VIRO AMPLISSIMO DOCTISSIMO HVMANISSIMO,

AVGVSTO DVEHR,

PHILOSOPHIAE DOCTORI, PROFESSORI,

GYMNASII FRIEDLANDIENSIS CONRECTORI,

DIEM AVSPICATISSIMVM,

QVO

ANTE HOS QVINQVAGINTA ANNOS

LITTERAS PVBLICE DOCERE INGRESSVS EST,

GRATVLANTVR COLLEGAE.

NONIS JANVARIIS ANNI MDCCCLXXXVI.

FRIEDLANDIAE MEGALOPOLITANORVM.
FORMIS DESCRIPSIT W. WALTHER.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

UNIVERSITÄTS- UND LANDESBIBLIOTHEK DÜSSELDORF

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

O hochbeglückt der Held, des kühner Geist,
Des starker Arm den trotzgen Feind bezwungen,
Der Feldherr, den der Dank der Seinen preist,
Die er von Schmach der Knechtschaft losgerungen!
Es lebt sein Bild in später Enkel Herz,
Nie macht der Zeit Verwandlung es zunichte:
Glanzvoller steht es als ein Bild von Erz
In seines Volks Gedächtnis, der Geschichte.

Und hochbeglückt der Staatsmann, der die Bahn
Erkannt, darauf ein Volk zur Grösse schreitet,
Der, unbeirrt durch der Parteien Wahn,
Durch Feindes Drohn, zum Ziel die Seinen leitet!
Was er gebaut mit fester, feiner Hand,
Als Denkmal seines Lebens wird's bestehen
Im Geist der Menschheit, mag im Zeitenbrand
Die letzte Spur auch seines Baus verwehen. —

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

So hohen Ruhm begehrst Du nicht, o Greis,
Dem heute wir der Grüsse besten bringen;
So reichen Lohn verlangst Du nicht als Preis
Für Deines Lebens mühevolles Ringen.
Dir ist's genug, wenn Dir das Werk gelang,
Dem die Begeistrung Dich der Jugend weihte;
Muss einst es sein, so legst Du ohne Klang,
Bescheiden, still Dein Arbeitszeug zur Seite.

Und doch war's auch ein Kampf, den Du geführt
Für Deines Volkes heilge, beste Güter,
Für Licht und Wahrheit! Fest und ungerührt
Durch Tück' und Trug, warst Du ihr treuer Hüter.
Wie eifrig folgtest Du der Wahrheit Spur
Und glühtest für das Grade, Gute, Echte!
Wie schwoll Dein Zorn empor, wo Du auch nur
Geahnt in Deiner Jugend Herz das Schlechte!

Und doch war's auch ein stolzer Bau, den klar
Und hoch für unsre Jugend Du errichtet,
Ein Segensdom, zu dem Du Jahr für Jahr
Geschäftig, leise Stein auf Stein geschichtet.
Des Idealen Bau war's, der umspannt,
Was nicht in Wucht und Masse ganz versinket,
Der Geister Reich, zu deren selgem Land
Als Führerin die Wissenschaft uns winket.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

So bist Du jenen brüderlich gesellt,
Die in des Kampfes ersten Reihen stehen.
Sind sie die Führer, stehst Du auch im Feld,
Siehst freudig Deines Volkes Fahnen wehen.
Wohl Dir! Es rauscht ob Deinem greisen Haupt
Ein Zeichen, das Dein Jünglingsherz entbehrte,
Der Einheit Banner. Treu hast Du geglaubt:
Vollbracht ist, was Dein Sehnen heiss begehrte.

Lass denn die Deinen froh und liebevoll
Zum heutgen Tag Dir diese Wünsche weihen:
Was treulich Du gestrebt, gewirkt, es soll,
Ein Saatkorn der Unsterblichkeit, gedeihen!
Mag dann des spätsten Alters letzter Tag
Beendigen das nie begrenzte Streben —
Dein Geist doch wirk' in Deinen Jüngern nach!
Leb' in den Deinen ein unendlich Leben!

K. Ubbelohde.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Homeri Il. IX, 31. ὀψὲ δὲ δὴ μετέειπε βοὴν ἀγαθὸς Διομήδης·
Ἀτρεΐδη, σοὶ πρῶτα μαχήσομαι ἀφραδέοντι,
ᾗ θέμις ἐστίν, ἄναξ, ἀγορῇ· σὺ δὲ μή τι χολωθῇς.
ἀλκὴν μέν μοι πρῶτον ὀνείδισας ἐν Δαναοῖσιν,
φὰς ἔμεν ἀπτόλεμον καὶ ἀνάλκιδα· ταῦτα δὲ πάντα
ἴσασ' Ἀργείων ἠμὲν νέοι ἠδὲ γέροντες.
σοὶ δὲ διάνδιχα δῶκε Κρόνου πάις ἀγκυλομήτεω·
σκήπτρῳ μέν τοι δῶκε τειμῆσθαι περὶ πάντων,
ἀλκὴν δ' οὔ τοι δῶκεν, ὅ τε κράτος ἐστὶ μέγιστον.
δαιμόνι', οὕτω που μάλα ἔλπεαι υἷας Ἀχαιῶν
ἀπτολέμους τ' ἔμεναι καὶ ἀνάλκιδας, ὡς ἀγορεύεις;
εἰ δὲ σοὶ αὐτῷ θυμὸς ἐπέσσυται ὥς τε νέεσθαι,
ἔρχεο· πάρ τοι ὁδός, νῆες δέ τοι ἄγχι θαλάσσης
ἑστᾶσ', αἵ τοι ἔποντο Μυκήνηθεν μάλα πολλαί.
ἀλλ' ἄλλοι μενέουσι κάρη κομόωντες Ἀχαιοί,
εἰς ὅ κέ περ Τροίην διαπέρσομεν. εἰ δὲ καὶ αὐτοί, etc.

In dieser Rede des Diomedes habe ich schon früher an dem Worte *πρῶτον* im V. 34 Anstoss genommen. Jetzt glaube ich beweisen zu können, dass für *πρῶτον* zu lesen ist *μοῦνος*. Die gewöhnliche Erklärung ist, dass *πρῶτον* heissen soll „früher, zuerst". Diese Erklärung verstösst aber sowohl gegen den Sprachgebrauch, als auch gegen den Sinn der Stelle.

Da Diomedes sich nur dem Agamemnon gegenüberstellt, müsste nach dem Sprachgebrauche der Komparativ stehen. Doederlein freilich glaubt, dass der Superlativ eintreten könne. Er sagt in seiner Ausgabe der Ilias in einer Anmerkung zu dieser Stelle: *πρῶτον* i. e. *πρότερος*, ut Xenoph. Hell. 5, 4, 1. Demosth. Olynth. 3, 30. Lycurg. § 41. Von diesen angeführten Stellen lautet die aus Xenoph. Hell. angeführte: *Λακεδαιμόνιοί τε γὰρ οἱ ὀμόσαντες αὐτονόμους ἐᾶσειν τὰς πόλεις τὴν ἐν Θήβαις ἀκρόπολιν κατασχόντες ὑπ' αὐτῶν μόνων τῶν ἀδικηθέντων ἐκολάσθησαν, πρῶτον οὐδ' ὑφ' ἑνὸς τῶν πώποτε ἀνθρώπων κρατηθέντες.* Büchsenschütz in seiner Ausgabe schlägt in einer Bemerkung zu der angeführten Stelle

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

gewiss richtig die Verbindung des πρῶτον mit ἐκολάσθησαν vor. Er sagt: πρῶτον müsste für πρότερον gebraucht sein, wie es sich ähnlich Hiero 4, 2 καὶ τούτων πρὶν ἀπάρχεσθαι τοῖς θεοῖς τοὺς διακόνους πρῶτον κελεύουσιν ἀπογεύσασθαι findet, wenn man es nicht lieber mit ἐκολάσθησαν verbinden will: „sie, die niemals von irgend jemand überwältigt worden waren, erlitten zum ersten Male eine Züchtigung". Wenn aber Büchsenschütz in der aus dem Hiero angeführten Stelle eine Bestätigung für den Gebrauch des Superlativs für den Komparativ findet, so ist er im Irrtum. In der angeführten Stelle hat πρῶτον die übertragene Bedeutung „vor allem". Man muss nämlich, wie Frotscher in seiner Ausgabe vorschlägt, dem Athenaeus folgen und für πρὶν ἀπάρχεσθαι lesen ἀντὶ τοῦ ἀπάρχεσθαι und übersetzen: „statt den Göttern die erste Spende zu weihen, befehlen sie (scil. die Tyrannen aus Furcht vor Vergiftung) vor allem den Dienern (scil. die Speisen) zu kosten." Die zweite Stelle, die Doederlein anführt (Olynth. III, 30) lautete früher: „ὅτι τὸ μὲν πρῶτον καὶ στρατεύεσθαι τολμῶν"; aber jetzt liest gewiss richtig Rehdantz: „ὅτι τότε μὲν πράττειν καὶ στρατεύεσθαι τολμῶν." Auch die dritte Stelle (Lycurg. § 41), die Doederlein anführt, ist ohne Beweiskraft, denn in der neuern Ausgabe von Nicolai ist das anstössige πρῶτον schon in πρότερον geändert: „ὃς πρότερον ἐπὶ τῷ αὐτόχθων εἶναι καὶ ἐλεύθερος ἐσεμνύνετο."

Dass im Homer genau der Unterschied zwischen dem Komparativ πρότερος und dem Superlativ πρῶτος beobachtet wird, kann man aus der Stelle Il. XX, 161—177 ersehen. Nachdem dort V. 156 erzählt ist, dass die beiden Heere der Trojaner und Achäer in die Ebene zum Kampfe gegen einander gerückt sind (τῶν δ' ἅπαν ἐπλήσθη πεδίον, καὶ λάμπετο χαλκῷ, ἀνδρῶν ἠδ ἵππων), geht der Dichter zur Erzählung vom Kampfe zwischen Aeneas und Achilles über mit den Worten: δύο δ' ἀνέρες ἔξοχ' ἄριστοι ἐς μέσον ἀμφοτέρων συνίτην μεμαῶτε μάχεσθαι, Αἰνείας τ' Ἀγχισιάδης καὶ δῖος Ἀχιλλεύς. Nach dieser vorläufigen Ankündigung des Kampfes kommt die Schilderung der Umstände, unter denen der Kampf sich entsponnen hat, eingeleitet durch die Partikel δέ (nämlich): Αἰνείας δὲ πρῶτος ἀπειλήσας ἐβεβήκει. Dieses πρῶτος setzt nicht den Aeneas in Vergleich zum Achilles, sondern zu den Trojanern und ist zu übersetzen: „Vor allen nämlich schritt in drohender Haltung Aeneas daher". Dass πρῶτος so verstanden werden soll, zeigt deutlich die später V. 178 folgende Anrede des Achill an den Aeneas: Αἰνεία, τί σὺ τόσσον ὁμίλου πολλὸν ἐπελθὼν ἕστης; Nachdem nun der Dichter das Vorschreiten des Aeneas aus den Reihen der Trojaner geschildert, lässt er von der andern Seite den Achill zum Kampfe vorrücken: Πηλεΐδης δ' ἑτέρωθεν ἐναντίον ὦρτο λέων ὥς σίντης. Jetzt, wo die Umstände, unter denen es zum Kampfe gekommen ist, geschildert sind und beide kampfbereit gegenüber stehen, geht der Dichter vom Superlativ πρῶτος zu dem Komparativ πρότερος über, weil er es jetzt nur mit zweien zu thun hat, und sagt: οἱ δ' ὅτε δὴ σχεδὸν ἦσαν ἐπ' ἀλλήλοισιν ἰόντες, τὸν πρότερος προέειπε ποδάρκης δῖος Ἀχιλλεύς.

Noch werden im Lexic. Hom. von Ebeling unter dem Worte πρῶτος p. 243 einige Stellen angeführt, in denen der Superlativ πρῶτος in Komparativbedeutung stehen soll.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Od. XVI, 468. *ὠμήρησε δέ μοι παρ' ἑταίρων ἄγγελος ὠκὺς κῆρυξ, ὃς δὴ πρῶτα* (so lese ich mit Bekker für *πρῶτος*), *ἔπος σῇ μητρὶ ἔειπεν.* In dieser Stelle ist ebenso, wie in dem kurz vorhergehenden Verse 402 (*ἀλλὰ πρῶτα θεῶν εἰρώμεθα βουλάς*) der Superlativ *πρῶτα* in der Bedeutung „vor allem" zu fassen. Il. XVIII, 90. *ἐπεὶ οὐδ' ἐμὲ θυμὸς ἄνωγεν ζώειν οὐδ' ἄνδρεσσι μετέμμεναι, αἴ κε μὴ Ἕκτωρ πρῶτος ἐμῷ ὑπὸ δουρὶ τυπείς ἀπὸ θυμὸν ὀλέσσῃ.* Richtig sagt Hentze in einer Anmerkung zu dieser Stelle: *πρῶτος* d. i. vor allen; denn wenn er in den Kampf zieht, werden viele von seiner Hand fallen. Il. XIII, 499. *δύο δ' ἄνδρες ἀρήιοι ἔξοχον ἄλλων, Αἰνείας τε καὶ Ἰδομενεύς, ἀτάλαντοι Ἄρηι, ἵεντ' ἀλλήλων ταμέειν χρόα νηλέι χαλκῷ. Αἰνείας δὲ πρῶτος ἀκόντισεν Ἰδομενῆος.* Hier muss man wohl mit Aristophanes, wie van Heerwerden vorschlägt, *πρόσθεν* lesen (cf. Hentze zu dieser Stelle im Anhange). Ebenso, glaube ich, muss Od. XVII, 275 für *πρῶτος* geschrieben werden *πρόσθεν*, also: *ἀλλ' ἄγε δὴ φραζώμεθ', ὅπως ἔσται τάδε ἔργα. ἦλθε σὺ πρόσθεν ἔσελθε δόμους εὖ ναιετάοντας, δύσεο δὲ μνησῆρας, ἐγὼ δ' ὑπολείψομαι αὐτοῦ*, so dass die Worte *σὺ πρόσθεν* den Worten *ἐγὼ δ' ὑπολείψομαι* gerade so entsprechen, wie in Il. V, 851 *πρόσθεν* dem *δεύτερος αὖθ'* entspricht: *πρόσθεν Ἄρης ὠρέξαθ' ὑπὲρ ζυγὸν ἡνία θ' ἵππων — δεύτερος αὖθ' ὥρμητο βοὴν ἀγαθὸς Διομήδης.*

So glaube ich bewiesen zu haben, dass der Sprachgebrauch nicht erlaubt, *πρῶτον* in Komparativbedeutung aufzufassen, und will jetzt beweisen, dass auch der Sinn unserer Stelle entschieden gegen eine solche Auffassung spricht.

Nachdem, wie im vierten Gesange erzählt ist, Pandarus den Menelaus durch einen Pfeilschuss verwundet und so frevelhafter Weise das eben geschlossene Bündnis gebrochen hat, unternimmt Agamemnon einen Rundgang durch das Heer, um die einzelnen Führer der Danaer zum Kampfe anzufeuern. Auf diesem Rundgang kommt er auch zum Diomedes. Da er ihn noch unthätig stehen sieht, tadelt er ihn Il. IV, 370 mit den Worten: *ὤ μοι, Τυδέος υἱὲ δαΐφρονος ἱπποδάμοιο, τί πτώσσεις, τί δ' ὀπιπεύεις πολέμοιο γεφύρας;* Diesen Vorwurf der Feigheit erträgt damals Diomedes ohne ein Wort der Erwiderung. Als später, wie im neunten Gesange erzählt wird, Agamemnon in Folge des siegreichen Vordringens der Trojaner eine Versammlung der Geronten berufen und die Flucht und Rückkehr nach Hause angeraten hat, ergreift nach einer längeren Pause, da die übrigen Geronten schweigen, Diomedes das Wort, um dem Agamemnon denselben Vorwurf der Feigheit zurück zu geben. Er zürnt dem Agamemnon, weil er ihm den Vorwurf der Feigheit gemacht, er zürnt den übrigen Geronten, weil sie zu dieser Aufforderung zur Flucht schweigen. Die Rede hat also zwei Teile. Der erste Teil, der gegen Agamemnon gerichtet ist, beginnt mit V. 32: *Ἀτρεΐδη, σοὶ πρῶτα μαχήσομαι ἀφραδέοντι*, und geht bis V. 46: *εἰς ὅ κέ περ Τροίην διαπέρσομεν.* Der zweite Teil, in welchem Diomedes auch die übrigen Geronten leise tadelt, beginnt mit V. 46: *εἰ δὲ καὶ αὐτοί.* Ich habe es nur mit dem ersten Teile zu thun. Kurz ist die Einleitung der Rede. Sie besteht aus den beiden Versen 32 und 33. *Ἀτρεΐδη, σοὶ πρῶτα μαχήσομαι ἀφραδέοντι, ἣ θέμις ἐστίν, ἄναξ, ἀγορῇ· σὺ δὲ μή τι χολωθῇς.* (Mit dir vor allen Dingen werde ich mich,

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

o Sohn des Atreus, wegen deines Unverstandes in einen Kampf einlassen, wie es Sitte ist in der Ratsversammlung. Zürne mir deshalb nicht). Nach dieser Einleitung beginnt er mit Voranstellung von *ἀλκήν*, weil dieser Begriff besonders in Frage kommt, seine Rede: *ἀλκὴν μέν μοι πρῶτον ὀνείδισας ἐν Δαναοῖσιν, φὰς ἔμεν ἀπτόλεμον καὶ ἀνάλκιδα· ταῦτα δὲ πάντα ἴσασ' Ἀργείων ἠμὲν νέοι ἠδὲ γέροντες.* Das entsprechende Glied zu *ἀλκὴν μέν* ist mit leichter Verschiebung des Gegensatzes *σοὶ δὲ διάνδιχα δῶκε Κρόνου πάις ἀγκυλομήτεω· σκήπτρῳ μέν τοι δῶκε τετιμῆσθαι περὶ πάντων, ἀλκὴν δ' οὔ τοι δῶκεν, ὅ τε κράτος ἐστὶ μέγιστον. δαιμόνι', οὕτω που μάλα ἔλπεαι υἷας Ἀχαιῶν ἀπτολέμους τ' ἔμεναι καὶ ἀνάλκιδας, ὥς ἀγορεύεις;* Wenn nun im ersten Gliede des Gegensatzes *πρῶτον* die richtige Lesart wäre und in der Komparativbedeutung „früher" gebraucht werden könnte, so würde man den Gegensatz erwarten: Du hast mir früher den Vorwurf der Feigheit gemacht, ich mache ihn dir jetzt. Das ist aber nicht der Gegensatz, den Diomedes beabsichtigt, wie wir gleich sehen werden. Auch in der Bedeutung „vor allem" kann man *πρῶτον* nicht fassen, denn das würde den Nebengedanken erwecken: „Du vor allen, andere in minderem Grade". Das leugnet aber Diomedes in den Worten *ταῦτα δὲ πάντα ἴσασ' Ἀργείων ἠμὲν νέοι ἠδὲ γέροντες.* (Was es mit allen diesen Vorwürfen auf sich hat, das wissen die jungen von den Argivern sowohl als die alten). Welcher Begriff wird denn nun statt des unmöglichen *πρῶτον* gefordert? Darüber belehren uns sowohl die Worte, die dem ersten Gliede des Gegensatzes beigefügt sind (*ταῦτα δὲ πάντα ἴσασ' Ἀργείων ἠμὲν νέοι ἠδὲ γέροντες*), als auch die Worte, die dem zweiten Gliede beigefügt sind (*οὕτω που μάλα ἔλπεαι υἷας Ἀχαιῶν ἀπτολέμους τ' ἔμεναι καὶ ἀνάλκιδας, ὥς ἀγορεύεις;* Um es kurz anzugeben, ist der Sinn der Stelle: Du allein hast mir den Vorwurf der Feigheit gemacht, denn (*δέ* = *γάρ*, wie oft) was es damit auf sich hat, wissen alle Argiver. Du aber bist feige, das haben alle Argiver aus deinen eben gesprochenen Worten gehört (*ὡς ἀγορεύεις*). Es muss für *πρῶτος* durchaus *μοῦνος* gelesen werden. In meiner Auffassung unserer Stelle bestärkt mich, was der Scholiast in den von Bekker herausgegebenen Scholien zu dieser Stelle sagt. Dort heisst es: *πρῶτον: οὐ πρῶτον, ἀλλὰ πρῶτος. δηλοῖ δὲ τὸ μόνος, οἷον μετὰ σεαυτοῦ μὴ ἔχων ἕτερον· οὐ γάρ τίς με, φησί, καὶ ἄλλος ὕβρισεν, ἀλλὰ σὺ πρῶτος. ἤτοι μόνος αὐτὸς καὶ τέλος καὶ ἀρχή.* Gern würde ich mit dem Scholiasten *πρῶτος* lesen, wenn ich die dem Worte von dem Scholiasten zuerkannte Bedeutung mit einer Stelle aus dem Homer belegen könnte. Ich kenne keine. Uebrigens glaube ich auch aus der bekannten Formel *πρῶτος καὶ μοῦνος* (cf. Westermann ad Demosth. de pace § 5) schliessen zu können, dass überhaupt *πρῶτος* nicht in der von dem Scholiasten geforderten Bedeutung vorkommt. Ich bleibe also bei meiner Meinung und schlage vor *μοῦνος* zu lesen. Übrigens möge man auch das in der Prosa und bei Dichtern häufige *εἷς μόνος* vergleichen; cf. Schaefer Melet. crit. p. 19. Aber Spitzner verbietet in seiner Anmerkung zu dieser Stelle diese Erklärung. Er sagt: Scholiorum iussu Ernestius et Heynius medium in versum *πρῶτον ὀν.* intulerunt, quo Agamemno vel solus vel primus Diomedi ignaviam obiecisse dicatur. Illud quum a vero abhorreat neque hoc possit comprobari, assensum cohibeamus necesse est. Allerdings ist schon früher an zwei

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Stellen dem Diomedes der Vorwurf der Feigheit gemacht, aber wir wollen sehen, ob diese beiden Stellen wirklich der Art sind, dass sie meine Auffassung unserer Stelle unmöglich machen. Die erste Stelle ist Il. V, 800. Dort wird erzählt, dass Athene zum Diomedes, als er seine ihm vom Pandarus geschlagene Wunde abkühlte, hingeeilt sei und zu ihm gesprochen habe: *ἦ ὀλίγον οἷ παῖδα ἐοικότα γείνατο Τυδεύς. Τυδεύς τοι μικρὸς μὲν ἔην δέμας, ἀλλὰ μαχητής, καὶ ῥ' ὅτε πέρ μιν ἐγὼ πολεμίζειν οὐκ εἴασκον.* Die zweite Stelle findet sich Il. VIII, 160: *τῷ δ' ἐπὶ μακρὸν ἄυσε μέγας κορυθαίολος Ἕκτωρ· Τυδεΐδη, περὶ μέν σε τίον Δαναοὶ ταχύπωλοι ἕδρῃ τε κρέασίν τε ἰδὲ πλείοις δεπάεσσιν· νῦν δέ σ' ἀτιμήσουσι· γυναικὸς ἄρ' ἀντὶ τέτυξο.* Beide Stellen sind nicht derart, dass sie die Lesart *μοῦνος* in unserer Stelle unmöglich machen. Spitzner übersieht, dass Diomedes sagt *ὀνείδισας ἐν Δαναοῖσιν.* In beiden Stellen wird der Tadel nicht *ἐν Δαναοῖσι* ausgesprochen. Zweitens ist der Tadel in beiden Stellen so gehalten, dass er dem Diomedes sein Selbstbewusstsein nicht nehmen kann. Denn in der ersten Stelle nennt die Göttin gleich darauf, als er sich verteidigt hat, dass er nur in Folge ihres Befehls, nicht gegen einen Gott zu kämpfen, vom Kampfe abgelassen habe, ihn einen Liebling ihrer Seele: *τόν δ' ἠμείβετ' ἔπειτα θεά, γλαυκῶπις Ἀθήνη· Τυδεΐδη Διόμηδες, ἐμῷ κεχαρισμένε θυμῷ.* In der zweiten Stelle spricht ein Feind den Vorwurf der Feigheit aus, bekennt aber dabei zugleich, dass die Danaer allgemein seine Tapferkeit anerkennen. Und selbst, wenn diese beiden Stellen wirklich im Widerspruch zu unserer Stelle ständen, würde mich das nicht in meiner Ansicht irre machen, denn derartige Widersprüche finden sich in den Gedichten Homers mehrfach und erklären sich aus der Art, wie sie in der jetzigen Gestalt auf uns gekommen sind, leicht.

