

Mathematische Lesestoffe

für die

Prima der Realgymnasien

von

Professor Dr. P. Kramer,

Inspektor des Realgymnasiums.

Für jede Lehranstalt ist die Aufstellung des Lehrplans, d. h. Auswahl und Abgrenzung der zu behandelnden Lehrstoffe, wohl die wichtigste Angelegenheit. Die Realgymnasien haben sie noch lange nicht zu einem befriedigenden Abschluß gebracht, es ist vielmehr unbestritten, daß der augenblickliche Gesamtlehrplan dieser Schulgattung noch kein endgültiger ist. Die Zeit der Versuche ist noch immer für sie nicht abgelaufen. Aber auch für einzelne Fächer müssen wir daselbe sagen, so namentlich für die Mathematik.

Der mathematische Lehrplan krankt auch nach der Einführung der neuen Unterrichts-Ordnungen von 1882 an so klaffenden Schäden, daß der geistige Gewinn, den die Schüler durch den Unterricht in der Mathematik davontreten könnten, bei sehr vielen außerordentlich beeinträchtigt wird.

Diese Wahrheit ergibt sich eigentlich ganz von selbst, wenn man bedenkt, daß die Lehrstoffe, welche in Unter- und Oberprima zu den bis Obersekunda behandelten hinzutreten, so neu und umfangreich sind, daß an eine Vertiefung der Kenntnisse und an ein Fortbilden derselben zu freudigem Können nicht, oder nur in besonders günstigen Fällen zu denken ist.

Ich gehe im Nachfolgenden auf einzelne Punkte noch im besonderen ein, um zuletzt Vorschläge zur Abhilfe des hier unbedingt vorhandenen Notstandes zu machen, allerdings nur im Fluge.

I.

Es ist ein von mir schwer empfundener Übelstand, daß in Prima der Realgymnasien so viele neue mathematische Lehrgegenstände auftreten.

In den zwei Jahren, welche der Prima zugewiesen sind, sollen behandelt werden: Analytische Geometrie der Ebene und Kegelschnitte, sphärische Trigonometrie mit Anwendung auf Astronomie, kubische Gleichungen, Kombinationslehre mit Wahrscheinlichkeitsrechnung, niedere Analysis, Kettenbrüche, (Determinanten), beschreibende Geometrie und Körperberechnung; hierzu kommt noch die Wiederholung des früher Erlernten. Wer wollte für analytische Geometrie, niedere Analysis, beschreibende Geometrie nebst Stereometrie weniger als je ein halbes Jahr rechnen? Die kubischen Gleichungen vielleicht zusammen

mit sphärischer Trigonometrie nehmen ebenfalls ein halbes Jahr in Anspruch. Der Rest muß an passenden Stellen eingeschoben werden. So ist es nicht anders möglich, als daß jedes halbe Jahr ein neuer umfangreicher Lehrgegenstand den Primanern geboten wird. Aber nicht nur umfangreich ist er, nein jedesmal ist es nötig, gewissermaßen ganz von vorn anzufangen, denn

II.

Daß für einen großen Teil der namhaft gemachten Lehrstoffe nur ein sehr loser Zusammenhang mit den in den früheren Klassen behandelten besteht, ebenso daß die Grundlagen derselben für die Schüler oft nicht unerhebliche Schwierigkeiten bieten, ist für den Fachmann völlig klar.

Die Koordinatengeometrie kann ja schon in dem Kapitel über die trigonometrischen Funktionen und bei der Anwendung der Algebra auf Geometrie gestreift sein, das ist wohl richtig. Für die analytische Geometrie ist aber das Wichtigste die Deutung der Gleichungen in geometrischem Sinne und das Übertragen der geometrischen Eigenschaften in ein Gleichungsbild, ferner die Verallgemeinerung der an bestimmten Fällen gefundenen Gleichungen für alle möglichen Fälle.¹

Diese eigentlichen Grundideen der analytischen Geometrie sind für die Schüler völlig neu und außerordentlich schwierig, wogegen sie mit einigen Formeln und deren mechanischer Verwendung leicht vertraut gemacht werden können. Die Erörterung der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades habe ich dabei noch gar nicht einmal im Sinne.

Die niedere Analysis bleibt Stückwerk ohne die Konvergenzbetrachtung. Es giebt aber nach meinen Erfahrungen keinen schwierigeren, undankbareren, rätselhafteren Gegenstand für die Schüler als die Konvergenz der niederen Reihen. Ja selbst wenn man die allgemeinen Erörterungen ganz fortläßt und alles nur an ganz bestimmten Beispielen vornimmt, so ist der Gewinn im Vergleich zu der Mühe und zu der darauf verwendeten Zeit ganz unverhältnismäßig gering.

