NEVE ASTRONOMIE.

Von

IOHANNES KEPLER.

(Fortsetzung.)[1]

II. Teil. Über die erste Ungleichheit des Sternes Mars, in Nachahmung der Alten.

16. Kapitel. Über ein Verfahren, eine Hypothese zur Darstellung der ersten Ungleichheit aufzusuchen. 90; *241.*

Ehe sich Ptolemäus Buch 9 Kap. 5 seines Großen Werkes mit der ersten Ungleichheit des Planeten beschäftigt, schickt er eine kurzgefaßte Erklärung der Voraussetzungen voraus, die er zugrunde legen will. Folgendes ist ihr wesentlicher Inhalt: Nach unseren Beobachtungen verweilt der Planet in entgegengesetzten Halbkreisen[2] verschieden lange Zeit. . . ‖ . . 91; *242.*
Prüft man nun die benachbarten Örter einzeln und vergleicht man die zwischenliegenden Bogen mit den Zeiten oder den Bogen der mittleren Länge, so wird der Planet an einem bestimmten und einzigen Orte im Tierkreise die langsamste und am Gegenorte die schnellste Bewegung, in den Zwischenorten aber (je nach dem Verhältnis seiner Annäherung an den einen oder den andern) eine allmähliche Beschleunigung oder Verzögerung seines Laufes zeigen. | Das beweist zunächst, daß sich die Bewegung des Planeten (so unregelmäßig sie auch erscheint) doch durch Kreisbewegungen darstellen läßt. . . | Ptolemäus wählte also den Exzenter für die erste Ungleichheit aus, zur Unterscheidung und zur Unterstützung des Verständnisses, denn der Epizykel sei für die zweite Ungleichheit nötig. Später sagt er bei einer Wiederholung dieses allgemeinen Ausspruchs, für die Planeten genüge ein Exzenter allein nicht. Er habe nämlich häufig erwogen, was notwendigerweise aus dem gleichzeitigen Umlaufe eines Epizykels zur Darstellung der zweiten und eines Exzenters zur Darstellung der ersten Ungleichheit folgen müsse. Da habe er denn durch Vergleichung der Beobachtungen erkannt, daß der Epizykelmittelpunkt im Apogäum viel näher an die Erde herangeht und im Perigäum weiter wegflieht, als jener einfache, die erste Ungleichheit liefernde Exzenter erlaubt. So kommt er denn in der weiteren Entwicklung auf das Maß dieser Annäherung, und er berichtet, der Mittelpunkt des den Epizykelmittelpunkt tragenden Exzenters liege nach seinen Untersuchungen genau in der Mitte zwischen dem Seh- oder Erdmittelpunkt und dem Mittelpunkt der Gleichheit oder des die erste Ungleichheit liefernden Exzenters. Und trotzdem er keinen Beweis erbringt, stützt er sich doch auf diesen Hauptsatz bei den drei oberen Planeten.[3]

---

[1]) Sie reicht vom 16. bis zum 44. Kapitel. Übersetzer hofft, den Schluß Ostern 1909 liefern zu können, damit im 300. Jubeljahre des Erscheinens der Schrift das Werk vollständig vorliegt. — Ü. möchte noch bemerken, daß sich an vielen Stellen des hier behandelten Teiles Rechenfehler finden und daß er diese in den meisten Fällen stillschweigend verbessert hat. An dem sehr häufigen Rechnen mit Zahlenwerten verschiedenen Genauigkeitsgrades ohne Abrundung glaubte er nichts ändern zu dürfen. — [2]) seiner Bahn. — [3]) Pt. III 3 (Halma I 170 f.); Pt. IX 5 und 6 (H. II 158 f.); X 6 (H. II 210).

Coppernicus folgt, wie sonst oft, so auch hier seinem Lehrer pietätvoll, indem er
seine eigne Form ebenfalls dieser Abmessung anpaßt. | Darüber aber haben sich mit gutem
Grunde die Astronomen und (nachdem ich es von Maestlin erfahren hatte) auch ich mich
gewundert, wie man im Mysterium Cosmographicum Kap. 22 Blatt 79[1] sieht. Daß
übrigens, wie ich an jener Stelle des angeführten Büchleins aussprach, Ptolemäus bei
dieser Festsetzung einer bloßen Vermutung gefolgt sei, das verhält sich doch wohl anders.
92. Denn er konnte || sie mit einem guten Beweise aus einer geeigneten Beobachtung erhärten,
wie ich unten nachweise.[2] Nur das wird man beim Meister als Mangel empfinden, daß er
nicht jene Beobachtungen mit dem Beweise der Nachwelt überliefert hat. | Daher hielt ich dies
auch, wenigstens damals, für ein zu großes Postulat, und ich sah es auch von Coppernicus
offen in Zweifel gezogen, wo er über die Veränderung der Marsexzentrizität spricht; denn
seine Zahlen weichen von dieser Halbierung ab. So dachte ich denn über ein Verfahren
243. nach, das mich zur Kenntnis des Verhältnisses dieser beiden Exzentrizitäten führen könnte ||
(denn es war, wie gesagt, nicht sicher, daß es gleich 2:1 ist). Ptolemäus hatte nun mittels
dreier akronychischer Beobachtungen und dieser Voraussetzung über das Verhältnis der Ex-
zentrizitäten den Ort des Apogäums, die Verbesserung der mittleren Länge und endlich noch
die Größe der Exzentrizität gewonnen.[3] Ich ersah daraus, diese Aufgabe würde nach ihrer
Abschwächung (durch Weglassung des Axioms über das Verhältnis der Exzentrizitäten) un-
bestimmt und nicht mehr eindeutig sein, deshalb müsse ich sie durch eine weitere, also
vierte akronychische Beobachtung wieder stützen. Mit diesem Kunstgriff ausgerüstet, kam
ich nun im Jahre 1600 zu Tycho und nahm freudig wahr, daß auch er, wie seine Zahlen
beweisen, nach diesem Verhältnis gesucht, nicht aber es einfach als bekannt angenommen
hat. Er läßt nämlich den Mittelpunkt des (Coppernicanischen) Exzenters vom Augen-
punkte um 13680 Einheiten und den Gleichheitspunkt von letzterem wieder um 3780 Ein-
heiten entfernt sein. . . | Ich selbst hätte ja trotzdem die Halbierung als sicher anwenden
können, und zwar mit besserem Rechte als Ptolemäus, denn ich hatte im 22. Kap. meines
Mysteriums[4] eine physische Ursache für diese Halbierung angeführt. Ich war ja aber gerade
deshalb zu Tycho gekommen, um mittels seiner Beobachtungen meine in dem erwähnten
Büchlein veröffentlichten Ansichten genauer prüfen zu können; und ich tat dies denn auch
und tue es noch jetzt ohne jede vorgefaßte Meinung. Sollte ich aber solange leben, bis die
Astronomie ihre volle Reinheit und Vollkommenheit erlangt, sollte sich also in dieser Streit-
frage (die ich in dem erwähnten Büchlein ihrem Richterspruche unterbreitet habe) aburteilen
lassen, so werde ich, das verspreche ich dem Leser, dies Büchlein zurückziehen und nach
Bestätigung des von mir als wahr Erfundenen über das übrige, das sich anders verhält,
getreulich Rechenschaft ablegen.

Fig. 8. [Von vier akronychischen Örtern F, G, D und E des Mars seien die heliozentrischen
93. Längen und die zugehörigen Zeitpunkte gegeben.[5] Jene stimmen mit den geozentrischen Längen
überein, denn bei einer akronychischen Planetenstellung befindet sich die Erde in der Verbin-
dungslinie des Planeten mit der Sonne A. Es sind aber durch die Differenzen der Zeiten auch die
Differenzen der mittleren Längen, d. h. der Winkel an dem noch unbekannten Gleichheitspunkt C,
gegeben. Durch A und C läuft die ihrer Richtung nach noch unbekannte Apsidenlinie HJ.]

---

[1]) I *183* (Opera omnia edidit Frisch). — [2]) Vgl. das 70. Kap., III *439*. — [3]) Pt. X 7 (H. II 214 f.). — [4]) I *181*. — [5]) K. benutzt von der im 15. Kap. gegebenen Tafel (vgl. 1. Progr.-Abhandl. S. 39 und III *241*) die akronychischen Örter IV, VI, VII und VIII, die er alle auf den Zeitpunkt der Beobachtung IV zurückführt. Die K.sche Figur zu der folgenden Berechnung paßt sich den gegebenen Zahlenwerten besser an, wenn man die Buchstaben D und G vertauscht.

Aufgabe: Es gilt jetzt, die Winkel FAH und FCH so groß anzunehmen, daß nach
ihrer Festsetzung die Punkte F, G, D und E auf einem Kreise liegen und sich der Mittel-
punkt B dieses Kreises auf der Linie CA zwischen den Punkten C und A befindet.

Die Lösung ist keine geometrische, insofern ja die Algebra nicht geometrisch ist;
sie geschieht vielmehr mittels einer doppelten falschen Annahme.[1] [Denn die Winkel sind *244.*
den Strecken nicht proportional. Ferner wird durch eine Annahme über die Größe des
Winkels FAH die Lage des Aphels H und durch eine solche über den Winkel FCH der
Ausgangspunkt für die Zählung der mittleren Längen festgelegt, und doch sollte beides erst
gesucht werden. Aber man darf wohl dieses indirekte Beweisverfahren benutzen, da es auch
sonst im Gebrauch ist. Hier wird es folgendermaßen angewandt.]

[Wir nehmen AC als Einheit (10000) an und machen über die Größe von FCH und
FAH gewisse[2] Annahmen. Dadurch sind alle Winkel in den Dreiecken CFA, CGA, CDA 94.
und CEA gegeben, also kann man AF, AG, AD und AE berechnen. Da auch die Winkel
um A bekannt sind, so ergeben sich aus den Dreiecken AFE, AFG, ADE und ADG die
ebenso benannten Winkel. Ist deren Summe 180°, so liegen die Punkte F, G, D und E,
wie verlangt, auf einem Kreise. Ist sie es nicht,] so werden wir die Entscheidung treffen,
daß wir etwas falsch angenommen haben: sei es nun, daß in einer von den beiden An-
nahmen[3] ein Fehler steckt oder in beiden. | Indem wir nun vor der Hand den einen Winkel
FCH beibehalten, den anderen FAH aber abändern, . . || . . werden wir die Arbeit immer *245.*
von neuem wiederholen, bis die erhaltene Winkelsumme gleich 180° oder ganz nahe so viel
ist; denn sehr geringe Abweichungen werden wir ohne Bedenken vernachlässigen. | Sind wir
aber so weit gekommen, so müssen wir nun weiter auch noch den zweiten Untersuchungs-
punkt erforschen, nämlich, ob der Mittelpunkt B jenes Kreises zwischen C und A in deren
Verbindungslinie liegt. [Also berechnen wir im Dreieck AEG die Seite GE, dann im Dreieck
BEG, dessen Winkel GBE als Zentriwinkel doppelt so groß wie der Peripheriewinkel GFE ist,
die Seite BG und endlich im Dreieck ABG den Winkel BAG.] Weicht dieser von dem zuerst
angenommenen Winkel CAG ab, so gibt das den Beweis, daß B im Widerspruch zu dem
beabsichtigten Erfolge nicht in die Linie CA fällt. Wir werden also wiederum bemerken,
daß FCH und FAH falsch angenommen sind. Nun werden wir aber durch Beibehaltung
von FCH und Abänderung von FAH wiederum auf einen || Widerspruch geführt, nämlich 95.
darauf, daß sich die Örter D, E, F und G keinem Kreise anpassen (wie das doch schon
vorher tatsächlich der Fall war, bevor wir zuletzt FAH die betreffende Größe beigelegt hatten).
Also geht daraus hervor, daß auch der Winkel FCH abzuändern ist. Wir wollen dies also
tun, d. h. wir wollen eine andre Größe von FCH nach Gutdünken annehmen und, ohne sie
zu ändern, FAH durch vier, fünf oder sechs Wechsel solange abändern, bis wiederum die vier
Winkel bei F und D zusammen zwei Rechte geben: und dann wollen wir durch die Dreiecke
GAE, GFE, GBE und BGA zur zweiten Ermittlung von BAG übergehen, worauf wir es mit
dem zuletzt angenommenen CAG vergleichen. Dabei werden wir wiederum sehen, ob wir
uns weiter von der Wahrheit entfernt oder ihr genähert haben, und nach der Größe des
Zuviel oder Zuwenig und nach den Verhältnissen der Zuwüchse wiederholt zum Anfange
zurückkehren, bis wir BAG ebensogroß gefunden haben, als wir CAG oder HAG bei jenem

---

[1]) Vgl. III *27* im Briefe an Herwart von Hohenburg: Ich mußte eine quadratische Fiktion benutzen; III *42* im Briefe an Maestlin: Ich arbeitete gleichsam mit der Regula falsi und zwar mit einer nicht einfachen, sondern quadratischen Unsicherheit; III *75* im Briefe an David Fabricius: Durch eine „Quasi-"Regel, nicht eine solche in Wahrheit, und zwar eine von Rechts wegen quadratisch falsche, da zwei Annahmen zu prüfen sind. — [2]) auf frühere Erfahrungen sich stützende. — [3]) über FCH und FAH.

Wechsel angenommen hatten. Haben wir das erreicht, so werden wir schließlich im Dreiecke BGA der Seite BG eine runde Maßzahl (100000) beilegen und im Verhältnis dazu (unter Zuhilfenahme der Winkel) die Exzentrizität BA des Exzenters und die Exzentrizität CA des Äquanten suchen. Ziehen wir dann BA von letzterer ab, so bleibt CB. Nunmehr werden wir das Urteil abgeben, wir hätten, wenigstens soweit diese Form der Hypothese in Frage kommt, einen annehmbaren Ort des Aphels und eine brauchbare Verbesserung der mittleren Bewegung erhalten (über diese hatten wir ja bei dem letzten Rechnungsverfahren eine Voraussetzung gemacht).

Wenn du, lieber Leser, nunmehr dieses mühevollen Verfahrens ganz überdrüssig bist, so wirst du mit Fug und Recht mich bemitleiden, der ich es mit dem größten Zeitaufwande wenigstens siebzigmal durchlief, und du wirst aufhören, dich zu wundern, daß jetzt bereits das fünfte Jahr verstreicht, seit ich den Mars in Angriff genommen habe, wenn auch das Jahr 1603 fast ganz optischen Untersuchungen gewidmet war. | Es werden scharfsinnige Mathematiker von der Art Vietas auftreten und einen Hinweis auf die Schwerfälligkeit dieses Verfahrens für angebracht halten. Denn ein solcher Vorwurf wurde von Vieta gegen Ptole-
246. mäus wie || Coppernicus und Regiomontanus bei dieser Aufgabe erhoben. Sie mögen also hingehen und ihrerseits die Figur mathematisch auflösen, und sie werden mir willkommene Führer sein.[1] Mir selbst genügt, zur Aufbauung von vier oder fünf Schlüssen auf einem einzigen Beweisgrund (bestehend aus vier Beobachtungen und zwei Voraussetzungen[2]), d. h. zum Auffinden eines Auswegs aus diesem Labyrinth, statt einer mathematischen Leuchte einen kunstlosen Faden geboten zu haben (der aber auch zum Ausgange hinleitet). Ist das Verfahren schwerverständlich, so ist die Sache ohne dieses Verfahren viel schwerer zu untersuchen.

Es folgt nun ein Beispiel zu dieser Vorschrift an Hand der vier vorgelegten
95-106. Beobachtungen. [Diese sehr umständlichen Rechnungen weisen manche Fehler und Sprünge
246-250. auf, sodaß eine Richtigstellung unmöglich ist. Das Endergebnis aber ist richtig, wie K. im 18. Kap. nachweist: Aphel im Jahre 1587 in $28^0\,48'\,55''$ ♌; ganze Exzentrizität AC = 18564, wenn der Kreishalbmesser BG = 100000 ist; Exzentrizität AB des Exzenters = 11332; Exzentrizität BC des Äquanten = 7232.[3]]

17. Kapitel. Kurzgefaßte Bestimmung der Bewegung des Aphels[4] und der Knoten.

106-107. [Durch Vergleichung von Ptolemäus' Angaben mit Brahes Beobachtungen findet
250-252. sich für das Aphel des Mars ein jährliches Fortschreiten von 1′ 4″ in Zeichenfolge und für die Knoten ein solches von 41″. — Angeschlossen sind zwei Tafeln dieser Verschiebungen für 1—30 Jahre und 1—12 Monate in Rücksicht auf die späteren Anwendungen.]

108. 18. Kapitel. Prüfung der zwölf akronychischen Örter[5] durch die gefundene Hypothese.

108-109. [K. benutzt das im 4. Kap. entwickelte abgekürzte Rechnungsverfahren, das nach ihm
253-255. hier höchstens einen Fehler von $1^1/_2{}'$ gibt. Er bestimmt mit Hilfe der Tafeln des 17. Kap.

---

[1]) erunt mihi magni Apollines. — [2]) 1) Alle über den Himmel verteilten Marsörter liegen im Umfange eines einzigen Kreises; 2) die physische Verzögerung der Planetenbewegung ist an denjenigen Orten am größten, wo der Planet am weitesten vom Sonnenmittelpunkte entfernt ist, und der Punkt C, an dem das Maß dieser Verzögerung angegeben wird, liegt fest (III *250*). — [3]) Es ist dies die weiterhin häufig benutzte „stellvertretende Hypothese". — [4]) Hier und an andren Stellen ist der aus der ptolemäischen Ansicht fließende Ausdruck Apogäum oder Perigäum in Aphel und Perihel abgeändert worden. — [5]) des 15. Kap.

für jeden akronychischen Ort die Lage des Aphels aus dem Aphelort von 1587 und nimmt dazu die im 15. Kap. nach Brahe angegebenen mittleren Längen mit + 3′ 55″ Verbesserung. So findet er z. B. für 1580 als Aphelort 28° 42′ 13″ ♌ und als mittlere Länge des Mars G 25° 53′ 26″ ♉, also liegt G gegen Zeichenfolge um 92° 48′ 47″ vom Aphel entfernt. Aus diesem Winkel HCG und den Seiten BG = 100000 und BC = 7232 folgt CGB = 4° 8′ 33″, also CBG = 88° 40′ 14″. Im Dreieck ABG sind nunmehr BG = 100000, AB = 11332 und ABG = 91° 19′ 46″ bekannt, also ergibt sich BAG = 82° 13′ 29″. Hiernach müßte der Mars im Jahre 1580 in 28° 42′ 13″ ♌ — 2z 22° 13′ 29″ = 6° 28′ 44″ ♊ stehen. Beobachtet wurde er in diesem Jahre in 6° 28′ 35″ ♊, also weicht der berechnete akronychische Ort von dem beobachteten nur unmerklich ab. Das zeigt sich auch bei den meisten übrigen akronychischen Örtern, und bei keinem geht der Unterschied über 2′ 12″[1] hinaus.] Also ergibt sich, wenn man das obige Verfahren[2] unter Benutzung von immer ‖ andern Viergespannen von Be- 110.
obachtungen wiederholt, immer wieder ziemlich dieselbe Exzentrizität mit derselben Teilung, dasselbe Aphel und dieselbe mittlere Bewegung. Ich spreche also aus, daß diese Rechnung die akronychischen Stellungen so genau liefert, als die Genauigkeit der Beobachtungen mit dem Tychonischen Sextanten beträgt. Diese sind aber . . . wegen des ziemlich großen Durchmessers des Marskörpers[3] und wegen der noch nicht sehr genau ermittelten Strahlenbrechungen und Parallaxen mit einer gewissen Unsicherheit (sicher von 2′) behaftet. | Endlich hat mich, wie man sieht, die Übertragung der akronychischen Beobachtungen von der mittleren auf die sichtbare Sonnenbewegung nicht gehindert, die Genauigkeit der Tychonischen Rechnung — diese wurde mir ja als Gegengrund vorgehalten, als ich die mittlere Sonnenbewegung aufzugeben beabsichtigte — nicht nur zu erreichen, sondern sogar noch zu übertreffen.

Fig. 8.

19. Kapitel. Widerlegung dieser nach den Ansichten der Meister aufgestellten und erprobten Hypothese durch die akronychischen Breiten für alle akronychischen Örter.

Wer sollte das für möglich halten? Diese mit den akronychischen Beobachtungen so genau übereinstimmende Hypothese ist trotzdem falsch, mag man nun die Beobachtungen inbezug auf den mittleren oder den sichtbaren Sonnenort prüfen. Ptolemäus zeigte uns dies an durch seine Bemerkung, die Exzentrizität des Gleichheitspunktes sei durch den Mittelpunkt des den Planeten tragenden Exzenters zu halbieren. Denn hier hatten ja Tycho Brahe und ich die Exzentrizität der Gleichheitspunkte nicht halbiert. Coppernicus ‖ freilich trug *256.*
kein Bedenken, das hier und da außer acht zu lassen[4]; doch er hat im ganzen nur wenig Beobachtungen benutzt und glaubte vielleicht, auch Ptolemäus habe nur die in seinem Großen Werke angeführten verwandt. Tycho Brahe wußte sich hier keinen Rat. Coppernicus folgend, stellte er das Verhältnis der Exzentrizitäten so fest, wie es die akronychischen Beobachtungen verlangten. Nun widersprachen dem aber nicht nur die akronychischen Breiten (denn diese werden zufolge der zweiten Ungleichheit noch um etwas größer), sondern auch und zwar noch viel mehr die mit der zweiten Ungleichheit behafteten Beobachtungen in anderen Stellungen zur Sonne. Er machte also hier Halt und wandte sich den Monderscheinungen zu, während ich mich unterdessen damit beschäftigte.

Folgendes aber ist das Verfahren, durch das man die gesamte Marstheorie leicht zum

[1]) Der Mittelwert aller Abweichungen beträgt 52″. — [2]) des 16. Kap. — [3]) d. h. des scheinbaren Durchmessers; K. schätzt ihn auf mindestens 2′ in den akronychischen Stellungen, während er tatsächlich höchstens 52″ erreicht. — [4]) Beim Saturn und Jupiter halbierte er die Exzentrizität, beim Mars aber nicht.

Abschluß bringen könnte, wenn es nur mit den Voraussetzungen gut stünde, und durch das
111. man beweist, daß dies nicht der Fall ist. ‖ Zuerst mittels der Breiten in der akronychischen
Stellung. [A sei der Sonnenort, D′ und E′ akronychische Marsörter in der Nähe des nördlichen und des südlichen Wendepunkts oder des Aphels D (1585)[1] und des Perihels E (1593), endlich B und C die zugehörigen Erdörter. Dann liegt AB zwischen 97 500 und 100 000[2] und AC zwischen 101 400 und 100 000, und die Ebene ABD′ und ACE′ stehen senkrecht zur Ekliptikebene. Weiter sind die Neigungen $D'AB = 1^\circ\, 49\frac{1}{2}'$ und $E'AC = 1^\circ\, 39'$ und die beobachteten Marsbreiten (die Nebenwinkel von ABD′ und ACE′) $4^\circ\, 32'\, 10''$ und $6^\circ\, 3'$. Daher liegt AD′ zwischen den Grenzen 163 000 und 167 200 und AE′ zwischen 139 300 und 137 380, also der Aphelabstand AD zwischen 163 150 und 167 350 und der Perihelabstand AE
257. zwischen 139 000 und 137 080. Somit wird der Exzenterhalbmesser zwischen 151 075 und
112. 152 215 und die Exzentrizität zwischen 12 075 und 15 135 enthalten sein. Setzt man jenen
gleich 100 000, so gewinnt man für die Exzentrizität die Grenzwerte 8000 und 9943.] Aber unsere auf den akronychischen Längenbeobachtungen aufgebaute Hypothese gab die Exzentrizität des Exzenters gleich 11 332, also weit verschieden von dem, was zwischen 8000 und 9943 etwa in der Mitte liegt. Also muß von unsern Annahmen[3] irgend etwas falsch sein. . . . | Dieser Beweis hat aber auch Kraft gegen diejenige Hypothese, die uns von den auf den Gegenort der mittleren Sonnenbewegung bezogenen Beobachtungen geliefert wird: denn die Breiten bleiben in der Zeit zwischen den beiden betreffenden Zeitpunkten fast ganz un-
113; *258.* verändert. . . . . [Es folgt die Durchführung der entsprechenden Berechnungen für die
Ptolemäische und die Brahesche Form.]