Wie ist denn aber, ist jetzt die Frage, die falsche Lesart *πρῶτον* entstanden? Anlasss zu dieser Verschreibung gab das im voraufgehenden Verse an derselben Stelle im Verse stehende *πρῶτα.* Auch hat gewiss die Verkennung des in unserer Stelle vom Diomedes beabsichtigten Gegensatzes das ihrige dazu beigetragen. Man verlangte den Gegensatz: Du hast früher mir den Vorwurf der Feigheit gemacht, ich mache ihn dir jetzt.

Ad. Funk.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Ἀργειφόντης.

Scripsit Dr. phil. Otto Neckel.

In dissertatione quam equidem conscripsi „de nominibus graecis compositis, quorum prior pars casuum formas continet“ Lipsiae 1882, pag. 48—52 egi de Mercurii cognomine *ἀργειφόντης*. Postquam virorum doctorum sententias usque ad hunc diem prolatas refutavi, ipse contendi vocem *ἀργειφόντης* ortam esse ex voce *ἀργειοφόντης* neque aliud eam posse significare ac „*ὁ τὸ ἀργεῖον φονεύων*“ = „is qui splendidi aliquid interficit“. Quam significationem consentaneam esse Mercurio *ψυχοπομπῷ* demonstrare conatus sum et splendidum illud, quod interficit Mercurius, esse splendorem diei dixi.

Cui explicationi a nobis tentatae repugnare videntur illi loci, quibus de aliis usurpatum est compositum illud: Sophocles Apollinem appellasse fertur *ἀργειφόντην*, idem cognomen legitur in Alcmanis fragmento 34 (ed. Bergkius, poët. lyr. III), ubi de Baccho videtur esse dictum. Minoris esset momenti, quod Parthenius Nicaenus Telephum *ἀργειφόντην* nominasse traditur, quia scriptor ille Alexandrini aevi est. — Num re vera Sophocles Apollini cognomen *ἀργειφόντης* indiderit dubium est. Locum Et. Gud. 72, 52 Nauckius, trag. fragm., Soph. fragm. 917 corruptum esse contendit; in anecd. Paris. IV, 60, 21 legitur:

> *Ἀργειφόντης ὁ Ἑρμῆς παρ᾽ Ὁμήρῳ καὶ παρὰ Σοφοκλεῖ· ἐπεὶ δὲ Ἀπόλλωνος καὶ Παρθενίῳ καὶ ἐπὶ τοῦ Τηλέφου,*

quem locum Meinekius anal. Alex. pag. 286 exhibet hunc in modum:

> *Ἀργειφόντης ὁ Ἑρμῆς παρ᾽ Ὁμήρῳ καὶ παρὰ πολλοῖς· παρὰ δὲ Σοφοκλεῖ καὶ ἐπὶ τοῦ Ἀπόλλωνος καὶ παρὰ Παρθενίῳ καὶ ἐπὶ τοῦ Τηλέφου.*

Non recte, puto. Lenius certe remedium corruptelae praesto est, cum scribimus:

> *Ἀργειφόντης ὁ Ἑρμῆς παρ᾽ Ὁμήρῳ καὶ παρὰ Σοφοκλεῖ· ἐπὶ δὲ Ἀπόλλωνος παρὰ Παρθενίῳ καὶ ἐπὶ τοῦ Τηλέφου.*

Quod si comprobas, Sophocles Homerum secutus — quod quidem nemini mirum videbitur — Mercurium, Parthenius autem Nicaenus Apollinem et Telephum *ἀργειφόντην* appellavit. Sed quoquo modo res se habet, quaerendum est num nostra explicatio in Apollinem cadere possit,

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

sive Sophocles sive Parthenius *ἀργειφόντην* eum appellavit. Quo iure solis deus possit appellari „splendidi interfector“ non facile intelleges; multo aptior videtur versio „hellschimmernd“, quam invenit Zacher de prioris nominum compositorum graecorum partis formatione, Hal. Sax. 1873 pag. 34, vel „durch Glanz tötend“ a Clemmio in Curtii Studiis VII, 34 prolata, quas virorum doctorum opiniones nos non comprobavimus cf. diss. pag. 49 seq. — At non diximus *ἀργειφόντην* eum esse qui splendorem diei vel solis interficit — quam explicationem in Mercurium quidem cadere contendimus —, sed omnino qui splendidum, splendidi aliquid interficit. Non igitur intellegimus cur non liceat occasione data *ἀργειφόντην* de alio deo usurpari, qui splendidi aliquid interfecerat. Splendidum interficiens ille quoque appellari poterat, qui interfecerat serpentem, quae graece nomine ab eadem radice repetito dicitur *ἀργῆς*. Qualis fuerit contextus loci Sophoclei — si modo Sophocli tribuendus est — nescimus, at non abs re esset quod suspicatus est Meinekius anal. Alexandr. p. 286: „Apollinem qui *ἀργειφόντην* appellavit Sophocles a Dindorfio neglectus forsan Pythonis anguis interfectorem intellegi voluit“ (cf. anecd. Paris. l. l. *ἢ ὅτι ὄφιν τὸν Πυθῶνα ἀνεῖλε*), „quemadmodum Achaeus de Adrasto, draconis cuius morsu Opheltas periit interfectore, dixerat *ἀργῆν ἔπεφνεν*“. Eodem modo Telepho *ἀργειφόντης* cognomen indidisse Parthenium Nicaenum Meinekius l. l. existimat hunc in modum pergens: „nec dubium mihi est quin etiam Parthenius qui Telephum *ἀργειφόντην* appellavit reconditam aliquam fabulam respexerit qua Telephus draconem interfecisse perhibebatur.“ *ἀργειφόντης* igitur his locis vertendum esse censeo „Schlangentöter“; *ὁ τὸ ἀργεῖον φονεύων* est ille qui *τὸ ἀργεῖον θηρίον*, quod *ἀργῆς* appellatur, interfecerat. —

Superest locus Alcmanis fr. 34 (ed. Bergkius, poët. lyr. III):

Πολλάκι δ' ἐν κορυφαῖς ὀρέων, ὅκα
θεοῖσιν ἅδῃ πολύφαμος ἑορτά,
χρύσιον ἄγγος ἔχοισα μέγαν σκύφον,
οἷά τε ποιμένες ἄνδρες ἔχουσιν,
χερσὶ λεόντειον γάλα θήσαο,
τυρὸν ἐτύρησας μέγαν ἄτρυφον ἀργιφόνταν.

Agitur hoc loco haud dubie de comite aliqua Bacchi, — quae Bergkii quoque est sententia. *ἀργιφόνταν* accusativus coniectura est Welckeri. Quae si vera est, caseum appellavit poeta *ἀργειφόντην;* id certe esset „hellschimmernd“. Sed codices Athenaei, apud quem fragmentum illud exhibetur, praebent *ἀργειοφονται, ἀργειοφεονται,* quorum auctoritate dativum et formam diphthongo *ει* scriptam retinendam esse existimo. Tum Bacchum intellegi voluit poeta; fortasse etiam scripsit *ἀργειοφόντᾳ,* quam formam correpta ante vocalem diphthongo *ει* metrum dactylicum non respuit. *ἀργιφόνταν* dixisse Alcmanem correpta antepaenultima Bergkius non mihi persuasit. Nam primum quidem nihil est quod testetur dactylis cyclicis qui dicuntur usum esse poetam. Stropha constat e tetrapodiis dactylicis et clauditur — nam hunc versum strophae novissimum esse Bergkio concedo — hexapodia dactylica. Tum Bergkii sententia

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

non fulciri mihi videtur loco grammatici Hamburgensis ab eo citati. Locus ille corruptela laborat:

Philolog. X, 350: *τὰ παρὰ τῇ γραφῇ διαφορούμενα· εἰσὶ ταῦτα· ἀργειφόντης. καὶ τύρος ἐν τηρήσας μέγαν ἀργύφαν. ἀργιφόντα. εἴκελος ἀστεροπῇ καὶ τὸ ἴκελος κτλ.*

Emendavit Welcker, Mus. Rhen. X, 256:

τὰ παρὰ τῇ γραφῇ διαφορούμενα· εἰσὶ ταῦτα· ἀργειφόντης καὶ τύρον ἐτύρησας μέγαν ἄργυφον ἀργιφόνταν. εἴκελος ἀστεροπῇ κἀὶ τὸ ἴκελος κτλ.

Ipse grammaticus dativum exhibet — nam *ι* quod dicimus subscriptum deesse nihil refert, idem verbis *τῇ γραφῇ* deest —, qui casus codicum quoque auctoritate confirmatur. *ει* diphthongum codicum auctoritate commotus retinendam esse et errasse grammaticum existimo. Cuius sententia si vera esset, tamen non liceret concludere *ι* illud breve esse, scriptura i. e. „durch die Schreibung" dicit differre verba, non quantitate. Discrimen illud scripturae notissimum est cf. *οὐρι-*, *ὀρει-* apud Euripidem cf. diss. pag. 47. Quibus de causis forma *ἀργειφόντᾳ* (fortasse *ἀργειοφόντᾳ*) retinenda est.

Quo iure Bacchus dicatur splendidi interfector difficile est ad cognoscendum. Fabula, ex qua Bacchus serpentem interfecerit, nobis non traditur; fieri quidem potest ut Graecis sive Alcmani eiusmodi fabula nota fuerit. Cum Bacchi natura et indole — cf. quae de ea disseruit Preller, gr. Myth. I, 519 seq. — congrueret ea quam de Mercurio statuimus explicatio: *ὁ τὸ ἀργεῖον φονεύων* esset ille qui splendorem — non diei, ut Mercurius, — sed anni sive veris interficit.

Vidimus his quoque locis a nobis tractatis explicationem nostram non modo non labefieri, sed fulciri et confirmari. Quam quidem veram esse quis in re obscura et dubia contendere audeat? Si non ab omni veritatis specie eam abhorrere confiteberis, contentus ero.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Plautina

scripsit Georgius Langrehr.

Cum ante decem fere annos primum, quid de Plauti comoediis sentirem, in specimine „de Plauti Epidico“, quo sodalibus societatis philologae Gottingensis decennalia agentibus gratulabar,*) exposuissem, in universum meam de contaminatione huius fabulae sententiam non prorsus hominibus doctis omnibus potui probare, etsi quae singula exposueram recte ea quidem a me esse disputata et omnibus fere his locis revera graviores a me evictos esse scrupulos concedebant. Cf. imprimis quae Goetzius anno 1878 in praefatione suae Epidici editionis pronuntiavit. Quodsi ipse eiusmodi offensiones ex retractatione ortas esse mavult, non equidem omnino huic sententiae repugno, sed tamen non omnia quae monueram ita posse explicari iterum ac saepius fabulam relegens in dies magis mihi persuasi. En, exstitit novus fabulae defensor anno 1884 Carolus Schredinger, qui programmate Munnerstadiensi Richardi Muelleri a me iam l. c. exagitatam confidentiam amplectens optime omnia se habere professus est. Praeter nota Muelleri remedia eiciendi et coniciendi ad vetera illa Geppertiorum confugit: „prudentis“ actoris sagacitatem effert et „viva voce“ prolata omnia miraculi instar clara et plana evadere sibi ille quidem persuasit. Cf. quae affert p. 8 cum annotatione 7 p. 60 sq. et p. 15 „suo sono“ p. 19 „sua arte“, p. 22 ubi etiam progressum actionis, quem iure desiderari non negat, actoris gestu facit suppleri. Concedit ille quidem ipse argumentum fabulae satis esse implicatum. Sane ita res se habet, praesertim cum ipse egregius defensor p. 5 miro modo de alterius fidicinae Atheniensis et Thebanae captivae personis erraverit. Dicit enim: „servam illam — adhuc in feneratoris ditione versantem — praemercantes tollant“. Sed hoc loco senes de adventicia illa vera Telestide, quae revera in faeneratoris ditione est, omnino nihil sciunt, sed tantum de altera fidicina, quam Epidicus pro vera Acropolistide senibus supponit, agitur atque de hac una agi potest. Atque ab initio ut statim meam de tota hac re exponam sententiam, quas tres offensiones gravissimas l. c. protuleram, minime

*) Miscellanea philologa pp. 9—19, Göttingen 1876.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

a Schredingerio mihi videntur esse sublatae. Neque ullo modo de nuptiis adulescentis senisque mihi satisfecit, neque magis de lenonis partibus aut de fidicinae alterius conductione suam mihi probavit sententiam. Concedi illi quidem aliquo modo videtur posse de v. 145*)

Meam domum ne imbitas

cf. Misc. phil. p. 15, Schredinger p. 46, cui rei ne tunc quidem ipse nimium attribueram, neque si id unum tota fabula invenissem, ad contaminationem evincendam eo loco essem usus. Sed cum de contaminatione constare mihi videretur, hoc quoque levius afferre supersedere nolui. Nam quae singula per se non tantum afferunt momentum, coniuncta illa quidem inter se et cum gravioribus aliquid certe necesse est addant ponderis.

Quodsi deinde de exitu fabulae lenius iudicat, hodiernis sane ea quae dicit moribus satis sunt apta, sed apud antiquos prorsus aliter rem se habuisse nemo est qui ignoret. Usuram denique Stratippoclem faeneratori iam antea solvisse Schredingerii demum sagacitate est inventum.

Sed iam videamus deinceps quae ille protulit. Ac primum quidem diversitate patriae militis Euboici aut Rhodii (vv. 153 et 300) utitur ad celebrandam simulationem et malitiam Epidici, quippe qui priore loco „nulla cognitione innixus“, ut maiorem vim suis verbis adderet, patriam de suo confinxerit et denuo „repentino invento“ alteram fingat patriam „jamdudum fortasse oblitus“ prioris fictionis. En praeclarum Epidici defensorem, qui ipse clienti suo „expeditam vanitatem“ tribuat. Equidem quod ad hanc ratiocinationem addam, nihil habeo. Quomodo ipse de hac re iudicem, l. c. satis expositum est.

Contra nuptiarum Stratippoclis commemorationem nihil aliud spectare quam ut servi eluceat sapientia, qui modo auditis nuptiis statim ansam reppererit decipiendi senis dixit. Sed cum satis hoc uno loco (Schredingerii dumtaxat sententia) Epidici celeritatem ingenii perspexerimus, nimirum in eis quae sequuntur non iam opus est hanc rem ullo modo respici. Porro cum adulescentis erga Acropolistidem amor plane evanuerit, iam ne seni quidem filii nuptiis opus est. Credo, sed audiamus ipsum Epidicum, certiorem certo animi Stratippoclis interpretem. Et is quidem v. 653 ipsi adulescenti dicit:

Tibi quidem quod ames domi praesto fidicina est opera mea.

Servus igitur cum Schredingerio non consentire videtur. Filium vero quod p. 11 has nuptias nimis neglegere dixi, Schredingerius versibus 362/3 acquiescit:

Uno persuadebit modo, si illam quae adductast mecum
Mi adempsit Orcus.

Confirmat his versibus adulescens se patris imperio non esse obtemperaturum. Sed quonam modo se contra eius auctoritatem sit defensurus, nostro iure hoc loco quaerimus. Quod ut posset efficere, certe patris consilium ei erat investigandum.

*) Schredingerii causa moneo, qui mihi ascribere videtur numeros prioris commentationis, summo cum gaudio relicta editione Geppertiana me et editionem et numeros iam sequi Goetzii, quod quidem anno 1876 nondum poteram.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Deinde Periphanis nuptiae eodem modo iterum explicantur. Alteram iam invenimus ansam, qua Epidicus utatur. Lepidum sane servum, cui duabus ansis et eis quidem eiusdem modi opus fuerit, ut consilium possit capere. Certe una poterat acquiescere modestissimus ille fabulae defensor. Quae praeterea in commemorandis duabus his nuptiis me offenderunt, silentio praetereuntur.

Tum lenonis auxilio nihil opus esse iudicatur, cum de minarum numero Epidicus certius quidquam coram senibus non dixerit. Sed tum ratio apud herum ei erat reddenda et tantum, quanto minus lenoni solverat, restituendum. Neque vero intellego, cur homo doctus hoc loco tanto opere in hac re auxilium lenonis recuset, cum tamen se eum nolens negansque adsciscere adsciscat ipse. Nam quid aliud sibi volunt, quae p. 14 disputavit? Monueram equidem l. c. p. 14 Periphanem revera v. 495

Mercatus te hodie est de lenone Apoecides?

interrogare. Quod quidem intellexit et probavit ille l. c. „eventus enim doli, quo Apoecides et leno, ut de una puella et emptione usque cogitent, decipiendi sunt, in tempore iam consumpto celando penitus positus est, de minis vero nihil cavendum.“ Itane vero? Immo pluris fere mihi videtur esse lenonem de numero minarum quam de die cum servo consentire. Accedit, ut servus domino reddidisse rationem putandus sit, cum senex militi quinquaginta minis se fidicinam emisse dicat. cf. v. 467. Id vero me non intellegere fateor, quomodo, qui alterum mihi concedat, is de altero pergat certare. Neque revera lenonem postea interpellari Schredingerius dicit, sed ipse addit hoc servum non potuisse praesagire. „Videat modo, quae sibi praemunienda sint, ceteroquin fortunae sua fata committat“. Recte ille quidem, sed id ipsum est, quod statueram ipse et postulaveram. Neque enim de eventu consilii quidquam dixi, sed de ipsis personarum consiliis. Quae res non solum in servum quadrat et mecum contra adversarium facit, sed etiam de fidicina conducticia idem valere et tunc volui et repeto hodie. Is enim tertius est locus, qui maiorem mihi iniecerat scrupulum. Neque vero concedo ullo modo a me „inique vv. 314—318 dissectos esse“ cf. Schredinger p. 16. Scilicet hic revera Periphanem tale quid Epidico mandavisse credit. Sed iam l. c. probaveram eiusmodi imperium tota fabula non habere locum, praesertim cum de reditu filii nihildum ante Epidici nuntium senex compererit. Atque prorsus eodem modo „dissecti“ loci, ut illius utar verbis, sed non magis „inique“ dissecti exemplum liceat mihi afferre ex Persa desumptum v. 262:

Nam hoc argentum iam alibi abutar: boves quos emerem non erant.

Prior pars simplicia Sagaristionis verba ad spectatores (sive potius ad se ipsum) continet, altera vero fictam excusationem, qua coram hero utatur.

Si ille praeterea Apoecidem dolo Epidici amoveri dicit, erravit, nam sua ipse stultitia retinetur, quod quidem Epidicus nullo modo potuerat divinare.

Fidicinam vero concedit Schredingerius a servo sociam fraudis assumptam esse, sed ipsam eam fraudulentum servum deserere. Quod quam verum vel verisimile sit, videat ipse. Nam si, quod priore loco ponit p. 18, edoctam eam esse de rebus, de nominibus celatam putat,

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

mirum sibi finxit homo doctus Epidici consilium. Neque enim is apologum quendam fidicinae narravit, et haec ipso Apoecide stultior erat, nisi de eo sene ad quem ducebatur sermonem esse et Acropolistidis amico Epidicum consulere intellexit. Sin (p. 19) „propriis suis nominibus illos significatos“ facit, et fidicinam conducticiam Acropolistidis miseritam consilio omnia enarrantem; unde comperit homo doctus de amicitia fidicinarum, unde tandem illa ipsa de Stratippoclis novo amore audivit? Nam de hoc quoque cur ab Epidico sit docta, nihil video. Et quaero ex Schredingerio, quomodo fieri potuerit „ut spectantes quamvis non plane moniti tenorem rerum satis perspexerint, si quidem histrio fidicinae personam in servum dolosae aut saltem cautae cum arte tuebatur“?

Tale quidquam ne Geppertus quidem umquam de arte scenica sibi finxit. Ipse Schredingerius deinceps nos a p. 20 ad p. 45 sqq. reicit, ubi pluribus locis meas refellere conatur sententias. Sed non neglexi Chaeribulum sine dubio a Stratippocle ipso de genere amicae esse edoctum, sed id quidem unde Stratippocles ipse hauserit, me non intellegere concedo. Nam quae Schredingerius affert ea fieri potuisse non equidem nego, sed mea sententia tale aliquid nobis quoque a poeta erat indicandum. Qua vero de causa ipsam Telestidem „spuriae originis“ puduisse putemus, non intellego, cum certe alio loco nullo Plautum eiusmodi pudorem adhibere videam. Quae deinde ille ad priorem suam de conductione fidicinae expositionem hoc loco addit, nihili sunt, nam sive dixit poeta de adulescentis erga captivam amore, sive tacuit, certe amari eam ab illo negare nemo potest. Quid igitur nostra refert, utrum huius amoris mentio facta sit, necne? V. 457 autem non reprehenderam militem resciscere, ubi Acropolistis versetur, quod Schredingerius ita refellere conatur: „Periphanes filiam eam putat, licet igitur ille (sc. miles) emendae puellae causa senem adeat, periculum non est, ne venumdata filio praesto non sit.“ At est timendum, ne fraus servi per militem patefiat, si senex se filii amicam pro filia emisse ex militis verbis suspicatur. Quod ut detrectaret, servo et apud lenonem et coram domino summa opus erat cautione. Ut supra hoc quoque loco Schredingerium moneo me non de eventu, sed de consilio dicere. Neque meum est demonstrare, quomodo possit fieri, ut fraudes servi patefiant, sed id offenderam atque ex contaminatione ortum esse arbitrabar, quod Epidicus duplici argumento non satis caute prospexisset.