Die niedere Analysis ist ein sehr entbehrliches Kapitel, zumal wenn man bedenkt, daß durch die Konvergenz doch erst die Brauchbarkeit der Reihen festgestellt wird, ein wirklicher Gebrauch aber in der Schule eigentlich gar nicht vorkommt.²

Die darstellende Geometrie wird zwar im Zeichenunterrichte, sobald derselbe richtig betrieben wird, bereits in den Mittelklassen begonnen, aber mehr anschaulich begründet. Soll sie im Sinne der Lehrpläne von 1882 gelehrt werden, so ist ein systematischer Aufbau nötig, und dann treten die Schwierigkeiten, welche der Anschauung hier zugemutet werden, und zwar gerade in den Elementen, sehr bald äußerst empfindlich hervor. Es wird, zumal wenn bei sorgfältigem Unterricht das Zeichnen, wie nicht anders möglich, einen immer breiteren Raum beansprucht, die zur Verfügung stehende Zeit gerade abgelaufen sein, wenn sich bei dem Schüler eine gewisse Sicherheit in den Elementen eingestellt hat. Das nächste Halbjahr erfordert aber einen neuen Lehrstoff und so fehlt die Fortsetzung der Übungen und damit fällt das Meiste des Erlernten bald wieder der Vergessenheit anheim.

1) Ein Beispiel hierfür, welches für angehende Lehrer besonders zu empfehlen und die ganze Schwierigkeit ins rechte Licht zu stellen geeignet ist, ist der Nachweis, daß dieselbe Gleichung der geraden Linie, welche z. B. in Gantners Elementen der analytischen Geometrie nur für eine bestimmte und zwar die einfachste Lage des laufenden Punktes auf der Linie abgeleitet ist, für alle möglichen Lagen dieses Punktes immer wiederkehrt. Hierauf lassen sich die Lehrbücher für gewöhnlich gar nicht ein.

2) Man führe mir nicht die Berechnung der Logarithmen an, das ist nur ein dürftiger Notbehelf.

Das waren die Hauptgegenstände. Bei der Körperberechnung, der Kombinationslehre, sphärischen Trigonometrie und Lehre von den Gleichungen dritten Grades sind allerdings größere Schwierigkeiten in den Elementen nicht vorhanden, eine Anknüpfung an frühere Lehrstoffe ist aber nur einigermaßen bei der sphärischen Trigonometrie, wogegen die Anwendung auf die Astronomie wieder eine Fülle neuer Begriffe nötig macht, in sehr geringem Maße noch bei der Lehre von den kubischen und binomischen Gleichungen möglich.

Ist so eine große Menge zusammenhangslosen Lehrstoffes vorhanden, so kommt noch ein anderer Übelstand hinzu, der geradezu verhängnisvoll wirkt, nämlich:

III.

Eine Anwendung des in Prima Erlernten und somit eine Vertiefung ist entweder überhaupt oder aus Mangel an Zeit nicht möglich.

Für die analytische Geometrie und die Lehre von den Kegelschnitten, die niedere Analysis und beschreibende Geometrie ist schon, wenn man den Lehrstoff außerordentlich beschränkt, für die Sicherung der notwendigsten Elemente so viel Zeit erforderlich, daß an eine einigermaßen freie Beherrschung des auf denselben sich erbauenden übrigen Lehrstoffes gar nicht zu denken ist, das ist einfach Tatsache.

Dagegen wird vielleicht angeführt werden, daß ja gerade die Erlernung der Elemente das Ziel des Unterrichts in der Prima sei.

Ich müßte dies für einen sehr verhängnisvollen Irrtum halten.

Der Schüler kann an der Ableitung der niederen unendlichen Reihen nur eine gemischte Freude gewinnen, zumal wir hier kaum in der Lage sind ihm zu zeigen, was für einen Zweck denn diese große Arbeit für ihn hat. Es ist ein reiner Bau in die Luft.

Nicht viel besser ist es mit der Ableitung der Eigenschaften der Kegelschnitte nach analytisch-geometrischer Behandlungsweise. Das rechnerische Beiwerk erstickt die Gedanken dabei fast völlig. Überhaupt wird in Prima viel zu viel gerechnet. Die Entwicklung der Kettenbrüche findet in den diophantischen Gleichungen einen mehr als kümmerlichen Abschluß.

Und nun gar, wenn nach den ersten Schritten in alle diese Lehrstoffe hinein das Lösen der einzelnen Aufgaben hinzutritt! Der Geist der Übungssätze von Plöz steigt da drohend empor.

Der Blick ins Ganze wird nicht geübt, eine Freude an einem Ganzen, welches der Schüler beherrschen kann, wird nicht gewonnen, es fehlt eben an einem Ganzen, in welches sich der Schüler gern hineinarbeitet, weil es begrenzt genug ist, um übersehen und bewältigt zu werden.