Vor der Hand möge man noch folgendes beachten. Ich fand die zusammengesetzte Exzentrizität im 16. Kap. zu 18564; also liegt ihre Hälfte 9282 zwischen 8000 und 9943 fast in der Mitte. Ptolemäus aber hat uns gelehrt (wie oben gesagt wurde), daß man der Exzentrizität des Exzenters die Hälfte von dem aus den akronychischen Lagen Gefundenen zu geben habe. Es war also keinesfalls ein nichtiger Grund, der ihn dazu bewogen hatte, und auch wir dürfen diese Halbierung nicht unbedacht verwerfen, da ja die beobachteten Breiten für sie zeugen. | Halbieren wir aber umgekehrt die gefundenen 18564, so werden wir zwar den akronychischen Örtern in der Nähe der mittleren exzentrischen Längen hinreichend gerecht, nicht aber ebenso den Örtern in der Nähe der Oktanten und bei den Apsiden. [Für die Opposition des Jahres 1593 verlegt die Halbierung der Exzentrizität] den Planeten nach $12^\circ\, 13'\, 37''$ ♓. Er weicht dort von der oben aufgestellten Hypothese um 3′ ab und wird von dem vorliegenden beobachteten Ort [$12^\circ\, 16'$ ♓] nach rückwärts verschoben. | Das ergibt sich noch deutlicher in 17° ♋ im Jahre 1582. Denn durch Anwendung der Halbierung fällt der Mars nach $17^\circ\, 4\frac{3}{4}'$ ♋, und es weicht demnach diese Rechnung, etwa 45° vom Aphel, von der unsrigen um $7\frac{2}{3}'$, von der Beobachtung aber um 9′ ab. | Und aus dieser so kleinen Differenz von 8′ ergibt sich auch der Grund, weshalb sich Ptolemäus bei einem festen Gleichheitspunkte beruhigte, als er die Halbierung nötig hatte. Halbierte man nämlich die Exzentrizität des Äquanten, so wie sie unzweifelhaft von den größten Gleichungen in der Nähe der mittleren Längen gefordert wird, so würde man als größte Abweichung 8′ finden und zwar beim Mars mit der größten Exzentrizität, eine kleinere aber bei den übrigen.[4] Ptolemäus aber spricht aus, er gehe beim Beobachten nicht unter 10′

[1]) Wie früher angegeben, liegen die Apsiden und die Wendepunkte der Marsbahn nahe bei einander. — [2]) Diese Zahlen entnimmt K. dem ersten Bande der Progymnasmata Tycho Brahes. — [3]) Vgl. Anm. 2 S. 44. — [4]) „Jedoch werden bei den Prosthaphäresen des jährlichen Kreises an andrer Stelle jene 8′ Abweichung bis auf 30′ anwachsen" (K.). Vgl. das 21. Kap., III *264* oder unten S. 48.

herab. Also ist die Sicherheit oder (wie man sagt) der Spielraum der Beobachtungen größer als die Abweichung dieser Ptolemäischen Rechnung. | Nun hat uns die göttliche Gnade den überaus sorgfältigen Beobachter Tycho Brahe geschenkt, aus dessen Beobachtungen sich der Fehler dieser Ptolemäischen Rechnung von 8′ beim Mars ergibt. Also ist es recht und billig, dankbaren Herzens dieses Gottesgeschenk als solches anzusehen und zu veredeln. Denn wir wollen ja darauf hinarbeiten, die unverfälschte Form der Himmelsbewegungen endlich aufzufinden (wobei uns als Beweisgrund die Erkenntnis von der Fehlerhaftigkeit der Voraussetzungen unterstützt). Diesen Weg will ich selbst andern im folgenden nach meiner Weise vorangehen. Hätte ich nämlich geglaubt, jene 8′ Länge vernachlässigen zu dürfen,
so hätte ich || die im 16. Kap. gefundene Hypothese schon genug verbessert (nämlich durch 114.
die Halbierung der Exzentrizität). Da wir sie aber jetzt nicht vernachlässigen durften, so wiesen also einzig und allein diese 8 Minuten den Weg zur vollständigen Verbesserung der Astronomie, und sie sind ein Stoff, der für einen großen Teil dieses Werkes geschaffen ist.

20. Kapitel. Widerlegung derselben Hypothese durch Beobachtungen außerhalb der akronychischen Lage. *259.*

Nun will ich an einen andern Beweisgrund herangehen, durch den ich die im 16. Kap. gefundene Exzentrizität des Exzenters als falsch erweise (daran ändern auch die von ihr richtig gelieferten Bewegungen in Länge nichts), nämlich durch die Beobachtungen andrer Stellungen gegen die Sonne außerhalb der Oppositionen und zwar, so oft der Planet in einer Stellung in den Apsiden des Exzenters beobachtet wurde. [Es sei A die Sonne, C die Erde, L ein Marsort im Aphel und B der zugehörige ekliptische Ort; und zwar sei am 5./15. März 1600 der durch Rechnung gefundene exzentrische Marsort in 29° 13′ ♌, der beobachtete in 29° 12$\frac{1}{2}$′ ♋ mit 3° 23′ n. Br. und die Sonne in 25° 45′ 51″ ♓. Das gibt CBA = 30° 0′ 30″ und BCA = 123° 26′ 39″, während AC zwischen 99302 und 100000 liegt. Also sind die Grenzwerte von AB 165680 und 166846. — Weiter sei M ein Marsort im Perihel, D der zugehörige ekliptische Ort und D′ ein beobachteter Ort in der Nähe von D; und zwar sei in der auf den 30. Juli 1593 folgenden Nacht der exzentrische Marsort in 25° 44′ 30″ ♒, der beobachtete in 17° 39′ 30″ ♓ mit 6° 6$\frac{1}{4}$′ s. Br. und die Sonne in 17° 3′ 0″ ♌. Folglich ist ED′A = 21° 55′ 0″ und AED′ = 149° 23′ 30″ und, da AE zwischen 102689 und 100000 liegt, AD′ ein Wert zwischen 140080 und 136409. Da aber D′ etwa 2$\frac{2}{3}$° von D entfernt ist, so liegt AD zwischen 140065 und 136394. — Diese ekliptischen Abstände
müssen noch in die wahren umgerechnet werden. Dazu gibt und beweist K. den Hilfssatz, 115; *260.*
daß der Sonnenabstand des wahren Planetenortes gleich dem Quotienten aus dem Sonnenabstand des zugehörigen ekliptischen Ortes und dem Kosinus des Neigungswinkels ist.[1] Im gegebenen Falle ist die Neigung 1° 48′, also liegt AL zwischen 165762 und 166928 und AM zwischen 140137 und 136466. Das gibt für den Exzenterhalbmesser die Grenzwerte 152950 und 151697, also für die Exzentrizität des Exzenters die Grenzwerte 12812 und 15231.[2] Setzt man den Exzenterhalbmesser gleich 100000, so liegt die Exzentrizität zwischen 8377 und 10041, während das 16. Kap. 11332 forderte. Diese Forderung muß also falsch sein. Der eine Grenzwert 10041 kommt freilich dem Werte 11332 ziemlich nahe, weiter unten aber
wird sich aus den verbesserten Sonnenabständen ergeben, daß der wahre Wert der Exzen- 116.
trizität des Exzenters nach dem Mittel 9209 zwischen 8377 und 10041 hin, also noch weiter

[1]) da der Bogen zwischen dem wahren und dem ekliptischen Fixsternort des Planeten auf der Ekliptik senkrecht steht. — [2]) bei K. 15371, woraus sich später als obere Grenze der Exzentrizität 10106 ergibt.

260-262. von 11332 wegrückt. — Hierauf folgen die entsprechenden Beweise für die Ptolemäische
116-117. und die Tychonische Form und für die mittlere Sonnenbewegung. Auch hier geben
die Rechnungen dieselben Abweichungen der Exzentrizität, sie weisen aber zugleich auf eine
Halbierung der Exzentrizität hin.] Daraus schließen wir mit Gewißheit, daß es keinen bestimmten und festen Punkt in der Exzenterebene des Planeten gibt, um den der Planet fortgesetzt in gleichen Zeiten gleiche Bogen zurücklegt. . . .

118. **21. Kapitel. Über die Ursache, aus der die falsche Hypothese etwas Richtiges liefert, und darüber, inwieweit dies der Fall ist.**

Nun hasse ich aufs äußerste den dialektischen Grundsatz, es könne aus Falschem Wahres folgen. Sollte doch durch diesen dem Coppernicus (dessen meisterlicher Führung ich bei den allgemeinen Hypothesen über das Weltsystem folge) das Messer an die Kehle gesetzt werden.[1] Deshalb halte ich es der Mühe wert, dem Leser zu zeigen, auf welche Weise hier aus Falschem Wahres folgt. | Erstens haben wir bereits gesehen, daß sich nicht die volle Wahrheit ergibt. Der Lauf des Planeten durch die einzige Exzenterebene wird ja auf zwei verschiedene Weisen angegeben, nämlich sowohl inbezug auf seine Lage bei gewissen Graden und Minuten des Tierkreises, als auch inbezug auf seine Höhe oder seinen Abstand vom Weltmittelpunkt, den er umläuft, und dieser Abstand ist ja an verschiedenen Tierkreisörtern verschieden groß. Daher brachte zwar unsre falsche Annahme den Planeten zu den richtigen Zeiten an die richtigen Längenörter, aber sie gab ihm nicht die richtige Höhe. Folglich ergibt sich aus dieser falschen Hypothese keine vollkommene Wahrheit. | Weiter leisten demnach auch die noch unbekannte richtige und die von uns angenommene falsche Hypothese (auch inbezug auf die Länge allein) keineswegs dasselbe, wenn sie auch für das Auge Gleiches zu leisten scheinen. Denn der Fehler kann sehr klein sein und dadurch dem Auge entgehen.

263. Ich will aber jetzt zeigen, in welcher Weise tatsächlich die falsche Hypothese mit
der wahren inbezug auf die Länge innerhalb der Grenzen der Sinnesempfindung wetteifern
119. kann. [1) Die Rückkehr nach den Apsiden je nach der halben Umlaufszeit wird von jedem
um die Sonne beschriebenen, gleichförmig durchlaufenen Kreise geleistet.[2] Hier tritt der
größte Fehler in den Quadranten auf, und zwar beträgt er beim Mars $10\frac{1}{2}^{\circ}$. — 2) Auch die
Quadraturen können noch zur richtigen Zeit erhalten werden, wenn man einen exzentrischen
Bahnkreis einführt. Es muß nur dessen Mittelpunkt auf der Apsidenlinie an einer sonst
264. beliebigen Stelle liegen, wonach sich die Größe des Halbmessers richtet, und er muß gleich-
120. förmig umlaufen werden. Jetzt zeigt sich der größte Fehler in den Achtelpunkten der Kreis-
bahn, und zwar beträgt er beim Mars in den beiden am Aphel liegenden Punkten $9'$ und
in den am Perihel liegenden $28'$. — 3) Endlich kann man den Planeten auch noch zur
rechten Zeit nach den Achtelpunkten bringen, wenn man den Kreismittelpunkt vom Gleich-
121. heitspunkt der Bewegung trennt und zwar nach der Sonne zu auf der Apsidenlinie verschiebt.
265. Das dazu nötige Teilungsverhältnis der Exzentrizität ist für den Mars im 16. Kap. berechnet
worden. Dann sinkt der Rechnungsfehler unter den Beobachtungsfehler herab, und dem-
zufolge scheint die letzte Hypothese ganz richtig zu sein, trotzdem sie noch Fehler birgt;
122. diese werden eben durch die geringe Feinheit der Sinne verschleiert,] und es war auch für uns

[1]) Vgl. die Vorbemerkung an Ramus, III *136* und 1. Progr.-Abh. S. 1. — [2]) wie durch jede gegen die Apsidenlinie in Zeit und Lage symmetrische Bahn.

nicht leicht, den Fehler || zu entdecken, da die benutzten Beobachtungen nicht in die Apsiden und die Viertel oder Achtel der Zeiten fallen. *266.*

Ende des zweiten Teiles.

Soweit war also die der ersten Ungleichheit dienende Hypothese (in der Brahe und Coppernicus einer Meinung sind, beide aber in der Figur etwas von Ptolemäus abweichen) von der mittleren Sonnenbewegung aus, die von allen drei Meistern anstelle der sichtbaren Sonnenbewegung benutzt wurde, durchgeführt worden. Weiterhin aber ergeben sich, wie bewiesen, mögen wir uns nun der sichtbaren Sonnenbewegung und der im 16. Kap. gefundenen Hypothese oder der mittleren Sonnenbewegung und der im 8. Kap. nach Brahes Darstellung gefundenen Hypothese anschließen, beidemal falsche Abstände des Planeten vom Mittelpunkte der Sonne (für Coppernicus und Brahe) oder der Welt (für Ptolemäus). Daher haben wir das, was wir früher mit Hilfe von Beobachtungen Brahes aufgebaut hatten, später mit Hilfe andrer Beobachtungen desselben Mannes wieder zerstört. Es mußte uns notwendigerweise so ergehen, da wir einigen wahrscheinlichen, in Wahrheit aber falschen Annahmen (in Nachahmung der älteren Meister) gefolgt waren. | So große Mühe habe ich also auf diese Nachahmung der älteren Meister verwandt, und damit schließe ich diesen zweiten Teil der Abhandlungen.

III. Teil der Abhandlungen über die Bewegungen des Sternes Mars. 123; *267.*

Aufsuchung der zweiten Ungleichheit, d. h. der Bewegungen der Sonne oder der Erde. Oder Schlüssel zu einer tiefer eindringenden Astronomie. Worin viel gesagt ist über die physischen Ursachen der Bewegungen.

22. Kapitel. Der Epizykel oder jährliche Kreis 124.
liegt nicht gleichmäßig um den Gleichheitspunkt der Bewegung.

In der angegebenen Weise haben also meine Vorgänger zunächst die erste Ungleichheit gemessen. Dann haben sie sich nach Festsetzung eines Rechnungsverfahrens, das den exzentrischen Planetenort für jeden beliebigen Zeitpunkt liefert, zur Aufsuchung der zweiten (von der Sonne abhängigen) Ungleichheit gewandt. Hierbei verglichen sie den beobachteten oder sichtbaren Ort mit demjenigen Orte, den der Exzenter und allein die erste Ungleichheit dem Planeten anwiesen. | Ich bin nun aber beim Beschreiten dieses Pfades oben im 19. und 20. Kap. zweimal auf eine Wegteilung gestoßen und habe gefunden, daß die Beobachtungen (diese so zuverlässigen Führer) einander widersprechen. Deshalb galt es für mich, über eine ganz andre Ausführung des Marsches nach dem unten folgenden Verfahren nachzudenken. | Zuerst will ich nun in diesem dritten Teile die zweite Ungleichheit in Angriff nehmen und bei ihr durch unanzweifelbare Beobachtungen beweisen oder bestätigen oder auch ablehnen, was ich bisher als Grundlage ansah, freilich ohne noch auf entschiedene Zustimmung rechnen zu können. Ist dies nämlich als eine Art Schlüssel gefunden, so wird der Zugang zu dem übrigen offen stehen. Später will ich im vierten Teile an die erste Ungleichheit herangehen.

Als ich im 22. Kap. des Mysterium Cosmographicum die physische Ursache des Ptolemäischen Äquanten oder des zweiten Coppernico-Tychonischen Epizykels dar-

legte, machte ich mir selbst am Ende dieses Kapitels[1] den Einwurf: Wenn die von mir angeführte Ursache eine natürliche sei, so müsse sie entschieden für alle Planeten gelten. Nun habe aber die Erde, einer von den Sternen (für Coppernicus), oder die Sonne (für die übrigen) bisher dieses Äquanten nicht bedurft. Also war meiner Ansicht nach jener Schluß so lange unsicher, bis die Astronomen einen überzeugenderen gefunden hätten. Ich hegte jedoch die Vermutung, auch diese Theorie[2] müsse ihren Äquanten haben. Durch die Bekanntschaft mit Tycho hat sich diese Vermutung bei mir befestigt. Denn Brahe äußerte sich in dem 1598 an mich nach Steiermark gesandten Briefe folgendermaßen: | „Der jährliche Kreis nach Coppernicus, oder der Epizykel nach Ptolemäus, erscheint nach einem
268. inbezug auf den Exzenter selbst angestellten || Vergleiche nicht immer von derselben Größe. Er zeigt vielmehr bei allen drei oberen Planeten eine merkliche Veränderlichkeit, sodaß der Abweichungswinkel beim Mars bis zu 1° 45′ anwächst."[3] | Gleiches erwähnte er zu dieser Zeit in dem Anhange zur Mechanik oder der Erzählung über seine Studien. Und mit nicht viel andern Worten meint er im ersten Bande seiner Briefe Blatt 209, es verflechte sich inbezug auf die Sonnenexzentrizität mit den akronychischen Gleichungen und Lagen noch eine gewisse Ungleichheit des Exzenters. Nun ist zwar im ersten Teile bewiesen worden, daß sich das in den akronychischen Lagen gar nicht oder höchstens nur ganz wenig zeigt. Aber wegen einer gewissen notwendigen Verbesserung scheint man es von den Geviertstellungen des Mars gegen die Sonne annehmen zu müssen.

125. Schon damals, als ich von der Vergrößerung und Verkleinerung des jährlichen Kreises hörte, gab mir ein guter Geist ein, diese unwahrscheinliche Vorstellung entspringe daraus, daß der jährliche Kreis des Coppernicus oder der Epizykel des Ptolemäus nicht gleichweit von jenem Mittelpunkte absteht, um den er nach Voraussetzung in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreibt. Denn welche physische Ursache soll bewirken, daß sich . . . . die Erdbahn . . . . vergrößert oder verkleinert? was soll, sagte ich, diese neue, in der Astronomie beispiellose Tatsache, diese unwahrscheinliche Absonderlichkeit? Man hätte wohl vielmehr richtiger angenommen, die Sonne sei vom angenommenen festen Gleichheitspunkt . . . . hier weiter, dort weniger weit entfernt: und zwar zweifellos in der Apsidenlinie. Und dafür schien jene meine in meinem Mysterium Cosmographicum aufgestellte Vermutung eine gute Stütze zu bieten, daß man nämlich vielleicht in die Theorie der Sonne . . . . einen Äquanten einführen müsse.

Wir wollen nun die zweite Ungleichheit von der Linie der mittleren Sonnenbewegung aus rechnen, wie das bisher die Meinung der Meister war (es soll eben niemand bei dieser Aufgabe wegen der von mir, der ich die sichtbare Sonnenbewegung benutze,
Fig. 9. eingeführten Neuerung Verdacht hegen), und es möge in der beistehenden Figur die Exzentrizität des Planeten bei Coppernicus nicht vom Mittelpunkt A der Sonne aus genommen werden, sondern von dem Punkte C, um den sich nach Annahme die Erde gleichmäßig bewegt. Dieser Punkt C aber sei nicht der Mittelpunkt des Erdbahnkreises DE[4], sondern nur der Gleichheitspunkt und weiter von der Sonne A entfernt als der Mittelpunkt[5] des Erdbahnkreises DE. Ich behaupte nun, wenn dies zugegeben werde, so könne man solche Beobachtungen angeben, aus denen man eine Vergrößerung oder Verkleinerung des jährlichen Kreises DE folgern kann. Es werde von C aus eine auf DE senkrechte Gerade errichtet,

[1]) I *183,* wo K. zugleich in den Anmerkungen f) und g) der Ausgabe von 1621 die geäußerten Zweifel widerlegt. — [2]) d. h. die Kreisbahn der Sonne oder der Erde. — [3]) I *44,* wo sich 1° 40′ findet. — [4]) Hier ist DE zunächst Apsidenlinie, während K. diese später RN nennt; D ist für jetzt das Aphel der Erde. — [5]) B.

etwa CF, und es stehe der Stern Mars zweimal in F, sowohl wenn die Erde in D, als wenn sie in E steht, und man möge F mit den Punkten D und E verbinden. Da also C der Punkt der gleichförmigen Bewegung der Erde in DE ist, so wird FCD und FCE die Anomalie der Umwandlung[1] und (wie wir annehmen) beiderseits gleich sein.[2] Wären also CD und CE gleich (wie man bisher meinte), so müßten auch die Winkel DFC und EFC oder die Parallaxen des Kreises beiderseits || bei jeder Anomalie der Umwandlung gleich sein. Da aber CE größer als CD *269.*
ist, so wird auch der Winkel CFE größer als der Winkel CFD erscheinen. Beachtet man also nicht, daß die Vergrößerung nur in E und an benachbarten Örtern und die entgegengesetzte Verkleinerung nur im entgegengesetzten Orte D eintritt, so wird man demnach meinen, der ganze jährliche Kreis erweitere sich bisweilen im Maße von CE und verengere sich bisweilen im Maße von CD. Wer dies annimmt, setzt eben gerade wie die bisher gültige Astronomie voraus, der Punkt C der gleichförmigen Bewegung sei zugleich auch der Mittelpunkt des Kreises DE. 125-127.
[Es folgt die Behandlung der entsprechenden Ptolemäischen und Tychonischen Figur.] *269-270.*

Um also diese Überlegungen durch Beobachtungen entweder zu bestätigen oder zu widerlegen, schlug ich folgenden Weg ein. Da das Apogäum der Sonne in $5\frac{1}{2}^{\circ}$ ♋ liegt, so suchte ich nach einer etwa vorhandenen Beobachtung, wo der Mars seiner ersten Ungleichheit nach in $5\frac{1}{2}^{\circ}$ ♎ oder ♈, die Sonne aber beiderseits in $5\frac{1}{2}^{\circ}$ ♋ und dann in $5\frac{1}{2}^{\circ}$ ♑ stand.[3] Nun kann das aber unmöglich innerhalb eines so kurzen Zeitraums (von 20 bis 30 Jahren)[4] eintreten. Denn die periodischen Bewegungen des Mars und der Sonne sind inkommensurabel und fallen demnach niemals zugleich an ihren Quadraturen oder Oppositionen zusammen nach Zurücklegung ganzer Umläufe bei beiden und ihrer Hälften und Viertel. Es galt also, den verlangten Stellungen durch Versuche so nahe wie möglich zu kommen und viele Tage innerhalb dieser der Beobachtung des Planeten gewidmeten 20 Jahre[5] festzustellen, an denen die Anomalie der ausgeglichenen Umwandlung 90° oder 270° oder annähernd soviel war, während der Mars in 6° ♈ oder ♎ (oder nahe dabei) stand. Dann galt es, mit allen diesen Tagen in das Verzeichnis der Marsbeobachtungen einzugehen und zu sehen, ob der Mars zu diesen Zeitpunkten wirklich beobachtet worden war. Hätte nun der höchst gewissenhafte Tycho Brahe den Mars nicht so häufig beobachtet, so wäre diese Stellung eine so ausgesuchte gewesen, daß mein Wunsch nicht erfüllt worden wäre. Nun hatte ja Tycho das Apogäum des Mars nach $23\frac{1}{2}^{\circ}$ ♌ gesetzt, es wurde aber der durch die Exzentergleichung verbesserte Marsort in $5\frac{1}{2}^{\circ}$ ♎ verlangt; also würde eine ausgeglichene Anomalie von 42° verlangt. Und da der ausgeglichenen Anomalie von 42° nach seiner Tafel einer Gleichung von $8^{\circ}\ 15\frac{3}{5}'$ entspricht, so wurde also eine mittlere exzentrische Anomalie von $50^{\circ}\ 16'$ verlangt. Hierdurch aber wurden mir zwölf Zeitpunkte innerhalb der zwanzig Jahre von 1579 bis 1600 angezeigt. | Ob aber irgend eine von diesen Zeiten eine ausgeglichene Anomalie der Umwandlung, das einemal von 90°, dann von 270° habe, oder ob die eine um ebensoviel kleiner oder größer sei, als die andre größer oder kleiner ist, das habe ich folgendermaßen kunstvoll aufgesucht. | Ein einziger Umlauf des Mars hat 687 Tage, zwei der Sonne haben $730\frac{1}{2}$ Tage. Das gibt einen Unterschied von $43\frac{1}{2}$ Tagen, denen $42^{\circ}\ 54'\ 23''$ von der mittleren Bewegung der Sonne entsprechen. Um soviel ändert sich also die Anomalie der Umwandlung am Ende eines jeden Umlaufs des Mars. Werden also innerhalb eines einzigen Zeitraums von zwei Jahren zwei einander gleiche Anomalien der Umwandlung[6] gesucht, wobei der Mars

[1]) d. h. „der Unterschied der mittleren Erdbewegung von der mittleren Marsbewegung“ (Anm. K.s III *273* Z. 6 v. u.). — [2]) nämlich je ein Rechter, was in der Figur nicht stimmt. — [3]) wodurch die Anomalie der Umwandlung wirklich ein Rechter würde. — [4]) Solange etwa hat Brahe Beobachtungen angestellt. — [5]) durch Rechnung. — [6]) aber von verschiedenen Vorzeichen!

7*

beidemal an demselben Exzenterorte steht, so muß jeder von den beiden Umwandlungswinkeln 21° 27′ sein. Innerhalb 4 Jahre werden 42° 54′ gefordert, in 6 Jahren 64° 22′ und in 8 Jahren 85° 49′. Und wir verlangten 90°, wenn das möglich wäre. Also galt es, je zwei von unsern Beobachtungen zu suchen, die 8 Jahre auseinanderlagen. Ein solches Zweigespann von Beobachtungen aber fand sich nicht in dem Verzeichnis der ausgeführten Beobachtungen. | Ich wandte mich also zum Abstand von 6 Jahren und fand endlich, daß am 18. Mai 1585 und am 22. Januar 1591 geeignete Beobachtungen vorlagen. Denn es entsprechen sich 30. Mai 1585 5^h und 20. Jan. 1591 0^h. Beidemal war die mittlere Länge des Mars 6^z 22° 43′; die Tychonische Gleichung war — 9° 14′ 52″. Also stand der Mars[1] hinsichtlich des Exzenters
128. in 13° 28′ 16″ ♎. Die ausgeglichene Umwandlung || war im Jahre 1585 8^z 4° 23′ 30″, und
hieraus wurde nach dem Verfahren des Ptolemäus geschlossen, daß der Planet um 64° 23′ 30″
271. über das Perihel des Epizykels hinaus war. || So war die ausgeglichene Umwandlung im
Jahre 1591 3^z 25° 26′ 30″, und hieraus wurde geschlossen, daß der Planet 64° 23′ 30″ vor dem Perihel des Epizykels stand. Es war also der Umwandlungswinkel in der gegebenen Figur beiderseits gleich, nämlich FCD und FCE.[2] Im Jahre 1585 stand aber die Sonne in 18° ♊, 18° vor dem Apogäum, und im Jahre 1591 in 9° ♒, 33° über das Perigäum hinaus, und diese Ungleichheit ließ sich nicht vermeiden.