Iam ad p. 27 transeamus, ubi egregie Schredingerius Goetzii scrupulum de vv. 153 sqq. refellere sibi videtur. Qui cum offendisset in ea re, quod Periphanis fidicinam tum possidentis ratio non haberetur, Schredingerius v. 155 usus:

Continuo te orabit ultro, ut illam tramittas sibi.

scribit: „Non orabit miles adolescentem, ut hic puellam sibi venditet, sed tramittat (überlasse, abtrete, seinen Ansprüchen auf sie entsage). Quid ad hoc patris arbitrio opus est?“ Attamen altero loco, ubi miles ipsum Periphanem adit, eodem verbo tramittendi utitur. Cf. v. 463

Mi illam tramittas, argentum accipias, adest.

Hoc versu totae hae argutiae una cum annotatione 28 prorsus supervacaneae atque inutiles evadunt.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Sub finem addo p. 28 l. 12 errorem numeri (Trinummus 1096 pro 1046) ex Bursiani annalibus a Schredingerio diligenter esse receptum atque servatum.

Sed iam observationes Munnerstadienses missas faciam et temporis et spatii mihi hodie concessi angustiis coactus pauca tantum nova additurus. Offendo autem nunc atque novum contaminationis indicium in hac re invenisse mihi videor, quod Periphanem redemptam filiam quam putat esse prorsus neglegere videmus. Redemit sane, sed cum ea quidquam eum collocutum esse vix ipsi Plauto credemus. Quid, nonne summo cum gaudio patrem eam amplecti, osculari, omnia quae ei acciderint exquirere, de matre Thebis relicta interrogare putabimus? Haec omnia paene necessaria esse nobis fingemus. Et re vera vv. 583, 588 nonnulla ad hanc rem pertinent, sed alio loco nullo respiciuntur, ne tum quidem, cum Philippa, quibus signis filiam recognoverit, interrogat, quidquam respondet senex nisi verba Epidici v. 597. Qui quidem versus quod cum duobus qui sequuntur in Ambrosiano non exstat, non tamen ei cum Goetzio in dubium a me vocantur. Nam inter v. 596 et 600 certe lacuna exsistit, cum inter se non cohaereant. Itaque non interpolatori hos versus tribuo, sed in A excidisse eos puto. Atqui certissimum signum erat praeter Epidici verba ipsa fidicina Periphanem patrem appellans, osculans, accuratius de captivitate et rebus Thebanis enarrans. Neque ullo verbo mendacia illi exprobrat senex, sed tantum patrem se vocare eam vetat. Accedit ut Epidicus Stratippoclem clarius non solum de consiliis patris, sed ne de emptione quidem Acropolistidis et nova eius habitatione certiorem facere conetur. Etiam ultimas scenas nimis breviter esse tractatas sive ab retractatore sive ab contaminatore credo. Nam senem denuo solis Epidici et virginis verbis fidem habere non est veri simile. Atque adest ipsa Philippa, certissima certo filiae testis. Iam finem huic commentatiunculae imponens unum etiam interrogo, quamnam ad rem Periphanes Apoecidem simulata emptione perfecta tam celeriter ad se redire iubeat. Cf. v. 424.

Per. Revortere ad me extemplo. Apoec. Continuo hic ero.

Haec quoque alium rerum statum ex altera fabula Graeca receptum, sed non satis caute cum alterius coniunctum spectare arbitror. Neque vero eiusmodi offensiones retractationi tribui possunt.

Denique prior Epidici dolus, qui nimis apte cum eis quae postea revera fiunt convenit, parum caute adiunctus est. Fortasse in altera fabula Graeca haec pars melius instructa erat. Ut nunc est, omnia fere quae ante primam fabulae scenam aut sunt facta aut esse facta certe putanda sunt, cum eo fabulae statu quem nunc habemus non satis consentiunt. Quae ne melius instruerentur componerenturve, contaminatione neglegentiore impeditum esse mihi quidem persuasum est. Quamquam in eiusmodi offensionibus nonnulla certe comicae levitati condonanda esse minime nego, cuius rei etiam in simplicissimis fabulis, ut in Captivis, Mercatore, Persa gravissima invenimus exempla. Sed de hac re alio loco me postea uberius expositurum esse spero.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die gelehrte Bildung des Apostels Paulus.

Es sind nunmehr dreissig Jahre vergangen, seit G. Bd. Winer in seiner bekannten Grammatik des neutestamentlichen Sprachidioms (Ausg. letzter Hand v. J. 1855 § 2, Anm. 2) die Worte schrieb: „Dass ... dem Apostel Paulus keine gelehrte griechische Bildung zugeschrieben werden dürfe, ist wohl jetzt allgemein anerkannt.“ Winer ist also der Meinung gewesen, dass Paulus keine andre schulmässige und durch besondres Studium erworbene Bildung besessen habe, als die ihm unbestritten eignende jüdisch-rabbinische. Die grössere Gewandtheit im Gebrauch der griechischen Sprache, die Paulus vor andern neutestamentlichen Schriftstellern voraus hat, findet nach ihm ihre genügende Erklärung darin, dass Paulus ein Hellenist ist, unter Griechen geboren und aufgewachsen, der auch später in vielfachem Verkehr mit (zum Teil gelehrten und vornehmen) Griechen gestanden hat. Ebenso aber wird Winer auch hinsichtlich alles dessen gedacht haben, was man sonst in den Schriften des Apostels als „Spuren griechischer Bildung“ zu bezeichnen gewohnt ist. Leider spricht er sich darüber nicht eingehender aus, sondern behauptet nur gegenüber dem von Köster versuchten Nachweis einer Bekanntschaft des Paulus mit Demosthenes, dass die sprachliche Eigentümlichkeit seiner Schriften uns nicht nötigt, die Lektüre griechischer Schriftwerke bei ihm vorauszusetzen.

Man sollte glauben, wenn ein Mann wie Winer, der grösste Kenner neutestamentlichen Schrifttums, wenigstens nach der sprachlichen Seite hin, schon vor dreissig Jahren so geurteilt hat, noch dazu in Übereinstimmung mit der gesamten Gelehrsamkeit seiner Zeit, so müsste damit die Hypothese — denn weiter ist es nichts — von der griechischen Bildung des Paulus für immer abgethan sein. Doch dem ist auffallenderweise nicht so. In theologischen Schriften aller Art taucht die Frage nach der griechischen Bildung des Paulus bis in die neueste Zeit hinein wieder und wieder auf und wird bald schüchterner bald zuversichtlicher im Sinne des Hieronymus *(ad Gal. 4, 24: Paulum scisse, licet non ad perfectum, litteras saeculares i. e. graecas)* beantwortet. Ja in dem neuesten grossen encyklopädischen Werk (Handb. d. theol. Wiss. herausgg. v. Zoeckler, 2. Aufl. 1885), welches laut Vorrede ein „Total-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

bild des theologischen Wissensorganismus gemäss dem gegenwärtigen Stande seiner Entwicklung" bieten will, findet sich in der Darstellung der biblischen Geschichte des N. T. von L. Schulze (Rostock) ein Satz, in welchem mit grösserer Sicherheit als je zuvor dem Paulus eine gelehrt-griechische Bildung zugesprochen wird. Denn so ist es doch wohl zu verstehen, wenn Schulze sagt (Bd. I. pag. 593): „Aber ebenso" (wie gelehrt-jüdische Bildung) „war ihm von Jugend an eine tiefere Bekanntschaft mit dem griechischen Volkstum in Sprache, Literatur, Philosophie, Sitte und Religion eigen, wie dies sein Stil, seine dialektische Beweisführung, seine Kenntnis der Dichter und der Philosophenschulen zeigt, die er sich wohl nicht erst später angeeignet hat."

Das wäre also das Bild, das wir uns nach dem heutigen Stande der theologischen Wissenschaft von der gelehrten Bildung des Apostels zu machen hätten: Paulus im Besitz einer ähnlichen klassisch-humanistischen Bildung wie ein evangelischer Theologe des neunzehnten Jahrhunderts! Ich gestehe gern, dass diese Ansicht zunächst etwas Bestechendes hat. Sie hat es auch für mich. Welcher lutherische Theologe möchte denn nicht, seit Luthers Lebenserfahrungen ihn so ganz auf den Standpunkt des Paulus warfen, die unzweifelhaft in dem Leben dieser beiden auserwählten Rüstzeuge Gottes vorhandenen Analogien noch um eine vermehrt sehen und eine ähnliche Vorbildung für ihren Beruf bei beiden finden? Ja, wenn es auf die subjektive Neigung ankäme, so möchten wir uns leicht mit solcher Beantwortung der Frage zufrieden geben. Aber es geht nicht, unser kritisches Bewusstsein sträubt sich dagegen. Das obige Bild ist, näher betrachtet, ein Phantasiegemälde.

Oder sollte ich die citierten Worte missverstehen? Das wäre mir leid. Eine „tiefere Bekanntschaft mit dem griechischen Volkstum in Sprache, Literatur, Philosophie, Sitte und Religion" wird dem Apostel zugesprochen. Das ist aber doch nach meinem Dafürhalten eine recht umfassende gelehrt-griechische Bildung, die z. B. weit über das Ziel des heutigen gymnasialen Unterrichts im Griechischen hinausgeht und vielleicht nur von wenigen Kandidaten des höheren Schulamts in der Staatsprüfung voll und ganz bewiesen wird. Wir werden daher wohl berechtigt sein, die Worte als eine Umschreibung für gelehrt-griechische Bildung zu nehmen, um so mehr als dieselben durch das „ebenso" zu Anfang mit des Apostels pharisäisch-rabbinischer Bildung in Parallele gesetzt sind.

Diese umfassende griechische Bildung nun war dem Apostel nach Schulze „von Jugend an eigen". Sehen wir von dem etwas eigentümlichen Ausdruck ab, so soll das doch wohl heissen: er hat sie sich in Tarsus in seiner Jugend, so lange er noch im Elternhause lebte, erworben. Unmöglich wäre das an sich nicht. Denn in Tarsus, einem Hauptsitze griechischer Bildung in der damaligen Zeit, der als solcher neben Athen und Alexandria genannt wird, hat es sicher an Gelegenheit zu gründlichen Studien in griechischer Wissenschaft und Literatur nicht gefehlt. Aber gesetzt auch, der junge Saul hätte eine griechische Schule besucht, hätte eine reiche Begabung mitgebracht und grossen Fleiss angewendet, was würde er denn wohl bis zu seinem zwölften Jahre — denn viel länger ist er sicher nicht

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zu Hause geblieben (s. Bleek, Einleitung pag. 356) — gelernt haben? Vielleicht hätte er es so weit gebracht, wie später Magister Philipp, der schon im dreizehnten Jahre die Universität Heidelberg bezog und im sechzehnten eine griechische Grammatik verfasste. Wir würden dann freilich wohl auch den berühmten Lehrer kennen, der ihn dahin brachte, so gut wir von Melanchthons Oheim Reuchlin wissen. Aber sei es immerhin, mag er selbst, was Sprachfertigkeit und Literaturkenntnis anbelangt, Melanchthon noch übertroffen haben, was will das bedeuten? Man denke doch: tiefere Bekanntschaft mit griechischer Philosophie, ein zwölfjähriger Knabe! Es ist undenkbar. Dass er sich aber seine literarischen und philosophischen Kenntnisse erst später erworben, etwa während seines Aufenthalts in Cilicien nach seiner Bekehrung (Act. 9, 30 cf. Gal. 1, 21), scheint Schulze selbst nicht zu glauben, ist auch aus verschiedenen Gründen nicht wahrscheinlich.

Genug, eine so umfassende gelehrt-griechische Bildung konnte sich Paulus — er wird diesen Namen von Jugend auf neben dem ähnlich klingenden jüdischen Namen Saul im Verkehr mit Nichtjuden geführt haben, nicht wegen seiner schmächtigen Gestalt, sondern nach einer Gewohnheit der in der Diaspora lebenden Juden, die noch heute, auch bei uns in Deutschland, besteht, z. B. Siegmund für Simon, Karl für Kalman u. ä. — in seiner Jugend zu Tarsus nicht aneignen, auch wenn es sein Vater gewünscht und er den Willen dazu gehabt hätte. Es fehlte die dazu erforderliche Fassungskraft und geistige Reife, und wenn wir bedenken, dass er doch wohl auch die Septuaginta las und etwas Hebräisch lernte zur Vorbereitung auf sein rabbinisches (juristisches) Studium, so fehlte es auch an Zeit. Eine Überbürdung der Schüler kannte man damals noch nicht.

Hat er denn aber überhaupt nach griechischer Bildung gestrebt, hat er sich mehr davon aneignen wollen und sollen, als was der tägliche Umgang mit griechisch redenden Leuten von selbst gewährte? Nach Act. 26, 4 f. scheint es nicht so, obgleich diese Stelle von Schulze hinter den Worten „von Jugend auf“ citiert wird, um des Apostels frühe Bekanntschaft mit griechischem (!) Volkstum zu beweisen. Paulus sagt hier in seiner Verantwortungsrede vor König Agrippa, dass seine Verkläger, die jerusalemischen Juden, sein bis in die Jugendzeit zurückreichendes Leben unter seinem Volk, und zwar in Jerusalem selbst, kennen, und dass sie ihm bezeugen müssen, er habe der strengsten Richtung des Judentums angehört, nämlich der pharisäischen. Die Stelle bezieht sich also ausschliesslich auf die Art und Weise seines Lebens (*βίωσις*) in Jerusalem seit seinem zwölften oder dreizehnten Jahre, denn nur dieses konnten die jerusalemischen Juden kennen, nicht seine in Tarsus verlebte früheste Jugendzeit. Wenn er aber in Jerusalem von Anfang an, also schon zu einer Zeit, wo von einer selbständig errungenen Überzeugung und Lebensanschauung noch nicht die Rede sein kann, als Pharisäer lebte, so sind wir wohl zu dem Schlusse berechtigt, dass er die pharisäische Sinnesart schon aus dem Elternhause mitgebracht habe. Er wird sie sich nicht erst in Jerusalem persönlich angeeignet, sondern als alte Familientradition überkommen und sozusagen geerbt haben. Das bestätigt sich uns durch Act. 23, 6, wo Paulus vor dem grossen-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

teils aus Pharisäern bestehenden Synedrium ausruft: Ich bin ein Pharisäer und ein Sohn von Pharisäern. Ist hier mit den besten Codd. *υἱὸς Φαρισαίων* statt des Sing. zu lesen, so war nicht nur sein Vater, sondern es waren alle seine Vorfahren, soweit ihm bekannt, Pharisäer gewesen. Das ist von der grössten Bedeutung für unsere Frage und, wie mich dünkt, bisher viel zu wenig beachtet worden. Wuchs der Apostel zu Tarsus in einer pharisäisch gerichteten, streng nach dem mosaischen Gesetz und den Auslegungen der Schriftgelehrten lebenden jüdischen Familie heran, so nahm ihn der Vater gewiss ängstlich vor jeder nicht unbedingt nötigen und irgend vermeidlichen Berührung mit dem hellenischen Heidentum in acht. Der Sohn aber hatte zugleich mit der Verachtung alles Fremden und dem Abscheu gegen das Heidentum eine schwärmerische Liebe zu Israels Volkstum, Gesetz und Religion in sich aufgenommen. Er war mit Leib und Seele Pharisäer, und wie ers die Eltern thun sah, so nahm er es mit der Gesetzeserfüllung genau. („Diejenigen, welche es genau nehmen", so erklärt *von Hofmann*, H. Schr. Bd. X, p. 35 den Namen Pharisäer, von *parasch* zerteilen, genau nehmen, indem er die bisherige Erklärung „die Abgesonderten" als zu wenig charakteristisch für die Partei und der Bedeutung des Verbums *parasch* nicht entsprechend verwirft.) Paulus wusste also, dass jegliche Berührung mit dem Heidentum gesetzlich verunreinigte, er wird die Tempel der Heiden ebenso wie ihre Theater und Schulen gemieden und sich mit dem Unterricht des Vaters oder eines Rabbi begnügt haben. Eine Stadt wie Tarsus können wir uns in damaliger Zeit nicht wohl ohne Synagoge und Rabbi denken (Act. 15, 21). Er fand also Befriedigung für sein Wissensbedürfnis, ohne dass er nach griechischen Büchern zu greifen brauchte. Denken wir uns aber dessen ungeachtet, dass das Verlangen, mit der vielgerühmten griechischen Literatur bekannt zu werden, doch einmal seine pharisäische Gewissenhaftigkeit und Scheu vor dem Heidentum überwogen habe, nehmen wir an, er habe — etwa heimlich vor dem Vater — nach einem griechischen Buche verlangt, was würde man ihm denn gegeben haben? Doch nicht gleich einen Dichter oder gar einen Philosophen? Viel näher lag es doch, ihm einen Geschichtsschreiber in die Hand zu geben, etwa den Herodot oder Xenophon oder einen der Verherrlicher Alexanders des Grossen, der einst (333 v. Chr.) zu Tarsus erkrankt war und bald darauf in der Nähe die Schlacht bei Issus gewann. Sein Andenken konnte unmöglich in jenen Gegenden völlig erloschen sein. Aber von alledem und von griechischer Geschichte überhaupt finden wir bei Paulus auch nicht die leiseste Spur. Übrigens würde er jedes griechische Buch und vor allem einen Dichter alsbald erschrocken bei Seite gelegt haben. Wenn ein starrer Monotheismus den Grundzug in den religiösen Überzeugungen der nachexilischen Juden bildete, wenn sie freudig als Märtyrer starben mit dem Wort der Thora auf den Lippen: Höre, Israel, der Herr unser Gott ist ein einiger Gott! —, so konnte eine Lektüre, bei der er auf Schritt und Tritt den Spuren der griechischen Götterlehre begegnete, auf den jungen Pharisäer Saul nur abstossend wirken. Kurz, es ist im höchsten Grade wahrscheinlich, dass er eine literarisch

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

griechische Bildung zu erwerben nicht einmal versuchte. Seine pharisäische Herkunft und Erziehung hinderte ihn daran.

Hat er sich aber mit der Lektüre griechischer Schriften in seiner Jugend zu Tarsus nicht befasst, dann that er es in seinem späteren Leben erst recht nicht. Die Zeit bis zu seiner Bekehrnng, seine Studienzeit in Jerusalem, kann hier kaum in Frage kommen. Zwar soll nach einem talmudischen Bericht auch das Griechische zu den Unterrichtsgegenständen in der Schule (*Kallah* = Braut, ein allegorischer Ausdruck für Wissenschaft, wenn nicht gar von *kôl* alles abzuleiten = Universität, cf. *Deutsch,* Der Talmud p. 25) des Gamaliel und der Banaim (d. i. Bauleute, Gesetzeslehrer der zweiten Periode in der Mischnah-Entwicklung, cf. Ps. 118, 22 u. Parall.) gehört haben. Aber da der Unterricht hier mehr ein erotematischer als akroamatischer, man möchte fast sagen, nach sokratischer Methode war, die Schüler keinen Text vor sich haben konnten, auch nicht Hefte nachschrieben, da ferner, was die Hauptsache ist, alle diese Studien sich um das Gesetz als den alles bestimmenden Mittelpunkt drehten und daher mehr juristischer als theologischer oder philosophischer Natur waren, so kann von einer tieferen Einführung in die griechische Literatur in der Schule des Gamaliel wohl nicht die Rede sein. Was müsste der Mann nach der Ansicht jüdischer Verehrer des Talmud dann nicht alles verstanden haben? Mathematik und Astronomie, Naturgeschichte und Medicin, alles wird mit dem Gesetzesstudium in derselben Weise in Verbindung gebracht wie das Griechische (*Deutsch,* a. a. O. p. 23). Es wird sich höchstens um die Überlieferung einiger sprichwörtlicher griechischer Redensarten gehandelt haben, die in der ganzen Welt umgingen, und die der gelehrte Rabbi in seinem Sinne verwendete.

Vielleicht sind hierher die seit Hieronymus viel citierten drei paulinischen Dichterstellen zu rechnen:

1) 1. Kor. 15, 33: *φθείρουσιν ἤθη χρῆσθ' ὁμιλίαι κακαί.*
2) Tit. 1, 12: *Κρῆτες ἀεὶ ψεῦσται, κακὰ θηρία, γαστέρες ἀργαί.*
3) Act. 17, 28: *Τοῦ γὰρ καὶ γένος ἐσμέν.*

Die erste, ein trim. iamb. akatal., soll aus der Thais des athenischen Komikers Menander (um 300 v. Chr.) stammen, der wegen seiner fasslichen Sprüche und Lebensregeln sehr geschätzt wurde, so dass man Blütenlesen aus seinen mehr als hundert Komödien veranstaltete und in Umlauf setzte (cf. *Bernhardy.* Griech. Litgsch. II 612). Die Stelle ist offenbar zu Pauli Zeiten schon sprichwörtlich gebraucht worden; übrigens hat er nach den besten Codd. in *χρησταί* die Elision unterlassen und ist sich wohl gar nicht dessen bewusst gewesen, dass er einen Dichter citiere. Der im Titusbriefe vorkommende Hexameter ist von Epimenides aus Kreta (*ἴδιος αὐτῶν προφήτης* cf. v. 5), unter dessen Weissagungssprüchen ihn noch Hieronymus gefunden haben will. Jedenfalls war er weltbekannt, so dass ihn Paulus nicht aus der Lektüre des berühmten Weisen und Entsühners von Athen (596 v. Chr.) geschöpft zu haben braucht. Der halbe Hexameter endlich, den Paulus nach der Darstellung der Apostelgeschichte in seiner Rede vor dem Areopag zu Athen citiert haben soll, ist wörtlich

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

(sogar das γὰρ!) aus den Phaenomena des Aratus (eines cilicischen Dichters aus Soli um 270 v. Chr.) entlehnt. Angenommen, dass wir ihn wirklich auf Rechnung des Paulus (und nicht des Lukas) zu setzen haben, so beweist er für eine literarisch griechische Bildung des Apostels doch so gut wie nichts. Wenige Lehrgedichte waren im ganzen Altertum so gefeiert und allgemein bekannt, wie dieses vielfach, z. B. auch von Cicero, commentierte und übersetzte astronomische Gedicht des Aratus. Dass der Arzt Lukas es kannte, ist darum gar nicht auffällig. Aber auch Paulus konnte sehr wohl einige der von aller Welt gepriesenen Sentenzen aus den Phänomena kennen, an denen namentlich das Vorwort reich ist (*Bernhardy*, a. a. O. 631). Schon in der Schule Gamaliels hatte er vielleicht unser Citat (v. 5), das sich auf Zeus bezieht, auf die Erschaffung des Menschen nach dem Ebenbilde Gottes anwenden hören und es im Gedächtnis bewahrt, ohne das Gedicht des Aratus je gesehen zu haben.