Endlos spinnt sich z. B. bei der analyt. Geometrie die Reihe der Eigenschaften des Punktes, der Linie, des Kreises, der Parabel, Ellipse u. u. hin, kein Abschn, kein Ruhepunkt eingestreut. Übungsaufgaben werden zur neuen Sorge, denn sie erscheinen meist als neue Lehrsätze in den Lücken derjenigen des Lehrbuchs. Mühsam sucht der Lehrer hervorragende Eigenschaften anzuknüpfen an andere Gebiete, wie z. B. die Eigenschaft der Ellipse, daß die Tangente den Winkel der Brennstrahlen halbiert, an die optische Reflexion.

Ähnlich ist es bei allen Hauptlehrgegenständen der Mathematik in der Prima der Realgymnasien.

IV.

Wie ist da Abhilfe zu schaffen?

Auf den höheren Stufen unserer Realgymnasien müssen wir endlich dahin kommen, die bloße Übungsaufgabe von der Verwendung des Erlernten zu unterscheiden. Was dem mathematischen

Unterricht bis Prima wie ein Hemmschuh anhaftet, ist überhaupt die Aufgabenatomistik, in welcher fast die gesamte Selbstthätigkeit des Schülers sich verliert. Ich glaube, der Schüler sehnt sich auf der obersten Stufe aus dem Sandhaufen lose aneinander gereihter „Aufgaben“ nach zusammenhängendem mathematischen Stoffe, der nicht in der Form eines Lehrbuchs auftritt.

Hierin finde ich Anhalt für folgende Vorschläge zur Abhilfe des Notstandes, in welchem sich der mathematische Unterricht im Realgymnasium befindet:

- 1) Es muß die Geometrie viel mehr bevorzugt werden;
- 2) Es müssen künftig folgende Lehrstoffe fortfallen: Die niedere Analysis (unendliche Reihen), die Lehre von den Kettenbrüchen, von den arithmetischen Reihen höherer Ordnung, (von den Determinanten); als selbständiger Lehrgegenstand hört auf die darstellende Geometrie;
- 3) Es müssen zusammenhängende mathematische Lesestoffe beschafft werden;
- 4) Es ist auf jede systematische Vollständigkeit in irgend einem der in Prima zu lehrenden mathematischen Stoffe zu verzichten;
- 5) Es ist der engste Anschluß an die Physik zu suchen.

Über die vier erstgenannten Punkte mögen noch einige Bemerkungen erlaubt sein.

Zu 1) Die Geometrie muß jetzt im wesentlichen in Obersekunda abgeschlossen sein, so daß in Prima nichts mehr hinzukommt. Dies ist ein Übelstand, der nicht laut genug verurteilt werden kann. Wird der Lehrstoff, wie oben angegeben, beschränkt, so werden in Prima erst die schönen geometrischen Schlufsaufgaben, nämlich die Kreis- und Kugelberührungsaufgaben, der Schnitt von Kreisen unter vorgeschriebenen Winkeln, die Malfattische Aufgabe, überhaupt geometrische Methodenlehre, etwa nach Petersen, als Vertiefung des bis Sekunda Gelernten, zur Behandlung kommen, desgleichen eine synthetische Behandlung der Kegelschnitte nach dem Vorbilde von Steiner oder nach Milinowski.

Zu 2) Hier breche ich mit einer alten Überlieferung. Doch bin ich sicher, daß, wenn auch jetzt viel Widerspruch laut werden wird, in nicht zu langer Zeit derselbe von selbst verstummt. Zu den Gleichungen des dritten Grades wünsche ich aber die des vierten hinzu, um die Vieleckslehre besser zum Abschluß zu bringen.

Zu 3) Wie ich mir diese Lesestoffe denke, davon liegt diesem Jahresbericht eine Probe bei. Es ist die Hälfte der von Poincaré in den Heften der polytechnischen Schule zu Paris veröffentlichten wahrhaft klassischen Abhandlung über Vielecke und Vielfläche. Die Übersetzung ist frei, jedoch sinngetreu.

Mathematische Meister haben sich über leichtere Stoffe so oft und so schön ausgesprochen, daß es eine einfache Notwendigkeit ist, diese Schätze für die Schule zu heben und damit den Unterricht zu befruchten. Zugleich kann hierdurch ein Weg eröffnet werden, um die hauptsächlichsten geschichtlichen Thatsachen den Schülern näher zu bringen und berühmte Mathematiker und Physiker ihnen bekannt zu machen. Die Abhandlungen, welche zu Lesestoffen gewählt werden, müssen sich als natürliche Erweiterungen des Schullehrstoffs unmittelbar an denselben anschließen und eine angemessene Kürze haben.

Erfahrung in der Behandlung solcher Stoffe in der Klasse fehlt mir nicht, ich habe sie seit mehreren Jahren gesammelt und werde seiner Zeit darüber Mitteilungen machen können.

Zu 4) Ein beschränktes Gebiet gründlich durchforschen ist besser, als ein großes Land flüchtig. Wir wollen auch in der Mathematik nicht totes Wissen, sondern lebendiges Können.