[Nun zu den Beobachtungen Brahes. Sie geben den Mars am 18. Mai 1585 10^h nachts in 0° 50′ 45″ ♍ und am 22. Jan. 1597 7^h früh in 22° 33′ ♏. K. bestimmt daraus mittels Maginus' Tafeln den Marsort für den 30. Mai 1585 5^h in 6° 37′ ♍ und für den 20. Jan. 1597 0^h in 21° 34′ ♏.] Da nach Tychos Darstellung CF ziemlich genau nach 13° 28′ ♎ liegt[3], DF aber im Jahre 1585 nach 6° 37′ ♍, so wird also DFC 36° 51′ betragen. Und da CF im Jahre 1591 wiederum nach 13° 28′ ♎ liegt, EF aber nach 21° 34′ ♏, so wird also EFC 38° 5½′ sein. Man beachte den großen Unterschied der Prosthaphäresen des jährlichen Kreises[4], während doch die Anomalie der Umwandlung beidemal Gleiches verspricht. Die Ursache wird uns durch die Hypothese des Coppernicus angezeigt. Er nahm ja von der Erde an, sie sei in D und E gleichweit vom Punkte C der gleichförmigen Bewegung entfernt. Wir aber haben ihre Abstände als ungleich erfunden, da der Mittelpunkt dieses Kreislaufs
128-129. in B, nach der Sonne A zu, liegt. [Gleiches gilt für die Ptolemäische und die Tychonische Form.]

272. **23. Kapitel. Aus zwei Abständen der Sonne von der Erde, ihren Tierkreisörtern und dem Apogäum der Sonne soll die Exzentrizität der Sonnenbahn (oder der Erdbahn für Coppernicus) abgeleitet werden.**

Fig. 9. [Das vorige Kapitel gibt die Winkel DFC = 36° 51′, EFC = 38° 5½′ und FCD = FCE = 64° 23′ 30″; setzt man FC = 100000, so wird CD = 61144 und CE = 63186. — Es seien wie oben B der Mittelpunkt des Erdbahnkreises, C der Gleichheitspunkt, D und E die benutzten Erdörter, N das Perihel und R das Aphel[5] der Erde. Weiter ziehe man DO ⊥ CE, CP und BQ ⊥ DE und PS ∥ CB bis an BQ. Da noch DCE = 128° 47′ 19″, also DCO = 51° 12′ 41″, sowie DCR = 17° 38′ 0″ bekannt ist, so folgen mittels Dreieck CDO DO,
130. CO und EO; mittels Dreieck DEO Winkel DEO, DE und DQ = ½ DE; mittels Dreieck CDP
CP (= BS), DP und PQ; mittels Dreieck PQS QS, PS (= CP) und BQ; endlich mittels Dreieck

[1]) rechnerisch. — [2]) Diesen Punkten ist Fig. 9 angepaßt. — [3]) „Die Präzession der Zwischenzeit gibt noch nicht 5′; hier ist sie folglich vernachlässigt worden" (K.). — [4]) 38° 35½′ — 36° 51′ = 1° 14½′. — [5]) D und E fallen jetzt nicht mehr auf das Aphel und das Perihel.

BDQ BD. So folgt BD : BC = 62237 : 1143 = 100000 : 1837. „Dies ist endlich die gesuchte Exzentrizität“[1]. Tycho Brahe hat den Abstand der Gleichheitspunkte vom Erdmittelpunkte gleich 3584 gefunden, was halbiert nur wenig von 1837 abweicht. „Dem entspricht
also, || daß die Halbierung der Exzentrizität, wie sie früher im 19. und 20. Kap. beim Mars- *273.*
exzenter gegolten hat, auch in der Theorie der Sonne gilt.“ Der noch vorhandene geringe Fehler erklärt sich aus der Benutzung von Beobachtungen, aus denen die zur Berechnung nötigen Stellungen mittels der unsicheren täglichen Bewegung des Mars über längere Zeiträume hin abzuleiten waren, und aus der Vernachlässigung der Präzession.]

24. Kapitel. Überzeugenderer Nachweis, daß der Epizykel oder jährliche Kreis vom Gleichheitspunkt exzentrisch liegt.[2]

.... Ich werde nun nach drei oder beliebig vielen beobachteten Marsörtern suchen, 131.
in denen der Planet immer an demselben Exzenterorte stand, und aus ihnen auf trigonometrischem Wege die Abstände ebensovieler Punkte des Epizykels oder des jährlichen Kreises[3] vom Gleichheitspunkt der Bewegung aufsuchen. Da aber ein Kreis aus drei Punkten konstruiert werden kann, so werde ich also aus je drei derartigen Beobachtungen die früher von mir hypothetisch angenommene Lage des Kreises und seiner Apsiden, sowie seine Exzentrizität vom Gleichheitspunkte aufsuchen. Kommt dann noch eine vierte Beobachtung hinzu, so kann sie zur Probe dienen.

Der erste Zeitpunkt möge 5. März 1590 abends $7^h\ 10^m$ sein, deshalb, weil damals der Mars fast ohne Breite war[4].... Dem entsprechen folgende Zeitpunkte[5], zu denen der Mars[6] an denselben Fixsternort zurückkehrte: 21. Januar 1592 $6^h\ 41^m$; 8. Dez. 1593 $6^h\ 12^m$; 26. Oktober 1595 $5^h\ 44^m$.

[In der Coppernicanischen Figur[7] sei α der Gleichheitspunkt der Erdbahn, β die 132-135.
Sonne und $\varkappa$ der Marsort, und es stehe die Erde zu den aufeinander folgenden Zeitpunkten *274-276.*
in ϑ, η, ε und ζ, so daß die Winkel $\vartheta\alpha\eta$, $\eta\alpha\varepsilon$ und $\varepsilon\alpha\zeta$ gleich sind, „da α Gleichheitspunkt Fig. 10.
ist und die Umlaufszeiten des Mars als gleich vorausgesetzt werden“. Nach der stellvertretenden Hypothese liegt $\alpha\varkappa$ nach $15^{\circ}\ 53'\ 45''$ ♉, und es wird gleich 100000 gesetzt. K. führt nun die am 4. März 1590 $7^h\ 10^m$, 23. Jan. 1592 $7^h\ 15^m$, 10. Dez. 1593 $7^h\ 20^m$ und 27. Okt. 1595 $12^h\ 20^m$ beobachteten Örter mittels der bekannten täglichen Bewegung auf die oben angegebenen Zeitpunkte zurück. Aus der bekannten Richtung der Sehlinien in der Figur ergeben sich dann die Winkel am Gleichheitspunkt α und am Mars $\varkappa$, und somit bestimmen sich durch den Sinussatz die Strecken wie folgt: $\alpha\vartheta = 66774$, $\alpha\eta = 67467$, $\alpha\varepsilon = 67794$ und $\alpha\zeta = 67478$. Da das letzte Dreieck sehr kleine Winkel besitzt, so ist das Ergebnis unsicher. Die längste Strecke $\alpha\varepsilon$ liegt nahe am Perihel der Erde[8], die kürzeste $\alpha\vartheta$ aber am weitesten davon entfernt; $\alpha\zeta$ und $\alpha\eta$ sind fast gleichweit vom Perihel entfernt und auch einander fast gleich. Also bewegt sich die Erde in einem Kreise, dessen Mittelpunkt nicht in den Gleichheitspunkt, sondern mehr nach der Sonne zu fällt. — Entsprechendes gilt für die Ptolemäische und die Tychonische Figur.]

---

[1]) d. h. der Abstand des Gleichheitspunktes vom Kreismittelpunkte. — [2]) In diesem und dem nächsten Kap. legt K. die mittlere Sonnenbewegung zugrunde, später die wahre. — [3]) also der Erdbahn. — [4]) Die betreffenden Dreiecke treten also nur sehr wenig aus der Ekliptik heraus. — [5]) gefunden durch wiederholte Addition der siderischen Umlaufszeit des Mars, 687 Tage 23 St. 31 Min. — [6]) vom Gleichheitspunkt der Bewegung aus gesehen. — [7]) Zu dieser Rechnung gehören an der Figur die Buchstaben ohne Unterscheidungsziffer. — [8]) in $5\frac{1}{2}^{\circ}$ ♋.

25. Kapitel. Aus drei Abständen der Sonne[1] vom Mittelpunkt der Welt ist unter Kenntnis der zugehörigen Tierkreisörter das Apogäum[2] und die Exzentrizität der Sonne oder der Erde zu bestimmen.

Fig. 10. . . . Es möge der Kreis $\vartheta\eta\varepsilon\zeta$ mit dem Mittelpunkt β[3] gezeichnet werden, und es
277. mögen in ihm von einem angenommenen Punkte α aus ‖ die Linien $\alpha\vartheta$, $\alpha\eta$, $\alpha\varepsilon$ und $\alpha\zeta$ wie früher und dazu noch die Winkel um α gegeben sein; es ist nämlich jeder von ihnen 42° 52′ 47″. Es wird nun sowohl die Größe von $\alpha\beta$, als die Richtung dieser Linie nach dem Fixsternhimmel oder inbezug auf die übrigen Linien gesucht. — Man nehme ϑ, η und ε
136. und verbinde sie gegenseitig. Denn drei Punkte genügen zu dieser Bestimmung. ‖ Erstens sind im Dreieck $\vartheta\alpha\eta$ zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben[4], es wird $\vartheta\eta$ gesucht und trigonometrisch als 49074[5] angegeben in dem früheren Maße der Schenkel $\alpha\vartheta$ und $\alpha\eta$[6]. | Zweitens wird im Dreieck $\alpha\varepsilon\eta$ der Winkel $\alpha\varepsilon\eta$ gesucht und gefunden zu 68° 12′ 27″. | Drittens wird im Dreieck $\vartheta\alpha\varepsilon$ der Winkel $\alpha\varepsilon\vartheta$ gesucht und gefunden zu 46° 39′ 9″, was von $\alpha\varepsilon\eta$ abgezogen 21° 33′ 18″ übrig läßt. Und es ist dies der Peripheriewinkel $\vartheta\varepsilon\eta$. Sein Doppeltes 43° 6′ 36″ wird also der Zentriwinkel $\vartheta\beta\eta$ sein, weil β als Kreismittelpunkt angenommen wird. Im gleichschenkligen Dreiecke $\vartheta\beta\eta$ sind also die Winkel nebst der oben gefundenen Seite $\vartheta\eta$ gegeben. Es wird aber die Länge $\vartheta\beta$ des Kreishalbmessers gesucht und zu 66785 gefunden. Nun ist $\beta\vartheta\eta$ 68° 26′ 42″, früher aber war bei der Bestimmung von $\vartheta\eta$ $\alpha\vartheta\eta$ 69° 18′ 48″, also ist $\beta\vartheta\alpha$ 0° 52′ 6″. Daher wird im Dreieck $\beta\vartheta\alpha$ aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel $\vartheta\alpha\beta$ und $\alpha\beta$ gesucht. Man findet aber den Winkel $\vartheta\alpha\beta$ zu 90° 14′ 43″, sodaß $\alpha\beta$ nach 22° 44′ ♊ liegt, denn $\alpha\vartheta$ liegt nach 22° 59′ ♍. Tycho aber setzte das Apogäum der Sonne nach 5½° ♋. Wir haben uns also ganz ersichtlich durch diese letzte, völlig unabhängige Untersuchung bis auf 13° der Tychonischen Wahrheit genähert. Es wird aber $\alpha\beta = 1012$ gefunden. Nimmt jedoch $\vartheta\beta$ die Länge 100000[7] an, so wird $\alpha\beta = 1515$. Nun ist die ganze Exzentrizität der Sonne 3592, ihre Hälfte 1796 oder 1800. Hier wird also für die Exzentrizität unsres Kreises etwas weniger als die Hälfte der Sonnenexzentrizität gefordert. Man möge sich aber erinnern, daß die Beobachtungen in ihren kleinsten Teilen etwas fehlerhaft sein können, und daß Tycho die mittlere Länge[8] und die noch nicht genau festgestellte Gleichung benutzt hat. Das zeigt sich schnell, wenn man dieselbe Rechnung mit $\vartheta\eta\zeta$ oder mit $\eta\varepsilon\zeta$ oder mit $\vartheta\varepsilon\zeta$ durchführt. Denn bei jedem Wechsel ergibt sich $\alpha\beta$ von etwas andrer Größe und liegt es nach einem Fixsternort jenseit oder diesseit 5½° ♑, ♋. | Unten werden wir demnach hierauf größere Sorgfalt verwenden. Wir werden nämlich öfters durch gewichtigen Beweis die Sonnenexzentrizität halbiert und das Apogäum sehr nahe am Tychonischen finden.

Nach diesem Beweise an der Coppernicanischen Figur liegt also der Mittelpunkt der Erdbahn an einem mittleren Orte zwischen dem Sonnenkörper und dem Gleichheitspunkt jener Bahn, d. h. die Erde läuft in ihrer Kreisbahn ungleichmäßig; sie läuft langsam, wenn sie sich weit von der Sonne entfernt, aber schnell, wenn sie sich ihr nähert; und das stimmt
136-137. zu den physischen Gründen und dem ähnlichen Verhalten der übrigen Planeten. [Gleiches
277-278. gilt von der Ptolemäischen und der Tychonischen Figur.] Ich gebe zu, daß diese Beweisführung [über die letzteren Figuren] eine gewisse Schwäche zeigt, insofern wir mit den

---

[1]) oder der Erde. — [2]) oder das Aphel. — [3]) β rückt jetzt an die Stelle von γ_1. — [4]) Vgl. hier und weiterhin die Werte in der Tafel des 24. Kap. — [5]) K. findet hier 49169, wodurch er im folgenden etwas abweichende Werte erhält; auch bei Frisch, III *487* Anm. 73, stimmt nicht alles. — [6]) Abstand: Gleichheitspunkt der Erdbahn — Mars, $\alpha\varkappa = 100000$. — [7]) statt 66785. — [8]) statt der wahren Länge der Sonne.

großen Meistern die mittlere Sonnenbewegung benutzen. Sie wird also lichtvoller werden, wenn ich nunmehr, durch die oben im 6. Kap. von mir gewürdigten Gründe bewogen, die Bewegung der Planeten auf die sichtbare Sonnenbewegung beziehen werde.

26. Kapitel. Beweis mittels derselben Beobachtungen, daß der Epizykel von seinem Anheftungspunkte oder seiner Achse und der jährliche Kreis (und somit auch die Bahn der Erde um die Sonne oder der Sonne um die Erde) vom Mittelpunkte des Sonnenkörpers oder der Erde exzentrisch liegt und zwar etwa halb so weit, wie Tycho Brahe durch die Gleichungen der Sonnenbewegung fand.

[Indem K. die Beobachtungen des 24. Kap. auf den wahren Sonnenort bezieht, findet 137-143.
er für die Abstände Sonne-Erde am 4. März 1590 $7^h\,10^m$, 20. Jan. 1592 $6^h\,45^m$, 7. Dez. 1593 *278-283.*
$6^h\,15^m$ und 25. Okt. 1595 $5^h\,45^m$ die Werte $\alpha\delta = 67\,467$, $\alpha\varepsilon = 66\,632$, $\alpha\zeta = 66\,429$ und $\alpha\eta = 67\,171$.[1] — Da die kürzeste Strecke $\alpha\zeta$ nahe ans Perihel der Erde fällt, die längste $\alpha\delta$ aber der mittleren Entfernung nahe kommt, so ist die Exzentrizität etwas größer als der Unterschied 1038 dieser Längen oder, wenn die mittlere Entfernung Sonne-Erde $= 100\,000$ gesetzt wird, als 1539. Das liegt wieder der Hälfte der Tychonischen Exzentrizität näher als dem Ganzen. — K. berechnet nun mit Hilfe der Örter δ, ζ und η nach dem im 25. Kap. angewandten Verfahren die Exzentrizität $\alpha\gamma$ des Sonnenmittelpunktes vom Kreismittelpunkte. Danach fällt das Aphel der Erde nach $13^0\,19'$ ♋, und es verhält sich $\gamma\delta : \alpha\gamma = 100\,000 : 2380$. Die Exzentrizität der Erdbahn kommt also wiederum der Hälfte der Tychonischen sehr nahe, wenn sie jetzt auch weit größer ist als vorher. — K. stellt nun Versuche an, durch kleine, innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler bleibende Änderungen das Perihel dem wahren Orte $5\frac{1}{2}^0$ ♋ und die Exzentrizität dem vermuteten Werte 1800 zu nähern. So erlangt er durch Verschiebung des letzten berechneten Marsortes nach $19^0\,40'$ ♉[2] das Perihel in $10\frac{1}{2}^0$ ♋ und die Exzentrizität gleich 2100. Durch rechtläufige Verschiebung des heliozentrischen Marsortes um $1'$ unter Beibehaltung der übrigen Örter ergibt sich das Perihel in $7\frac{1}{2}^0$ ♋ und die Exzentrizität gleich 1880. „Letztere wird also bei einer Verlegung des Perihels nach
$5\frac{1}{2}^0$ ♋ gerade 1800 sein und zwar durch gemeinsame Wirkung beider Ursachen. ‖ Denn 143.
nimmt man nun von der Sehlinie des Jahres 1595 nur noch eine halbe Minute weg, so werden wir das Ziel erreichen. Eine Minute aber kann an den durch die Hypothese des 16. Kap. gefundenen Exzentergleichungen leicht fehlen." — Da der Ort η besonders zu Fehlern Anlaß gibt, so führt K. die Berechnung nochmals mittels der Örter δ, ε und ζ durch unter Beibehaltung der letzten Verbesserung des exzentrischen Marsortes; hierbei ist $\alpha\delta = 67\,522$, $\alpha\varepsilon = 66\,660$ und $\alpha\zeta = 66\,251$, und es folgt $\delta\gamma\alpha = 75^0\,8'\,40''$. Das Perihel liegt demnach in 9^0 ♋, ganz nahe so wie früher, und die Exzentrizität wird 2100.]

Es könnte aber einer diese willkürlichen Abänderungen sehr kleiner Teilchen bei dem Gegebenen für bedenklich halten und meinen, durch ebensolche willkürliche Abänderungen dessen, was uns an den Beobachtungen nicht passend erscheint, auch die ganze Exzentrizität Tychos erhalten zu können. Der möge nur einen solchen Versuch anstellen und nach Vergleichung der erhaltenen Abänderungen mit den unsrigen urteilen, welche Abänderungen innerhalb der Grenzen des Beobachtungsfehlers bleiben. Er möge sich ja davor hüten, sich durch das Vertrauen auf einen einzigen derartigen Erfolg fortreißen zu lassen und dann bei dem übrigen um so mehr Schande zu erleben, indem er die allerverschiedensten Apogäen der Sonne findet. | Ich selbst habe bestimmt alle meine Voranahmen und Bestrebungen

[1]) Hier gelten die Buchstaben mit der Unterscheidungsziffer 1 an der Figur. $\alpha\vartheta = 100\,000$. — [2]) Oben lag er in $19^0\,42'$ ♉.

hier offen dargelegt und fürchte mehr, dem Leser dadurch unbequem als zu wenig vertrauenswürdig zu erscheinen.

Weiter ist noch für die späteren Anwendungen zu bemerken, daß sich für $\gamma\delta = 100\,000$ $\alpha\vartheta = 147\,443$ ergibt und noch größer, wenn sich das bisher als wünschenswert An-
144. geführte tatsächlich so verhalten sollte. || Es möge endlich, damit ich nicht zu weitschweifig werde, $\alpha\vartheta = 147\,700$ sein, der exzentrische Marsort im Jahre 1595 in 14° 21′ 7″ ♉, die Exzentrizität der Erde 1800 und die Erdbahn ein Oval, wie das im 30. und 44. Kap. angegeben werden wird. Dann werden sich die Sehlinien ergeben als 24° 21′ 13″ ♈, 9° 23′ 30″ ♈, 3° 2′ 30″ ♈ und 19° 42′ 40″ ♉ statt 24° 20′ ♈, 9° 24′ ♈, 3° 4½′ ♈ und 19° 42′ ♉. Ich schließe aus dieser Abweichung, daß $\alpha\vartheta$ etwa 147 750 ist. | Und somit ist bewiesenermaßen $\alpha\gamma$ ungefähr 1800, während es doch hätte 3600 sein müssen, wenn man die Beobachtungen Tychos der Coppernicanischen Figur und den sichtbaren Bewegungen der Sonne anpaßt. Daher ist der Gleichheitspunkt π der Erdbewegung in der Linie $\alpha\pi$ so zu suchen, daß $\gamma\pi$ und $\gamma\alpha$ gleich groß sind. Indem sich nämlich die Erde um π gleichmäßig bewegt, d. h. indem sich $\delta\pi\varepsilon$, $\varepsilon\pi\zeta$ und $\zeta\pi\eta$ als gleich ergeben, werden die Sonnenbeobachtungen Tychos bestehen bleiben und wird $\pi\alpha = 3600$ sein. Indem aber die Erde in den Punkten δ, ε, ζ und η gleichweit vom Punkte γ entfernt ist, werden auch seine Marsbeobachtungen bestehen bleiben.

144-147. [Es schließt sich hieran eine Durchführung der entsprechenden Betrachtungen für die
283-286. Ptolemäische und die Tychonische Form, aus der folgende Worte besonders bemerkenswert sind: „Für die Richtigkeit des Übergangs in den Ptolemäischen Epizykel gibt es einen wirklichen Beweis. Aber für den Übergang aus dem Epizykel in die Theorie der Sonne gibt es nur einen aus den Ansichten des Ptolemäus aufgebauten Wahrscheinlichkeitsbeweis. . . . . Legen somit die Beobachtungen Zeugnis ab für die doppelte Exzentrizität des Ptolemäischen Marsexzenters, so heißt uns der Geist des Ptolemäus, auch die Exzentrizität der Sonne zu halbieren . . . . Dieser Beweis in der Ptolemäischen Form steht nicht fester als der ganze Ptolemäische Weltorganismus. Denn wer Ptolemäus insoweit Glauben schenkt, daß in den drei oberen Planeten ebensoviele Theorieen enthalten und ihre Epizykel ganz genau der Sonnentheorie gleich seien und zwar in Größe und Beschaffenheit aller Linien und aller Bewegungen — der wird diesen einzigen Mißklang auch nicht zulassen, sondern gern ebenfalls aus dem Epizykel für die Sonnentheorie, wie aus dem Spiegelbilde für das Antlitz selbst, diese Halbierung entnehmen. Ich werde aber eine Vergleichung der Hypothesen anstellen und daraus als sicheres Ergebnis erlangen, daß die vier (ja, wie ich an einer Stelle sagen werde, sogar sechs) Theorieen der Sonne von der einzigen Theorie der Erde herrühren können, gleichwie mehrere Bilder von einem einzigen substantiellen Antlitz. Dann wird endlich die strahlende Sonne der Wahrheit selbst diesen ganzen Ptolemäischen Kunstbau wie Butter zerschmelzen und die Anhänger des Ptolemäus auseinander und teils in Coppernicus', teils in Brahes Lager jagen . . ." — Deshalb soll auch künftig nur noch die Coppernicanische Hypothese zugrunde gelegt werden.]

27. Kapitel. Aus vier andern Marsbeobachtungen außerhalb der akronychischen Lage, jedoch an demselben Exzenterorte die Exzentrizität des Erdbahnkreises mit seinem Aphel und das Kreisverhältnis dieses Ortes zugleich mit dem Exzenterorte des Mars im Tierkreise nachzuweisen.

Bisher haben wir fast immer das Aphel des Mars benutzt in Verbindung mit der Verbesserung der mittleren Bewegung und der oben gefundenen Hypothese für die Gleichungen.

Wird aber nur eine einzige Minute bei der Bestimmung der Tierkreislänge des Planeten fehlerhaft, was leicht eintreten kann, so bereitet uns das bei dieser Aufgabe viele Nachteile. | Daher wollen wir nunmehr hier gar keine Annahme mehr machen außer über die Umlaufszeit des Mars, bei der sich kein Zweifel erheben kann, und über die Tierkreisörter der Sonne nach Tychos Rechnung. Wir werden zwar einen exzentrischen Ort festsetzen, wie das beim indirekten Beweise zu geschehen pflegt, aber wir werden seine Richtigkeit durch mehrere direkte Beweise erhärten.

[K. benutzt Beobachtungen vom 7. und 12. März 1585, 27. März und 1. April 1587, 148-149.
12. Febr. 1589, sowie 28. Dez. 1590 und 5. Jan. 1591. Da vom Jahre 1589 nur eine Einzel- *286-287.*
beobachtung vorhanden ist, die zu den übrigen paßt, und auch lange vor- oder nachher keine Marsbeobachtungen vorliegen, so führt K. die übrigen Beobachtungen auf den Zeitpunkt von 1589 zurück. So gewinnt er für den 10. Mai 1585 $18^h\,11^m$, 28. März 1587 $17^h\,42^m$, 12. Febr. 1589 $17^h\,13^m$ und 31. Dez. 1590 $16^h\,44^m$ als Abstand Sonne—Erde[1] $\alpha\zeta = 62234$, $\alpha\varepsilon = 61675$, $\alpha\delta = 60658$ und $\alpha\gamma = 60291$, wobei der exzentrische Marsort η[2] von der Sonne α den Abstand 100000 besitzt. Die Tychonischen wahren Sonnenörter geben die Winkel an der Sonne, also mit Hilfe der obigen Abstände die Winkel $\zeta\delta\alpha$, $\varepsilon\delta\alpha$, $\varepsilon\gamma\alpha$ und $\zeta\gamma\alpha$. Deren Differenzen $\varepsilon\delta\zeta = 21^0\,27'\,45''$ und $\varepsilon\gamma\zeta = 21^0\,18'\,40''$ sind Peripheriewinkel in demselben Kreise, der Erdbahn, über dem Bogen $\zeta\varepsilon$, müßten also gleich sein. Sie sind aber um $9'$ verschieden, also verlegt K. den Marsort rechtläufig um $2'$, wodurch er um $18'$ verschiedene Peripherie- 150.
winkel gewinnt. Indem er ihn daher rückläufig um $2'$ verschiebt, finden sich Winkel, die nur noch um $2'$ von einander abweichen. Eine Proportion ergibt, daß der Marsort um $2\frac{1}{2}'$ nach rückwärts verlegt werden muß, was mit einer Vergrößerung der Exzentrizität und einer geringen Rückwärtsbewegung des Aphels verknüpft ist. K. setzt nun $\varepsilon\delta\zeta = \varepsilon\gamma\zeta = 21^0\,13'$, $\alpha\zeta = 62177$ und $\alpha\varepsilon = 61525$ und gewinnt somit $\alpha\eta : \alpha\varepsilon : \varepsilon\beta = 162818 : 100174 : 100000$,
also mittels $\beta\alpha\varepsilon = 83^0\,30'$ das Aphel in $10^0\,19'$ ♌ und die Exzentrizität $\alpha\beta = 1653$, also 151; *288.*
nicht ganz die Hälfte von 3600. — Wäre die Erdbahn an den Seiten etwas eingedrückt, so würde sich $\alpha\eta$ kleiner als 163100 ergeben. Dann würden nach Rückwärtsbewegung des Exzenterortes des Mars um $1\frac{1}{2}'$, sowie unter Annahme der Erdexzentrizität zu 1800 und des Aphels der Erde in $5\frac{1}{2}{}^0$ ♋ die neuen Sehlinien von den früheren nur ganz wenig, höchstens $2'$, abweichen.[3] Dazu stimmen auch eigne Beobachtungen K.s vom 29. Febr./10. März 1604. — Der wahre Sonnenabstand des Mars ergibt sich aus dem oben berechneten Abstand in der Ekliptikebene um 37 Teile größer.]