Sei dem, wie ihm wolle, jedenfalls beweisen diese Citate des Paulus weder die „Kenntnis griechischer Dichter" im allgemeinen, noch die „tiefere Bekanntschaft mit griechischer Literatur". Solche hat er sich aber offenbar auch später nicht erworben. Oder wollen wir annehmen, dass der bald nach seiner Bekehrung von Damaskus nach Arabien (Hauranitis) entwichene Apostel hier griechische Studien trieb? Woher nahm er denn die Mittel, die Bücher? Das ist aber noch die einzige Zeit in seinem Leben, über die wir rein auf Vermutungen angewiesen sind. Denn während seines nachherigen Aufenthalts in Tarsus, von wo ihn dann Barnabas nach Antiochia holte, hat er schon cilicische und syrische Gemeinden gestiftet (Act. 15, 36. 41). Er wird es auch in Arabien gethan haben. Seit seiner Bekehrung hatte er nur seinen Beruf im Auge, er wusste nichts und dachte nichts, als Jesum, den Gekreuzigten und Auferstandnen; in ihn allein wollte er sich vertiefen, in ihm wollte er siegen. Diesen Jesum, als den Auferstandnen und zum Gericht Wiederkommenden, hat er auch in Athen gepredigt, unbekümmert darum, ob ihn die stoischen und epikureischen Philosophen, mit denen er disputierte, einen σπερμολόγος (eigentl. Saatkrähe = leerer Schwätzer; Luther: Lotterbube, von loter = leer, gehaltlos, also s. v. a. Possenreisser, Gaukler) schimpften. Es ist unbegreiflich, wie man auf Grund dieser Stelle (Act. 17, 18) von einer Kenntnis der Philosophenschulen und gar von tieferer Bekanntschaft mit griechischer Philosophie reden kann. Ein ehemaliger Pharisäer aus der Schule des Gamaliel, der auch die freigeisterischen Ansichten der Sadducäer genau kannte, mochte es sehr wohl mit den Epikureern und Stoikern in Athen aufnehmen; an dialektischer Gewandtheit wenigstens fehlte es ihm nicht. Im übrigen verliess er sich auf die Macht der Wahrheit, und der Erfolg hat ihm Recht gegeben. Die stolzen Hallen jener Philosophen liegen nieder, der Hauch vom Munde des verachteten Paulus hat sie hinweg geweht. Aber der geistige Bau, den er ohne Beihilfe griechischer Wissenschaft, allein durch die Predigt von Christo, dem Gekreuzigten und Auferstandnen, errichtet hat, er steht und hat die Verheissung, dass auch die Pforten der Hölle (= Ratsversammlung, Ministerium d. H., vgl. Hohe Pforte) ihn nicht erschüttern sollen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Eben, da ich die Feder aus der Hand legen will, kommt das neueste Buch von K. Hase, seine Kirchengeschichte auf Grund akademischer Vorlesungen Tl. I, mir zu Gesicht. Dass der berühmte Kirchenhistoriker über die gelehrte Bildung des Paulus mit mir im wesentlichen einer Meinung ist (a. a. O. pag. 141 f.), gereicht mir zu hoher Freude.

H. Rieck.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die Stellung der Parteien bei dem Tode Heinrichs V. 1125.

In den Jahren des kräftigsten Mannesalters war am 23. Mai 1125 Heinrich V., der letzte Kaiser des salischen Hauses, kinderlos zu Utrecht in das Grab gesunken. Die seinem Geschlechte eigene Zähigkeit und Willenskraft war bei ihm zur Härte und Tyrannei entartet, und das deutsche Volk konnte seiner Regierung kein gutes Andenken bewahren. Selbst Ekkehard von Aura, der das Regiment des Königs mit den grössten Hoffnungen und den besten Wünschen begrüsst hatte, gelangt zu dem herben Endurteil über ihn: Primo sub specie religionis patrem excommunicatum imperio privavit, confirmatus in honoribus mores mutavit, sed post injurias apostolicae sedi illatas semper se ipso inferior fuit; justiciis regni non multum invigilavit; acer fuit ingenio, fortis et audax, licet parum felix in proeliis, nimius in appetendis alienis.[1]) Günstig urteilt über Heinrich V. eigentlich nur der Engländer Wilhelm von Malmesbury, der seine Erfolge in Italien und sein Verdienst um die Beendigung des Investiturstreites rühmend hervorhebt.[2]) Die Beseitigung dieses langjährigen Zwistes zwischen Staat und Kirche durch das Wormser Konkordat vom 23. September 1122 wurde auch in Deutschland überall mit Freuden begrüsst. Zwar trat durch dasselbe das Papsttum ebenbürtig neben das Kaisertum, zwar musste das Letztere auf die alte Investitur mit Ring und Stab verzichten, aber der notwendige Einfluss auf die Wahl der hohen deutschen Prälaten blieb ihm doch durch die Bestimmung gesichert, dass die Wahlen in Gegenwart des Königs stattfinden mussten und dass die weltliche Investitur mit den Regalien der geistlichen Weihe voranging.[3]) Das Verdienst der Vollendung dieses Friedenswerkes gebührt jedoch weniger Heinrich V. als der römischen Kurie und den deutschen Fürsten, und schliesslich ist das Wormser Konkordat kein Friede, sondern nur ein Waffenstillstand in dem grossartigen Kampfe zwischen Kaisertum und Papsttum, und Friedrich Barbarossa auf

[1]) Ekkehardi Chronica 1125 Monum. Germ. Scr. VI, 266.

[2]) Mon. Germ. X, 483. W. v. Malmesbury war ein eifriger Parteigänger Mathildens bei ihren Kämpfen für die Nachfolge ihres Sohnes in England. Mathilde nannte sich dort mit Vorliebe „die Kaiserin".

[3]) Mon. Germ. Leges II, 75 ff.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

der einen, Hadrian IV. und Alexander III. auf der andern Seite bezeichnen einen weiteren Abschnitt dieses Kampfes. In den letzten Jahren waren die Blicke des Kaisers nach Westen gerichtet. Er unternahm im Bunde mit dem König von England, seinem Schwiegervater, einen Kriegszug gegen Frankreich, aber das Unternehmen scheiterte kläglich und diente nur dazu, bei den Franzosen ein noch schlummerndes Nationalgefühl wachzurufen. Noch war Heinrich V. mit den Angelegenheiten des Westens beschäftigt, als ihn seine letzte Krankheit befiel. Das Leiden verschlimmerte sich bald, jetzt eilte auch sein nächster Verwandter, Herzog Friedrich II. von Schwaben, an das Krankenbett. Mit ihm und den anwesenden Fürsten besprach Heinrich noch die Lage des Reiches, ihm als dem Erben seiner Güter vertraute er auch den Schutz seiner Gemahlin, der englischen Königstochter Mathilde an, dann schloss er die Augen für immer. Mit stattlichem Geleite der Fürsten wurde er zu Speier in dem Grabgewölbe, welches seine königlichen Vorfahren Konrad II., Heinrich III. und den unglücklichen Heinrich IV. umfing, mit grossen Ehren bestattet. [4])

Zunächst trat nun ein dreimonatliches Interregnum ein, zum ersten Male seit hundert Jahren hatte die deutsche Nation wieder Gelegenheit, ihr Wahlrecht auszuüben. Dieses Wahlrecht aber tritt in der deutschen Geschichte in einer merkwürdigen Verbindung mit der Erblichkeit auf. Die Königswahl war nur die Anerkennung des vorhandenen Anrechtes, oder die Auswahl der geeigneten Persönlichkeit innerhalb der königlichen Familie, der stirps regia. Durch diese Anerkennung seitens der Träger der politischen Gewalten wurde aber erst die Berechtigung zum Recht. [5]) Sowohl das sächsische als das fränkische Königshaus haben mit Bewusstsein danach gestrebt, auf dem schwankenden Boden des Wahlreiches die Erbmonarchie zu begründen. Otto I. liess seinen Sohn schon während seiner Lebenszeit zum Nachfolger wählen, dieser ebenfalls auf dem Reichstage zu Verona (Juni 983) den noch nicht vierjährigen Otto III. Heinrich II. beanspruchte das Reich nach Erbrecht und nannte sich selbst König durch Erbrecht und Wahl. [6]) Konrad II. war ebenso wie sein Gegenkandidat, der jüngere Konrad, Urenkel der Liutgarde, ältesten Tochter Ottos des Grossen. [7]) In dem kraftvollen Regimente Konrads II. und Heinrichs III. tritt der Gedanke eines erblichen

[4]) Über die letzten Tage Heinrichs handelt ausser Ekkehard noch Otto von Freising Chron. VII, 16 (M. G. XX, 256).

[5]) Die Verbindung von Wahl und Erblichkeit bespricht Waitz, deutsche Verfassungsgeschichte Band 7, S. 121—128; cf. auch H. Bresslau in den Jahrbüchern Konrads II, S. 10 ff.

[6]) Heinrich II. war der älteste Enkel des zweiten Sohnes Heinrichs I.; über seine Wahl cf. Giesebrecht, Kaisergesch. II, 14 ff. Er betont selbst in einer Urkunde vom 15. Januar 1003 seine Verwandtschaft mit dem Königshause und fährt fort: ut Deo praeside concors populorum et principum nobis concederetur electio et hereditaria in regnum successio, cf. Usinger zu Hirschs Jahrbüchern Heinrichs II., I, S. 438.

[7]) H. Bresslau hat nachgewiesen, dass Heinrich II. keinerlei Fürsorge für die Nachfolge im Reiche getroffen hat. Gegen die Designation Konrads II. wendet sich der 10. Exkurs zu Band III der Jahrbücher Heinrichs II. (S. 356 ff.), gegen die Ansicht Harttungs von der Designation des jüngeren Konrad der 2. Exkurs zu seinen Jahrb. Konrads II. (S. 343 ff.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Königs- und Kaisertums deutlich hervor, Heinrich IV. war der Nachfolger seines Vaters schon in der Wiege, noch vor seiner Wahl und Krönung wurde ihm gehuldigt.[8]) Unter ihm begann der Kampf mit dem durch seinen Vater reformierten Papsttum, und die Bischöfe, welche fortwährend für die Freiheit ihrer eigenen Wahl kämpften, betrachteten am Ende die Königswahl wie eine Bischofswahl, und unter diesem Gesichtspunkte erschien ihnen die Erbfolge als eine Art von Simonie.[9]) Deutlich tritt diese Doktrin von der freien Wahl hervor bei der Parteiwahl des Jahres 1077: Rudolf musste neben der Gestattung von kanonischen Bistumswahlen auf Andringen der päpstlichen Legaten ausdrücklich das Recht des Volkes, d. h. der Grossen anerkennen, nach seinem Tode frei über das Reich zu verfügen, und jedem Erbrecht seiner Kinder entsagen.[10]) Durch die Politik der Ottonen war der Einfluss der Bischöfe auf die Angelegenheiten des Reichs ein überwiegender geworden. Die weltlichen Fürsten kümmerten sich im allgemeinen wenig um das Reich, sie waren zufrieden, wenn sie ungehindert ihrem Vorteil nachgehen konnten. Schon früher wäre die klerikale Opposition zur Herrschaft gelangt, wenn Heinrich V. dies nicht dadurch gehindert hätte, dass er sich selbst an ihre Spitze stellte.[11]) Jetzt bei dem Tode Heinrichs V. musste sich zeigen, ob in Deutschland das Princip der Erbmonarchie oder der Wahlmonarchie zur Herrschaft gelangen sollte.

Den nächsten Anspruch auf den erledigten Thron hatte des Kaisers ältester Neffe Friedrich von Schwaben, durch seine Mutter Agnes ein Enkel Heinrichs IV. Er erbte die Eigengüter oder Allode der Salier, aber da thatsächlich bisher das Erbrecht im Reiche gegolten hatte, so war man gar nicht zu einer strengen Scheidung von Eigengut und Reichsgut gelangt, dieselben zu trennen schien kaum möglich und musste zu endlosen Konflikten führen. Durch den Schutz der Kaiserin waren ihm, wenigstens mittelbar, auch die Reichsinsignien übergeben, und mit ihnen hielt er gleichsam ein Pfand der Königswürde in seinen Händen.[12]) Denn diese Insignien waren das konkrete Zeichen der Herrschergewalt, sie waren

[8]) Interessant sind in dieser Beziehung die Krönungsformeln aus dieser Zeit (M. G. Leges II, 78). Nach der Königskrönung redet der Erzbischof den Gekrönten an: Ita et retine locum amodo, quem hucusque paterna successione tenuisti hereditario jure tibi delegatum per auctoritatem Dei omnipotentis et presentem traditionem nostram. Bei der Kaiserkrönung heisst es in der consecratio: Reges quoque de lumbis ejus per successiones futurorum temporum egrediantur regnum regere illud.

[9]) Wattenbach in der praefatio seiner Ausgabe der narratio de electione Lotharii, M. G. XX, 509.

[10]) Brunonis de bello Saxonico liber M. G. V, 365: ut regia potestas nulli per hereditatem, sicut ante fuit consuetudo, cederet, sed filius regis, etiamsi valde dignus esset, potius per electionem spontaneam quam per successionis lineam rex proveniret, si vero non esset dignus regis filius, vel si nollet eum populus, quem regem facere vellet, haberet in potestate populus.

[11]) cf. Wattenbach, Gesch. des römischen Papsttums S. 160.

[12]) Über die Reichsinsignien handelt Waitz, Verfassungsgesch. VI, 223—38. Ekkehard zählt sie am vollständigsten auf M. G. VI, 231 ad annum 1106: regalia vel imperialia insignia, crucem scilicet et lanceam, sceptrum, globum atque coronam.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

durchaus nötig, den geschehenen Wahlakt als vollständig und unanfechtbar hinzustellen. Heinrich II. hatte sich sogleich bei dem Tode Ottos III. derselben bemächtigt, [13]) unmittelbar nach der Wahl von Kamba hatte sie die Kaiserin-Witwe Kunigunde dem erwählten Konrad II. überreicht, [14]) und auch späterhin gingen Konrads III. eifrigste Bemühungen dahin, sie Heinrich dem Stolzen zu entreissen. [15]) Wahrscheinlich hatte auch der sterbende Kaiser den um ihn versammelten Fürsten seinen Neffen Friedrich zum Nachfolger empfohlen, obgleich es nicht ausdrücklich von den Quellen erwähnt wird. [16]) Jedenfalls hat Friedrich dergleichen Erbansprüche, wie ja auch natürlich war, zu besitzen vermeint, und seine Persönlichkeit, seine Machtmittel, seine über das ganze obere Deutschland verzweigte Verwandtschaft schienen ihn in die Lage zu setzen, seine Ansprüche durchzusetzen. Ihn selbst schildert uns Otto von Freising als tapfer im Kriege, gewandt in Geschäften, heiter von Antlitz und Gemüt, leutselig im Gespräch und so freigebig, dass die Menschen gern unter ihm Kriegsdienste nahmen. [17]) Sein Schwiegervater, Heinrich der Schwarze von Baiern, war der mächtigste Reichsfürst dieser Zeit. Ausser dem Herzogtum Baiern und dem reichen Hausbesitz in Schwaben hatte er durch seine Heirat mit Wulfhild, Tochter des Herzogs Magnus von Sachsen, die Hälfte der ausgedehnten Billungischen Güter, namentlich Lüneburg und das umliegende Gebiet, erworben. [18]) Friedrichs Mutter Agnes hatte sich in zweiter Ehe mit dem Markgrafen Leopold von Oestreich vermählt; auch mit den in Schwaben und Franken reichbegüterten Geschlechtern der Zähringer und Vohburger stand er in verwandtschaftlichen Beziehungen. [19]) Aber der kriegerische Ruhm, der ihn schmückte, war erworben im Kampfe gegen die Kirche, und obgleich er in den letzten Jahren mehrfache Versuche der Annäherung an die klerikale Partei gemacht hatte, [20]) so sollte sich doch bald zeigen, dass sie keineswegs versöhnt war.

Um die Stellung dieser Partei zu charakterisieren, erscheint es am zweckmässigsten, die Männer an ihrer Spitze zu schildern, welche nach dem Urteile aller Zeitgenossen am meisten den Ansprüchen des Schwabenherzogs entgegengewirkt haben.

---

[13]) Giesebrecht, Kaisergesch. II, 15.

[14]) Wipo, vita Chuonradi cap. 2 (M. G. XI, 244.)

[15]) Otto Frising. chron. VII, cap. 23 (M. G. XX, 260.) Die historia Welforum Weing. c. 24 M. G. XXI, 467 setzt hinzu: multis illectus promissis.

[16]) Ekkehard sagt nur: de regni statu, prout potuit, consilium dedit.

[17]) Gesta Friderici I, cap. 12, M. G. XX, 359.

[18]) Die Besitzungen in Schwaben sind aufgeführt bei Stälin, Wirtemb. Gesch. II, 265—68; die Güter in Sachsen bei Stälin II, 257. Über die Ausdehnung der herzoglichen Gewalt in Baiern handelt Waitz, Verfassungsgesch. VII, 126 ff.

[19]) Über die Verwandtschaftsverhältnisse der Staufer cf. Otto Frising. Gesta Frider. I. cap. 10 und 14, M. G. XX, 358 und 360.

[20]) So beim Beginn des Würzburger Bischofsstreites Anfang 1122 und 1124 bei dem Aufstand der Wormser.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Auf dem Stuhle von Mainz sass damals einer der bedeutendsten und energievollsten Männer, welche diese stürmische Zeit hervorgebracht hat, Adalbert I. aus dem Hause der Grafen von Saarbrücken.[21]) Wie viele seiner Vorgänger war er in der königlichen Kanzlei ausgebildet und bei seiner hervorragenden Begabung bald zu der Würde des Kanzlers emporgestiegen. Als solcher wurde er dann der vertrauteste Ratgeber Heinrichs V. und das eigentliche Werkzeug bei der Ausführung seiner politischen Pläne.[22]) Die Anerkennung liess nicht lange auf sich warten; nach dem Tode des Erzbischofs Ruthard von Mainz (2. Mai 1109) wurde Adalbert zum Nachfolger designiert, aber nicht eher erhielt er die Investitur, als bis er die unbedingte Ergebenheit gegen seinen Herrn auch im Kampfe gegen den Papst bewährt hatte. Ihm vor allen wird die Urheberschaft jenes brutalen Handstreiches gegen die Person des Papstes Paschalis II. auf dem Romzuge von 1111 zugeschrieben.[23]) Jetzt mochte Heinrich glauben, seinen Kanzler für immer an seine Politik gekettet zu haben, und vertraute ihm den ersten geistlichen Fürstenthron seines Reiches an. In dieser Erwartung wurde er bitter getäuscht. Kaum war Adalbert auf den Mainzer Erzstuhl gelangt, als er sich mit den Feinden des Kaisers in Verbindung setzte und sich plötzlich zu einem ebenso eifrigen Verteidiger der römischen Kirche aufwarf, als er früher an ihrer Demütigung gearbeitet hatte. Möchte man nun annehmen, dass innere Umkehr, Reue und Zerknirschung, wie sie sich bei Menschen dieser Zeit finden, seinen plötzlichen Parteiwechsel bewirkt habe, so widerspricht dem sein ganzes folgendes Leben, welches im Streben nach weltlicher Macht und äusserem Glanze aufging.[24]) Er wollte selbst einen bestimmenden Einfluss auf die Geschicke des Reiches ausüben, und dass dies bei Heinrichs Charakter nur auf dem Wege der Opposition möglich war, musste der langjährige Vertraute des Kaisers am besten einsehen. Er suchte nun jenen Bund der Fürsten und der Kirche zu erneuern, der schon einmal dem Reiche verhängnisvoll geworden war, aber der erzürnte Kaiser kam ihm zuvor, nahm ihn gefangen und hielt ihn ohne Rechtsspruch und Urteil drei Jahre in harter und grausamer Gefangenschaft.[25]) An aufrichtige Versöhnung war jetzt nicht mehr

---

[21]) Vgl. im allgemeinen Fr. Kolbe, Erzbischof Adalbert von Mainz und Heinrich V., Heidelberg 1872 und E. Bernheim, Lothar III. und das Wormser Konkordat, Seite 4 ff.

[22]) Heinrichs eigene Worte im Manifest bei Giesebrecht III, 1239: totum cum illo, nil sine illo disposuimus; secretorum regni conscius, nullius consilii inscius . . . ; und weiterhin: non modo nobis secundum, verum dimidium animi nostri fecimus.

[23]) Otto Frising. Chron. VII, 14, M. G. XX, 255: Hujus sceleris autor fuisse dicitur Albertus; Casus Monast. Petrishus. III, 43, M. G. XX, 659: Adilbertus, cujus consilio et auxilio, ut tunc ferebatur, omnia illa mala Heinricus egerat, quae Romae perpetraverat.

[24]) Die sehr kirchlich gesinnte Petershäuser Chronik sagt darüber: Adilbertus nunc eum regno privare conabatur, quasi pro vindicta apostolici, sed verius pro ambitione magis quam pro justitia.

[25]) Giesebrecht III, 841 und 1193 folgert aus den Worten Ekkehards (M. G. VI. 249): re cognita custodiae traditur zu viel, wenn er von einem Fürstengericht redet, vor welches Adalbert gestellt sei. Dagegen

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zu denken, Adalbert hegte von nun an Todfeindschaft gegen den Kaiser im Herzen. Mit rastloser Energie hat er hinfort als Haupt der opponierenden deutschen Fürsten und der römischen Kirche gegen Heinrich den Kampf geführt, zu wiederholten Malen hat er den Bannfluch gegen ihn und seinen Anhang geschleudert, ja seine Absetzung in Aussicht genommen.[26]) Damals hat ihm Friedrich von Staufen als Reichsverweser während Heinrichs Abwesenheit in Italien mit den Waffen in der Hand gegenüber gestanden.[27]) Gleichsam zur Belohnung seiner Dienste wurde Adalbert im Jahre 1118 zum Legaten des päpstlichen Stuhles in Deutschland ernannt und war als solcher nur den a latere des Papstes entsandten Kardinälen untergeordnet.[28]) Schrecklich litt das deutsche Reich unter diesen fortwährenden Kämpfen und Fehden, so dass auch die weltlichen Fürsten endlich fühlten, dass dabei das Reich zu Grunde gehen müsse.[29]) Aber selbst als sich überall das Bedürfnis nach Frieden geltend machte, widerstrebte Adalbert der Versöhnung. Es bedurfte erst der nachdrücklichen Aufforderung seitens des Papstes und des energischen Auftretens der römischen Legaten, an deren Spitze Lambert von Ostia stand, um ihn zu bewegen, an der Herbeiführung des Friedens zwischen Staat und Kirche mitzuwirken. Noch in Worms[30]) nahm er das Investiturrecht für die Kirche in Anspruch, so dass die weltlichen Fürsten ihm entgegentraten und ihn beschuldigten, er gehe auf die Zerstörung des Reiches aus.[31]) Bei dem Abschluss des Vertrages hat er dann namentlich die Interessen seiner erzbischöflichen Stellung wahrgenommen, denn wir dürfen wohl die Bestimmung, durch welche bei zwistigen Bischofswahlen das Oberentscheidungsrecht der Metropolitangewalt zugesprochen wird, auf Adalbert zurückführen.[32]) Aber trotz seiner Beteiligung an dem Friedenswerke war ihm dasselbe

spricht auch der allgemeine Unwille, welcher sich über die That erhob, cf. Otto Frising. Chron. VII, 14 M. G. XX, 255 und Helmold I, 40.

