = $13\frac{1}{8}$ =	— = $11\frac{6}{9}$ =
15 = 29 =	2 = $19\frac{5}{6}$ =	2 = $8\frac{3}{7}$ =	1 = $29\frac{7}{8}$ =	1 = $23\frac{2}{9}$ =
26 = 8 =	4 = $11\frac{2}{6}$ =	3 = $22\frac{4}{7}$ =	3 = $8\frac{2}{8}$ =	2 = $27\frac{5}{9}$ =
41 = 20 =	6 = $28\frac{2}{6}$ =	5 = $28\frac{4}{7}$ =	5 = $6\frac{2}{8}$ =	4 = $18\frac{8}{9}$ =
70 = 24 =	11 = 24 =	10 = $3\frac{3}{7}$ =	8 = $25\frac{4}{8}$ =	7 = $17\frac{1}{9}$ =
84 = 2 =	14 = —$\frac{2}{6}$ =	12 = —$\frac{2}{7}$ =	10 = $15\frac{2}{8}$ =	9 = $10\frac{2}{9}$ =
100 = 10 =	16 = $21\frac{4}{6}$ =	14 = 10 =	12 = $16\frac{2}{8}$ =	11 = $4\frac{4}{9}$ =
7 = 22 =	1 = $8\frac{4}{6}$ =	1 = $3\frac{1}{7}$ =	— = 29 =	— = $25\frac{7}{9}$ =

Hiermit wäre der Jahreskursus in dieser Klasse vollendet; in der nächstfolgenden höhern Klasse wird mit der Bruchrechnung angefangen, wozu die versetzten Schülerinnen bereits durch die Divisionsübungen eine gute Vorbereitung mitbringen. In den nun folgenden schwierigern Uebungen mit Anwendung der Bruchrechnung, wie bei Berechnungen des Ganzen aus dem Theile oder umgekehrt, bei Procentberechnungen in Rabatt-, Gewinn- und Verlust-, Agio- und Zinsberechnungen findet das früher angewendete Verfahren seine Bestätigung und weitere Ausdehnung, so daß der Nutzen davon, besonders in Mädchenschulen, augenscheinlich ist.