28. Kapitel. Es wird unter Zuhilfenahme nicht nur von Tierkreisörtern der Sonne, sondern auch von Abständen der Erde von der Sonne, die sich auf die Exzentrizität 1800 gründen, durch ziemlich viele Beobachtungen des an einem und demselben Exzenterorte stehenden Mars nachgeprüft, ob sich überall in voller Übereinstimmung ein und derselbe Sonnenabstand des Mars und ein und derselbe Exzenterort für ihn ergibt. Durch diesen Beweis wird sich zeigen, daß die Sonnenexzentrizität 1800 die wahre und richtig angenommen ist.

[K. gibt noch ein weiteres Verfahren zur Bestimmung des Abstands Mars—Sonne. 152-157.
Er benutzt dabei Marsbeobachtungen, die er auf den 31. Okt. 1590 $18^h\,15^m$ und vier zuge- *288-290.*
hörige Zeitpunkte von 1583, 1585, 1587 und 1588 zurückführt. Die zugehörigen Abstände

[1]) „nach dem Verfahren des vorausgehenden 26. Kap.“ — [2]) $\alpha\eta$ läuft zwischen δ und ε hindurch. — [3]) Im Originale und in O. o. ist der zweite Ort fälschlich in 8^0 ♍ statt in 18^0 angegeben.

Erde—Sonne entnimmt er im voraus dem im 30. Kap. angegebenen Verfahren. — Indem er hierbei Rechenschaft über die bei der Zurückführung benutzten täglichen Bewegungen des Mars ablegt, äußert er Bedenken gegen Brahes Refraktionstafeln, da dieser für die Sonne andre Strahlenbrechungswerte angibt als für die Fixsterne und Planeten. — Weiter nimmt er die Exzentrizität $\alpha\beta$ der Erdbahn $= 1800$ und den Aphelort der Erde in $5\frac{1}{2}^\circ$ ♑ an.[1] Der Mars stehe also zu den gegebenen Zeiten fünfmal an demselben Exzenterort η, die Erde aber der Zeitfolge nach in ζ, ε, δ, γ und ϑ[2]. In Dreieck $\varepsilon\alpha\delta$ ist $\alpha\varepsilon$, $\alpha\delta$ und $\varepsilon\alpha\delta$ gegeben, also läßt sich $\alpha\delta\varepsilon$, $\alpha\varepsilon\delta$ und $\delta\varepsilon$ berechnen. Dann liefert Dreieck $\delta\varepsilon\eta$ mittels der berechneten Stücke und der Winkel $\alpha\varepsilon\eta$ und $\alpha\delta\eta$ die Seiten $\varepsilon\eta$ und $\delta\eta$. Somit ergibt sich aus Dreieck $\alpha\varepsilon\eta$ $\varepsilon\alpha\eta = 21^\circ\, 26'\, 30''$ und $\alpha\eta = 166210$. Da nun $\alpha\varepsilon$ im Jahre 1585 nach $29^\circ\, 41'\, 4''$ ♍ lag, so liegt $\alpha\eta$ im Jahre 1585 nach $8^\circ\, 14'\, 35''$ ♍. — Unter Benutzung der Örter ζ und γ ergibt sich $\alpha\eta = 166\,180$ und seine Richtung unter Verbesserung wegen der Präzession im Jahre 1585 nach $8^\circ\, 13'\, 10''$ ♍, also mit geringfügiger Abweichung von den obigen Werten. — Indem nun K. $\alpha\eta = 166210$ mit den gegebenen Werten $\alpha\vartheta = 98770$ und $\alpha\vartheta\eta = 44^\circ\, 31'\, 13''$ vereinigt, findet er $\alpha\eta$ im Jahre 1585 nach $8^\circ\, 15'\, 4''$ ♍, also mit noch geringerem Unterschied, der durch eine kleine Verkürzung von $\alpha\eta$ auch noch verschwinden würde.] Also haben wir offenbar die Abstände $\alpha\zeta$, $\alpha\varepsilon$, $\alpha\delta$, $\alpha\gamma$ und $\alpha\vartheta$ und daher auch die Exzentrizität $\alpha\beta$ in richtiger Größe und Lage angenommen. Es kann sich doch unmöglich durch eine andre Annahme dieser Abstände (jedoch so, daß sie sich sehr nahe einem Kreise anpassen und nach ihren richtigen Tierkreisörtern liegen) aus allen fünf Beobachtungen ein und derselbe Abstand $\alpha\eta$
291. und für diesen ein und derselbe Tierkreisort ergeben. || Wir werden aber betreffs der Länge von $\alpha\eta$ den Beobachtungen ζ, η und ϑ am meisten Glauben schenken, denn auch bei dem gewöhnlichen Verfahren, Entfernungen von Gegenständen auf der Erde zu messen, wird die Bestimmung der Entfernung des Zeichens für um so sicherer gehalten, je weiter die Meßpunkte von einander entfernt sind. | Beim Tierkreisorte aber werden wir den Beobachtungen in ε und δ mehr Glauben schenken; denn wenn noch ein gewisser kleiner Fehler in der Länge von $\alpha\eta$ steckt, so bietet er sich dem Auge in ε und δ nur schief dar, und es ändert sich deshalb durch ihn der Winkel nicht merklich. | Auch das ist nicht zu vergessen, daß sich auch $\alpha\eta$ innerhalb des Zeitraums von sieben Jahren, nämlich von 1583 bis 1590, nicht merklich ändert, da das Aphel nur sehr langsam fortschreitet.

Endergebnis: Am 31. Okt. 1590 früh $6\frac{1}{4}^h$ stand der Mars in der exzentrischen Bewegung in $8^\circ\, 19'\, 20''$ ♍, während er durch die mittels der akronychischen Örter festgestellten Hypothese nach $8^\circ\, 19'\, 29''$ ♍ verlegt wurde. Sein [Sonnen-]Abstand ist 161180, und dieser ist wegen der Breite noch zu verlängern, sodaß daraus der Abstand des Marskörpers selbst vom Sonnenmittelpunkte ungefähr 166228 wird.

29. Kapitel. Über ein Verfahren, die Abstände der Sonne und der Erde aus der bekannten Exzentrizität zu gewinnen.

Es ist nunmehr meines Erachtens genügend bestätigt, daß die Abstände der Sonne und der Erde aus der Halbierung der von Tycho gefundenen Exzentrizität gewonnen werden müssen. Das wird auch häufig durch die Beobachtung des Sonnendurchmessers im Sommer und
158. Winter || bestätigt, wie ich im 19. Kap. des Optischen Teils der Astronomie[3] bewiesen

[1]) Die beiden letzten Annahmen sind in den vorausgehenden Kapiteln hinreichend sicher erwiesen, sodaß sie hier einer direkten Rechnung zugrunde gelegt werden können, durch deren Übereinstimmung mit den Beobachtungen dann auch ihre Richtigkeit neuerprobt wird. — [2]) $\alpha\eta$ läuft zwischen δ und ε hindurch. — [3]) II *343* Probl. II.

habe. . . | Und es wird weiterhin noch öfters und ganz ausdrücklich dort bestätigt, wo wir
durch die Benutzung dieser aus der Halbierung hervorgehenden Abstände (wie wir das schon
im vorigen Kapitel begonnen haben) die Erscheinungen sich richtig ergeben sehen. Damit
uns also diese Abstände für den späteren Gebrauch zu Gebote stehen, will ich unter Be-
nutzung eines geometrischen Beweises zeigen, wie man sie leicht berechnen kann. [α sei Fig. 11.
die Sonne, β der Mittelpunkt der kreisförmigen Erdbahn, δ das Aphel, ε das Perihel und γ
der Gleichheitspunkt, sodaß $\beta\gamma = \alpha\beta$ ist und die Erde um γ in gleichen Zeiten gleiche
Winkel beschreibt. Weiter sei „nach den Beobachtungen Tychos und Landgravs“ $\alpha\gamma = 3600$,
„nach meiner im vorausgehenden bewiesenen Umänderung“ aber $\alpha\beta = 1800$, natürlich für
$\beta\delta = 100000$. Die Bahnsehne $\zeta\eta$ stehe in α senkrecht zur Apsidenlinie $\delta\varepsilon$, während die
Sehne $\vartheta\iota$ durch α in beliebiger Neigung läuft, wobei ϑ in einem Aphelquadranten liegt. *292.*
Dann ist der Aphelabstand der Erde $\alpha\delta = 101800$ und der Perihelabstand $\alpha\varepsilon = 98200$.
Weiter ist $\alpha\beta = \zeta\beta \cdot \sin \alpha\zeta\beta$, also „der optische Teil“ der größten Gleichung der Erde $\alpha\zeta\beta$ 159.
$= 1^0\,1'\,53''$. „Denn sicher hat die größte Gleichung der mittleren Längen, die sich aus
einem optischen und einem physischen Teile zusammensetzt, die ganze Exzentrizität 3600
(oder besser 3592) zum Sinus; und es hat demnach die von δ nach ζ gelangende Erde zwar
zum vierten Teil der Umlaufszeit zwei Tage hinzugefügt, aber doch nur einen einzigen Tage-
weg über den vierten Teil der ganzen Bahn hinaus vollendet und daher in diesem Zeitraume
oder im Viertel der Umlaufszeit wegen der physischen Abschwächung[1] einen Tag mehr als
gehörig verbraucht“. Weiter ist $\alpha\zeta = \alpha\eta = \zeta\beta \cdot \sin \alpha\beta\zeta = 99984$. — Nun fälle man $\beta\varkappa$ senk-
recht auf $\vartheta\iota$, sodaß $\vartheta\varkappa$ und $\varkappa\iota$ gleich sind. Aus $\alpha\beta$ und dem gegebenen Winkel $\vartheta\alpha\beta$ oder
$\varkappa\alpha\beta$ folgt $\varkappa\alpha$ und $\varkappa\beta$, und aus Dreieck $\varkappa\vartheta\beta$ der Winkel $\varkappa\vartheta\beta$ und die Seite $\vartheta\varkappa$, sodaß auch
$\alpha\vartheta = \varkappa\vartheta + \varkappa\alpha$ und $\alpha\iota = \varkappa\iota - \varkappa\alpha$ bekannt sind. So sind vier neue Abstände der Erde von
der Sonne bestimmt, da es ja in dem gegenüberliegenden Halbkreise bei der gleichen Ano-
malie je eine zu $\alpha\vartheta$ und $\alpha\iota$ gleiche Strecke gibt. — Für die weitere Berechnung liefert K.
ein abgekürztes Verfahren, indem er die Sehne $\mu\nu$ durch α so zieht, daß ihre Anomalie
$\mu\alpha\delta$ zu der Anomalie $\vartheta\alpha\delta$ komplementär ist. Fällt man dann $\beta\lambda$ senkrecht auf $\mu\nu$, so ist *293.*
Dreieck $\alpha\beta\lambda$ kongruent zu $\beta\alpha\varkappa$, also sind $\alpha\lambda = \beta\varkappa$ und $\beta\lambda = \alpha\varkappa$ bekannt und somit $\lambda\mu\beta$, $\lambda\mu$,
$\alpha\mu = \lambda\mu + \alpha\lambda$ und $\alpha\nu = \lambda\nu - \alpha\lambda$ leicht zu finden. — Errichtet man noch die Sehne $\pi\varrho$ als
Mittelsenkrechte zu $\alpha\beta$, so ist $\alpha\pi$ der mittlere Abstand der Erde von der Sonne, da es gleich
dem Kreisradius $\beta\pi$ wird. — Die größte Gleichung aber findet sich nicht in π, sondern in ζ, 160.
wie das Ptolemäus und ihm folgend Reinhold in den Theoriken richtig bewiesen haben.
K. macht zum Zwecke dieses Beweises auf die rechtwinkligen Dreiecke $\mu\lambda\beta$, $\vartheta\varkappa\beta$, $\zeta\alpha\beta$ usw.
aufmerksam, die alle in einen Halbkreis mit dem Durchmesser $\beta\delta$ passen. Nun ist $\beta\alpha$ größer
als $\beta\lambda$ oder $\beta\varkappa$ usw., also spannt es in diesem Halbkreise einen größeren Bogen als die
letzteren Strecken, und damit wird der Winkel $\beta\zeta\alpha$ größer als $\beta\vartheta\varkappa$, $\beta\mu\lambda$ usw.]

30. Kapitel. Tafel der Abstände von Sonne und Erde und ihre Anwendung. *294.*

Die auf diese Weise gewonnenen Abstände der Sonne haben wir sozusagen für die
ganzen Grade der ausgeglichenen Anomalie des ganzen Halbkreises (denn die im andern
Halbkreise in gleicher Entfernung vom Aphel gelegenen sind diesen gleich) hier in einer aus
drei Spalten bestehenden Tafel zusammengestellt. In der ersten, von uns Mittlere Anomalie
benannten Spalte stehen die Winkel $\delta\beta\mu$ . . ., die sich aus den Winkeln $\delta\alpha\mu$ . . . von ganzen
Graden und aus ihren optischen oder Exzentergleichungen, also $\beta\mu\alpha$ . . ., zusammensetzen. Fig. 11.

[1]) Vgl. das 32. Kap.

In der zweiten sind die Abstände $\alpha\mu$ . . . selbst daneben angeordnet. In der dritten werden
161. unter der Überschrift Ausgeglichene Anomalie || gewisse hier nicht erklärte Winkel zusammengestellt, für die jedoch die Ableitungsart teils gleich im folgenden, teils im 31. und 50. Kap. angegeben wird. Sie entstehen aber durch Subtraktion der optischen Gleichung $\alpha\mu\beta$ . . . von $\delta\alpha\mu$ . . . Daher haben wir den ganzzahligen Winkeln $\delta\alpha\mu$ selbst keine Spalte angewiesen; denn sie sind die arithmetischen Mittel zwischen den Winkeln der äußeren Spalten und somit leicht zu entnehmen, und sie kommen auch nicht in Gebrauch, wie wir hören werden. Geht man also in die Tafel ein mit der mittleren oder der ausgeglichenen Anomalie, je nachdem es ihre Anwendung mit sich bringt, und sucht man jede in ihrer eignen Spalte, oder auch ihre Ergänzung zum Vollkreise, wenn sie den Halbkreis übersteigt, so wird man den gesuchten Abstand der Sonne von der Erde finden und zwar in solchen Teilen, von denen der Kreishalbmesser 100000 und die Exzentrizität 1800 hat. | In Wahrheit wird auf diese Weise (indem wir den Abstand $\alpha\zeta$ des Winkels $\delta\alpha\zeta$ einem Winkel zuerteilen, der ebensoviel kleiner als $\delta\alpha\zeta$, wie $\delta\alpha\zeta$ kleiner als $\delta\beta\zeta$ ist) dem Laufe der Erde um α nicht eine ganz kreisförmige, sondern eine ovale Bahn beigelegt.[1] Denn es ist ja (beispielsweise) der Abstand $\alpha\zeta$ mittels des Winkels $\delta\alpha\zeta$ von 90 ganzen Graden gewonnen worden, und es wurde bei dieser Ausführung angenommen, dies $\delta\alpha\zeta$ sei die ausgeglichene Anomalie. Jetzt aber soll man die Abstände entnehmen mit Hilfe der um die Prosthaphärese $\beta\alpha\zeta$ verminderten Winkel derjenigen Anomalie, die in unserer Tafel die ausgeglichene genannt wird. Danach entnimmt man durch die 90° nicht 99984, während man doch früher durch die 90° 99984 gewonnen hatte. Denn hier wird man nunmehr neben 99984 die ausgeglichene Anomalie 88° 58′ 7″ finden, was nicht die unsrige ist; denn es ist uns 90° vorgelegt, und das liefert weiter unten aufgesucht 99951, während doch nach dem Kreisgesetze $\alpha\zeta$ hätte gleich 99984 sein müssen. Daher verkleinern sich alle Abstände nach der Seite hin, am meisten in der Nähe von ζ, gar nicht bei δ und ε. Auf diese Weise wird aber sicherlich eine ovale Bahn an Stelle der kreisförmigen eingeführt. Gleiches wird uns begegnen, wenn wir mit der beliebig gegebenen mittleren Anomalie in die Tafel eingehen. Denn früher bei der Entwerfung der Figur bezeichnete die mittlere Anomalie die Winkel bei γ. Nunmehr aber wird man mit dem Winkel bei β eingehen, und diese sind um die optische Prosthaphärese kleiner als die bei γ. Also wird uns eine mittlere Anomalie von 91° 1′ 53″ 99984 liefern. Oben aber war $\delta\beta\zeta$ so groß, und doch war es dort nicht mittlere Anomalie, denn diese war das nunmehr größere $\delta\gamma\zeta$. Daher hat jene mittere Anomalie von 91° 1′ 53″ dort einen längeren Abstand ergeben, als die mittlere Anomalie von derselben Größe 91° 1′ 53″ jetzt liefert. Dies alles, sage ich, ist richtig. Aber wir haben keinen Grund, uns dadurch gehemmt zu fühlen. Handelt es sich doch nur um den Unterschied eines einzigen Grades, und da sehen wir, daß sich die Abstände innerhalb eines einzigen Grades um nicht mehr als 31 Teile von 100000 ändern; wir würden also selbst, wenn dies zu Unrecht geschähe, keinen merklichen Fehler begehen. Man wird aber den Grund für diese Abänderung, die ich wegen der Übereinstimmung mit den andern Planeten auch an der Theorie der Sonne vorgenommen habe, unten im 44. und in den folgenden Kap. finden. Es geschieht also nicht zu Unrecht, sondern sehr mit Recht diese Annahme, die die Gestalt der vom Planeten beschriebenen Figur betrifft.

295. Seiner Größe nach aber überschreitet das Heilmittel das richtige Maß. Denn die ausgeglichene Anomalie von 88° 58′ 7″, die einer mittleren von 91° 1′ 53″ entspricht, müßte nicht 99984, sondern 100000 liefern, das aber ist das Mittel zwischen den Abständen der

[1]) Hier führt K. zum erstenmal eine ovale Bahnform ein, die aber noch keine Ellipse ist.

Figur und denen der Tafel. Die Angabe des Grundes für diese Behauptung ist auf das 45. und die folgenden Kap. zu verschieben.[1] | Es wurde aber schon gesagt, daß wir keinen merklichen Fehler begehen würden, wenn wir einen solchen von 31 Teilen begehen; es wird uns also für die Beobachtung noch weniger schaden, wenn wir einen nur halb so großen Fehler begehen, eben einen von 16 Teilen. Lassen wir also einstweilen diesen kleinen Fehler ruhig zu, um uns dem Verständnis der bis hierher gelangten Leser anzupassen und nicht das erst zu Beweisende scheinbar vorweg zu nehmen.

162-163. *295-296.*

1. Mittlere Anomalie[2]	2. Abstand	3. Ausgegl. Anomalie	1. Mittlere Anomalie	2. Abstand	3. Ausgegl. Anomalie	1. Mittlere Anomalie	2. Abstand	3. Ausgegl. Anomalie
° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″		° ′ ″
0. 0. 0	101800	0. 0. 0	60. 53. 35	100888	59. 6. 25	120. 53. 35	99088	119. 6. 25
15. 16. 1	101738	14. 43. 59	75. 59. 46	100451	74. 0. 14	135. 43. 45	98719	134. 16. 15
30. 30. 56	101555	29. 29. 4	91. 1. 53	99984	88. 58. 7	150. 30. 56	98437	149. 29. 4
45. 43. 45	101265	44. 16. 15	105. 59. 46	99519	104. 0. 14	165. 16. 1	98260	164. 43. 59
60. 53. 35	100888	59. 6. 25	120. 53. 35	99088	119. 6. 25	180. 0. 0	98200	180. 0. 0

31. Kapitel. Durch die Halbierung der Sonnenexzentrizität werden die von Tycho aufgestellten Sonnengleichungen nicht merklich geändert; und über vier Verfahren zu ihrer Berechnung. 164.

Es soll sich aber beim Übergange zum folgenden gegen mich kein Verdacht erheben, und so will ich denn in der üblichen und zwar Ptolemäischen Form der ersten Ungleichheit erforschen, ob sich etwa bei der Sonne wegen der jetzt durchgeführten Halbierung der Exzentrizität eine Veränderung der Gleichungen zeigt. || In der Apsidenlinie liege zuerst die *297.*
ganze Exzentrizität[3], und es seien deshalb CE und CD Kreishalbmesser, sowie CAE die Anomalie 45° und CAD die von 135°. So groß aber auch der Unterschied sein mag, offenbar ist er in der Nähe dieser Anomalieörter am größten. Denn in den mittleren Längen[4] ergeben sich fast dieselben Gleichungen, da 3600[5], unter den Sinus wie unter den Tangenten aufgesucht, einen und denselben Bogen liefert. [CE : CA = sin CAE oder CAD : sin CEA oder CDA gibt CEA = CDA =] 1° 27′ 31″. Und auf diese erste Art berechnete Ptolemäus die Sonnengleichungen und nach Ptolemäus' Beispiel Coppernicus und beiden folgend Brahe, wobei jeder eine so große Exzentrizität AC verwandte, als er aus seinen Beobachtungen fand.

Es folgt nun ein zweites Verfahren zur Berechnung derselben Gleichungen. Ptolemäus macht davon bei den übrigen Planeten[6] Gebrauch, und ich muß mich seiner hier bedienen, denn ich habe in diesem dritten Teile bewiesen, daß der Exzentermittelpunkt[7] nicht im Gleichheitspunkt C der Bewegung, sondern an einem Orte B in der Mitte zwischen dem Weltmittelpunkt A und dem Gleichheitspunkt C liegt. | Es möge also CA in B halbiert werden. [Dann wird BEA = BDA = 43′ 45″, also CBD = 135° 43′ 45″ und CBE = 45° 43′ 45″, folglich BDC = 0° 42′ 39″ und BEC = 0° 44′ 52″ und schließlich die ganze Gleichung CDA = 1° 26′ 24″ und CEA = 1° 28′ 37″.[8]] Und man sieht, wie die beiden Gleichungsteile in

[1]) Dann erst wird nämlich die Bahn zu einer Ellipse. — [2]) Die Tafel schreitet im Originale um ganze Grade der wahren Anomalie vorwärts; hier ist nur ein Auszug von ihr gegeben. — [3]) CA. — [4]) in der Nähe der Anomalie 90°. — [5]) in Dezimalbruchform 0,03600. — [6]) außer der Sonne. — [7]) der Erdbahn. — [8]) Trotzdem K. in dem Anhange zu Brahes Progymnasmata diese Werte richtig gegeben hatte, findet er hier falsche,

dieser Ptolemäischen Form der besonderen Hypothese einander nahezu gleich sind . . . und erkennt hierin die Ursache, aus der ich im vorhergehenden Kapitel bei der Herstellung der Tafel einfach die Prosthaphäresen verdoppelt habe, um die ganze Prosthaphärese herzustellen; das ist eben die dritte Art, die Prosthaphäresen der Sonne zu berechnen . . . . Also fallen die drei Verfahren zur Berechnung der Gleichungen an acht über den ganzen Kreis verteilten Örtern fast zusammen, und sie werden demnach für die Beobachtung überall zusammenfallen. Das folgt aus der Kleinheit der Exzentrizität; wäre sie aber größer, so würde sich das sicher nicht für alle Örter so verhalten.[1]

165. Nun will ich mich noch auf ein viertes Verfahren zur Berechnung der Gleichungen, und zwar nicht mittels einer erdachten Hypothese, sondern lediglich aus der Natur der Dinge, in acht Kapiteln vorbereiten, sodaß dann im 40. Kap. endlich dieses vierte Verfahren selbst folgen kann.

32. Kapitel. Die einen Planeten bewegende Kraft nimmt mit der Entfernung von ihrer Quelle ab.

[Nach den Beobachtungen und Untersuchungen von Ptolemäus, Coppernicus,
298. Brahe und K. selbst sind die Exzentrizitäten der Planeten, des Mondes und der Sonne zu halbieren, gibt es also bei allen einen Äquanten. Hiernach] mußte die von mir im Mysterium Cosmographicum[2] angegebene Ursache des Ptolemäischen Äquanten für die rechte und gesetzmäßige gehalten werden, denn sie ist allgemein und allen Planeten gemeinsam. Ich will sie demnach in diesem Teile des Werkes genauer darlegen. | Und da das eine allgemeine Erklärung ist, so benutze ich das Wort Planet. Der Leser möge aber in diesem Kapitel und in einigen nachfolgenden immer insbesondere an die Erde des Coppernicus und die Sonne Tychos denken.