[26]) Über die Absetzung des Kaisers muss in der Synode zu Fritzlar verhandelt sein, wir sind aber mangelhaft über diese Sache unterrichtet (Kolbe, Erzbischof Adalbert, S. 84).

[27]) Die Belagerung von Mainz durch Friedrich schildert uns eingehend Otto von Freising Gesta Friederici I, 13, M. G. XX, 359.

[28]) Giesebrecht III, 919 setzt die Ernennung Adalberts zum ständigen Legaten unrichtig in das Jahr 1119 auf das Reimser Konzil, wie Kolbe S. 87 nachweist.

[29]) Man lese z. B. die Schilderung bei Ekkehard zu den Jahren 1116 und 1120.

[30]) Scheffer-Boichorst, Annales Patherbrunnenses S. 195 verlegt mit Recht den Abschluss des Wormser Konkordates nach Lobwisen bei Lorsch.

[31]) Er schreibt selbst an Calixt bei Jaffé, Biblioth. rer. Germ. V, 518: universa laicorum multitudo imperii nos destructores inclamabat.

[32]) Urkunde Calixt's Mon. Germ. leges II, 75: ut si qua inter partes discordia emerserit, metropolitani et conprovincialium consilio vel judicio saniori parti assensum et auxilium praebeas, cf. Bernheim, Zur Geschichte des Wormser Konkordates S. 26. Bedeutsam ist, dass die päpstliche Urkunde nur auf Heinrich V., die kaiserliche aber sanctae catholicae ecclesiae ausgestellt ist. Hierauf hat man sich später in Rom berufen, wie Otto von Freising chron. VII, cap. 16, M. G. XX, 256 anführt: hoc pro bono pacis sibi soli et non successoribus datum dicunt Romani.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

verhasst, wie aus seinen Briefen an den Papst deutlich hervorgeht; ihm waren ja dadurch die Hände gebunden, seiner Stellung an der Spitze der Opposition die Basis entzogen.[33]) Es kam sogar soweit, dass er im folgenden Jahre mit dem Kaiser gegen seinen langjährigen Verbündeten, Herzog Liuder von Sachsen, zu Felde zog.[34]) Erst bei dem Tode Heinrichs V. war der Zeitpunkt gekommen, wo er wieder frei handeln und entscheidend in die Verhältnisse eingreifen konnte. Als Erzbischof von Mainz und Erzkanzler des deutschen Reiches hatte er die Geschäfte während des Interregnums sowie die Neuwahl zu leiten, und er war ganz der Mann danach, die Macht, welche ihm diese Stellung gab, völlig auszunutzen.[35]) Aber er war keineswegs gewillt, diese Macht zu Gunsten des Staufers in die Wagschale zu legen.

Adalberts treuer Bundesgenosse in allen Kämpfen gegen den Kaiser war Erzbischof Friedrich von Köln.[36]) Auch er war anfangs kein Anhänger der Gregorianischen Ideen gewesen, erst später trat er mit den Häuptern der strengkirchlichen Richtung in Frankeich und Burgund in enge Verbindung. Während der Gefangenschaft des Mainzers stand er an der Spitze des Fürstenbundes und setzte sich mit dem fanatischen Kuno von Präneste in Verbindung, der Ostern 1115 in Köln das Anathem über den Kaiser aussprach. In den lebhaftesten Farben schildert er in einem Briefe an den friedlichen Otto von Bamberg die Knechtschaft der Kirche,[37]) und lieber erfüllte er seinen Sprengel mit Kriegslärm und Verwüstung, als dass er einem Suffraganen gestattet hätte, die Investitur aus des Königs Hand zu nehmen.[38])

Ein ganz anderer Mann war der Erzbischof Konrad von Salzburg.[39]) Er hatte zwar neben Adalbert und Friedrich in den Reihen der Ultrapartei mit aller Energie gegen den Kaiser gekämpft, aber von jenen schied ihn seine tiefe, innerliche Frömmigkeit. In ihm

[33]) Namentlich geht dies hervor aus einem Briefe, den er in den ersten Monaten des Jahres 1123 an den Papst Calixt schrieb (Jaffé Biblioth. III, 394): quod totum assecutus est imperator compositione hujus pacis .... si tam absoluta potestas imperatori conceditur saeviendi in qualemcunque istum episcopum reliquis fidelibus scandalum et intolerabilis persecutio generabitur.

[34]) Bei dieser Gelegenheit lässt Cosmas von Prag (III, 35) den Herzog Liuder jene Worte sprechen, die zeigen, in welchem Rufe Adalbert stand: an ulla putatis carere dolis consilia Moguntini archipraesulis Adalberti? An nondum ejus Atticam prudentiam experti estis?

[35]) Der Einfluss der Mainzer Erzbischöfe als Leiter der Wahl war so bedeutend, dass ihnen vielfach die Erhebung des Königs direkt zugeschrieben wird; ich erinnere an Hatto, Willigis, Aribo. Die Geschäftsleitung war unbeschränkt, da kaum irgend etwas definitiv bei der Wahl festgesetzt war.

[36]) Er war der Bruder des Markgrafen Engilbert von Friaul und des Bischofs Hartwig von Regensburg; cf. Jaffé, Gesch. des deutschen Reiches unter Lothar, Beilage 7 S. 248.

[37]) Jaffé, biblioth. rer. Germ. V, 294.

[38]) Über den Lütticher Bischofsstreit berichten die Gesta abbat. Trudonensium liber XI, cap. 3—12, M. G. XI, 299—302 und die vita Friderici episc. Leodiensis cap. 4, M. G. XII, 503.

[39]) Wir besitzen eine recht gute Lebensbeschreibung von ihm in der Vita Chunradi M. G. XI, 62 ff. Man vergleiche auch über ihn Wattenbach, Geschichtsquellen II, 212—13 und Bernheim: Zur Geschichte des Wormser Konkordats S. 45 ff.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

waren die neuen kirchlichen Ideen gleichsam verkörpert, und unablässig strebte er danach, sie in seinem Bereiche durchzuführen. Hirschauer Mönche wurden in die Klöster berufen, besonders den Orden der regulierten Chorherren führte er in seinem Sprengel ein. In den Gang der grossen Politik griff er nicht ein, wenn man ihm nur gestattete, in seinem Kreise nach seinem Sinne zu wirken. Bei der Übernahme des Stiftes war das Kirchengut zum grössten Teile von den weltlichen Nachbarn occupiert, kaum 100 Hufen soll er vorgefunden haben; mit unsäglicher Mühe gelang es ihm, den grössten Teil ihren räuberischen Händen zu entreissen. Konrad war ein Mann von unerschütterlicher Überzeugungstreue und errang sich dadurch selbst die Achtung der Gegner. Die härtesten Verfolgungen des Kaisers und seiner Anhänger, die ihn zwangen, in dem Lager des Sachsenherzogs Liuder Schutz zu suchen, vermochten ihn nicht in seinen Grundsätzen wankend zu machen.[40]) Mit dem Mainzer und Kölner Erzbischof bestimmte er den Papst Calixt, auf dem Reimser Konzil Heinrich V. mit dem Banne zu belegen.[41]) Bei dessen Tode musste sein eifrigstes Bestreben dahin gehen, einen Fürsten auf den Thron zu erheben, der den kirchlichen Reformideen ergeben war.

In den Händen dieser drei Männer lag die Leitung der kirchlichen Partei bei dem Tode Heinrichs V. Wie wir oben gesehen haben, hatte das Bestreben dieser Partei, die Idee der Erbmonarchie zu durchbrechen und die reine Wahlmonarchie herzustellen, schon bei der Wahl des Gegenkönigs Rudolf seinen konkreten Ausdruck gefunden. Jetzt war für sie die Zeit gekommen, durch die Hinstellung einer augenscheinlichen Thatsache allen Erbansprüchen für die Zukunft zu begegnen. Auch befürchtete sie von dem Staufer trotz seiner Annäherungsversuche, dass er die Politik der letzten Salier fortsetzen werde. War aber die kirchliche Partei entschlossen, Friedrich von Schwaben von der Thronfolge auszuschliessen, so musste sie sich auf einen schweren Kampf gefasst machen. Denn es war vorauszusehen, dass er, falls er bei der Wahl unterlag, versuchen werde, seine Ansprüche mit den Waffen in der Hand durchzusetzen. Daher musste man auf die Erhebung eines machtvollen und kriegerischen Fürsten bedacht sein, der im stande war, dem Staufer mit Erfolg entgegenzutreten. Die Wahl konnte nicht zweifelhaft sein, sie musste mit Notwendigkeit auf den langjährigen Kampfgenossen der klerikalen Partei, Herzog Liuder von Sachsen, fallen.

Graf Liuder oder Lothar von Supplinburg nahm ursprünglich durch Geburt keineswegs eine bedeutende Stellung unter den Grossen Sachsens ein.[42]) Erst seine Heirat mit Richenza, der Enkelin Ottos von Nordheim und Nichte Ekberts, der reichsten Erbin Sachsens,

---

[40]) Vita Chunradi c. 12 M. G. XI, 70: Saxoniam venit, benigne receptus ab episcopis Hildinesheimensi et Halberstatensi, sub duce Lothario, cum solus cum terra sua, id est Saxonia, sanctae Romanae atque apostolicae ecclesiae servabat obedientiam.

[41]) Otto Frising. chron. VII, 15, M. G. XX, 255: Sententia anathematis a Calixto suadente Alberto Moguntino, Friderico Coloniensi, Conrado Juvaviensi in eum datur.

[42]) Über die Namen Liuder und Lothar cf. Chron. Gozec. cap. 17, M. G. X, 154: Liudegerus dux Saxonum regni gubernacula suscepit, Lothariusque nomen mutavit.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

hatte ihn über seine Standesgenossen emporgehoben; er war jetzt durch seinen Güterbesitz, der sich namentlich über Engern und Ostfalen erstreckte, der mächtigste Herr im Sachsenlande.[43]) Schon in seiner Jugend hatte Lothar für das alte Sachsenrecht und Sachsenfreiheit gestritten, und als sich Heinrich V. gegen den alten Kaiser empörte, da schlossen sich ihm die Edlen Sachsens, als einer der eifrigsten Lothar, an. Zur Belohnung belehnte ihn 1106 nach dem Aussterben der Billunger Heinrich V. mit dem Herzogtum.[44]) Hatte der letzte Billunger es nicht verstanden, in dem grossen Kampfe seines Stammes sich an die Spitze der Bewegung zu stellen, so betrachtete sich Herzog Lothar von Anfang an als Vorkämpfer des sächsischen Volkes und seiner Sonderinteressen im ganzen Umfange.[45]) Besonders war es die Erbfolgefrage der Seitenverwandten in den grossen Reichslehen, für welche er immer wieder an der Spitze der sächsischen Fürsten die Waffen ergriff. Es wirkten bei diesen Kämpfen der Sachsen Abneigung gegen das fränkische Königshaus, Stammeseifersucht und Partikularismus mit dem Eifer für die kirchlichen Reformideen zusammen. Dass Lothar diese Stellung voll und ganz erfasste und überall thatkräftig eingriff, verschaffte ihm eine Stellung, welche der des Herzogs von Baiern und Schwaben wenig nachgab. Ja er ging so weit, dass er sich als Herzog das Recht vindicierte, bei Erledigung der Marken das entscheidende Wort zu sprechen.[46]) Fast während der ganzen Regierung Heinrichs V. hat Lothar die Opposition der Laienfürsten gegen den Kaiser geleitet. Auch nach dem Wormser Vertrage, an dem er, so weit wir sehen, keinen Anteil nahm,[47]) versöhnte er sich nicht mit dem Kaiser, so dass noch 1124 gegen ihn ein Reichsfeldzug angesagt war. In dieser Stellung war er ein natürlicher Bundesgenosse der streng kirchlichen Partei; neben seinen kriegerischen Tugenden wussten die Zeitgenossen nichts so sehr an ihm zu rühmen als seine Frömmigkeit, seine Ergebenheit gegen die Kirche und ihre Vertreter.[48])

So wurde denn das Bündnis zwischen der klerikalen Partei und dem Sachsenherzoge geschlossen, und am 30. August 1125 wurde mit Übergehung des rechtmässigen Erben des salischen Hauses in einer stürmischen Sitzung Lothar von den deutschen Fürsten zum Könige

---

[43]) Über die Abstammung und Heirat Liuders siehe Bernhardi, Jahrb. Lothars, Exkurs I, S. 807—17.

[44]) Weiland, Das sächsische Herzogtum, S. 37.

[45]) Weiland, S. 56. Waitz, Verfassungsgesch. VII, S. 161, Anm. 5 meint, dass Lothar nicht einer veränderten Auffassung des sächsischen Ducats Geltung zu verschaffen gesucht habe, sondern, begünstigt durch das Aussterben mehrerer mächtigen Grafenhäuser, durch seine energische Persönlichkeit weiter als die Billunger gekommen sei.

[46]) Weiland, S. 59.

[47]) Giesebrecht, Kaisergesch. III, S. 965. Bernheims gegenteilige Ansicht (Lothar und das Wormser Konkordat, S. 14) scheint mir nicht begründet.

[48]) Der Annalista Saxo nennt ihn a. a. 1125 M. G. VI, 762 ecclesiae studiosus defensor und sacerdotii fidelissimus coadunator. Ferner Anselm von Gembloux M. G. VI, 380: Lotharius dux Saxonum, vir sapiens et industrius et ecclesiastico juri devotus, praepotens divitiis et victoriis.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

gekürt. Dies Resultat wurde aber erst dadurch ermöglicht, dass man Heinrich von Baiern bewog, seinen Schwiegersohn zu verlassen und zu Lothar überzutreten. Indem man die einzige Tochter Lothars dem Sohne des Baiernherzogs verlobte, eröffneten sich dem Welfenhause unermessliche Aussichten, aber es wurde dadurch zugleich der Grund zu jener Feindschaft zwischen Staufern und Welfen gelegt, welche so unheilvoll für das deutsche Reich geworden ist.

W. Salow.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Über einige Trisektionskurven.

Als im Jahre 1872 Herr Hippauf im III. Bande des III. Jahrgangs der Hoffmannschen Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht seine Abhandlung „über die Trisektion mittelst der Konchoide auf cirkularer Basis“ veröffentlichte, hat er wohl schwerlich vorausgesehen, dass alsbald von verschiedenen gewichtigen Seiten die Priorität seiner Erfindung bestritten werden würde. Solches geschah aber bereits im V. Jahrgange, Heft III, pag. 226 derselben Zeitschrift von Seite des Herrn Curtze-Thorn. Derselbe sagt: „Die erste Spur der von Herrn H. gegebenen Lösung findet sich bestimmt bei Archimedes (Lemma 8), es ist aber wahrscheinlich, dass sie noch weiter zurück auf den Erfinder der Konchoiden überhaupt, auf Nikomedes, zurückgeht.“ Und an einer anderen Stelle sagt Curtze: „Wahrscheinlich aus arabischer Quelle stammt die Lösung, welche Campanus seiner Übersetzung des Euklid am Ende des IV. Buches beigiebt. Sie ist identisch mit der der drei Brüder und mit der des Herrn Hippauf.“ Auch die Erfindung des Trisektionszirkels des Herrn H. findet bei Curtze keine Gnade, da er den Beweis führen kann, dass dieselbe Erfindung leider schon früher von einem anderen gemacht worden ist.

Im VII. Jahrgange, Heft II, pag. 107 f. der Hoffmannschen Zeitschrift kommt Herr Emsmann-Frankfurt a. d. O. nochmals auf die Trisektion zurück, indem er die Resultate einer in Grunerts Archiv von v. Wasserschleben veröffentlichten Abhandlung mitteilt, welche, soweit die Dreiteilung in Frage kommt, das folium Cartesii anwendet. Dass ausserdem zur Lösung des Problems der Trisektion in alter und neuer Zeit noch andere Kurven angewendet sind (Parabel, Hyperbel, Quadratrix u. s. w.), ist dem Verfasser dieser Abhandlung wohl bekannt. Wenn er es trotzdem wagt über das uralte Problem hier noch einige Worte zu sagen, so thut er dieses zwar auf die Gefahr hin, dass auch seinen Mitteilungen die Priorität abgesprochen werden kann, aber doch in der Hoffnung, dass vielleicht die eine oder die andere seiner Bemerkungen bei dem nachsichtigen Leser einiges Interesse hervorrufen werde.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Zunächst muss es auffallen, dass man beim Wiederausgraben dieses alten Problems der Trisektion in neuerer Zeit zwei so gänzlich verschiedene Kurven wie die Kreiskonchoide und das folium Cartesii so dicht neben einander gestellt findet. Das Auffallende dieser Thatsache verschwindet indes sofort, wenn man als Ausgangspunkt der Betrachtung ein Dreieck annimmt mit den Winkeln α, 2a und $180°-3\alpha$, dessen eine Seite als bekannt angesehen wird, und für welches man den geometrischen Ort für die der gegebenen Seite gegenüberliegende Ecke sucht. Hier sind offenbar drei Fälle möglich.

Erster Fall. Fig. 1.

Gegeben die dem Winkel α gegenüberliegende Seite, gesucht der geom. Ort für den Scheitelpunkt des $\angle\ \alpha$. In jedem Dreiecke dieser Art gilt der Satz, dass $c^2 = a^2+ab$ ist. Denn es ist:

$$c : a = \sin 2\alpha : \sin\alpha = 2\cos\alpha : 1 \text{ oder } \cos\alpha = \frac{c}{2a}.$$

Ferner ist: $c^2 = a^2+b^2-2ab\cos 2\alpha$. Nun ist aber:

$$\cos 2\alpha = 2\cos\alpha^2-1, \text{ daher } \cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{c^2}{4a^2} - 1 \text{ oder}$$

$\cos 2\alpha = \frac{c^2-2a^2}{2a^2}$. Durch Einsetzen dieses Wertes erhalten wir:

$$c^2 = a^2+b^2-b\left(\frac{c^2-2a^2}{a}\right) \text{ oder } ac^2 = a^3+ab^2-bc^2+2a^2b \text{ oder}$$

$$(a+b)\ c^2 = a\ (a^2+b^2+2ab) \text{ oder } c^2 = a\ (a+b) = a^2+ab.$$

Dieser Satz ist auch auf rein geometrischem Wege leicht nachweisbar. — Wird nun C zum Koordinatenanfange gemacht, AD $\perp$ CB gezogen, dann ist CD = x, AD = y, BD = a−x und folglich:

$c^2 = y^2+(a-x)^2$ oder $c^2-a^2 = y^2-2ax+x^2 = ab = a\sqrt{y^2+x^2}$ oder

$(y^2+x^2)^2-4ax\ (x^2+x^2)+4a^2x^2 = a^2(y^2+x^2)$ oder einfacher:

$$y^2 = \frac{a^2+4ax-2x^2 \pm a\sqrt{a(a+8x)}}{2}.$$

Einfacher gestaltet sich die Gleichung bei Einführung von Polarkoordinaten, d. h. wenn $x = \varrho \cdot \cos\varphi$ und $y = \varrho \cdot \sin\varphi$ gesetzt wird in die Gleichung $y^2+x^2-2ax = a\sqrt{y^2+x^2}$. Dadurch wird: $\varrho^2-2a\varrho\cos\varphi = \pm a\varrho$ oder $\varrho = 2a\cos\varphi \pm a$ oder $\varrho = a(2\cos\varphi \pm 1)$ und dieses ist die Gleichung für die Konchoide des Herrn Hippauf oder die limaçon de Pascal (nach Roberval).*)

Zweiter Fall. Fig. 2.

Gegeben die dem Winkel 2α gegenüberliegende Seite AB = c, gesucht der geom. Ort für die der Seite c gegenüberliegende Ecke, d. h. für den Scheitelpunkt des $\angle\ 2\alpha$. — Es sei A Anfang der Koordinaten, CD $\perp$ AB, CD = y, AD = x, BD = c−x. Nun ist

*) Cf. Hoffmanns Zeitschrift, Jahrgang III, Heft 3, pag. 223 f.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$c^2 = a^2 + ab$ und $a^2 = y^2 + (c-x)^2 = y^2 + x^2 - 2cx + c^2 = c^2 - ab$ oder einfacher: $y^2 + x^2 - 2cx = -ab = -\sqrt{y^2+(c-x)^2} \cdot \sqrt{y^2+x^2}$ und daraus folgt nach den nötigen Reduktionen:

$$y^2 = \frac{x^2(3c-2x)}{2x+c}$$

und das ist dieselbe Gleichung wie die von Emsmann*) für das folium Cartesii angegebene.

Auch die Gleichung dieser Kurve gestaltet sich einfacher in Polarkoordinaten, wenn $x = \varrho\cos\varphi$ und $y = \varrho\sin\varphi$ gesetzt wird. Denn dann wird $\frac{y^2}{x^2} = \operatorname{tg}\varphi^2$ und folglich:

$$\operatorname{tg}\varphi^2 = \frac{3c-2\varrho\cos\varphi}{c+2\varrho\cos\varphi} \text{ oder einfacher:}$$

$$\varrho = \frac{c}{3}\cos\varphi(3-\operatorname{tg}\varphi^2). -$$

Vergleicht man die vorhin für rechtwinklige (wie in dieser Arbeit immer angenommen wird) Koordinaten erhaltene Gleichung des fol. Cart., welche identisch mit der von Emsmann ist, mit der von Schlömilch für dasselbe folium gegebenen:**) $(4a-3x)y^2 = x(a-x)^2$, so ist leicht zu sehen, dass dieses a entsprechend unserm $\frac{3c}{2}$ ist und dass, um den Koordinatenanfang bei Sch. mit dem unsrigen in Übereinstimmung zu bringen, $a-x = \frac{3c}{2} - x = x_1$ gesetzt werden muss. Dadurch geht die Gleichung von Sch. über in: $\left[6c-3\left(\frac{3c}{2}-x_1\right)\right]y^2 = x_1^2 \cdot \left(\frac{3c}{2}-x_1\right)$ oder

$$\left(\frac{3c}{2}+3x_1\right) y^2 = x_1^2 \left(\frac{3c}{2}-x_1\right) \text{ oder } y^2 = \frac{x_1(3c-2x_1)}{3(c+2x_1)}.$$

Werden nun beide Kurven als über derselben Seite c beschrieben angesehen und die Punkte gleicher Abscissen mit einander verglichen, dann ist das x_1 in der letzten Gleichung identisch mit dem x der obigen Gleichung. Bezeichnen wir dann ferner die Ordinate von Sch. mit y_1, so heissen die beiden Gleichungen

$$y^2 = \frac{x^2(3c-2x)}{c+2x} \text{ und } y_1^2 = \frac{x(3c-2x)}{3(c+2x)}.$$

Daraus folgt aber, dass $y^2 = 3y_1^2$ oder dass $y : y_1 = \sqrt{3} : 1$ ist.