Zuerst möge er wissen, daß bei der ganzen, dieser Form angepaßten Ptolemäischen Hypothese, ganz unabhängig von der Größe der Exzentrizität, die größte Schnelligkeit im Perihel und die kleinste im Aphel den vom Weltmittelpunkt nach den Planeten gezogenen
Fig. 11. Linien äußerst nahe[3] proportional sind. | In der Figur des 29. Kap. war α der Weltmittelpunkt, β der Mittelpunkt des Exzenters $\delta\varepsilon$ und γ der Gleichheitspunkt.[4] Es werde nun um den Mittelpunkt γ im Abstande $\beta\delta$ der Gleichheitskreis $v\varphi$ beschrieben und durch den Weltmittelpunkt α, von dem aus die Exzentrizität gerechnet wird (es steht dort aber bei der gegenwärtigen Aufgabe für Coppernicus die Sonne und für die übrigen die Erde), die Gerade $\psi\omega$

---

und erst Magini weist ihm später den Fehler nach, den er selbst trotz emsigen Suchens nicht finden konnte. (Vgl. III *493—496* oder Favaro, Carteggio inedito di . . . Keplero . . . con Magini, Bologna 1886, 327 f.) K.s falsche Gleichung stimmt fast genau mit der vorher aus der ganzen Exzentrizität berechneten überein, wonach die optische Gleichung der physischen fast gleich sein müßte. Dadurch wird K. zu seinem dritten Verfahren veranlaßt, die Ptolemäischen Gleichungen einfach zu halbieren. Tatsächlich sind die beiden Gleichungsteile im allgemeinen von einander verschieden, doch steigt bei der Erdbahn ihr absoluter Unterschied nur bis 1′ 7″ an und zwar bei den wahren Anomalien 44° 16′ 15″ und 134° 16′ 15″. Also erreicht der Unterschied die Fehlergrenze 2′ der Braheschen Beobachtungen nicht. [Ist e die numerische Exzentrizität BC = BA, P ein beliebiger Punkt des Bahnkreises des Planeten und φ der zugehörige Zentriwinkel CBP, so ist $\sin(BPC - BPA) = e^2 \sin 2\varphi : \sqrt{(1 + e^4 - 2e^2 \cos 2\varphi)}$, und das wird zu einem absoluten Maximum für $\cos 2\varphi = e^2$. Dann wird auch der absolute Wert von $\sin(BPC - BPA) = e^2$.] — [1]) Z. B. beim Mars beträgt der größte absolute Unterschied der beiden Gleichungsteile 29′ 54″, also weit mehr als die Genauigkeitsgrenze der Braheschen Beobachtungen. — [2]) 20. und 22. Kap., I *173* und *181*. — [3]) umgekehrt! Weiter unten setzt K. die Zeiten statt der Geschwindigkeiten ein. — [4]) Ü. hat sich erlaubt, zur Erhöhung der Übersichtlichkeit in dem im übrigen ungeänderten Beweise die Bezeichnungen gleichmäßiger zu gestalten.

gezogen, die den Exzenter in ψ und ω schneidet. Der Planet steht demnach in ψ und ω,
nachdem er die Exzenterbogen || $\delta\psi$ und $\varepsilon\omega$ durchlaufen hat, dort vom Aphel . ., hier vom 166.
Perihel . . aus. Diese Bogen aber sollen nach unserer Annahme von α aus gleich erscheinen, denn die Gerade $\psi\omega$ liefert die gleichen Scheitelwinkel $\psi\alpha\delta$ und $\omega\alpha\varepsilon$. Nun sollen aber die Bogen $\delta\psi$ und $\varepsilon\omega$ sehr klein sein, gewissermaßen in den Apsiden δ und ε selbst, daher unterscheiden sie sich nur unmerklich von geraden Linien. Folglich wird gelten $\alpha\delta : \alpha\varepsilon = \delta\psi : \varepsilon\omega$ . . . $\alpha\delta$ aber ist länger als $\alpha\varepsilon$, folglich ist auch der Bogen $\delta\psi$ länger als $\varepsilon\omega$. Diese (in Wahrheit ungleichen) Bogen erscheinen von α aus gleich groß. Es wird nun nach der Zeit gefragt, die der Planet in beiden Bogen verweilt zufolge der Lehre und Hypothese des Ptolemäus, sobald dieser einen Äquanten anwendet. Es mögen also vom Mittelpunkte[1] γ aus durch die Punkte ψ und ω Gerade laufen, die den Äquanten in χ und τ schneiden. Dann wird also Ptolemäus sagen: Bezeichnet der ganze Gleichheitskreis $\upsilon\varphi$ die Umlaufszeit des Planeten, dann ist $\upsilon\chi$ das Maß der Zeit, die der Planet im Exzenterbogen $\delta\psi$ verbraucht, und $\varphi\tau$ das
Maß der Zeit, die der Planet im Exzenterbogen $\varepsilon\omega$ verbraucht. || Nun aber sage ich: Es ver- *299.*
hält sich der hiermit nach Ptolemäus bestimmte Zeitbogen $\upsilon\chi$ sehr nahe zum Wegbogen $\delta\psi$ wie der Abstand $\alpha\delta$ des Bogens $\delta\psi$ vom Weltmittelpunkte zum mittleren Abstand $\beta\delta$ der Punkte π und ϱ von α — und in ähnlicher Weise der Zeitbogen $\varphi\tau$ zum Wegbogen $\varepsilon\omega$ sehr nahe wie der Abstand $\alpha\varepsilon$ des Bogens $\varepsilon\omega$ vom Weltmittelpunkte zum mittleren Abstand $\beta\varepsilon$ vom Weltmittelpunkte . . . Es gilt nämlich wie früher $\gamma\upsilon : \gamma\delta = \upsilon\chi : \delta\psi$ und $\gamma\varepsilon : \gamma\varphi = \varepsilon\omega : \varphi\tau$; weiter aber gilt $\gamma\delta : \gamma\upsilon$ fast $= \beta\delta$ (oder $\gamma\upsilon$) $: \alpha\delta$. Das erkennt man daraus, daß $\beta\delta$ das arithmetische Mittel zwischen $\gamma\delta$ und $\alpha\delta$ ist, denn Ptolemäus macht $\alpha\beta = \beta\gamma$. Es ist aber das arithmetische Mittel zwischen zwei sehr nahe gleichen Grenzen nur unmerklich größer als das geometrische Mittel. Beispielsweise ist zwischen 10 und 12 das arithmetische Mittel 11, das geometrische Mittel etwa $10\frac{19}{20}$, also ist weniger als $\frac{1}{20}$ Unterschied zwischen den beiden Mitteln. Und doch gehören diese Zahlen zur Theorie des Mars, der bei Ptolemäus die größte Exzentrizität besitzt.[2] | Also ist das Verhältnis $\gamma\upsilon : \gamma\delta$ nur unmerklich größer als das Verhältnis $\alpha\delta : \beta\delta$. Demnach wird auch das Verhältnis $\upsilon\chi : \delta\psi$ nur unmerklich größer sein als das Verhältnis $\alpha\delta : \beta\delta$. Entsprechend gilt $\gamma\varepsilon : \gamma\varphi = \varepsilon\omega : \varphi\tau$. Es ist aber $\gamma\varepsilon : \gamma\varphi$ fast $= \beta\varepsilon : \alpha\varepsilon$, allerdings jenes Verhältnis unmerklich kleiner als dieses. Also ist auch das Verhältnis $\varepsilon\omega : \varphi\tau$ nur unmerklich kleiner als das Verhältnis $\beta\varepsilon : \alpha\varepsilon$.

Nun wollen wir vertauschen. Es ist nämlich das Verhältnis $\alpha\delta : \beta\delta$ unmerklich kleiner als das Verhältnis $\beta\delta$ (oder $\beta\varepsilon$) $: \alpha\varepsilon$, da ja $\beta\delta$ oder $\beta\varepsilon$ das arithmetische Mittel zwischen $\alpha\delta$ und $\alpha\varepsilon$ ist, wie oben. Nach unserem Beweise aber ist das Verhältnis $\upsilon\chi : \delta\psi$ größer als das Verhältnis $\alpha\delta : \beta\delta$, d. h. als das kleinere von zweien; und das Verhältnis $\varepsilon\omega : \varphi\tau$ ist kleiner || als das Verhältnis $\beta\varepsilon : \alpha\varepsilon$, d. h. als das größere von zweien. Je kleiner also von den zwei
Verhältnissen $\alpha\delta : \beta\delta$ und $\beta\varepsilon : \alpha\varepsilon$ jenes und je größer dieses ist, um so größer ist von den zwei 167.
Verhältnissen $\upsilon\chi : \delta\psi$ und $\varepsilon\omega : \varphi\tau$ jenes und um so kleiner dieses. Daher gleicht sich jener unmerkliche Unterschied noch in etwas aus, und infolge dessen kommt die genaue Gleichsetzung der Verhältnisse $\upsilon\chi : \delta\psi$ und $\varepsilon\omega : \varphi\tau$ der Wahrheit viel näher.[3] | Nimmt man also die bisher ungleichen Bogen $\delta\psi$ und $\varepsilon\omega$ als gleich an, so wird jeder von den beiden $\delta\psi$ und $\varepsilon\omega$ die mittlere Proportionale zu $\upsilon\chi$, der Zeitdauer im Aphel, und $\varphi\tau$, der Zeitdauer im Perihel, und folglich wird das Verhältnis $\upsilon\chi : \varphi\tau$ (wegen $\delta\psi = \varepsilon\omega$) das Doppelte[4] des Verhältnisses

---

[1]) Gleichheitspunkte. — [2]) $\frac{10}{12}$ oder $\frac{5}{6}$ ist der dritte Näherungswert des Verhältnisses Perihelabstand : Aphelabstand des Mars bei Kettenbruchentwicklung. — [3]) Aus $\alpha\delta : \beta\delta < \beta\varepsilon : \alpha\varepsilon$, $\alpha\delta : \beta\delta < \upsilon\chi : \delta\psi$, $\varepsilon\omega : \varphi\tau < \beta\varepsilon : \alpha\varepsilon$ folgert K., daß $\upsilon\chi : \delta\psi$ und $\varepsilon\omega : \varphi\tau$ annähernd gleich sind. — [4]) das Quadrat.

$\alpha\delta : \beta\delta$ oder $\beta\varepsilon : \alpha\varepsilon$ sein, von denen jenes unmerklich kleiner und dieses unmerklich größer ist.[1] Und es ist noch das Verhältnis $\alpha\delta : \alpha\varepsilon$ das Doppelte von einem von diesen beiden (denn es setzt sich aus den beiden fast gleichen Verhältnissen zusammen nach Weghebung des arithmetischen Mittels $\beta\delta$ oder $\beta\varepsilon$).[2] Also wird wegen der Gleichheit der Exzenterbogen $\delta\psi$ und $\varepsilon\omega$ das Verhältnis der Zeitdauer $\upsilon\chi$ zur Zeitdauer $\varphi\tau$ gleich dem Verhältnis $\alpha\delta : \alpha\varepsilon$ sein, oder etwas klarer, sovielmal $\alpha\delta$ länger als $\alpha\varepsilon$ ist, sovielmal weilt der Planet in einem gewissen Exzenterbogen bei δ länger als in einem gleichen Exzenterbogen bei ε.[3] Und dies folgt aus der Gestaltung der (wohlverstanden besonderen und für die erste Ungleichheit geschaffenen) Ptolemäischen Form und ihrem Gleichheitspunkte, durch sicheren und regelrechten Beweis, soweit es die dem Aphel und dem Perihel benachbarten Örter betrifft. In den übrigen Örtern tritt eine sehr geringe Abweichung ein, und je augenfälliger diese im Beweise ist, um so kleiner ist sie in ihrer Wirkung. Denn es ist beispielsweise das Verhältnis $\alpha\mu : \alpha\nu$ kleiner[4] und $\alpha\vartheta : \alpha\iota$ noch viel kleiner als das allergrößte und einflußreichste Verhältnis $\alpha\delta : \alpha\varepsilon$.

300. **33. Kapitel. Die Kraft, von der die Planeten bewegt werden, sitzt im Sonnenkörper.**[5]

[Das Verhältnis der Geschwindigkeiten des Planeten und das Verhältnis der zuge-
hörigen Sonnenabstände sind zu einander reziprok, also muß das eine die Ursache des an-
168. dern sein, oder beide müssen dieselbe dritte Ursache haben.[6] Ein Abstand läßt sich ohne
Geschwindigkeit vorstellen, aber nicht umgekehrt, also ist der Abstand die Ursache der Ge-
schwindigkeit. Der Abstand ist aber nur durch seine Endpunkte bestimmt, also liegt die
Ursache in einer von seinen beiden Grenzen. Dies kann aber nur der Weltmittelpunkt sein,
nicht aber der Planet selbst, da eine etwa in diesem wohnende Seelenkraft keine Mittel hat,
301. den richtigen Abstand zu erzeugen. Somit kommt das Hebelgesetz in Frage: mit zunehmen-
dem Abstande von der Sonne werden die Planeten scheinbar schwerer[7]. Daher kann der
169. Weltmittelpunkt nicht leer sein, und tatsächlich steht nach früheren Beweisen in ihm die
302; 170. Sonne. Diese ist mithin die Quelle aller Bewegung und kann sich nicht um die Erde be-
wegen, wie Brahe annimmt, da sonst die aus der Erde strömende Kraft auch die übrigen
Planeten mit um die Erde, nicht aber, wie in Brahes System, um die Sonne bewegen würde.
Über die Ausnahme, die die Mondbewegung darstellt, vgl. das 37. Kap. — Die aus der Sonne
stammende Kraft ist nun dem Lichte verwandt,[8] wie das gleiche Abstandsgesetz für die Aus-
breitung der Lichtstrahlen in einer Ebene zeigt. Es läßt sich noch nicht entscheiden, ob
das Licht der Träger der bewegenden Kraft ist. Wäre dies der Fall, so müßte ja auf Sonnen-

[1]) Aus $\upsilon\chi : \delta\psi \sim \alpha\delta : \beta\delta$, $\varepsilon\omega : \varphi\tau \sim \beta\varepsilon : \alpha\varepsilon \sim \alpha\delta : \beta\delta$ und $\delta\psi = \varepsilon\omega$ folgt $\upsilon\chi : \varphi\tau \sim \alpha\delta^2 : \beta\delta^2 \sim \beta\varepsilon^2 : \alpha\varepsilon^2$. — [2]) Aus $\beta\varepsilon : \alpha\varepsilon \sim \alpha\delta : \beta\delta$ folgt durch Multiplikation beider Seiten mit $\alpha\delta : \beta\delta$ (wegen $\beta\varepsilon = \beta\delta$) $\alpha\delta : \alpha\varepsilon \sim \alpha\delta^2 : \beta\delta^2 \sim \upsilon\chi : \varphi\tau$. — [3]) Der springende Punkt des Beweises ist, daß man wegen der Kleinheit der numerischen Exzentrizität aller Planetenbahnen das Verhältnis $(1 - e) : 1$ oder Perihelabstand : mittl. Abst. ohne merklichen Fehler ersetzen darf durch $1 : (1 + e)$ oder mittl. Abst. : Aphelabst. — [4]) d. h. näher an 1. — [5]) Über die in den folgenden Kapiteln niedergelegten dynamischen Ideen und Vorstellungen K.s wolle man Ausführlicheres nachlesen bei Reuschle, Kepler und die Astronomie, Frankfurt 1871, und S. Günther, Johannes Kepler und der tellurisch-kosmische Magnetismus, Wien und Olmütz 1888. — Es wurde schon weiter oben darauf hingewiesen, daß Gilberts Werk De Magnete etc., 1600, K.s Ideen über die im Sonnensystem wirksamen Kräfte stark beeinflußte, wie auch darauf, daß alle diese Untersuchungen K.s ohne wahres Ergebnis verlaufen, da er den zweiten Teil des Beharrungsgesetzes nicht kennt. — [6]) K. spricht hier einen Satz aus, den wir jetzt etwa folgendermaßen fassen würden: „Läßt sich eine veränderliche physikalische Größe als Funktion einer andern darstellen, so besteht zwischen ihnen eine kausale Beziehung.“ Dürfen wir ihm darin zustimmen? — [7]) scheinbar! Vgl. das Spätere! — [8]) Vgl. II *130* f., besonders die Sätze II, IV, V und IX.

finsternisse ein Stillstand des bewegten Planeten folgen. Auch breitet sich das Licht kugel-
förmig, die bewegende Kraft aber nur kreisförmig aus, sie „strebt nach der einen Weltrichtung 171.
von Aufgang nach Untergang, nicht aber entgegengesetzt, nicht nach den Polen usw.“. Ander-
seits stellt sich die bewegende Kraft wie das Licht als eine unstoffliche Ausströmung des
Sonnenkörpers oder der in der Sonne selbst sitzenden Kraft dar, welch letztere „von unschätz-
barer Stärke und deshalb der erste Antrieb aller Bewegung in der Welt ist“. — Die Kraft *303-304.*
breitet sich wie das Licht unzeitlich aus (sie wird ja nur dort wahrgenommen, wo sie auf 172.
Körper trifft, nicht aber im Zwischenraume zwischen der Sonne und den Körpern), wirkt aber
zeitlich, da das durch sie Bewegte ein Stoff ist. Die Planetenbewegung erfolgt aber langsamer
als die Drehbewegung der Sonnenausströmung, „entweder weil der Zwischenraum wider-
strebt, etwa durch irgend einen Stoff der Himmelsluft, oder weil das Bewegliche selbst zur
Ruhe neigt“.]

34. Kapitel. Der Sonnenkörper ist magnetisch und dreht sich an seinem Orte.

[K. untersucht weiter „die Eigenschaften der ausströmenden Kraft“ und „die innere 173.
Natur der Kraftquelle“. — Die Ausströmung dreht sich in der Richtung der Planetenbewegung
und zwar, da sie zeitlos geschieht, ebenso schnell wie das ausströmende Teilchen des Sonnen-
körpers; letzterer muß sich somit ebenfalls drehen und zwar „an seinem Orte um seinen un-
beweglichen Mittelpunkt und eine unbewegliche Achse“. Diese Achse muß nach den Tier- *305;* 174.
kreispolen hinweisen und der Sonnenäquator nach dem Tierkreise selbst, wie die Planeten-
bewegungen zeigen, und so „ergibt sich zugleich eine natürliche Ursache dieser astronomischen
Verhältnisse“. — Die Abnahme der Geschwindigkeit bei zunehmender Entfernung von der
Sonne lehrt, daß „in den Planetenkörpern eine stoffliche Neigung sitzen muß, an jedem Orte
zu ruhen, wo sie sich unbeeinflußt[1] befinden“. Diese Neigung wird sich um so stärker geltend 175.
machen können, je schwächer die Kraft ist, und es wird sich somit der Merkur immer noch *306.*
langsamer drehen als die Sonne,[2] diese also ziemlich schnell. „Sicherlich erscheint diese
reißend schnelle Achsendrehung nicht als unvereinbar mit einem Körper, in dem der erste
Anstoß aller Bewegung liegt.“ — Ähnliches gilt für die Mondbewegung und die Erddrehung. 176.
— Nach dem Gesagten verhält sich die Sonne wie ein Magnet; denn auch dessen Kraft sitzt
im ganzen Körper, ist zur Masse proportional, breitet sich kreisförmig aus, wird mit abnehmen- *307.*
dem Abstande größer und bewegt sich mit dem bewegten Magneten fort. „Doch zieht der
Magnet nicht an jeder Stelle an, sondern er hat (sozusagen) geradlinige Fäden oder Fasern
(als Sitz der bewegenden Kraft), die sich weithin ausstrecken, und wenn eine Eisennadel
seitlich vom Magneten hingelegt wird, so zieht er sie nicht an, sondern er richtet sie nur
zu seinen Fäden parallel.“ So ist auch in der Sonne lediglich eine Richtkraft anzunehmen,
da sonst die Planeten in sie stürzen würden, und sie dürfte auch Kraftfäden in den Raum
ausstrahlen. Es hat ja Gilbert bewiesen, daß die Erde ein Magnet ist. Bei ihrer Achsen-
drehung drehen sich ihre Kraftfäden in Parallelkreisen, wodurch der Mond mitbewegt wird.
Dabei laufen freilich die Drehrichtung der Erde und die Bewegungsrichtung des Mondes nicht
parallel, und es wird die Mondbewegung zu einer exzentrischen.[3] Alles dies findet sich bei 177.
der Planetenbewegung wieder. „Also ist wahrscheinlicherweise auch die Sonne ganz ent-
sprechend ein magnetischer Körper.“]

---

[1]) solitaria. — [2]) K. berechnet die Umdrehungszeit der Sonne zu 3 Tagen; nach der Entdeckung der Sonnenflecken ließ er aber diesen Wert ohne weiteres fallen. — [3]) Wegen dieser Punkte verweist K. auf das 37. und 38. Kap. und den V. Teil.

35. Kapitel. Zeigt sich bei den Planeten eine Abschwächung, wie des Sonnenlichtes, so der aus der Sonne stammenden Bewegung durch einen sich einschiebenden Körper?

308. [K. gibt die verschiedensten Gründe für oder gegen eine solche Abschwächung der
Kraft durch Einschieben eines Planeten zwischen einen andern und die Sonne an, zuletzt
178. wieder solche magnetischer Art, die auf die magnetische Schirmwirkung des Eisens hinweisen
und in der Bemerkung gipfeln: Sollte die Bewegungskraft durch das Sicheinschieben eines andern Planeten nicht gehindert werden, so „müßte die Sonne ihrer Natur nach von den Planeten mehr verschieden sein als der Magnet vom Eisen", und die Planeten dürften die Sonnenkraft nicht so schnell einsaugen, wie das Eisen die vom Magnet ausgestrahlte Kraft. — K. verweist noch auf das 57. Kap.[1]]

309. 36. Kapitel. In welchem Verhältnis wird die aus der Sonne strömende Bewegungskraft durch die Weite der Welt hin schwächer?

[K. spricht aus, daß ihm die Festsetzung dieses Verhältnisses große Schwierigkeiten
bereitet habe. Denn wie im 32. Kap. bewiesen worden sei, müsse sich die Beschleunigung
oder Verzögerung der Planetenbewegung nach dem einfachen Abstandsverhältnis richten; die
179-181. Verwandtschaft der Bewegungskraft mit dem Lichte verlange aber ein quadratisches Verhältnis
310-311. der Abstände.[2] — Wenn nun auch in der weiteren Kugel verstreut[3] ebensoviel Kraft vorhanden sein soll wie in der engeren zusammengedrängt[4], so müßte sich doch im Gegensatz zum Lichte nicht nach allen Richtungen hin gleichviel Kraft finden, denn die magnetischen Linien der Sonne sollten im wesentlichen nach der Ekliptik, nicht aber nach deren Polen hin ausstrahlen. Doch braucht dieser Unterschied zwischen Licht und Kraft nicht festgehalten zu werden, sondern man kann die Kraftstrahlen von jedem Punkte der Sonnenoberfläche nach allen Richtungen ausgehen lassen. „Der Planet wird dann nach dem Maße der Dichte dieser ganzen, aus sämtlichen Fäden[5] zusammengesetzten Ausströmung fortgetragen", trotzdem aber nicht „nach allen Richtungen unterschiedslos bewegt", sondern im wesentlichen in rechtläufigem Drehungssinne. Denn alle in der Ekliptik oder in deren Nähe liegenden Fäden suchen diese Drehrichtung zu erzeugen, die von entgegengesetzten Sonnenpunkten in die Nähe eines Ekliptikpoles zielenden aber ziehen nach entgegengesetzten Richtungen.]

182; *312.* 37. Kapitel. Wie die den Mond bewegende Kraft beschaffen ist.

[Wie sich K. auch sonst oft mit dem Monde beschäftigt hat[6], so will er auch hier an dessen Bewegung nicht vorbeigehen, damit sich nicht etwa Zweifel beim Leser erheben.]

---

[1]) Auch dort läßt K. die Frage unentschieden, wenn er auch zu der Ansicht neigt, die von der Sonne ausstrahlende Kraft durchdringe die Planeten, „wie das Licht eine Wasserkugel", werde also durch das Sicheinschieben eines andern Planeten nicht gehemmt. — [2]) Hierzu gibt K., trotzdem er das quadratische Verhältnis in seiner Optik bereits festgesetzt hatte, einen neuen, sonderbaren Beweis, der ihn sogar bis zum kubischen Abstandsverhältnis führt, freilich fälschlicherweise, da er zuletzt aus zwei quadratischen Verhältnissen durch Multiplikation ein kubisches statt eines biquadratischen gewinnt. Doch weist er sofort selbst auf gewisse Schlußfehler hin; er habe die strahlenden Punkte und Linien als „wirkliche und unteilbare" (wir würden sagen: mathematische) statt als ausgedehnte angesehen und außer acht gelassen, daß die Veränderung des Sonnendurchmessers bei wechselndem Abstande des Beobachters nur eine scheinbare, aber keine wirkliche ist. „Somit bleibt als wahres Verhältnis das quadratische bestehn." — [3]) d. h. im größeren Abstande von der Sonne. — [4]) immer in Analogie zum Lichte! — [5]) die ihn treffen können. — [6]) Vgl. O. o. VIII, Inhaltsverzeichnis, Seite LXX—LXXII.

Tycho Brahe[1] bemerkte mit Hilfe seiner langjährigen und sehr häufigen Beobachtungen des Mondes in jeder Stellung zur Sonne, daß beim Monde, abgesehen von der Anomalie des Epizykels[2] und von jener monatlichen Anomalie[3], die bereits Ptolemäus bekannt war, auch die (inbezug auf diese zwei Unregelmäßigkeiten so genannte) mittlere Bewegung selbst noch nicht ganz eine mittlere ist. Sie wird vielmehr zur Zeit der Konjunktionen und Oppositionen mit der Sonne beschleunigt, in den Quadraturen aber verzögert[4]. Es würde demnach der Mond selbst dann, wenn er vom Einfluß des Epizykels befreit wäre, bei einer konzentrischen Bewegung um die Erde noch ungleichförmig laufen. [Es seien S die Sonne, T die Erde, 183.
C und O die Konjunktion und die Opposition des Mondes, L und F seine Quadraturen. Der Mond läuft nun in O nicht deshalb schneller, da er dort die Bewegungsrichtung der Planeten teilt, denn sonst müßte er sich in C am langsamsten rückwärts bewegen — auch nicht, weil die Sonnenkraft in O mehr abgeschwächt ist als in C, denn dann gälte entsprechendes von F und L im Verhältnis zu C und O, und es müßte somit der Mond in O *313.*
langsamer vorwärts getragen werden als in F und L, in C aber schneller vorwärts, als langsamer rückwärts — alles im Widerspruch zu Tychos Entdeckung. Die Mondbewegung wird eben nicht durch die Sonne allein bestimmt, „vielmehr ist der Erde eine den Mond festhaltende Kraft beizulegen, wie eine Art Kette; diese müßte vorhanden sein, obgleich der Mond die Erde gar nicht umläuft; und nach ihrer Anbringung wird der Mond mit der Erde gleichsam in demselben Schiffe getragen, nämlich in derselben Kraft der Sonne, und er wird nun einzig und allein von der Erde herumbewegt, gleich als wenn er von dieser aus der Sonne stammenden Bewegung frei wäre".[5] Somit kommt K. dazu, die größere Schnelligkeit in O und C, wie auch die Evektion durch die Eigenschaft des Strahles SE, „des krafttragenden Durchmessers", zu erklären, daß in ihm ursprünglich die bewegende Kraft von der Sonne 184.
zur Erde herabgeströmt und er deshalb unter allen von der Erde wieder ausgestrahlten der stärkste sei. Daß in der Sonne die Hauptursache der Mondbewegung liege, beweise schon der Umstand, daß die Mondbewegung unter dem Tierkreis, nicht aber unter dem Äquator verläuft.]

38. Kapitel. Abgesehen von der gemeinsamen Bewegungskraft der Sonne sind die Planeten noch mit einer Eigenkraft begabt, und ihre Einzelbewegungen setzen sich aus zwei Ursachen zusammen.

[Die Ungleichförmigkeit der Planetenbewegung hängt ab von dem Wechsel der Stärke *314;* 185.
der Sonnenkraft, dieser aber von der Veränderlichkeit des Sonnenabstandes, also von der Exzentrizität. Die Ursache der Exzentrizität kann nun nicht in der Sonne liegen; denn die Planetenexzenter sind nach Achsenrichtung und Neigung verschieden, die Wirkungen der Sonne aber müssen sich durch besondre Einfachheit auszeichnen, da „die Verrichtungen eines einfachen Körpers um so einfacher werden, je allgemeiner sie sind". Die Ausströmung der Sonne bildet einen ungeheuren Strudel, der alle Planeten um die Sonne treibt, ohne ihren Sonnenabstand ändern zu können. Wie aber ein Schiff durch ein Steuerruder oder eine Kette auch quer zur Strömung bewegt werden kann, so sitzen in den Planeten besondre bewegende Kräfte, die gewissermaßen als Fährleute die richtigen Entfernungen und auch die richtigen Breiten erwirken.]

[1]) Er entdeckte eine größere Anzahl Unregelmäßigkeiten der Mondbewegung. — [2]) Mittelpunktsgleichung. — [3]) Evektion. — [4]) Variation. — [5]) Von hier bedarf es nur noch eines kurzen Schrittes zum Satze von der Relativität der Bewegung.

315. **39. Kapitel. Auf welche Weise und mit welchen Hilfsmitteln die Eigenkräfte der Planeten die Bewegung hervorrufen müssen, um eine kreisförmige Planetenbahn, wie man sie gewöhnlich annimmt, durch die Himmelsluft zu erzeugen.**

186. Wir wollen also nach den vorausgegangenen Beweisen folgende Axiome als unbedingt richtig aufstellen: 1) Der Planetenkörper ist seiner Natur nach geneigt zur Ruhe an jedem Ort, in dem er sich unbeeinflußt befindet. — 2) Er wird durch die aus der Sonne ausgeströmte Kraft von Ort zu Ort nach der Tierkreislänge fortgetragen. — 3) Bliebe der Abstand des Planeten von der Sonne ungeändert, so ginge aus dieser Fortbewegung eine kreisförmige Bewegung hervor. — 4) Bliebe ein und derselbe Planet abwechselnd in zwei verschiedenen Entfernungen von der Sonne während eines ganzen Umlaufs, so würden die Umlaufszeiten im quadratischen Verhältnis der Abstände oder der Kreisumfänge stehen. — 5) Eine einzig und allein im Planetenkörper selbst sitzende Kraft würde nicht hinreichen, um diesen Körper von Ort zu Ort fortzutragen, denn es mangeln ihr Füße, Flügel oder Flossen, mittels deren sie sich auf die Himmelsluft stützen könnte.[1] — 6) Trotzdem geht die Annäherung des Planeten an die Sonne und sein Zurückweichen von ihr aus einer Eigenkraft des Planeten hervor. — Dies alles ist einerseits an sich naturgemäß und anderseits im Vorhergehenden bewiesen worden.

Fig. 12. I. [Es sei A die Sonne, und der Planet beschreibe um sie einen exzentrischen Kreis mit dem Mittelpunkt B, dem Aphel C und dem Perihel D, der durch C, D, E, F, G und H
Fig. 13. in sechs gleiche Bogen[2] geteilt sei. — Weiter laufe um einen beliebigen Punkt β ein Kreis mit dem Halbmesser AB, der durch γ, δ, ε, ζ, η und ϑ ebenfalls in sechs gleiche Bogen zerlegt sei, und es werde $\gamma\beta$ um $\beta\alpha =$ BC verlängert.[3] Dann ist $\gamma\alpha =$ CA, $\delta\alpha =$ DA usw. nach dem 2. Kap. Es möge $\alpha\gamma$ von den Sehnen $\delta\vartheta$ und $\varepsilon\eta$ in $\varkappa$ und μ, aber von den um α geschlagenen Bogen $\delta\vartheta$ und $\varepsilon\eta$ in ι und λ geschnitten werden, sodaß $\alpha\delta$ oder $\alpha\iota > \alpha\varkappa$, und $\alpha\varepsilon$ oder $\alpha\lambda > \alpha\nu$ ist. — Endlich sei AN $\parallel$ und $=$ BD, und es laufe um N der Epizykel mit dem Halbmesser ND $=$ AB. — Beschriebe nun der Planet diesen Epizykel durch seine Eigenkraft[4] und zugleich den Kreis um die Sonne A mit dem Halbmesser AN durch die Sonnen-
187; *316.* kraft, so wäre alles in Ordnung. Aber jener epizyklischen Bewegung widerspricht das fünfte Axiom, und es ergeben sich auch noch andre Widersprüche. Der Epizykelmittelpunkt N müßte sich ja aus geometrischen Gründen ebenso schnell bewegen wie der Planet, also ungleichmäßig, es müßte sich demnach die Linie AN trotz der Unveränderlichkeit ihrer Länge ungleichmäßig um die Sonne A drehen, der Planet von diesem Strahle aus auf dem Epizykel ungleichmäßig bewegen.[5] Somit wäre die Frage zwar geometrisch, aber nicht physisch gelöst; „meine Überlegungen[6] reichen eben nicht hin zur Entdeckung eines Weges, auf dem sich diese Ereignisse in natürlicher Weise abspielen könnten". — Auch die Unveränderlichkeit der Richtung von DN hilft nichts, da sich in N keine Marke befindet, eben-
188. sowenig die Beobachtung der Sonne vom Planeten aus, denn im Kreismittelpunkt B fehlt auch eine Marke, und es ist unmöglich, einen Kreis um einen nur gedachten Mittelpunkt wirklich und genau zu erzeugen. Entnähme aber der Planet die Sonnenabstände seinem

[1]) Auch hat Brahe die Unmöglichkeit fester Sphären nachgewiesen, wie K. im 33. Kap. betont. — [2]) allgemein in 2n gleiche Bogen, wie auch der andre Kreis. — [3]) Die zugehörige Fig. 13 stellt die relative Bewegung des Planeten gegen den beweglichen Halbmesser $\alpha\beta =$ AN dar. K. kennzeichnet sie in ihrer Bedeutung für die Entwicklung seiner Ideen durch zwei Genien, von denen der eine einen Winkel und einen Zirkel und der andre ein offenes Buch trägt. — [4]) in der relativen Bewegung, wie sie durch Fig. 13 angegeben wird. — [5]) „Dies letztere wird im 49. Kap. vermieden, während die andern Widersprüche bestehn bleiben" (Anm. K.s). — [6]) Wir dürften wohl K.s Bedeutung besser gerecht werden, wenn wir statt dessen sagen: „meine physikalischen Erfahrungen".

Gedächtnisse wie einer Art Tafel, so müßte er dorther auch die zugehörigen Bogen oder *317.*
Winkel nehmen, er müßte also über die Wirkung der äußeren und unvernünftigen Sonnen-
kraft im voraus unterrichtet sein. „Das alles ist sinnlos, zumal nach Aristoteles' Zeugnis
ein Wissen über das Unendliche unmöglich, in diesen wechselnden Geschwindigkeiten
aber das Unendliche mit enthalten ist." Es kommt aber auch gar kein vollkommener Kreis
zustande, wie das 44. Kap. lehrt. „Man läßt daher folgerichtiger den Planeten sich selbst
gar nicht um den Epizykel oder Exzenter sorgen, sondern überläßt ihm als ganz oder teil-
weise auszuführende Arbeit eine pendelartige Bewegung in dem nach der Sonne α hin ge-
richteten Durchmesser $\gamma\zeta$." Als Maß für diese Pendelung böte sich der Winkel $\gamma\beta\delta = CBD$
dar, der $\alpha\delta$ und damit AD in richtiger Lage liefert; doch ist die Benutzung des Epizykels
schon oben als ausgeschlossen erkannt worden. „In der Tat lassen sich bei dieser Unter-
suchung die Unmöglichkeiten leichter angeben als die Möglichkeiten." Es entsprechen ja
auch gleichen Teilen des Exzenters B ungleiche Wege des Planeten im Durchmesser, denn
$\iota\lambda > \lambda\zeta > \gamma\iota$, während die Zeiten, die der Planet zum Durchlaufen der zugehörigen Bogen 189.
braucht, von C aus beständig abnehmen. So sind alle diese Größen als Maße untauglich, *318.*
„und doch müssen wir uns mangels eines besseren Urteils zunächst hierbei beruhigen.[1] Die
Fülle der Widersprüche wird die Physiker um so eher veranlassen, unten im 52. Kap. dem
Zeugnis der Beobachtungen zu glauben, daß die Planetenbahn kein Kreis sei".]

II. [Wir haben aber nicht bloß zu fragen, wie weit der Planet von der Sonne ent-
fernt sein muß, sondern auch, wie er diese richtige Entfernung herstellt. Den Abstand kann
der Planet am scheinbaren Sonnendurchmesser abmessen und an nichts weiter und somit 190.
„würden die Planeten zu Feldmessern, indem sie ihren Abstand von der Sonne mittels eines
einzigen Standpunktes abnähmen, eben aus der scheinbaren Größe des Sonnendurchmessers,
so wie wir Menschen als Abstand der Sonne 229 oder 222 ihrer Halbmesser[2] angeben, wenn
ihr Durchmesser 30′ oder 31′ mißt". Auch die Breitenabweichungen der Planeten bezeugen
das; denn würden letztere nicht durch die Beobachtung der Sonne erzielen, daß die Schnitt- *319.*
punkte ihrer Bahn mit der Ekliptik von der Sonne aus entgegengesetzt liegen, so würden
sie sich ja nicht in größten Kreisen bewegen. (Allerdings wird diese Aufgabe im V. Teile
natürlichen und zwar magnetischen, nicht aber Verstandeskräften übertragen.[3]) Die Kleinheit
des Sonnendurchmessers und seiner Veränderungen ist kein Hindernis, denn es handelt sich
ja nicht um Menschen und ihre mangelhaften Sinneswerkzeuge. Wie Licht und Kraft der
Sonne die ganze Welt durchdringt, so wird auch umgekehrt die Sonne von allen Planeten 191.
beobachtet werden können. Dazu brauchen diese ebensowenig Augen, wie sie etwa trotz
des von Brahe bewiesenen Fehlens fester Sphären zu ihrer Bewegung Füße oder Flügel
nötig haben. „Unsre Überlegung hat ja auch noch nicht alle Hilfsmittel der Natur erschöpft,
sodaß etwa durch unser Wissen festgestellt wäre, wieviel Sinne es geben dürfe". Als Beispiel
bietet sich die Beachtung der Himmelsaspekten durch die irdischen Dinge dar, für die wir
auch keine Erklärung haben.[4] — Ist nun die Planetenbahn ein Kreis, so muß der Planet
durch seine Pendelbewegung zu erreichen suchen, „daß sich, nachdem er gleiche Exzenter-
bogen durchlaufen hat, die Sonnendurchmesser etwa[5] umgekehrt zu verhalten scheinen wie

[1]) „Unten im 57. Kap. wird das Maß dieser Schwankung mitgeteilt werden" (Anm. K.s). — [2]) bei K. „Durchmesser". — [3]) Dort führt K. im 63. Kap. außer dem der Sonne zugekehrten, „nur gedachten" Planetendurchmesser noch einen gewissermaßen „wirklichen" ein, der senkrecht zur Apsidenlinie nach dem Orte der mittleren Breiten gerichtet ist und die Exzentrizität verursacht. — [4]) Hierbei weist K. auf Ereignisse im Leben seiner eignen Familie hin! Frei von astrologischem Aberglauben ist er also nicht! — [5]) „Denn das Verhältnis wird im 57. Kap. ein etwas anderes sein" (Anm. K.s).

die Linien $\delta\alpha$, $\varepsilon\alpha$, $\zeta\alpha$ oder die ihnen gleichen $\iota\alpha$, $\lambda\alpha$, $\zeta\alpha$ zur längsten $\gamma\alpha$ .... Freilich muß man wissen, daß der Zuwachs des Sonnendurchmessers und des Epizykelwinkels schlecht zu einander stimmen. Daher müßte dieser bewegende Verstand ein sehr gutes Gedächtnis haben, um gleichen Zuwüchsen des Sonnendurchmessers ungleiche Sinusversus der Epizykelbogen anzupassen. Darüber unten im 56. und 57. Kap."]

III. [Die Planetenbewegung kann nach dem Gesagten weder durch die Sonne noch
320. durch die Planeten allein bewirkt werden, sondern nur durch eine Wechselbeziehung zwischen
beiden; vgl. das 57. Kap. So stecken denn hierin viel Widersprüche, weil „sowohl einem be-
192. wegenden Verstande als einer bewegenden Seele Unglaubliches zugemutet wird". Nunmehr aber
sollen diese Überlegungen zur Vorbereitung auf das 57. Kap. in Zahlen übertragen werden.]

40. Kapitel. Unvollkommenes, jedoch für die Sonnen- oder Erdtheorie ausreichendes Verfahren zur Berechnung der Gleichungen aus der physischen Hypothese.

[K. wendet sich von den allgemeinen Betrachtungen zurück zur Bestimmung der Gleichungen der Erdbahn. Hierbei gibt die Annahme einer vollkommenen Kreisbahn keinen merklichen Fehler.] Nun stehen die Zeiten, die der Planet in gleichen Exzenterbogen verweilt, gegenseitig genau in demselben Verhältnis, wie die Abstände jener Teile[1], diese Abstände aber sind für die einzelnen Punkte im ganzen Exzenterhalbkreis verschieden groß. Daher ließ ich es mir keine geringe Mühe kosten, zu untersuchen, wie ich die Summe aller einzelnen Abstände gewinnen könnte. Denn haben wir nicht erst die Summe von ihnen allen — es sind freilich unzählig viele! —, so können wir nichts über die Größe der Zeitdauer für jeden einzelnen sagen und somit die Gleichungen nicht gewinnen. Es verhält sich nämlich die ganze Abstandssumme zur ganzen Umlaufszeit, wie ein beliebiger Teil der Abstandssumme zur zugehörigen Zeit.[2] | Ich teilte also ursprünglich den Exzenter in 360 Teile[3], gewissermaßen seine kleinsten Teile, und nahm an, daß sich innerhalb eines solchen Teilchens der Abstand nicht ändert. Die Abstände für die Anfangspunkte der Teile oder Grade suchte ich nunmehr nach dem Verfahren des 29. Kap. auf und zog sie zu einer einzigen Summe zusammen. Dann setzte ich für die Umlaufszeit, obgleich sie zu 365 Tg. 6 St. bestimmt ist, eine andre und zwar eine runde Maßzahl und ließ sie 360° oder den ganzen Kreis sein, der bei den Astronomen die mittlere Anomalie ist. Wie sich also die Abstandssumme zur Zeitsumme verhält, so nahm ich das Verhältnis eines beliebigen Abstands zur zugehörigen Zeit[4]
an. Endlich summierte ich die Zeiten über die einzelnen Grade hin auf, und es ergab sich
193. die physische Gleichung durch Vergleichung dieser Zeichen oder Grade || der mittleren Ano-
malie mit den Graden der exzentrischen Anomalie oder mit der Zahl der Teile, bis zu welchen
321. hin der Abstand in Frage kam. || Hiermit war noch die optische Gleichung zu vereinigen, die
ich nach dem Verfahren des 29. Kap. mittels der Abstände selbst gefunden hatte, und so erhielt ich die ganze.

Das war aber eine mechanische und lästige Rechnung, und man konnte die Gleichung aus ihr nicht für jeden einzelnen Grad berechnen, unter Weglassung der übrigen. So sah ich mich denn nach andern Hilfsmitteln um. Nun war mir bewußt, daß der Exzenter unzählig viele Punkte und unzählig viele Abstände dieser Punkte enthält, und es fiel mir ein, daß alle diese Abstände in der Exzenterfläche enthalten seien. Ich erinnerte mich nämlich, daß einst auch Archimedes in derselben Weise den Kreis in unzählig viele Dreiecke zerschnitten hatte,

[1]) Vgl. Anm. 3, Seite 62. — [2]) Ü. erinnert nochmals daran, daß er die K.sche Form der Proportionen absichtlich ungeändert läßt. — [3]) gleiche. — [4]) die die Erde im betreffenden Bahnteile verweilt.

denn das ist der geheime Kunstgriff seines indirekten Beweisverfahrens. Ich teilte also nicht mehr wie früher den Umfang, sondern jetzt die Fläche des exzentrischen Kreises in 360 Teile und zog dazu Linien vom Ausgangspunkte der Exzentrizität[1] aus. [Es seien in Fig. 14 A die Sonne, B der Exzentermittelpunkt und CG, GH . . . gleiche Exzenterbogen. Da sich gleichhohe Dreiecke wie ihre Grundlinien verhalten und die Sektoren nur unmerklich von Dreiecken abweichen[2], so verhalten sich die Sektoren wie ihre Bogen. Durch Summierung und Umstellung ergibt sich das Verhältnis der Halbkreisfläche zu einem Sektor wie das des Halbkreisbogens zum Sektorbogen. Also begeht man keinen Fehler, wenn man statt der Winkel CBG, CBH . . . der exzentrischen Anomalie die Sektoren CGB, CHB . . einführt.] Weiter sind nun auch alle die von B nach den unzählig vielen Teilen des Umfangs [oder des Bogens CH] gezogenen Geraden in der Halbkreisfläche CDE [oder dem Sektor CBH] enthalten. Gleiches gilt auch von den Geraden, die von A nach ebendiesen unzählig vielen Teilen des Umfangs oder Bogens laufen. Schließlich füllen aber beide Arten, sowohl die von B als die von A aus laufenden Linien, denselben Halbkreis CDE aus[3]; die von A aus gezogenen Abstände aber sind es gerade, deren Summe ich suche. Also glaubte ich daraus schließen zu dürfen, ich hätte mit der Berechnung der Fläche CAH oder CAE zugleich die Summe der unzähligen Abstände in CH oder CE erhalten: nicht etwa, weil etwas Unendliches ganz durchlaufen werden könnte, sondern weil meiner Ansicht nach in dieser Fläche ein Maß für die Summe der Vermögen wäre, mit denen die Abstände zur Aufsummierung der Zeiträume beitragen, und weil wir somit dieses Maß mit Hilfe des bekannten Flächeninhalts, ohne Ausrechnung der kleinsten Teile, anwenden könnten[4]. || Daher folgt aus dem Obigen: wie sich die Fläche 194.
CDE zur Hälfte der für uns durch 180° gegebenen Umlaufszeit verhält, so die Fläche CAG oder CAH zur Länge der Zeiten in CG oder CH[5]. Daher wird die Fläche CGA zum Maß der Zeit oder der mittleren Anomalie, die dem Exzenterbogen CG entspricht, denn die mittlere Anomalie mißt ja die Zeit. | Früher aber war der Teil CGB dieser Fläche CAG das Maß der exzentrischen Anomalie, || deren optische Gleichung der Winkel BGA ist. Daher ist die Rest- *322.*
fläche, nämlich die des Dreiecks BGA, (hier[6]) der Überschuß der mittleren Anomalie über die exzentrische Anomalie; und der Winkel BGA desselben Dreiecks ist der Überschuß der exzentrischen Anomalie CBG über die ausgeglichene Anomalie CAG. Daher liefert die Kenntnis eines einzigen Dreiecks beide Gleichungsteile, wie sie der ausgeglichenen Anomalie GAC entsprechen. | Und hieraus geht auch der Grund hervor, aus dem ich oben im 30. und 31. Kap. die Gleichungsteile in der Sonnentheorie als sehr nahe gleich bezeichnete. [Denn beschreibt man um G den Kreisbogen BO, so gilt Sektor CBG : Winkel CBG = Sektor BGO : Winkel BGO. Die letzteren beiden Größen messen die optische Gleichung, das ganze Dreieck BGC aber die physische, ihr Unterschied ABO also den Unterschied der beiden Gleichungen. Die Fläche ABO ist nun bei kleiner Exzentrizität sehr klein, null wird sie in der Apsidenlinie und in den mittleren Längen, und bei den letzteren „geht das Zuviel allmählich in ein Zuwenig über". Daher wird der größte Unterschied in den Oktanten liegen.] Als ich aber bei der Theorie des Mars eine Zeitlang dieselbe Form der Rechnung mittels der Flächen benutzte, konnte ich diesen Unterschied wegen der großen Exzentrizität dieses Planeten nicht vernachlässigen. Auch die Verdoppelung des optischen Gleichungteiles war mit einem merklichen Fehler behaftet.[7] Daher mußte ich die Fläche des ausgleichenden Dreiecks bestimmen. Das

[1]) der Sonne. — [2]) K. denkt sich immer den Halbkreisbogen in unzählig viele Teile geteilt. — [3]) Ein bekannter logischer Fehler in der K.schen Entwicklung. — [4]) K. ist sich hiernach wohl bewußt, daß die Fläche nur als ein verhältnisgleiches Maß für die Abstandssumme eintritt, nicht aber der Abstandssumme gleich ist. — [5]) Dies ist die erste Stelle, wo das sogenannte zweite K.sche Gesetz in vollem Wortlaute auftritt. — [6]) im Aphelquadranten, denn im Perihelquadranten wird sie negativ. — [7]) Vgl. Anm. 1, Seite 62.

195. kann mit verschiedenen Mitteln geschehen, doch will ich nur das einfachste angeben. ‖ Bekanntlich verhalten sich gleichhohe Dreiecke wie ihre Grundlinien; ich behaupte nun, daß
323. sich auch solche von gleichen Grundlinien wie ihre Höhen verhalten . . . .[1] [Es sei nun
Fig. 14. zuerst $BE \perp CD$, dann ist die Fläche des Dreiecks BEA gleich 90000000 wegen $BA = 1800$ und $BE = 100000$. Die Fläche des Kreises mit dem Halbmesser 100000 ist 31415926536,[2] und es verhält sich die Kreisfläche zu den 1296000″ der mittleren Anomalie oder der Zeit wie die Fläche 90000000 zu $3713'' = 1^0\,1'\,53''$ der physischen Gleichung. Also sind für eine exzentrische Anomalie von 90^0 die beiden Gleichungen gleich.[3] — Für die übrigen Grade der exzentrischen Anomalie gilt Sinustotus oder Höhe EB zur Höhe HL oder dem Sinus der Anomalie wie 3713″ zu der in Winkelsekunden ausgedrückten betreffenden Dreiecksfläche. Ist z. B. $HBC = 45^0\,43'\,46''$, wie im 31. Kap., so gilt $100000 : 71605 = 3713'' : 2659''$, also ist die physische Gleichung 44′ 19″; oben war sie zu 44′ 52″ bestimmt, etwa so groß wie die optische Gleichung.[4] „Daher wird die kleine Fläche ABO selbst bei ihrem größten Werte 33″ nicht übersteigen.“ Das ist das im 31. Kap. versprochene vierte Verfahren zur Berechnung der Gleichungen.]