Das heisst: die beiden Kurven, welche hier beide als folium Cartesii aufgeführt sind, sind keineswegs identisch, wenn auch ihre nahe Verwandtschaft nicht geleugnet werden kann. Sie sind vielmehr als projektivische Kurven zu bezeichnen, wie es z. B. Kreis und Ellipse über derselben Hauptaxe sind. Denkt man sich die erstere der beiden Kurven kon-

*) Cf. Hoffmanns Zeitschrift, Jahrgang VII, Heft 2, pag. 109.

**) Cf. Übungsbuch zum Studium der höheren Analysis von Schlömilch, II. Teil, dritte Auflage, pag. 60, No. 9 und für die folgenden Bemerkungen ebendaselbst No. 17.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

struiert, so ist für jeden Punkt derselben ein Punkt von gleicher Abscisse in der Schlömilchschen Kurve leicht zu bestimmen, wenn man nur die Ordinate der ersten Kurve zur Höhe eines gleichseitigen Dreiecks macht, denn dann ist die Ordinate der anderen Kurve die halbe Grundlinie dieses Dreiecks. Auch gilt natürlich für beide Kurven der Satz, dass Tangenten an zwei Punkte der beiden Kurven, welche gleiche Abscissen haben, sich in demselben Punkte der Abscissenaxe treffen müssen.

In dem Übungsbuche von Schlömilch findet sich unter No. 17, pag. 62 eine Aufgabe, welche offenbar mit dem hier behandelten zweiten Falle ganz identisch ist.

Die Gleichung der Kurve, welche Sch. giebt, lautet:

$$y = \pm \left(\frac{1}{2}\, c+x\right) \cdot \sqrt{\frac{c-x}{c+x}},$$

wo c dieselbe Bedeutung wie bei uns hat, aber der Koordinatenanfang in der Mitte von c liegt. Wird derselbe in Übereinstimmung mit dem unsrigen gebracht, d. h. nach dem in der Figur bei Sch. sich findenden Punkte A verlegt, dann wird diese Gleichung mit der unsrigen identisch.

Es muss auffallen, dass Schlömilch die beiden Kurven unter No. 9 und No. 17 seines, übrigens vortrefflichen, Übungsbuches besonders behandelt, da doch, wenn die Konstanten in beiden gleichgesetzt werden, die eine Kurve nur das projektivische Bild der andern ist. Die bei No. 17 von Schl. gemachte Angabe, dass die Fläche der Schlinge des folium d. h. des geschlossenen Teiles der Kurve $= \frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot c$ sei, ist offenbar falsch, da dieses der Inhalt ihrer halben Fläche ist; richtig dagegen ist die Angabe, dass die Fläche der Schlinge ebenso gross ist wie dasjenige Flächenstück, welches zwischen der Asymptote und den beiden ins Unendliche verlaufenden Zweigen der Kurve liegt. Dieselbe Eigenschaft wird bei No. 9 auch der projektivischen Kurve zugeschrieben und zwar mit Recht. Die bei No. 9 angegebene Abscisse des Kulminationspunktes ist richtig und gilt selbstverständlich auch für die Kurve unter No. 17, dagegen ist der Wert der Ordinate des Kulminationspunktes ebenfalls unrichtig angegeben. —

In der Zeitschrift von Hoffmann VII, 2, pag. 109 giebt Emsmann eine Konstruktion des folium Cartesii. Eine andere, vielleicht noch elegantere Konstruktion ist die folgende, Fig. 2. Man beschreibe über der gegebenen Linie $c = AB$ als Durchmesser einen Kreis, lege an A eine Tangente, ziehe von B aus einen beliebigen Strahl, der den Kreis in M und die Tangente in N trifft. Alsdann ist $AB^2 = BM(BM+MN)$. Beschreibt man dann ferner Kreise mit BM um B und mit MN um A, welche sich in C und C_1 schneiden, dann sind dieselben Punkte des folium, denn es ist $AB^2 = BC(BC+AC)$ oder $c^2 = a(a+b) = a^2+ab$ d. h. es hat das Dreieck ABC die schon beim ersten Falle besprochene Eigenschaft.

Eine andere ebenfalls sehr einfache Punktkonstruktion ist die folgende, Fig. 3. Man verlängere die gegebene Linie $c = AB$ über beide Endpunkte hinaus um $\frac{1}{2}c$ bis A_1 und

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

B_1, beschreibe über $A_1B_1 = 2c$ als Durchmesser einen Kreis, nehme $x = AD$ beliebig an und errichte das Lot DH, ziehe A_1H und lege dazu durch A eine Parallele, welche DH in C trifft. Alsdann ist C ein Kurvenpunkt. Denn es ist $A_1H^2 : B_1H^2 = A_1D : B_1D = \frac{c}{2}+x : \frac{3c}{2}-x = c+2x : 3c-2x$. Ferner ist $A_1H : B_1H = A_1D : DH = AD : CD = x : y$ und also auch $A_1H^2 : B_1H^2 = x^2 : y^2$ und

folglich $c+2x : 3c-2x = x^2 : y^2$ oder $y^2(c+2x) = x^2(3c-2x)$.

Endlich sei noch eine dritte Punktkonstruktion erwähnt (Fig. 3). Errichte in der Mitte von c (in 0) ein Lot, ziehe von A aus einen beliebigen Strahl, der das Lot in G trifft, schlage mit AG um B einen Kreis, der AG in C trifft, dann ist C, sowie ein dazu symmetrisch nach unten liegender Punkt, auch ein Punkt der Kurve. Denn es ist $AG^2 : AO^2 = AC^2 : AD^2$ oder da $AG^2 = BC^2 = y^2+(c-x)^2$ ist : $y^2+(c-x)^2 : \frac{c^2}{4} = y^2+x^2 : x^2$ oder $4[y^2x^2+x^2(c-x)^2] = c^2(y^2+x^2)$ oder $y^2(4x^2-c^2) = x^2[c^2-4(c-x)^2]$ oder $y^2(4x^2-c^2) = x^2 . (2x-c)(3c-2x)$ oder einfacher: $y^2(2x+c) = x^2(3c-2x)$, womit die Richtigkeit der Konstruktion dargethan ist. Diese Konstruktion ist aber an die Voraussetzung geknüpft, dass der Winkel $GAB < 60^0$ (oder $> 120^0$) sein muss, weil sonst der mit AG um den Punkt B beschriebene Kreis den beliebigen von A ausgehenden Strahl nicht treffen würde. Ist der Winkel genau gleich 60^0 (oder 120^0), dann geht der Kreis durch den Punkt A, weil ABG dann ein gleichseitiges Dreieck werden muss.

Diese Strahlen, welche unter Winkeln von 60^0 oder 120^0 gegen die Grundlinie (Abscissenaxe) geneigt sind, haben ausser A keinen weiteren Punkt mit der Kurve gemein: sie sind die Tangenten im Schlingpunkte, d. h. sie berühren den einen Zweig der Kurve und durschneiden gleichzeitig den anderen Zweig.

Diese Thatsache ergiebt sich auch aus der Polargleichung

$$\varrho = \frac{c}{3}\cos\varphi\,(3-\mathrm{tg}\varphi^2);$$

denn für $\varphi = 60^0$ ist $\mathrm{tg}\varphi = +\sqrt{3}$ und für 120^0 ist $\mathrm{tg}\varphi = -\sqrt{3}$, d. h. für beide Annahmen wird $\varrho = 0$. — Da uns das fol. Cart. hier nur als Trisektionskurve interessiert (d. h. die sub No. 17 bei Schlömilch aufgeführte Kurve, nicht die sub No. 9), so enthalten wir uns der Besprechung merkwürdiger geometrischer Beziehungen und heben nur noch hervor, dass die Verwendbarkeit unseres folium zur Trisektion mit dem bislang Gesagten noch keineswegs erschöpft ist.

Denn wenn man die gegebene Seite $c = AB$ über B hinaus (Fig. 3) um $\frac{c}{2}$ bis B_1 verlängert, um B mit $\frac{c}{2}$ einen Kreis beschreibt, in B einen senkrechten Durchmesser EF errichtet, von einem Punkte C_1 des folium an denselben die Tangente C_1M zieht, so ist der $\angle BC_1M$, welchen die Centrallinie mit der Tangente bildet, gleich dem dritten Teile des

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$\angle$ CBF, welchen die Centrallinie mit dem Durchmesser EF bildet. Denn wenn $C_1D_1 = y$ und wieder A Anfang der Koordinaten ist, so ist $\angle C_1BF = BC_1D_1$ und folglich

$$\sin C_1BF = \frac{BD_1}{BC_1} \text{ und ferner } \sin BC_1M = \frac{BM}{BC_1} = \frac{c}{2BC_1}. \text{ Nun ist aber}$$

$$BC_1^2 = C_1D_1^2 + BD_1^2 = y^2 + (c-x)^2 = \frac{x^2(3c-2x)}{c+2x} + (c-x)^2 \text{ oder,}$$

wenn vereinfacht wird, $BC_1^2 = \frac{c^3}{c+2x}$ und $BC_1^2 = \frac{c \cdot \sqrt{c}}{\sqrt{c+2x}}$.

Dadurch wird: $\sin C_1BF = \frac{c-x}{c}\sqrt{\frac{c+2x}{c}}$ und $\sin BC_1M = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{c+2x}{c}}$.

Da nun aber bekanntlich $\sin 3BC_1M = 3\sin BC_1M - 4 \cdot (\sin BC_1M)^3$ ist,

so ist $\sin 3BC_1M = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{c+2x}{c}} - 4 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{c+2x}{c} \cdot \sqrt{\frac{c+2x}{c}} = \left(\frac{3}{2} - \frac{c+2x}{2c}\right) \cdot \sqrt{\frac{c+2x}{c}}$

oder $\sin 3BC_1M = \frac{c-x}{c} \cdot \sqrt{\frac{c+2x}{c}}$. Demnach ist $\sin C_1BF = \sin 3BC_1M$ und folglich $\angle C_1BF = \angle 3BC_1M$ q. e. d. — Der andere Fall, dass $\angle C_1BF + 3BC_1M = 180°$, ist natürlich auch möglich, und gilt derselbe für einen Punkt C auf dem geschlossenen Teile der Kurve. Hieraus folgt die Richtigkeit des Satzes: „Soll ein Punkt bestimmt werden von der Eigenschaft, dass, wenn man von demselben an einen gegebenen Kreis eine Tangente und die Centrallinie zieht, der von diesen Linien gebildete Winkel gleich dem dritten Teile desjenigen Winkels ist, welchen dieselbe Centrallinie mit einem festliegenden Durchmesser EF dieses Kreises bildet, so liegt dieser Punkt auf dem folium Cartesii."

Ist also das folium konstruiert und man will es zur Trisektion benutzen, dann hat man nur nötig den zu triseciernden Winkel an BF in B anzulegen und von dem Punkte C_1 aus, in welchem der andere Schenkel des Winkels das folium (hier einen der unendlichen Zweige) trifft, an den mit $\frac{c}{2}$ um B beschriebenen Kreis eine Tangente zu legen. Denn dann ist BC_1M der gesuchte Winkel.

Aus dem zuletzt Gesagten lässt sich ebenfalls eine einfache Punktkonstruktion des folium herleiten. —

Es giebt noch einen anderen Fall, in dem das folium als Trisektionskurve auftritt. Wenn man nämlich in der Figur 2 die Grundlinie des Dreiecks über B hinaus um sich selbst verlängert bis L, diesen Punkt mit C verbindet und durch B zu AC eine Parallele legt BK, dann ist $CK = LK$ und $\angle KBL = \frac{1}{2}CBK$. Mann kann also vom Dreiecke BLC ausgehend sagen: wenn man über der Grundlinie BL ein Dreieck konstruiert, in welchem die von B zur Gegenseite gezogene Mittellinie den Winkel an B so triseciert, dass $\angle KBL = \frac{1}{2}CBK$ ist, dann ist der geometrische Ort für die Spitze C das folium Cartesii, dessen

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Schlingpunkt in A liegt. Dass auch Punkt K auf einem folium mit der Konstanten $\frac{c}{2}$ liegt, ist selbstverständlich.

Bevor wir das folium verlassen, sei noch erwähnt, dass in jedem Dreiecke ABC, in welchem $\angle C = 2 \angle A$ ist, die Seite CA mit den von C ausgehenden drei Haupttransversalen, d. h. mit der Seitenhalbierenden, der Winkelhalbierenden und der Höhe einen harmonischen Büschel bildet und zwar sind CA und die Winkelhalbierende zugeordnete Strahlen, denn ein in der Mitte von AB errichtetes Lot wird — wie leicht zu zeigen — durch AB halbiert, soweit es zwischen der Seite CA und der Winkelhalbierenden liegt.

Dritter Fall. Fig. 4.

Gegeben die dem Winkel $180°-3\alpha$ gegenüberliegende Seite AC = b, gesucht der geometrische Ort für die Spitze B des Dreiecks. Es ist wieder $c^2 = a^2+ab$. Es sei A Anfang der Koordinaten, BD = y, AD = x, CD = b—x. Nun ist

$c^2 = y^2+x^2$ und $a^2 = y^2+(b-x)^2$, also $c^2-a^2 = b(2x-b)$ und da

c^2-a^2 auch $= ab$ ist, so ist $ab = b(2x-b)$ oder einfacher:

$a = 2x-b$ und folglich $a^2 = 4x^2-4xb+b^2 = y^2+(b-x)^2$ oder

$4x^2-4xb+b^2 = y^2+b^2-2bx+x^2$ oder $3x^2-2bx-y^2 = 0$.

Da somit die Gleichung der Kurve vom II. Grade ist, so muss der gesuchte Ort ein Kegelschnitt sein. Verlegen wir den Koordinatenanfang von A nach O, so dass $AO = \frac{1}{3}b$ ist, dann ist $x = \frac{b}{3}+x_1$. Durch Einsetzen dieses Wertes geht die Gleichung über in $3x_1^2-y^2 = \frac{b^2}{3}$ oder $\frac{x_1^2}{\left(\frac{b}{3}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{b}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1$, d. h. die Kurve ist eine Hyperbel, deren halbe grosse Axe $= \frac{b}{3}$ und deren halbe kleine Axe $\frac{b}{\sqrt{3}}$ ist. Nimmt man $\frac{b}{3}$ als Längeneinheit an, dann heisst die Gleichung einfacher:

$$x_1^2 - \frac{y^2}{3} = 1.$$

Ist e gleich der halben (linearen) Excentricität, so ist $e^2 = 1+3$, also $e = \pm 2 = OC$, d. h. C ist der Brennpunkt und, wenn $OC = OC_1$ ist, so ist C_1 der andere Brennpunkt. Ist ferner A_1 die Mitte von OC, dann sind A und A_1 die Scheitel der Hyperbel. Diese Hyperbel wird von Koppe*) erwähnt. —

Dass diese Hyperbel auf mehrere Weisen punktweise konstruiert werden kann, ist selbstverständlich. Will man, nachdem sie gezeichnet ist, dieselbe zur Trisektion verwenden, dann legt man an ihren einen Scheitel A den zu trisecierenden Winkel $= C_1AE$, errichtet

*) Koppe, Anfangsgründe der analytischen Geometrie. Essen, Bädecker, 1868, pag. 129.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

auf AE in A ein Lot, desgleichen eins auf AB in seiner Mitte M und beschreibt um den Schnittpunkt L derselben mit LA einen Kreis, der die Hyperbel in B trifft. Dann ist $\angle$ ABC gleich dem Supplementwinkel des gegebenen und $\angle$ BAC $= \frac{1}{3}$C,AE, wie leicht zu ersehen ist.

Dass diese Hyperbel ganz das nämliche Recht hat zur Trisektion verwendet zu werden, wie die Konchoide des Herrn Hippauf und wie das folium Cartesii, da ja alle drei Kurven demselben Dreiecke ihren Ursprung verdanken, ist nunmehr wohl einleuchtend.

II. Teil.

Im folgenden mögen noch einige andere Kurven als zur Trisektion geeignet angeführt werden, für welche ebenfalls einfache Punktkonstruktionen angegeben werden können und welche auch sonst vielleicht einiges Interesse zu bieten imstande sind.

No. 1. Fig. 5.

Gegeben ein Kreis und ein fester Durchmesser, gesucht der geometrische Ort für einen Punkt C, der die Eigenschaft hat, dass, wenn man von demselben die beiden Tangenten an den Kreis legt, welche den festen Durchmesser in A und B treffen, ein Dreieck entsteht, dessen Winkel C doppelt so gross wie ein Basiswinkel ist.

Der Mittelpunkt O sei Koordinatenanfang, der Radius = a, OE $\perp$ AC, CD = y und OD = x. Aldann ist:

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha &= \frac{a}{\sqrt{x^2+y^2}} \text{ und folglich:} \\ \cos\alpha &= \frac{\sqrt{x^2+y^2-a^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{aligned}\right\} \text{ also } \sin 2\alpha = \frac{2a\sqrt{x^2+y^2-a^2}}{x^2+y^2}.$$

Andererseits ist aber $\sin 2\alpha = \sin COB = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$; daraus folgt, dass

$$\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{2a\sqrt{x^2+y^2-a^2}}{x^2+y^2} \text{ oder } y\sqrt{x^2+y^2} = 2a\sqrt{x^2+y^2-a^2} \text{ oder}$$

$$x^2 = \frac{(y^2-2a^2)^2}{4a^2-y^2} \text{ und } x = \pm\frac{y^2-2a^2}{\sqrt{4a^2-y^2}}.$$

Einfacher wird die Gleichung für Polarkoordinaten, wenn OC = ϱ, x = $\varrho\cos 2\alpha$ und y = ϱ . $\sin 2\alpha$ gesetzt wird. Alsdann wird:

$$\varrho^2\sin 2\alpha = 2a\,.\,\sqrt{\varrho^2-a^2} \text{ oder } \varrho^4\,.\,(\sin 2\alpha)^2 = 4a^2\varrho^2-4a^4 \text{ oder}$$

$$\varrho^4 - \frac{.\,4a^2\varrho^2}{(\sin 2\alpha)^2} = -\frac{4a^4}{(\sin 2\alpha)^2} \text{ und daraus: } \varrho^2 = \frac{2a^2(1 \pm \cos 2\alpha)}{(\sin 2\alpha)^2} \text{ oder getrennt:}$$

$$\left.\begin{aligned} \varrho^2 &= \frac{2a^2(1+\cos 2\alpha)}{(\sin 2\alpha^2)} = \frac{4a^2\cos\alpha^2}{(\sin 2\alpha)^2} \\ \varrho_1{}^2 &= \frac{2a^2(1-\cos 2\alpha)}{(\sin 2\alpha)^2} = \frac{4a^2\,.\,\sin\alpha^2}{(\sin 2\alpha)^2} \end{aligned}\right\} \text{ also: } \left\{\begin{aligned} \varrho &= \pm\frac{2a\cos\alpha}{\sin 2\alpha} = \pm\frac{a}{\sin\alpha} \\ \varrho_1 &= \pm\frac{2a\,.\,\sin\alpha}{\sin 2\alpha} = \pm\frac{a}{\cos\alpha}. \end{aligned}\right.$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Punktkonstruktion: Man nehme A auf dem festen Durchmesser beliebig an, ziehe die Tangente AE, mache OC = OA und ziehe von C die zweite Tangente, wodurch ich B erhalte, dann ist C der gesuchte Punkt. Liegt A nahe an dem Kreise, so dass die von C aus gezogene zweite Tangente einen Punkt B auf derselben Seite von A giebt, dann ist der Aussenwinkel bei C doppelt so gross, wie der Aussenwinkel an A. Wird A so gewählt, dass $\angle\ \alpha = 60°$ ist, dann liegt Punkt B in unendlicher Ferne. Wird A auf der Peripherie selbst angenommen, dann fällt A mit C zusammen, d. h. A ist selbst ein Punkt (Scheitel) der Kurve. Hätte man die entsprechenden Konstruktionen für den Punkt B vorgenommen, dann hätte man einen zweiten Zweig der Kurve erhalten. Beide Zweige verlaufen einander entgegengesetzt und umhüllen (Fig. 6) den Kreis. Die vier ins Unendliche verlaufenden Zweige der Doppelkurve lehnen sich an zwei der Axe AB parallele und von derselben um den Kreisdurchmesser 2a nach oben und unten abstehende Asymptoten LL_1 und MM_1. Wird das Flächenintegral $\int xdy = \int \frac{(y^2-2a^2)dy}{\sqrt{4a^2-y^2}}$ ausgerechnet, so wird $F = -\frac{y}{2}\sqrt{4a^2-y^2}+C$. Da nun für $y = o$ auch $F = o$ sein muss, so hat die Konstante C den Wert $= o$. Also ist: $F = -\frac{y}{2}\sqrt{4a^2-y^2}$. Wird das Integral zwischen $y = o$ und $y = a\sqrt{2}$ genommen, so wird $F = -a^2$. Da nun aber $a\sqrt{2}$ die Ordinate der Durchschnittspunkte E und F ist, wie leicht gezeigt werden kann, so heisst das: der Sector AOE ist (absolut genommen) $= a^2$, also der geschlossene Teil der Kurve AEBF $= 4a^2$. Bestimmt man in ähnlicher Weise die zwischen den unendlichen Kurvenzweigen auf beiden Seiten liegenden Flächengrenzwerte, so findet man, dass diese beiden (ganzen) Flächen ebenfalls $= 4a^2$ sind. Die Kurve hat also, ähnlich wie das folium Cartesii, die merkwürdige Eigenschaft, dass der geschlossene Teil der Kurve eben so gross an Fläche ist, wie die beiden zwischen den vier unendlichen Zweigen und den beiden Asymptoten liegenden Flächenstücke.

Wie die Kurve zur Trisektion verwendet werden kann, ist wohl überflüssig zu zeigen. —

No. 2. Fig. 7.