196. Und doch ist in meiner Schlußreihe ein Fehlschluß[5] enthalten, freilich von geringem Einfluß. Seine Quelle ist die Archimedische Zerlegung des Kreises in unzählig viele Dreiecke, aber freilich in solche, die mit rechten Winkeln auf dem Umfange stehen, da ihre Scheitel im Kreismittelpunkte B liegen. Ein ganz andres Verhältnis zeigen die auf dem Umfange stehenden Dreiecke mit dem Scheitel A, denn der Umfang wird durch die von A aus gezogenen Geraden überall, außer in den Punkten C und D, schief geschnitten. | Und auf diesen Fehler könnte man durch die Erfahrung geführt werden, wie es mir selbst ging, als ich alle Abstände AC, AG, AH für die einzelnen ganzen Grade des Winkels CBG, CBH zu Hilfe genommen (es entsprechen diese Abstände in der im 30. Kap. vorausgeschickten Tafel der Lage nach zwar den einzelnen ganzen Graden des Winkels bei A und daher mit Minuten behafteten Winkeln bei B, man kann aber leicht jedem ganzen Grade des Winkels bei B den zugehörigen Abstand von A durch eine Proportion zuordnen) und sie zu einer einzigen Summe zusammengezogen hatte. Denn es kommt eine größere Summe als 36000000 heraus, während doch die 360 Abstände von B gerade die Summe 36000000 geben. Und doch müßten diese Summen gleich sein, wenn beide durch dieselbe Kreisfläche gemessen
Fig. 14. würden. [Es ist aber auch $AE + AF > EF$, $AH + AU > HU$ und somit die Summe aller von B ausgehenden Halbmesser, der die Kreisfläche entspricht, kleiner als die der Linien
324. von A aus, die ganzen Graden bei B entsprechen. Nehmen wir aber bei A lauter ganze Grade an, so ist wieder die Summe der von A auslaufenden Linien kleiner als 36000000, denn ist EV eine solche durch A laufende Gerade, so ist $AE + AV < BE + BV$ und entsprechend bei andern.] Um also das schon Gesagte zu wiederholen, dieses Verfahren der Gleichungen ist zwar sehr kurz, stützt sich auf die bisher erörterten natürlichen Ursachen der Bewegungen und genügt auch in der Theorie der Sonne oder der Erde aufs genaueste den Beobachtungen. Aber dennoch begeht es zwei Fehler:[6] erstens nimmt es die Planeten-

[1]) Da dieser Satz bei Euklid fehlt, so beweist ihn K. und zwar mittels der Hilfslinien GM, GN, NP und NA der Figur 14. — [2]) K. beruft sich auf eine „ganz neue“ Berechnung des Adrianus Romanus, bezieht sich also vermutlich auf dessen 1607 erschienenes Werk Methodus cifris exprimendi numerum quantumvis maximum. Vgl. III *496*, Anm. 82 von Frisch. — [3]) Die durch $\operatorname{tg} AEB = 0{,}001800$ bestimmte optische Gleichung ist nur um Bruchteile einer Sekunde kleiner als die physische. — [4]) Tatsächlich ist diese 43′ 45″. — [5]) „Abweichung dieses mit der Dreiecksfläche arbeitenden Verfahrens bei Annahme einer Ellipse“ (Anm. K.s). — [6]) „Bei Annahme einer elliptischen Planetenbahn gibt dieses Verfahren keinen Fehler. Man merke sich das!“ (Anm. K.s).

bahn als einen vollkommenen Kreis an, was unten im 44. Kap. als falsch erwiesen wird; zweitens benutzt es eine Fläche, die || die Sonnenabstände aller Punkte nur ungenau mißt. 197.
Diese beiden Ursachen heben sich jedoch, was als Wunder angesehen werden kann, ganz genau gegenseitig auf, wie unten im 57. Kap. bewiesen wird.

Und weil unsere Zeit die vorzüglichsten Mathematiker hat, die sich bisweilen mit Dingen von weit weniger sichtbarem Nutzen langezeit abmühen, so rufe ich sie alle miteinander und einzeln auf, mir behülflich zu sein beim Aufsuchen einer gewissen Fläche, die gleich der Summe aller Abstände ist. Geometrisch freilich (im landläufigen Sinne des Wortes) habe ich sie selbst gefunden, sie aber sollen mich lehren, zahlenmäßig anzugeben, was ich nur durch geometrische Zeichnung bestimmt habe; besser gesagt, sie mögen die Quadratur der gegebenen Figur lehren. Man möge also den halben Kreisumfang zu einer geraden Fig. 15.
Linie aufrollen und in ebensoviel Teile wie früher zerlegen, durch die Punkte G, H, E, J und K, und dann in den Teilpunkten Lote von der Größe des Halbmessers CB errichten und das Rechteck[1] schließen. Es wird dann doppelt so groß sein wie das Dreieck, durch das A r c h i m e d e s die Halbkreisfläche mißt. Hat man auf diese Weise aus den einzelnen Sektoren je ein Rechteck gemacht, dann wird das ganze, in gleiche Teile zerlegte Rechteck der ganzen Halbkreisfläche gleichwertig sein, d. h. es wird überall das Verhältnis 2 : 1 herrschen. | Ganz in derselben Weise möge man aber auch die Abstände CA, GA usw.[2] hinlegen und die Punkte A mittels der durch die einzelnen Punkte gezogenen Konchoide[3] AAAA verbinden (von diesen Punkten aber gibt es der Möglichkeit nach unzählig viele). Dann wird die Figur AACD allen Abständen von A gleichwertig sein. Denn in ganz entsprechender Weise wurde aus den einzelnen Linien AG und AH mit möglichster Annäherung[4] ein einziges Parallelogramm gemacht, nur daß die Konchoide nicht parallel zu CD ist, sondern sich so gegen die Halbmesser GA, HA, EA neigt, wie sich diese Abstände auch im Kreise selbst gegen den Umfang neigen. Somit wird der Umstand, daß die Konchoide länger wird als der Halbkreis CD, nicht zum Hindernis. | Es ist aber EA > EB. Würde man nun CA, GQ, HR, EB, JS, KL und DA so lang nehmen, wie sie durch die von A aus auf die Abstände der Punkte von B herabgelassenen Lote bestimmt werden (würde also in der Kreisfigur nach dem verlängerten Fig. 14.
HB das Lot AR herablaufen und somit HR kleiner als HA bestimmen), so wäre die Figur zwischen || der Konchoide AQRBSLA und CD genau gleich der Figur CBBD. Denn die *325.*
Konchoide würde BB in der Linie EA schneiden, und da das oberste BA gleich dem untersten, BQ = LB, BR = SB usw. ist, so wären demnach die Figuren BBRQA und BBSLA kongruent. Die eine von ihnen ist aber das fehlende, die andere das überschießende Stück der gleichen Figuren CBBE und DBBE. Also ist die ganze Figur zwischen AQRBSLA und CD der ganzen zwischen BB und CD gleich. Daher mißt der kleine Flächenraum zwischen den Konchoiden . . . den Überschuß der Abstände von A über die von B, und zwar in dem Maße, in dem das Rechteck allen Abständen von B gleich gesetzt wird. | Und man beachte, daß dieser Raum an gleichweit von der Linie EA entfernten Stellen nicht gleichbreit ist, sondern unten breiter. [Denn schlägt man um A mit AV den Kreis XY, so ist AH — RH < (AY + YH) —

[1]) CBBD. — [2]) Der Fig. 15 liegen die Abmessungen der Marsbahn zugrunde. Bei ihrer Entwerfung sind die auf BB aufzusetzenden positiven und negativen Ordinaten BA gegenüber dem Halbmesser CB in dreifacher Vergrößerung gezeichnet, damit die Figur anschaulicher werde. — [3]) „Konchoide nenne ich nicht die des N i k o s t r a t u s [N i k o m e d e s nach F r i s c h], die unbegrenzt ist und von ihm wegen ihrer Ähnlichkeit mit der Muschel so genannt wurde, sondern eine, die der N i k o s t r a t i s c h e n Konchoide ähnlich ist, wie wir Rhomboid eine dem Rhombus ähnliche Figur nennen" (Anm. K.s). — Vgl. Anm. 1, Seite 74. — [4]) Die Lote sollten eigentlich nur unmeßbar kleine Zwischenräume haben.

198. (RY + YH) oder AH — RH < AY — RY oder AH — RH < AV — RV. Also ist SA > RA.] Demnach wird der Raum zwischen den beiden Konchoiden durch EA nicht halbiert, er scheint aber von BB halbiert zu werden. Das mögen die Mathematiker untersuchen und dabei zugleich den Raum zwischen den Konchoiden quadrieren lehren, damit er für die Rechnung geeignet wird.[1] Unten im 43. Kap. wird man eine rohe Schätzung dieses Raumes finden.

[Diese allgemeinen Bemerkungen über die Berechnung der physischen Gleichung wollte K. vorausschicken, um die Rechnung nicht zu weit von den zugehörigen Überlegungen zu trennen. Bei der Sonnentheorie entstehen ja auch nur kleine, unmerkliche Fehler.] Ich habe also die Ursache und das Maß der zweiten Ungleichheit, die für unser Auge die Planeten stillstehen und vor- und rückwärts laufen läßt, durch die sichersten Beobachtungen und Beweise aufs genaueste beschrieben. Nach meinem vorausgegangenen Beweise hat aber diese zweite Ungleichheit auch noch teil an der ersten und ist die Theorie der Sonne oder Erde (für Coppernicus) oder des Epizykels (für Ptolemäus) der Theorie der übrigen Planeten ähnlich.[2] Außerdem habe ich die physischen Ursachen dieser ersten Ungleichheit gefunden und der Rechnung für die Sonnentheorie angepaßt. Somit beendige ich denn mit Fug und Recht hier den dritten Teil, gleichsam als eine Vormittagsaufgabe, durch ein eingeschobenes Mahl, wobei mir der große Meister der Seelenstärkungen[3] zustimmt:

Halb ist vollendet das Werk, halb harrt es noch seiner Vollendung;
Aber geworfen schon hier, feßle der Anker das Schiff.

199; *326.*

IV. Teil der Abhandlungen über die Bewegungen des Sternes Mars.

Aufsuchung des wahren Maßes der ersten Ungleichheit aus physischen Ursachen und auf Grund meiner eignen Ansicht.

200. Das im dritten Teile Bewiesene bezieht sich auf alle Planeten; deshalb kann man es mit Fug und Recht den Schlüssel zu einer tiefer eindringenden Astronomie nennen. Wir müssen uns nun um so mehr freuen, diesen gefunden zu haben, je sicherer wir ihn auf keine andre Weise hätten suchen können, als mittels der Beobachtungen des Planeten Mars.

---

[1]) Haben der Kreishalbmesser BC, die Exzentrizität AB und die exzentrische Anomalie CBG die Maße a, ae und φ, so ist die Gleichung der Kurve AA ... A in Fig. 15 $x = a\varphi$ (gemessen auf CD von C aus), $y = a \cdot \sqrt{(1 + 2e\cos\varphi + e^2)}$. Also ist die Fläche CAAAD oder $F = a^2 \int_0^{\pi} \sqrt{(1 + 2e\cos\varphi + e^2)}\, d\varphi$. Dieses elliptische Integral läßt sich auf einfachere zurückführen, da e bei den Planetenbahnen einen sehr kleinen Zahlenwert besitzt. 1) Bei Vernachlässigung von e^2 wird $y_1 = a(1 + e\cos\varphi) = HR$ und $F_1 = \pi a^2$. Die „Konchoide" wird also zur Kosinuskurve CAQRBSLAD, und ihre Fläche ist tatsächlich gleich der des Rechtecks CBBD. — 2) Vernachlässigt man erst e^3, so wird $y_2 = a(1 + e\cos\varphi + \frac{1}{2}e^2\sin^2\varphi)$ und $F_2 = \pi a^2(1 + \frac{1}{4}e^2)$. Somit wäre die Breite des zwischen den beiden „Konchoiden" gelegenen Streifens an der Stelle φ $\delta y = \frac{1}{2}ae^2\sin^2\varphi$, also für $\varphi = \frac{1}{2}\pi \pm \varphi'$ von gleicher Größe. — 3) Mithin muß man zum Beweise der Eigenschaft des Streifens, daß er unten breiter ist als oben, noch e^3 mitnehmen. Es wird dann $y_3 = a(1 + e\cos\varphi + \frac{1}{2}e^2\sin^2\varphi - \frac{1}{2}e^3\sin^2\varphi\cos\varphi)$, aber $F_3 = F_2$. Die Streifenfläche bleibt also ungeändert, die Streifenbreite an der Stelle φ wird aber jetzt $\delta y = \frac{1}{2}ae^2\sin^2\varphi(1 - e\cos\varphi)$, also innerhalb des in der Figur dargestellten Gebietes bei positivem φ' für $\varphi = \frac{1}{2}\pi + \varphi'$ größer als für $\varphi = \frac{1}{2}\pi - \varphi'$. Das stimmt mit K.s Bemerkung überein. — Die größte Breite erhält der Streifen für $\cos\varphi = -\left(\sqrt{(1 + 3e^2)} - 1\right) : 3e \sim -\frac{1}{2}e^2$, also bei der Erde für $\varphi = 90^\circ\, 0'\, 29'' = 0{,}50005\,\pi$ und beim Mars für $\varphi = 90^\circ\, 14'\, 57'' = 0{,}502\,\pi$, also sehr nahe an der Mittelordinate EB. Die zugehörige Breite δy bleibt bei den Abmessungen der Fig. 15 für die Erde unter 0,01 mm und für den Mars unter 0,3 mm, konnte also nicht im richtigen Maße dargestellt werden. Der Flächeninhalt des Streifens ist $F_2 - F_1 = \frac{1}{4}\pi a^2 e^2$, also bei der Erde das 0,00007fache und beim Mars das 0,0022fache der Rechtecksfläche CBBD. — [2]) d. h. die Erdbahn hat einen Äquanten oder ist eigentlich auch eine Ellipse. — [3]) Ovid, Ars am., Schlußdistichon von I.

Nun hat zwar Ptolemäus jene Halbierung der Exzentrizität der Sonne auch bei der Venus und dem Merkur gefunden und aus diesem Grunde die Exzentroexzenter oder, was dasselbe ist, die Kreisbewegungen des Epizykelmittelpunkts eingeführt (den zugehörigen Beweis spare ich mir für die besonderen Abhandlungen über diese Planeten auf). Dennoch mußten die Beschaffenheit dieser Beobachtungen und die kleinen Winkelabstände der Venus von der Sonne, die ihre Beobachtung nur in niedrigen Stellungen zu Anfang der Nacht ermöglichen, der zielbewußten Erforschung dieses Umstandes ein großes Hindernis bereiten, selbst wenn sie näher als der Mars gestanden hätte.[1] Beim Merkur hätte dieser Versuch noch weniger Sinn gehabt; er taucht ja nur ganz selten aus den Strahlen der Sonne auf und ist von der Erde weiter entfernt als der Mars oder die Venus, während deren Beobachtungen in unsrer größten Nähe geschehen können. Wir hätten aber wie Ptolemäus der Wahrheit auf offnem Felde nachspüren und nach ihr durch tiefe Schatten gleichsam mit den Händen tappen müssen. | Wieviel wir aber bei der ersten Ungleichheit, die sich bei Betrachtung des Exzenters zeigt und für jeden Planeten eine andere ist, dieser im dritten Teile gefundenen, gemeinsamen zweiten Ungleichheit verdanken, das soll nunmehr am Beispiele des Mars dargelegt werden.

41. Kapitel. Versuch einer Bestimmung der Apsiden, der Exzentrizität 201; *327.*
und des Verhältnisses der Kreise[2] mittels bereits benutzter Beobachtungen außerhalb der Opposition zur Sonne, jedoch unter einer falschen Bedingung.

[K. wendet das im 25. Kap. entwickelte Verfahren an, mittels dreier Abstände des Planeten von der Sonne und der zugehörigen Winkel an der Sonne den Bahnkreis festzulegen. Er entnimmt die betreffenden Örter dem 26., 27. und 28. Kap. (25. Okt. 1595, 31. Dez. 1590
und 31. Okt. 1590) und gewinnt[3] für das Aphel des Mars 27° 8′ 36″ ♌, für die Exzentrizität 202; *328.*
9768 : 100000 und für das Verhältnis des Radius der Erdbahn zu dem der Marsbahn 100000 : 151740. — Verwendet man aber an Stelle jener drei Marsörter andere, so ergeben sich ganz andre Werte für Aphel, Exzentrizität und Verhältnis der Halbmesser. Also ist ein anderes Verfahren zu suchen.]

42. Kapitel. Mit Hilfe einiger Beobachtungen außerhalb der akronychischen Lage, bei 203.
denen der Mars in der Nähe des Aphels, und ebenso mit einigen andern, bei denen der Mars in der Nähe des Perihels steht, den ganz genauen Aphelort, die Verbesserung der mittleren Bewegung, die wahre Exzentrizität und das Verhältnis der Kreise zu suchen.

[In der Nähe des Aphels stand der Mars bei fünf Beobachtungsreihen Brahes. Diese 204; *329.*
führt K. zurück auf die Zeitpunkte vom 17. Febr. 1585 $10^h\,0^m$, 5. Jan. 1587 $9^h\,31^m$, 22. Nov. 1588
$9^h\,2\frac{1}{2}^m$, 10. Okt. 1590 $8^h\,35^m$ und 6. März 1600 $6^h\,17\frac{1}{2}^m$, bei denen nach dem 30. Kap. die
Abstände Sonne—Erde $\alpha\delta = 99170$, $\alpha\varepsilon = 98300$, $\alpha\varkappa = 98355$, $\alpha\lambda = 99300$ und $\alpha\gamma = 99667$ Fig. 16.
waren. Aus den gegebenen und beobachteten wahren Sonnen- und Marsörtern finden sich
die Winkel $\alpha\delta\iota = 155^\circ\,49'\,53''$, $\alpha\varepsilon\iota = 113^\circ\,12'\,46''$, $\alpha\varkappa\iota = 68^\circ\,19'\,28''$, $\alpha\lambda\iota = 36^\circ\,45'\,16''$
und $\alpha\gamma\iota = 122^\circ\,46'\,37''$. Somit sind in jedem von den Dreiecken Sonne—Erde—Mars eine *330.*
Seite und ein anliegender Winkel gegeben. „So nehme ich als drittes Stück das allen Drei- 205.
ecken Gemeinsame, nämlich die Seite $\alpha\iota$, also eins von den gesuchten, und suche mit Hilfe

[1]) Wenn die Venus den größten Winkelabstand von der Sonne besitzt, also am besten zu beobachten ist, ist sie von der Erde immer noch ein Drittel weiter entfernt als der Mars in Opposition. — [2]) der mittleren Sonnenabstände des Mars und der Erde. — [3]) Daß K.s Rechnungsverfahren die Dezimalbruchrechnung in sich birgt, erkennt man an einem hier fallenden Ausdrucke K.s: „Radium superat in centies millenis particulis per 22.“

dieser Seite die Winkel bei ι auf. Legen diese die Linie $\alpha\iota$ nach demselben Fixsternorte fest (unter Berücksichtigung des Fortschreitens der Nachtgleichen), so werde ich daraus schließen, daß ich die Länge $\alpha\iota$ richtig angenommen habe.“ K. setzt $\alpha\iota = 166700$, berechnet die Winkel bei ι mittels des Sinussatzes und findet das Aphel des Mars für die fünf Erdstellungen δ, ε, $\varkappa$, λ und γ in 29° 18′ 19″, 29′ 21″, 20′ 40″, 20′ 30″ und 28′ 44″ ♌. Nach dem früheren müßten sie unter Berücksichtigung des Fortschreitens der Nachtgleichen liegen in 29° 17′ 0″,
206. 18′ 36″, 20′ 12″, 21′ 48″ und 29′ 51″ ♌. — K. stellt nun Versuche an, durch Änderung der Länge von $\alpha\iota$ diese Fehler möglichst auszugleichen; der Wert $\alpha\iota = 166725$ scheint für δ, ε und $\varkappa$ Besseres zu liefern. „Und da 166666⅔ das 1⅔fache[1] des Halbmessers 100000 ist, so könnte man wohl vermuten, daß dies das Verhältnis zwischen dem mittleren Abstand Erde—Sonne und dem größten Abstand Mars—Sonne sei[2]; doch will ich hier bloßen Vermutungen nicht Raum geben.“ In Rücksicht auf den Neigungswinkel 1° 48′ der Exzenterebene gegen die Ekliptik an dieser Stelle wird der wahre Aphelabstand des Mars gleich 166780, „soweit man ihn wenigstens aus diesen Beobachtungen abnehmen kann. Doch muß man sich bei ihnen daran erinnern, daß sie etwas weit hergeholt und zu ihrer Zeit nicht sehr genau bestimmt
331. sind“. — Für das Perihel liegen nur drei Beobachtungen vor, die sich auf die Perihelstellungen 1. Nov. 1589 $6^h\,10^m$, 19. Sept. 1591 $5^h\,12^m$ und 6. Aug. 1593 $5^h\,14^m$ zurückführen
207. lassen. „Öfter ist der Mars im Perihel nicht beobachtet worden. Denn im Jahre 1595 fiel seine Ankunft im Perihel in die Mitte des Sommers, wo in Dänemark die Dämmerung die ganze Nacht andauert. Im Jahre 1597 war Tycho Brahe auf Reisen. In der Nähe der Sonne[3] aber bleibt der Mars im Winterhalbkreise lange verborgen, da seine Geschwindigkeit
Fig. 16. nicht viel kleiner als die der Sonne ist.“ Es sind die Abstände Sonne—Erde $\alpha\zeta = 98730$, $\alpha\mu = 99946$ und $\alpha\eta = 101183$, sowie die Winkel an der Erde $\alpha\zeta\vartheta = 61°\,45'\,19''$, $\alpha\mu\vartheta = 98°\,31'\,27''$ oder $33'\,27''$ und $\alpha\eta\vartheta = 156°\,30'\,13''$ gegeben, wozu K. die Länge $\alpha\vartheta = 138400$ hinzunimmt. Dadurch ergibt sich der Marsort in 29° 55′ 20″, 53′ 6″ oder 54′ 6″ und 59′ 10″ ♒; das Fortschreiten der Nachtgleichen verlangt aber zu 55′ 20″ 56′ 56″ und 58′ 32″. K. versucht auch hier den Fehler durch Veränderung der Länge von $\alpha\vartheta$ zu beseitigen und erhält etwa
332. 138430 als richtigen Wert. Wegen der Neigung von 1° 48′ folgt 138500 als wahrscheinlicher Perihelabstand des Mars, soweit die Genauigkeit der Beobachtungen reicht.]

Aufsuchung der Apsiden mittels dieser Beobachtungen.

In Rücksicht auf alle drei Beobachtungen wollen wir den Ort der Linie $\alpha\vartheta$ am 1. Nov. 1589 $6\frac{1}{6}{}^h$ nachm. in 29° 54′ 53″ ♒ annehmen, sodaß er 1591 in 29° 56′ 30″ und 1593 in 29° 58′ 6″ liegt. Die stellvertretende Hypothese des 16. Kap. zeigt die Linie zum ersten
208. Zeitpunkt in 29° 52′ 55″ ♒. ‖ Früher aber nahmen wir in ähnlicher Weise die Linie $\alpha\iota$ am 22. Nov. 1588 $9^h\,2\frac{1}{2}{}^m$ in 29° 20′ 12″ ♌ an. | [Die Zwischenzeit beträgt 343 Tg. 21 St. 52½ Min., die halbe Umlaufszeit des Mars 343 Tg. 11 St. 46 Min., also sind 10 St. 6½ Min. Überschuß. Die Weglänge ist mit Einrechnung der Präzession 180° 33′ 53″.] Würde also im Perihel bei der täglichen exzentrischen Bewegung des Mars der Überschuß von 33′ 53″ über den Halbkreis den 10 St. 6½ Min. entsprechen, so würde man hiernach den Ort des Aphels in 29° 20′ 12″ ♌ finden. [Die tägliche Bewegung des Mars beträgt im Aphel ungefähr 26′ 13″, im Perihel aber 38′ 2″.] Verbraucht also der Mars bei der Bewegung vom Aphelpunkte aus die Hälfte

[1]) i. O. sesquialtera. — [2]) Daß die Sonnenabstände der verschiedenen Planeten eine einfache Beziehung zu einander zeigen müssen, ist für K. Axiom der Harmonie des Weltplanes; aus ihm ging das dritte Gesetz hervor. Durch Ausgleichungsrechnung findet man als wahrscheinlichen Ort des Aphels 1588 29° 19′ ♌ und als zugehörigen Abstand 166750, beim Perihel 1589 29° 56′ ♒ und 138250. — [3]) wohin das Perihel in den Jahren 1599 und 1601 fiel.

seiner Umlaufszeit, so wird er, was man genau erwägen wolle, am Ende dieser Zeit im ganzen 180° zurückgelegt haben und im Perihelpunkte sein. Beginnt aber jetzt dieser Zeitraum einen Tag *nach* der Aphelstellung, so wird der Mars seinen Lauf 26′ 13″ vom Aphel beginnen und in 180° 38′ 2″ endigen, er wird also in der Hälfte der Umlaufszeit mehr als die Hälfte des Wegs[1] durchlaufen. Das Gegenteil tritt ein, wenn er einen Tag *vor* dem Aphel beginnt. ||
Nun hat auch unsre Zeit einen größeren Bogen[2] geliefert, also müssen auch wir unsren Aphelort 209.
verschieben. Zunächst werden wir unsre Stunden[3] zur Hälfte vor das Aphel und zur Hälfte hinter das Perihel legen. Dann wäre der Planet von 5′ 31″ vor dem Aphel ausgegangen, das hierdurch nach 29° 25′ 43″ ♌ verlegt würde, und 8′ 1″ über das Perihel hinaus gekommen, bei einer Weglänge von 180° + 13′ 32″. Der Weg wurde aber um 33′ 53″ größer als 180° gefunden, also läuft der Mars noch um 20′ 21″ zu schnell. Nun wird zur Vergrößerung des Weges um 11′ 49″ ein ganzer Tag oder eine[4] Verschiebung um 26′ 13″ vom Aphel aus verlangt; wieviel wird also der Planet vom Aphel aus[5] zu verschieben sein, bis der Weg um 20′ 21″ zunimmt? | Die Verhältnisregel gibt also 1 Tg. 17 St. 20 Min. oder einen Aphelabstand von 45′ 9″ an. Daher ist das Aphel von dem Orte, den wir ihm schon in 29° 25′ 43″ ♌ angewiesen hatten, gegen Zeichenfolge um 45′ 9″ rückwärts zu verlegen,[6] und es wird mithin nach 28° 40′ 34″ ♌ fallen. Oben fiel es am 22. Nov. 1588 nach 28° 50′ 44″ ♌, mit einem
Unterschied von 10′ 10″. || Welcher Aphelbestimmung wir mehr trauen sollen, ist unsicher, *333.*
[denn es können leicht Beobachtungsfehler unterlaufen, die sich zu 4′ summieren und bei der Berechnung die gefundenen 10—11′ Unterschied geben]. Hier aber trauen wir füglich der gegenwärtigen Rechnung.

Verbesserung der mittleren Bewegung.

Durch Änderung des Aphelortes ändert sich auch die mittlere Beweguug. Nach der früheren Aphelbestimmung hatten wir ja angenommen, der Mars sei zu einer gewissen Zeit frei von der Gleichung und falle in das Aphel. Er ist aber tatsächlich zu dieser Zeit schon um 10′ über das Aphel hinaus, hat also eine negative Gleichung von 4′. Daher ist er in seiner mittleren Bewegung über jenen früheren mittleren Ort schon um 4′ hinaus.

Bestimmung der Exzentrizität.

[Da der Aphelabstand um 40′, der Perihelabstand um 74′ verschoben wird, so wird der Aphelabstand $\alpha\iota = 166\,780$, der Perihelabstand $\alpha\vartheta = 138\,500$, also der Halbmesser $\iota\beta = 152\,640$ und die Exzentrizität $\alpha\beta = 14\,140$. Aber $152\,640 : 100\,000 = 14\,140 : 9264$.] Die Hälfte der Gleichheitsexzentrizität betrug aber 9282. Der Unterschied ist 18, also sicher ganz unbedeutend. Man sieht, *wie genau man beim Mars die Exzentrizität des Gleichheitspunktes zu halbieren hat*, um den Abstand der Mittelpunkte des Exzenters und der Welt festzustellen. Und das habe ich oben im 32. Kap. als Grundlage benutzt und den zugehörigen Beweis für später zurückgestellt; jetzt aber habe ich diesen geliefert.

43. Kapitel. Über die Abweichung der Gleichungen, die sich auf der Halbierung der Exzentrizität und auf den Dreiecksflächen aufbauen, unter Festsetzung einer vollkommenen Kreisform der Planetenbahn. 210.

Nunmehr haben wir die Halbierung der *Marsexzentrizität* als ebenso sicher bewiesen, wie wir dies im dritten Teile von der *Sonnentheorie* erwiesen haben.[7] Deshalb

[1]) 180°. — [2]) als 180°. — [3]) den Zeitüberschuß von 10 St. 6½ Min. — [4]) rechtläufige. — [5]) rechtläufig. — [6]) da eigentlich der Planet vom Aphel aus rechtläufig zu verschieben wäre, sein Ort aber fest gegeben ist. — [7]) nämlich, daß gewisse Beobachtungen zu dieser Halbierung nötigen.

würde es eigentlich erst jetzt an der Zeit sein, bestärkt durch das Vertrauen auf diese Tatsache an die physischen Überlegungen des 32. und der folgenden Kapitel heranzutreten als an solche, die künftig für alle Planeten gemeinsam gelten. Es war mir jedoch nach einem bestimmten Plane als vorteilhaft erschienen, jene [Überlegungen] vorauszuschicken; mußten wir doch dort das Verfahren, die Gleichungen aus den physischen Ursachen zu berechnen, für die Theorie der Sonne oder der Erde erledigen, und war mir doch bewußt, daß dort, wo jenes Verfahren zur Feststellung der Gleichungen auch auf die Marstheorie Anwendung finden müsse, noch weit schwierigere Überlegungen folgen würden. | Nachdem nämlich die richtige *Abmessung der Kreise* gefunden ist, müßten daraus notwendigerweise auch die *Gleichungen des Exzenters* folgen, denen allein bisher jene im 16. Kap. aufgestellte stellvertretende Hypothese diente. Das wollen wir also nunmehr untersuchen.

Es möge daher die Planetenbahn zufolge des im 40. Kap. Bewiesenen, das man hier im ganzen und im einzelnen als wiederholt ansehen möge, der allgemeinen Ansicht ent-
334. sprechend ein Kreis sein, obgleich uns jetzt || das 41. Kap. daran zweifeln ließ. Daher wird in 90° exzentrischer Anomalie die im 42. Kap. zu 9264 gefundene Exzentrizität Tangente sein[1] und als optischen Teil der Gleichung 5° 17′ 34″ liefern. Und da die Dreiecksfläche bei 90° exzentrischer Anomalie eine rechtwinklige ist, so geht nach Multiplikation des Halbmessers mit der Hälfte der Exzentrizität, also mit 4632, als Dreiecksfläche 463 200 000 hervor. Es verhält sich aber die Kreisfläche 31 415 926 536 zu 360° oder 1296 000″ wie die eben gefundene Fläche 463 200 000 zu 19 108″ oder 5° 18′ 28″, dem physischen Teil der Gleichung. Daher ist die ganze Gleichung 10° 36′ 2″, und es entspricht somit einer mittleren Anomalie von 95° 18′ 28″ eine ausgeglichene von 84° 42′ 26″. Aber nach dem Verfahren des 18. Kap. zeigt uns die für die Länge hinreichend zuverlässige stellvertretende Hypothese, daß eben dieser mittleren Anomalie von 95° 18′ 28″ eine ausgeglichene von 84° 42′ 2″ entsprechen muß. Der Unterschied beträgt 24″.

Nunmehr wollen wir als Anomalie unseres Exzenters 45° oder 135° nehmen. Es verhält sich der Sinustotus zum Sinus dieses Winkels, wie die Fläche 19 108 des größten Gleichheitsdreiecks zur Fläche dieses Ortes von 13 512″ oder 3° 45′ 12″. Also werden wir durch Addition dieses physischen Teiles der Gleichung zur exzentrischen Anomalie als mittlere Anomalien 48° 45′ 12″ und 138° 45′ 12″ feststellen. Da aber die Schenkel der gegebenen Winkel[2] gegeben sind, so folgen als die diesen mittleren Anomalien entsprechenden Winkel der ausgeglichenen Anomalie 41° 28′ 54″ oder 130° 59′ 25″. Es ergeben sich aber durch die stellvertretende Hypothese, wie im 18. Kap. dieses Werkes, nach Annahme derselben einfachen Anomalien von 48° 45′ 12″ und 138° 45′ 12″ als ausgeglichene im ersten Falle 41° 20′ 33″, weniger als durch die Dreiecksfläche, die 8′ 21″ mehr hat; im zweiten Falle 131° 7′ 26″, mehr als durch die Dreiecksfläche, die 8′ weniger hat. Nun kann man auf keinen Fall unsrer stell-
211. vertretenden Hypothese || einen so großen Fehler zuschreiben. Also kam ich notgedrungen zu der Annahme, dieses Ausgleichungsverfahren sei auch jetzt noch mangelhaft. | Und zwar fand sich der Unterschied im 19. Kap., als ich die Halbierung beim Mars versuchte und die Gleichungen mit Hilfe eines unbeweglichen Gleichheitspunktes nach dem Verfahren des *Ptolemäus* berechnete, in der Nähe einer Anomalie von 45° fast ebensogroß, nur nach der entgegengesetzten Seite. Denn es näherte sich der Planet im oberen Viertelkreise dem Aphel und im unteren dem Perihel zuviel. Hier entfernt er sich im oberen Viertelkreise zu weit

[1]) da der Halbmesser 100 000 zu ihr senkrecht steht. — [2]) Der Nebenwinkel der exzentrischen Anomalie hat zu Schenkeln den Halbmesser 100 000 und die ganze Exzentrizität 9264.

vom Aphel und im unteren zu weit vom Perihel. Daher läuft er oben vom Aphel aus zu
schnell und unten vom Perihel aus desgleichen. Somit läuft er in den mittleren Längen zu
langsam. [Daran kann nicht der Umstand schuld sein, daß die zur Berechnung benutzten
Flächen den Abständen nicht ganz gleichwertig sind[1], denn der hieraus stammende Fehler
ist zu klein und hat in den mittleren Längen gerade das entgegengesetzte Zeichen. Auch
die Kreisform der Bahn ist an dem gefundenen Fehler unschuldig, sie verkleinert ihn vielmehr
im Gegensatz zu der weiter nach außen gebogenen Coppernicanischen und Tychonischen
Bahn. — K. untersucht nun, wieviel wohl durch die gegenseitige Abweichung der beiden Kon-
choiden des 40. Kap. als Fehler verursacht werde. Die größte Strecke BA ist[2] sec 5° 19′ — *335.*
1 = 432 für den Halbmesser 100 000. Für die Summe aller überschießenden Strecken QA,
RA, BA . . . wird weiter von K. als richtig angenommen, daß sie sich zur größten Strecke 432
verhält wie die Summe der Sinus aller ganzen Grade des Halbkreises zum Radius, also wie
die Summe aus sec 89° und tg 89° zum Radius[3]. Das gibt für die Summe jener Strecken 212.
49 934. Nun verhalten sich aber die Überschüsse nicht wie die Sinus der zugehörigen Winkel,
sondern sie haben nach K. etwa das quadratische Verhältnis. So gehört z. B. zu 90° die
optische Gleichung 5° 19′ mit dem Sekantenüberschuß 432 und zu 30° die optische Gleichung
2° 39′ 15″ mit dem Sekantenüberschuß 107. Während nun sin 90° = 2 sin 30° ist, ist 432
etwa 4 . 107. „Die Mathematiker mögen zusehen, ob das ein beweisbarer Satz ist." So ist
bei 45° der Überschuß nur halb so groß[4], bei 30° nur ein Viertel so groß und schließlich
unmerklich klein. Somit ergibt sich als Summe aller Überschüsse nur 7000, d. h. der siebente
Teil der oben angenommenen Summe. Da jeder Abstand 100 000 60′ gilt[5], so entsprechen
diesen 7000 nur $4\frac{1}{5}$′, die sich in etwas über den ganzen Umfang verteilen.] Daher ergibt sich
dieser kleine Fehler in der Nähe von 45° und 135°, wo er am größten ist, selbst beim Mars
als von unmerklicher Größe. | Somit müssen wir nach einem andern Grunde für diesen Mangel
an Übereinstimmung suchen.

44. Kapitel. Die Planetenbahn durch die Himmelsluft ist kein Kreis, nicht einmal inbezug auf die erste Ungleichheit allein, selbst wenn man die verwickelten Schleifen Brahes und Ptolemäus' außer acht läßt, wie sie sich für diese beiden Meister aus der zweiten Ungleichheit ergeben.

Nachdem die Exzentrizität[6] und das Verhältnis der Kreise[7] ganz sicher festgestellt
ist, könnte es den Astronomen wunderbar erscheinen, daß uns immer noch etwas an einem
Triumphe wegen der Astronomie hindern soll. Und bei Gott! ich hatte schon zwei volle
Jahre triumphiert! ‖ Es geht übrigens aus der Vergleichung der im 41., 42. und 43. Kap. ‖ *336.*
festgestellten Tatsachen leicht hervor, was uns noch fehlt. Den größten Unterschied zeigten 213.
die Aphelörter, die Exzentrizität und das an verschiedenen Örtern festgestellte Verhältnis der
Kreise. Ebensowenig stimmten die berechneten physischen Gleichungen mit den beob-
achteten zusammen (wie diese von der stellvertretenden Hypothese geliefert wurden). [Im
41. Kap. wurde gefunden mittlerer Marsbahnhalbmesser : 100 000 = Exzentrizität : 14 822, also
wäre der Aphelabstand 166 562 und der Perihelabstand 136 918, wofür wir im 42. Kap. 166 780

[1]) wie K. im 40. Kap. angenommen hatte. — [2]) Zur exzentrischen Anomalie 90° gehört die optische Gleichung 5° 19′. — [3]) K. beruft sich hierbei auf Cardanus' Werk De Subtilitate und auf einen Beweis von Justus Byrgi; vgl. die Anmerkung 86, III *497*. Zugrunde liegt die Formel $\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha + \ldots + \sin n\alpha = \sin n\frac{\alpha}{2} \sin (n+1)\frac{\alpha}{2} : \sin\frac{\alpha}{2}$. — [4]) $\sin 45^\circ = \sin 90^\circ : \sqrt{2}$, also ist nach K. bei 45° der Überschuß nur die Hälfte des bei 90°. — [5]) Bei der Konchoide setzt K. für jeden Grad des Halbkreises den Wert 100 000 ein. — [6]) der Marsbahn. — [7]) der mittleren Sonnenabstände des Mars und der Erde.

und 136500 gefunden haben.] Nun haben wir wiederum im 42. Kap. die wahre Länge der Linien $\gamma\varepsilon$, $\gamma\alpha$, $\alpha\varepsilon$ und $\alpha\delta$ gefunden. Ist also die Planetenbahn ein Kreis, wie wir das im 41. Kap. angenommen und benutzt haben, so ist die Länge von $\alpha\varkappa$, $\alpha\eta$ und $\alpha\vartheta$ unschwer anzugeben. Da nämlich im Oktober 1590 $\alpha\varepsilon$ nach $28^0\ 41'\ 40''$ ♌ und $\varkappa$, η und ϑ wie im 41. Kap. liegen, so werden die Winkel $\varkappa\alpha\gamma$, $\eta\alpha\gamma$ und $\vartheta\alpha\gamma$ gegeben sein und dadurch auch die optischen Gleichungen $\alpha\varkappa\gamma = 0^0\ 53'\ 13''$, $\alpha\eta\gamma = 3^0\ 10'\ 24''$ und $\alpha\vartheta\gamma = 5^0\ 8'\ 47''$. Und die Sinus dieser Winkel verhalten sich zur ganz genauen Exzentrizität $\alpha\gamma = 14\,140$, wie die Sinus der Winkel $\varkappa\gamma\varepsilon$, $\eta\gamma\varepsilon$ und $\vartheta\gamma\alpha$ zu $\alpha\varkappa$, $\alpha\eta$ und $\alpha\vartheta$. Also ergibt sich $\alpha\varkappa = 166\,605$, $\alpha\eta = 163\,883$ und $\alpha\vartheta = 148\,539$. Aus den Beobachtungen aber wurden sie zu 166255, 163100 und 147750 gefunden, also mit der Abweichung 350, 783 und 789.

Sollte man diese Abweichung der Unsicherheit beim Beobachten zuschreiben wollen, so müßte man notwendigerweise die Kraft der bisher vorgetragenen Beweise nur recht unaufmerksam durchdacht und nicht verstanden haben, und man würde mir die nichtswürdige Absicht unterlegen, daß ich die Beobachtungen Brahes aufs gröbste verschlechtern wollte. Daher berufe ich mich auf die Beobachtungen künftiger Zeiten, jedoch auf solche, die von erfahrenen Beobachtern angestellt sein müssen. Denn wollte ich auch gutmütig auf der einen Seite etwas nachgeben, so würde das auf der andern Seite zu einem um so größeren Fehler anwachsen. Aber um jene kümmere ich mich nicht. Mit euch habe ich zu reden, die ihr der Astronomie kundig seid und wißt, daß die in den andern Wissensgebieten so üblichen sophistischen Ausflüchte in der Astronomie niemandem zu Gebote stehen. Euch spreche ich um Hilfe an. Ihr seht in $\varkappa$ eine geringe Abweichung vom Kreise, in η und ϑ, und zwar beiderseits, eine ziemlich große, wie wir sie durch die Unsicherheit beim Beobachten nicht entschuldigen können (durch diese lasse ich ja, und zwar oben im 42. Kap., etwa 200 oder höchstens 300 Teile unbestimmt). | Was muß man also sagen? Vielleicht, was ich oben im 6. Kap. gesagt habe, daß durch die Übertragung der Hypothese von der mittleren auf die sichtbare Bewegung der Sonne ein anderer Exzenter festgesetzt sei, der sich nach der Seite des Apogäums der Sonne hinausschiebt? Keineswegs! Denn um was er sich nach dieser Seite hinausschiebt, um ebensoviel nähert er sich von der andern. Hier aber seht ihr den Planeten sich beiderseits von der Kreisbahn dem Mittelpunkte nähern. Das bezeugen noch viele andre Beobachtungen, die zum Teil im 51. und 53. Kap. folgen. | Daher gilt ganz sicher folgendes: die Planetenbahn ist kein Kreis, sondern sie biegt sich an beiden Seiten ein wenig
214. ein und geht wiederum bis zum Kreisabstand || im Perihel hinaus. Eine solche Bahnform pflegt man aber ein Oval zu nennen.

(Zweiter Beweisgrund.) Und ebendies wird auch im vorausgehenden 43. Kap. bewiesen. In diesem hatte ich angenommen, die Fläche des vollkommenen Exzenters entspräche ziemlich genau allen Abständen[1] beliebig vieler gleichen Teile des Exzenterumfangs von der Quelle der bewegenden Kraft. Deshalb müßten die Flächenteile Maße der Zeit sein, die der Planet in den entsprechenden Teilen des exzentrischen Umfangs verweilt. Ist also jene Fläche, um die der Planet die Grenze zieht, kein vollkommener Kreis, sondern an den Seiten gegenüber der Ausdehnung in der Apsidenlinie etwas eingezogen, und mißt dennoch die durch die unregelmäßige Bahn umschriebene Fläche immer noch die Zeiten, die der Planet im ganzen Umfange und in dessen gleichen Teilen liefert: so mißt die verkleinerte Fläche[2] eine ebensogroße Zeit wie die frühere, nicht verkleinerte[3]. Daher werden die am
337. nächsten am Aphel und Perihel gelegenen Teile || der verkleinerten Fläche eine größere Zeit

[1]) ihrer Summe. — [2]) das ganze Bahnoval. — [3]) die Kreisfläche.

messen, denn bei ihnen hat nur eine geringe Verkleinerung statt. Aber die Teile in den mittleren Längen werden eine kleinere Zeit messen als vorher, denn bei ihnen tritt die stärkste Verkleinerung auf der ganzen Fläche ein. Benutzen wir also diese verkleinerte Fläche zur Bestimmung der Gleichungen, so wird der Planet in der Nähe des Aphels und des Perihels langsamer laufen, als bei der früheren fehlerhaften Form der Gleichungen, in der Nähe der mittleren Längen aber schneller, da sich hier die Abstände verkleinern. Daher werden sich die hieraus entnommenen Zeiten nach dem Aphel und dem Perihel zusammendrängen, zufolge der unten und oben stattfindenden Ausgleichung, nicht anders, als wenn einer eine Wurst in der Mitte zusammendrückt und dadurch das hineingestopfte Hackfleisch von der Mitte nach den beiden unten und oben über die Hand hinausragenden Enden hindrückt und -quetscht. | Und wenn sich Feindliches gegenseitig heilt, so ist dies sicherlich das passendste Heilmittel zur Beseitigung der Fehler, an denen nach dem oben im 33. Kap. Gefundenen unsere physische Hypothese krankt. Denn der Planet wird in den mittleren Längen schneller laufen, während er früher dort zu langsam erfunden wurde, und oben und unten in der Nähe der Apsiden zurückgehalten werden, wo er früher durch seine zu große Behendigkeit die in den Zeitachteln einen Überschuß zeigenden Gleichungen fehlerhaft lieferte.

Das also ist der zweite Grund, durch den bewiesen wird, daß die Planetenbahn in Wahrheit von dem eingeführten Kreise ab- und nach den Seiten und dem Exzentermittelpunkt einbiegt. | Im übrigen war dieser Grund bei mir nicht von solcher Bedeutung, daß ich seinetwegen hätte an eine Abbiegung des Planeten denken können. Denn als ich mich sehr lange mit der Gewinnung der Gleichungen dieser Form abgequält hatte, da ließ ich endlich, durch die Absonderlichkeiten des Maßes abgeschreckt, die ganze Arbeit sein und nahm diese Bearbeitung der Gleichungen, und zwar in der Weise des 41. Kap., erst wieder auf, als ich durch die Abstände über die Abweichung belehrt war. | Und auch hieraus ist bewiesen, was ich oben im 20. und 23. Kap. zu leisten versprach: die Planetenbahn ist kein Kreis, sondern von ovaler Gestalt.[1]

[1]) Des mangelnden Raumes wegen mußten leider einige Kapitel aufs äußerste zusammengezogen werden. Es läßt sich aber wohl auch aus dem übriggebliebenen Torso erkennen, mit welch ungeheuren Schwierigkeiten subjektiver und objektiver Art K. zu kämpfen hatte, ehe er sich zu dem durch die letzten Worte festgestellten, völligen Bruche mit der Überlieferung verstehen konnte.

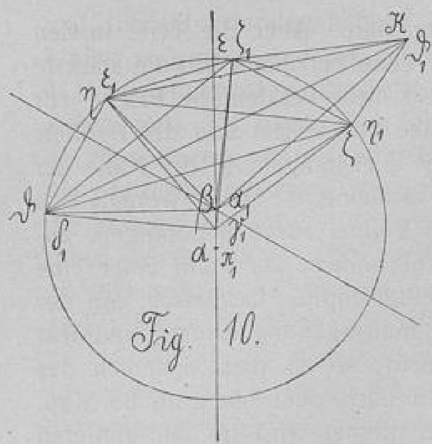

Fig. 10.

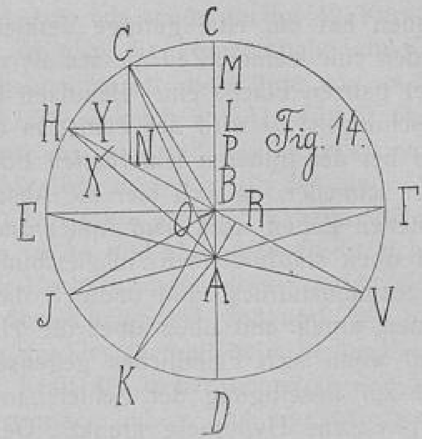

Fig. 14.

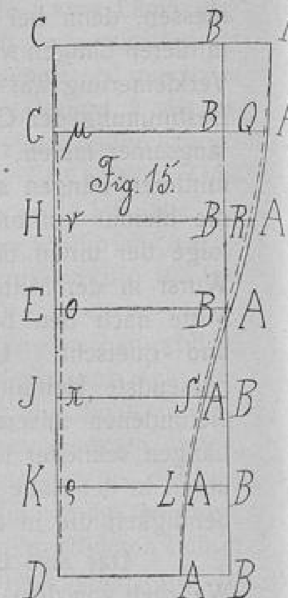

Fig. 15.

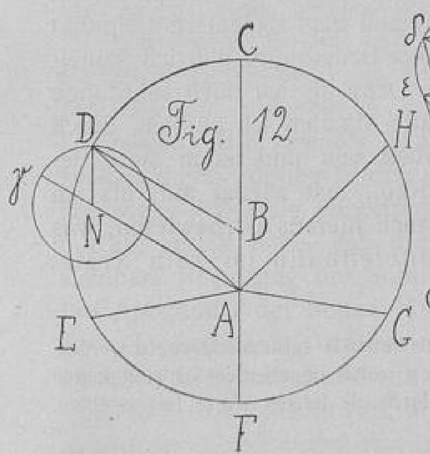

Fig. 12

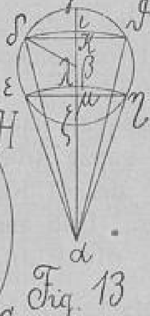

Fig. 13

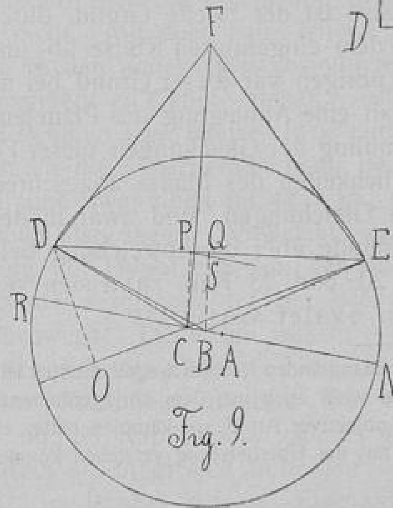

Fig. 9.

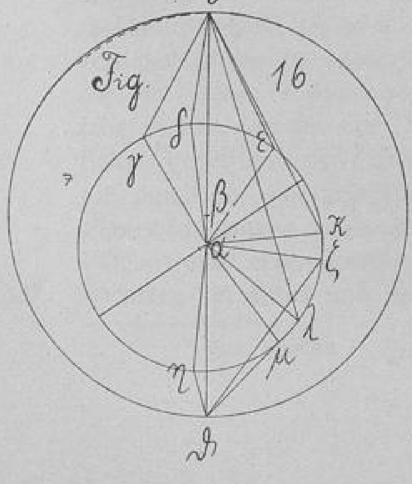

Fig. 16

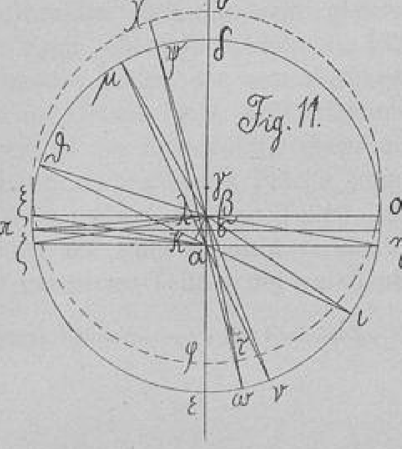

Fig. 11.

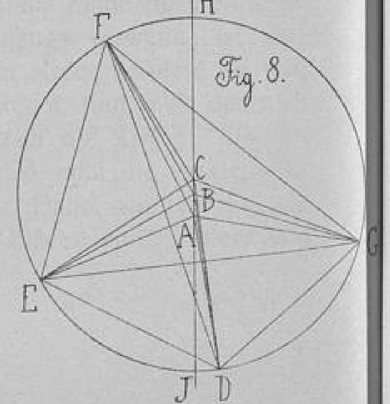

Fig. 8.