Ist eine Kurve durch die Gleichung $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{a^2}$ oder $(x^2+y^2)a^2 = x^2y^2$ charakterisiert, so ist $y^2 = \frac{a^2x^2}{x^2-a^2}$ und $x^2 = \frac{a^2y^2}{y^2-a^2}$ oder in Polarkoordinaten $\varrho = \pm\frac{2a}{\sin 2\varphi}$. Da auch $\frac{a^2}{x^2}+\frac{a^2}{y^2}=1$ ist, so ist, wenn $\frac{a}{x} = \cos\gamma$ gesetzt wird, $\frac{a}{y} = \sin\gamma$ oder umgekehrt. Folglich ist

$$\operatorname{cotg}\gamma = \frac{y}{x}, \text{ da aber auch } \operatorname{cotg}\varphi = \frac{y}{x} \text{ ist, so ist } \gamma = \varphi.$$

Punktkonstruktion: Beschreibe um O mit a einen Kreis, ziehe einen beliebigen Radius OM (also $\angle$ MOD $= \varphi$), lege an M eine Tangente, welche die Abscissenaxe in D

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und die Ordinatenaxe in E trifft, vervollständige EOD zum Rechteck, so ist die vierte Ecke C_1 desselben ein Punkt der Kurve. Denn da hier $OD = x$ und $OE = y$ sowie $OM = a$ ist, so ist $\frac{OM}{OD} = \frac{a}{x} = \cos\varphi$, und da $\angle\ OEM = \varphi$ ist, so ist $\frac{OM}{OE} = \frac{a}{y} = \sin\varphi$, folglich ist $\frac{y}{x} = \operatorname{cotg}\varphi$. Da aber $C_1D = y$ ist, so ist $\operatorname{cotg}\varphi = \frac{C_1D}{OD}$ und folglich $\angle\ OC_1D = \varphi$, was auch sonst einleuchtend ist. Dass die Formel $\varrho = \pm \frac{2a}{\sin 2\varphi}$ eine andere einfache Punktkonstruktion ergiebt, ist leicht einzusehen. — Wird $2\varphi = 90°$, also $\varphi = 45°$ gesetzt, so wird $\sin 2\varphi = 1$ und folglich $\varrho = \pm 2a$, womit ϱ sein Minimum erreicht hat. Ist $\angle\ COD = 45°$ und $OC = 2a$, so ist C der Scheitel eines der vier Zweige der Kurve, denn für $\varphi = 135°$ hat ϱ denselben Wert $= \pm 2a$. Alle vier Zweige kehren dem Kreise ihre konvexen Seiten zu, und die vier Tangenten des Kreises, welche gegen die Koordinatenaxen senkrecht stehen, sind Asymptoten für die vier Kurvenzweige und zwar je zwei von ihnen für jeden Zweig. Legt man von dem Kurvenpunkte C_1 aus eine Tangente an den um O mit 2a beschriebenen Kreis (der natürlich durch die vier Scheitel der Kurve hindurchgehen muss), welche C_1L heissen mag, und zieht den Radius $OL = 2a$, so ist $\frac{OL}{OC_1} = \frac{2a}{\varrho} = \sin OC_1L$ und folglich $\angle\ OC_1L = 2\varphi$ nach der Polargleichung. Nun ist aber $\angle\ EC_1O = C_1OD = \varphi$, und folglich ist $\angle\ EC_1L = 3\varphi$, d. h. der Radius vector OC_1 triseciert den $\angle\ EC_1L$. Um die Dreiteilung wirklich vorzunehmen, lege ich den gegebenen $\angle\ 3\varphi$ mit dem Scheitelpunkt irgendwo an die Abscissenaxe z. B. $= \angle\ PQR$, lege an den mit dem Radius 2a beschriebenen Kreis eine zum Schenkel PQ parallele Tangente, welche den Kreis in L und die (als gezeichnet angenommene) Kurve in C_1 trifft, verbinde C_1 mit O, dann ist $\angle\ C_1OD = \varphi$.

NB. In dieser letzten Betrachtung ist einmal aus der Gleichheit zweier Kotangenten und einmal aus der Gleichheit zweier Sinus auf die Gleichheit der entsprechenden Winkel geschlossen worden. Nimmt man statt dieser Schlüsse die anderen goniometrischen Möglichkeiten an, so wird man dadurch nur genötigt einen Punkt auf einem der drei anderen Kurvenzweige ins Auge zu fassen.

Will man diese Kurve als geometrischen Ort definieren, so könnte man sagen:

Gegeben ein Kreis mit dem Radius $OM = a$ und ein fester Durchmesser OE desselben, es soll ein Punkt C_1 so bestimmt werden, dass wenn man von demselben ein Lot C_1E auf den festen Durchmesser fällt und zugleich die nicht benachbarte Tangente C_1L zieht, der Winkel zwischen diesen beiden Linien durch die Centrallinie (radius rector) triseciert wird. Die besprochene Kurve ist dann der geometrische Ort dieses Punktes. Der Form der Gleichung nach $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2}$ könnte man die Kurve als die reziproke Kreislinie

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

bezeichnen. Noch sei bemerkt, dass, wenn man das Koordinatensystem um 45° verschiebt, d. h. wenn man $x = \frac{x_1 - y_1}{\sqrt{2}}$ und $y = \frac{x_1 + y_1}{\sqrt{2}}$ setzt, man die Gleichung für den Scheitel C der Kurve erhält

$$(x_1^2 - y_1^2)^2 = 4a^2(x_1^2 + y_1^2).$$

In dieser Form erinnert die Gleichung an die der Lemniscate.

No. 3. Fig. 8.

Gegeben von einem Dreieck die Grundlinie AB = 2a, gesucht der Ort für die Spitze des Dreiecks, wenn die Halbierungslinie CG des Winkels an der Spitze gleich einer Dreiecksseite BC ist, oder wenn CG den Winkel ACD — wo CD das Lot ist — triseciert, d. h. wenn gleichzeitig der ganze Winkel ACB in vier gleiche Teile geteilt wird. Die Kurve bietet daher ein erhöhtes Interesse, weil dieselbe gleichzeitig zur Dreiteilung und auch zur Vierteilung benutzt werden kann.

Es sei B Anfang der Koordinaten, BD = x, CD = y, AD = 2a—x. Nun ist AC : BC = AG : BG, oder da BD = GD = x und BG = 2x ist, so ist AG = 2(a—x) und daher AC : BC = a—x : x und folglich:

$y^2 + (2a-x)^2 : y^2 + x^2 = (a-x)^2 : x^2$ oder $4a^2 - 4ax : a^2 - 2ax = y^2 + x^2 : x^2$ oder

$4a - 4x : a - 2x = y^2 + x^2 : x^2$ oder $3a - 2x : y^2 = a - 2x : x^2$ oder

$$y^2 = \frac{x^2(3a-2x)}{a-2x} \text{ oder in Polarkoordinaten } \varrho = \frac{a(4\cos\varphi^2 - 1)}{2\cos\varphi(2\cos\varphi^2 - 1)}.$$

Die Kurve trifft die Abscissenaxe einmal in der Entfernung $x = \frac{3a}{2}$, d. h. im Punkte E (wenn $BE = \frac{3}{2}a$ ist) und ferner zweimal im Punkte B, d. h. durch B gehen zwei Zweige der Kurve. Für $\varrho = 0$ wird $4\cos\varphi^2 - 1 = 0$, d. h. $\varphi = 60°$ oder 120°. Also zwei Linien, welche gegen die Abscissenaxe bei B unter 60° oder 120° geneigt sind, sind Tangenten an die beiden durch B gehenden Zweige (cf. folium Cartesii). Für $x = \frac{a}{2}$ wird $y = \infty$, d. h. ein in F errichtetes Lot $\left(BF = \frac{a}{2}\right)$ ist Asymptote an die beiden durch B gehenden Zweige. Für $\varphi = 45°$ wird $\varrho = \infty$, dasselbe gilt auch für $\varphi = 135°$, d. h. zwei unter 45° und 135° gegen die Abscissenaxe geneigte Linien sind Asymptoten für den durch E gehenden Kurvenzweig. Die drei Kurvenzweige kehren einander ihre konvexen Seiten zu. Zur Trisektion genügt ein durch B gehender Zweig. Der über AB als Durchmesser beschriebene Kreis trifft die drei Zweige so, dass Abscissen und Ordinaten (absolut gerechnet) gleich gross sind, und zwar ist $x = y = \sqrt{\frac{a^2}{2}}$.

Punktkonstruktion: Beschreibe über AB irgend einen Kreis, bestimme die Mitte des Bogens AB in E (Fig. 9), mache AE = AD und ziehe ED, dann ist der Punkt, in welchem

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

die verlängerte ED den Kreis trifft, C ein Kurvenpunkt. Oder: Man nehme D auf AB beliebig an, bestimme zu ADB den vierten harmonischen Punkt D_1, beschreibe über DD_1 einen Halbkreis, dann trifft das in der Mitte von BD errichtete Lot den Halbkreis in den gesuchten Punkten.

Die Trisektion lässt sich folgendermassen erreichen.

Man lege an A (Fig. 8), nachdem der eine durch B gehende Kurvenzweig konstruiert ist, den Komplementwinkel des zu trisecierenden Winkels an, dessen freier Schenkel die Kurve in C treffen mag, fälle von C das Lot CD, beschreibe mit CB um C einen Kreis, der die Basis in G trifft, dann ist der gegebene Winkel ACD triseciert durch CG. Will man dieselbe Kurve zur Vierteilung eines Winkels benutzen, dann beschreibt man über AB einen Kreisbogen, welcher den gegebenen Winkel als Peripheriewinkel fasst und fällt das Lot CD, dann ist die gewünschte Teilung hervorgebracht.

No, 4. Fig. 10.

Gegeben die Linie AB = 2a, gesucht die Spitze C des Dreiecks unter der Voraussetzung, dass die Mittellinie CO den $\angle$ ACB triseciert, d. h. dass $\angle$ ACO $= \frac{1}{2}$BCO ist. — Ist AC = m, BC = n, OC = ϱ, $\angle$ COB = φ, $\angle$ ACO = γ und $\angle$ BCO = 2γ, dann ist: $a^2 = n^2+\varrho^2-2n\varrho\cos 2\gamma = (n+\varrho)^2-4n\varrho\cos\gamma^2$ und $m : n = \sin 2\gamma : \sin\gamma = 2\cos\gamma : 1$ oder $\cos\gamma = \frac{m}{2n}$ oder eingesetzt: $a^2 = (n+\varrho)^2-4n\varrho \cdot \frac{m^2}{4n^2} = (n+\varrho)^2-\frac{\varrho m^2}{n}$. Ferner ist $a^2 = m^2+\varrho^2-2m\varrho\cos\gamma$ oder $a^2 = m^2+\varrho^2-\frac{m^2\varrho}{n}$. Daraus folgt weiter $(n+\varrho)^2 = \varrho^2+m^2$ oder $n^2+2n\varrho = m^2$ oder $m^2-n^2 = 2n\varrho$. Andererseits ist aber bekanntlich auch $m^2-n^2 = 4a\varrho \cdot \cos\varphi$ und deshalb

$$n = 2a\cos\varphi \text{ oder } \cos\varphi = \frac{n}{2a}.$$

Ist nun O (Mitte von AB) der Koordinatenanfang, OD = x, CD = y, so ist: $m^2 = (a+x)^2+y^2$ und $n^2 = (a-x)^2+y^2$ und folglich:

$$m^2-n^2 = 4ax, \text{ also auch}$$

$$n\varrho = 2ax \text{ und } \varrho\cos\varphi = x \text{ oder } \cos\varphi = \frac{x}{\varrho}.$$

Für rechtwinklige Koordinaten giebt dies die Gleichung:

$$[(a-x)^2+y^2](x^2+y^2) = 4a^2x^2 \text{ oder } y^2 = \frac{1}{2}\left[-(2x^2-2ax+a^2) \pm a\sqrt{20x^2-4ax+a^2}\right].$$

Für Polarkoordinaten erhalten wir mit Weglassung des gemeinsamen Faktors ϱ^2 die Gleichung:

$$\varrho = a \cdot \cos\varphi \pm a\sqrt{5\cos\varphi^2-1}.$$

Eine leichte Punktkonstruktion ergiebt sich aus $\cos\varphi = \frac{n}{2a}$. Fig. 10.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Beschreibe um O mit 2a einen Kreis, ziehe den Radius OE willkürlich, ziehe EF $\perp$ AB, beschreibe mit OF um B einen Kreis, der den Radius OE in C trifft, dann ist dieses ein Punkt der Kurve, dem natürlich unterhalb der Basis ein symmetrischer Punkt C_1 entspricht. Denn es ist $BC = OF = n$ und folglich $\frac{OF}{OE} = \frac{n}{2a} = \cos\varphi$.

Dass jetzt wirklich im Dreiecke ABC die Mittellinie OC den Winkel an der Spitze triseciert, ist leicht zu beweisen. Es sei $\angle OCB = \delta$, $\angle OCA = \varepsilon$, dann ist $BC : OB = n : a = \sin\varphi : \sin\delta$, da aber $\frac{n}{a} = 2\cos\varphi$ ist, so ist $\cos\varphi = \frac{\sin\varphi}{\sin\delta}$ oder $\operatorname{tg}\varphi = 2\sin\delta$.

Ferner ist $BC : AB = n : 2a = \sin(\varphi - \varepsilon) : \sin(\delta + \varepsilon) = \cos\varphi : 1$ oder

$\frac{\sin(\varphi - \varepsilon)}{\cos\varphi} = \sin(\delta + \varepsilon)$ oder $\operatorname{tg}\varphi \cdot \cos\varepsilon - \sin\varepsilon = \sin\delta \cdot \cos\varepsilon + \cos\delta \cdot \sin\varepsilon$ oder,

wenn ich $\operatorname{tg}\varphi = 2\sin\delta$ einsetze:

$$2\sin\delta \cdot \cos\varepsilon - \sin\varepsilon = \sin\delta \cdot \cos\varepsilon + \cos\delta \cdot \sin\varepsilon \text{ oder:}$$
$$\sin\delta \cdot \cos\varepsilon - \cos\delta \cdot \sin\varepsilon = \sin\varepsilon \text{ oder } \sin\varepsilon = \sin(\delta - \varepsilon).$$

Da nun hieraus $\varepsilon + \delta - \varepsilon = 180°$ nicht folgen kann, so muss sein:

$$\varepsilon = \delta - \varepsilon \text{ und folglich } 2\varepsilon = \delta.$$

Der in der Gleichung $\varrho = a\cos\varphi \pm a\sqrt{5\cos\varphi^2 - 1}$ oben fortgelassene Faktor ϱ^2 lässt erkennen, dass für $\varrho = o$ die Kurve zunächst einen doppelten Punkt besitzt, d. h. die Kurve durchschneidet den Punkt O zweimal. Ausserdem wird für $\varphi = o$ oder 180° $\varrho = a \pm 2a = +3a$ oder $= -a$, d. h. die Kurve durchschneidet die Abscissenaxe in den Punkten A, wo $OA = -a$, und in B_2, wo $OB_2 = +3a$ ist. Sie besteht aus zwei geschlossenen Schleifen, deren eine (die grössere) einen dreimal so grossen Durchmesser wie die andere besitzt. Für $\varrho = o$ wird $\cos\varphi = \pm \frac{1}{2}$ oder $\varphi = 60°$ (oder 120°). Da aber hier ϱ nur verschwindet, wenn die Wurzel negativ angenommen wird, so heisst das: Strahlen, welche (oberhalb oder unterhalb der Axe) unter 60° gegen die Basis geneigt sind, treffen die kleinere Schleife gar nicht, sind also als Tangenten an dieselbe anzusehen. Für das +Zeichen wird aber dann $\varrho = a$, d. h. die grössere Schleife wird von einem unter 60° geneigten Strahle in einem Punkte G getroffen, der auf dem um O mit a beschriebenen Kreise liegt (natürlich existiert nach unten ein symmetrischer Punkt G_1). Ferner für $\cos\varphi = +\sqrt{\frac{1}{5}}$ ist $\varrho = a \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$, und für $\cos\varphi = -\sqrt{\frac{1}{5}}$ wird $\varrho = -a\sqrt{\frac{1}{5}}$, d. h. für $\varphi = 63° 26' 6''$ wird ϱ nur eindeutig, desgleichen für den Nebenwinkel dieses Winkels. Wird $\varphi > 63° 26' 6''$, so wird $\cos\varphi < \sqrt{\frac{1}{5}}$, also $5\cos\varphi^2 < 1$, d. h. für einen grösseren Wert von φ als der genannte, wird ϱ imaginär. Für einen wachsenden Winkel φ wird ϱ erst wieder reell, wenn der

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Grenzwert $180° - 63° 26' 6''$ erreicht ist. Liegt φ zwischen den Grenzen $60°$ und $63° 26' 6''$, so hat ϱ zwei positive Werte, d. h. ein mit n um B beschriebener Kreis trifft dann den freien Schenkel von φ in zwei Punkten oberhalb der Axe, welche beide der grösseren Schleife angehören.

Zum Schlusse erwähnen wir noch, dass die grössere Schleife sich ganz auffallend der Gestalt eines Kreises nähert, der annäherungsweise ebenfalls als Trisektionskurve benutzt werden kann. Der Mittelpunkt dieses Kreises ist L, wenn $LG = LB_2$ ist, und lässt sich der Radius desselben, wie folgt, finden.

Wenn H die Mitte von OB ist, so ist $HO = BO = \frac{a}{2}$. Ferner ist GH als Höhe des gleichseitigen Dreiecks $OGB = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ und $B_2H = 3a - \frac{a}{2} = \frac{5}{2}a$, folglich $B_2G^2 = \frac{3}{4}a^2 + \frac{25}{4}a^2 = \frac{28}{4}a^2 = 7a^2$ und $B_2G = a\sqrt{7}$. Ist nun N die Mitte von B_2G, so ist, da GHLN ein Kreisviereck ist, $B_2L \cdot B_2H = B_2N \cdot B_2G$ oder $B_2L \cdot \frac{5}{2}a = \frac{1}{2} BG^2 = \frac{7}{2}a^2$ oder $B_2L = LG = \frac{7}{5}a$; d. h. der Radius dieses Kreises ist gleich $\frac{7}{5}a$.

Will man diesen Kreis zur näherungsweisen Trisektion benutzen, dann hat man folgende Konstruktion vorzunehmen. Fig. 11.

Halbiere die gegebene Seite in O, mache $OL = \frac{8}{5}a$ (denn da $B_2L = \frac{7}{5}a$, also $B_1L = \frac{2}{5}a$ ist, so ist $OL = 2a - \frac{2}{5}a = \frac{8}{5}a$), beschreibe um L mit dem Radius $\frac{7}{5}a$ einen Kreis und desgleichen einen Kreis über AB, welcher den zu trisecierenden Winkel fasst ($\gamma = \delta + \varepsilon$). Ist dann C der Schnittpunkt beider Kreise und CO die Mittellinie, so ist annähernd $\delta = 2\varepsilon$. — Ist Q der Mittelpunkt des um AB beschriebenen Kreises, so ist

$$QA = QB = QC = \frac{a}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin(\delta+\varepsilon)} \text{ und } OQ = a \cdot \operatorname{cotg}\gamma.$$

Nun ist $QL^2 = OQ^2 + OL^2 = QC^2 + LC^2 - 2 \cdot QC \cdot LC \cdot \cos QCL$ oder

$$a^2\operatorname{cotg}\gamma^2 + \frac{64}{25}a^2 = \frac{a^2}{\sin\gamma^2} + \frac{49}{25}a^2 - 2 \cdot \frac{a}{\sin\gamma} \cdot \frac{7}{5}a \cdot \cos QCL \text{ oder}$$

$$1) \quad \cos QCL = \frac{1}{7} \cdot \sin\gamma.$$

Damit ist $\angle$ QCL gefunden. Es ist aber, wenn $\angle$ an $O = \varphi$ und $\angle$ $BCL = \psi$ ist, $\angle$ $CBL = \varphi + \delta$ und folglich $\angle$ $QCL = QCA + \gamma + \psi$.

Nun ist $\angle$ $QCA = QAC = QAO - (\varphi - \varepsilon)$ und $QAO = R - \gamma$, folglich:

$\angle$ $QCA = R - \gamma - \varphi + \varepsilon$ und also $\angle$ $QCL = R + \psi + \varepsilon - \varphi$ oder

$\psi + \varepsilon - \varphi = QCL - R$ oder, da $\varepsilon = \gamma - \delta$, so ist $\psi - \varphi - \delta = QCL - R - \gamma$ oder

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$$2)\ \varphi+\delta-\psi = R+\gamma-QCL.$$

Im Dreieck BLC ist aber $\sin(\varphi+\delta) : \sin\psi = 7 : 3$ und also:

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi+\delta+\psi}{2} : \operatorname{tg}\frac{\varphi+\delta-\psi}{2} = 7+3 : 7-3 = 5 : 2 \text{ und folglich:}$$

$$3)\ \operatorname{tg}\frac{\varphi+\delta+\psi}{2} = 2{,}5 \cdot \operatorname{tg}\frac{\varphi+\delta-\psi}{2}.$$

Ferner ist: $\sin\delta : \sin\varepsilon = \sin(\varphi+\delta) : \sin(\varphi-\varepsilon)$ oder:

$$\operatorname{tg}\frac{\delta+\varepsilon}{2} : \operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2} = \operatorname{tg}\frac{2\varphi+\delta-\varepsilon}{2} : \operatorname{tg}\frac{\delta+\varepsilon}{2} \text{ oder, da}$$

$$\frac{2\varphi+\delta-\varepsilon}{2} = \frac{2\varphi+\delta-\gamma+\delta}{2} = \frac{2\varphi+2\delta-\gamma}{2} = \varphi+\delta-\frac{\gamma}{2} \text{ ist:}$$

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma : \operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2} = \operatorname{tg}\left(\varphi+\delta-\frac{1}{2}\gamma\right) : \operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma \text{ oder endlich:}$$

$$4)\ \operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2} = \frac{\left(\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma\right)^2}{\operatorname{tg}\left(\varphi+\delta-\frac{1}{2}\gamma\right)}.$$

Aus 1) berechnet man QCL, aus 2) $\varphi+\delta-\psi$, aus 3) $\varphi+\delta+\psi$, aus 2) und 3) findet man $\varphi+\delta$ und endlich aus 4) $\delta-\varepsilon$. Da aber $\delta+\varepsilon = \gamma$ bekannt ist, so sind damit δ und ε gefunden.

Zahlenbeispiel.

Es sei $\gamma = 90°$, also $\sin\gamma = 1$, also $\cos QCL = \frac{1}{7}$, $\angle$ QCL $= 81° 47' 16''$.

Ferner $\varphi+\delta-\psi = 98° 12' 44''$ und $\frac{\varphi+\delta-\psi}{2} = 49° 6' 22''$.

$$\operatorname{logtg}\left(\frac{\varphi+\delta+\psi}{2}\right) = \log 2{,}5 = 0{,}397940$$

$$\operatorname{logtg} 49° 6' 16'' = \underline{0{,}062462}$$

$$= 0{,}460402, \text{ daraus ergiebt sich:}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varphi+\delta+\psi}{2} &= 70° 53' 35''\\ \frac{\varphi+\delta-\psi}{2} &= 49° 6' 22''\end{aligned}\right\} \text{ daraus folgt } \varphi+\delta = 119° 59' 57''.$$

Ferner ist $\frac{1}{2}\gamma = 45°$, daher $\varphi+\delta-\frac{1}{2}\gamma = 74° 59' 57''$.

Ferner wird nach 4) $\operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2} = \frac{1}{\operatorname{tg}\left(\varphi+\delta-\frac{1}{2}\gamma\right)} = \operatorname{cotg}\left(\varphi+\delta-\frac{1}{2}\gamma\right)$ und folglich

$\frac{\delta-\varepsilon}{2}$ der Komplementwinkel von $\varphi+\delta-\frac{1}{2}\gamma$, d. h.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$\frac{\delta-\varepsilon}{2} = 15^\circ\,0'\,3''$, aber $\frac{\delta+\varepsilon}{2} = 45^\circ$, folglich:

$$\delta = 60^\circ\,0'\,3''$$

δ ist also nur um drei Sekunden zu gross. —

Ein anderes Beispiel, welches durchgerechnet wurde, ist:

$\gamma = 42^\circ$. Hier wird $\delta = 27^\circ\,56'\,2''$, d. h. δ ist um weniger als 4 Sekunden zu klein.

Für $\gamma = 72^\circ$ wurde $\delta = 47^\circ\,50'\,17,''7$ gefunden, also δ um $9'\,42,''3$ zu klein. — Für $\gamma = 102^\circ$ wurde gefunden $\delta = 68^\circ\,24'\,46''$, d. h. es ist δ um $24'\,26''$ zu gross. —

Der Grad der Annäherung, welcher mit Hülfe dieses Trisektionskreises erreicht wird, dürfte daher wohl im allgemeinen für die Praxis ausreichend sein.

Friedland in Mecklenburg im December 1885.

Eugen Marx,
Subrektor.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

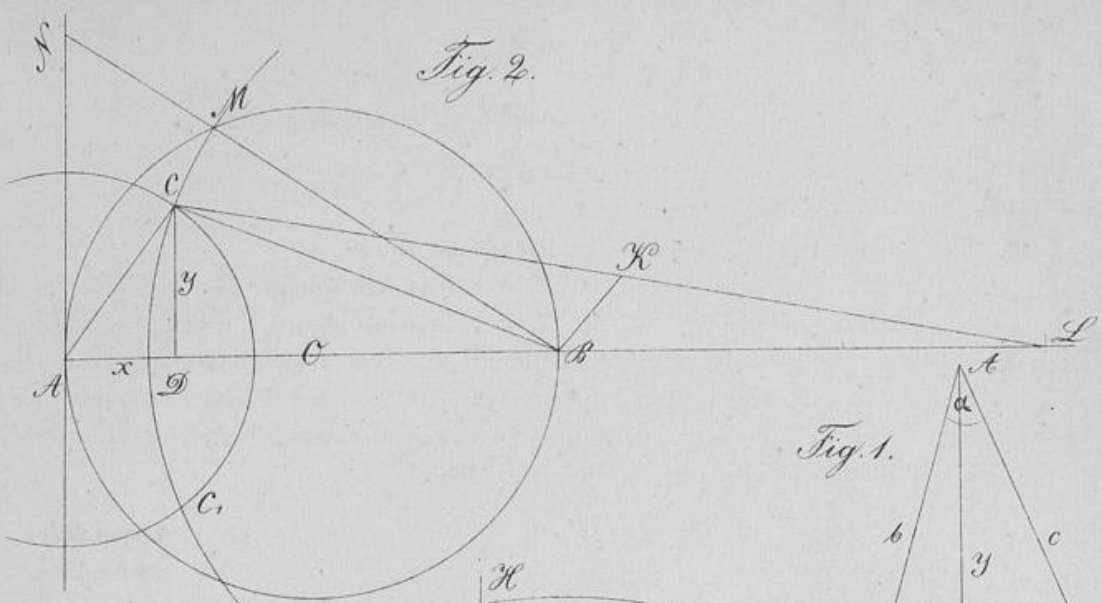


Fig. 2.

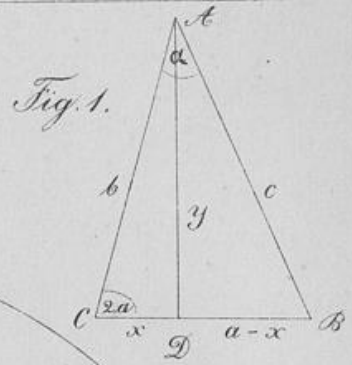


Fig. 1.

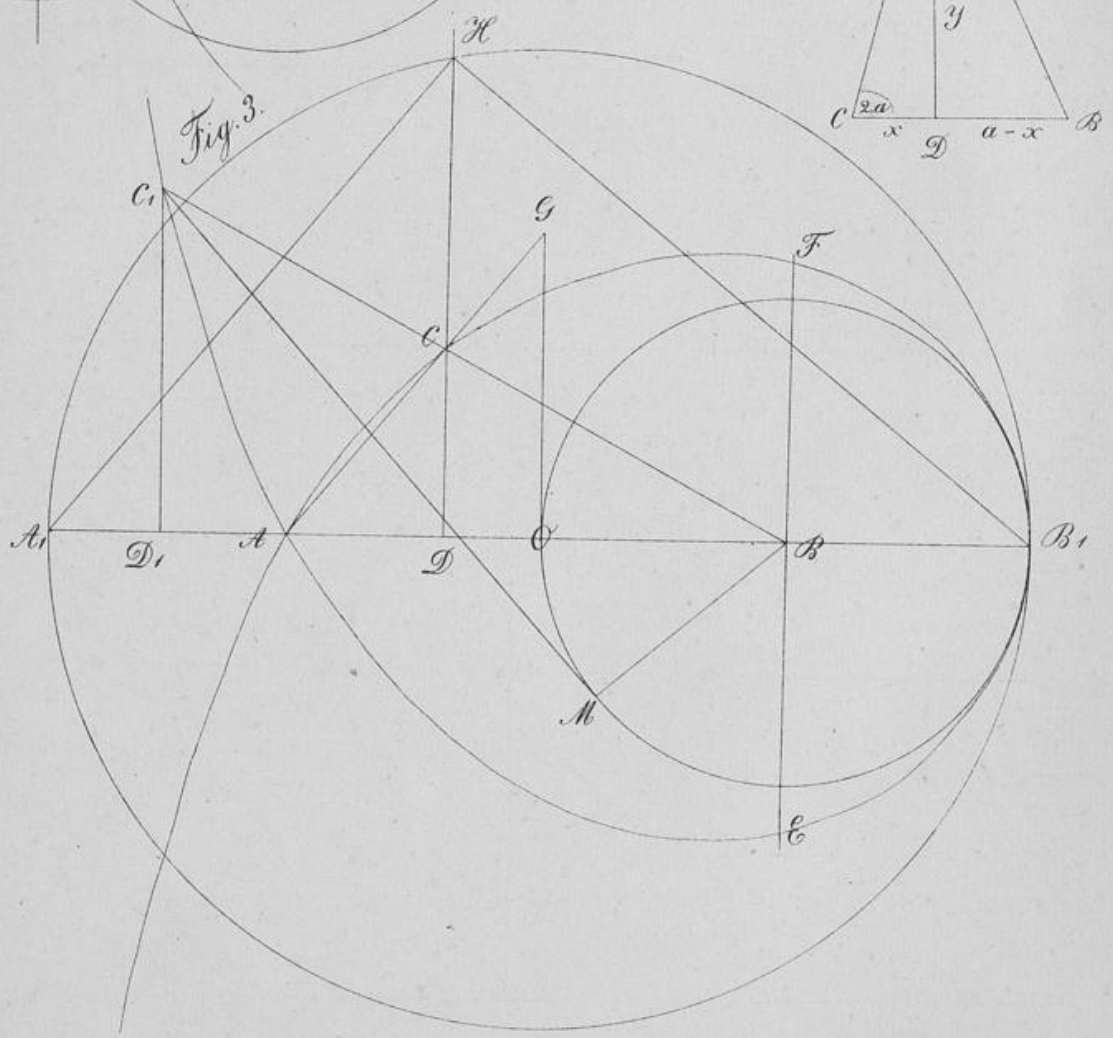


Fig. 3.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

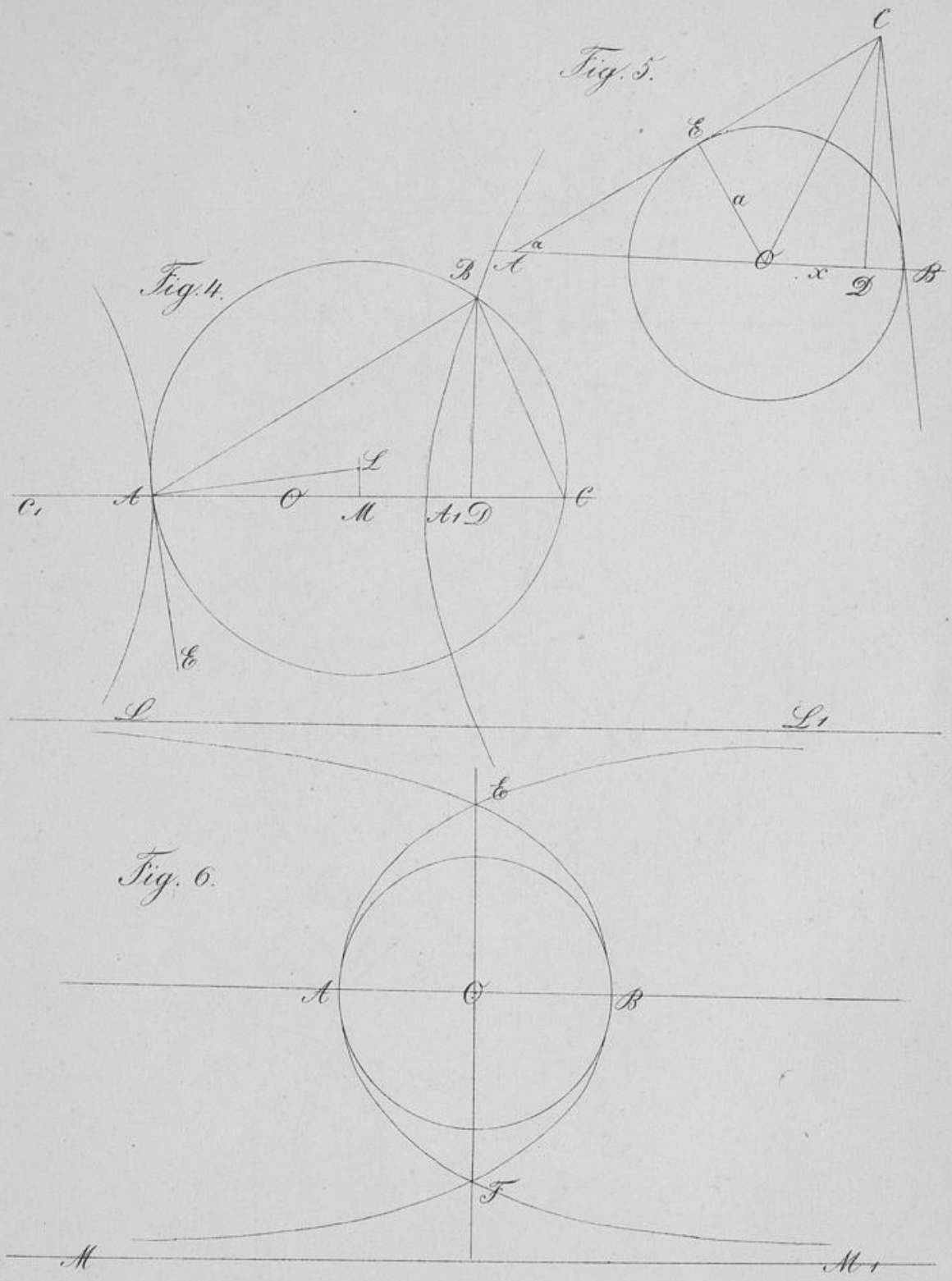


Fig. 5.
C
E
a
a
A
B
O
x
D
B
Fig. 4.
B
L
C1
A
O
M
A1
D
C
E
L
L1
Fig. 6.
E
A
O
B
F
M
M1

Fig. 7.

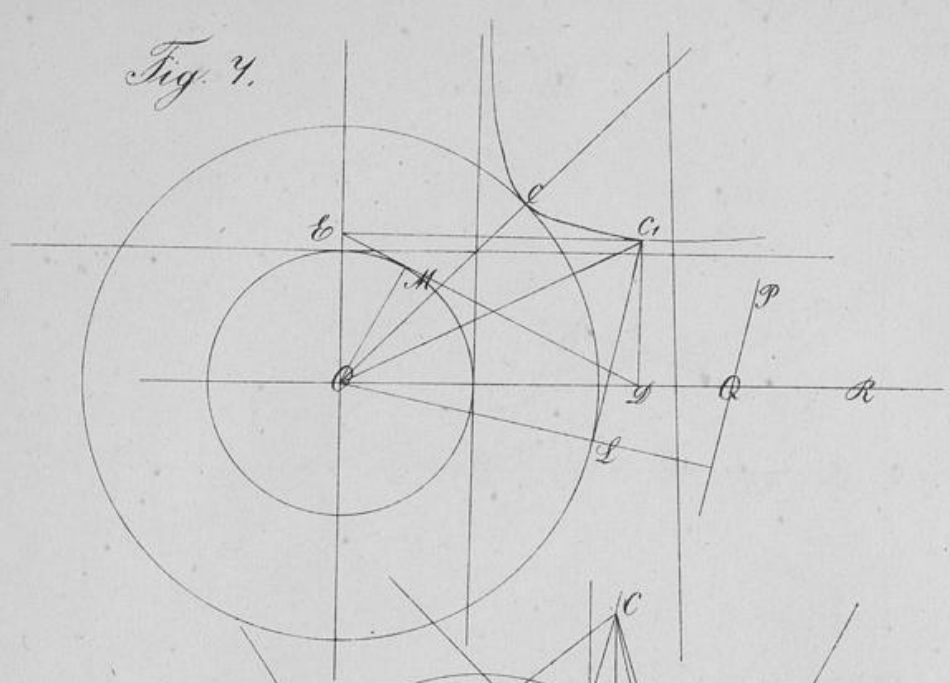


Fig. 8.

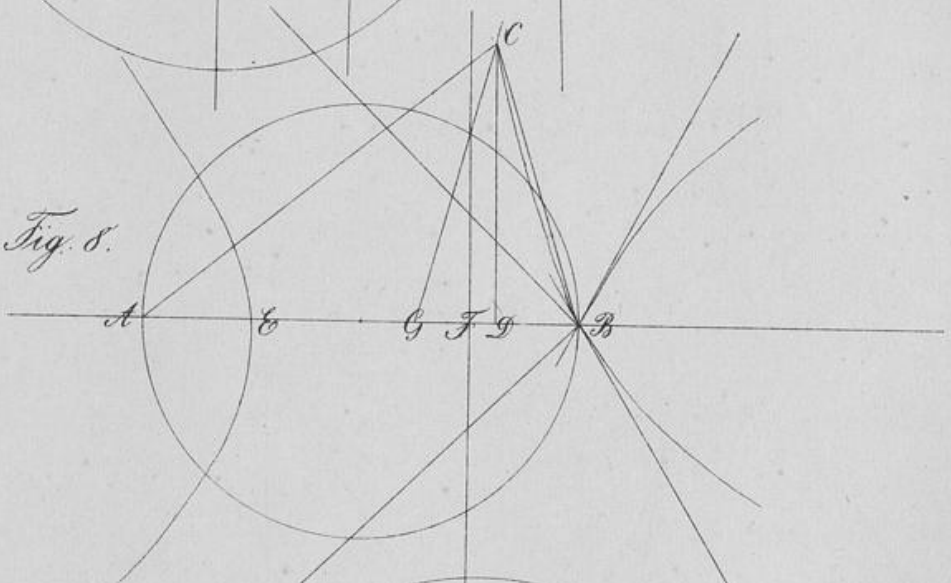
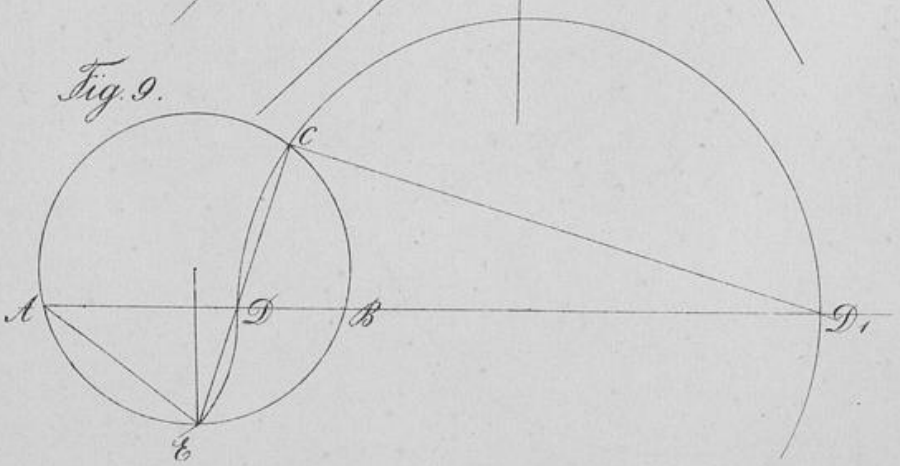


Fig. 9.



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Fig. 10.

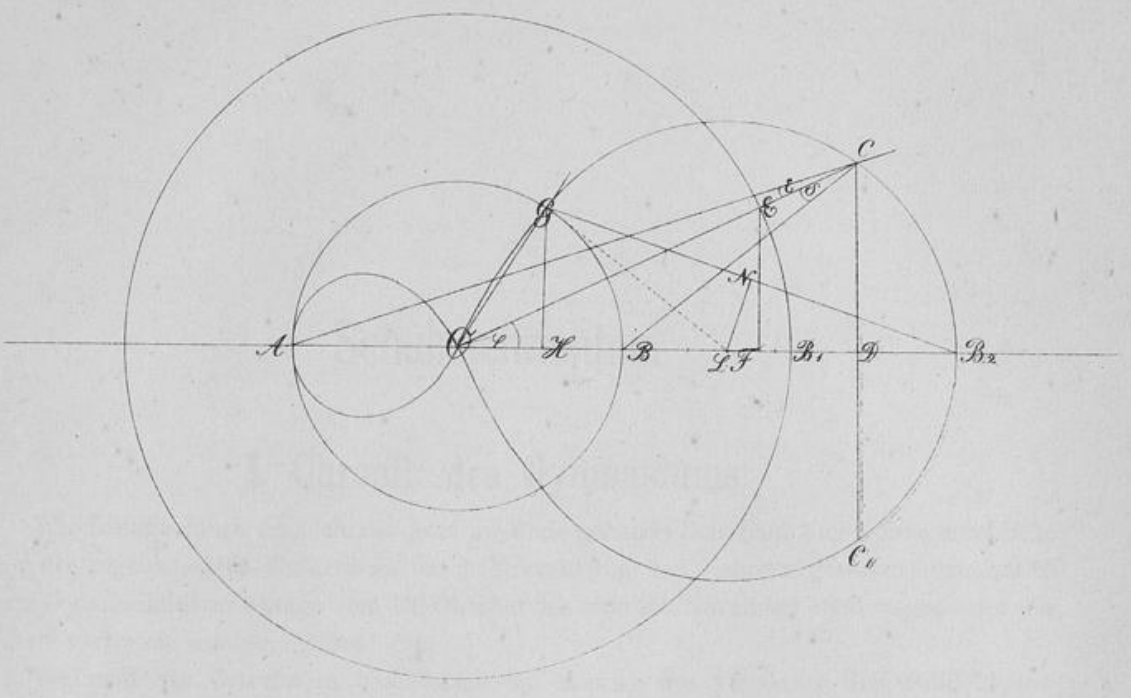
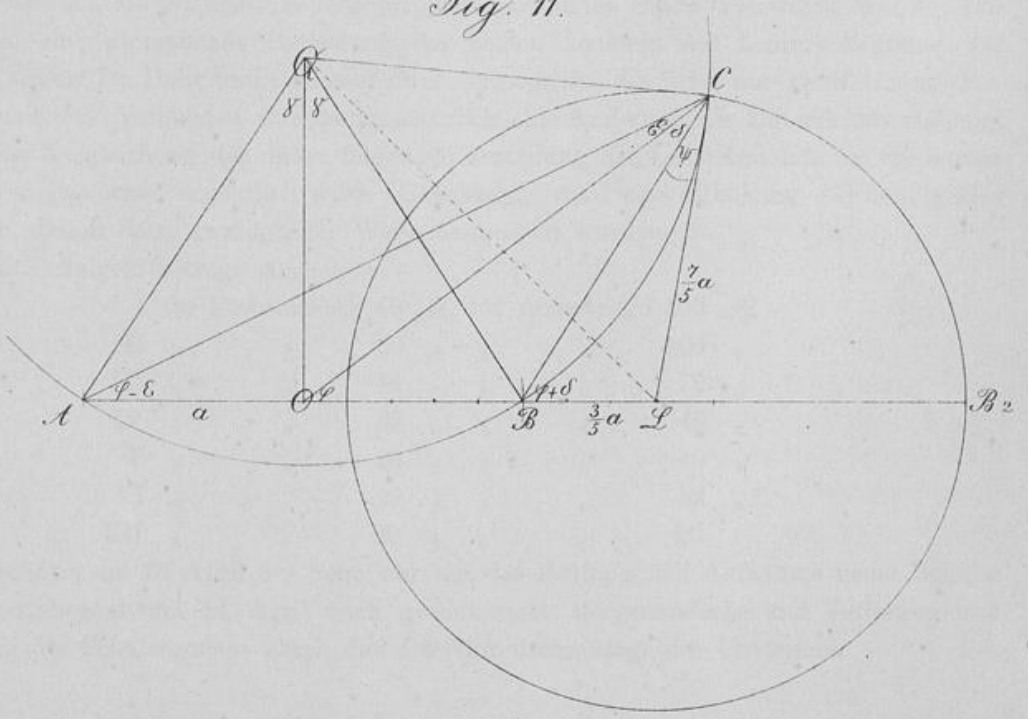


Fig. 11.



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf